COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT-QUATRE-VINGT-SIXIÈME.

JANVIER. — JUIN 1928.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS et Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1928

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1928

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

Section Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

Appell (*Paul*-Émile), G. C. ✻.
Painlevé (*Paul*), ✻.
Hadamard (*Jacques*-Salomon), O. ✻.
Goursat (*Édouard*-Jean-Baptiste), O. ✻.
Borel (Félix-Édouard-Justin-*Émile*), O. ✻.
Lebesgue (*Henri*-Léon), ✻.

Section II. — *Mécanique.*

Boussinesq (*Joseph*-Valentin), O. ✻.
Sebert (*Hippolyte*), C. ✻.
Vieille (*Paul*-Marie-Eugène), G. O. ✻.
Lecornu (*Léon*-François-Alfred), C. ✻.
Kœnigs (*Gabriel*-Xavier-Paul), O. ✻.
Mesnager (*Augustin*-Charles-Marie), C. ✻.

Section III. — *Astronomie.*

Deslandres (*Henri*-Alexandre), O. ✻.
Bigourdan (*Guillaume*), O. ✻.
Baillaud (Édouard-*Benjamin*), G. O. ✻.
Hamy (*Maurice*-Théodore-Adolphe), O. ✻.
Puiseux (*Pierre*-Henri), O. ✻.
Andoyer (Marie-*Henri*), O. ✻.

SECTION IV. — *Géographie et Navigation.*

Messieurs :

LALLEMAND (Jean-Pierre, *dit Charles*), O. ✻.
FOURNIER (François-*Ernest*), G. C. ✻, ✠.
BOURGEOIS (Joseph-Émile-*Robert*), G. O. ✻.
FERRIÉ (*Gustave*), G. O. ✻.
FICHOT (Lazare-*Eugène*), C. ✻.
PERRIER (Antoine-François-Jacques-Justin-*Georges*), C. ✻.

SECTION V. — *Physique générale.*

VILLARD (*Paul*), O. ✻.
BRANLY (*Édouard*-Eugène-Désiré), C. ✻.
BRILLOUIN (Louis-*Marcel*), O. ✻.
PERRIN (*Jean*-Baptiste), C. ✻.
COTTON (*Aimé*-Auguste), O. ✻.
FABRY (Marie-Paul-Auguste-*Charles*), O. ✻.

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie.*

LE CHATELIER (*Henry*-Louis), G. O. ✻.
MOUREU (François-*Charles*-Léon), G. O. ✻.
BÉHAL (*Auguste*), C. ✻.
URBAIN (*Georges*), O. ✻.
BERTRAND (*Gabriel*-Émile), O. ✻.
MATIGNON (Arthème-*Camille*), O. ✻.

SECTION VII. — *Minéralogie.*

BARROIS (*Charles*-Eugène), C. ✻.
DOUVILLÉ (Joseph-*Henri*-Ferdinand), O. ✻.
WALLERANT (*Frédéric*-Félix-Auguste), O. ✻.
TERMIER (*Pierre*-Marie), C. ✻.
LAUNAY (*Louis*-Auguste-Alphonse DE), O. ✻.
. . . .

SECTION VIII. — *Botanique.*

Messieurs :

GUIGNARD (Jean-Louis-*Léon*), C. ✻.
MANGIN (*Louis*-Alexandre), C. ✻.
COSTANTIN (*Julien*-Noël), O. ✻.
LECOMTE (Paul-*Henri*), O. ✻.
DANGEARD (*Pierre-Augustin*-Clément), O. ✻.
MOLLIARD (*Marin*), O. ✻.

SECTION IX. — *Économie rurale.*

ROUX (Pierre-Paul-*Émile*), G. C. ✻.
SCHLŒSING (Alphonse-*Théophile*), O. ✻.
LECLAINCHE (Auguste-Louis-*Emmanuel*), G. O. ✻.
VIALA (Pierre), O. ✻.
LINDET (Gaston-Aimé-*Léon*), C. ✻.
CALMETTE (Léon-Charles-*Albert*), G. O. ✻.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

BOUVIER (*Louis*-Eugène), C. ✻.
HENNEGUY (Louis-*Félix*), O. ✻.
MARCHAL (*Paul*-Alfred), O. ✻.
JOUBIN (*Louis*-Marie-Adolphe-Olivier-Édouard), C. ✻.
MESNIL (*Félix*-Étienne-Pierre), O. ✻.
GRAVIER (*Charles*-Joseph), O. ✻.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

ARSONVAL (Jacques-*Arsène* D'), G. O. ✻.
RICHET (Robert-*Charles*), G. O. ✻.
QUÉNU (*Édouard*-André-Victor-Alfred), C. ✻.
WIDAL (*Fernand*-Georges-Isidore), G. O. ✻.
BAZY (*Pierre*-Jean-Baptiste), C. ✻.
VINCENT (Jean-*Hyacinthe*), G. O. ✻.

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Messieurs :

PICARD (Charles-*Émile*), C. ✻, pour les sciences mathématiques.
LACROIX (François-Antoine-*Alfred*), C. ✻, pour les sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

BLONDEL (*André*-Eugène), C. ✻.
FOCH (le maréchal *Ferdinand*), G. C. ✻, ✠.
JANET (*Paul*-André-Marie), C. ✻.
BRETON (*Jules-Louis*).
OCAGNE (Philbert-*Maurice* D'), O. ✻.
BROGLIE (le duc Louis-César-Victor-*Maurice* DE), O. ✻.
DESGREZ (*Alexandre*), O. ✻.
SÉJOURNÉ (Aignan-*Paul*-Marie-Joseph), G. O. ✻.
CHARCOT (*Jean*-Baptiste-Étienne-Auguste), C. ✻.
HELBRONNER (*Paul*), O. ✻.

MEMBRES NON RÉSIDANTS.

SABATIER (*Paul*), C. ✻, à Toulouse.
DEPÉRET (*Charles*-Jean-Julien), O. ✻, à Lyon.
FLAHAULT (*Charles*-Henri-Marie), O. ✻, à Montpellier.
COSSERAT (*Eugène*-Maurice-Pierre), ✻, à Toulouse.
GRIGNARD (François-Auguste-*Victor*), O. ✻, à Lyon.
WEISS (*Pierre*-Ernest), O. ✻, à Strasbourg.

APPLICATIONS DE LA SCIENCE A L'INDUSTRIE.

RATEAU (Camille-Edmond-*Auguste*), C. ✻, à Paris.
CHARPY (Augustin-*Georges*-Albert), O. ✻, à Paris.
LUMIÈRE (*Louis*-Jean), C. ✻, à Neuilly-sur-Seine.
LAUBEUF (Alfred-*Maxime*), C. ✻, à Toulon.
CLAUDE (*Georges*), ✻, à Rueil (Seine-et-Oise).
GUILLET (*Léon*-Alexandre), C. ✻, à Paris.

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

Messieurs :

LANKESTER (Sir Edwin *Ray*), à Londres.
LORENTZ (*Hendrik Antoon*), C. ✻, à Haarlem (Pays-Bas).
VOLTERRA (*Vito*), C. ✻, à Rome.
HALE (*George* Ellery), à Pasadena (Californie).
THOMSON (Sir *Joseph* John), à Cambridge (Angleterre).
MICHELSON (*Albert* Abraham), à Chicago.
BRÖGGER (*Waldemar Christofer*), C. ✻, à Oslo.
BORDET (*Jules*-Jean-Baptiste-Vincent), C. ✻, à Bruxelles.
PATERNO DI SESSA (*Emanuele*), G. O. ✻, à Rome.
WINOGRADSKY (*Serge*), à Brie-Comte-Robert (Seine-et-Marne).
TORRES QUEVEDO (*Leonardo*), C. ✻, à Madrid.
RUTHERFORD (Sir *Ernest*), à Cambridge (Angleterre).

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

HILBERT (*David*), à Göttingen.
LA VALLÉE POUSSIN (*Charles*-Jean-Gustave-Nicolas DE), O. ✻, à Louvain.
BIANCHI (*Luigi*), à Pise.
LARMOR (Sir *Joseph*), à Cambridge (Angleterre).
DICKSON (*Leonard Eugene*), à Chicago.
RIQUIER (*Charles*-Edmond-Alfred), ✻, à Caen.
BAIRE (*René*-Louis), ✻, à Thonon (Haute-Savoie).
NÖRLUND (*Niels Erik*), ✻, à Copenhague.
. . . .
. . . .

SECTION II. — *Mécanique* (10).

Messieurs :

LEVI-CIVITA (*Tullio*), à Rome.
SPARRE (le comte *Magnus*-Louis-Marie DE), ✻, à Lyon.
WADDELL (*John Alexander Low*), à New-York.
ANDRADE (*Jules*-Frédéric-Charles), ✻, à Besançon.
CAMICHEL (*Charles*-Moïse), O. ✻, à Toulouse.
VILLAT (*Henri*-René-Pierre), ✻, à Paris.
ROY (*Louis*-Maurice), à Toulouse.
AUCLAIR (Noël-Marie-*Joseph*), O. ✻, à Bellevue.
. . . .
. . . .

SECTION III. — *Astronomie* (10).

TURNER (*Herbert Hall*), à Oxford.
VERSCHAFFEL (*Aloys*), ✻, à Bayonne.
LEBEUF (*Auguste*-Victor), ✻, à Besançon.
DYSON (Sir *Frank* Watson), à Greenwich.
GONNESSIAT (*François*), ✻, à Alger.
CAMPBELL (*William Wallace*), au Mount Hamilton (Californie).
FABRY (*Louis*), ✻, à Marseille.
FOWLER (*Alfred*), à Londres.
BROWN (*Ernest William*), à New-Haven (Connecticut).
PICART (Théophile-*Luc*), ✻, à Bordeaux.

SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (10).

TEFFÉ (le baron Antonio Luiz DE), à Petropolis (Brésil).
NANSEN (*Fridtjof*), C. ✻, à Lysaker (Norvège).
HEDIN (*Sven* Anders), à Stockholm.
DAVIS (*William Morris*), ✻, à Cambridge (Massachusetts).
AMUNDSEN (*Roald*), G. O. ✻, à Oslo.
TILHO (*Jean*-Auguste-Marie), C. ✻, à Tien-Tsin (Chine).
LECOINTE (*Georges*), C. ✻, à Uccle (Belgique).
BERLOTY (Camille-Marie-Antoine-*Bonaventure*), à Ksara (Syrie).
. . . .
. . . .

SECTION V. — *Physique générale* (10).

Messieurs :

BLONDLOT (Prosper-*René*), O. ✻, à Nancy.
GUILLAUME (*Charles-Édouard*), O. ✻, à Sèvres.
MATHIAS (*Émile*-Ovide-Joseph), ✻, à Clermont-Ferrand.
ZEEMAN (*Pieter*), à Amsterdam.
BRAGG (Sir *William* Henry), à Londres.
MILLIKAN (*Robert Andrews*), à Pasadena (Californie).
GUYE (*Charles-Eugène*), ✻, à Genève.
TOWNSEND (*John* Sealy), ✻, à Oxford.
. . . .
. . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

SECTION VI. — *Chimie* (10 + 1).

FORCRAND DE COISELET (Hippolyte-*Robert* DE), O. ✻, à Montpellier.
GUNTZ (*Antoine*-Nicolas), O, ✻, à Nancy.
WALDEN (*Paul*), à Rostock (Allemagne).
PERKIN (*William Henry*), à Oxford (Angleterre).
PICTET (*Amé*), O. ✻, à Genève.
RECOURA (*Albert*), O. ✻, à Grenoble.
SENDERENS (*Jean-Baptiste*), ✻, à Rabastens de Bigorre (Hautes-Pyrénées).
HADFIELD (Sir *Robert* Abbott), à Londres.
POPE (Sir *William* Jackson), à Cambridge (Angleterre).
PASCAL (*Paul*-Victor-Henri), ✻, à Lille.
RICHARDS (*Théodore William*), à Cambridge (Massachusetts).

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

HEIM (*Albert*), à Zurich.
GROSSOUVRE (Marie-Félix-*Albert* DURAND DE), O. ✻, à Bourges.

Messieurs :

BECKE (*Friedrich* Johann Karl), à Vienne (Autriche).
FRIEDEL (*Georges*), O. ✻, à Strasbourg.
BIGOT (*Alexandre*-Pierre-Désiré), ✻, à Mathieu (Calvados).
LUGEON (*Maurice*), C. ✻, à Lausanne.
MARGERIE (*Emmanuel*-Marie-Pierre-Martin JACQUIN DE), O. ✻, à Strasbourg.
GLANGEAUD (*Philippe*), O. ✻, à Clermont-Ferrand.
CORNET (*Jules*), à Mons (Belgique).
OSBORN (*Henry Fairfield*), à Garrison (Etats-Unis).

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

ENGLER (Heinrich Gustav *Adolf*), à Dahlem, près de Berlin.
DE VRIES (*Hugo*), à Lunteren (Pays-Bas).
VUILLEMIN (Jean-*Paul*), ✻, à Malzéville (Meurthe-et-Moselle).
SAUVAGEAU (*Camille*-François), ✻, à Bordeaux.
CHODAT (*Robert*-Hippolyte), ✻, Palmella, Pinchat, près de Genève.
LECLERC DU SABLON (Albert-*Mathieu*), ✻, à Vénéjan (Gard).
JUMELLE (*Henri*-Lucien), ✻, à Marseille.
MAIRE (*René*-Charles-Joseph-Ernest), ✻, à Alger.
THAXTER (*Roland*), à Cambridge (Massachusetts).
SCOTT (*Dukinfield Henry*), à Oakley, Hants (Angleterre).

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

GAYON (Léonard-*Ulysse*), C. ✻, à Bordeaux.
GODLEWSKI (*Emil*), à Pulawy (Pologne).
PERRONCITO (*Edoardo*), C. ✻, à Turin.
WAGNER (*Paul*), à Darmstadt.
IMBEAUX (Charles-*Édouard*-Augustin), O. ✻, à Nancy.
NEUMANN (Louis-*Georges*), O. ✻, à Saint-Jean-de-Luz (Basses-Pyrénées).
TRABUT (*Louis*), O. ✻, à Alger.
EFFRONT (*Jean*), ✻, à Bruxelles.
RUSSELL (Sir Edward *John*), à Harpenden (Angleterre).
RAVAZ (Étienne-*Louis*), O. ✻, à Montpellier.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10 + 1).

Messieurs :

RAMON CAJAL (*Santiago*), C. ✻, à Madrid.
BOULENGER (*George-Albert*), à Bruxelles.
BATAILLON (Jean-*Eugène*), O. ✻, à Montpellier.
CUÉNOT (*Lucien*-Claude), ✻, à Nancy.
VAYSSIÈRE (Jean-Baptiste-Marie-*Albert*), ✻, à Marseille.
BRACHET (*Albert*-Toussaint-Joseph), O. ✻, à Bruxelles.
LAMEERE (*Auguste*-Alfred-Lucien-Gaston), à Saint-Gilles-lez-Bruxelles.
VIGUIER (Antoine-François-*Camille*), ✻, à Lison (Calvados).
WILSON (*Edmund Beecher*), à New-York.
SCHMIDT (Ernst *Johannes*), O. ✻, à Copenhague-Valby.
KŒHLER (*René*-Jean-Baptiste-François), O. ✻, à Lyon.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

PAVLOV (*Jean* Petrovitch), à Léningrad.
YERSIN (*Alexandre*-John-Émile), C. ✻, à Nha-Trang (Annam).
BRUCE (Sir *David*), à Londres.
WRIGHT (Sir *Almroth* Edward), à Londres.
NICOLLE (*Charles*-Jules-Henri), O. ✻, à Tunis.
SHERRINGTON (Sir *Charles* Scott), à Oxford.
LAGRANGE (Pierre-*Félix*), C. ✻, à Paris.
FREDERICQ (*Léon*), à Liège.
FORGUE (*Émile*), C. ✻, à Montpellier.
CARREL (*Alexis*), C. ✻, à New-York.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 3 JANVIER 1928.

PRÉSIDENCE DE M. CHARLES BARROIS, PUIS DE M. MAURICE HAMY.

M. **Charles Barrois**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de l'année 1927.

État de l'impression des recueils de l'Académie au 1er janvier 1928.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Le tome 183 (2e semestre de l'année 1926) est paru avec ses tables et a été mis en distribution.

Les tables du tome 184 (1er semestre de l'année 1927) sont parues; le volume complet sera prochainement mis en distribution.

Les numéros du 2e semestre de l'année 1927 sont parus, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Le volume des tables générales pour la période 1896 à 1910, *Auteurs*, est paru et a été mis en distribution.

Mémoires de l'Académie. — Le tome 59 est sous presse et sera prochainement mis en distribution.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835.

Un volume de tables générales est en préparation.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1928 est paru et est mis en distribution au cours de cette séance.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1927.

Section de physique générale. — M. **Daniel Berthelot**, le 8 mars, à Paris.

Section de minéralogie. — M. **Émile Haug**, le 28 août, à Niederbronn-les-Bains.

Section d'économie rurale. — M. **Gustave André**, le 11 mai, à Paris.

Division des Académiciens libres. — M. **Haton de la Goupillière**, le 7 janvier, à Pau.

Associés étrangers. — M. **Ch. D. Walcott**, le 9 février, à Washington.

Membres élus depuis le 1er janvier 1927.

Section de physique générale. — M. **Charles Fabry**, le 20 juin, en remplacement de M. Daniel Berthelot, décédé.

Section d'économie rurale. — M. **Albert Calmette**, le 14 novembre, en remplacement de M. Gustave André, décédé.

Division des Académiciens libres. — M. **Paul Helbronner**, le 30 mai, en remplacement de M. Haton de la Goupillière, décédé.

Associés étrangers. — M. **Torres Quevedo**, le 27 juin, en remplacement de M. Kamerlingh Onnes, décédé;
Sir Ernest Rutherford, le 19 décembre, en remplacement de M. Ch. D. Walcott, décédé.

Membres à remplacer.

Section de minéralogie. — M. **Émile Haug**, mort à Niederbronn-les-Bains, Bas-Rhin, le 28 août 1927.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1927.

Pour la Section de géométrie. — M. **Gösta Mittag-Leffler**, le 7 juillet, à Djursholm, Suède; M. **Ivar Fredholm**, le 17 août, à Mörby, Suède.

Pour la Section de mécanique. — M. **Émile Schwoerer**, le 2 août, à Colmar.

Sir George Greenhill, le 10 février, à Londres.

Pour la Section de physique générale. — M. **Svante Arrhenius**, le 2 octobre, à Stockholm.

Pour la Section d'économie rurale. — M. **Antoine Balland**, le 6 janvier, à Paris.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1927.

Pour la Section de mécanique. — M. **Louis Roy**, à Toulouse, le 21 novembre, en remplacement de M. Aimé Witz, décédé.

M. **Joseph Auclair**, à Bellevue, le 19 décembre, en remplacement de M. Torres Quevedo, élu associé étranger.

Pour la Section de physique générale. — M. **Charles Eugène Guye**, à Genève, le 24 janvier, en remplacement de M. Kamerlingh Onnes, élu associé étranger.

M. **John Townsend**, à Oxford, le 14 février, en remplacement de M. Pierre Weiss, élu membre non résidant.

Pour la Section d'économie rurale. — M. **Louis Ravaz**, à Montpellier, le 18 juillet, en remplacement de M. Antoine Balland, décédé.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section de géométrie. — M. **Gösta Mittag-Leffler**, mort à Djursholm, le 7 juillet 1927; M. **Ivar Fredholm**, mort à Mörby, Suède, le 17 août 1927.

Pour la Section de mécanique. — M. **Émile Schwoerer**, mort à Colmar, le 2 août 1927; Sir **George Greenhill**, mort à Londres, le 10 février 1927.

Pour la Section de géographie et navigation. — M. **Hildebrand Hildebrandsson**, mort à Upsala, le 29 juillet 1925; Sir **Philip Watts**, mort à Londres, le 15 mars 1926.

Pour la Section de physique générale. — M. **Svante Arrhenius**, mort à Stockholm, le 2 octobre 1927.

Pour les sections qui seront désignées par l'Académie :

A. — Les correspondants suivants pour la Section de chimie : M. **Victor Grignard**, élu membre non résidant le 7 juin 1926; M. **Carl Graebe**, mort à Frankfurt-am-Main, le 19 janvier 1927.

B. — Le correspondant suivant pour la Section de minéralogie : M. **Gustav Tschermak**, mort à Vienne (Autriche), le 4 mai 1927.

C. — Le correspondant suivant pour la Section de médecine et de chirurgie : M. **Albert Calmette**, élu membre de la Section d'économie rurale, le 14 novembre 1927.

M. **Charles Barrois**, Président sortant, s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Avant de remettre mes fonctions à mon successeur, permettez-moi de vous adresser mes remercîments pour la bienveillance que vous m'avez témoignée au cours de cette année, et de remercier nos éminents Secrétaires perpétuels du concours qu'ils m'ont apporté si généreusement dans l'accomplissement de ma tâche.

Je cède le fauteuil de la présidence à M. Hamy, et exprime à M. Henneguy les regrets de l'Académie que l'état de sa santé l'empêche de prendre possession en ce jour du fauteuil de la vice-présidence.

En prenant possession du fauteuil de la présidence, M. **Maurice Hamy** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Avant de m'asseoir dans le fauteuil présidentiel, occupé si brillamment, avec tant de tact, d'autorité et d'abnégation, par M. Barrois qui s'est attiré

la gratitude de tous ici, au cours de l'année écoulée, je tiens à vous remercier du grand honneur que vous m'avez fait, en m'appelant à le remplacer au bureau. M'efforçant de suivre son exemple, m'appuyant sur notre vice-président, M. Henneguy, dont la santé, compromise depuis quelques mois, est fort heureusement en voie d'amélioration, comptant sur les précieux conseils de nos Secrétaires perpétuels, d'un dévouement au-dessus de notre reconnaissance, je ferai tous mes efforts, pour remplir le moins mal possible la lourde tâche que j'ai bien imprudemment accepté d'assumer, après un refus motivé par la crainte de laisser percer mon incapacité à faire face dignement aux devoirs qu'elle impose. Devant l'impossibilité, contre laquelle je me débattrais en vain, de chercher à représenter l'Académie, avec la maîtrise affichée par mon prédécesseur, et à défaut de savoir-faire, je vous apporte modestement le peu dont je dispose : une bonne volonté complète et le désir de me rendre utile.

A ce titre, je voudrais vous entretenir d'une idée, susceptible peut-être de servir à augmenter l'intérêt de nos séances, en rendant les Communications, sur les sujets si variés qui se traitent ici, plus accessibles à tous. Je vous la soumets, après en avoir fait part à plusieurs de nos confrères qui l'ont bien accueillie. Cependant l'un d'eux, je ne vous le cache pas, auquel je me suis ouvert, il y a déjà un certain temps, a fait des réserves. Mais, à l'époque dont il s'agit, son nom, sachez-le, figurait déjà sur l'inventaire des quarante fils adoptifs de notre parente qui tient salon, le jeudi, dans la pièce à côté. Or vous n'ignorez pas que si les membres authentiques de cette nombreuse famille redoutent, malgré leur immortalité, de se mesurer, en champ clos, avec le spectre inlassable et austère de la Vertu qui vient, chaque année, les provoquer en décembre, ils n'en possèdent pas moins l'art et le talent de savoir se battre victorieusement, avec les conceptions les plus variées de l'esprit humain, de les réduire à l'esclavage, sous la férule étincelante de la langue française, de rendre leur substance claire et limpide, fussent-elles transcendantes, totalement absurdes ou incompréhensibles. Vous vous le rappelez sans doute, l'œuvre si prodigieusement élevée d'Henri Poincaré n'a-t-elle pas été mise, elle-même, à la portée des gens du monde, lors d'une réception ouverte de la vénérable dame. Il faut dire que, pour réaliser de pareils tours de force, sa descendance prodigue les fleurs de culture délicate, écloses dans ses parterres, et assaisonne discrètement d'anecdotes piquantes les plats offerts au goût des connaisseurs, s'attachant à séduire les plus difficiles à contenter.

Malheureusement ici, nous n'avons réellement pas le temps de savourer

les finesses et d'assimiler les nuances, encore moins le loisir de colorer le langage, pour parler de rouge d'aniline, de le marteler s'il est question d'écrouissage des alliages de cuivre, de le couvrir d'or s'il s'agit d'inflation monétaire ou de le passer à l'eau de Cologne pour évoquer les bienfaits des arts insalubres. N'éprouvons pas trop de regrets de cette impossibilité. Pourrions-nous, en effet, suivant les circonstances, édulcorer ou corser notre verbe, serions-nous disposés à produire l'effort nécessaire, personne n'en tirerait profit, l'expérience ayant surabondamment démontré que nous ne saurions nous assembler et philosopher, sans déchaîner un brouhaha qui couvre la voix des orateurs, en dépit des efforts méritoires de la sonnette traditionnelle dont le larynx, atteint de lésions incurables, à force de nous rappeler à l'ordre, rend maintenant des sons chevrotants à peine perceptibles qui font présager une retraite prochaine.

En conséquence, passant outre aux objections, j'arrive au fait. Depuis longtemps on a reconnu, dans les cours et sociétés savantes, l'utilité, voire la nécessité des projections lumineuses. Pourquoi n'utiliserions-nous pas couramment l'appareil qui nous vient d'un généreux donateur et grâce auquel les auteurs auraient la faculté de parler aux yeux, puisque l'oreille est décidément un organe à peu près superflu et inutile ici, leur permettant, à l'occasion, de nous rendre témoin de l'évolution d'un phénomène, enregistré à l'aide du cinématographe. Si notre voisine fait la moue, devant notre tendance à renoncer aux moyens d'exposition exclusifs qui lui sont chers, la physionomie déjà bien ouverte de l'inventeur de cette merveilleuse machine, notre excellent confrère, s'épanouira encore, fournissant, à sa séduisante et très chère fille « miss Autochrome », une occasion unique de donner de la couleur à un événement familial, intéressant l'histoire de notre Académie. Ce sera une consolation au chagrin d'avoir contrarié une personne universellement considérée, avec laquelle nous sommes liés et entretenons de bons rapports depuis si longtemps, dans la bonne comme dans la mauvaise fortune.

Et maintenant remettons-nous au travail. Utilisons, pour le mieux, la parole, comme par le passé. Admettant la prochaine réalisation de la réforme proposée, l'axiome enfanté à côté « l'exception confirme la règle » devient de circonstance.

Un dernier mot et un ultime conseil. La générosité des pouvoirs publics, à notre égard, due à l'intervention d'un parlementaire bien connu et confrère très sympathique auquel va notre reconnaissance, tend à rapprocher la carrière académique d'une situation de tout repos. Jouissez-en et conservez

la santé le plus longtemps possible, dussent les personnes bien intentionnées qui vont lorgner votre fauteuil, d'un œil attendri, en faire une ou plusieurs maladies. C'est la grâce que je vous souhaite, en terminant. Ainsi soit-il!

CORRESPONDANCE.

M. T. W. **Richards**, élu Correspondant pour la Section de Chimie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Les chemins de fer urbains parisiens*, par Louis Biette. Préface de F. Bienvenüe. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

2° *Statistique mathématique*, par G. Darmois. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les polynomes orthogonaux à une variable complexe.* Note [1] de M. V. **Smirnoff**, présentée par M. J. Hadamard.

Soit Γ une courbe fermée et rectifiable de longueur l sur le plan de la variable complexe x. Les polynomes orthogonaux $P_n(x)$ ($n = 0, 1, 2, \ldots$) sur cette courbe satisfont aux conditions que voici [2] :

$$\frac{1}{l}\int_\Gamma P_n(x)\,\overline{P_m(x)}\,d\sigma = \varepsilon_{nm} \qquad (\varepsilon_{n,m} = 0, \text{ si } n \neq m;\ \varepsilon_{n,n} = 1),$$

où $d\sigma$ est la différentielle de l'arc. Le but de cette Note est de donner une méthode nouvelle pour obtenir un théorème assez général sur le développement suivant les polynomes $P_n(x)$.

(1) Séance du 28 novembre 1927.

(2) Szegö, *Math. Zeitschr.*, 9, 1921, p. 227.

Nous dirons que la fonction : $\omega(z)=\sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$, holomorphe dans le cercle-unité, appartient à la classe (H), si : 1° elle a presque partout des valeurs limites $\omega(e^{\theta i})$ sur les chemins non tangents; 2° $|\omega(e^{\theta i})|^2$ est sommable et 3° $\omega(z)$ est représentable par son intégrale de Cauchy. Il est facile de démontrer que : 1° la condition nécessaire et suffisante pour que $\omega(z)$ appartienne à la classe (H) est la convergence de la série $\sum_{k=0}^{\infty} |a_k|^2$; 2° cette condition étant remplie, on aura, en outre, l'équation de fermeture (formule de Parseval) :

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |\omega(e^{i\theta})|^2\, d\theta = \sum_{k=0}^{\infty} |a_k|^2.$$

Soit $x=\varphi(z)$ la fonction qui fait la représentation conforme du cercle-unité sur le domaine limité par Γ. Alors les fonctions

$$R_n(z)=\sqrt{\frac{2\pi}{l}}\, P_n[\varphi(z)]\sqrt{\varphi'(z)}$$

appartiennent à la classe (H). En utilisant quelques résultats connus sur les valeurs limites des fonctions analytiques et sur les polynomes orthogonaux sur le cercle-unité ([1]), on peut démontrer que le tableau des coefficients de la série de Maclaurin pour $R_n(z)$ donne la transformation orthogonale complète. Pour démontrer ce fait on doit encore supposer que la fonction $\log|\varphi'(z)|$, harmonique dans le cercle-unité, est représentable par la formule de Poisson. Cela a lieu, par exemple, si le domaine limité par Γ est convexe ou a la forme de l'étoile. Probablement cette supposition est vraie dans le cas général du contour rectifiable.

Le fait mentionné conduit aux propositions suivantes :

I. Si la fonction $f(x)$, holomorphe à l'intérieur de Γ, a presque partout sur Γ les valeurs limites $f(\xi)$; si, en outre, $|f(\xi)|^2$ est sommable et les intégrales $\int_{\Gamma_r} |f(x)|^2\, d\sigma$, où Γ_r sont les images des circonférences $|z|=r$,

---

([1]) Szegö, *Math. Annalen*, **84**, 1921, p. 233; *Math. Zeitschr.*, **6**, **9**, 1920, 1921, p. 176 et 175. — Riesz, *Math. Zeitschr.*, **18**, 1923, p. 94. — Privaloff, *Journal de l'École Polytechnique*, 2e série, **24**, 1924, p. 80, 84. — Fichtenholz, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1370 et 1528.

restent bornées quand $r \to 1$, on a alors l'équation de fermeture ainsi que le théorème de développement en série de Fourier :

$$\frac{1}{l}\int_\Gamma |f(\xi)|^2\,d\sigma = \sum_{k=0}^{\infty} |c_k|^2; \qquad f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k \mathrm{P}_k(x) \quad (x \text{ étant à l'intérieur de } \Gamma):$$

$$c_k = \frac{1}{l}\int_\Gamma f(\xi)\,\overline{\mathrm{P}_k(\xi)}\,d\sigma.$$

II. Chaque série $\sum_{k=0}^{\infty} c_k \mathrm{P}_k(x)$, pourvu que $\sum_{k=0}^{\infty} |c_k|^2$ soit convergente, est la série de Fourier d'une fonction admettant les propriétés mentionnées.

Si la courbe Γ est analytique, on peut facilement obtenir, moyennant les résultats de M. Szegö, le théorème sur le développement en série de Fourier pour la fonction possédant les valeurs limites intégrables sur Γ et s'exprimant par son intégrale de Cauchy. Pour la fonction qui n'est que holomorphe à l'intérieur de Γ, on peut également obtenir le développement suivant les polynomes $\mathrm{P}_n(x)$, mais ce développement-ci diffère en général de celui de Fourier.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur quelques points de la théorie des fonctions harmoniques*. Note [1] de M. **Florin Vasilesco**, présentée par M. Hadamard.

1. Nous allons faire connaître une transformation de la condition de régularité d'un point frontière d'un domaine, trouvée par M. Wiener [2], qui aura le double avantage d'être plus intuitive et de permettre un procédé simple de formation des points réguliers ou irréguliers.

Soit E un ensemble borné, et d'un point O comme centre faisons une homothétie de l'espace de rapport K. E deviendra E′, un point P deviendra P′. En remontant à la définition de potentiel $v(\mathrm{P})$ de E, on voit que le potentiel de E′ sera $v'(\mathrm{P}')$ tel que $v'(\mathrm{P}') = v(\mathrm{P})$. De plus, si n est une direction quelconque,

$$\frac{\partial v'(\mathrm{P}')}{\partial n} = \frac{\partial v(\mathrm{P})}{\mathrm{K}.\partial n}.$$

Si l'on considère alors une sphère S, de centre O, contenant E à l'intérieur,

(1) Séance du 27 décembre 1927.

(2) Wiener, *On the Dirichlet Problem* (*Bulletin Massachusetts Inst. of Tech.*, 2e série, 3, LXXVIII, avril 1924, p. 130).

on voit que la capacité c de E donnée par l'intégrale $\frac{1}{4\pi}\int_S \frac{\partial v(P)}{\partial n}\,ds$, n étant la normale intérieure, se transforme en $\operatorname{cap} E' = Kc$.

Cela étant, du point O de la frontière du domaine, comme centre, faisons subir à E_1 une homothétie de rapport $\frac{1}{\lambda}$, à E_2 une autre de rapport $\frac{1}{\lambda^2}$, à E_3 une autre de $\frac{1}{\lambda^3}$, etc.; E_n est l'ensemble des points Q n'appartenant pas au domaine et tels que $\lambda^n \geqq \overline{OQ} \geqq \lambda^{n+i}$, $\lambda < 1$. On obtiendra dans la couronne $(1, \lambda)$ déterminée par les sphères de rayons 1 et λ et de centre O, une suite d'ensembles $E'_1, E'_2, E'_3, \ldots$.

La condition transformée de Wiener est celle-ci :

Le point O *est régulier ou irrégulier suivant que la somme des capacités des ensembles* (E'_n) *est infinie ou finie.*

Cela permet de construire facilement des points réguliers ou irréguliers. En effet, donnons-nous dans une sphère de rayon 1 et de centre O, une suite d'ensembles fermés (e''_n), dont nous connaissions les capacités, assujettis *à la seule* condition d'être tous extérieurs à une sphère de centre O et de rayon ε aussi petit qu'on voudra. En prenant $\lambda < \varepsilon$, et en ramenant chaque e'_n dans la couronne $(\lambda^n, \lambda^{n+1})$ par l'homothétie de centre O et de rapport λ^n, on obtiendra un domaine infini extérieur aux (e_n) et à O, pour lequel O sera régulier ou irrégulier, selon que la somme des capacités des (e'_n) sera infinie ou finie. On connaît d'ailleurs le caractère local de la régularité.

Voici quelques exemples qui montreront, en outre, ce que celle-ci a de curieux. Si les (e'_n) coïncident avec un même ensemble de capacité non nulle, une sphère par exemple, O sera régulier. Si les (e'_n) sont des sphères concentriques de rayons $\frac{1}{n+2}$, P sera régulier; et si les rayons sont $\frac{1}{(n+2)^{1+\sigma}}$, si petit que soit $\sigma > 0$, P sera irrégulier.

Remarquons que la position des (e'_n) n'importe guère; cela permet de se faire une idée des *torsions* auxquelles on peut soumettre la frontière et le domaine, sans changer le caractère du point O. On en profitera, dans certains cas, pour reconnaître le caractère de O, si après une torsion convenable on peut appliquer au domaine un des critères déjà connus [1] et facilement utilisables, ou si l'on peut remplacer les ensembles (E'_n) par d'autres qui leur soient comparables et dont on connaisse les capacités.

---

[1] Voir, par exemple, un Mémoire de H. Lebesgue (*Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 89). Voir aussi Wiener (*loc. cit.*).

2. Voici maintenant *un exemple concernant le problème de la distribution des points irréguliers sur la frontière d'un domaine*. Outre l'intérêt qu'il me semble présenter pour ce problème, il pourrait contribuer à éclaircir cet autre problème, savoir, si un ensemble de capacité positive a nécessairement des points réguliers [1].

Soient une suite de sphéres S, S_1, S_2, ... concentriques de rayons $1, 1+\frac{1}{2}, 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}, \ldots$ et une suite d'épines de révolution de même axe et même pointe qui est un point irrégulier pour la première, donc pour les autres, données par les courbes en coordonnées polaires :

$$(e)\qquad \Phi=f(\rho)\quad \text{et}\quad (e_n),\qquad \Phi_n=\left(1-\frac{1}{2^2}-\ldots-\frac{1}{2^{n+1}}\right)f(\rho)\qquad (n\geqq 1).$$

Piquons dans la sphère S et vers l'extérieur un nombre fini d'épines (e) de pointes (p_1), et appelons D_1 le domaine intérieur à S_1 et extérieur aux épines (e); soit Σ_1 sa surface. Pour passer du domaine D_n de frontière Σ_n au domaine D_{n+1}, on piquera dans Σ_n et vers l'extérieur un nombre fini d'épines (e) de pointes (p_{n+1}) telles que toute sphère centrée sur Σ_n et de rayon $\frac{1}{n}$ en contienne. Le domaine D_{n+1} sera intérieur à S_{n+1} et extérieur aux épines (e) de pointes (p_{n+1}), (e_1) de pointes (p_n), ..., (e_n) de pointes (p_1). Le domaine $D=D_1+D_2+D_3+\ldots$ est tel que sur sa frontière Σ les points de l'ensemble $(p)=(p_1)+(p_2)+(p_3)+\ldots$ sont irréguliers et partout denses, donc de capacité positive.

La même construction faite vers l'intérieur donnera un domaine infini.

3. J'énonce enfin un théorème sur la capacité :

S'il existe une fonction harmonique (ou surharmonique continue), définie dans le voisinage extérieur d'un ensemble fermé borné E, *en chaque point duquel elle devienne infinie positive, alors* E *est de capacité nulle* [2].

---

[1] M. O. D. Kellogg (*Proc. of the Nat. Ac. of Sc.*, 12, VI, 1926, p. 404, note 11). Cet exemple montre que l'ensemble des points irréguliers peut être de capacité non nulle. Si l'on peut former un exemple où l'ensemble des points irréguliers *contienne une partie fermée de capacité non nulle*, alors on pourra affirmer que ce problème est résolu par *la négative*.

[2] M. Bouligand s'est servi d'un théorème qui en est un cas particulier — la fonction harmonique étant le potentiel d'une distribution de masses supposée donnée sur E — pour démontrer que certains ensembles sont de capacités nulles. (Voir *Annales de la Soc. Polonaise de Math.*, 3, 1925, p. 103 et suiv.) L'énoncé du théorème de la page 103 a été modifié par M. Bouligand.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Un théorème général sur les fonctions méromorphes d'ordre positif.* Note [1] de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $f(z)$ une fonction méromorphe autour du point à l'infini qui est point essentiel. Si $T(r) = T(r, f)$ est la fonction caractéristique introduite par M. R. Nevanlinna, l'ordre de $f(z)$ est le nombre ρ défini par

$$\rho = \overline{\lim_{r=\infty}} \frac{\log T(r)}{\log r}.$$

Nous supposerons ρ positif (fini ou infini). M. Borel a montré que l'exposant de convergence de la suite des points où $f(z)$ prend une valeur a, finie ou non, est égal à ρ sauf au plus pour deux valeurs a au plus. M. Nevanlinna puis moi-même avons apporté divers compléments à ce théorème. D'autre part, il resulte des recherches de M. Ostrowski que le théorème de M. Julia vaut pour cette fonction : il existe une suite de points $z(n, f)$ et un nombre $\varepsilon(n)$ tendant vers zéro l'orsque l'entier n croît indéliniment tels que, dans l'ensemble des cercles

$$(1) \qquad |z - z(n, f)| < \varepsilon(n) |z(n, f)|,$$

$f(z)$ prend toute valeur sauf deux au plus.

Ces deux théorèmes sont compris dans la proposition quantitative suivante :

Il existe une suite de points $z(n)$ s'éloignant indéfiniment et de cercles $C(n, f)$ d'équation (1) jouissant des propriétés suivantes : $f(z)$ prend au moins $N = N(n, f)$ fois dans $C(n, f)$ toute valeur sauf au plus des valeurs dont les points représentatifs sur la sphère de Riemann appartiennent à l'un ou à l'autre de deux cercles de rayon e^{-N}. On a

$$N(n, f) = A\varepsilon(n)^2 \frac{T(R)}{\log T(R)},$$

avec

$$|z(n)| < R < B|z(n)|, \qquad \overline{\lim_{r=\infty}} \frac{\log T(R)}{\log R} = \rho;$$

A et B sont deux constantes dépendant de la fonction $f(z)$ considérée, $\varepsilon(n)$ est une fonction tendant vers zéro qui doit être prise de façon que $\varepsilon^2 e^N$ croisse indéfiniment.

---

[1] Séance du 27 décembre 1927.

La démonstration se fait en modifiant convenablement le procédé qui m'a servi à chercher le rayon des cercles de remplissage de M. Milloux [1]. On s'appuie : 1° sur la proposition fondamentale relative au nombre des points, appartenant à certaines couronnes, en lesquels la fonction prend les diverses valeurs; 2° sur une formule limitant $T(r, g)$ lorsque $g(z)$ est méromorphe pour $|z| < 1$ et ne prend que N' fois au plus les valeurs 0, 1, ∞, formule qui généralise celle qui m'avait servi dans une autre question [2]. La présence de $g'(0)$ dans cette formule n'est pas gênante, le cas où $|g'(0)|$ est petit se traite à part de façon simple, il est donc inutile de chercher une formule genre Schottky; 3° sur le fait que lorsque $T(r, g)$ est borné par une certaine fonction de r, le nombre des points où $g(z)$ prend des valeurs suffisamment distantes de $g(0)$ est aussi borné.

Dans le cas où ρ est fini, on peut prendre

$$\varepsilon(n) = R^{-\eta(R)},$$

$\eta(R)$ tendant lentement vers zéro, on a

$$N = R^{\rho-\eta'(R)},$$

$\eta'(R)$ tendant aussi vers zéro; *le théorème de M. Borel reste donc vrai lorsqu'on se borne à considérer les points où $f(z) = a$ situés dans les cercles* $C(n, f)$.

Le résultat est encore valable pour une fonction méromorphe dans un cercle et d'ordre supérieur à 1; donc pour une fonction méromorphe dans un angle d'ouverture supérieure à $\frac{\pi}{\rho}$ et *d'ordre* supérieur ou égal à ρ dans un angle intérieur.

Il s'ensuit que, pour une fonction holomorphe autour du point à l'infini et d'ordre supérieur à $\frac{1}{2}$, il y a deux suites au moins de cercles $C(n, f)$ dont les arguments des centres ont respectivement pour limites deux nombres distincts; on peut également compléter un théorème de M. Bieberbach. Rien de semblable ne se produit pour les fonctions méromorphes, l'exemple des séries

$$\sum \frac{c_n}{z - a_n},$$

(1) *Compléments au théorème de Picard-Julia* (*Bulletin des Sciences math.*, 51, 1927, p. 167-183).

(2) *Remarque sur les suites de fonctions holomorphes* (*Bulletin des Sciences math.*, 50, 1926, p. 200-205).

où les a_n tendent vers l'infini et où $\Sigma|c_n|$ converge, montre qu'il existe des fonctions d'ordre fini aussi grand que l'on veut n'admettant qu'une direction de Julia, ou même de Picard.

Il est vraisemblable que le théorème donné ci-dessus reste valable pour les fonctions holomorphes d'ordre nul; il est d'ailleurs vrai pour les fonctions peu croissantes d'après un résultat de ma Thèse ([1]).

MÉCANIQUE. — *Sur la technique des modèles réduits de barrages déversoirs.* Note ([2]) de M. L. **Escande**, présentée par M. Rateau.

Dans une Note précédente ([3]), M. Camichel, M. Ricaud et moi-même, avions exposé les résultats obtenus dans la comparaison de deux modèles réduits d'un même barrage, dont le rapport de similitude était de 6,18. Nous avions constaté que les lois de similitude de Reech-Froude, se vérifiaient sensiblement pour les vitesses et les pressions. L'installation dont nous disposions alors ne nous permettaient pas d'effectuer la mesure du débit du plus grand modèle, et, par conséquent, de préciser s'il existait réellement une divergence qui, d'après nos mesures, ne pouvait être en tout cas que très faible.

Une nouvelle organisation du Laboratoire m'a permis de reprendre, sous la direction de M. Camichel, l'étude de cette question d'une manière beaucoup plus serrée, en l'étendant à des rapports de similitude plus élevés.

Nous avons étudié un barrage de 13^{m} de hauteur, en projet sur l'Hérault, barrage sur lequel doit déverser, lors de la crue maxima, un débit de 40^{m^3} par seconde par mètre courant.

Nous avons réalisé quatre modèles correspondant aux échelles suivantes : $\frac{1}{300}$, $\frac{1}{150}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{19,5}$, par rapport au barrage réel.

Les trois premiers étaient coulés en bronze, puis usinés à la fraiseuse, avec une précision supérieure au $\frac{1}{20}$ de millimètre.

La mesure de la charge se faisait en piquant directement la surface de l'eau au moyen d'aiguilles portées par des vis micrométriques graduées en centièmes de millimètre. La détermination des débits se faisait directement par jaugeage.

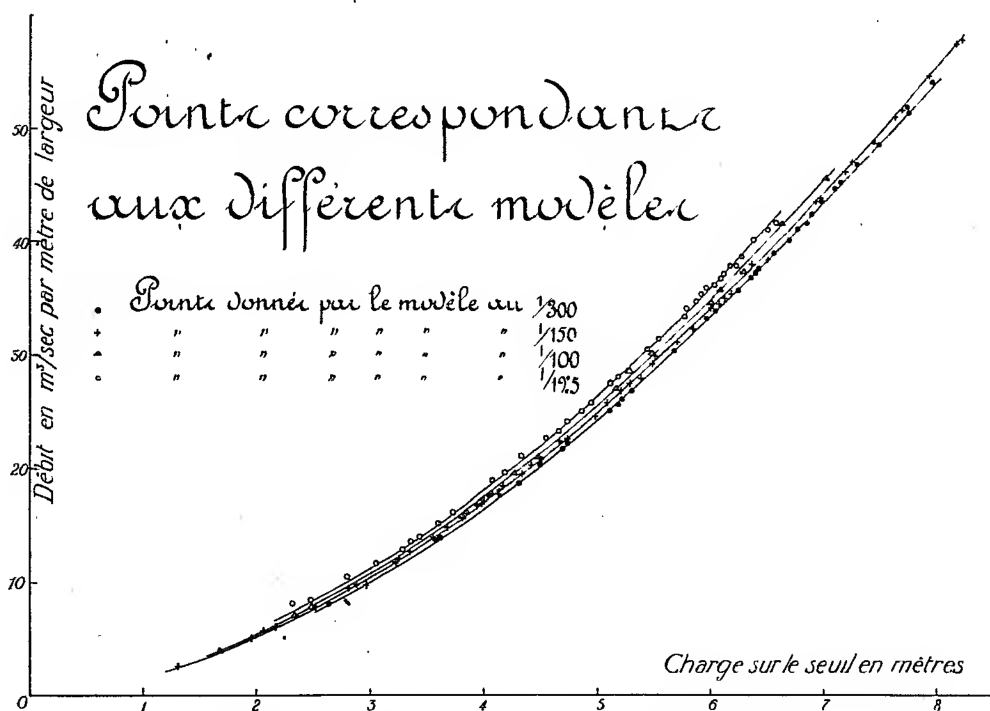
([1]) M. R Nevanlinna m'a d'ailleurs signalé récemment qu'il a obtenu par ses méthodes la démonstration du théorème de Julia-Ostrowski même dans le cas des fonctions d'ordre nul.

([2]) Séance du 27 décembre 1927.

([3]) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 99.

Le modèle au $\frac{1}{19,5}$, construit en ciment armé, était monté dans un canal dans lequel on pouvait faire passer en circulation continue des débits atteignant 800l/sec. Ces débits étaient mesurés par un ajutage *Venturi* monté sur la conduite qui alimentait le canal. Ce Venturi avait été taré préalablement de deux façons : d'une part, au moyen d'un *déversoir de Bazin* monté dans le canal, et d'autre part, au moyen d'un *bassin de jaugeage*.

Pour chaque modèle, nous avons étudié les variations du débit en fonction de la charge et en avons déduit la courbe correspondante pour le barrage réel en appliquant la loi de similitude, c'est-à-dire en multipliant les charges par λ et les débits par $\lambda^{\frac{5}{2}}$, λ désignant le rapport de similitude.



Détermination du débit d'un barrage par des expériences faites sur différents modèles.

La figure représente les courbes obtenues; elles ne coïncident pas : la divergence est systématique : pour une charge donnée, le débit indiqué est d'autant plus faible que le modèle est petit, ce qui s'explique par l'influence relativement plus grande des frottements, dont ne tient pas compte la loi du rapport des débits.

Deux points particuliers se dégagent de ces résultats :

1° Le débit indiqué par un modèle est inférieur au débit réel; l'erreur d'extrapolation est donc dans le sens de la sécurité.

2° La divergence augmente, lorsque l'échelle du modèle diminue, suivant une loi régulière; la précision du résultat exige donc l'emploi de modèles assez grands.

Au cours des expériences, nous avons observé l'existence, sur la partie supérieure du parement aval du barrage, d'une zone de tourbillons séparée de la lame déversante par une surface de discontinuité de la vitesse, l'épaisseur de cette zone augmentant avec la charge sur le seuil.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *La formule ferroviaire des transports extra-légers et ultra-rapides à grand rendement.* Note [1] de MM. **L. Hirschauer** et **A. Talon**, présentée par M. L. Lecornu.

L'équation d'équilibre à la vitesse V (km-h) d'un locomoteur ferroviaire de poids P (kg), de puissance W (C. V.) et de surface aérodynamique S(m^2), — si l'on met en évidence sous la forme $\frac{P}{W} = m$ et $\frac{P}{S} = \mu$, les coefficients caractéristiques de la puissance massique et de la résistance à l'avancement aux très grandes vitesses, — conduit à l'expression approchée de la vitesse limite $V = 39\sqrt[3]{\frac{\mu}{m}}$.

A titre comparatif, cette vitesse limite serait de l'ordre de 195 km-h pour un locomoteur électrique de $100^{t}/2000$ C. V. ($m = 50$, $\mu = 6000$); 430 km-h pour un automoteur profilé en forme de torpille de $125^{kg}/7$ C. V. ($m = 18$, $\mu = 25000$) et de 525 km-h pour un automoteur analogue, mais de puissance massique $m = 5$.

Ceci démontre la possibilité, tout au moins théorique, de réaliser, au moyen d'un bolide roulant sur voie de fer guidée, des vitesses maxima d'un ordre supérieur à celui des vitesses records de l'automobile et même de l'aéromobile à sustentation indépendante.

L'adaptation de la voie ferrée à des circulations extra-légères, moyennant l'adjonction de dispositifs appropriés de guidage et de retenue, et, le cas échéant, d'adhérence supplémentaire, ne manquerait donc pas d'accroître, dans de notables proportions, les données maxima de vitesse et de rende-

---

[1] Séance du 27 décembre 1927.

ment de ce système de transport jusqu'ici considéré comme le prototype des transports lourds.

Plus particulièrement, en ce qui concerne les très grandes vitesses, une superstructure suspendue réduite aux câbles principaux, aux suspentes et à une unique poutre de rigidité dont les membrures serviraient de rails de roulement, permettrait d'établir économiquement et rapidement des voies aériennes à gabarit transversal très réduit, affectées à des transports extra-légers (postes, finances, etc.) par obus électrodynamiques ultra-rapides suivant des réalisations qui, dans la pratique de l'industrie automobile et métallurgique, sont de l'ordre des possibilités actuelles.

L'automoteur ultra-rapide, dont la forme extérieure dériverait de celle de la torpille sous-marine (diamètre de $0^m,40$ au maître couple, allongement de 5, charge totale maximum : 125^{kg} dont 25^{kg} de fret utile, corps principal à surface extérieure soigneusement polie enveloppant à peu près complètement les organes de roulement) comporterait un double boggie moteur, à propulsion électrique. d'une puissance totale de 8 C. V., largement prévue pour permettre d'envisager, en toutes circonstances, sur un profil moyennement accidenté (rampes inférieures à 15^{mm} par mètre), une vitesse commerciale de 360 km-h.

Les vitesses de rotation maxima des organes de roulement, de guidage et de prise de courant atteindraient ainsi 6000 à 8000 t/m, valeurs élevées, mais dont la réalisation pratique peut être considérée aujourd'hui comme assurée avec toutes les garanties de sécurité désirables.

La superstructure aérienne comporterait de très longues portées, de l'ordre de 400 à 500^m, moins déformables sous une même surcharge isolée que les petites et moyennes travées, avec pylônes métalliques de 30 à 40^m de hauteur et poutre de rigidité axiale soutenue et stabilisée par les câbles paraboliques principaux en acier de haute résistance et les suspentes obliques en cordes de piano.

Le poids de cette superstructure élémentaire ne dépasserait pas 35^{kg} par mètre courant avec un coefficient de sécurité supérieur à 10, ce qui abaisserait à environ 100000^{fr} par kilomètre le prix d'établissement, aux cours actuels, de la ligne à deux voies superposées de $0^m,25$ d'écartement.

Enfin l'application d'un bloc d'alimentation automatique, suivant le principe des blocs de téléphérage, avec régulation asservie des automoteurs, permettrait d'assurer un débit horaire de plus de deux tonnes de charge utile dans chaque sens.

L'étude détaillée des données d'exploitation d'une telle ligne supposée

établie, sur une distance moyenne de 400^{km}, entre deux centres industriels et commerciaux de première importance, a permis d'établir qu'avec un service intensif de 4 heures par jour, complété par un service à départs espacés de 5 minutes pendant 7 heures et de 15 minutes pendant 5 heures, le prix de revient de la tonne kilométrique serait de l'ordre de 2^{fr}, en supposant utilisée la totalité du fret offert, ce qui correspond à une surtaxe de $0^{fr},015$ par pli de 20^{g} et de $0^{fr},80$ par colis de 1^{kg}, pour la distance considérée.

Toutefois, ces données ne sont valables que dans les conditions de rendement envisagées qui correspondent à un débit journalier d'environ 12 tonnes dans chaque sens. Si ce débit utile tombait à 1 tonne, le prix de revient s'élèverait à $22^{fr},40$, soit à un taux comparable à celui de la tonne kilométrique de transport aérien.

Sans doute, les avantages considérables de vitesse et de régularité de la voie de fer justifieraient la perception de très fortes surtaxes pour les plis comportant garantie d'un délai très réduit de distribution, mais ces surtaxes, croissant avec la longueur de la ligne, pourraient devenir rapidement prohibitives.

En résumé, la voie ferrée aérienne ultra-rapide, spécialisée aux transports extra-légers, ne saurait concurrencer l'avion sur de très longs parcours. Elle se justifierait, par contre, pleinement dans les pays où existent de très forts courants commerciaux, comme il s'en trouve, notamment, en Europe occidentale et, plus particulièrement, en France, où elle constituerait, par son rôle intermédiaire entre les liaisons télégraphiques ou téléphoniques, rapides mais succinctes, et les relations postales, beaucoup trop lentes, un instrument de développement économique de tout premier ordre.

ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE. — *Sur la puissance réactive.* Note (1) de M. **René Darbord**, présentée par M. Paul Janet.

Cette Note s'appuie sur la conservation de la puissance réactive, démontrée successivement par MM. Boucherot (2), Langevin (3) et Pomey (4).

(1) Séance du 19 décembre 1927.

(2) *Industrie électrique*, 35, 1926, p. 413.

(3) *Industrie électrique*, 21, 1912, p. 489.

(4) J.-B. Pomey, *Introduction de la théorie des courants téléphoniqaes*, 1920, p. 168.

On peut décomposer un réseau en éléments de trois sortes : résistances, capacités, circuits embrassant des flux (fluxeurs) :

1° Les résistances ne dépensent aucune puissance réactive.

2° La puissance réactive dépensée dans une capacité est

$$\Pi = \mathrm{UI}\sin\varphi = -\mathrm{UI} = -\mathrm{C}\omega\mathrm{U}^2 = -2\omega\mathrm{W}_e,$$

en appelant W_e l'énergie électrostatique moyenne.

3° Soit un circuit embrassant un flux *total* $\mathcal{F}$ et parcouru par le courant i. Nous nous limiterons au cas où i, $\mathcal{F}$ et par conséquent la f. c. é. m. $e = \frac{d\mathcal{F}}{dt}$ sont des fonctions sinusoïdales de même fréquence,

$$e = \mathrm{E}\sqrt{2}\sin\omega t, \qquad \text{d'où} \qquad \mathcal{F} = \frac{\mathrm{E}\sqrt{2}}{\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$
$$i = \mathrm{I}\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi).$$

A chaque instant, l'énergie magnétique correspondante est

$$\mathcal{W}_m = \frac{i\mathcal{F}}{2} = \frac{\mathrm{EI}}{\omega}\sin(\omega t - \varphi)\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

et sa valeur moyenne

$$\mathrm{W}_m = \frac{\mathrm{EI}\sin\varphi}{2\omega}.$$

La puissance réactive dépensée est donc

$$\Pi = \mathrm{EI}\sin\varphi = 2\omega\mathrm{W}_m.$$

Cette démonstration est valable quelle que soit la cause de variation du flux. Elle s'applique aussi bien à une bobine de réactance qu'à un enroulement d'alternateur, de transformateur, de moteur asynchrone.

En résumé, pour une portion quelconque de réseau,

$$\Pi = \Sigma\, 2\omega(\mathrm{W}_m - \mathrm{W}_e).$$

Ce résultat a été trouvé d'une autre façon par M. Pomey.

Soient deux réseaux reliés par un transformateur statique. L'énergie magnétique moyenne du transformateur se décompose en deux termes correspondant aux enroulements primaire et secondaire :

$$\mathrm{W}_m = \mathrm{W}_{m1} + \mathrm{W}_{m2} = \frac{\Pi_1}{2\omega} + \frac{\Pi_2}{2\omega}.$$

Le premier réseau fournit la puissance réactive Π_1 au primaire. On

retrouve la puissance réactive $-\Pi_2$ dans le second réseau, en dehors du transformateur. La perte est

$$\Pi_1 - (-\Pi_2) = \Pi_1 + \Pi_2 = 2\omega W_m.$$

Au total, il y a transfert de puissance réactive ([1]) avec une perte proportionnelle à l'énergie magnétique localisée dans le transformateur

$$U_1 I_1 \sin\varphi_1 = U_2 I_2 \sin\varphi_2 + 2\omega W_m.$$

Cette perte de puissance magnétisante est due à la magnétisation du fer et aussi aux fuites magnétiques.

Soient maintenant deux réseaux reliés par une machine à champ tournant. Les deux réseaux polyphasés sont de fréquences différentes (et peut-être à nombres de phases différents), mais toutes les grandeurs, i, e et $\mathcal{F}$ de chaque réseau, ont la même pulsation, ω_1 pour le premier, ω_2 pour le second. L'énergie magnétique moyenne de la machine est

$$W_m = W_{m_1} + W_{m_2} = \frac{\Pi_1}{2\omega_1} + \frac{\Pi_2}{2\omega_2}.$$

Ce qui se transmet d'un réseau à l'autre, c'est le quotient de la puissance réactive par la pulsation, avec une perte due à la magnétisation de la machine

$$\frac{U_1 I_1 \sin\varphi_1}{2\omega_1} = \frac{U_2 I_2 \sin\varphi_2}{2\omega_2} + W_m.$$

Cependant, la puissance réactive se conserve dans chaque réseau. Que signifie, physiquement, cette conservation? Pour n'importe quel réseau, la somme des puissances réactives est nulle, ce qui peut s'écrire

$$\Sigma 2\omega (W_m - W_e) = 0 \qquad \text{ou} \qquad \Sigma W_m = \Sigma W_e.$$

L'énergie magnétique localisée dans un ensemble électrique, comprenant des réseaux alternatifs et leurs enroulements continus, se décompose en plusieurs termes. L'énergie magnétique moyenne correspondant aux réseaux alternatifs est forcément égale à l'énergie électrostatique moyenne. Pour les enroulements continus, l'énergie magnétique n'est limitée par aucune loi analogue.

---

(1) P. Boucherot, *Industrie électrique*, 23, 1914, p. 277.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Recherches sur l'adsorption élective.* Note [1] de M. M. GELOSO et Mlle L.-S. LÉVY, présentée par M. J. Perrin.

Si l'on provoque la formation d'un précipité de bioxyde de manganèse au sein d'une solution acide de deux sels solubles, dont les cations seuls diffèrent, une partie de chacun de ces électrolytes est simultanément fixée sur la surface adsorbante.

Nous nous sommes proposé d'étudier expérimentalement la répartition des deux sels entre les phases liquide et solide.

Nous donnerons ici les résultats obtenus avec les sulfates de fer (III) et de cuivre (II). Au cours de ces recherches, on a opéré suivant la technique employée par l'un de nous dans des études antérieures sur l'adsorption [2].

Dans chaque série d'essais, et afin de simplifier les recherches, on a introduit une quantité constante de l'un des électrolytes, soit ici le sel de cuivre, faisant varier le rapport des concentrations *initiales* à l'aide du second. A *l'équilibre*, la concentration initiale du sel de cuivre, étant relativement grande, on peut, en première approximation, considérer comme constante la concentration du sel dissous.

Les courbes représentant l'adsorption du *fer* sont analogues à toutes les courbes d'adsorption. En coordonnées logarithmiques, les points se placent sur des droites obéissant chacune à la formule empirique de Freundlich [3].

On a effectué trois séries d'essais en présence de sulfate de cuivre, dont les concentrations, une fois l'équilibre atteint, varient entre elles comme 1, 2,5 et 5.

Si l'on porte sur un même diagramme [4] les droites correspondant à chacune des séries étudiées, on remarque qu'elles se rapprochent de plus en plus de la droite indiquée en pointillé sur la figure, et qui représente l'adsorption du *fer* en l'absence de sel de cuivre. Cette dernière substance n'exercerait donc une influence sensible sur l'adsorption du fer qu'à la condition d'être introduite sous une concentration minima d'environ 7 mol-mg par litre, dans les conditions où nous avons opéré.

---

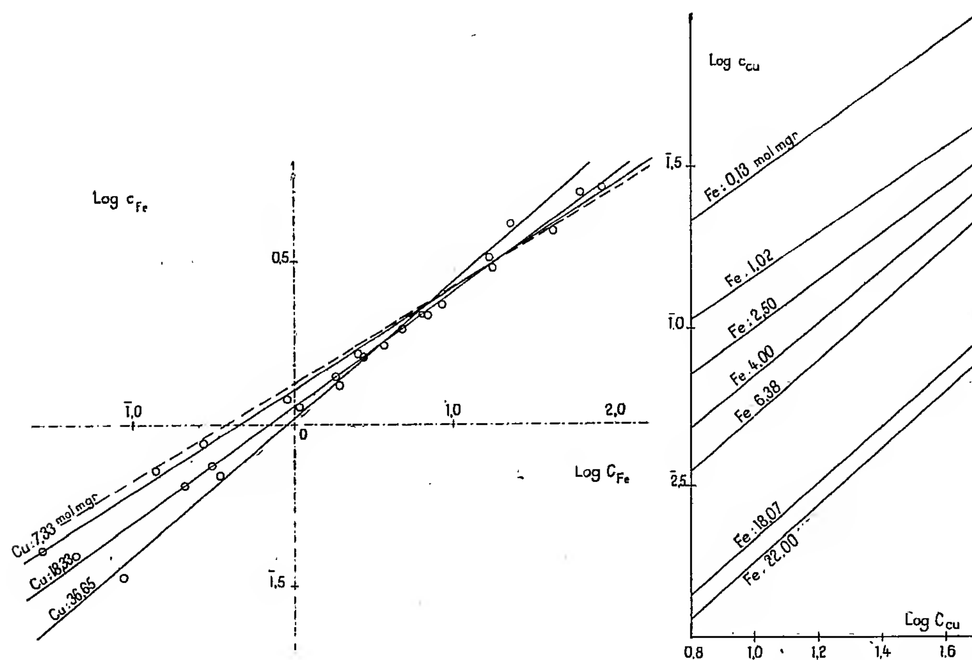
(1) Séance du 19 décembre 1927.

(2) *Ann. de Chim.*, 10e série, 6 et 7, 1926-1927, p. 352 et 113.

(3) *Zeitschr. für Phys. Chem.*, 57, 1907, p. 385.

(4) C_{Fe} = mol-mg par litre de fer restant en solution,
c_{Fe} = mol-mg de *fer* adsorbé.

De plus, les différentes droites se coupent. Il en résulte que pour des concentrations dans la phase liquide relativement faibles en sulfate de fer, le *fer* est d'autant moins adsorbé que la concentration en sel de cuivre est plus grande. Au contraire, pour les concentrations élevées, la présence de sel de cuivre favorise la condensation du *fer* sur le précipité. Ici, pour des concentrations à l'équilibre, supérieures à environ 10 mol-mg de *fer* adsorbé, la répartition de cette substance entre les deux phases est modifiée dans le sens d'une condensation plus grande, par une augmentation de la quantité de sulfate de cuivre en présence. Ce déplacement s'accentue encore à mesure qu'augmente la concentration en sel ferrique.



Il ne semble pas possible de préciser actuellement le mécanisme de l'action du cuivre sur l'adsorption du fer, ni de l'attribuer plutôt au cuivre de la solution qu'à celui qui se trouve condensé sur le précipité.

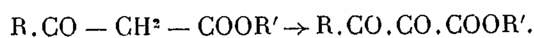
Enfin ce réseau de droites permet de construire les courbes représentatives du *cuivre* adsorbé en fonction du cuivre restant en solution, et ceci pour des concentrations constantes de sel ferrique à l'équilibre.

Pour une valeur arbitrairement choisie de la concentration du fer en solution, on obtient trois points de la courbe cherchée. Nous nous sommes placés autant que possible au voisinage des points expérimentaux.

On constate encore qu'en coordonnées logarithmiques, ces points se répartissent sur des droites. De plus, les quantités adsorbées diminuant à mesure que croît la quantité de fer présent, les points considérés se trouvent en deçà des points de rencontre de ces droites, en supposant qu'elles se coupent. Sans vouloir généraliser encore, il ressort nettement de ces résultats que, *dans l'adsorption simultanée des deux substances envisagées, la loi de répartition de l'une d'entre elles*, considérée isolément, *entre les phases solide et liquide n'est pas modifiée par la présence de l'autre; seule varie la valeur absolue de son adsorption.*

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les éthers chlorobenzoylacétiques.* Note (¹) de MM. **A. Wahl** et **J. Rolland**, présentée par M. C. Matignon.

Les chlorobenzoylacétates de méthyle que nous avons décrits (²), ont été soumis à l'action des vapeurs nitreuses au sein d'un mélange d'anhydride acétique et d'éther anhydre. On sait que cette réaction a permis de remplacer, dans plusieurs cas, la fonction méthylénique par un groupe carbonyle et qu'elle a été étendue dans la suite à un assez grand nombre d'éthers acylacétiques (³). Ceux-ci sont ainsi transformés en éthers α.β-dicétoniques



$$R.CO - CH^2 - COOR' \rightarrow R.CO.CO.COOR'.$$

Cette réaction réussit aisément lorsque R est un radical aliphatique et aussi lorsqu'il est constitué par le noyau benzénique, comme dans les éthers benzoylacétiques ou leurs dérivés paraméthoxylés (⁴). Mais nous avons constaté qu'elle est plus délicate lorsqu'il s'agit des dérivés chlorés de l'éther benzoylacétique. En effet, malgré les précautions que nous avons prises, la distillation dans le vide ne nous a pas permis de séparer, comme d'habitude, les éthers α.β-dicétoniques; il se produit une décomposition presque complète avec formation de gaz et régénération d'acide chlorobenzoïque correspondant. La présence de cet acide se constate d'ailleurs avant la distillation, car il cristallise déjà pendant le passage des vapeurs nitreuses.

Nous avons cependant pu mettre en évidence, la formation des éthers

(¹) Séance du 27 décembre 1927.

(²) A. Wahl, J. Rolland, Mlle A. Aufholz, *Bull. Soc. chim.*, 39, 1926, p. 23.

(³) Bouveault et Wahl, *Comptes rendus*, 138, 1904, p. 1221; 139, 1904, p. 134.

(⁴) *Comptes rendus*, 144, 1907, p. 212, 569; 154, 1912, p. 1237; 155, 1912, p. 49.

α.β-dicétoniques cherchés, en les caractérisant par quelques-uns de leurs dérivés.

La solution éthéro-acétique est distillée dans le vide au bain-marie, et le résidu qui constitue une huile jaune est lavé avec de l'eau, puis avec une solution glacée de bicarbonate de sodium et de nouveau avec l'eau. L'huile restante est alors traitée à froid par une solution de phénylhydrazine dans l'acide acétique et abandonnée dans le vide sur de la soude caustique. On obtient ainsi une masse cristalline inhomogène, formée d'aiguilles jaune clair mélangées à des cristaux rouges. Il est aisé de les séparer; l'acide acétique chaud dissolvant les aiguilles et laissant les cristaux rouges. Une recristallisation des premiers dans l'acide acétique et des seconds dans la pyridine les fournit à l'état pur; les trois éthers ortho, méta et parachlorés ont donné des résultats semblables.

Les cristaux jaunes sont identiques avec les *benzène-azo-chloro-benzoylacétates de méthyle* qui s'obtiennent en faisant agir le chlorure de diazonium sur l'éther β-cétonique en milieu hydroalcoolique et en présence d'acétate de sodium. Les caractéristiques de ces dérivés sont les suivants :

Benzène-azo-orthochlorobenzoylacétate de méthyle. — Cristaux jaunes. F. 95°-96°.

Benzène-azo-métachlorobenzoylacétate de méthyle. — F. 132°.

Benzène-azo-parachlorobenzoylacétate de méthyle. — F. 90°-91°.

Quant aux cristaux rouges, ils résultent de la réaction de 2^{mol} de phénylhydrazine, avec cyclisation. Ces composés ont, en effet, été identifiés d'une part avec les produits résultant de la réaction de la phénylhydrazine sur les azoïques mixtes précédents, et d'autre part avec les azoïques obtenus par combinaison des pyrazolones avec le chlorure de diazonium.

Les caractères de ces composés sont les suivants :

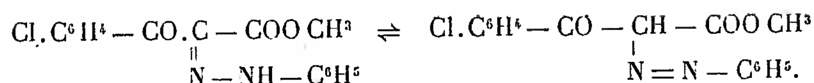
Phényl-1-orthochloro-3-phénylhydrazo-4-pyrazolone-5. — Cristaux rouges. F. 195°.

Phényl-1-métachloro-3-phénylhydrazo-4-pyrazolone-5. — F. 166°-167°.

Phényl-1-parachloro-3-phénylhydrazo-4-pyrazolone-5. — Cristaux rouges. F. 204°.

La formation des éthers α.β-dicétoniques (chlorobenzoylglyoxylate) dans la réaction des vapeurs nitreuses sur les chlorobenzoylacétates est la première conclusion qui résulte de ces faits. La seconde, c'est l'activité prédominante, dans les chlorobenzoylglyoxylates de la fonction cétonique voisine du carboxyle, mise en évidence par la formation des phénylhydra-

zones, identiques avec les azoïques mixtes :



Ce résultat est conforme à celui qui a été observé dans le cas des éthers benzoyl et anisoylglyoxyliques ([1]).

Les éthers acylglyoxyliques se comportent donc très différemment vis-à-vis de la phénylhydrazine suivant la nature du radical acylé. On a démontré en effet que, dans l'éther acétylglyoxylique, c'est au contraire le carbonyle β dont l'activité est la plus grande puisqu'il réagit le premier ([2]).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transposition intramoléculaire par action photochimique.* Note ([3]) de Mme **Ramart-Lucas** et M. **F. Salmon-Legagneur**, présentée par M. A. Desgrez.

Dans une précédente Communication l'un de nous ([4]), après avoir admis que le même phénomène élémentaire qui permet la réaction entre molécules voisines peut se produire à l'intérieur d'une molécule entre les éléments qui la composent, a proposé d'expliquer les transpositions intramoléculaires en utilisant la notion de *semivalence* ([5]) qui explique de façon heureuse les composés d'addition intermédiaires des réactions plurimoléculaires.

C'est ainsi que, pour les transpositions monomoléculaires, nous avons supposé que la transformation $A \rightleftarrows A'$ se faisait par l'intermédiaire d'une molécule peu stable α dans laquelle certains atomes sont liés par des *semivalences* moins robustes que les covalences. La transposition peut alors s'expliquer par simple migration d'électrons entre atomes voisins.

Une des transpositions intramoléculaires les plus intéressantes est celle que subissent certains alcoylhalogènes quand on les chauffe sous pression. Par exemple la transformation : bromure d'isobutyle $\leftrightarrows$ bromure de butyle tertiaire. C'est, parmi les transpositions monomoléculaires, l'une de celles

([1]) *Bull. Soc. chim.*, 13, 1913, p. 468.
([2]) *Ibid.*, 33, 1905, p. 490.
([3]) Séance du 27 décembre 1927.
([4]) Mme Ramart-Lucas, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 561 et 718.
([5]) Jean Perrin, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 557.

qui ont le plus attiré l'attention des chimistes; elle est remarquablement simple, elle est réversible, et peut se produire par le seul effet de la chaleur.

Eltékof [1], Menschutkin et Konovalow [2], Alexeew [3], V. Meyer et Pond [4], etc., cherchèrent à interpréter cette réaction dans le sens d'une dissociation :

$$(CH^3)^2.CH.CH^2.Br \rightarrow (CH^3)^2.C = CH^2 + HBr \rightarrow (CH^3)^2.CBr.CH^3.$$

Michaël et Leupold [5] reprirent ces travaux et purent établir : que si l'on chauffe le bromure d'isobutyle à l'ébullition (91°) pendant 300 heures, il ne subit aucune transformation, mais que, si on le chauffe, en tube scellé, à 110° pendant 200 heures, il se transforme dans la proportion de 60 pour 100 en dérivé tertiaire. Ils ont en définitive estimé qu'aucune dissociation ne se produit.

Nous pouvons, en effet, supposer que par un mécanisme purement intérieur à la molécule, sous l'influence de chaleur, de radiations, ou de catalyseurs, l'halogénure soit susceptible de prendre une forme peu stable laquelle pourrait se transformer ou bien en molécule (A) suivant (I), ou bien en molécule (A′) suivant (II) :

$$\underset{(A)}{(R)^2CH.CH^2Br} \leftarrow \underset{(I)}{R\text{-}\overset{R}{C}(H)(Br)CH^2} \leftarrow \underset{(\alpha)}{R\text{-}\overset{R}{C}(H)(Br)CH^2} \rightarrow \underset{(II)}{R\text{-}\overset{R}{C}(H)(Br)CH^2} \rightarrow \underset{(A')}{(R)^2CBr.CH^3}$$

On voit que si la réaction se passe de la sorte il ne se produit aucune dissociation lors de la transposition, chaque atome restant lié à chaque instant par au moins un électron au reste de la molécule.

Nous avons pensé que la lumière, qui peut se substituer à l'agitation thermique pour déterminer certaines réactions plurimoléculaires, doit pouvoir opérer des transpositions intramoléculaires et, en particulier, celles qui nous occupent.

L'expérience a confirmé nos prévisions : en soumettant à la pression et à la température ordinaire du bromure d'isobutyle à l'action des rayons

(1) Eltékof, *Ber. deut. Ges.*, 6, 1873, p. 1258.
(2) Menschutkin et Konovalow, *Ber. deut. Ges.*, 17, 1884, p. 1374.
(3) Alexeew, *Ber. deut. Ges.*, 18, 1885, p. 2808.
(4) V. Meyer et Pond, *Ber. deut. Ges.*, 37, 1904, p. 1374.
(5) Michaël et Leupold, *Annales de Liebig*, 379-380, 1910, p. 263.

ultraviolets, nous avons obtenu du bromure de butyle tertiaire sans qu'il y ait aucune trace de dissociation en $(CH^3)^2C = CH^2$ et HBr.

Nous avons reconnu tout d'abord la formation de bromure tertiaire par l'aspect des spectres d'absorption avant et après irradiation de quelques heures; puis, de façon précise, nous avons dosé, par la méthode de Michaël, le bromure tertiaire apparu.

A titre d'exemple de mesures dont le détail suivra, nous avons obtenu après 4 heures d'irradiation par une lampe à mercure 4 pour 100 de bromure tertiaire, et après 48 heures 13,5 pour 100 (fréquences actives supérieures à 10^{15}).

Des résultats identiques s'indiquent pour le bromure de propyle que la lumière ultraviolette transforme partiellement en bromure d'isopropyle.

En résumé, au moins certaines transpositions intramoléculaires peuvent être produites par la seule action de la lumière sans qu'il se manifeste de dissociation préalable. (Une telle transposition s'effectuerait par simple migration d'électrons à l'intérieur d'un système matériel qui reste à chaque instant une molécule unique.)

GÉOLOGIE. — *Sur un gisement de végétaux triasiques près de Saint-Jean-de Maurienne (Savoie).* Note (¹) de M. **M. Gignoux**, présentée par M. Pierre Termier.

La feuille *Saint-Jean-de-Maurienne* de la Carte géologique au $\frac{1}{80000}$ indique un pointement isolé de *terrain carbonifère* dans le Trias qui forme les pentes nord du mont Charvin, au sud-est de Saint-Jean-de-Maurienne. Ce pointement apparaît dans des conditions assez anormales, car nous sommes ici, non seulement très loin de la *zone houillère* du Briançonnais, mais encore un peu à l'ouest du bord de la zone de l'Embrunais (nappe des Aiguilles d'Arves).

Aussi ai-je eu l'idée de revoir cet affleurement l'été dernier. On le retrouvera facilement en suivant, pendant quelques centaines de mètres, le chemin forestier qui se détache, vers le Nord, du coude de la route de Saint-Jean-d'Arves au-dessus du hameau de Charvin. Là, à une altitude de 1100^m environ, pointent au milieu des gypses triasiques des roches d'aspect assez insolite pour qui est habitué à la stratigraphie de la région : ce sont des

(¹) Séance du 27 décembre 1927.

schistes noirs et luisants, micacés, d'aspect houiller, associés à des roches plus claires, argilites verdâtres ou brunâtres, grès micacés, quartzites verts. L'ensemble a un faciès qui s'écarte beaucoup de celui du Trias classique de la même région. Aussi s'explique-t-on que MM. P. Lory et V. Paquier, qui ont découvert cet affleurement ([1]), aient attribué tout ce complexe au Houiller.

J'ai eu la chance d'y trouver des empreintes végétales que MM. P. Bertrand et P. Pruvost ont bien voulu examiner : un échantillon de schiste gréseux noir est considéré par eux comme pouvant représenter un ancien sol de végétation, avec traces de racines en place; mais surtout M. P. Bertrand a pu reconnaître nettement, dans un fragment d'argilite grise, des empreintes d'*Equisetites arenaceus* Jaeger, du Trias : « la structure des nœuds ne laisse place à aucun doute sur cette détermination ».

Ainsi le prétendu complexe houiller du Charvin doit être rapporté indubitablement au Trias ([2]). Quelle en est la signification?

Ce n'est pas la première fois que l'on signale dans le Trias de la zone alpine externe des *faciès à végétaux* simulant le Houiller et ayant effectivement donné lieu à des méprises. Le premier, M. Lugeon, a signalé dans le vallon de Rosseline, au nord de Morcles, sur le bord septentrional des Aiguilles-Rouges, des charbons triasiques, crus autrefois houillers. Plus au Sud, MM. de Loys, Collet et Paréjas, au col du Jorat et au Belvédère des Aiguilles-Rouges, mentionnent des schistes noirs qu'ils appellent schistes à *Equisetum*, car, bien que ne contenant pas d'empreintes végétales, ils ressemblent beaucoup à des schistes triasiques de la vallée de Lauterbrunnen (bord nord du massif de l'Aar) dans lesquels Gerber a découvert des empreintes d'*Equisetum*, revues en 1924 par W. Bruderer. Tout récemment ([3]), MM. Corbin et Oulianoff sont conduits à attribuer au Trias des schistes noirs affleurant aux Praz de Chamonix et considérés jusqu'alors comme carbonifères. Plus au Sud encore, dans la région de Mégève (soubassement du mont Joly), M. Lugeon a été amené à rattacher au Trias des assises charbonneuses que M. Paréjas avait d'abord attribuées au Carbonifère. Enfin M. P. Lory a signalé dans le Trias de La Valette (nord-est de La Mure d'Isère) des grès noirs micacés simulant des grès houillers.

Partout où l'on peut préciser leur position stratigraphique (ce qui n'est

([1]) *In* Kilian et Révil, *Études géologiques dans les Alpes occidentales*, 2, i, p. 72.

([2]) C'est ce que laissaient déjà prévoir les réserves faites par W. Kilian (*loc. cit.*).

([3]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1145.

pas le cas au Charvin), ces assises charbonneuses et ces schistes à *Equisetum* doivent être attribués, non au Trias inférieur (grès à *Voltzia*), mais bien à la *Lettenkohle* ou au *Keuper* (faciès des grès à Roseaux). Or il est intéressant de rappeler que les quartzites de Pramelier (au-dessus de la Grave), situés à peu près dans la même zone tectonique que notre complexe triasique du Charvin, étaient comparés par W. Kilian aux vrais quartzites du Trias inférieur briançonnais : W. Kilian voyait là une preuve de la solidarité, au point de vue des faciès, entre la zone du Briançonnais et la zone alpine externe : cet argument tomberait si l'on pouvait admettre que les roches de Pramelier sont, comme celles du Charvin, des pseudo-quartzites appartenant au Trias supérieur.

D'ailleurs, à un autre point de vue, ces grès triasiques de la zone externe, d'origine certainement *continentale,* s'opposent aux vrais quartzites briançonnais, très puissants, très purs, très homogènes, résultant d'un parfait triage des grains de sable et ne pouvant guère être considérés que comme témoins d'anciennes plages, ou, à la rigueur, d'anciennes dunes. Cette origine continentale, jointe au caractère très sporadique et local de leur développement, nous interdit d'utiliser ces formations gréseuses de la zone externe, comme l'a tenté M. Paréjas, pour retracer l'histoire des mouvements des mers triasiques autour des massifs cristallins.

Rappelons enfin que les *Equisetites* du Trias de Saint-Jean-de-Maurienne définissent le *deuxième gisement connu de fossiles triasiques déterminables* dans la zone externe des Alpes françaises, le premier correspondant aux calcaires dolomitiques à *Myophoria Goldfussi* découverts en 1925 au cours d'une excursion des Élèves de l'École des Mines de Paris dirigée par M. P. Termier (¹).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Contribution à l'étude de la synthèse biochimique des glycérides. Sur la réversibilité de l'action diastasique du cytoplasme de la graine de ricin.* Note (²) de MM. **Albert Morel** et **Léon Velluz**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Armstrong et Gosney (³) ont, en 1913 et 1915, apporté des précisions sur la synthèse biochimique des glycérides. Ces chimistes ont en effet

(¹) P. Jodot, *Bull. Soc. géol. France*, 4ᵉ série, 26, 1926, p. 139.
(²) Séance du 27 décembre 1927.
(³) Armstrong et Gosney *Proc. Royal Soc.*, série B, 86, p. 586, et 88, p. 176.

montré que la graine de ricin, traitée suivant la technique de Tanaka [1] (décortication, broyage, dégraissage, activation par l'acide acétique dilué, lavage à l'eau, essorage, dessiccation dans le vide), permet d'obtenir à partir de la glycérine et des acides gras de l'huile d'olive un diglycéride, qu'ils ont isolé et dont la proportion varie, suivant les concentrations initiales. Comme cette même diastase est susceptible de saponifier la trioléine, en présence d'eau, la réversibilité de l'action diastasique du produit de Tanaka était de ce fait démontrée : découverte dont ses auteurs ont signalé toute l'importance [2].

Nous nous sommes proposé de rapprocher ces résultats de ceux obtenus antérieurement par Maurice Nicloux [3], qui a eu le très grand mérite de montrer que l'activité lipolytique de la graine est tout entière localisée, dans le cytoplasme, dont il a donné des modes de préparation à l'état pur. Les expériences mentionnées ci-dessous nous ont montré, à leur tour, que c'est à ce même cytoplasme qu'il faut rapporter toute l'activité synthétisante de la graine de ricin, tandis que la complexité du ferment de Tanaka, qui n'a pas subi les purifications de la « lipaséidine » de Nicloux, ne permettait pas, en toute rigueur, d'attribuer au même substratum les deux activités diastasiques opposées.

Nous avons donc mis en œuvre le cytoplasme de la graine de ricin, préparé suivant la technique de Nicloux (lipaséidine). Le ferment ainsi obtenu ne présente aucune activité synthétisante ou hydrolysante en l'absence d'électrolytes surajoutés; de plus sa destruction rapide par une quantité, même faible d'eau, sur laquelle Nicloux a insisté, interdit de l'activer selon la méthode de Tanaka. Des essais d'activation effectués à l'aide de glycérine et d'acide acétique cristallisable en proportions convenables (glycérine acétique N/10) ont été négatifs, aussi bien par action directe sur le ferment, que par action d'une suspension de ce ferment dans les acides gras de l'huile d'olive. Mais nous avons pu réaliser l'activation à l'aide d'une solution aqueuse N/10 d'acide acétique, en protégeant le ferment au préalable par une pellicule d'huile. Notre technique a été la suivante : 10^g de cytoplasme

---

(1) TANAKA, *Journ. Col. Engin. Tokio imper. University*, 5, 1910, p. 25.

(2) Rappelons que les premiers faits de ce genre ont été observés par Pottevin à l'aide d'une préparation de pancréas, *Comptes rendus*, 138, 1904, p. 378.

(3) MAURICE NICLOUX, *Comptes rendus*, 138, 1904, p. 1112, 1175, 1288 et 1352, et 139, 1904, p. 143; *Bull. Soc. Biologie*, 56, 1904, p. 701, 839 et 868, et 57, 1904, p. 84 et 175; *Proc. Royal Soc.* série B, 78, 1906, p. 454, et *Thèse de Doctorat ès Sciences physiques*, Paris, 1906, p. 14 et suiv.

sec, correspondant à 70^{g} de graines de ricin décortiquées, sont mis en suspension dans 20^{g} d'huile d'olive; on ajoute à la suspension fine ainsi obtenue 80$^{cm^3}$ d'acide acétique N/10. L'agitation conduit à une émulsion stable, qu'on abandonne à l'étuve à 37° pendant 1 heure. Une centrifugation rapide détruit cette émulsion, sans toutefois permettre une séparation complète de l'eau. C'est pourquoi la suspension huileuse est essorée, et le résidu, dégraissé par l'éther ordinaire, d'où on le sépare par centrifugation, est desséché dans le vide en présence d'acide sulfurique pendant 24 heures, et employé de suite, en évitant un séjour prolongé à l'air humide. On obtient un produit, dont la pulvérisation et la mise en suspension dans un corps gras sont très faciles.

Par l'absence des éléments de la graine autres que le cytoplasme et en particulier d'aleurone, on évite d'obtenir un produit de consistance cornée. Le rendement est de 45 pour 100 parties de cytoplasme, soit 6,4 pour 100 parties de graines décortiquées.

Pour mesurer ses pouvoirs hydrolysant et synthétisant, ce ferment a été mis en présence d'huile d'olive et d'eau dans un cas, d'acides gras de l'huile d'olive et de glycérine, desséchée au préalable sur du sulfate de sodium anhydre. Les mélanges ont été placés dans une étuve à 37°, dans des ballons à essais bouchés, soumis, suivant les indications d'Armstrong et Gosney, à une rotation lente, pour assurer l'homogénéité de chaque mélange. La valeur limite de chaque phénomène diastasique, obtenue le plus souvent en 48 heures, a été seule consignée dans le tableau suivant; elle a été déterminée expérimentalement par dosage acidimétrique en solution hydro-alcoolique.

I. — *Expériences d'hydrolyse.*

Ferment : 0^{g},50; huile d'olive : 5^{g} (1^{mol}).

		En centièmes d'acides libérés.		
		I.	II.	Moyenne.
Eau distillée	0^{g},10 (1^{mol})...........	37,8	37,5	37,65
	0^{g},20 (2^{mol})...........	50,0	50,0	50,0
	0^{g},30 (3^{mol})...........	57,9	58,3	58,1

II. — *Expériences de synthèse.*

Ferment : 0^{g},50; acides gras de l'huile d'olive : 4^{g},84 (3^{mol}).

		En centièmes d'acides combinés.		
		I.	II.	Moyenne.
Glycérine desséchée	0^{g},53 (3^{mol})...........	41,9	43,7	42,8
	0^{g},80 (1^{mol},5)...........	50,0	50,0	50,0
	1^{g},06 (2^{mol})...........	56,4	53,4	54,9

Conclusion. — Le cytoplasme pur de la graine de ricin, activé suivant notre technique, après avoir été isolé par la méthode de Nicloux, permet donc d'obtenir des limites d'actions diastasiques opposées, semblables à celles obtenues par Armstrong et Gosney à l'aide du ferment de Tanaka, ce qui nous autorise à y localiser à côté de l'activité hydrolysante signalée par Nicloux l'activité synthétisante observée par ces deux savants dans un produit plus complexe. De plus, la mise en œuvre d'un ferment plus pur et la réalisation d'une plus grande intimité entre les corps réagissants nous paraissent autoriser son choix pour une étude expérimentale numérique destinée à servir de base à une interprétation théorique de ces phénomènes.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Identité du Spirochète de la Musaraigne et du Spirochète humain dakarois.* Note (¹) de M. **Constant Mathis**, présentée par M. F. Mesnil.

La découverte chez la Musaraigne, en 1917, par A. Leger, à Dakar, d'un Spirochète présentant les plus grandes ressemblances avec les agents des fièvres récurrentes humaines permettait de supposer que cet insectivore jouait le rôle de réservoir de virus vis-à-vis d'une spirochétose méconnue. Pour établir le bien-fondé de cette hypothèse suggérée, dès 1917, par F. Mesnil, reprise par A. Leger, puis par M. Leger, il fallait démontrer d'abord que *Sp. crocidurae* A. Leger 1917 était pathogène pour l'Homme, ensuite que Dakar était un foyer endémique de typhus récurrent, enfin que le Spirochète humain dakarois était identique à *Sp. crocidurae.*

En 1926, nous avons donné la preuve expérimentale que le Spirochète de la Musaraigne était virulent pour l'Homme, et tout récemment la constatation, en moins d'un an, de 6 cas de spirochétose humaine, à Dakar, nous autorisait à affirmer que cette ville était un foyer endémique de typhus récurrent. L'étude comparative que nous avons faite des souches humaines isolées nous a montré qu'elles appartenaient toutes à un même virus récurrent.

Il nous reste maintenant à démontrer que ce virus humain s'identifie au virus de la Musaraigne.

Une première preuve nous est fournie par la réceptivité des animaux de laboratoire qui réagissent d'une façon semblable aux deux virus.

(¹) Séance du 27 décembre 1927.

La Souris grise s'infecte à tout coup et par les mêmes voies conjonctivale, sous-cutanée, péritonéale, avec l'un ou l'autre virus. La période d'incubation est de même durée, les infections mortelles s'observent dans les mêmes proportions et la guérison, quand elle survient, est acquise vers le 45e jour.

Chez le Singe, les parasites ne sont jamais nombreux dans le sang périphérique. Pas plus avec le virus musaraigne qu'avec le virus humain, on n'observe chez le Cynocéphale et le Cercopithèque d'élévation thermique très marquée ou prolongée.

Chez le Lapin et plus encore chez le Cobaye, les Spirochètes ne se montrent qu'en très petit nombre dans la circulation périphérique et sans symptôme clinique.

Chez l'Homme enfin, il y a un caractère qui rapproche l'infection expérimentale par le virus musaraigne de l'infection naturelle par le virus humain, c'est la rareté et parfois l'absence de parasites dans le sang périphérique. Cette rareté nous donne l'explication du petit nombre de cas de typhus récurrent qui ont été rapportés jusqu'ici. Pour dépister, avec certitude, la spirochètose récurrente dakaroise, il faut recourir à l'inoculation à la souris.

Le second argument, en faveur de l'identité des deux virus, nous est donné par l'épreuve de l'immunisation croisée qui peut être complète mais est le plus souvent incomplète. Cependant, même dans ce cas, elle est toujours très nette, comme on peut s'en rendre compte en comparant l'évolution de l'infection chez l'animal immunisé et chez les témoins. Il convient d'ailleurs de noter qu'on a souvent la même immunité incomplète quand on réinocule à l'animal guéri le *même* spirochète qui avait servi à l'infecter.

L'animal de choix pour ces expériences est la Souris (blanche ou grise) chez laquelle on peut suivre quotidiennement la marche de l'infection sanguine. Le Singe (du moins les espèces sénégalaises) convient moins bien, car, chez lui, les parasites ne se révèlent que rarement à l'examen direct, il n'est pas possible d'apprécier le degré de l'infection sanguine (1).

Nous avons fait un grand nombre d'expériences, mais nous n'en rapporterons que quatre.

A. *Immunité conférée par le virus humain contre le virus musaraigne.* — Expérience 20 : Une Souris est inoculée, le 12 septembre 1927, avec une souche de virus humain (Talmath I); 44 jours après, elle est réinoculée avec le virus musaraigne. Au sixième jour, elle montre des Spirochètes

(1) M. Leger (*Rev. Méd. et Hyg. col.*, **19**, 1927, p. 111) a pourtant obtenu quelques résultats de même ordre que les nôtres en utilisant des cercopithèques ou cercocèbes.

excessivement rares; au huitième jour, des Spirochètes rares, et elle résiste. Sur six souris témoins, trois font une infection mortelle, les autres guérissent mais après avoir montré des parasites très nombreux dans leur sang.

Expérience 24 : Une Souris est inoculée, le 15 septembre 1927, avec une souche de virus humain (Laprade); elle est réinoculée, 51 jours après, avec le virus musaraigne. Elle ne présente des Spirochètes que deux fois, au cinquième et au septième jour, et en nombre excessivement rare. Les quatre Souris témoins succombent avec des parasites nombreux et excessivement nombreux.

B. *Immunité conférée par le virus musaraigne contre le virus humain.* — Expérience 19 : Une Souris est inoculée, le 2 août 1927, avec le virus musaraigne; 55 jours après, elle est réinoculée avec une souche de virus humain (Ouakam). L'animal immunisé ne montre aucun Spirochète. Sur six Souris témoins, trois succombent avec des parasites nombreux, les autres font une infection moyenne.

Expérience 30 : Une Souris est inoculée, le 3 octobre 1927, avec le virus musaraigne; 60 jours après, elle est réinoculée avec une souche de virus humain (Talmath II). Elle montre des Spirochètes très rares et excessivement rares au cinquième et au sixième jour après l'inoculation. Les six Souris témoins présentent des parasites nombreux et excessivement nombreux.

Conclusions. — Ni l'observation, ni l'expérimentation ne permettent de séparer le Spirochète de la Musaraigne du Spirochète récurrent humain dakarois; nous nous croyons donc en droit de conclure à leur identité.

Il serait maintenant important de trouver l'agent de transmission de ce Spirochète à la Musaraigne (hôte habituel) et de celle-ci à l'Homme (hôte occasionnel). A Dakar, il n'a jamais été signalé d'Ornithodores. Mais, sur les conseils de M. Ch. Nicolle, nous avons examiné le sable de quelques terriers de Musaraignes et nous y avons constaté parfois la présence de nymphes de tiques dont il reste à préciser l'espèce et le rôle dans la transmission de la spirochétose humaine dakaroise.

La séance est levée à 16^{h}.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 9 JANVIER 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 30 décembre 1927, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de Sir **Ernest Rutherford** pour occuper la place d'Associé étranger vacante par le décès de M. *Charles Walcott*.

Il est donné lecture de ce décret.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Bilmann**, professeur à l'Université de Copenhague, qui assiste à la séance.

GÉOLOGIE. — *La nappe des Aiguilles d'Arves entre le Lautaret et la Vallouise.* Note (1) de M. **Pierre Termier**.

La *nappe des Aiguilles d'Arves* (Jean Boussac), ou *nappe de l'Embrunais* (Émile Haug), est la plus basse des unités tectoniques accumulées qui constituent le paquet de nappes des Alpes françaises. Elle repose sur le pays autochtone qui comprend les massifs cristallins du Mercantour, du Pelvoux, du Mont Blanc et leur couverture sédimentaire. Elle a sur elle la nappe du Briançonnais. Elle est caractérisée dans ses affleurements par le grand développement qu'y prennent les terrains paléogènes. Elle apparaît comme un large et profond synclinal nummulitique, probablement très complexe, c'est-

---

(1) Séance du 3 janvier 1928.

à-dire accidenté de très nombreux replis; replis manifestés, çà et là, par la survenue, au milieu des assises tertiaires, de minces lames anticlinales faites de terrains secondaires. Mais ces lames sont rares; et rien ne manifeste mieux que leur rareté l'épaisseur immense que, dans le synclinal en question, ont eue à l'origine et même ont encore les étages du Nummulitique. De cette épaisseur, nous n'avons d'ailleurs aucune mesure précise. Quand la bande qui représente l'affleurement de la nappe est étroite, comme au Lautaret, on est tenté de croire que le Nummulitique est ici peu de chose; mais bientôt, de part et d'autre, la bande s'élargit et comprend de hautes montagnes; on voit alors que la puissance réelle du Nummulitique atteint 2000^{m}, peut-être davantage. L'étroitesse de la bande d'affleurements, là où elle est étroite, est donc un *resserrement tectonique*. D'où la véritable définition de l'unité Aiguilles d'Arves : elle est le produit du resserrement et du déversement d'un synclinal complexe formé aux dépens d'une région où le Nummulitique avait une énorme épaisseur; ce synclinal s'en va très loin, à l'Est, en profondeur, sous la nappe du Briançonnais qui, dans son ensemble et abstraction faite de ses replis originels et de ses plissements secondaires, est elle-même un grand anticlinal couché et charrié sur le pays nummulitique.

Nous avons depuis peu, grâce à M. Schoeller (1), une connaissance beaucoup plus exacte de la bande d'affleurements de la nappe des Aiguilles d'Arves dans la Tarentaise et la Maurienne, et un essai de poursuite de cette même bande en Suisse et en Italie. Je veux aujourd'hui la décrire sommairement le long du bord oriental du Pelvoux, entre le Lautaret et la Vallouise : c'est un parcours d'environ 25^{km} où la bande est toujours fort étroite et même, localement, entre le Rocher de l'Yret et les Neyzets, disparaît entièrement, *réduite à zéro* (2). Sa largeur, près du Lautaret, est voisine de 1^{km}; elle est de 400 ou 500^{m} sous la Condamine, augmente peu à peu au delà des Claux, pour atteindre au moins 2^{km} à Vallouise et grandir ensuite, très rapidement, jusqu'à plus de 15^{km}. On peut prévoir que, dans cette région d'énorme *resserrement tectonique*, la bande ne montrera qu'une très petite partie, et non toujours la même, des étages nummulitiques; qu'elle ne présentera qu'un Nummulitique raccourci, incomplet, difficilement déchiffrable, formé de lentilles que séparent des surfaces de

(1) H. Schoeller, *Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, 27, 1927, p. 77; et *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1497.

(2) Carte géologique au $\frac{1}{50000}$ dans *Les montagnes entre Briançon et Vallouise* (*Mémoires de la Carte géologique de la France*, 1903).

glissement dont l'exacte position et l'importance relative resteront toujours mal connues, sinon même tout à fait inconnaissables.

On sait que la mer nummulitique, au Priabonien, a submergé la partie orientale du massif du Pelvoux. Il arrive donc que, le long du bord oriental de ce massif, affleure du Nummulitique *collé au Pelvoux*, du *Nummulitique autochtone*, formé, à sa base, de conglomérats ou de grès grossiers à galets de roches du Pelvoux (granite, gneiss, calcaires du Trias) et, un peu plus haut, de calcaires blancs à petites Nummulites. Le Nummulitique charrié, le Nummulitique Aiguilles d'Arves, vient alors toucher le Nummulitique autochtone et reposer sur lui; et comme, dans ces deux Nummulitiques, schistes et grès se ressemblent beaucoup, le bord occidental de la nappe des Aiguilles d'Arves est, dans ce cas, très imprécis.

D'autre part, le bord oriental de la nappe des Aiguilles d'Arves est parfois malaisé à définir; car il arrive que, dans les replis ou les *écailles* du bord externe briançonnais, il y ait des lames de Nummulitique, et que les terrains secondaires de ce bord briançonnais soient très semblables aux terrains de même âge inclus, çà et là, dans la nappe des Aiguilles d'Arves. La surface de charriage qui sépare les deux nappes ne se distingue point, alors, des nombreux contacts anormaux que présente le pays briançonnais. Aucune de ces difficultés n'a échappé à Jean Boussac, à qui l'on doit, sur la nappe des Aiguilles d'Arves aux alentours du Lautaret, les premières observations tectoniques qui comptent (1).

Dans le massif des Trois-Évêchés, au nord du Lautaret; il n'y a pas de Nummulitique autochtone; le contact du Lias et du Trias autochtones et de la nappe, avec charriage certain et très ample, se suit facilement; il passe au col de Côte-Pleine. Le Nummulitique charrié est le *Flysch schisto-gréseux* de Boussac, ici plus gréseux que schisteux. Les poudingues manquent, et, dans la nappe, nous n'en trouverons pas trace jusqu'à Vallouise. Au col même du Lautaret, tout à côté des hôtels, le même Flysch repose sur le Lias autochtone. La route Nationale offre une belle coupe de ce Flysch : grès brunâtres, et schistes noirs un peu micacés, les uns et les autres très broyés, froissés, gaufrés, *gondolés*. Tantôt les grès, tantôt les schistes dominent.

Sous l'escarpement gneissique de Combeynot, au-dessus du hameau de la Madeleine, à peu près en face de la tête amont du deuxième tunnel de la

(1) JEAN BOUSSAC, *Études stratigraphiques sur le Nummulitique alpin* (*Mémoires de la Carte géologique de la France*, 1912, p. 33).

route Nationale, le Nummulitique autochtone apparaît, mince lentille de conglomérats à galets de roches du Pelvoux comprise, verticale, entre deux lames de Trias du type Pelvoux. Dans ce conglomérat, Boussac a trouvé de petites Nummulites. La lame triasique du Sud, tout contre les gneiss, est surtout faite de grès; celle du Nord, localement assez épaisse, se poursuit à l'Est jusqu'au ravin de la Liche; elle comprend, avec des grès, des calcaires dolomitiques jaunes, souvent bréchiformes, assimilés par Boussac au Lias type *Télégraphe*, mais pour moi plutôt triasiques. Cette lame du Nord et la lentille de conglomérats nummulitiques qu'elle flanque s'écrasent, au ravin de la Liche, entre le Flysch schisto-gréseux de la nappe Aiguilles d'Arves et les terrains du Pelvoux, Trias et gneiss.

A partir de là, et sur un parcours d'environ 14^{km} jusqu'un peu au delà de l'aplomb du Rocher des Neyzets (point 2752 de la carte), le Nummulitique autochtone manque et le Flysch schisto-gréseux de la nappe s'appuie directement sur les gneiss, le granite, le Trias ou le Lias du Pelvoux. Le Nummulitique autochtone reparaît un peu plus au Sud, dans le couloir dominé à l'Ouest par la crête granitique de l'Yret, à l'Est par l'arête triasique et liasique des Neyzets; il contient un banc de calcaire à Nummulites. Le Lias et le Trias des Neyzets ont un faciès hautement briançonnais. *Il est donc certain que, dans cet étroit couloir, passe tout l'affleurement de la nappe des Aiguilles d'Arves, peu à peu serré jusqu'à disparaître totalement.* On peut évaluer à 1^{km} la longueur sur laquelle a lieu la *disparition totale*, par resserrement tectonique, d'une unité puissante qui, plus au Nord et plus au Sud, comprend d'immenses montagnes. Cela nous donne une très haute idée de la grandeur des phénomènes tectoniques qui ont constitué le *pays de nappes* des Alpes françaises.

Au pied du couloir dont je viens de parler, à l'endroit où il se réunit à un vallon Est-Ouest dans lequel descend, en lacets multiples, le chemin muletier de Monêtier à Vallouise, le Flysch Aiguilles d'Arves revient au jour, caractérisé ici par la présence d'un très gros banc de grès que l'on suit, continu et très semblable à lui-même, jusqu'aux Choulières. Sous le Clot-la-Selle, on voit ce banc reposer, en concordance, sur le calcaire à Nummulites autochtone. Ce contact entre le Flysch de la nappe et le Nummulitique autochtone se cache, un peu plus loin, sous les alluvions de la plaine de Chambran; on le retrouve, au sud des Claux, sur la rive droite du Gyr, dans les pentes qui dominent Saint-Antoine et, plus loin, Puy-Aillaud. Mais il est alors, presque partout, très difficile, sinon impossible, de tracer la limite de l'Autochtone et de la nappe. Le calcaire à Nummu-

lites, désormais continu, est sûrement autochtone; il est, le plus souvent, surmonté par des schistes fins, gris et noirs, parfois ardoisiers, que je crois autochtones aussi. Puis vient une alternance de grès et de schistes, dans laquelle beaucoup de contacts sont certainement anormaux, mais où le classement, par ordre d'importance, des glissements entre assises, n'est pas réalisable. Où est alors le vrai bord occidental de la nappe? On ne sait pas.

Par contre, depuis Monêtier jusqu'à Vallouise, le bord Est de la bande de Flysch que nous venons de suivre est le vrai bord oriental de la nappe des Aiguilles d'Arves, la vraie limite qui la sépare de la nappe du Briançonnais. Dans celle-ci, le Flysch est différent, beaucoup plus schisteux; le Crétacé est présent, sous la forme des *Marbres en plaquettes;* le Malm se montre, avec le faciès Guillestre; la structure *en écailles* ou *en lames* se précise, grâce à la montée de terrains profonds, même de Houiller. Tout indique qu'en franchissant cette limite, on est passé d'un synclinal complexe à un anticlinal complexe, séparés l'un de l'autre par un grand déplacement tangentiel.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur un phénomène qui accompagne la vision binoculaire lorsque les deux images visuelles ne sont pas fusionnées.* Note de M. **Ch. Fabry.**

Le phénomène que je vais décrire est si facile à observer qu'il a été probablement déjà remarqué; je me décide à en donner la description parce que je ne l'ai trouvée nulle part, et qu'il se rapporte à une question difficile, la manière dont nous associons les sensations différentes correspondant aux excitations des rétines de nos deux yeux. Voici la méthode la plus simple pour observer le phénomène en question.

Une feuille de papier blanc recevant un bon éclairement (par exemple quelques dizaines de lux, éclairement satisfaisant pour la lecture sans fatigue) est tenu verticalement à quelque distance des yeux, par exemple à une cinquantaine de centimètres. Elle est placée de telle manière qu'elle se projette sur un large fond sombre plus éloigné. En fixant le regard sur le fond obscur, l'observateur voit la feuille de papier dédoublée, selon le phénomène bien connu de la « vision diplopique » qui se produit chaque fois que les axes des deux yeux ne convergent pas sur l'objet examiné. La feuille de papier doit être assez large pour que ces deux images empiètent fortement l'une sur l'autre. L'aspect, au voisinage d'un bord vertical de la

feuille de papier, est alors celui de la figure 1, où l'on a représenté le bord droit de la feuille. On voit en AB et A'B' les deux images du bord; la partie AMB du papier blanc est ainsi observée en vision binoculaire; sur le

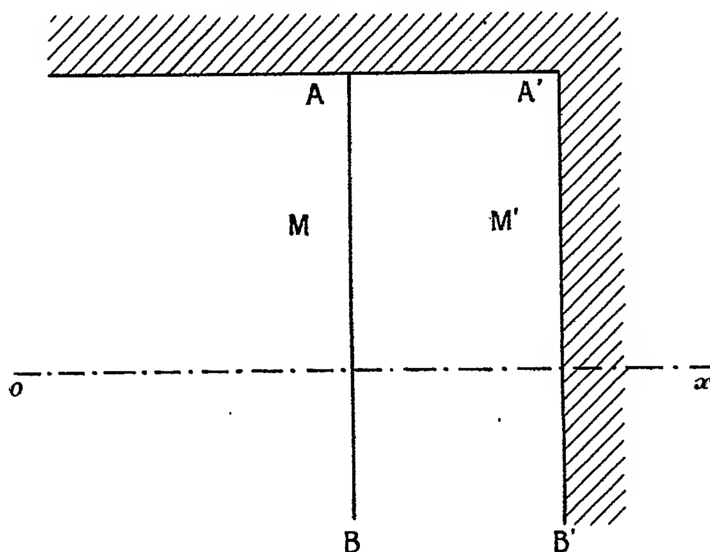


Fig. 1.

rectangle ABA'B' l'œil gauche voit le papier blanc et l'œil droit voit le fond sombre.

On remarque d'abord que la région M', où le papier blanc est vu d'un seul œil, est moins brillante que la région M où les deux images du papier

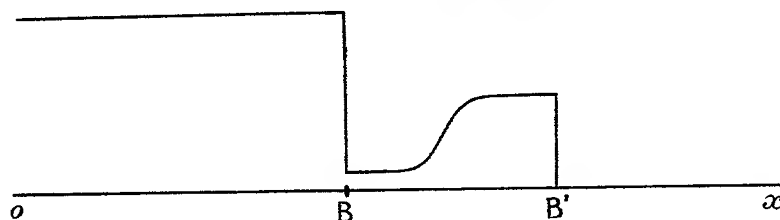


Fig. 2.

se superposent, et ceci n'est pas surprenant. Mais, et c'est en cela que consiste le phénomène que je veux décrire, la ligne de séparation AB paraît bordée à droite d'un large liséré sombre, nettement limité du côté AB et dégradé vers la droite. Si l'on essaie de tracer une courbe donnant la brillance apparente le long de la droite ox, on aura un diagramme ayant l'aspect de la figure 2.

On peut varier à l'infini les détails de l'expérience; le résultat est toujours le même, pourvu que l'on ait une surface brillante donnant deux images visuelles non fusionnées et empiétant l'une sur l'autre; la partie vue d'un seul œil présente un liséré sombre sur la région adjacente à la plage où les deux images se superposent.

Quant à l'explication de cette apparence, elle ne paraît pas facile à trouver. Le phénomène n'est pas dû à une fatigue rétinienne; il disparaît instantanément si l'on ferme l'un ou l'autre des deux yeux. Plus généralement, on peut dire que le phénomène n'est pas d'ordre rétinien, mais qu'il est d'ordre cérébral, et qu'il se rapporte à la manière dont notre cerveau combine et interprète les impressions produites sur nos deux rétines.

PHYSIQUE GÉNÉRALE. — *Théorie des courants de haute fréquence dans les gaz.* Note de M. **J. S. Townsend.**

Quand un champ oscillant est appliqué par électrodes extérieures à un long tube contenant un gaz raréfié, un courant passe qui produit dans le tube entre les électrodes une lueur, uniforme le long du tube, mais moins intense près de la surface que près de l'axe.

Dans quelques expériences que j'ai faites avec M. Donaldson et M. Nethercot, nous avons déterminé le potentiel oscillant E nécessaire pour maintenir un courant dans un tube muni d'électrodes extérieures en forme de manchons dont la distance est x.

Si E' et E'' sont les potentiels qui produisent le même courant avec les distances x' et x'', on trouve que $(E'-E'')$ est proportionnel à $(x'-x'')$. Ainsi le champ électrique F dans la lueur uniforme parallèle à l'axe est constant et égal à $\frac{(E'-E'')}{(x'-x'')}$. Les expériences ont été faites avec des courants de 2 à 12 milliampères, et pour des longueurs d'onde de l'oscillation électrique de 40 à 100^{m}. Le champ F s'est montré indépendant, et de l'intensité du courant et de la fréquence de l'oscillation M. La valeur moyenne de ce champ est petite, étant 2,6 volts par centimètre dans le néon et 3,8 dans l'hélium, ces gaz étant à une pression de 1^{mm} dans des tubes ayant 4^{cm} de diamètre.

Ces résultats peuvent s'expliquer par le fait que les électrons acquièrent de l'énergie cinétique et ionisent les molécules du gaz comme ils feraient sous l'action d'un champ constant Z ayant pour intensité la moyenne F du

champ oscillant. Alors la vitesse d'agitation U et la vitesse d'ionisation dans la lueur se déduisent des déterminations déjà faites pour des champs constants.

Soient n' le nombre d'électrons par centimètre cube dans la lueur à la distance r de l'axe, et par suite N', égal à $\int_0^r 2\pi n' r\,dr$, leur nombre dans l'unité de longueur d'un cylindre de rayon r, et soient n'' et N'' les nombres correspondants d'ions positifs. Soient K' le coefficient de diffusion des électrons, W'X la vitesse dans la direction d'un champ X, et K'', W'' les coefficients semblables pour les ions positifs. N'' est supérieur à N', car les électrons diffusent plus rapidement que les ions positifs, mais pour de grands courants de l'ordre de 2 milliampères, N'' et N' sont très grands et leur différence (N'' — N') est faible en comparaison de N' ou N''.

Le courant oscillant est $eN'(W' + W'')F$, et, puisque F est le même pour tous les courants, N' est proportionnel au courant. Le nombre des électrons engendrés par collision est proportionnel à N', en sorte que le nombre de ceux qui sont extraits du gaz doit aussi être proportionnel à N'. Donc pas de recombinaison appréciable des électrons et des ions positifs puisque la vitesse suivant laquelle N' diminuerait par cette recombinaison serait proportionnelle à N'^2. La disparition des électrons doit se produire par diffusion vers la surface du tube, et par ce processus le nombre des électrons présents est réduit proportionnellement à N'.

Si $\alpha n' \delta z$ est le nombre de molécules ionisées par collision quand n' électrons se déplacent d'une longueur δz dans la direction du champ constant Z, le nombre de celles qui sont ionisées dans la lueur pendant le temps δt est $\alpha n' W' F \delta t$ par centimètre cube.

En vue de trouver la vitesse des électrons vers la paroi, il faut tenir compte de la charge positive $e(N'' - N')$ qui crée un champ $\frac{2e(N' - N'')}{r}$ dirigé vers l'axe et réduisant l'effet de la diffusion.

Dans l'état stationnaire $\frac{dN'}{dt}$ et $\frac{dN''}{dt}$ sont nuls et les équations de continuité pour n' et n'' se réduisent aux équations suivantes qui donnent n' et $e(N'' - N')$:

$$(1)\qquad (K'W'' + K''W')\left(\frac{d^2 n'}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{dn'}{dr}\right) + \alpha W'F(W' + W'')\,n' = 0;$$

$$(2)\qquad e(N'' - N') = \frac{\alpha(K' - K'')\,W'FN'}{4\pi n'(K'W'' + K''W')}.$$

Le rapport k égal à $\frac{K'W''}{K''W'}$ est le rapport de l'énergie cinétique des électrons

à celle des ions positifs [1]. Dans l'hélium à la pression de 1^{mm} et pour le champ 3,8 volts/cm, k est égal à 150, et dans le néon pour le champ de 2,6 volts/cm, k est égal à 285. Pour ces grandes valeurs de k on peut négliger $K''W'$ vis-à-vis de $K'W''$, et d'autres simplifications résultent de ce que K' est grand par rapport à K'' et W' grand par rapport à W''. L'équation (1) se réduit alors à

$$\frac{d^2n'}{dr^2} + \frac{dn'}{r\,dr} + c^2 n' = 0, \tag{3}$$

où c^2 est égal à $\frac{W'^2F}{K'W''}$; et (2) se réduit à

$$e(N'' - N') = c^2 \frac{K'N'}{4\pi w' n'}. \tag{4}$$

La solution de (1) est n' égal à $AJ_0(cr)$ où la constante arbitraire A est la valeur de n' sur l'axe. Si la distribution de n' le long d'un rayon était connue la valeur de (ca) s'ensuivrait. Alors si y est le rapport de la valeur de n' sur le pourtour à la valeur sur l'axe, la condition pour que le champ oscillant F maintienne le courant est donnée par y égal à $J_0(ca)$. Comme cette égalité ne contient pas A le champ est indépendant de l'amplitude du courant.

(4) montre que le champ $\frac{2e(N'' - N')}{r}$ est aussi indépendant de l'amplitude du courant. On voit sur (1) que l'effet de ce champ est le même que si K' était réduit à la valeur $\frac{K'W''}{W'}$. (Si le courant était très petit il serait impossible d'avoir dans le gaz une charge positive assez grande pour produire cet effet et le champ nécessaire pour maintenir un faible courant serait plus grand que celui nécessaire pour maintenir un courant de l'ordre du milliampère. Résultat en accord avec ce fait qu'il faut un champ beaucoup plus grand pour faire jaillir une décharge que pour maintenir un tel courant.)

Il n'a pas été fait de mesure exacte de la variation d'intensité de la lueur le long du rayon, mais pour avoir une valeur approchée de α on peut supposer que la valeur de n' sur la paroi du tube est la moitié de sa valeur sur l'axe. Alors $(c\alpha)$ est la racine 1,52 de l'équation

$$J_0(x) = 0,5,$$

d'où résulte

$$\alpha W'^2 F = 0,57 \times K'W''. \tag{5}$$

---

(1) *Motion of electrons in gases* (Clarendon Press, Oxford).

La mobilité W'' des ions positifs dans l'hélium et dans le néon vient d'être déterminée par M. Huxley. Pour des champs de 1 volt/cm et la pression du gaz étant de 1^{mm}, la mobilité des ions positifs dans l'hélium est $1,9.10^4$ et dans le néon $1,1.10^4$ (cm/sec). D'après ces valeurs de W et les valeurs connues de K' et W' pour les électrons (5) donne 0,019 pour α dans l'hélium soumis à un champ de 3,8 volts/cm, et 0,01 dans le néon soumis à un champ de 2,6 volts/cm.

La même théorie rend aussi compte des propriétés principales du courant dans la colonne lumineuse uniforme excitée dans un long tube avec électrodes intérieures quand le courant est maintenu par un champ constant.

M. **P.-A. Dangeard** fait hommage à l'Académie d'un volume qu'il vient de publier et qui a pour titre *L'assimilation chlorophyllienne et les questions qui s'y rattachent*: ce volume contient 400 pages environ, 60 figures dans le texte et il est accompagné de 10 planches; il constitue la série XIX (1927) du *Botaniste*.

M. **Edmund B. Wilson** fait hommage à l'Académie de 31 notes et mémoires dont il est l'auteur.

PLIS CACHETÉS.

MM. **Auguste Nemours** et **A.-R. Barrieu** demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 20 juin 1927 et inscrit sous le n° 9829.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note *Sur le traitement de l'angine de poitrine par la radiothérapie*.

(Renvoi à l'examen de M. A. d'Arsonval.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à désigner celui de ses représentants à la *Commission supérieure des inventions* qui fera partie de la *Section permanente* de cette commission.

Sir **Ernest Rutherford**, élu Associé étranger, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Directeur de l'École nationale vétérinaire de Toulouse** adresse un rapport relatif à l'emploi qui a été fait de la subvention accordée en 1926 sur la *Fondation Loutreuil*.

M. le **Général commandant l'École Polytechnique** adresse des remercîments pour la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Memento du Chimiste* (II. — *Partie industrielle*), rédigé sous la direction de Marcel Boll et Paul Baud. (Présenté par M. Ch. Moureu.)

2° *L'Urée* (*Recherches de chimie analytique, biologique et agricole*). *Les fonctions dinaphtopyranol, xanthydrol et sel de pyryle* (*Chimie organique*), par Richard Fosse. (Présenté par M. A. Béhal.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les probabilités relatives aux transformations répétées.* Note de M. **B. Hostinsky**, présentée par M. J. Hadamard.

1. Le problème du battage des cartes proposé et résolu par Henri Poincaré (voir son *Calcul des Probabilités*, 2e édition, p. 301) a été récemment repris par M. Hadamard (voir *Comptes rendus*, 185, p. 5) qui a ramené la démonstration du théorème de Poincaré à un calcul de valeurs moyennes successives. Je me propose de montrer que l'analyse de M. Hadamard peut être appliquée à l'étude de problèmes plus généraux.

2. Soit x une quantité variable qui ne peut prendre que les valeurs x_1, x_2, $\ldots$, x_r. Supposons que x subisse successivement une suite de transformations dues au hasard. D'abord, x est supposée égale à x_α. Une première transformation T_1 la change en x_β. Une seconde transformation T_2 change x_β en x_γ et ainsi de suite. Désignons par p_{ik} la probabilité pour que, x étant égale à x_i avant une transformation, elle soit égale à x_k après cette transformation. Nous supposons que p_{ik} ne dépend que des indices i et k

$(i, k = 1, 2, \ldots, r)$ et qu'elle est positive; on a de plus, d'après le théorème sur les probabilités totales,

$$\sum_{k=1}^{r} p_{ik} = 1.$$

Soit $P_{\alpha,\lambda}^{(n)}$ la probabilité pour que x qui avait au début la valeur x_α, reçoive, après n transformations successives, la valeur x_λ. On a

$$P_{\alpha,\lambda}^{(n+1)} = \sum_{K=1}^{r} P_{\alpha K}^{(n)} p_{K\lambda}.$$

Or, quand n augmente indéfiniment, la probabilité $P_{\alpha,\lambda}^{(n)}$ tend vers la limite r^{-1} qui ne dépend pas ni de α ni de λ. Pour la démonstration, on n'a qu'à appliquer, sans modification importante, l'analyse que M. Hadamard a donnée du problème de Poincaré dans la Note citée.

Introduisons maintenant, au lieu des transformations T, des opérations qui consistent à permuter deux objets donnés. Nous avons en général à considérer $r = (2!)^2$ probabilités p_{ik} distinctes; mais si nous attribuons la même probabilité à une opération de ce genre indépendamment des objets permutés, nous avons seulement $2!$ probabilités distinctes p_{ik} (c'est là le cas considéré par Poincaré).

3. Passons aux variables continues. Soit M un point qui se meut sur le segment AB; soient a l'abscisse du point A et b celle du point B; $a < b$. D'abord, le point M se trouve dans une position M_1 définie par l'abscisse x_1: ensuite, après un premier déplacement, il se trouve dans une position $M_2(x_2)$; après un troisième déplacement il occupera la place $M_3(x_3)$ et ainsi de suite. Désignons par $f(x_{k-1}, x_k)\,dx_k$ la probabilité pour que l'abscisse du point M, qui était égale à x_{k-1} avant un déplacement, soit comprise, après lui, entre les limites x_k et $x_k + dx_k$. La probabilité $P^{(n)}(x, y)\,dy$ pour que le point M, qui occupait au début la place x, se trouve après n déplacements consécutifs, dans l'intervalle $(y, y + dy)$, est donnée par la formule

$$(1)\quad P^{(n)}(x, y)\,dy = \left[\int_a^b \int_a^b \ldots \int_a^b f(x, x_1) f(x_1, x_2) \ldots f(x_{n-1}, y)\,dx_1\,dx_2 \ldots dx_{n-1}\right] dy.$$

Nous supposons 1° que la fonction $f(x, y)$ soit continue et positive pour $a \leq x \leq b$, $a \leq y \leq b$, la valeur zéro étant exclue; 2° que l'on ait

$$\int_a^b f(x, y)\,dy = 1,$$

pour toute valeur de x. Pour trouver la limite de $P^{(n)}(x, y)$ quand n augmente indéfiniment, écrivons la formule (1) sous la forme

$$(2)\qquad P^{(n)}(x, y) = \int_a^b P^{(n-1)}(x, s) f(s, y)\, ds, \qquad P^{(1)}(x, y) = f(x, y),$$

ou

$$(3)\qquad P^{n}(x, y) = \int_a^b P^{(k)}(x, s) P^{(n-k)}(s, y)\, ds \qquad (k < n).$$

On a encore pour x quelconque et pour tout indice i

$$(4)\qquad \int_a^b P^{(i)}(x, y)\, dy = 1.$$

La valeur de $P^{(m)}(x, y)$ est toujours positive et ne dépasse jamais la valeur maximum de la fonction continue $f(x, y)$. La quantité x ayant une valeur fixe, soit M_n la plus grande valeur atteinte par $P_n(x, y)$, y variant de a à b, et désignons par M la plus grande des limites de la suite M_1, M_2, M_3, ... Un nombre positif ε étant donné, il y aura une infinité de points y_k correspondant aux indices

$$(5)\qquad k = n_1, n_2, n_3, \ldots,$$

de sorte que

$$M - \delta < P^{(k)}(x, y_k) \leqq M.$$

La suite des points y_k admet un point limite au moins : soit η son abscisse. k étant un indice très grand de la suite (5), la fonction continue (¹) $P^{(k)}(x, y)$ différera très peu de M au point $y = \eta$. Substituons, dans les formules (3) et (4), $k = n_1$, $n = n_2$, n_1 et n_2 étant deux indices suffisamment grands extraits de la suite (5). Les formules (3) et (4) nous montrent que $P^{(n)}(x, y)$ ne saurait différer infiniment peu de M au point $y = \eta$, si la différence $P^{(n)}(x, y) - P^{(k)}(x, y)$, considérée comme fonction de y, était finie dans une partie finie de l'intervalle AB. Il en résulte que $P^{n}(x, y)$ *tend vers une valeur constante, quand n augmente indéfiniment*, l'équation (4) donne $(b - a)^{-1}$ comme valeur de cette constante.

(¹) On peut noter que les fonctions $P^{(k)}$ sont également continues en fonction de (3). (J. H.)

Observations de M. **Hadamard** sur la Note précédente.

Mon but, en présentant la démonstration dont parle M. Hostinsky, était de permettre des progrès ultérieurs dans la voie d'une démonstration longuement cherchée, celle du principe ergodique. Le travail qui précède semble montrer que ce but a été atteint au moins dans une certaine mesure et fait espérer que le premier résultat ainsi obtenu d'ores et déjà sera suivi d'autres analogues.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries* $\sum \frac{A_k}{z-\alpha_k}$.
Note de M. **Julius Wolff**, présentée par M. Hadamard.

M. A. Denjoy a bien voulu me faire remarquer que le théorème énoncé dans ma Note du 5 décembre dernier peut être inexact si la courbe Γ tourne une infinité de fois autour de l'origine : dans ce cas, la proposition du paragraphe 3 de cette Note, qui est valable pour les contours *simples* ω, n'est pas applicable au contour $\beta\gamma P'P''\beta$ considéré au paragraphe 4. Si l'on veut considérer les courbes générales Γ, définies au commencement de la Note, on rencontre les mêmes difficultés que M. Denjoy a surmontées dans son Mémoire ([1]).

Cependant on atteint une grande simplification en remplaçant le théorème inexact de la Note par le théorème exact suivant, qui est une conséquence immédiate des paragraphes 1, 2.

A tout nombre $\varepsilon > 0$ *il correspond un nombre* h *tel que, pour* $0 < \rho < \delta < h$, *on a*

$$\frac{1}{\delta}\left|\int_{\beta}^{\gamma} z f(z)\,dz\right| < \varepsilon,$$

pour tout arc continu et rectifiable $\beta\gamma$ *traversant un secteur* O, $\rho e^{\varphi_1 i}\rho e^{\varphi_2 i}$, *sauf peut-être si* ρ *est dans un ensemble de mesure* $< \varepsilon\delta$, *ou si* φ_1 *ou* φ_2 *sont dans un ensemble de mesure* $< \varepsilon$.

Pour appliquer cet énoncé aux théorèmes de M. Denjoy, supposons que la série $\sum \frac{A_k z}{z-\alpha_k}$ converge vers *un* et qu'elle soit intégrable terme à terme sur

([1]) A. Denjoy, *Sur les singularités des séries de fractions rationnelles* (*Rendiconti del Circolo Math. di Palermo*, 50, 1926, p. 1-95).

une infinité d'arcs $p_m q_m$ traversant les angles $p_m O q_m$, le maximum M_m de $|z|$ sur $p_m q_m$ tendant vers o pour m infini, et l'angle $p_m O q_m$ restant plus grand qu'une quantité positive fixe. Étant donné $\varepsilon > 0$, il existe pour m assez grand deux demi-droites d_1^m, d_2^m issues de O, intérieures à l'angle $p_m O q_m$, faisant avec Op_m et Oq_m des angles $< \varepsilon$, et deux cercles $C' : \rho = M_m(1 + \theta'_m \varepsilon)$ et $C'' : \rho = M_m(1 - \theta''_m \varepsilon)$, θ'_m et θ''_m entre o et 1, tel que tout secteur limité par C′ ou C″ et par d_1^m, d_2^m ou par une seule de ces deux droites (dans ce cas l'ouverture du secteur égale 2π) satisfait à l'énoncé pour $\delta = 2M_m$. En considérant le secteur d_1^m, C′, d_2^m et l'arc $\beta_m \gamma_m$ de $p_m q_m$ qui le traverse, on trouve $\frac{\beta_m - \gamma_m}{\mathfrak{M}_m} \to 0$, donc $\frac{\beta_m}{\mathfrak{M}_m}$ et $\frac{\gamma_m}{\mathfrak{M}_m} \to 0$ pour $m \to \infty$. En considérant le secteur d_1^m, C″, d_2^m, ou bien d_1^m, C″, d_1^m d'ouverture 2π, ou bien d_2^m, C″, d_2^m d'ouverture 2π, selon la situation du maximum de $|z|$ sur l'arc $p_m q_m$, on trouve, $\beta_m \lambda_m$ ou $\gamma_m \lambda_m$ étant l'arc de $p_m q_m$ qui traverse le secteur considéré, $|\lambda_m| = M_m(1 - \theta'_m \varepsilon)$, donc : ou bien $\frac{\beta_m - \lambda_m}{M_m} \to 0$, donc $\frac{\beta_m - \lambda_m}{\mathfrak{M}_m} \to 0$, donc $\frac{|\beta_m|}{\mathfrak{M}_m} \to 1$ pour $m \to \infty$; ou bien, de la même manière, $\frac{|\gamma_m|}{\mathfrak{M}_m} \to 1$.

Cette contradiction montre qu'on ne peut avoir $\sum \frac{A_k z}{z - \alpha_k} = 1$ et intégrable terme à terme sur des arcs $p_m q_m$ tendant vers zéro, que si l'angle $p_m O q_m$ tend vers zéro, ce qui rend applicable la Note du 5 décembre.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions méromorphes presque périodiques définies dans tout le plan.* Note de M. P. **Bessonoff**, présentée par M. Hadamard.

J'ai donné autrefois [1] la définition des fonctions presque périodiques méromorphes définies dans tout le plan et j'ai exposé quelques propriétés de ces fonctions. Je vais simplifier cette définition et établir quelques théorèmes en utilisant la méthode des familles normales.

I. Nous dirons qu'*une fonction $f(z)$ méromorphe dans tout le plan est presque périodique si, quelque petit que soit $\varepsilon > 0$, il existe une longueur $L(\varepsilon, f)$ (module de presque périodicité) telle que chaque carré du côté $l > L(\varepsilon, f)$, parallèle à l'axe réel contienne au moins une presque*

---

[1] *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1011.

période complexe $\tau(\varepsilon)$, *c'est-à-dire telle que dans tout le plan*

$$|f(z+\tau), f(z)| < \varepsilon.$$

cette notation désignant la distance sphérique de $f(z+\varepsilon)$ et $f(z)$. Dans le cas d'une fonction elliptique L ne dépend que des périodes; c'est-à-dire $L = L(f)$. Si ε converge vers zéro, l'ensemble des presque périodes se réduit à celui des points isolés $\tau = 2n\omega + 2n'\omega'$.

Une fonction méromorphe presque périodique est uniformément continue (sphériquement) dans tout le plan ouvert.

La famille $\{f(z+h)\}$, *où* $f(z)$ *est presque périodique et les* h *sont des nombres complexes, est également continue (sphériquement) dans tout le plan.*

Il est bien connu qu'une famille de fonctions méromorphes est normale dans D, si toute suite de fonctions de la famille est génératrice d'une suite partielle convergeant uniformément dans tout domaine fermé D′ complètement intérieur à D. Pour chaque domaine D′ nous avons donc un $N(\varepsilon, D')$ (module de convergence) tel que, pour $n > N(\varepsilon, D')$, on aura l'inégalité

$$|f_n(z), f_{n+p}(z)| < \varepsilon.$$

S'il existe une borne supérieure du nombre N pour tous les domaines D′, nous dirons que la famille $\{f(z)\}$ est *normale spéciale* (¹).

II. *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction* $f(z)$ *méromorphe dans tout le plan soit presque périodique est que la famille* $\{f(z+h)\}$ *soit normale spéciale.*

La première partie du théorème se déduit du résultat suivant de M. Montel (²) : l'égale continuité sur la sphère d'une famille de fonctions méromorphes dans un domaine D est la condition nécessaire et suffisante pour que la famille soit normale dans ce domaine. En considérant un domaine D assez grand pour que chaque point du plan y ait un point « homologue » par rapport à $\tau(\varepsilon)$, nous établissons l'existence d'un module de convergence $N(\varepsilon)$ pour tout le plan. Les fonctions limites sont aussi presque périodiques.

(¹) Dans une Note récente, M. Favard a introduit la notion voisine de « fonction normale » et a obtenu, de son côté, la proposition suivante : « Toute fonction normale méromorphe du groupe des translations est une fonction presque périodique et réciproquement » (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1434).

(²) P. Montel, *Leçons sur les familles normales*, p. 129 (Paris, Gauthier-Villars, 1927).

La seconde partie du théorème consiste à démontrer d'abord qu'il existe des presque périodes de $f(z)$, en utilisant la convergence uniforme d'une suite extraite de chaque suite arbitraire. Il nous reste ensuite à montrer que l'ensemble des presque périodes est « relativement dense » sur le plan, c'est-à-dire qu'il existe un module de presque périodicité $L(\varepsilon f)$.

La condition que $\{f(z+h)\}$ soit une famille normale au sens habituel nous conduit à une classe plus large que celle des fonctions presque périodiques. Il est facile de montrer que tout polynome $P_n(z)$ forme une famille normale $\{P_n(z+h)\}$ dans tout le plan au sens habituel. D'un autre côté, une fonction entière presque périodique se réduit à une constante.

En utilisant la méthode des familles normales, nous montrons très simplement qu'il existe des presque périodes communes à plusieurs ou même à une infinité dénombrable de fonctions presque périodiques.

La somme, le produit, le quotient de deux fonctions presque périodiques sont des fonctions de la même classe.

La fonction limite d'une suite uniformément convergente dans tout le plan ouvert de fonctions presque périodiques est aussi presque périodique.

La dérivée et l'intégrale $\int_z^{a+z} f(z)\,dz$ calculée le long d'un chemin évitant les pôles sont aussi presque périodiques.

III. La disposition des valeurs d'une fonction presque périodique se caractérise par les propositions suivantes.

Il existe des presque périodes dans toutes les directions du plan. Il existe des presque périodes qui transfèrent chaque pôle au voisinage si proche que l'on veut d'un autre pôle. On peut couvrir tout le plan par un système de parallélogrammes où la fonction se reproduise à ε près, si l'on passe d'un parallélogramme à un autre voisin.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le mouvement du périhélie des planètes.* Note (¹) de M. **P. Fatou**, présentée par M. Goursat.

Considérons le champ de gravitation provenant d'une masse fixe M placée à l'origine des coordonnées et de masses relativement faibles, distribuées de manière que le champ soit de révolution autour de Oz avec le plan des xy pour plan de symétrie. L'orbite décrite par un astre A peut, si

(¹) Séance du 3 janvier 1928.

son inclinaison reste assez petite pour que le carré en soit négligeable, être assimilée à une orbite du plan $z=0$, la fonction de forces étant $\frac{fM}{r}+\varepsilon\varphi(r)$ [ε constante positive, $\varphi(r)$ fonction positive régulière pour $r'<r<r''$]. Le mouvement s'obtient par les formules classiques de quadrature et l'on a

$$\frac{d\sigma}{d\theta}=\sqrt{1-\sigma^2+\varepsilon\,P(\sigma)}$$

en posant

$$\frac{1}{r}=\frac{e_0\sigma+1}{a_0(1-e_0^2)},\qquad P(\sigma)=\frac{2(1-e_0^2)}{n_0^2a_0^2e_0^2}\varphi(r),$$

a_0, e_0, n_0 étant le demi-grand axe, l'excentricité, le moyen mouvement de l'orbite osculatrice initiale supposée elliptique, θ la longitude. La période Ω de $\sigma(\theta)$ est égale à $2\int_\alpha^\beta\frac{d\sigma}{\sqrt{1-\sigma^2+\varepsilon\,P(\sigma)}}$, α et β racines du dénominateur développables suivant les puissances de ε, égales à -1 et $+1$ pour $\varepsilon=0$. On trouve facilement les premiers termes du développement de Ω :

$$\Omega=2\pi+\varepsilon\int_{-1}^{+1}\frac{\Psi(\sigma)\,d\sigma}{\sqrt{1-\sigma^2}}+\ldots.$$

$$\Psi(\sigma)=\frac{\frac{1}{2}P_1(\sigma+1)+\frac{1}{2}P_{-1}(1-\sigma)-P(\sigma)}{1-\sigma^2},$$

P_1 et P_{-1} étant les valeurs de $P(\sigma)$ pour $\sigma=\pm1$. On aura $\Psi(\sigma)>0$ entre -1 et $+1$, donc $\Omega>2\pi$ pour ε assez petit, si la courbe $\tau=P(\sigma)$ est située au-dessous de la corde joignant ses deux extrémités correspondant à $\sigma=\pm1$. Il en sera ainsi si $P(\sigma)$ a une dérivée seconde positive ou, ce qui revient au même, si

(1) $$\frac{d^2}{ds^2}\varphi\left(\frac{1}{s}\right)>0.$$

Ceci est vérifié pour $\varphi(r)=\Sigma A r^\alpha$, les A étant positifs et les α non compris entre 0 et -1. Par exemple dans le champ de gravitation d'un sphéroïde aplati, la fonction de forces pour $z=0$ peut être réduite à $\frac{fM}{r}+\frac{\varepsilon}{r^3}(\varepsilon>0)$ et l'on trouve en effectuant les calculs indiqués la formule connue

$$\frac{\Omega-2\pi}{2\pi}=\frac{3\varepsilon}{a_0^2(1-e_0^2)^2}+\ldots.$$

De même le potentiel d'un anneau circulaire homogène de centre O, de

masse m et de rayon α étant égal à

$$fm\left[\frac{1}{r}+\frac{1^2}{2^2}\frac{\alpha^2}{r^3}+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\frac{\alpha^4}{r^5}+\ldots\right] \qquad (r>\alpha)$$

ou

$$fm\left[\frac{1}{\alpha}+\frac{1^2}{2^2}\frac{r^2}{\alpha^3}+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\frac{r^4}{\alpha^5}+\ldots\right] \qquad (r<\alpha),$$

la condition (1) est vérifiée : l'action d'un système d'anneaux circulaires de cette sorte et de masses faibles fait tourner le périhélie dans le même sens que l'astre A (sens direct).

On peut développer le terme du premier ordre de $\Omega - 2\pi$ suivant les puissances entières de e_0; les coefficients dépendent de $p=a_0(1-e_0^2)$; le terme constant contient en facteur précisément l'expression (1) pour $s=\frac{1}{p}$.

Ces résultats s'appliquent au mouvement des planètes. Bornons-nous au *problème restreint* des trois corps. Il convient de prendre pour origine le centre de gravité O supposé fixe des deux corps principaux S et J de masses M et m. La valeur moyenne de la fonction perturbatrice pour le corps A de masse nulle — fonction périodique du temps de période $\frac{2\pi}{n}$ — se compose alors : 1° du potentiel d'un anneau de masse m et de rayon $OJ=SJ\frac{M}{M+m}$; 2° de la différence entre le potentiel d'un anneau de masse M et de rayon $OS=SJ\frac{M}{M+m}$, et le potentiel $\frac{fM}{r}$ de la masse M placée en O. Cette seconde partie est de l'ordre de m^2 (en prenant $fM=1$) et généralement négligeable.

La quantité ci-dessus désignée jouant le rôle de la fonction $\varepsilon\varphi(r)$, la condition (1) est vérifiée; le moyen mouvement du périhélie est positif pour les petites valeurs de $\frac{m}{M}$ et l'on sait par les éléments de la théorie des inégalités séculaires que ce moyen mouvement est le même pour l'orbite *intermédiaire* considérée ici et pour l'orbite réelle, du moins si $\frac{n_0}{n}$ est incommensurable (¹). On a donc une méthode élémentaire et directe pour démontrer le déplacement dans le sens direct du périhélie d'une petite planète et calculer son moyen mouvement.

(¹) Le remplacement de la fonction perturbatrice par sa valeur moyenne relativement au temps (variable explicite) ne modifie pas l'expression des termes de rang nul dans le développement des éléments képlériens canoniques, et cela pour tous les ordres d'approximation en $\frac{m}{M}$; dans le cas général du problème des n corps, ce principe de Gauss ne vaut que pour le premier ordre.

ASTRONOMIE. — *Photographie de Jupiter, obtenue à l'Observatoire Lick (Californie).* Note de M. **Wright**, présentée par M. H. Deslandres.

Les épreuves ont été faites en lumière presque monochromatique avec le grand réflecteur Crossley de 95^{cm} d'ouverture, les rayons utilisés dans les deux séries d'épreuves étant séparés par un grand intervalle dans l'échelle spectrale. Dans la première série, la lumière a traversé un écran qui laisse passer seulement la lumière ultraviolette aux environs de $\lambda 3700$; dans la seconde série, l'écran est transparent seulement pour les rayons voisins de $\lambda 7600$ dans l'extrême rouge. Les images de ces deux séries présentent de grandes différences; l'image de l'extrême rouge, en particulier, offre de nombreux détails, et représente certainement une couche de la planète plus profonde; elle permet de pénétrer à l'intérieur de la planète. A certains égards, ces images sont à rapprocher des images K_1, K_2, K_3 de la chromosphère du Soleil, obtenues avec le spectrohéliographe, et qui représentent des couches successives superposées de son atmosphère.

Les plaques nouvelles de l'extrême rouge, rendues très sensibles, sont aussi fort utiles pour la photographie des objets terrestres éloignés; elles révèlent les derniers plans des paysages, que donnent si mal, comme on sait, les plaques ordinaires, et elles les révèlent mieux que l'œil. A l'appui, j'envoie des photographies du paysage, prises à l'Observatoire Lick (altitude 1400^m), qui mettent en évidence cette propriété des plaques sensibles au rouge extrême.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Les pellicules sphériques électrisées et la structure fine des raies spectrales.* Note de M. **L. Décombe**, présentée par M. Ch. Fabry.

1. La structure fine des raies spectrales a reçu de Sommerfeld une remarquable explication fondée sur la considération d'orbites pseudo-elliptiques à quantifications radiale et azimutale séparées, mais qui postule, selon le processus de Bohr, le saut d'électrons d'une orbite à l'autre.

Il est facile d'affranchir la théorie de cet étrange postulat; il suffit pour cela de faire intervenir les pulsations propres des électrons orbitaux (assimilés à des pellicules sphériques élastiques) et d'identifier la fréquence lumineuse avec celle des battements qui interviennent entre les pulsations

de deux électrons évoluant sur deux orbites différentes, comme nous l'avons déjà fait dans le cas des orbites circulaires [1]. Toutefois, dans le cas actuel, il devient nécessaire de considérer la fréquence vibratoire N de la pellicule électronique comme fonction non pas de sa seule énergie cinétique (constamment variable quand l'orbite n'est pas circulaire) mais bien de son énergie totale qui, au contraire, demeure constante pendant toute la durée du mouvement. A cette condition seulement, la fréquence des battements pourra prendre une valeur fixe.

Pour retrouver la structure fixe des raies, il suffit donc de remplacer dans l'équation de Sommerfeld

$$\frac{\mu_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \mu_0 c^2 - \frac{\mathrm{E}e}{a} = \mathrm{W} \tag{1}$$

l'énergie mécanique totale W par $h(\mathrm{N}-\mathrm{N}_0)$, N_0 désignant la fréquence vibratoire de la pellicule électronique au repos ($v=0$) et soustraite à toute action extérieure. On obtient ainsi la relation

$$\frac{\mu_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \mu_0 c^2 - \frac{\mathrm{E}e}{a} = h(\mathrm{N}-\mathrm{N}_0), \tag{2}$$

que l'on peut considérer comme *expérimentalement vérifiée* par la concordance remarquable qui existe entre la structure fine des raies qu'elle permet de prévoir (le mécanisme des battements étant substitué à celui des sauts) et la structure fine réelle.

2. Nous avons d'autre part établi *par voie théorique*, à partir des propriétés élastiques de la pellicule électronique, la relation

$$\mu_0 c^2 = h\mathrm{N}_0, \tag{3}$$

qui fournit de la constante universelle h de Planck une interprétation douée d'un caractère physique simple et immédiat sur lequel il est inutile d'insister.

En additionnant (2) et (3), on obtient la relation

$$\frac{\mu_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - \frac{\mathrm{E}e}{a} = h\mathrm{N}, \tag{4}$$

qui, en raison même de son origine, peut être considérée comme reposant sur un double fondement théorique et expérimental.

---

[1] *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1263.

Ainsi envisagée cette formule nous apprend que la fréquence pulsatoire N de la pellicule éléctronique dépend à la fois de son énergie cinétique et de son énergie potentielle, ce qui n'a rien pour nous surprendre puisque le mouvement de l'électron, aussi bien que le champ dans lequel il est placé, sont séparément susceptibles (en déformant la pellicule sphérique à laquelle nous l'assimilons) de modifier sa fréquence de pulsation.

La formule (4) nous apprend encore que, dans les limites où la relation de Sommerfeld peut être considérée comme vérifiée par l'expérience, il se produit entre les deux déformations précédentes (cinétique et potentielle) une sorte de compensation grâce à laquelle la fréquence pulsatoire de la pellicule reste constante pendant toute la durée du mouvement. Cette propriété nous paraît aussi importante que remarquable.

Nous pouvons enfin remarquer que, dans le cas des orbites circulaires, il y a lieu aussi de considérer la fréquence pulsatoire de la pellicule électronique comme fonction non pas de sa seule énergie cinétique (bien qu'elle demeure constante) mais de son énergie totale. Celle ci étant égale à celle-là en valeur absolue, le résultat final est évidemment le même.

3. A la base de ses travaux sur la Mécanique ondulatoire M. Louis de Broglie pose, comme postulat *a priori*, une relation identique à (4) mais dans laquelle N représente ce qu'il appelle la fréquence de l'onde *associée* au mouvement du point matériel de masse μ_0. Si l'on pense pouvoir attribuer cette onde associée aux vibrations propres de la pellicule électronique, nos deux équations se rejoignent, du moins dans le cas où le point matériel envisagé est l'électron.

S'il s'agit du proton, il est plus difficile de se prononcer. Notre théorie de la gravitation, fondée sur l'existence des vibrations pulsatoires du proton, conduirait à remplacer le second membre de la relation (4) par la quantité $4h\frac{\mu_0}{\nu_0}N$, ν_0 désignant la masse du proton au repos; mais cette théorie est susceptible de variantes qui peuvent conduire, sur ce point particulier, à des résultats différents.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *De l'extension des lubrifiants sur les surfaces solides*. Note de M. **Paul Woog**, présentée par M. Marcel Brillouin.

Nous avons déjà indiqué [1] les avantages de l'emploi des huiles minérales pour la lubrification en chronométrie, ces huiles étant posées sur des surfaces neutralisées par un épilamen de molécules actives orientées. Mais il est parfois désirable d'assurer une lubrification correcte aussi bien à des températures très basses que très élevées. Pour les basses températures, la solution du problème dépend uniquement du choix de carbures résistant au froid. Par contre, aux températures élevées, des changements de marche s'étant manifestés au-dessus de 60°, il était nécessaire d'étudier la tenue du graissage dans ces conditions, étant donnée la correspondance de cette température avec le point de fusion de l'acide stéarique, corps neutralisant employé dans ces essais.

Nos observations ont été faites au moyen de gouttelettes d'huile déposées sur des lames ou des blocs de diverses matières renfermées dans des vases bouchés à l'émeri, pour éviter l'évaporation des huiles. Ces vases étaient placés dans un cristallisoir calorifugé disposé au centre d'une étuve vitrée, à air chaud, chauffée au gaz et réglée à 102°. Les vases renfermant les essais n'étaient pas posés directement dans le cristallisoir, car la conductibilité des parois de l'étuve et de la tablette support de faïence serait alors, bien que faible, suffisante pour donner aux substances en essai une température supérieure à celle de l'atmosphère de l'étuve, et les phénomènes observés seraient inexacts. Chaque récipient reposait sur un petit support isolant à minces pieds de verre qui évite la surchauffe.

Nous avons employé l'huile d'olive (acidité libre : 1,25 pour 100), l'huile de pied de mouton (acidité libre : 0,03 pour 100), et une huile minérale saturée neutre, ayant une densité à 15° de 0,8647, et un coefficient de viscosité absolue de 0,0785 à 50°,2 et 0,0024 à 100°. Nous avons tout d'abord étudié la manière dont se comportaient les huiles sur l'acier doux : les huiles grasses s'étendent beaucoup plus rapidement sur les surfaces décapées que l'huile minérale déposée sur l'acier neutralisé par un épilamen d'acide stéarique. Cette huile minérale se maintient en place, mais au bout de quelques heures, on voit les gouttelettes s'aplatir, leur diamètre augmenter, puis lentement leur extension s'accomplit et la surface

---

[1] Paul Woog, *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 772.

entière se trouve envahie. Cet étalement se produit toujours, que les gouttes soient de petit ou de grand diamètre, dans une atmosphère saturée de vapeurs d'huile, et malgré la présence d'un excès d'acide stéarique introduit dans le récipient, preuve qu'il ne s'agit pas d'une évaporation de l'épilamen.

L'élargissement progressif des gouttes n'est pas non plus causé par une dissolution marginale de l'épilamen par l'huile chaude, car si on laisse séjourner à l'étuve une surface d'acier neutralisée, mais sans y déposer d'huile, puis qu'au bout de 24 heures on pose des gouttelettes d'huile sur la surface, on constate que celle-ci a repris toute son activité et que l'huile s'étend sans obstacle. Nous pensons que le phénomène est dû à l'attaque superficielle lente de l'acier par l'épilamen, le savon formé par la première assise moléculaire se dissolvant dans l'excès de matière neutralisante, pour donner finalement une pellicule où les molécules ne présentent plus les caractères de polarité et d'orientation nécessaires. Des expériences spéciales nous ont montré qu'à 100°, l'acide stéarique attaquait effectivement l'acier. La neutralisation réalisée au moyen de dissolutions chaudes à 0,25 pour 100 d'acide mélissique ($C^{31}H^{62}O^2$. P.F. $= 89°,8$-$90°$) ou d'acide laccéroïque ($C^{32}H^{64}O^2$. P.F. $= 94°$-$95°$) dans le trichloréthylène, conduit aux mêmes conclusions malgré le point de fusion plus élevé de ces corps [1]. L'acide à nombre pair d'atomes de carbone résiste pourtant le mieux. Le groupe carboxyle joue le rôle essentiel.

Nous avons substitué à l'acier diverses substances : sur le tungstène, métal dont les quatre ou cinq valences s'opposent probablement à une orientation correcte de l'épilamen, l'extension, déjà sensible à froid, est immédiate à chaud. L'étalement, rapide ou lent, est plus ou moins marqué sur le plomb, le cuivre, le mica fraîchement clivé, le platine poreux, l'aluminium, le laiton, l'étain et le zinc, l'extension étant la plus rapide sur le premier métal, et limitée sur les deux derniers. Les phénomènes sont le plus énergique sur les surfaces métalliques écrouies (feuilles minces laminées). L'huile tient ou ne s'étale que légèrement sur l'or, le platine poli, l'argent, le quartz fondu, le rubis, le saphir, le verre, mais la fixation des gouttes d'huile est mauvaise. Sur le chrome (dépôt électrolytique) et sur le nickel, les gouttes se maintiennent. Sur le nickel, l'huile reste indéfiniment (200 heures et plus) et ne s'étale que si la température s'élève au-dessus de 100°. Par conséquent, pour que l'épilamen d'acide stéarique soit efficace

[1] Ces corps nous ont été fournis par M. L. Gascard.

à haute température, il faut que les carboxyles puissent s'enraciner sur la surface ([1]) (l'huile est mal fixée sur les corps non attaquables), et il faut que cette attaque soit assez faible pour que la première assise moléculaire subsiste, orientée. Le nickel répond particulièrement à ce but, même s'il a été déposé par électrolyse sur laiton ou acier, mais dans ce cas, il faut opérer sur des dépôts denses, polis, ou mieux encore serrés au brunissoir; les couches poreuses sont impropres. L'invar (36 pour 100 de nickel) est moins attaqué que l'acier, mais plus que le nickel.

Il est donc possible, en s'appuyant sur les indications précédentes, et en négligeant les variations de viscosité, de maintenir depuis les très basses températures, jusqu'à 100°, les huiles devant lubrifier des chronomètres ou autres appareils.

RADIOGONIOMÉTRIE. — *Sur un procédé de visée radioélectrique applicable à la Géodésie.* Note de M. **P. Schwartz**, présentée par M. Bigourdan.

Le radiogoniomètre n'a pas été jusqu'à ce jour utilisé pour les mesures de précision.

J'ai déterminé, au moyen d'un appareil récepteur très sensible, mais sans cercle divisé, des visées radioélectriques sur des stations situées les unes à petite et les autres à grande distance; j'ai pu, en diminuant progressivement le chauffage des lampes, déterminer rigoureusement l'azimut de la station.

J'estime que la précision obtenue est comparable à celle des visées optiques et je préconise deux modes d'observation : le premier consistant à viser directement le poste émetteur en ramenant l'audition au minimum audible ; le second en déterminant au contraire les visées des limites audibles du poste émetteur à droite et à gauche, avec une audition de force moyenne.

Un radiogoniomètre, spécialement construit à cet effet, permettrait d'appliquer aux visées la méthode des séries et d'obtenir des résultats comparables à ceux atteints dans l'établissement actuel des chaînes géodésiques.

([1]) On provoque une meilleure fixation en portant les surfaces neutralisées à 115° pendant 1 heure, avant d'y appliquer les huiles.

ÉLECTROCAPILLARITÉ. — *Propriétés électrocapillaires du mercure au contact de l'air.* Note de M. G. COLANGE, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans son Mémoire sur les propriétés électrocapillaires du mercure au contact des électrolytes, Lippmann ([1]) se demande si ces phénomènes pouvaient s'étendre au cas des isolants liquides ou gazeux.

Dans le cas du mercure au contact de l'air, on peut vérifier ces propriétés au moyen d'un électromètre capillaire; il suffit d'employer des potentiels assez élevés. Il est alors commode de prendre une pointe d'un diamètre supérieur à $0^{mm},1$, car dans les tubes trop étroits le mercure adhère très rapidement au verre.

Le mercure du tube est relié à l'un des pôles d'une machine électrostatique, l'autre pôle étant laissé libre, le mercure de la cuve est supprimé.

Dans ces conditions, on constate que pour une différence de potentiel de quelques milliers de volts le mercure descend dans le tube s'il est relié au pôle + et remonte s'il est relié au pôle —.

On ne peut, pour expliquer ceci, invoquer des phénomènes d'influence ou d'électrisation du verre au contact du mercure par frottement, car l'expérience réussit en alternant les pôles régulièrement ou en gardant le même pôle plusieurs fois de suite. On se trouve donc bien en présence d'un phénomène électrocapillaire où la constante capillaire du mercure augmente lorsqu'il est électrisé négativement et diminue lorsqu'il est électrisé positivement.

D'ailleurs, comme dans le cas de l'électromètre de Lippmann, le mercure revient fidèlement à sa position d'équilibre s'il est négatif et n'y revient pas s'il est positif, probablement à cause d'une légère oxydation.

Reboul ([2]) a montré ces phénomènes pour du mercure en contact avec de l'air ionisé par des rayons X; il lui suffisait d'un potentiel de quelques centaines de volts pour obtenir un déplacement du mercure.

Mais en plus on peut montrer l'existence d'un maximum de constante capillaire. Si l'on augmente progressivement le potentiel négatif du mercure du tube, le ménisque commence par monter, passe par un maximum, puis redescend et dépasse même sa position initiale. Si l'on décharge lentement

---

([1]) *Ann. Chim. et Phys.*, 5e série, 5, 1875, p. 494.
([2]) *Ann. Chim. et Phys.*, 8e série, 14, 1908, p. 433.

l'appareil le ménisque remonte, repasse par le maximum et revient à sa position primitive.

Dans les conditions où l'expérience a été réalisée le maximum de constante capillaire correspondait à un potentiel négatif de 15000 à 20000 volts.

Les expériences ne réussissent qu'avec du mercure très pur et surtout avec des tubes de verre parfaitement propres.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — *Réfraction d'un pinceau lumineux parallèle normal à une lentille cylindrique.* Note (¹) de M. **Marcel Dufour**, transmise par M. Pierre Weiss.

Dans une Note présentée à l'Académie le 12 juin 1922, j'ai indiqué une méthode qui conduit facilement aux trois équations de Sturm. Dans le cas où le rayon moyen du pinceau est normal à la surface réfringente, on peut trouver plus simplement encore les deux lignes focales.

1° Une lentille plan-sphérique infiniment mince de centre optique O, d'indice n, ayant un rayon de courbure R et une puissance $D = \frac{n-1}{R}$ dévie le rayon parallèle à l'axe qui la rencontre en un point P, infiniment voisin de O, d'un angle $\frac{n-1}{R}\,OP = D.OP$ comme le ferait un prisme d'angle $\frac{OP}{R}$ et d'indice n, dont l'arête serait perpendiculaire à OP.

2° Un rayon normal à la face plane d'une lentille plan-cylindrique infiniment mince $\left(\text{rayon } R',\ \text{indice } n',\ \text{puissance } C' = \frac{n'-1}{R'}\right)$ rencontrant la lentille en un point P à une distance PM de la génératrice du cylindre, le long de laquelle le plan tangent est parallèle à la face plane, est dévié dans un plan perpendiculaire aux génératrices d'un angle $\frac{n'-1}{R'}PM = C'.PM$. Dans un même plan perpendiculaire aux génératrices les rayons réfractés infiniment voisins se rencontrent comme dans une section méridienne de lentille sphérique. L'ensemble des points de rencontre relatifs aux différents plans perpendiculaires à la direction des génératrices donne une ligne focale principale à une distance $\frac{1}{C'}$ de la lentille. Les rayons incidents qui s'appuient sur une même génératrice du cylindre donnent naissance à des

(¹) Séance du 3 janvier 1928.

rayons réfractés parallèles entre eux, qu'on peut considérer comme se rencontrant en un point infiniment éloigné. L'ensemble de ces points infiniment éloignés correspondant aux différentes génératrices donne l'autre ligne focale principale à l'infini. Comme la déviation due au prisme de petit angle est indépendante de l'incidence supposée petite, peu importe que les rayons tombent d'abord sur la face plane ou sur la face courbe de la lentille : foyers ou lignes focales principales sont à la même distance de part et d'autre de la lentille.

3° Supposons accolées une lentille plan-sphérique et une lentille plan-cylindrique. Un rayon parallèle à l'axe de la lentille sphérique, passant à une distance OP de son centre optique, est dévié dans un plan passant par l'axe de l'angle D.OP et dans un plan perpendiculaire aux génératrices d'un angle C.PM. Si l'axe optique de la lentille sphérique rencontre la génératrice de la lentille cylindrique le long de laquelle le plan tangent est parallèle à la face plane, le rayon qui passe par O n'est pas dévié. Pour qu'il soit rencontré par le rayon qui passe par P, il faut que PM soit nul ou coïncide avec OP, c'est-à-dire que P soit sur la génératrice passant par O ou sur la perpendiculaire menée en O à cette génératrice. Les directions des deux sections principales sont ainsi fixées, et nous voyons que leurs puissances sont respectivement D et D + C.

4° Supposons accolées deux lentilles plan-cylindriques (C_1) et (C_2) dont les génératrices font entre elles un angle aigu θ. Nous appelons *axe du système* la perpendiculaire commune aux deux génératrices de (C_1) et (C_2), le long desquelles le plan tangent est parallèle à la face plane. Un rayon lumineux coïncidant avec cet axe traverse le système sans déviation, et son point d'intersection O avec le plan des lentilles infiniment minces accolées joue un rôle analogue à celui du centre optique de la lentille sphérique. Un rayon incident rencontrant en P le plan des lentilles est dévié d'angles $C_1.PM_1$ et $C_2.PM_2$ dans des plans respectivement perpendiculaires aux génératrices des deux lentilles. Pour que le rayon réfracté rencontre l'axe, il faut et il suffit que le *déplacement résultant* d'un point de ce rayon se fasse dans un plan passant par l'axe. Considérons le point qui se trouve à une distance unité de P : Les déplacements élémentaires parallèles à PM_1 et PM_2 sont respectivement égaux à $C_1.PM_1$ et $C_2.PM_2$. Le déplacement résultant sera parallèle à PO si sa projection sur une direction perpendiculaire à PO est nulle. Soient α_1 et α_2 les angles de OM_2 et OM_2 avec OP. Nous avons $PM_1 = OP \sin\alpha_1$ et $PM_2 = OP \sin\alpha_2$. Les projections des

déplacements élémentaires sur une direction perpendiculaire à PO sont

$$C_1 . PM_1 \cos\alpha_1 = C_1 . OP \sin\alpha_1 \cos\alpha_1 = \frac{C_1}{2} OP \sin 2\alpha_1$$

et

$$C_2 . PM_2 \cos\alpha^2 = C_2 . OP \sin\alpha_2 \cos\alpha_2 = \frac{C_2}{2} OP \sin 2\alpha_2,$$

nous devons donc avoir

$$C_1 \sin 2\alpha_1 = C_2 \sin 2\alpha_2.$$

Nous supposons le point P situé dans l'angle aigu θ : alors $\alpha_1 + \alpha_2 = \theta$ et la condition devient $C_1 \sin 2\alpha_1 = C_2 \sin 2(\theta - \alpha_1)$. Si α_1 est une solution, l'équation est satisfaite aussi pour $\alpha'_1 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2}$, les deux membres changeant simplement de signe sans changer de valeur absolue : les deux sections principales sont rectangulaires (théorème de Malus). Remarquons que $\cos 2\alpha'_1 = -\cos 2\alpha_1$ et $\cos 2\alpha'_2 = -\cos 2\alpha_2$. Pour obtenir les puissances du système dans chacune de ces sections principales, nous devons ajouter entre elles les projections sur PO des déplacements élémentaires $C_1 . \sin\alpha_1$ et $C_2 \sin\alpha_2$ dirigés sur PM_1 et PM_2.

Γ est le troisième côté du triangle ayant l'angle 2θ compris entre les côtés C_1 et C_2.

Si $C_1 = C_2$ (*lentille de Stokes*), une des sections principales est dirigée par raison de symétrie suivant la bissectrice de θ (cf. DUFOUR, *Sur la lentille de Stokes*, séance de la Société d'Ophtalmologie de l'Est de la France, décembre 1926, in *Bulletin de la Société d'Ophtalmologie de Paris*).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les propriétés diélectriques des mélanges hydroalcooliques*. Note (1) de MM. **PIERRE BRUN** et **JEAN GRANIER**, présentée par M. G. Urbain.

Au cours des recherches poursuivies depuis trois ans par l'un de nous (2) sur les mélanges liquides, nous avons étudié les propriétés de ces mélanges dans le voisinage de la miscibilité critique, et nous avons montré que ces propriétés varient non seulement en fonction de la composition centésimale, mais surtout en fonction de la plus ou moins grande miscibilité de ces mélanges.

(1) Séance du 19 décembre 1927.

(2) P. BRUN, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1747.

Nos recherches ont, d'autre part, confirmé que, dans le cas des liquides organiques, la formule de Maxwell, qui relie le pouvoir inducteur spécifique et la réfringence de ces liquides, doit être remplacée par la formule plus exacte

$$K = k_1 + k_2.$$

Dans cette formule, k_1 étant égal à n^2, k_2 est un facteur variable, fonction du nombre des ions (OH) libres dans la solution.

Si donc, nous admettons l'hypothèse que la miscibilité critique s'accompagne de variations dans l'état de dissociation de nos liquides, à cet état critique doivent correspondre des variations du pouvoir inducteur de nos solutions : c'est ce que nous nous sommes proposés de vérifier.

Pour cette vérification, nous nous sommes servis des ondes entretenues, procédé qui permet d'obtenir des résultats d'une très grande précision.

Notre installation se composait d'un poste émetteur et d'un poste récepteur à lampes triodes donnant des oscillations de fréquence $N = 6 \times 10^6$. Le circuit récepteur comprenait le condensateur contenant le liquide étudié

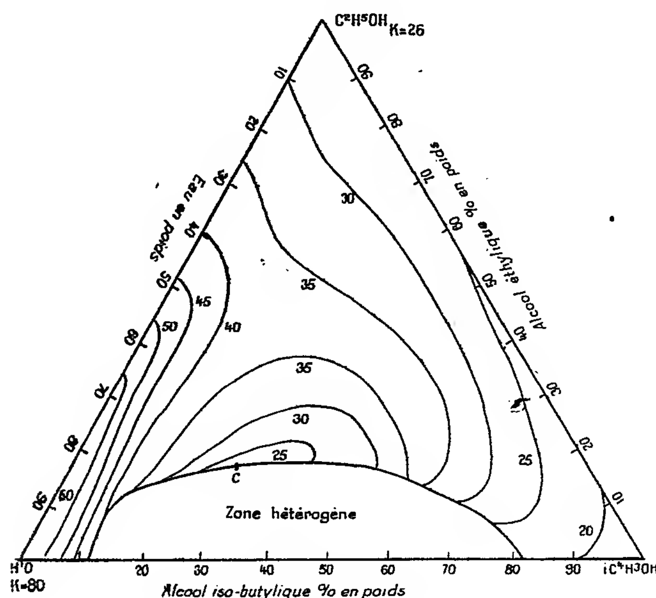


Fig. 1.

et un condensateur variable permettant de compenser ce liquide et d'obtenir l'unisson avec l'émetteur.

Nous avons dû prendre des courants à haute fréquence afin d'avoir la

plus haute valeur possible pour le rapport entre le courant de capacité I_1, qui sert à nos mesures, et le courant de conductibilité, I_2, qui constitue une gène difficile à éviter.

D'un autre côté, en opérant avec des ondes trop courtes, on risquerait de rencontrer une bande d'absorption. Nous avons donc adopté une longueur d'ondes moyenne de 50^m.

Pour diminuer la conductibilité, nous avons pris des alcools très purs, et de l'eau de pH = o. Pour éviter enfin l'action perturbatrice de l'opérateur les commandes se faisaient à distance, et l'écoute avec un haut-parleur.

Nous avons étudié par cette méthode des mélanges d'eau et d'alcool éthylique avec l'alcool isobutylique et l'alcool isoamylique. Les résultats numériques ainsi obtenus nous ont permis, dans les graphiques triangulaires, de

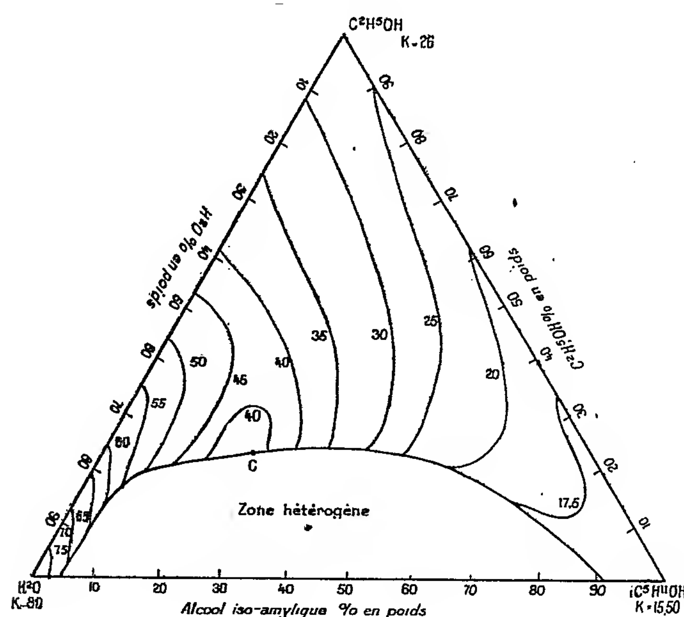


Fig. 2.

tracer les courbes ci-jointes. L'étude de ces graphiques nous montre, dans la zone critique de miscibilité, des perturbations très nettes de l'orientation des courbes d'égal pouvoir inducteur, perturbations semblables à celles que nous avons observées dans l'étude des autres propriétés physiques de ces même mélanges.

D'autre part, si nous comparons ces graphiques à ceux que nous avons

publiés antérieurement ([1]), qui donnent les variations des réfringences de ces mêmes mélanges en fonction de leur composition centésimale, nous constatons que la règle de Maxwell, vraie pour les corps réfringents purs, ne s'applique plus du tout dans le cas de nos mélanges : K n'est plns une fonction croissante de n mais de $\frac{1}{n}$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'évolution du sulfure de nickel et du sulfure de cobalt au sein de l'eau.* Note de Mlle **Suzanne Veil**, présentée par M. G. Urbain.

Dans une précédente recherche ([2]), nous avons constaté que le sulfure de fer partage avec les hydroxydes la propriété de ne pas rester magnétiquement invariable au sein de l'eau chaude. Les présentes expériences ont montré qu'il en est encore de même du sulfure de nickel et du sulfure de cobalt.

Chacun de ces deux sulfures était précipité à froid d'un sel de son métal, au moyen de sulfure de sodium, puis lavé à l'eau bouillie froide par décantation et desséché dans le vide, toutes opérations exécutées avec la rapidité nécessaire pour se mettre à l'abri d'une éventualité d'oxydation.

I. *Sulfure de nickel.* — Le sulfure de nickel, préparé entièrement à froid, est moins magnétique que l'hydroxyde obtenu dans les mêmes conditions, les coefficients d'aimantation étant, comme toujours, rapportés au poids de métal. Lorsque le sulfure de nickel a séjourné dans l'eau chaude, il devient moins oxydable, et en même temps son magnétisme s'abaisse, dépréciation qui se poursuit lorsqu'on reprend les traitements, après avoir dissous dans l'eau régale le sulfure modifié.

D'autre part, pour l'oxyde calciné correspondant, le magnétisme, après avoir, en général, accusé une exaltation au début des traitements à l'eau chaude, s'abaisse progressivement après les opérations ultérieures. Du point de vue magnétique, l'oxyde dérivé du sulfure préparé à froid est de l'ordre de l'oxyde qui correspond à l'hydroxyde préparé également à froid.

Ci-après, à titre d'exemples, les résultats numériques d'expériences faites en tubes scellés, qu'on chauffait au bain d'huile une douzaine

---

([1]) P. Brun, *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1221

([2]) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 1286.

d'heures à des températures variées. Comme coefficient d'aimantation unité, on a choisi arbitrairement le coefficient d'aimantation de l'oxyde résultant de la calcination du sulfure préparé à froid.

TABLEAU I. — *Coefficients d'aimantation des sulfures de nickel successifs et de leurs oxydes calcinés* (rapportés au poids du métal).

	120°.		150°.		180°.		210°.	
	Sulf.	Oxyde.	Sulf.	Oxyde.	Sulf.	Oxyde.	Sulf.	Oxyde.
Préparation à froid	2,91	1	2,34	1	2,16	1	2,65	1
Premier traitement à chaud.	1,41	2,80	1,60	1,04	1,25	5,73	1,10	2,41
Deuxième » .	1,06	0,95	1,34	0,79	1,10	1,94	0,89	1,68
Troisième »	0,84	0,65	0,72	0,72	1,19	2,42	0,86	1,52
Quatrième » .	0,71	0,68	0,84	0,69	1,06	1,75	0,82	0,96

Il y a souvenir manifeste au cours des opérations. Les phénomènes rappellent ceux qui sont relatifs à l'hydroxyde nickeleux et à l'hydrate de sesquioxyde de nickel ([1]).

II. *Sulfure de cobalt.* — Dans le cas du cobalt, les phénomènes ont approximativement la même allure que dans le cas du nickel, tant pour le sulfure lui-même que pour l'oxyde calciné.

TABLEAU II. — *Coefficients d'aimantation des sulfures de cobalt successifs et de leurs oxydes calcinés* (rapportés au poids du métal).

	120°.		150°.		180°.		210°.	
	Sulf.	Oxyde.	Sulf.	Oxyde.	Sulf.	Oxyde.	Sulf.	Oxyde.
Préparation à froid	2,00	1	2,99	1	2,68	1	2,12	1
Premier traitement à chaud.	1,05	1,02	0,94	1,24	0,79	1,06	0,94	1,19
Deuxième » .	0,94	1,22	0,72	1,50	0,52	1,48	0,45	1,63
Troisième » .	1,03	1,28	0,59	1,75	0,59	1,14	0,27	1,34
Quatrième » .	0,72	1,23	0,52	1,20	0,51	1,18	0,32	1,24

Les phénomènes se différencient nettement de ceux que manifeste l'hydrate de sesquioxyde de cobalt ([2]). Le sulfure de cobalt, préparé à froid, est beaucoup plus magnétique que l'hydrate de sesquioxyde de cobalt, préparé également à froid. Les oxydes calcinés de l'une et de l'autre de ces substances ont des coefficients d'aimantation du même ordre.

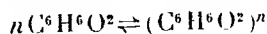
([1]) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 842; 180, 1925, p. 211.

([2]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1171.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination ébullioscopique des équilibres moléculaires de la résorcine dans les solutions aqueuses de chlorure de sodium.* Note de MM. **F. Bourion** et **E. Rouyer**, présentée par M. G. Urbain.

Nous avons étendu aux solutions de résorcine dans les solutions aqueuses de chlorure de sodium l'étude ébullioscopique que nous avions faite antérieurement [1], des équilibres moléculaires présentés par cette substance en dissolution dans les solutions aqueuses de chlorure de potassium.

Nous avons étudié les deux séries O, 5M et 1,225MClNa; rappelons que dans une même série, le rapport de la masse de chlorure de sodium à la masse d'eau contenue dans le mélange ternaire est déterminé et égal en particulier à celui qu'il possède dans le mélange binaire eau-chlorure de sodium, dont la concentration définit la série. On a l'équilibre



$$n\,C^6H^6O^2 \rightleftharpoons (C^6H^6O^2)^n$$

avec

$$K_n = \frac{c^n}{c'},$$

c et c' désignant les concentrations respectives des molécules simple et triple. Nous avons montré que :

$$K_n = \frac{n\,C^{n-1}(n \times 110\Delta e - ak)^n}{(n-1)^{n-1}a^{n-1}(nak - n \times 110.\Delta e)},$$

C étant la concentration totale de la résorcine exprimée en molécules simples, a la masse de cette substance qui se trouve en présence de 100^g d'eau, k et Δe les constante et élévation ébullioscopiques.

Pour déterminer k on cherche les racines de l'équation

$$\delta = \frac{C_2^{n-1}(n \times 110\Delta e_2 - a_2 k)^n}{a_2^{n-1}(n a_2 k - n \times 110\Delta e_2)} - \frac{C_1^{n-1}(n \times 110\Delta e_1 - a_1 k)^n}{a_1^{n}(n a_1 k - n \times 110\Delta e_1)} = 0,$$

a_1 et a_2, Δe_1 et Δe_2 correspondant aux concentrations C_1 et C_2. On résout cette équation, en appliquant la méthode des premiers passages par zéro, avec écart minimum des valeurs extrêmes de k, décrite antérieurement (*loc. cit.*).

1. Les solutions aqueuses de chlorure de sodium, définies par un rapport

---

[1] F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 941 et 1064; *Journ. de Chim. Phys.*, 24, 1927, p. 437-469.

déterminé chlorure de sodium-eau, constituent un milieu possédant une constante ébullioscopique déterminée.

Pour chaque série, la résorcine donne lieu, dissoute dans les solutions aqueuses de chlorure de sodium, à des équilibres entre molécules simples et doubles, ou entre molécules simples et triples, selon la concentration, comme dans l'eau pure.

L'équilibre entre molécules simples et doubles a un domaine de plus en plus diminué, à mesure que croît la richesse en chlorure de sodium.

Dans l'eau pure, il s'étend jusqu'à la concentration.....	1,25 M	en résorcine
Dans la solution ClNa 0,5 M........................	1,45 M	»
» 1,225 M......................	1,075 M	»

2. Ces particularités s'expliquent aisément, en remarquant que k croît, et K_n décroît, lorsque la concentration en ClNa s'élève. On a :

		0,5 M.		1,225 M.	
	Eau pure.	ClK.	ClNa.	ClK.	ClNa.
k......	5,214	5,955	6,313	6,965	7,694
K_2.....	2,14	1,89	1,84	1,57	1,42
K_3.....	5,19	4,17	3,89	2,77	2,21

L'association est d'autant plus grande que les solutions sont plus riches en chlorure de sodium.

Pour les mêmes concentrations en chlorure alcalin, la constante k est plus grande pour le chlorure de sodium que pour le chlorure de potassium; par contre, la constante d'équilibre est un peu plus faible pour le premier que pour le second, ce qui révèle une association de la résorcine un peu plus marquée dans les solutions du premier.

3. Nous avons montré antérieurement (*loc. cit.*), par voie thermodynamique, que si l'on dissout la résorcine dans les solutions aqueuses d'un chlorure alcalin, ces dernières devaient satisfaire comme milieu aux lois de l'ébullioscopie avec une constante sensiblement égale à celle de l'eau pure. Ces résultats sont en désaccord avec les faits observés. On trouve une explication raisonnable de ces derniers en admettant une fixation de l'eau sur le sel, soit sous forme d'ions, soit sous forme de molécules entières.

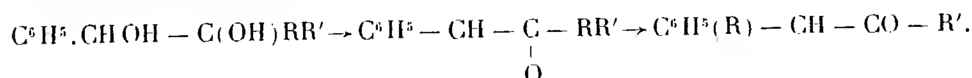
Dans cette dernière hypothèse, la proportion d'eau globale fixée sur le sel est plus grande, à concentration égale, pour le chlorure de sodium que pour le chlorure de potassium. On a :

Conc. de chlorure alcalin...	0,5 M.	1,225 M.
ClK	$ClK(H^2O)_{13,6}$	$ClK(H^2O)_{11}$
ClNa	$ClNa(H^2O)_{19,1}$	$ClNa(H^2O)_{14,2}$

Les degrés d'hydratation varient dans le même sens que les activités ioniques pour ces deux sels, mais ne leur sont nullement proportionnelles, comme cela arrive pour d'autres propriétés, notamment les constantes de vitesses de réactions observées en présence des deux chlorures, agissant comme accélérateurs.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Aptitudes migratrices comparées des radicaux acycliques dans la transposition semipinacolique des phényldialcoylglycols. Leurs rapports avec les capacités affinitaires.* Note (1) de M. **M. Tiffeneau** et Mlle **Jeanne Lévy**, présentée par M. A. Béhal.

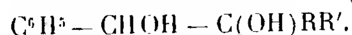
Nous avons établi dans deux Notes antérieures (2) que la déshydratation des phényldialcoylglycols par l'acide sulfurique concentré s'effectue par élimination de l'oxhydryle secondaire et que cette déshydratation s'accompagne d'une transposition semipinacolique avec migration de l'un ou l'autre des radicaux acycliques



$$C^6H^5.CHOH - C(OH)RR' \rightarrow C^6H^5 - CH - \underset{\displaystyle O}{\overset{}{C}} - RR' \rightarrow C^6H^5(R) - CH - CO - R'.$$

Nous avons montré d'autre part que, le plus souvent, l'un des deux radicaux R et R' susceptibles d'émigrer émigre seul ou d'une manière prépondérante, si bien que l'on peut recourir à cette réaction transpositrice (3) pour étudier systématiquement les aptitudes migratrices relatives des divers radicaux acycliques.

Jusqu'à présent, nous avons étudié treize phényldialcoylglycols



$$C^6H^5 - CHOH - C(OH)RR'.$$

Les résultats que fournit leur déshydratation par l'acide sulfurique concentré sont indiqués dans la deuxième colonne du tableau ci-après; les

(1) Séance du 3 janvier 1928.

(2) M. Tiffeneau et Jeanne Lévy, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1112; Jeanne Lévy et P. Weill, *ibid.*, 184, 1927, p. 135.

(3) M. Tiffeneau et Jeanne Lévy, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 33, 1923, p. 735.

radicaux susceptibles d'émigrer (première colonne) et ceux qui ont émigré (deuxième colonne) ont été soulignés d'un trait.

En vue de préciser les relations entre les aptitudes migratrices des radicaux et leurs capacités affinitaires, nous avons, dans une troisième colonne, indiqué les capacités affinitaires relatives des divers radicaux comparés deux à deux, telles qu'elles résultent du classement par ordre décroissant qui a été dressé dans la ligne ci-dessous d'après diverses données expérimentales ou d'après diverses considérations théoriques concernant l'affinité variable

$_i$Butyle > Méthyle > Propyle > Butyle > Éthyle > $_i$Propyle > Benzyle.

De l'examen de ce tableau, il résulte que le radical à capacité affinitaire la plus faible, le *benzyle*, émigre toujours de préférence aux autres radicaux (n°s 11, 12, 13). Quant au radical *méthyle* qui, après le radical isobutyle, possède la capacité affinitaire la plus forte, il n'émigre jamais (n°s 1, 2, 3), sauf dans le cas où il est opposé à un radical *i* butyle (n° 4) dont la capacité affinitaire est nettement plus faible et qui seul émigre, ou encore lorsqu'il est opposé à un propyle (n° 5) dont la capacité affinitaire est, il est vrai, un peu plus forte, mais dont la migration n'est pas exclusive. Par contre, dans deux cas où les radicaux opposés à l'éthyle sont de capacité affinitaire voisine, l'isopropyle (n° 7) et le *n*-butyle (n° 9), on observe que ce sont les radicaux à plus forte capacité affinitaire qui l'emportent, l'éthyle dans le premier cas et le *n*-butyle dans le second.

On peut donc conclure à quelques exceptions près, que les aptitudes migratrices d'un radical acyclique sont d'autant plus marquées que ce radical possède une plus faible capacité affinitaire. Quant aux trois cas (5, 7, 9) qui ne suivent pas cette règle générale [1], on peut noter que dans chacun de ces cas les radicaux comparés sont peut-être de capacité affinitaire voisine, et que dans l'un d'entre eux (n° 5) l'allure anormale de la réaction est tempérée par le fait qu'on observe une migration simultanée des deux radicaux.

Conclusion. — Dans le groupe des phényldialcoylglycols



$$C^6H^5 - CHOH - C(OH)RR'$$

les aptitudes migratrices comparées des deux radicaux R et R′ sont, en général, d'autant plus marquées que leur capacité affinitaire est moindre.

---

(1) Nous nous proposons pour l'étude spéciale de ces trois cas de préciser expérimentalement la valeur des capacités affinitaires des radicaux considérés.

Phényldialcoylglycols (¹).	Cétones obtenues par déshydratation sulfurique des phényldialcoylglycols (²).	Capacités affinitaires relatives des radicaux comparés 2 à 2 (³).
1. Phényl-méthyl-éthyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{CH^3})(\underline{C^2H^5})$	Phényl-3-pentanone-4 $C^6H^5(\underline{C^2H^5})CH-CO-CH^3$	$CH^3 > \underline{C^2H^5}$
2. Phényl-méthyl-isopropyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{CH^3})(\underline{{}_iC^3H^7})$	Méthyl-1-phényl-3-pentanone-4 $C^6H^5(\underline{{}_iC^3H^7})CH-CO-CH^3$	$CH^3 > \underline{{}_iC^3H^7}$
3. Phényl-méthyl-butyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{CH^3})(\underline{C^4H^9})$	Phényl-3-heptanone-2 $C^6H^5(\underline{C^4H^9})CH-CO-CH^3$	$CH^3 > \underline{C^4H^9}$
4. Phényl-méthyl-isobutyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{CH^3})(\underline{{}_iC^4H^9})$	Phényl-2-méthyl-5-hexanone-3 $C^6H^5(\underline{CH^3})CH-CO-{}_iC^4H^9$	${}_iC^4H^9 > \underline{CH^3}$
5. Phényl-méthyl-propyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{CH^3})(\underline{C^3H^7})$	Phényl-3-hexanone-2 $C^6H^5(\underline{C^3H^7})CH-CO-CH^3$ Phényl-2-hexanone-3 $C^6H^5(\underline{CH^3})CH-CO-C^3H^7$	$\underline{CH^3} \geqq \underline{C^3H^7}$
6. Phényl-éthyl-propyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{C^2H^5})(\underline{C^3H^7})$	Phényl-3-heptanone-4 $C^6H^5(\underline{C^2H^5})CH-CO-C^3H^7$	$C^3H^7 > \underline{C^2H^5}$
7. Phényl-éthyl-isopropyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{C^2H^5})(\underline{{}_iC^3H^7})$	Phényl-3-méthyl-5-hexanone-4 $C^6H^5(\underline{C^2H^5})CH-CO-{}_iC^3H^7$	$\underline{C^2H^5} > {}_iC^3H^7$
8. Phényl-éthyl-isobutyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{C^2H^5})(\underline{{}_iC^4H^9})$	Méthyl-2-phényl-5-heptanone-4 $C^6H^5(\underline{C^2H^5})CH-CO-{}_iC^4H^9$	${}_iC^4H^9 > \underline{C^2H^5}$
9. Phényl-éthyl-butyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{C^2H^5})(\underline{C^4H^9})$	Phényl-5-octanone 6 $C^6H^5(\underline{C^4H^9})CH-CO-C^2H^5$	$\underline{C^4H^9} > C^2H^5$
10. Phényl-propyl-butyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{C^3H^7})(\underline{C^4H^9})$	Phényl-5-nonanone-6 $C^6H^5(\underline{C^4H^9})CH-CO-C^3H^7$	$C^3H^7 > \underline{C^4H^9}$
11. Phényl-éthyl-benzyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{C^2H^5})(\underline{C^7H^7})$	Diphényl-1.2-pentanone-3 pour les $\frac{9}{10}$ $C^6H^5(\underline{C^7H^7})CH-CO-C^2H^5$ Diphényl-1.3-pentanone-2 pour $\frac{1}{10}$ $C^6H^5(\underline{C^2H^5})CH-CO-C^7H^7$	$\underline{C^2H^5} > \underline{C^7H^7}$
12. Phényl-propyl-benzyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{C^3H^7})(\underline{C^7H^7})$	Diphényl-1.2-hexanone-3 $C^6H^5(\underline{C^7H^7})CH-CO-C^3H^7$	$C^3H^7 > \underline{C^7H^7}$
13. Phényl-isopropyl-benzyl-glycol $C^6H^5-CHOH-COH(\underline{{}_iC^3H^7})(\underline{C^7H^7})$	Diphényl-1.2-méthyl-4-pentanone-3 $C^6H^5(\underline{C^7H^7})CH-CO({}_iC^3H^7)$	${}_iC^3H^7 > \underline{C^7H^7}$

(¹) Les deux radicaux dont on compare les aptitudes migratrices sont soulignés.
(²) Seuls les radicaux migrateurs ont été soulignés.
(³) Les radicaux migrateurs de la deuxième colonne ont été soulignés.

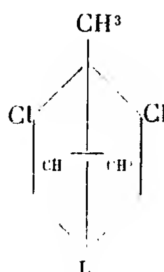
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les dérivés dihalogénés cristallisés du pinène.* Note (1) de M. **Georges Brus**, transmise par M. Paul Sabatier.

Par action du Cl sur un pinène $[\alpha]_D = +25°,6$ Aschan (2) obtint, avec un rendement de 2,6 pour 100 un dichlorure inactif, *orthorhombique* bipyramidal : F = 173-174°; $a : b : c = 0,8587 : 1 = 1,9320$.

Reprenant cette étude avec du pinène pur $[\alpha]_D = +48°,1$ provenant de l'essence du pin d'Alep, j'ai obtenu (3), avec un rendement de 15 pour 100 un dichlorure *monoclinique* F = 170-171° différent de celui d'Aschan; $a : b : c = 1,337 = 1 = 1,384$ (A. Duffour).

Est-ce un cas de dimorphisme, ou le chlorure d'Aschan provient-il d'un carbure autre que le pinène contenu dans l'essence dont l'auteur n'indique pas l'origine ?

D'autre part, le dichlorure ne se prêtant pas à l'enlèvement du Cl, je n'ai pu lui attribuer la formule I et l'appeler *chlorure de tricyclène* que par analogie avec l'action du Br sur le pinène, qui conduit au *bromure de tricyclène*.



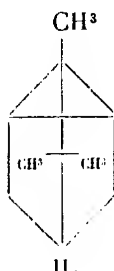
Si ces deux dérivés étaient isomorphes, on pourrait affirmer avec certitude l'identité de leurs constitutions. Dans le but de comparer leurs formes cristallines, j'ai été conduit à reprendre l'étude de l'action du brome sur le pinène, les cristaux de bromure de tricyclène n'ayant pas été décrits.

Mes résultats, analogues à ceux obtenus avec le chlore, confirment ceux de Wallach (4); il se forme du bromure de bornyle (F = 94°), des produits bromés liquides, et un dibromure cristallisé $C^{10}H^{16}Br^2$, F = 169-170°

(1) Séance du 19 décembre 1927.
(2) O. Aschan, *Öfversigt Finska Vetenskaps Soc.*, **37**, 1915, p. 14.
(3) G. Brus, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1507.
(4) Wallach, *Annalen der Chemie*, **264**, 1891, p. 1.

(Br = 54, 25 pour 100), qui, par action de la poudre de zinc et de l'alcool, conduit au tricyclène II (E = 153°; F = 65°), comme Godlewsky et Wagner (¹) l'ont montré.

Malgré des fractionnements très soignés, je n'ai pas retrouvé le dibromure cristallisé (F = 150°) obtenu par Pariselle (²) à côté du dibromure de Wallach.



Le dibromure, difficilement soluble à froid, bien plus soluble à chaud dans l'alcool; soluble dans le benzène, l'acétate d'éthyle, le chloroforme, cristallise en cristaux hexagonaux présentant le faciès de ceux de Wallach : « cristaux à faces peu nettes, croissant sous forme de pyramides, souvent complètement creux ».

M. A. Duffour a bien voulu en faire l'étude :

Cristaux hexagonaux : généralement aplatis suivant p ; se réduisant parfois à de minces lamelles plus ou moins polysynthétiques ; plus rarement allongés en prismes ; faces prismatiques striées parallèlement à la base.

Faces $p(001)$, $m(100)$ dominantes.

Nombreuses faces pyramidales extrêmement rapprochées et le plus souvent indéterminables ; les plus nettes sont b^1 et b^3.

$$\frac{c}{a} = 2,00.$$

	Angle des normales.	
	Calculé.	Observé.
pb^3	fond.	80,5
pb^1	63,5	63,5

Cristaux uniaxes.

Clivage assez facile suivant la base ; d'où résulte pour celle-ci un éclat nacré, et pour le cristal une certaine opacité.

(¹) Godlewsky et Wagner, *J. Russ. chem. Gess.*, 29, 1896, p. 121.

(²) Pariselle, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 1487.

Ces cristaux ne sont isomorphes ni de ceux du dichlorure orthorhombique d'Aschan, ni de ceux du dérivé monoclinique que j'ai obtenu. On ne peut tirer aucune conclusion de leur comparaison.

GÉOLOGIE. — *Sur la terminaison occidentale de la Sierra de Cazorla (Andalousie).* Note (¹) de M. **Paul Fallot**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai donné le résumé d'observations faites, sur une transversale à la chaîne subbétique, entre la région de Cabra et le nord de Velez-Malaga (²), dans le but d'orienter mes recherches futures. Considérant comme connu le domaine compris, à l'est de cette ligne, entre Alcaudete et le Rio Guadiana Menor, décrit par Robert Douvillé (³), j'ai parcouru une partie des chaînons qui s'élèvent plus à l'Est, de la Sierra de Quesada au nord de Nerpio, et constituent ce que la carte géologique au $\frac{1}{100\,000}$ groupe sous les noms de Sierra de Cazorla et de Sierras de Segura. Les anciens auteurs y voyaient un vaste anticlinal formé de Trias, de Jurassique et de Crétacé. R. Douvillé y signale des faciès néritiques et considère ces massifs comme autochtones. Cette chaîne, poussée du Sud-Est au Nord-Ouest, est complexe.

Vers la source du Guadalquivir, elle est formée de grands plis comportant du Jurassique, de puissants calcaires crétacés (fournissant localement des Ostracés et Gastropodes aptiens) et des grès et calcaires néogènes, à débris de Clypeastres, Scutelles, etc.

Ces plis, droits ou un peu inclinés, passent vers le Nord-Ouest, c'est-à-dire vers l'extérieur de la chaîne, à des imbrications serrées, bien visibles dans la Sierra de Cazorla, dans la falaise dominant Cazorla et à l'ouest de cette ville. Comportant du Burdigalien, analogue à celui de Majorque, du Crétacé supérieur à Orbitoïdes, et du Jurassique avec Argovien fossilifère (mais pas de Trias), elles s'appuient contre des grès et marnes attribués au Miocène. Localement (à l'est de La Iruela et vers Borrunchel), elles reposent, par leur tranche cisaillée, sur ces grès et marnes.

Le style de ces imbrications et la présence du Trias de base dans la bou-

(¹) Séance du 3 janvier 1928.

(²) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1287 et 1499.

(³) Robert Douvillé, *Esquisse géologique des Préalpes subbétiques*, Thèse, Paris, 1906, p. 1-223.

tonnière de la haute vallée du Guadalquivir, 3^{km} au Sud-Est, semblent indiquer que ces accidents ont peu d'ampleur. Plus à l'Ouest, dans la terminaison occidentale de la chaîne, les dépôts chevauchés dessinent un profond rentrant qui est limité au Nord-Est par les contreforts voisins de Cazorla, au Sud-Est par le prolongement de la Sierra de Cazorla, abaissée et formant un col emprunté par la route de Quesada à Tiscar, et au Sud-Ouest par la Sierra de Quesada. Ce *rentrant* mesure environ 8^{km} dans le sens de la poussée et 4^{km} de large.

Le chaînon de Quesada comporte une série de petits plis, droits au Sud-Est et, vers son extrémité, déversés au Nord-Ouest. Leurs axes sont orientés du Sud-Ouest au Nord-Est et leur tranche domine la dépression miocène. La route de Quesada à Tiscar suit à peu près la surface de séparation des plis du Secondaire et du Miocène, mettant à jour en plusieurs endroits la surface de chevauchement. Il n'en est pas de même au pied du versant sud-ouest de ce chaînon. Tous ses plis y montrent une forte inclinaison d'axe au Sud-Ouest et se terminent périclinalement dans le complexe de Trias, de Crétacé marneux et de Tertiaire qui s'étend dans toute la dépression de la vallée du Guadiana Menor, jusqu'aux régions étudiées, 20^{km} plus à l'Ouest, par R. Douvillé.

Celui-ci considérait ce complexe, où le Crétacé et le Tertiaire reposent, indifféremment, directement sur le Keuper, comme autochtone; mais 200^{km} au Nord-Est, entre Cieza, Villena et Villarroya, Nicklès supposait que des rapports semblables étaient dus à des charriages ([1]). Si l'on admet ici, ainsi que tous les pendages et les contacts le laissent supposer, l'ennoyage des plis de la Sierra de Quesada, ce complexe Trias-Crétacé-Tertiaire les enveloppe et ne saurait être en place. On peut il est vrai supposer que les plis de la Sierra de Quesada ont été cisaillés par leur base et reposent, avec les apparences de l'ennoyage, sur le complexe en question. L'absence de Trias à l'est du chaînon semble toutefois peu conforme à cette hypothèse, alors que la première paraît appuyée par le fait que, dans leur couverture normale, les plis comportent le Néogène qui plus à l'Est, au col de la route de Tiscar, plus à l'Est encore, vers la source du Guadalquivir, fait suite normalement au Secondaire, et que cette couverture des plis paraît s'enfoncer vers l'Ouest sous les marnes miocènes qui forment une auréole séparant les plis de la Sierra de Quesada de la zone où apparaît le Keuper.

([1]) R. Nicklès, *Sur l'existence de phénomènes de charriage en Espagne dans la zone subbétique* (*Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, 4, 1904, p. 211-247)

Il convient toutefois d'ajouter que, vers le Sud, entre Tiscar et Pozo Alcon, l'extrémité sud de la chaîne, dans le massif en partie crétacé (Néocomien néritique) de Cuenca Lancha, ne semble pas s'ennoyer sous le complexe Trias-Crétacé-Tertiaire, mais reposer, au moins localement, sur le Keuper. A partir du nord-ouest de Cuenca, on ne trouve plus que le complexe, où prédomine le Trias. Le Mio-pliocène transgressif le recouvre selon une ligne allant de l'est de Hinojares aux Llanos de la Pellija, au sud de Castril, et se prolongeant jusqu'au delà de Huescar.

Aucune investigation tectonique ne peut être tentée entre le Midi de la chaîne en question et l'auréole de terrains secondaires qui, 30^{km} plus au Sud, vers Baza, entoure les massifs cristallins de la Sierra de Los Filabres.

GÉOLOGIE. — *Caractères stratigraphiques de la nappe de l'Embrunais et du bord externe de la nappe du Briançonnais au nord de la région du Pelvoux.* Note (1) de M. **Henri Schoeller**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans une précédente Note (2), j'ai suivi, de la région du Galibier jusqu'en Suisse, la nappe de l'Embrunais (ou nappe des Aiguilles d'Arves) et le bord externe de la nappe du Briançonnais (zone du Galibier de W. Kilian). Je vais montrer, ici, quels sont les rapports et les différences stratigraphiques de ces deux unités tectoniques.

Dans la *nappe de l'Embrunais*, le *Houiller* ne se montre qu'aux environs des Chapieux. Le *Trias* affecte un faciès très spécial, schisteux et qui paraît embrasser la presque totalité de ce groupe. Il est localisé au bord occidental de la nappe. On peut le suivre du col de Varbuche au Cormet de Roselend. Le *Lias* n'est en général que très peu développé. Il est le plus souvent zoogène, cristallin, comme aux Chapieux, à Villette, au hameau du Bois, au Niélard, à Dorgentil et à la base du massif des Aiguilles de la Saussaz et du Goléon. Les *brèches du Télégraphe* n'en sont pas absentes; cependant ce sont les calcaires cristallins ainsi que la réduction extrême du Lias schisteux qui donnent, ici, son cachet spécial au Lias. Dans l'état actuel de nos connaissances, les terrains *Jurassique* et *Crétacé* font complètement défaut, sauf à Montricher où existent des *Marbres en plaquettes*. Et là encore, il n'est

(1) Séance du 3 janvier 1928.

(2) *La nappe de l'Embrunais et le bord externe de la nappe du Briançonnais (zone du Galibier) suivis de France en Suisse* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1497).

pas très certain qu'ils n'appartiennent pas à la nappe du Briançonnais. Le *Nummulitique* est la formation caractéristique de la nappe de l'Embrunais, que, pour cette raison, P. Termier a appelée autrefois zone du Flysch. Ce Nummulitique présente, toujours à sa base, de gros bancs de conglomérat-brèche; ce qui est général dans toute la nappe de l'Embrunais. J'insiste sur cette position des conglomérats-brèches, car la plupart des auteurs, dans un grand nombre de cas, en particulier la Tarentaise, les ont placés à divers niveaux du Flysch; ils ont été trompés par des apparences dues à la présence de replis. Il en découle que les conglomérats-brèches de Tarentaise ne passent pas au Flysch de la Maurienne. Les brèches de Maurienne et de Tarentaise occupent une même position stratigraphique à la base d'un Flysch puissant. Dès lors, si l'on peut démontrer que le calcaire cristallin de Montricher est un faciès latéral des conglomérats de Maurienne, on pourra conclure aussi, avec les plus grandes probabilités, à l'âge lutétien des conglomérats-brèches de Tarentaise.

Le *bord externe de la nappe du Briançonnais* montre beaucoup plus de *Houiller*. Ce terrain est bien représenté aux environs du Bourg-Saint-Maurice, et il affleure en quelques points de la bande triasique située entre Fontaine-sur-Salins et le col du Coin. Le faciès si caractéristique de Villarly, qui affecte la partie supérieure du *Trias* seulement, contraste avec celui qu'a le Trias dans la nappe de l'Embrunais. Et il n'est peut-être pas inutile de remarquer que ce faciès est lié à celui du *Rhétien* fossilifère ([1]) que l'on trouve bien développé dans cette unité tectonique. Le Lias, ici, renferme ses deux divisions classiques de *Lias calcaire* et de *Lias schisteux*, ce que l'on ne voit pas dans la nappe de l'Embrunais avec un tel développement et une telle puissance; et d'une manière générale les calcaires sont bien moins zoogènes. C'est plutôt le type *brèche du Télégraphe* qui domine. Le *Jurassique inférieur* est représenté. Le *Jurassique supérieur* et les *Marbres en plaquettes* sont très abondants. Ils n'ont pas été enlevés par l'érosion nummulitique comme dans la nappe de l'Embrunais. Ils ont un grand développement dans le massif du Galibier où ils ont été conservés par suite de l'abaissement axial. Le *Nummulitique* termine la série.

On voit donc qu'il existe de notables différences stratigraphiques entre la nappe de l'Embrunais et le bord externe de la nappe du Briançonnais. Au contraire si l'on compare les faciès de ce bord avec ceux de la portion plus interne du Briançonnais, on remarque de très grandes ressemblances.

([1]) Par exemple à Villarly, au Pas du Roc et ailleurs, au Morgon, à Sulens.

Aux environs de Bourg-Saint-Maurice, le bord externe du Briançonnais laisse apparaître le faciès des Schistes lustrés à roches vertes. On peut y distinguer : à la base, des schistes et phyllades contenant des roches vertes et appartenant, probablement, pour la plus grande partie, au Trias; puis des calcschistes contenant de rares Bélemnites; enfin, au sommet, des schistes noirs. Ces couches ne diffèrent du Lias des synclinaux de Feissons-sur-Salins que par une cristallinité plus grande et la présence à leur base de roches vertes très variées et typiques. On peut distinguer dans celles-ci plus d'une dizaine de catégories. L'abondance relative des grandes hornblendes, des glaucophanes, des pyroxènes, des grenats, est à remarquer (Pointe du Clapey, Pointe de Beaupré). Les serpentines existent à la Pointe de Broglie.

BOTANIQUE. — *Sur la signification des cristaux rouges apparaissant, sous l'influence du bleu de crésyl, dans les cellules de certaines Algues.* Note de M. G. **Mangenot**, présentée par M. Molliard.

On connaît les phénomènes, découverts par Sauvageau ([1]), accompagnant la coloration *in vivo*, par le bleu de crésyl, de Floridées telles que *Falkenbergia Doubletii* : des bouquets de cristaux rouges ou violacés se forment dans les vacuoles de certaines cellules de l'Algue; ils disparaissent au moment où un corpuscule, appelé ioduque, éclate en laissant fuser une masse verte. En août dernier, j'ai pu, en étudiant *F. Doubletii*, vérifier la réalité de ces faits et préciser leur signification.

La teinte verte est due à l'existence d'iode libre dans la matière qui sort de l'ioduque éclaté; en effet, si l'on dépose une paillette d'iode dans une goutte d'une solution de bleu de crésyl, un précipité vert, identique à celui qui s'échappe des ioduques, apparaît autour de la parcelle du métalloïde. Ainsi, comme le soutient Sauvageau, avec, d'ailleurs, bien d'autres preuves à l'appui, l'ioduque renferme de l'iode libre ou, si l'on ne veut pas admettre la présence, dans une cellule vivante et saine, d'un corps doué d'affinités

([1]) Sauvageau, *Sur quelques Algues Floridées renfermant de l'iode à l'état libre* (*Bull. de la Stat. biol. d'Arcachon*, 22, 1925, p. 3-43).

particulièrement actives, de l'iode à l'état de combinaison, tellement instable que les moindres influences suffisent à libérer le métalloïde [(1) et (2)].

La signification des phénomènes se déroulant au niveau de l'ioduque lésé étant connue, celle des cristaux rouges qui apparaissent, avant l'éclatement de ce corpuscule dans la vacuole, reste à déterminer.

On notera d'abord que les cristaux se forment dans les vacuoles des cellules apicales et subapicales de *F. Doubletii*; or, ces cellules, dans lesquelles les ioduques n'existent pas encore, n'offrent jamais trace d'un précipité vert granuleux, par conséquent, ne contiennent pas, comme les cellules plus âgées, d'iode libre.

La formation des cristaux rouges à partir d'une dissolution de bleu de crésyl n'est pas, en effet, une réaction de l'iode libre, mais des iodures ; si l'on dissout quelques grains de bleu de crésyl dans une goutte d'une solution diluée (à 0,5 pour 100, par exemple, dans l'eau distillée ou dans l'eau de mer) d'iodure de potassium, des cristaux rouges ou violacés, très semblables à ceux des cellules de *F. Doubletii* colorées *in vivo*, apparaissent, d'une manière constante et en grand nombre, à la surface de cette goutte; le bleu de crésyl, qui est un chlorure d'oxonium, a donné lieu, selon Freundler (communication verbale), à la double décomposition suivante : $OxCl + IK = OxI + KCl$; l'iodure d'oxonium dérivé du bleu de crésyl se dépose, à la limite de la zone aqueuse, sous forme de cristaux rouges. L'apparition de ces derniers à la périphérie d'une vacuole indique, par conséquent, la présence d'un iodure à l'intérieur de celle-ci (3).

Il devenait, dès lors, intéressant d'étudier l'action du bleu de crésyl sur les Laminaires des côtes de France, Algues renfermant, à l'exception de *Saccorhiza bulbosa*, de notables quantités d'iodures.

(1) Freundler suggère (communication verbale) que des *periodures*, composés extrêmement labiles, pourraient exister dans l'ioduque.

(2) Que, dans certaines conditions, les plantes à ioduques ne contiennent pas d'iode sous cette forme, c'est ce que semblent démontrer certains faits soulignés par Sauvageau; Chemin et Legendre ont signalé aussi (*Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 904) un fait de cet ordre, mais ils l'ont interprété d'une manière incorrecte.

(3) Des cristaux rouges apparaissent aussi, comme l'a noté Sauvageau, au pourtour d'une goutte de bleu de crésyl dans laquelle est déposée une parcelle d'iode; mais cette réaction n'est pas aussi constante et les bouquets cristallins ne sont pas aussi nombreux qu'en présence d'iodure. Freundler pense que, dans le cas de l'iode, l'apparition des cristaux dépend de la formation préalable d'iodures à partir de substances à réaction alcaline présentes dans le solvant utilisé.

Chez *Laminaria Cloustonii, L. flexicaulis* et *L. saccharina*, des cristaux se forment régulièrement, sous l'influence du bleu de crésyl, dans les vacuoles de certaines cellules du thalle; ces vacuoles, d'abord teintes en violet, se décolorent; en même temps s'épanouissent, à l'intérieur de celles-ci, les cristaux rouges, groupés en bouquets attachés en des points quelconques de la paroi de la vacuole : phénomènes identiques, par conséquent, à ceux observés chez *Falkenbergia*. Ces cellules dont le suc vacuolaire contient des iodures sont, d'abord, toutes celles qui constituent *la moelle* du stipe, des frondes et des crampons; dans cette région, les cristaux sont surtout abondants à l'intérieur des nombreuses petites vacuoles sphériques qui caractérisent, au point de vue cytologique, les éléments médullaires allongés dans le sens longitudinal; dans les éléments médullaires à direction transversale, dont chaque cellule contient une ou deux grandes vacuoles, les bouquets cristallins sont moins nombreux, se forment avec moins de régularité et sont faits de cristaux plus ténus, onduleux.

Dans *les assises intermédiaires* entre la moelle et l'écorce, le bleu de crésyl ne produit jamais de cristaux rouges. Dans *l'écorce*, celle des crampons, des stipes ou des frondes, les cristaux se forment constamment chez *L. flexicaulis* et *L. saccharina*, mais sont plus petits et groupés en bouquets plus serrés chez celle-ci que chez celle-là. On n'en observe jamais, au contraire, chez *L. Cloustonii* : résultat comparable à celui des analyses, faites par Freundler, d'après lesquelles l'iode n'est pas, dans l'écorce de cette Algue, sous la forme d'iodures, mais sous celle de combinaisons beaucoup plus stables, de periodates. Par contre, chez cette espèce comme chez *L. flexicaulis*, des iodures existent dans les cellules *des canaux mucifères*. Enfin le bleu de crésyl ne détermine la formation des cristaux rouges dans aucune des parties de *Saccorhiza bulbosa*.

Les conclusions de ces recherches sur la distribution des iodures dans le thalle des Laminaires concordent avec celles tirées par Tunmann ([1]) d'une étude du même ordre poursuivie au moyen d'une technique très différente, elles sont conformes aussi aux résultats des analyses chimiques; mais l'usage du bleu de crésyl permet des constatations plus précises, au point de vue histologique, que celles provenant de la mise en œuvre de ces autres procédés.

([1]) O. TUNMANN, *Ueber Jod und den Nachweis desselben in der Laminaria* (*Pharm. Zentralhalle*, 48, 1907, p. 505).

MYCOLOGIE. — *L'évolution nucléaire chez* Ascoidea rubescens *Brefeld.* Note de M. **Bogdan Varitchak**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Grâce au travail de Lindau et Brefeld la morphologie du développement de l'*Ascoidea rubescens* est aujourd'hui bien connue. Au point de vue cytologique ce champignon a été étudié par Mlle Popta. Malgré cela, nos connaissances sur l'évolution nucléaire sont restées dans l'obscurité la plus complète. Gäumann suppose un développement parthénogénétique.

L'étude de cette espèce nous a paru d'autant plus intéressante que la formation successive de l'asque rappelle d'une manière frappante celle du sporange chez les Saprolégniacées. Nous avons porté notre attention surtout sur la formation des asques.

Les cellules adultes de ce champignon sont polyénergides. A ce point de vue il n'y a aucune différence entre le mycélium qui provient des conidies et celui qui prend son origine des ascospores; si ce n'est que le premier est plus vigoureux que le dernier. La forme des noyaux rappelle celle des Érisyphacées, mais le centrosome est surtout bien visible immédiatement avant et après la mitose.

Le mycélium produit d'abord une grande quantité de conidies et ensuite il commence à former les asques. Le jeune asque qui est au commencement polyénergide comme les autres cellules végétatives, est riche en protoplasma et la quantité de matière de réserve (goutelettes d'huile) commence à augmenter. A un moment donné, on constate le rapprochement de deux noyaux privilégiés qui se mettent bientôt en contact et leur volume augmente légèrement. Ces deux noyaux contiennent chacun deux chromosomes; ils ne tardent pas à se fusionner ainsi que le font les nucléoles à leur tour. Le volume de ce noyau double est beaucoup plus grand que celui des autres noyaux. Aussi le fuseau de la première division du noyau double est très grand et nous pensons que c'est à ce moment que s'opère la réduction chromatique.

Ce noyau de fécondation subit des divisions successives à la suite desquelles la distinction de ces éléments d'avec les noyaux primaires de l'asque devient d'autant plus difficile que ceux-ci se multiplient également.

Cependant la destinée de ces noyaux va être très différente : ceux qui proviennent du noyau de fécondation sont destinés aux spores de l'asque; les autres vont dégénérer et disparaître par la suite : ces derniers prennent

à l'hématoxiline une coloration homogène qui ne permet pas une différenciation entre le noyau proprement dit et le nucléole. Il semble également qu'ils ne se divisent plus. Au contraire les noyaux qui proviennent du noyau double continuent à se diviser et finalement semblent être un peu plus petits.

Au moment de la formation des spores la différence entre ces deux séries de noyaux devient plus nette. Les noyaux qui proviennent des noyaux doubles s'entourent de protoplasma et forment des spores qui sont d'abord filiformes tandis que les autres restent en dehors dans l'épiplasma. Au point de vue morphologique, il y a aussi une différence. Les noyaux des jeunes spores se présentent comme de petits points bien colorés entourés d'une hyalosphère, tandis que les noyaux contenus dans l'épiplasma semblent être plus grands et entièrement colorés. Ces noyaux deviennent de plus en plus petits; ils peuvent se réunir souvent en groupes et ensuite ils disparaissent complètement.

Les ascospores possèdent une forme analogue à celle de certains Saccharomycétées et Eudomycétacées; une fois formées, elles sont entourées par l'épiplasma qui, dans ce stade final, paraît homogène. On ne trouve plus trace des noyaux dégénérés. Les ascospores sont ensuite déchargées avec l'épiplasma en dehors et laissent la place pour la formation d'un nouvel asque.

Conclusions. — 1. Au point de vue de la biologie et de l'organisation générale comme au point de l'évolution du noyau dans les asques, *Ascoidea rubescens* Brefeld présente beaucoup d'analogie avec *Dipodascus albidus* Lagerheim, mais il ne possède pas de gametanges comme ce dernier champignon.

2. Vu l'analogie remarquable qui existe entre ces deux champignons, nous sommes conduit à attribuer à la fusion que nous avons constatée la valeur d'une fécondation : ainsi nous avons prouvé que la reproduction sexuelle peut s'opérer chez les champignons, même si les organes sexuels font défaut; l'idée que la fusion des noyaux dans l'asque est de nature végétative nous paraît entièrement erronée ([1]).

3. Quant à la position systématique de l'*Ascoidea rubescens*, nous sommes d'avis qu'il faut réunir *Dipodascus albidus* et *Ascoidea rubescens* dans un même groupe. Ce groupe serait bien caractérisé par le fait qu'il possède

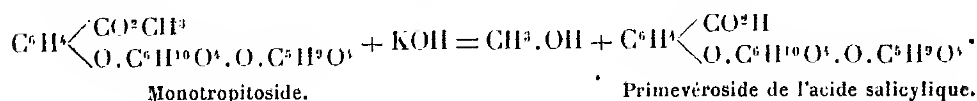
([1]) Consulter à ce sujet P. A. Dangeard, *L'origine du périthèce chez les Ascomycètes* (*Le Botaniste*, 10e série, 1907, p. 17).

des asques originellement polyénergide. Ce caractère est un signe d'une origine primitive parce que les noyaux inutilisés qui se divisent et ensuite dégénèrent, rappellent singulièrement ce qui se passe chez certaines *Péronosporées*. D'autre part les liens qui existent entre le *Dipodascus albidus* et les Ascomycètes inférieurs sont bien connus. C'est pour cela que nous considérons ce groupe ainsi établi comme le prototype des Ascomycètes.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur le primevéroside de l'acide salicylique.* Note de MM. M. **Bridel** et **P. Picard**, présentée par M. L. Mangin.

Le primevéroside de l'acide salicylique résulte de la combinaison, avec élimination d'une molécule d'eau, d'une molécule de primevérose et d'une molécule d'acide salicylique. Cette combinaison se fait par le groupe réducteur du primevérose et l'oxhydryle phénolique de l'acide salicylique : ce primevéroside possède donc une fonction acide libre.

Nous ne l'avons pas rencontré dans la nature; nous l'avons préparé en traitant à froid le primevéroside du salicylate de méthyle, ou monotropitoside, par la potasse en solution aqueuse : la fonction glucosidique n'est pas touchée et il y a saponification de la fonction éther-sel, suivant l'équation



$$C^6H^4\left\langle\begin{matrix}CO^2CH^3\\ O.C^6H^{10}O^4.O.C^5H^9O^4\end{matrix}\right. + KOH = CH^3.OH + C^6H^4\left\langle\begin{matrix}CO^2H\\ O.C^6H^{10}O^4.O.C^5H^9O^4\end{matrix}\right.$$

Monotropitoside. Primevéroside de l'acide salicylique.

Après saponification, à froid, on ajoute une quantité calculée d'acide sulfurique de façon à transformer exactement la potasse en sulfate de potassium. On évapore à sec et l'on dissout le primevéroside dans l'alcool à 95^c, dans lequel le sulfate de potassium est insoluble. On distille l'alcool et l'on fait cristalliser dans l'acétone anhydre.

Le primevéroside de l'acide salicylique cristallise en fines aiguilles. Il est lévogyre, $\alpha_D = -61°,6$, en solution aqueuse. Il n'est pas réducteur. En solution aqueuse, il est acide au tournesol et précipite par l'extrait de Saturne. Il donne, avec l'orcine chlorhydrique, la coloration violette caractéristique des pentoses.

Hydrolysé par l'acide sulfurique à 3,5 pour 100, à $+105°$, il fournit de l'acide salicylique et un mélange équimoléculaire de xylose et de glucose.

Il est lentement hydrolysé par la rhammodiastase. Après hydrolyse, on a caractérisé l'acide salicylique sous forme de tétraiododiphénylènequinone

et l'on a obtenu, à l'état cristallisé, le primevérose qu'on a caractérisé par sa forme cristalline et son pouvoir réducteur. Trouvé 0,637; théorie 0,648.

La constitution de ce principe nouveau, obtenu par saponification à froid du primevéroside du salicylate de méthyle, est donc nettement démontrée : c'est le primevéroside de l'acide salicylique, nouveau primevéroside que l'on n'a pas encore rencontré dans la nature.

PHYSIOLOGIE. — *Sur les analogies existant entre les effets d'une tétanisation et ceux d'une compression.* Note de M. **Maurice Fontaine**, présentée par M. L. Joubin.

Les explications qui avaient été données jusqu'à présent, de l'imbibition des tissus sous l'influence des fortes pressions ne sauraient être admises, nous l'avons montré expérimentalement ([1]).

Il semble bien que l'imbibition des tissus musculaires, due aux fortes pressions, reconnaisse la même cause que l'imbibition d'un muscle tétanisé et immergé dans une solution isotonique ([2]).

La similitude des effets entre une tétanisation et une forte compression (similitude mise nettement en évidence par les expériences suivantes) permet de le penser.

1° Trois anguilles sont débarrassées de leurs viscères et dépouillées. Elles sont immergées chacune dans le même volume d'une solution constituée par de l'eau de mer diluée et sensiblement ([3]) isotonique au sang de l'anguille. L'une est laissée à la pression atmosphérique. L'autre est comprimée à 600kg par centimètre carré pendant 1 heure. La troisième est excitée 30 minutes au moyen d'un courant induit (chariot de Du Bois Reymond).

Anguille.	Variations de poids en pour 100		pH du liquide ambiant après 5 heures d'immersion.
	après 1 heure.	après 6 h. 30 m.	
Normale	+2	+ 2,5	7,85
Comprimée à 600kg (1 heure)	+5,2	+12,3	7,5
Tétanisée	+5,0	+ 8,1	7,4

([1]) M. Fontaine, *Du mode d'action des fortes pressions sur les tissus* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1345).

([2]) Le fait qu'un muscle tétanisé s'imbibe dans une solution isotonique a été signalé et étudié par Ranke, *Tetanos*, Leipzig 1865 et Cook, *Journal of Physiology*, 23, 1898, p. 137

([3]) Cette isotonicité ne peut être rigoureuse, la concentration moléculaire du sang d'anguille variant sensiblement d'un individu à l'autre.

Les mêmes expériences ont été faites sur des trains postérieurs de grenouille immergés dans du liquide de Boer (solution équilibrée isotonique).

Train postérieur.	Variations de poids en pour 100 après 1 heure.	Variations de poids en pour 100 après 8 heures.	pH du liquide ambiant après 4 heures d'immersion.
Normal	+0,9	+ 1,5	7,4
Comprimé à 470kg (1 heure)	+6,9	+ 9,1	6,95
Tétanisé	+6,2	+12,8	7,15

De plus, pour cette dernière série d'expériences, nous avons fait, dans le liquide ambiant, la recherche de l'acide lactique.

Alors que la réaction de Hopkins donnait, pour le liquide entourant le train postérieur témoin, une coloration rose très pâle, nous avons eu, pour les liquides d'immersion des trains postérieurs comprimé et tétanisé, une coloration rouge cerise très nette. L'abaissement du pH est donc imputable, aussi bien pour le muscle comprimé que pour le muscle tétanisé, à l'acide lactique qui, produit par la contraction musculaire, diffuse ensuite hors du muscle. Donc, dans les deux cas, tétanisation et compression, nous constatons les mêmes effets :

1° Augmentation de poids sensiblement du même ordre sous l'influence de ces deux agents différents;

2° Baisse du pH du milieu ambiant consécutive à une production d'acide lactique;

3° Inexcitabilité et contracture.

Sur ce dernier point, une remarque s'impose. On observe, sous l'influence de la pression (suivant différents facteurs : intensité, durée), tous les stades entre une légère tonicité (analogue à celle consécutive à une tétanisation) et une véritable contracture. Mais alors, dans ce dernier cas, l'action de la pression, qui produit cette rigidité fort analogue à la rigidité cadavérique, semblerait plutôt devoir être assimilée à l'action des vapeurs de chloroforme ou à l'action de la chaleur.

Il n'en est rien car, dans le cas de la rigidité musculaire obtenue par ces derniers agents, le muscle, immergé dans une solution isotonique, n'augmente pas de poids.

Au contraire, dans le cas d'une forte compression, le muscle, même rigide, continue à s'imbiber dans une solution isotonique. L'analogie des effets d'une tétanisation et ceux d'une compression est donc parfaite.

Mais seuls s'imbibent dans une solution isotonique, sous l'influence d'excitations électriques, les tissus qui se contractent : tissus musculaires.

Si donc nous admettons que l'imbibition du tissu musculaire, sous l'influence de la pression n'est due qu'aux contractions résultant de cette forte pression, tous les tissus autres que les tissus musculaires ne devront pas s'imbiber sous l'influence d'une forte pression.

Et c'est en effet ce que nous avons trouvé pour les deux éléments non musculaires que nous avons étudiés jusqu'à présent : l'hématie et le tissu hépatique

Nous avons montré (¹) (contrairement à ce que pensait Regnard) que l'hématie ne s'imbibe, sous l'influence de la pression, ni dans son plasma, ni dans une solution isotonique dans laquelle on l'a immergée.

De plus, sous l'influence des fortes pressions (de durée et d'intensité supérieures même à celles suffisant à produire une imbibition déjà notable du muscle) des foies de grenouille, immergés dans des solutions équilibrées isotoniques, se sont comportés exactement comme les témoins laissés à la pression atmosphérique (variations de poids toujours très faibles et absolument du même ordre).

Nous nous proposons d'ailleurs de poursuivre sur d'autres tissus ces dernières séries d'expériences.

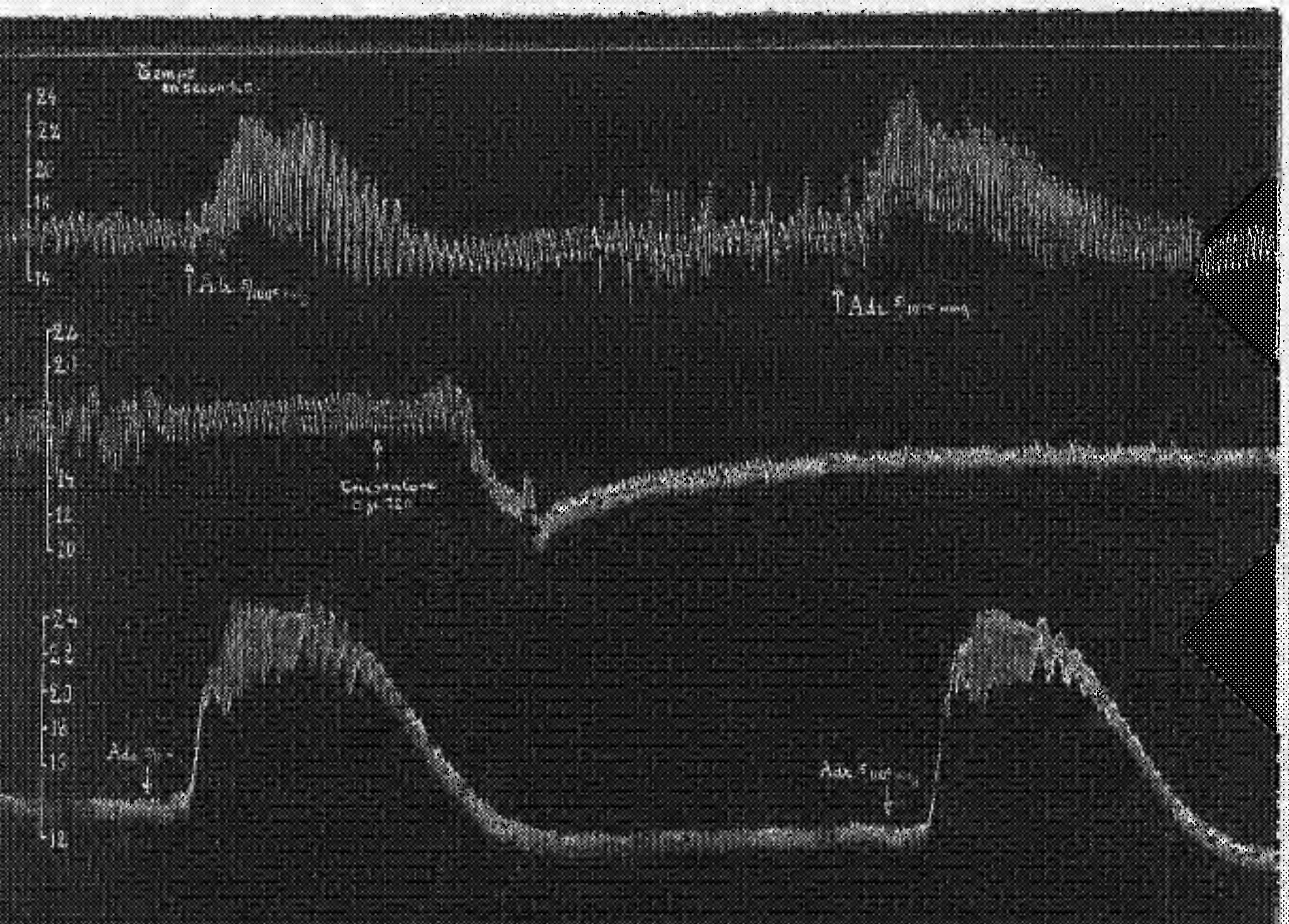
Dès maintenant ce faisceau d'expériences semble bien prouver que tous les phénomènes observés jusqu'à présent sur les tissus musculaires, sous l'influence d'une forte compression, peuvent s'expliquer uniquement par la contraction résultant de cette forte pression.

PHARMACODYNAMIE. — *Action du chloralose sur le sympathique et le parasympathique*. Note de M. M. RAYMOND-HAMET, présentée par M. A. Desgrez.

Depuis les remarquables travaux de Charles Richet et de Hanriot (²), les physiologistes et pharmacologistes français emploient presque exclusivement l'injection intraveineuse de chloralose pour anestésier les chiens qu'ils se proposent d'opérer. L'anesthésie par cette substance montre, en effet, sur l'anesthésie par le chloroforme, d'indéniables avantages : sa technique est très simple, elle n'entraîne qu'exceptionnellement la mort de l'animal,

(¹) M. FONTAINE, *Influence des fortes pressions sur le volume globulaire* (*C. R. Soc. Biol.*, 97, 10 décembre 1927, p. 1656).

(²) CHARLES RICHET et HANRIOT, *Archives de Pharmacodynamie*, 3, 1897, p. 191-211,



Chien de 6kg, à vagues intacts. — Pression carotidienne enregistrée par le manomètre à mercure. — 1re ligne : temps en secondes; 2e ligne : action de l'adrénaline chez l'animal non anesthésié; 3e ligne : action du chloralose chez l'animal non anesthésié; 4e ligne : action de l'adrénaline chez l'animal anesthésié par le chloralose. — Toutes les injections sont faites dans la saphène. Tracés réduits de moitié.

enfin elle permet d'étudier l'action de l'adrénaline qui, chez l'animal chloroformé, provoque trop souvent une syncope mortelle.

Au cours de nos recherches sur les substances sympathicolytiques, nous avons constaté que l'inversion des effets adrénaliniques s'obtient plus difficilement chez l'animal chloralosé que chez l'animal anesthésié par d'autres substances.

Déjà d'ailleurs, de leurs expériences sur l'utérus et l'intestin isolés, Bargy, Gautrelet et Vechiu [1] avaient cru pouvoir conclure que le chloralose renforce l'action de l'adrénaline et est par conséquent « susceptible de se comporter comme un léger excitant sympathique », d'où, affirment-ils, « la propriété que possède (cette substance) de maintenir la pression artérielle à son taux normal durant l'anesthésie ». Ayant constaté, en outre, que le chloralose diminue la réaction de l'intestin et de l'utérus isolés à la pilocarpine, ces auteurs s'étaient bornés à voir, dans ce fait, la preuve que le chloralose n'est pas, comme l'hydrate de chloral, un excitant du parasympathique. Ayant d'ailleurs signalé, dans un travail plus ancien [2], que, chez l'animal chloralosé, l'atropine ne modifie pas sensiblement l'amplitude cardiaque et « provoque également une accélération moins marquée du rythme », Gautrelet avait seulement conclu que « le chloralose tonifie le cœur même atropiné », d'où son utilisation possible pour l'anesthésie humaine.

Afin d'étudier l'action du choloralose sur l'équilibre sympathique-parasympathique de l'animal entier, nous avons comparé l'hypertension provoquée par une dose moyenne d'adrénaline, d'une part chez le chien non anesthésié, d'autre part chez cet animal chloralosé. Si l'isolement de la carotide est pratiqué rapidement et surtout si l'on a soin de le faire caresser par un aide, l'animal ne manifeste aucune sensation de douleur et sa respiration reste parfaitement régulière.

Le tracé qui accompagne cette Note montre que, chez l'animal chloralosé, une dose moyenne d'adrénaline ($\frac{5}{100}$ de milligramme) provoque une hypertension deux fois plus forte que chez l'animal non anesthésié.

Il montre également que les manifestations de l'excitation réflexe du pneumogastrique sont beaucoup moins marquées chez l'animal chloralosé que chez l'animal normal. Il est donc permis de penser que, plus encore que comme un excitant du système nerveux sympathique, le chloralose

---

(1) Bargy, J. Gautrelet et Vechiu, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1048-1050.

(2) Gautrelet, *C. R. Soc. Biol.*, 81, 1918, p. 369-371.

peut être regardé comme un paralysant du parasympathique, ce qui explique, d'une part, la diminution de la réaction à la pilocarpine de l'utérus et de l'intestin chloralosés, d'autre part la diminution de l'action de l'atropine chez l'animal anesthésié par le chloralose.

Notre tracé montre enfin que, contrairement à l'opinion de Gautrelet, le chloralose diminue souvent très nettement et très durablement la pression carotidienne.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Contribution à la connaissance des graisses d'Insectes : le beurre de Pucerons du Térébinthe.* Note [1] de M. **Jean Timon-David**, présentée par M. P. Marchal.

L'étude systématique des corps gras chez les Insectes paraît réserver des résultats dignes d'intérêt ; l'un des plus curieux est certainement la découverte chez les Pucerons du Térébinthe d'un produit qui par sa composition ressemble à une graisse végétale et doit être classé dans le voisinage des beurres de Coprah et d'Irvingia.

Il s'agit des *Pemphigus utricularius* Pass. et *cornicularius* Pass., Aphidiens parasites du Térébinthe (*Pistacia Terebinthus* L.) et comme lui, très répandus dans la région méditerranéenne. Les *Pemphigus semilunaris* Pass. et *follicularius* Pass. contiennent également un beurre qui paraît avoir la même composition.

En 1831, Barruel avait retiré une substance grasse des Pucerons du Rosier (*A. rosæ* L.), mais sans parvenir à reconnaître sa constitution.

Les Pucerons du Térébinthe groupés en nombre considérable dans des galles de grandes dimensions ont pu être recueillis en quantité suffisante pour cette étude qui a porté sur plus d'un million d'individus.

Un premier lavage à l'éther a éliminé les débris de substance cireuse qui constituent un produit d'excrétion ; les pucerons ont été ensuite broyés avec du sable et épuisés à l'éther. Après distillation du dissolvant, il est resté une graisse jaune pâle qui forme, avec la plus grande facilité, de magnifiques sphéro-cristaux fondant à 35°. Le rendement atteint environ 20 pour 100.

Les constantes de ce produit, déterminées par les méthodes habituelles, sont les suivantes :

---

[1] Séance du 3 janvier 1928.

Indice de saponification (Köttstorfer).....	255
» d'iode (Wijs).....................	1,5
» de Reichert-Meissl................	9,9
» de Polenske......................	24,7

Les acides gras insolubles sont caractérisés comme il suit :

Point de fusion.........................	38°,5
Indice de neutralisation..................	256,9
Poids moléculaire moyen.................	218

Ces chiffres sont très remarquables par la valeur élevée de l'indice de saponification et par l'extrême faiblesse de l'indice d'iode; ils montrent que nous avons affaire à des glycérides d'*acides saturés* et à *chaîne courte*. La proportion considérable d'acides volatils solubles (indice de Reichert-Meissl) et insolubles (indice de Polenske) autorise à appliquer à ce produit le qualificatif de beurre. Comme dans le Coprah et à l'inverse du beurre de vache, l'indice de Polenske est très supérieur à l'indice de Reichert-Meissl.

Les acides gras insolubles ont été transformés en éthers éthyliques et soumis à une distillation fractionnée sous pression réduite.

La première fraction obtenue a été caractérisée comme étant du laurate d'éthyle : elle avait l'indice des saponifications 246,5, ce qui correspond au poids moléculaire 199,1 (l'indice de saponification du laurate d'éthyle est 245,6 et le poids moléculaire de l'acide laurique 200). Les acides gras extraits de cette fraction fondaient à 38°,5; ils ont été traités par l'acétate de magnésie alcoolique, suivant la méthode de Heintz. L'acide obtenu par ce moyen fondait à 43°,5 après recristallisation dans l'alcool. Il s'agit donc bien d'acide laurique dont la présence est ainsi démontrée.

La deuxième fraction des éthers éthyliques était cristallisée à basse température (point de fusion 10°,5). Son indice de saponification était 205,3, correspondant au poids moléculaire 244,7. Les acides gras qui en ont été extraits fondaient à 46°. C'était évidemment un mélange, mais la quantité de produits qui restait était insuffisante pour pousser plus loin le fractionnement.

Le beurre de Pucerons du Térébinthe est donc constitué par des glycérides de nombreux termes de la série acétique : acides volatils solubles (du groupe butyrique), acides volatils insolubles (du groupe caprylique), acide laurique, isolé et caractérisé par son poids moléculaire et son point de fusion, acides supérieurs, au moins jusqu'à l'acide palmitique.

Ce qui lui donne une place à part parmi les autres graisses d'insectes, c'est la présence de quantités importantes d'acides appartenant aux termes inférieurs de la série saturée. Pour quelle raison les liaisons éthyléniques sont-elles aussi rares dans ces réserves adipeuses? C'est là un fait dont l'explication biologique est encore difficile à fournir; on connaît mal les lois qui régissent la répartition des doubles liaisons dans les chaînes des acides gras. Les physiologistes anglais Leathes et Raper attribuent une influence considérable à la température du milieu; les organismes vivant à des températures élevées élaboreraient des graisses à indice d'iode faible. Il est bien vrai ici que les *Pemphigus* se développent sur le Térébinthe, de mai à octobre, c'est-à-dire durant la saison chaude seulement, mais ce fait ne paraît pas suffisant pour justifier un indice d'iode aussi faible.

Par toutes ces particularités, le beurre de Pucerons du Térébinthe s'écarte profondément des autres graisses d'insectes et, à ce titre, sa curieuse constitution méritait d'être signalée.

PROTISTOLOGIE. — *Sur la vacuole prébasale des trypanosomes.* Note de M. **G. Lavier**, présentée par M. F. Mesnil.

Depuis longtemps déjà, on a signalé chez les trypanosomes l'existence d'une vacuole située immédiatement en avant du corps parabasal [1]; mais si de nombreux auteurs l'ont représentée dans leurs figures, bien peu en parlent dans leur texte et cette formation est encore très mal connue. J'ai eu l'occasion de faire avec des trypanosomes du groupe *brucei* quelques observations sur cette vacuole.

Elle ne saurait tout d'abord, comme l'ont soutenu certains auteurs, être considérée comme un artefact dû à une mauvaise fixation; elle est en effet parfaitement visible chez le trypanosome vivant : sa réfringence est un peu plus forte que celle du cytoplasme; on est loin cependant de la voir chez tous les individus; on ne peut l'observer que si elle atteint une taille suffisante; dans certains cas, elle est hypertrophiée et, gonflant les deux faces du trypanosome, prend alors une forme lenticulaire que l'on peut nettement observer si l'individu, effectuant un demi-tour sur lui-même, se présente de profil. Souvent, avec une mise au point très précise, on peut constater l'existence à son intérieur d'un axe longitudinal filiforme, de

(1) Voir *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1534.

réfringence égale à celle du cytoplasme; rarement, au lieu de cet axe, on observe une ou plusieurs granulations; en maniant avec soin la vis micrométrique, on se rend compte que l'axe est bien situé à l'intérieur de la vacuole.

Tous les essais de coloration vitale que j'ai tentés sont restés sans résultat en ce qui concerne la vacuole; l'imprégnation osmique est de même sans effet.

Après fixation et coloration, on retrouve, mais avec beaucoup plus de facilité, les mêmes détails qu'à frais. La méthode la plus simple est l'étalement à sec suivi de coloration par la méthode panoptique (May-Grünwald-Giemsa); mais la fixation humide avec ou sans acide acétique suivie de coloration par l'hématoxyline ferrique donne les mêmes aspects. La vacuole reste incolore (cependant si l'on prolonge l'action du Giemsa, elle peut présenter une teinte rose pâle diffuse qui provient peut-être de la coloration du cytoplasme environnant): souvent, on peut constater l'existence de l'axe filiforme qui se colore comme le cytoplasme en lilas plus ou moins bleuâtre; parfois, mais assez rarement, cet axe se prolonge en avant de la vacuole jusqu'au noyau et même au delà; exceptionnellement, j'ai pu observer dans la vacuole non pas un seul filament mais deux et même quatre allongés parallèlement. Au contact de la vacuole, appliqué au pôle postérieur de celle-ci, est le grain basal accompagné du corps parabasal; le flagelle qui en part ne traverse pas la vacuole, mais court vers l'avant à son voisinage, parfois appliqué à sa surface pour la quitter ensuite et aller soulever la membrane ondulante.

La vacuole prébasale est généralement arrondie; sa taille est très variable et d'ailleurs indépendante de celle du trypanosome. Au moment de la division de celui-ci, elle ne se divise pas; il en apparaît une seconde entièrement formée à nouveau, et généralement précocement, peu après la poussée du deuxième flagelle.

Elle ne peut être considérée comme appartenant à l'appareil parabasal ni comme sécrétée par lui, car chez les individus « ablépharoplastiques » elle est présente aussi bien que chez les individus complets; peut-être est-ce le grain basal qui la forme, mais peut-être aussi est-ce une formation complètement indépendante. Il semble bien en tout cas que son rôle soit sécrétoire, car on voit apparaître fréquemment à sa périphérie des granulations chromophiles qui sont bien différentes de la métachromatine et sur lesquelles j'aurai à revenir ailleurs; les grandes variations de taille que l'on observe chez la vacuole prébasale relèvent donc probablement de variations de l'activité

fonctionnelle : il est des individus, assez rares d'ailleurs, qui paraissent dépourvus de vacuole : peut-être alors est-elle trop réduite pour être visible ; peut-être encore est-elle susceptible de disparaître à certains moments pour être plus tard formée à nouveau. Il semble bien en tout cas que ce soit un organule normalement présent chez le trypanosome.

PROTOZOOLOGIE. — *Sur une maladie du maquereau* (Scomber Scomber *L.*) *due à une Myxosporidie :* Chloromyxum histolyticum *n. sp.* Note de M. **Ch. Pérard**, présentée par M. F. Mesnil.

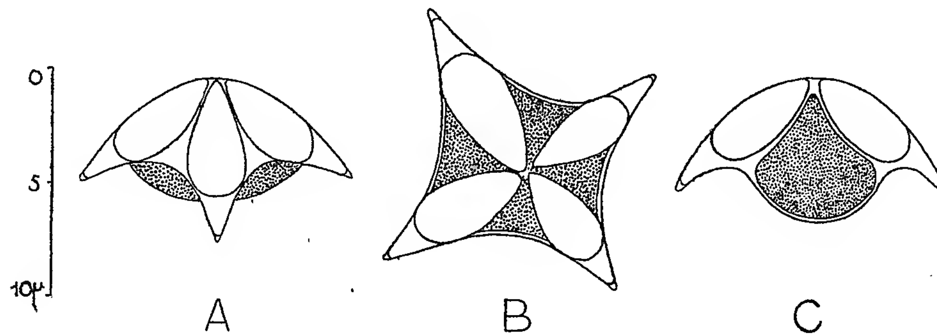
Parmi les jeunes maquereaux pesant en moyenne 100^g, expédiés à cette époque de l'année aux Halles de Paris par les pêcheurs de la région de Saint-Jean-de-Luz, un certain nombre (1 à 5 pour 100 environ) présentent une altération curieuse.

Malgré un parfait état de fraîcheur indiquant une pêche récente, ces poissons, d'ailleurs semblables aux autres par leur taille et leur aspect extérieur, se distinguent par leur extrême mollesse. L'incision de la peau permet de constater que tout le tissu musculaire (sauf parfois l'extrémité du tronçon de la queue) est ramolli et, dans certains cas, presque liquéfié, au point de pouvoir être aspiré à la pipette et de s'écouler par l'ouverture de la peau. Il ressemble à de la gelée de pommes peu épaisse et, dans les cas extrêmes, à de la colle de pâte assez fluide. Par la cuisson (un quart d'heure à 100°), le muscle altéré se coagule ; il a l'aspect et le goût de laitance cuite ; il est friable, floconneux, peu consistant, gras et savonneux au toucher.

Le tissu musculaire liquéfié (dépourvu d'odeur de putréfaction) ne renferme pas de bactéries (examen direct, coloration, cultures). Par contre, il contient toujours de très nombreuses spores d'une myxosporidie, spores munies des 4 capsules polaires qui caractérisent le genre *Chloromyxum*. Chez les maquereaux fermes de même provenance, au contraire, le tissu musculaire ne contient pas ce parasite.

Il y a tout lieu de penser que l'altération constatée est causée par cette myxosporidie dont la spore présente les caractères suivants : forme d'une lentille biconvexe (*fig.* A) de 12 à 15$^\mu$ de largeur sur 7 à 9$^\mu$ d'épaisseur (hauteur). La calotte supérieure, en forme de dôme à surface lisse, déborde l'inférieure par 4 pointes très accusées. Elle contient 4 volumineuses capsules, piriformes, souvent de taille un peu inégale, mesurant de 3 à 6$^\mu$ de long sur 3$^\mu$ en moyenne de large, disposées en croix, enfonçant, sur le frais, leur

partie distale dans la base des 4 pointes (*fig.* B vue de la face supérieure), et contenant chacun un filament spiralé long de 15 à 20µ qu'il est possible de faire dérouler au moyen d'acide chlorhydrique. La partie inférieure de la spore est occupée par le volumineux germe du parasite (*fig.* C, coupe verticale théorique). Il n'y a pas trace de lignes de suture des valves sui-



vant un méridien et on doit supposer que la libération du germe se produit par décollement des 2 calottes opposées, suivant leur ligne circulaire de contact.

La coloration des spores par l'hématoxyline ferrique permet de constater que les capsules possèdent chacune un noyau aplati et le germe deux noyaux rapprochés, assez volumineux. Les noyaux des valves de la spore ne sont pas visibles.

Les spores semblent être formées individuellement; cependant on observe parfois des amas de 4 spores paraissant unies sous une même enveloppe, ce qui permet de supposer que cette myxosporidie peut être aussi polysporée.

Les autres stades du parasite n'ont pas encore été étudiés. En dehors du muscle, les spores existent aussi dans le rein et dans le tube digestif.

Les lésions produites dans le tissu musculaire par le parasite consistent en une infiltration diffuse généralisée. Les fibres et les fibrilles sont dissociées et sectionnées en petits fragments disposés en tous sens. En même temps la striation s'atténue, puis elle disparaît dans les plus petits éléments qui ont un aspect vitreux, et finissent par se liquéfier, contribuant ainsi à la formation du liquide laiteux, produit de l'histolyse musculaire.

Il s'agit donc d'une fonte musculaire généralisée due uniquement au pouvoir lysant du parasite.

Si l'on connaît chez les poissons un assez grand nombre d'espèces de

Chloromyxum, aucune n'a été signalée chez le maquereau; 3 sont parasites des muscles, mais elles n'y produisent pas de phénomènes pathologiques comparables à ceux que nous signalons. De plus, notre espèce, que nous avons pu comparer au *Chloromyxum quadratum* Thélohan 1895, d'un poisson voisin du maquereau, le *Trachurus trachurus*, diffère nettement de celle-ci par les caractères de sa spore. Elle se distingue aussi de *Chl. funduli*, Hahn 1915 et de *Chl. clupeidæ* Hahn 1917, notamment par les dimensions beaucoup plus grandes des capsules polaires.

Je propose d'appeler cette nouvelle myxosporidie du maquereau *Chloromyxum histolyticum* et de donner à la maladie qu'elle produit le nom de *Chloromyxose*.

MÉDECINE. — *Nature de la surdité de Beethoven*. Note de M. **Marage**, présentée par M. d'Arsonval.

Quand un peintre devient aveugle l'exercice de son art lui est complètement interdit; mais quand un musicien devient sourd, il lui est encore possible d'écrire de la musique : cette infirmité a-t-elle une influence sur ses œuvres, et y a-t-il un rapport entre la nature de sa surdité et la composition musicale au point de vue physique biologique? C'est ce que je me propose d'étudier en prenant comme exemple Beethoven et son œuvre. Je vais examiner aujourd'hui la nature de sa surdité.

Beethoven est né à Bonn le 16 décembre 1770.

Jusqu'en 1796, c'est-à-dire jusqu'à 26 ans, il n'est nullement question de son audition et jamais dans ses lettres il ne fait allusion à des écoulements d'oreilles, si fréquents chez les enfants à la suite de grippes ou de fièvres éruptives, surtout lorsque, comme lui, ils ont une hérédité assez chargée par des ascendants plus ou moins alcooliques ou tuberculeux.

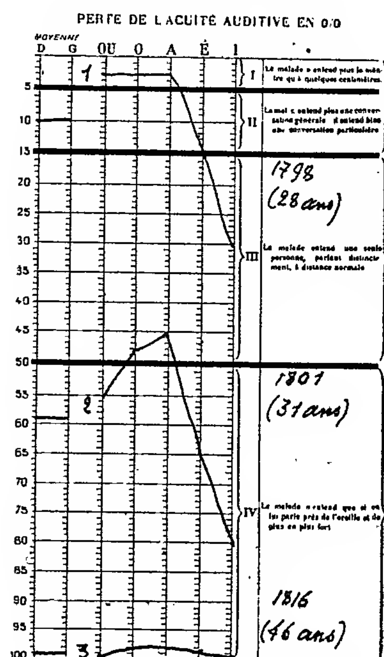
En 1796, à l'âge de 26 ans, apparaissent les bruits dans les oreilles qui, d'après ses lettres, sont caractérisés par des sifflements très aigus et des bourdonnements dont il ne précise pas la nature. C'est seulement 2 ans après, en 1798, par conséquent à 28 ans, qu'il commence à moins bien entendre les sons aigus : sa surdité débute par l'oreille gauche, elle évolue de la façon suivante : il est obligé de se placer au 1er rang des fauteuils d'orchestre pour entendre la voix; un peu loin il n'entend plus les *sons aigus* des voix et des instruments; il n'entend pas le chalumeau d'un pâtre (testament d'Heiligenstadt); *il entend la voix basse* mais ne *la comprend pas*: il ne peut supporter la voix criée.

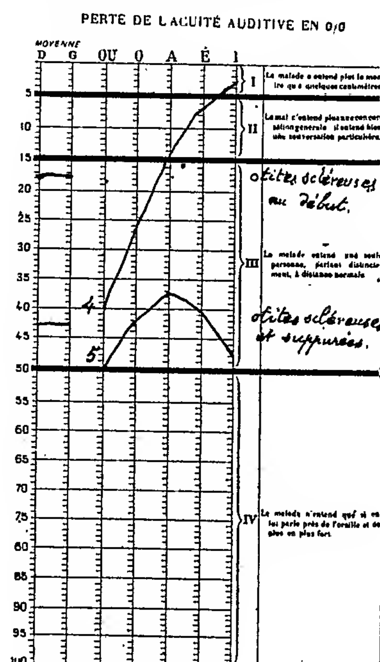
En 1801 il dit ne plus entendre une conversation, mais n'être pas gêné pour sa composition.

Sa surdité s'aggrave peu à peu et en 1814, à 44 ans, il n'entend plus un son de l'orchestre qu'il conduit; en 1816 apparaît le premier cahier de conversation, car il n'entend plus du tout la voix [1]; les bourdonnements et les sifflements n'ont pas cessé et se sont même aggravés.

Les cahiers de conversation ne nous apportent aucun renseignement personnel sur la surdité de Beethoven, car il répondait avec une voix aiguë aux questions écrites et ses réponses n'ont pas été conservées.

D'après ces documents, nous pouvons établir le diagnostic : on ne se





trouve pas en présence d'une surdité due à des otites moyennes avec suppuration, car dans ces sortes de surdité ce sont les sons graves et les sons aigus qui disparaissent les premiers, les sons du médium continuant à être entendus (courbe 5). On ne se trouve pas en présence d'une otite scléreuse, car dans ces affections les sons graves disparaissent les premiers; les sons aigus étant souvent entendus d'une façon exagérée au début de la maladie (courbe 4), et chez Beethoven c'est le contraire qui s'est produit.

---

(1) « Il (Beethoven) dit que les appareils acoustiques lui ont complètement détruit ce qui lui en restait (d'ouïe) » (Lettre de Ch. Müller, 26 octobre 1820).

Mais lorsque la surdité débute par les sons aigus et surtout lorsqu'elle est précédée de bourdonnements, de sifflements et de sensibilité exagérée pour la voix criée, il s'agit de lésions de l'oreille interne, en comprenant, sous ce nom, le labyrinthe et les centres cérébraux, d'où émergent les diverses branches du nerf acoustique : la courbe primitive de la surdité de Beethoven en 1798 est donc de la forme (1), c'est de la labyrinthite et non de l'otite scléreuse. Plus tard, en 1801, sa surdité augmente et prend la forme de la courbe 2, ce qui est l'évolution normale de ce genre de surdité. Alors il entend encore les mots; mais il ne les comprend pas; en effet, il n'entend plus que les voyelles, les bruits consonnes ont disparu, car ceux-ci durent trop peu de temps, souvent 20 fois moins que les sons voyelles. Enfin, en 1816, la surdité est complète pour tous les sons et la courbe a pris la forme (3).

Ce diagnostic d'otite interne se trouve confirmé par l'autopsie faite par le Dr Joh. Wagner le lendemain de la mort.

Il conviendrait d'étudier maintenant l'influence de cette surdité d'origine labyrinthique et cérébrale sur la composition musicale de Beethoven.

A $15^h 30^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 28 novembre 1927.)

Note de M. *Nicolas Mouskhelichvili* (*Muschelišvili*), Sur l'intégration approchée de l'équation biharmonique :

Page 1185, note (3), *lire* Nous supposons que $f_2(s)$ est continue et que $f_1(s)$ est continue avec sa dérivée première.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 JANVIER 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Émile Picard** s'exprime comme il suit, en déposant sur le bureau la troisième édition du tome III de son *Traité d'Analyse :*

Cette édition diffère de la précédente par l'addition de quelques notes. Une d'elles complète, à propos du problème des trois corps, ce qui a été dit dans le volume sur les singularités des équations différentielles ordinaires. Deux autres se rapportent à la stabilité dans les problèmes de mécanique analytique. Les deux dernières sont relatives à l'intégration de certaines équations aux dérivées partielles avec des conditions aux limites particulières.

GÉOLOGIE. — *Le pays de nappes des Alpes françaises.* Note de M. **Pierre Termier**.

En rapprochant les récentes observations de mes jeunes collaborateurs, MM. L. Neltner, E. Raguin, H. Schoeller, M. et Mme J. Gubler, de celles que j'ai faites l'été dernier et des données plus anciennes dues à de nombreux géologues, je suis conduit à me représenter ainsi qu'il suit le *pays de nappes* des Alpes françaises. Cette représentation est analogue à celle que s'était formée et que nous a tracée en 1925 Émile Haug [1]; elle corrige cependant sur quelques points, comme il les eût sans doute lui-même corrigées, les idées de mon regretté confrère et ami.

---

(1) Ém. Haug, *Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, 25, 1925, p. 97-243.

Le *pays de nappes* des Alpes françaises est constitué par l'accumulation de plusieurs grandes nappes, charriées de l'Est sur le *pays autochtone* et reposant sur lui. Le pays autochtone comprend les massifs cristallins du Mercantour, du Pelvoux, des Grandes-Rousses, de la Chaîne de Belledonne, des Aiguilles Rouges, du Mont Blanc, ruines de la chaîne hercynienne, et leur couverture sédimentaire plissée. On ne peut pas douter du caractère autochtone de ces massifs; ils ont, à la vérité, quand l'invasion des nappes d'origine lointaine les a submergés, donné eux-mêmes naissance à de courtes nappes, du type des nappes helvétiques; mais aujourd'hui, dégagés et profondément rabotés par l'érosion, ils ne sont plus qu'un *pays de racines*.

Le *pays de nappes* des Alpes françaises est l'un des plus authentiques *pays de nappes* que nous connaissions sur la planète, et l'un des mieux étudiés, des mieux et des plus anciennement décrits. Il est correctement interprété depuis 1892 dans sa partie qui embrasse les monts de l'Ubaye (Haug et Kilian), depuis 1899 dans sa partie qui comprend les environs de Briançon, depuis 1905 dans sa partie Vanoise, depuis 1913 dans sa partie Alpes maritimes (Jean Boussac), depuis 1920 enfin dans la longue bande qui s'étend, sous la frontière franco-italienne, de la Tarentaise à la haute Ubaye.

Ce paquet de grandes nappes accumulées comprend *trois* unités principales : la *nappe des Aiguilles d'Arves* (Jean Boussac) ou nappe de l'Embrunais (Émile Haug), la plus basse des trois; la *nappe du Briançonnais*, intermédiaire; la *nappe des Schistes Lustrés*, la plus haute. Ce que Boussac et Haug appelaient nappe du Mont Pourri ne se distingue pas de la nappe du Briançonnais et doit donc être définitivement rayé de la nomenclature. Par contre il faudra peut-être, après étude plus attentive, élever au rang d'unités, d'importance d'ailleurs secondaire, d'abord l'ensemble des gypses et cargneules qui sont passés sur la Vanoise, ensuite l'ensemble des Schistes Lustrés semi-métamorphiques, avec roches vertes et lames de gneiss, du Petit-Saint-Bernard, auquel j'incline à rapporter le lambeau de recouvrement du Mont-Jovet.

En Suisse et en Italie les trois nappes principales se prolongent ainsi : celle des Aiguilles d'Arves par les nappes I, II et III d'Émile Argand (nappes inférieures du Simplon et du Tessin); celle du Briançonnais par a nappe IV d'Argand ou nappe du Grand-Saint-Bernard; celle des Schistes Lustrés, très vraisemblablement, comme vient de le proposer

M. F. Hermann [1], par la nappe VI d'Argand ou nappe de la Dent-Blanche. La nappe V d'Argand (ou pli couché du Mont-Rose et de la Dora-Maira) ne pénètre pas en France, encapuchonnée qu'elle est dans un pli en retour de la nappe IV.

Partout caractérisée par la prédominance des terrains paléogènes, la nappe des Aiguilles d'Arves est le produit du resserrement intense et du déversement d'un large synclinal où le Nummulitique avait une énorme épaisseur. Jusqu'où va-t-elle, vers l'Est, en profondeur, sous la nappe du Briançonnais? nous l'ignorons. L'apparition au Plan de Phazy, près de Guillestre, d'un *granite du type Pelvoux* sous les terrains briançonnais me porte toutefois à croire que cette pénétration en profondeur ne dépasse pas ou dépasse peu la vallée de la Durance. D'autre part le fait que, près du bord oriental du Pelvoux, les terrains secondaires autochtones montrent un faciès qui ressemble déjà, par quelques traits, au faciès des terrains de même âge dans la nappe, ce fait, dis-je, est également contraire à l'hypothèse d'un charriage démesuré. Nulle part, *en France*, les terrains de la nappe des Aiguilles d'Arves ne sont envahis par le métamorphisme : celui-ci ne les atteint qu'en territoire suisse. Au sud de la Durance, dans la région de l'Ubaye, la nappe présente des replis multiples, analogues à ceux de l'unité briançonnaise. La séparation de celle-ci et de la nappe Aiguilles d'Arves devient alors difficile.

La nappe du Briançonnais contient une longue série stratigraphique, allant du Houiller au Flysch. Le substratum originel du Houiller (granite ou micaschistes) n'y est connu qu'en un très petit nombre de points (Hautecour, Villarly). Tous les terrains de cette série stratigraphique sont peu à peu, et d'ailleurs inégalement, envahis par le métamorphisme régional, à commencer par le Houiller et le Permien. Parce que le Permien est riche en coulées de laves et en tufs volcaniques, le métamorphisme y est plus complet, plus profond que dans le Houiller et aboutit à des types de très haute cristallinité (Vanoise); le Houiller, par métamorphisme, donne surtout des micaschistes quartzeux de type banal, où persistent souvent des traces charbonneuses. Malgré cela, la distinction du Permien et du Houiller, dans la région métamorphique, reste malaisée et leur séparation illusoire. Tout ce que l'on peut dire, c'est que le Permien domine dans la Vanoise; le Houiller dans le Mont Pourri, l'Aiguille du Midi, la vallée de l'Isère, la chaîne frontière. La limite du métamorphisme,

---

[1] F. Hermann, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1204.

dans le Permien et le Houiller, est indécise : il y a toujours une zone, large de quelques kilomètres, où les strates sont semi-métamorphiques, avec alternance d'assises très cristallines et d'autres où le caractère détritique est encore fortement accusé. Dans le Trias, le métamorphisme est inégal : souvent incomplet dans les quartzites et les calcaires où manquait l'alumine, il est à son apogée dans les *marbres phylliteux* qui, tout le long de la chaîne des Alpes, sont l'un des éléments essentiels et constants du Trias de la nappe briançonnaise, là où cette nappe est métamorphique. Dans les terrains plus jeunes que le Trias, la recristallisation est moins intense, parfois à peine sensible (je ne parle ici que pour le territoire français). Dans toute la nappe le métamorphisme croît vers l'Est et vers le Nord. A peu près nul à Briançon, il est déjà très marqué à Modane et ne cesse de grandir dans la Vanoise, la haute Maurienne, la haute Tarentaise; de même, nul ou presque nul dans la haute Ubaye et l'Ubaye moyenne, il augmente très vite à l'amont de Maurin et retrouve, au voisinage du col Longet, l'intensité qu'il a dans la Vanoise. Je le répète depuis vingt-cinq ans : il n'existe pas, contre *l'erreur du dynamo-métamorphisme*, d'argument plus fort que cette indépendance absolue, manifestée par les terrains briançonnais, entre la déformation dynamique (partout à son maximum dans la nappe) et le degré de la recristallisation.

La nappe du Briançonnais est très plissée. Sur son bord externe, elle montre tantôt une allure isoclinale, avec une série de plis inégalement serrés, déversés à l'Ouest, tantôt une structure en *écailles* ou en *lames*, extraordinairement laminées, horizontales dans l'ensemble, fortement ondulées dans le détail. Les plis isoclinaux du Galibier (Kilian) se prolongent par mes écailles 1, 2 et 3 des montagnes entre Briançon et Vallouise, et celles-ci par les grands plis, empilés et reployés, des montagnes de Guillestre (Kilian). Plus à l'Est s'étend une région d'apparence relativement tranquille où le Houiller s'étale largement et où les synclinaux qui l'accidentent sont presque droits; ces synclinaux s'ordonnent parfois en deux systèmes quasi orthogonaux. Plus à l'Est encore, les plis redeviennent isoclinaux, mais ils sont déversés à l'Est ou au Sud-Est (Vanoise); de sorte que, dans son ensemble, *la nappe est ployée en éventail*. Ce ploiement en éventail n'est qu'un ploiement de nappe, un ploiement postérieur à la mise en place de la nappe; il en est de même de la plupart des plis que je viens de décrire; ce sont des plis *secondaires*. Peut-être certaines *lames*, dans l'épaisseur de la nappe, sont-elles des replis *originels*, contemporains du grand charriage.

La nappe des Schistes Lustrés a une allure hautement transgressive : elle repose sur n'importe quel terme briançonnais, et, de toutes les surfaces de charriage que contient le *pays de nappes*, sa surface de base est la plus évidente, celle dont l'affleurement saute le plus aux yeux.

Composée surtout de calcschistes micacés très métamorphiques, cette troisième unité renferme aussi des *roches vertes*, presque toujours très laminées et fortement recristallisées. A ces *roches vertes* s'associent parfois des *radiolarites* (Gondran, Chaberton, Monte Cruzeau près Césane). MM. Hermann (1) et Raguin y ont aussi observé, sur le versant italien, de nombreuses lames de gneiss et de micaschistes (plusieurs déjà indiquées sur la carte géologique italienne) : observations qui ont conduit M. Hermann à penser que notre nappe des Schistes Lustrés n'est autre que la nappe de la Dent-Blanche. En tout cas, les multiples lambeaux de micaschistes, gneiss, *roches vertes* laminées, *mylonites* de micaschistes et de roches briançonnaises, qui traînent çà et là, au nombre d'une quarantaine, sur la nappe du Briançonnais et dont le plus vaste est la *quatrième écaille* des montagnes entre Briançon et Vallouise, ces multiples lambeaux sont, à n'en pas douter, des témoins de la nappe. Celle-ci a marché très loin vers l'Ouest, puisqu'on trouve à l'ouest de Grenoble, dans les conglomérats burdigaliens de la chaîne subalpine, de nombreux galets des *roches vertes* et des *radiolarites* du Mont-Genèvre et du Gondran.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur la vaccination contre le charbon symptomatique.* Note de MM. **E. Leclainche** et **H. Vallée.**

Parmi d'autres, la méthode de vaccination contre le charbon symptomatique inaugurée par E. Roux (1888), mise au point expérimentalement et pratiquement par N. Nitta (1918), est universellement appliquée. On sait qu'elle met à profit les qualités immunisantes des sécrétions de *Bacterium* (ou *Clostridium*) *Chauvæi*.

Pour notre part, nous avons fait connaître, les premiers en France, en 1900 et 1923, diverses propriétés des sécrétions de *Cl. Chauvæi*, puis, en 1925, deux techniques nouvelles pour l'obtention de vaccins dépourvus de germes vivants. La présente Note a pour but de réunir ces notions et de

(1) F. Hermann, *loc. cit.* L'idée de rattacher la *quatrième écaille* à la nappe de la Dent-Blanche a déjà été exprimée en 1913 par Jean Boussac.

rassembler les résultats obtenus au cours de l'application des méthodes par nous étudiées.

Rappelons tout d'abord que c'est à la filtration sur bougies ou sur membranes, que faisaient appel, jusqu'à nos travaux, les divers auteurs et les firmes qui utilisent, au titre vaccinal, les toxines de l'agent du charbon symptomatique. Nous l'avons totalement abandonnée.

C'est que, dès 1900 [1], nous avons montré que la filtration dépossède les cultures de *Cl. Chauvæi* de la plus grande partie de leurs principes solubles actifs. Simplement centrifugées ou décantées, ces cultures se montrent toujours plus actives que les produits similaires filtrés. La forte acidité des cultures de *Cl. Chauvæi*, que nous avons signalée tout à l'origine de nos travaux, ne fait qu'accentuer encore l'inconvénient qu'exerce la filtration sur leur teneur en substances actives. Ce sont là des particularités aujourd'hui considérées comme classiques dans l'histoire des diverses sécrétions microbiennes.

Aussi, depuis 1924, donnons-nous la préférence à la supercentrifugation comme moyen d'obtention des sécrétions microbiennes. L'appareil de Sharple fournit, à la vitesse d'environ 50000 tours, des liquides culturaux presque complètement dépourvus de microbes; il est très facile de les stériliser complètement, comme nous l'indiquerons plus loin, par l'addition de petites quantités de formaldéhyde. On obtient de la sorte, sans aucune rétention, les substances solubles des cultures microbiennes.

La valeur antigène de ces produits est largement améliorée si l'on prend soin — comme nous l'avons indiqué en 1923 et comme l'ont admis depuis d'autres expérimentateurs — de mélanger avant traitement, les unes aux autres, des cultures microbiennes de divers âges, répondant à des qualités distinctes de la toxine. L'emploi d'un grand nombre de races microbiennes, correspondant aux diverses régions infectées et choisies parmi les plus toxinigènes, constitue enfin, comme nous l'avons déjà précisé, un élément important pour l'obtention de parfaits résultats.

Nous inspirant de cet ensemble de constatations, nous avons montré en 1925 [2] que, par addition de 2 à 4 pour 1000 de formol à un mélange supercentrifugé de cultures de *Cl. Chauvæi* de différents âges, on obtient un

---

(1) LECLAINCHE et VALLÉE, *Recherches expérimentales sur le Charbon symptomatique* (*Annales de l'Institut Pasteur*, 14, 1900, p. 202).

(2) LECLAINCHE et VALLÉE, *Sur la vaccination contre le charbon symptomatique* (*C. R. de la Société de Biologie*, 92, 1925, p. 1275; et *Revue générale de Médecine vétérinaire*, 34, 1925, p. 293).

antigène stérile « beaucoup plus actif que les filtrats similaires ». On obtient ainsi un vaccin amicrobien dont l'activité peut être encore accrue par concentration à la faveur de divers artifices.

Nous avons montré en même temps que les cultures totales de *Cl. Chauvæi*, dûment formolisées, confèrent aux cobayes et aux bovidés une immunité solide. L'antigène obtenu de la sorte mérite le nom de vaccin intégral. On renforce encore son activité par le mélange de cultures de divers âges et d'origines différentes, puis par concentration au supercentrifugeur.

Des vaccins de l'un et de l'autre type ont fait, par nos soins, à compter de mai 1924, l'objet de très nombreuses applications pratiques dans des régions gravement affectées de charbon symptomatique et notamment en des foyers où la virulence était telle qu'elle ne devait céder qu'à la mise en œuvre de vaccins uniquement préparés avec des souches microbiennes récoltées sur place [1].

De mai 1924 à décembre 1927, ont été vaccinés sans qu'un incident nous ait été signalé :

a. Avec les vaccins amicrobiens, 31 544 bovidés;

b. Avec les vaccins intégraux, 14960 bovidés.

L'innocuité de ces procédés est donc largement établie. Leur efficacité résulte de la statistique suivante, arrêtée au 31 décembre 1926, et limitée à des effectifs infectés entretenus en des régions hautement contaminées où des cas de charbon ont été constatés, durant le même temps, sur des animaux non vaccinés ou insuffisamment protégés.

	Animaux vaccinés.	Mortalité dans l'année.
Vaccins amicrobiens	5832	0
Vaccins intégraux	2681	0
Effectifs témoins		2 à 8 pour 100

Supercentrifugation, concentration et formolisation des cultures représentent donc d'excellentes techniques pour l'obtention de vaccins symptomatiques irréprochables. La souplesse de ces moyens permet, dans tous les cas, d'obtenir des vaccins dont les valences microbiennes sont étroitement adaptées aux besoins locaux. Elle permet aussi de préparer rapidement des vaccins multivalents contre les différentes races de *Cl. Chauvæi* et les

---

[1] Ces dernières expériences ont été poursuivies dans l'Allier, avec le concours de M. Rondreux, de Bourbon-l'Archambault.

divers anaérobies responsables des gangrènes gazeuses des bovidés (*B. septicus*, *B. perfringens*, etc.).

La formolisation, en corrigeant la toxicité des vaccins, réduit à un risque pratiquement négligeable les inconvénients que représente, chez les porteurs de germes latents, la sensibilité aux *piqûres*, si bien mise en évidence par les expériences de Boquet et de Sanarelli.

Nous avons enfin constaté la parfaite stabilité des vaccins amicrobiens et des vaccins intégraux. Leur conservation est parfaitement assurée durant huit mois à l'abri de la lumière et nous avons pu contrôler, sur le cobaye, l'activité entière de produits dont la préparation remontait à un an.

On nous permettra de noter que, déjà, divers chercheurs ont confirmé nos constatations. Après Lopez y Lopez et Cordier (1), P. Karmann (2) conclut, de recherches entreprises à l'Office de Santé du Reich, à la « haute vertu immunisante » des vaccins formolés. Enfin, dans son important travail effectué à l'Institut de Recherches du Royal veterinary College de Londres, A. D. M'Ewen (3) tient « la supériorité des vaccins formolés sur les filtrats » pour « clairement démontrée ».

Nous n'avons donc rien à modifier à nos précédentes conclusions : l'ensemble des faits acquis démontre, jusqu'à l'évidence, la supériorité de la supercentrifugation et de la formolisation dans la préparation de vaccins antisymptomatiques dépourvus de tout germe vivant.

M. **Charles Richet** présente un fascicule nouveau de son *Dictionnaire de Physiologie* (fin du Tome X), Paris, Alcan, 1928, grand in-8°.

Ce fascicule (double) contient les articles : *Mastication*, par Bremer; *Menstruation*, par Wallich; *Mercure*, par Tiffeneau; *Métaux*, par Cardot, et *Moelle épinière*, par Guillain et Laroche, article important, de plus de 200 pages, qui constitue une monographie très complète sur la physiologie de la moelle épinière.

S'il fallait continuer ce Dictionnaire de Physiologie avec tous les développements que nous lui avons donnés dans les dix volumes qui ont paru, la publication prendrait environ 10 années au moins, et comprendrait huit

(1) G. Cordier, *Comptes rendus de la Société de Biologie*, 95, 1926, p. 848.

(2) P. Karmann, *Zeitschrift für Infektionskrankheiten der Haustiere*, **31**, 1927, p. 226.

(3) A. D. M'Ewen, *Journal of comparative Pathology and Therapeutics*, **39**, 1926, p. 253.

volumes. Pour qu'elle ne soit pas ainsi retardée, j'ai pris le parti de condenser en un seul volume les articles qui suivront, de sorte qu'en 1930 la publication de ce complet Dictionnaire de Physiologie sera terminée.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la Chaire de *Chimie appliquée aux corps organiques* vacante au Muséum national d'Histoire naturelle, pour la première ligne, M. *Richard Fosse* est désigné par l'unanimité des 48 suffrages.

Pour la seconde ligne, M. *Victor Hasenfratz* est désigné par 29 suffrages, contre 16 à M. *Émile André*.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne............ M. **Richard Fosse**.
En seconde ligne............. M. **Victor Hasenfratz**.

PLIS CACHETÉS.

MÉDECINE. — *Sur le traitement de l'angine de poitrine par la radiothérapie.* [Extrait littéral d'une Note (¹) de MM. **Nemours-Auguste** et **A.-R. Barrieu**.]

... Il est à présent classique de considérer la crise d'angine de poitrine comme la souffrance du plexus cardio-aortique. Cette souffrance est transmise aux centres nerveux par les filets sympathiques qui aboutissent à la chaîne sympathique cervicale et de là vont à la moelle et à l'encéphale : à la moelle par les *ramis-communicantes* et les racines postérieures, à l'encéphale par le nerf vertébral et les anastomoses du sympathique cervical et

(¹) Note retirée le 9 janvier 1928 du pli cacheté déposé par les auteurs le 20 juin 1927, et enregistré sous le n° 9829

des nerfs craniens. En nous basant sur ces données nous avons pensé que le syndrome douleur de la crise d'angor pouvait être mis sur le même plan que les autres syndromes douloureux et nous lui avons appliqué le même traitement, c'est-à-dire la radiothérapie.

Siège. — Dans un premier temps, nous avons dirigé les rayons sur toute la colonne cervicale, espérant atteindre les racines postérieures et les rameaux communicants. Le malade est alors dans le décubitus abdominal. Dans un deuxième temps, le malade étant en décubitus dorsal, nous avons centré l'ampoule sur le troisième espace intercostal au voisinage du sternum pour agir sur l'ensemble du plexus cardio-aortique.

Avantages de cette méthode. — Ni les poumons, ni le cœur, ni les centres nerveux ne sont sensibles aux rayons X, aux doses nécessaires pour le traitement que nous proposons.

Dans toute la région irradiée il n'y a qu'un organe à ménager, c'est le corps thyroïde. Or dans l'application postérieure, il est relativement éloigné alors que les racines à irradier sont superficielles et dans le décubitus dorsal il est facile de protéger la région thyroïdienne par une lame de plomb.

Aucun incident n'est donc à redouter et nous n'en avons observé aucun. En outre la rapidité de cette méthode doit faire interdire toute intervention sanglante. Elle peut être appliquée même chez les angineux en état d'insuffisance cardiaque....

(Suit une observation clinique détaillée.)

CORRESPONDANCE.

M. **Pierre Jabouille** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Bertrand Gambier. *Déformation des surfaces étudiées du point de vue infinitésimal* (Fascicule XXVI du *Mémorial des Sciences mathématiques*).

2° *El Observatorio del Ebro. Idea general sobre el mismo*, por el subdirector P. Ignacio Puig.

CALCUL MÉCANIQUE. — *Arithmomètre à multiplication directe purement électrique.* Note de M. G. **Nicoladzé**, présentée par M. d'Ocagne.

La plupart des machines arithmétiques récentes ne sont que des machines à additions ou soustractions répétées. Toutes ces machines, en y comptant quelques types existants de machines à multiplication directe, sont relativement très compliquées, contiennent des parties qui s'usent et sont d'un prix très élevé. La machine que je projette de construire est entièrement automatique : on obtient le résultat de l'opération immédiatement après avoir enregistré deux chiffres par une simple pression de boutons. En outre, la machine ne contient pas de moteur, de roues dentées, ni d'autres parties mécaniques plus ou moins compliquées et coûteuses. Elle fonctionne au moyen d'un groupe d'électro-aimants agissant sur un système de commutateurs qui déterminent les interruptions et circuits nécessaires.

La machine se divise en deux parties. La première est destinée à l'addition et à la soustraction. L'enregistreur présente un nombre voulu de colonnes. Dans chacune d'elles sont placés 10 boutons numérotés de 0 à 9. La première pression d'un bouton d'une colonne enregistre le chiffre correspondant sur l'indicateur. En même temps, un groupe d'électro-aimants produit une transformation des contacts telle que la seconde pression du bouton enregistre sur l'indicateur le résultat de l'addition (ou de la soustraction) du chiffre correspondant à cette dernière pression au chiffre de l'enregistrement précédent.

La seconde partie destinée à la multiplication et à la division est encore plus simple. J'ai utilisé ici l'idée des réglettes de l'ingénieur français Genaille (¹). Après avoir enregistré sur un cylindre le multiplicande, il suffit d'enregistrer le multiplicateur par simple pression successive de boutons correspondant aux chiffres du multiplicateur sur la même colonne à 10 boutons. Le produit apparaît immédiatement sur l'indicateur. L'opération se fait de façon analogue pour la division.

Observations de M. **d'Ocagne** *sur la Communication précédente.*

L'emploi de l'électricité pour provoquer le jeu d'une machine à calculer a déjà été utilisé, notamment par notre savant confrère Torres Quevedo

(¹) Maurice d'Ocagne, *Le Calcul simplifié*, 3e édition, p. 10 (Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1928).

dans son arithmomètre électromécanique [1]; mais la solution imaginée par M. Nicoladzé est toute différente. De plus, ce qui nous semble surtout digne de remarque dans cette nouvelle solution, c'est la forme d'un pur dispositif électrique, très ingénieusement donnée ici au principe utilisé sous forme graphique par Genaille dans ses réglettes multiplicatrices.

MÉCANIQUE. — *Sur le nombre de tours spécifique des turbines à vapeur.* Note [2] de M. **Charles Colombi**, présentée par M. A. Rateau.

La notion de nombre de tours spécifique, très largement utilisée dans l'étude des turbines hydrauliques, peut être mise en évidence également pour les turbines à vapeur élémentaires.

Soient P la puissance en chevaux aux aubes d'une turbine élémentaire de type quelconque, η_n son rendement, E l'énergie disponible (cal.). Le débit en kg : sec. est $G = P : 5,7\eta_n E$.

Désignons par v le volume spécifique (m^3 : kg) de la vapeur à la sortie des aubes motrices de la turbine, aubes de diamètre moyen D (mètres) et de hauteur h (mètres), avec $h = mD$. Le volume total débité (m^3 : sec.) est

$$V = Gv = (Pv) : (5,7\eta_n E) = \pi m \gamma D^2 C_a.$$

Le dernier terme de ces égalités provient de l'application de l'équation de continuité à la section mentionnée, avec $\gamma =$ pourcentage d'injection (partie de πD occupée par les aubages distributeurs) et $C_a =$ vitesse axiale d'écoulement dans ladite section (m : sec.).

Avec $u =$ vitesse circonférentielle au diamètre D (m : sec.), $n =$ nombre de tours par minute et $C_1 =$ vitesse absolue de la vapeur à la sortie du distributeur (m : sec.), on a, en égalant les deux dernières valeurs notées du volume débité :

$$P = 6535(\gamma m)\eta_n \frac{1}{v}\left(\frac{1}{n^2}\right)\left(\frac{u}{C_1}\right)^2 C_1^2 C_a E.$$

Toutes les vitesses d'écoulement étant considérées comme des fonctions de l'énergie E, on peut écrire aussi

$$C_1^2 C_a = \Psi E\sqrt{E}; \qquad P = 5635(\gamma m)\eta_n \frac{1}{v}\left(\frac{u}{C_1}\right)^2 \Psi \frac{\sqrt{E^3}}{n^2}.$$

---

(1) *Loc. cit.*, p. 81.

(2) Séance du 27 décembre 1927.

En définissant le nombre de tours spécifique par

$$n_s^2 = 6535(\gamma m)\,\eta_n\left(\frac{u}{C_1}\right)^2 \Psi, \tag{1}$$

on obtient de la valeur de P notée

$$n_s = \sqrt{v}\,\frac{n}{E}\sqrt{\frac{P}{\sqrt{E}}}. \tag{2}$$

Cette expression du nombre de tours spécifique est valable pour tous les types de turbines à vapeur élémentaires. Elle est, au terme $\sqrt{v}$ près, la même que celle en usage pour les turbines hydrauliques, où E est remplacé par la chute disponible H (mètres).

Ces relations s'appliquent à chaque cas de turbine élémentaire déterminé par son diagramme de vitesses. Exemples :

Turbine élémentaire à action. — En utilisant les notations relatives aux turbines à action que nous employons couramment (1), on a

$$\Psi = \sqrt{\left(\frac{2g}{A}\right)^3}\,\varphi^3\psi\sin\alpha_1\,;$$

d'où, en tenant compte de la valeur connue du rendement,

$$n_s^2 = 2\times 6535\sqrt{\left(\frac{2g}{A}\right)^3}(\gamma m)\varphi^5\psi(1+\psi)\left(\frac{u}{C_1}\right)^3\left(\cos\alpha_1 - \frac{u}{C_1}\right)\sin\alpha_1. \tag{1 a}$$

Turbine élémentaire type Parsons. — En utilisant les notations y relatives que nous employons couramment (2), on a

$$\Psi = \sqrt{\left(\frac{2g}{A}\right)^3}\,\frac{\sin\alpha_1}{\sqrt{\left(1+2G+2\dfrac{u}{C_1}\cos\alpha_1 - \dfrac{u^2}{C_1^2}\right)^3}};$$

d'où, en tenant compte de la valeur connue du rendement,

$$n_s^2 = 6535\sqrt{\left(\frac{2g}{A}\right)^3}(\gamma m)\left(\frac{u}{C_1}\right)^2\frac{2\dfrac{u}{C_1}\cos\alpha_1 - \dfrac{u^2}{C_1^2}}{\dfrac{1}{2}\sqrt{\left(1+2G+2\dfrac{u}{C_1}\cos\alpha_1 - \dfrac{u^2}{C_1^2}\right)^5}}\sin\alpha_1. \tag{1 b}$$

---

(1) *La Technique moderne*, **19**, IV, 15 février 1927, p. 99, fig. 1 et explications y relatives.

(2) *La Technique moderne*, **11**, 1, 1er janvier 1919, p. 2, fig. 2 et explications y relatives.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les fluides à stratification cylindrique en rotation autour d'un axe.* Note [1] de M. **Emile Merlin**, présentée par M. G. Kœnigs.

Supposons que les surfaces d'égale densité soient des cylindres parallèles à l'axe de rotation Oz et que chaque particule du fluide, parfait par hypothèse, décrive une circonférence d'axe Oz, sous l'empire de forces qui, rapportées à l'unité de masse, dérivent d'un potentiel. Reprenant les notations de notre Communication précédente [2], nous trouvons que les conditions nécessaires et suffisantes sont :

$$\rho = \frac{\partial F_1(r, \theta, t)}{\partial \theta}, \qquad -\rho\omega = \frac{\partial F(z, r, t)}{\partial t} + \frac{\partial F_1(r, \theta, t)}{\partial t},$$

$$r \frac{\partial \rho}{\partial r} \frac{\partial}{\partial z}\left(\omega \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \frac{\partial \omega}{\partial t}\right) + \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \frac{\partial \omega^2}{\partial z} = 0.$$

Une solution évidente s'obtient en admettant que les particules situées sur une parallèle à Oz ont même vitesse. On peut choisir arbitrairement la distribution des densités dans une section droite du fluide et la faire varier arbitrairement avec le temps. Le potentiel est indépendant de z.

Écartons cette hypothèse et admettons tout d'abord que les surfaces S d'égale densité soient de révolution autour de Oz. On trouve, $R(r, t)$, $R_1(r, t)$ et $\lambda(z, r)$ étant des fonctions arbitraires,

$$\rho = R, \qquad \omega = R_1 - \theta \frac{\partial \log R}{\partial t} + R\lambda.$$

Admettons, en second lieu, que les surfaces S ne soient pas de révolution, mais que dans tout plan méridien, ρ varie proportionnellement à r. On a, $R(r, t)$, $\lambda(z, r)$, $\theta_1(\theta)$, $t_1(t)$ désignant des fonctions arbitraires, θ_1 n'étant pas linéaire en θ,

$$\rho = r\theta'_1 t_1, \qquad \omega = \frac{R}{\theta'_1} + \frac{t_1}{\theta'_1}\lambda - \frac{\theta_1 t'_1}{\theta_1 t_1}.$$

Dans ces deux premiers cas, donnons-nous les fonctions de θ, de t, de r et de t, par suite la distribution des densités. Parmi l'infinité des mouvements correspondants, choisissons-en trois quelconques. Soient M_1, M_2, M_3

---

(1) Séance du 9 janvier 1928.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1579.

trois points de mêmes coordonnées polaires r, θ. Les vitesses des particules occupant, à l'instant t, les positions M_1, M_2, M_3 et appartenant respectivement à chacun des trois mouvements, sont telles que le rapport anharmonique des plans méridiens passant par leurs extrémités et du plan méridien qui leur est parallèle est indépendant du temps et de la position du plan méridien des points M_1, M_2, M_3.

Si l'on rejette les circonstances qui précèdent, F_1 doit satisfaire aux conditions

$$2R\frac{\partial F_1}{\partial t} - R_3 e^{-RF_1} = R_1,$$

$$\frac{\partial^2 F_1}{\partial \theta^2}\left(\frac{\partial F_1}{\partial \theta} - r\frac{\partial^2 F_1}{\partial r\,\partial \theta}\right) = rR\left(\frac{\partial F_1}{\partial \theta}\right)^2 \frac{\partial^2 F_1}{\partial r\,\partial \theta};$$

dans lesquelles R, R_1 et R_3 sont des fonctions de r et de t ($R \neq 0$); tandis que $Z = \frac{\partial F}{\partial t}$ est solution de l'équation de Riccati

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = RZ^2 + R_1 Z + R_2,$$

R_2 désignant une fonction arbitraire de r et de t.

Si l'on connaît une distribution des densités et des vitesses répondant à la question, il sera possible de déterminer par des quadratures une infinité de mouvements de l'espèce considérée, dépendant d'une fonction arbitraire de r et de z et présentant la même distribution des densités. Choisissons-en quatre et soient M_1, M_2, M_3, M_4 quatre points de mêmes coordonnées polaires r et θ. Les vitesses, à l'instant t, des particules occupant les positions M_1, M_2, M_3, M_4 et appartenant respectivement à chacun des quatre mouvements sont telles que le rapport anharmonique des plans méridiens passant par leurs extrémités est indépendant du temps et de la position du plan méridien des quatre points.

Pour terminer supposons que R se réduise à une fonction $\mathcal{R}$ de r.

Si, en chaque point, ρ est indépendante du temps

$$\rho = \frac{\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}}{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}\Psi}, \qquad \omega = -\frac{2\mathcal{R}Z + \mathcal{R}_1}{2\mathcal{R}\rho};$$

$\mathcal{R}(r)$, $\mathcal{R}_1(r)$; $R_1(r, t)$, $R_2(r, t)$ étant des fonctions arbitraires, $Z(z, r, t)$ étant solution de l'équation de Riccati et $\Psi(r, \theta)$ solution de l'équation

$$\frac{\partial}{\partial \theta}\log\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}\,\frac{\partial}{\partial r}\left[r(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}\Psi)\left(\frac{\partial \Psi}{\partial \theta}\right)^{-1}\right] = \mathcal{R}.$$

Enfin si, en chaque point, ρ varie avec le temps,

$$\rho = \frac{r\theta'_1}{t_1 + Cr^m\theta_1 + CC_1\mathcal{R}_2}, \qquad \mathcal{R}'_2 = r^{m-1};$$

$$\omega = -\frac{t'_1}{Cr^m\theta'_1} - \frac{2Cr^{m-1}Z + R_1}{2Cr^{m-1}\rho};$$

$$\theta'^2_1 = (m\theta_1 + C_1)\theta''_1, \qquad \frac{\partial Z}{\partial t} = Cr^{m-1}Z^2 + R_1Z + R_2.$$

où C, C_1 et m sont des constantes arbitraires ($C \neq 0$), $t_1(t)$, $R_1(r, t)$ et $R_2(r, t)$ des fonctions arbitraires ; $\theta_1(\theta)$ non linéaire en θ ; Z une fonction de z, de r et de t.

Les surfaces d'égale densité sont des cylindres homothétiques, le centre d'homothétie étant sur l'axe.

NAVIGATION. — *Sur un nouvel appareil antiroulis gyroscopique.* Note de M. **Jean Fieux**, présentée par M. L. Lecornu.

La réaction utile exercée sur la coque par un appareil antiroulis gyroscopique dépend à chaque instant de la vitesse et de la position angulaire de l'équipage participant aux précessions. Il est nécessaire de soumettre cet équipage à un système de liaisons capable d'assurer le développement des précessions dans la plus large mesure possible, et de produire un certain effet de rappel de l'équipage mobile vers la position pour laquelle l'axe de la masse rotorique est perpendiculaire à l'axe du roulis. C'est de ce système de liaisons que dépend surtout la valeur pratique d'un appareil antiroulis.

Dans le stabilisateur Sperry, les mouvements du gyroscope par rapport à la coque sont imposés par un mécanisme auxiliaire à vitesse pratiquement constante, d'après les indications d'un élément-pilote sensible aux changements de sens du roulis.

D'autres solutions ont été proposées pour assurer une variation rationnelle de la vitesse de précession, de façon à donner à la réaction gyroscopique utile l'allure sinusoïdale de la poussée de la houle sur la coque. Mais leur réalisation a toujours paru difficile.

Dans l'appareil antiroulis qui fait l'objet de la présente Note, l'auteur s'est proposé d'obtenir, uniquement par le jeu de résistances passives, à l'exclusion de toute action de ressort, de contrepoids ou d'élément pilote : 1° l'effet de rappel de l'équipage mobile vers sa position moyenne; 2° l'allure pseudo-

sinusoïdale du couple de stabilisation ou d'amortissement; 3° la limitation convenable de l'amplitude des précessions; 4° la suppression presque totale du déphasage entre l'action perturbatrice de la houle et la réaction de l'élément gyroscopique, c'est-à-dire les quatre conditions essentielles d'un fonctionnement correct assurant le maximum d'efficacité.

Cet appareil comprend deux gyroscopes à précessions contraires jumelés par l'intermédiaire de secteurs dentés, formant un système pratiquement insensible aux effets de tangage et de giration. Les axes de précession se trouvent dans un plan perpendiculaire à la flottaison et parallèle au longitudinal du navire, et sont solidaires à leur partie inférieure d'une pièce A (voir *fig.* 1) comportant deux palettes B et C. Ces palettes peuvent balayer

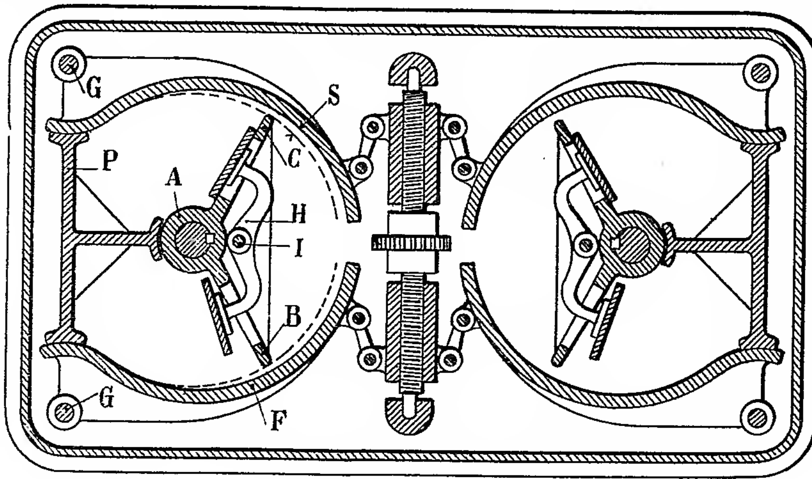


Fig. 1. — Coupe des freins.

une chambre délimitée par les fonds D et E du socle de l'appareil, par la paroi fixe P et par les mâchoires F. Le socle formant cuve contient du liquide. Le tracé des mâchoires F est tel que la section S du passage du liquide diminue progressivement pour une palette, quand elle augmente pour l'autre et *vice versa*. Les mâchoires F sont, d'autre part, articulées autour des axes G; on peut donc faire varier à volonté la valeur moyenne de la section de passage. Enfin, les palettes B et C sont percées d'un orifice que peuvent obturer ou démasquer, en bout de course, deux clapets portés par un balancier H. A chaque changement de sens du mouvement de précession, l'un des clapets s'applique sur son siège, l'autre clapet démasquant son orifice pour faciliter le mouvement de retour du liquide.

L'amplitude totale du mouvement de précession reste en principe de 120°.

Il est donc nécessaire que la résistance moyenne des freins hydrauliques varie avec l'état de la mer. Ce résultat est obtenu par la variation de l'écartement des mâchoires.

De récents essais ont mis en évidence la correction du fonctionnement de l'appareil sur différentes houles. On a installé sur un bâtiment de 880 tonnes un appareil d'essai pesant 15 tonnes (liquide et accessoires compris) comportant deux masses rotoriques de $1^{m},20$ de diamètre entretenues à la vitesse de 2150 tours par minute. Les courbes de roulis de la figure 2 donnent

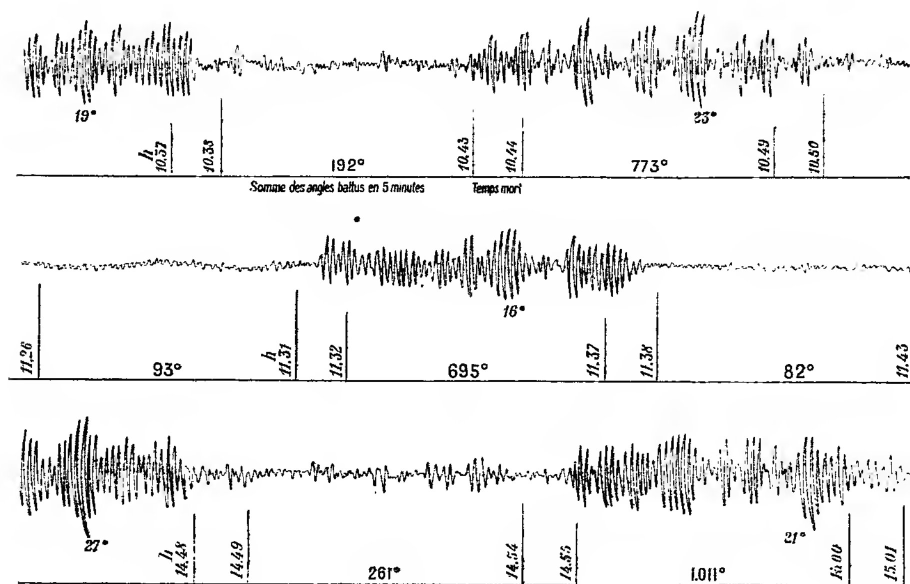


Fig. 2. — Courbes relevées en roulis libre et en roulis amortis.

une idée de l'efficacité obtenue sur houle moyenne, par la comparaison de périodes alternées de 5 minutes en roulis libre et en roulis amorti.

De tels résultats montrent le parti qu'on peut tirer de la précession naturelle, pour réaliser des appareils antiroulis d'un fonctionnement sûr et d'une grande simplicité.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *De l'influence de la variation de la température le long de la paroi d'échange sur la transmission de chaleur entre cette paroi et un fluide en mouvement.* Note [1] de M. **A. Lévêque**, présentée par M. G. Kœnigs.

La variation de la température le long de la paroi d'échange influe sur les coefficients de convection. Dans le problème du plateau mince plongé dans un fluide indéfini à vitesse uniforme V parallèle au plateau, traité par M. Boussinesq, si l'on appelle t_1 la température initiale du fluide et $t_0(x)$ la température de la paroi, variable avec l'abscisse, le flux de chaleur par unité de surface est, pour l'abscisse x,

$$Q = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\mathrm{K}c\rho\mathrm{V}}\left[\frac{t_1 - t_0(x)}{2\sqrt{x}} - \int_0^{\sqrt{x-\varepsilon}} \varphi'(x-\omega^2)\,d\omega\right],$$

si $t_0(x) - t_1 = \varphi(x)$, et ε infiniment petit (K, coefficient de conductibilité; c, chaleur spécifique à pression constante; ρ, masse spécifique).

On en tire

$$(1) \qquad Q = \alpha_x[t_1 - t'_0(x)]$$

avec

$$(2) \qquad t'_0(x) = t_0(0) + 2\sqrt{x}\int_0^{\sqrt{x-\varepsilon}} \varphi'(x-\omega^2)\,d\omega;$$

α_x ayant la valeur calculée dans l'hypothèse $t_0 =$ const.

Pour calculer l'échange de chaleur Q en un point donné, on choisira donc le même coefficient de convection α_x que dans l'hypothèse d'une température t_0 uniforme, mais dans le facteur $(t_1 - t_0)$, on remplacera $t_0(x)$ par une température fictive $t_0(x)$ qui varie plus vite que $t_0(x)$. *L'effet de la variation de t_0 se trouve donc amplifié.*

Le flux total de chaleur pour la longueur x,

$$\int_0^x Q\,dx = \frac{-2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{\mathrm{K}c\rho\mathrm{V}}\int_0^{\sqrt{x}} \varphi(x-\omega^2)\,d\omega,$$

s'écrira

$$(3) \qquad \int_0^x Q\,dx = x.\alpha_0^x(t_1 - t'_{0m})$$

[1] Séance du 9 janvier 1928.

avec

$$(4) \qquad t'_{0m} = t_1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \int_0^{\sqrt{x}} \varphi(x - \omega^2)\, d\omega,$$

c'est-à-dire qu'on choisira le même coefficient moyen de convection α_0^x, que dans l'hypothèse d'une température t_0 uniforme, mais à condition de remplacer dans le facteur $(t_1 - t_0)$ la température t_0 par une moyenne t'_{0m} convenablement choisie. Dans l'hypothèse d'une variation linéaire de t_0, on aura

$$t'_{0m} = t_0(0) + \frac{2}{3}\gamma x = \frac{t_0(0) + 2\, t_0(x)}{3}.$$

On trouverait des résultats analogues en admettant que la vitesse suit la loi de Poiseuille.

On peut, en première approximation, étendre les formules ci-dessus au cas réel du mouvement turbulent d'un fluide dans un tube cylindrique. x désignant l'abscisse comptée suivant les génératrices, on utilisera les formules suivantes, en prenant pour α_x le coefficient vrai calculé dans l'hypothèse $t_0 = \text{const.}$ (t_m, température moyenne dans la section)

$$(1') \qquad Q = \alpha_x[t_m(x) - t'_0(x)],$$

$$(2') \qquad t'_0(x) = t_0(0) + 2\sqrt{x} \int_0^{\sqrt{x-\varepsilon}} \varphi'(x - \omega^2)\, d\omega.$$

Les formules (3) et (4) deviendront, α_0^x étant le coefficient moyen dans l'hypothèse $t_0 = \text{const.}$,

$$(3') \qquad \int_0^x Q\, dx = x \,.\, \alpha_0^x (t_{1m} - t'_{0m}),$$

$$(4') \qquad t'_{0m} = t_1 + \frac{1}{\sqrt{x}} \int_0^{\sqrt{x}} \varphi(x - \omega^2)\, d\omega,$$

en prenant, pour t_{1m}, la température moyenne du fluide sur toute la longueur x $\left[\text{on peut prendre } t_{1m} = \frac{t_1 + t_m(x)}{2} \text{ ou } t_{1m} = \frac{1}{x}\int_0^x t_m\, dx, \text{ suivant la définition choisie pour } \alpha_0^x\right]$.

Ces considérations simples montrent que les coefficients de convection mesurés dans une circulation à contre-courant seront plus élevés que si t_0 est constant. Autrement dit, si la température de la paroi varie avec x, croissant dans un sens tel qu'elle ait pour effet de tendre à augmenter l'écart

avec la température du fluide, le flux de chaleur se trouve augmenté, non seulement à cause de cet écart accru, mais parce que le coefficient réel de convection est lui-même plus grand. Si, au contraire, la variation de t_0 tend à diminuer cet écart, le flux de chaleur se trouve diminué, non seulement parce que $|t_1 - t_0|$ est plus petit, mais encore parce que le coefficient réel de convection est lui-même diminué.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la force électromotrice de frottement des métaux.* Note de M. **A. Lafay**, présentée par M. Ch. Fabry.

Lorsque deux métaux frottent l'un contre l'autre, leur point de contact devient le siège d'une force électromotrice dont les effets se composent avec ceux de l'action thermo-électrique due à l'élévation de température que le frottement produit en ce point. Dans la plupart des cas la force électromotrice thermo-électrique est bien plus faible que celle de frottement et *lui est de plus assez souvent opposée.*

Pour étudier ce phénomène il est tout indiqué de donner à l'un des corps la forme d'un disque que l'on fait tourner d'un mouvement uniforme en appliquant l'autre corps sur sa périphérie; on peut ainsi faire varier commodément la vitesse relative des deux substances et la pression qui les maintient en contact.

Le disque étant supposé fabriqué avec la substance la plus dure et son bord convenablement poli au papier émeri, on obtient, en appuyant la seconde substance contre ce bord, une force électromotrice dont la valeur augmente rapidement jusqu'à un maximum, puis décroît ensuite dans bien des cas jusqu'au voisinage de zéro.

La phase initiale croissante, qui correspond à une sorte de nettoyage et d'adaptation des surfaces frottantes, peut être supprimée par une préparation convenable de ces surfaces et notamment en terminant le polissage du disque avec une substance qui, comme la craie lévigée, ne laisse pas d'enduit superficiel; on obtient alors d'emblée la force électromotrice maximum.

La phase décroissante provient de ce que le corps fixe se laisse désagréger par le disque et dépose sur ce dernier une couche dont l'épaisseur est bientôt suffisante pour que tout se passe comme si ce corps frottait sur sa propre substance étalée sur le pourtour du disque. La force électromotrice finale résulte alors uniquement de l'élévation de température produite par

le frottement et, lorsque la pression d'appui n'est pas considérable, elle est négligeable devant le maximum précédemment atteint.

Le phénomène se présente exactement comme il vient d'être dit lorsqu'un disque résistant, en acier par exemple, frotte contre un métal plus tendre, plomb, cuivre, argent, etc.; mais, lorsque le corps fixe ne se laisse pas entamer, la phase décroissante peut durer très longtemps et même ne pas exister.

On comprend l'inconvénient qu'il y aurait à fabriquer le disque avec la substance la plus tendre; le frotteur fixe se recouvrirait alors immédiatement d'une couche suffisante pour empêcher toute observation.

Pour faire des déterminations correctes il convient donc, comme on l'a supposé plus haut, d'appuyer le corps fixe sur un disque plus résistant que lui et cela pendant un temps aussi court que possible, juste suffisant, par exemple, pour constater que la force électromotrice développée est ou n'est pas équilibrée par une différence de potentiel antagoniste convenable donnée par un potentiomètre. Après un petit nombre de contacts, il convient de rendre au disque ses propriétés initiales en le débarrassant, par un nettoyage à la craie, de la pellicule étrangère qui peut le recouvrir.

En prenant ces précautions, j'ai pu vérifier que la force électromotrice de frottement des corps métalliques obéit dans des limites étendues aux deux lois suivantes. Elle est :

1° *Proportionnelle à la vitesse relative des deux substances frottantes;*

2° *Indépendante de la pression qui les maintient en contact.*

Cette seconde loi tombe nécessairement en défaut lorsque la pression d'appui devient considérable parce qu'il se produit alors des phénomènes calorifiques intenses qui déterminent des perturbations thermo-électriques auxquelles viennent s'ajouter des effets nuisibles dus à l'écrouissage, soit à la désagrégation des corps.

Pour donner une idée de l'ordre de grandeur des forces électromotrices observées, nous terminerons cette Note en indiquant que, pour des vitesses linéaires de glissement V, comprises entre 0 et 8^{m} par seconde, la force électromotrice de frottement de l'argent sur l'acier poli est égale à $8.10^{-3}V$ volts et celle du cuivre placé dans les mêmes conditions, $0,16.10^{-3}V$ volts.

Dans ces deux cas, cette force électromotrice est de sens opposé à celle que produit une élévation de température du point de contact des métaux frottants. De plus, pour une même vitesse, elle a la même valeur pour des pressions variant de 10 à 200^{g} par millimètre carré.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le phénomène d'inversion dans la biotite soumise à l'action des rayons α.* Note [1] de M. **H. Jedrzejowski.**

Dans certaines espèces de mica, notamment la biotite, on peut observer des sphères de coloration concentriques d'origine radioactive, dites halos pléochroïques, dues à l'action prolongée des rayons α partant d'un centre activé. Ce phénomène peut être utilisé pour la détermination de l'âge des minéraux par la comparaison du noircissement des halos naturels avec celui des halos artificiels produits par l'action des rayons α en nombre connu traversant la biotite.

Joly [2], donnant l'explication de la structure en anneaux des halos, a fait intervenir le phénomène d'inversion analogue à celui des plaques photographiques surexposées. A notre connaissance, aucune confirmation de ce point de vue par la méthode expérimentale n'étant obtenue jusqu'ici, nous avons tenté une expérience afin de nous rendre compte de la réalité du phénomène supposé.

Une ampoule de verre très mince laissant passer les rayons α (4^{mm} de longueur et 0^{mm},4 de diamètre) était remplie d'environ 590 millicuries de radon mesurés au commencement de l'expérience. L'ampoule était posée sur un feuillet de biotite (épaisseur 0^{m},015), échantillon 57271 de la collection du Muséum d'Histoire naturelle, provenant de Sibérie. La biotite était collée par le bord sur une plaque de laiton ayant une ouverture circulaire de 1^{mm} de diamètre. L'ampoule était posée sur la biotite le long d'un des diamètres de l'ouverture. De temps en temps on arrêtait l'exposition et l'on mesurait la quantité de lumière passant à travers la biotite et par l'ouverture mentionnée. La durée totale de l'expérience a été de 5 jours.

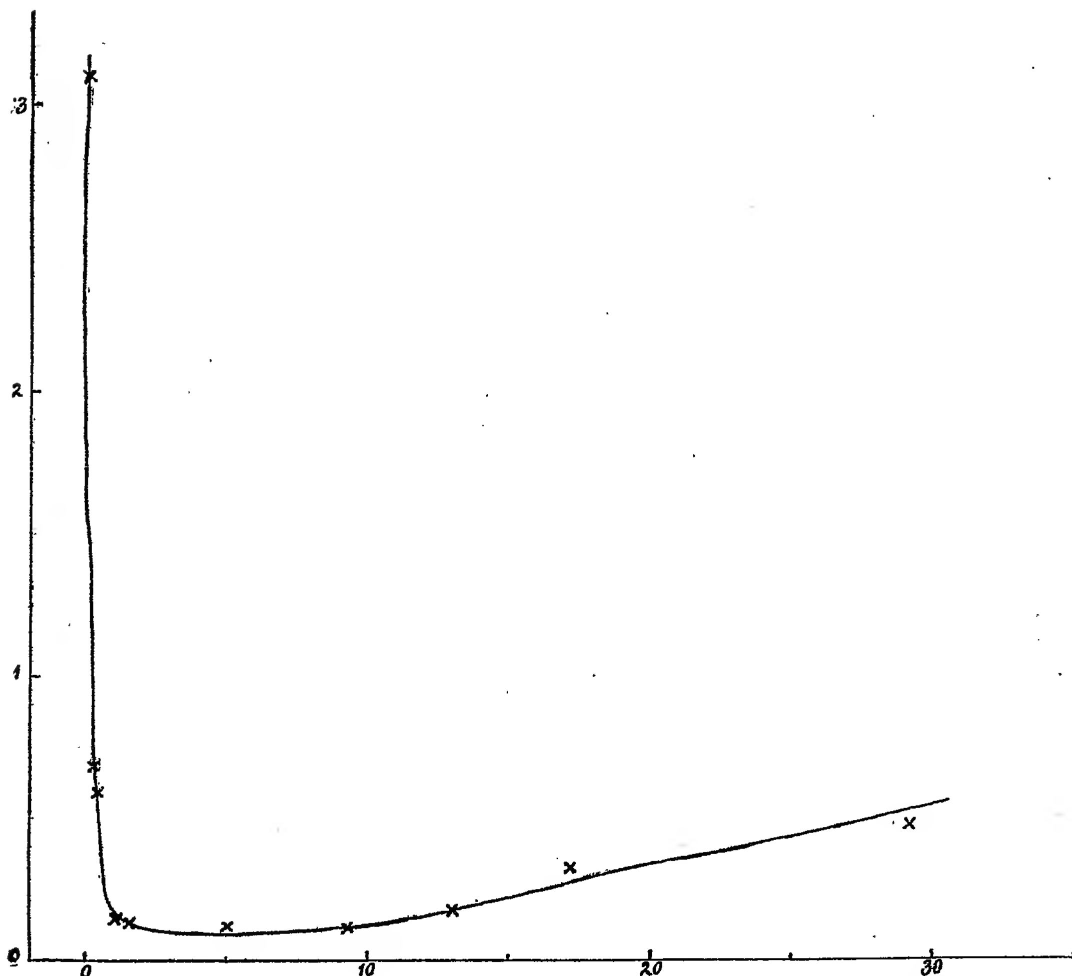
La mesure du noircissement a été faite au moyen d'une cellule photo-électrique de potassium reliée à un électromètre à quadrants. Un dispositif à quartz piézo-électrique permettait de mesurer les courants correspondant à la quantité de lumière passant par l'ouverture. Cette quantité était comparée chaque fois à la quantité de lumière passant par un feuillet de biotite non exposé à l'action des rayons α, fixé de la même façon que l'autre et servant d'étalon.

---

(1) Séance du 19 décembre 1927.

(2) Joly, *Phil. Trans. of Roy. Soc.*, A, **217**, 1916, p. 51, et *Proc. of Roy. Soc.* A, **102**, 1923, p. 682.

L'ampoule étant posée toujours à la même place, on a pu calculer les nombres proportionnels aux quantités de rayons α passant par le feuillet de biotite. Sur la figure, nous avons porté ces nombres sur l'axe des abscisses; les ordonnées expriment les courants de la cellule photo-électrique,



le courant correspondant à la lame étalon étant pris comme unité, les croix désignent les points obtenus expérimentalement.

On voit que la quantité de lumière décroît d'abord très vite, passe par un minimum et ensuite commence à augmentsr dès que le phénomène d'inversion se fait sentir. La courbe représente la marche du phénomène global étendu à la surface totale de l'ouverture. Nous avons pu observer le

phénomène d'inversion proprement dite juste au-dessous de l'ampoule, là l'action des rayons α est maximum. Cette région se présente dans le premier stade comme un trait brun foncé sur le fond vert clair, dans le dernier stade comme un trait jaune clair sur un fond brun.

De notre travail il nous semble justifié de tirer les deux conclusions suivantes :

1° Le phénomène d'inversion dans l'action des rayons α sur la biotite paraît être confirmé;

2° La détermination de l'âge des minéraux par les halos peut conduire à des nombres erronés, puisque aux mêmes ordonnées de la courbe de noircissement peuvent correspondre deux ou, peut-être, plusieurs valeurs des abscisses.

RADIOACTIVITÉ. — *Spectrographie des rayons γ par diffraction cristalline.* Note de M. **Frilley**, présentée par M. Jean Perrin.

La méthode du cristal tournant, qui est une technique courante de spectrographie des rayons X, a été appliquée aux rayons γ dès 1914 par Rutherford et Andrade [1], et en 1925 par J. Thibaud aux spectres du MTh et du Ra Th [2].

Le spectrographe à cristal tournant que j'ai employé comporte un banc de $1^{m},50$ de long, formé de deux barres d'acier cylindriques parallèles, de 6^{cm} de diamètre portées par un bâti très rigide. Sur ce banc peuvent glisser trois chariots de fonte portant : 1° le support de la source et le canaliseur; 2° le cristal et son mouvement d'horlogerie; 3° le châssis porte-plaques.

Une barre du banc porte une règle divisée et les chariots sont munis de verniers permettant de repérer leur position à $0^{mm},1$ près.

Les sources sont des ampoules fines d'émanation de Ra placées dans une rainure verticale pratiquée dans un bloc de plomb, devant lequel est un canaliseur constitué par deux briques de plomb de 22^{cm} de long, soigneusement dressées, reposant ainsi que le bloc support de la source sur un plan d'ébonite. L'ouverture du canaliseur et son orientation sont réglables par

(1) Rutherford et Andrade, *Phil. Mag.*, 6e série, **27**, 1914, p. 854; **28**, 1914, p. 263.

(2) J. Thibaud, *Thèse*, Paris, 1925.

vis micrométriques. Le support de la source peut être déplacé transversalement au moyen d'une crémaillère, pour amener la source dans l'axe du canaliseur.

Entre les faces du canaliseur, dont la distance est de $0^{mm},3$ à $0^{mm},6$, on peut établir une différence de potentiel de quelques centaines de volts pour dévier et absorber le rayonnement β.

Le mouvement d'horlogerie entraîne, à raison de 1 tour par 24 heures, une vis déplaçant un écrou, dont le mouvement est transmis au support du cristal par un levier en acier pivotant entre pointes. L'axe de ce levier pouvant être déplacé, on obtient différentes vitesses du cristal, de quelques degrés à moins de 30 minutes par 24 heures.

Le cristal est une lame de sel gemme de 3×9^{cm}, épaisse de $0^{mm},6$ à $0^{mm},8$. Elle est taillée parallèlement aux faces du cube, plans réticulaires (100). Sa position est réglable dans toutes les directions au moyen de vis calantes. Le système tournant comporte une division en demi-degrés avec verniers permettant les lectures à 1′ près. Cette division ne sert qu'au réglage du point de départ qui se fait avec une vis micrométrique. Toutes les transmissions étant très rigides et le jeu rattrapé par un ressort, le mouvement est parfaitement régulier. Cette partie très délicate de l'appareil a été construite au laboratoire.

Pour le réglage de la position du cristal, le support de celui-ci est centré dans une cuvette conique où il peut être remplacé par une pièce portant un réticule dont les deux extrémités sont réglables micrométriquement. On observe à la lunette ce réticule pour le placer suivant l'axe de rotation. On l'amène ensuite dans l'axe du canaliseur au moyen des vis calantes qui supportent tout le mouvement, et au moyen d'une glissière transversale munie d'une vis micrométrique. On replace ensuite le cristal et l'on amène en coïncidence avec l'axe de rotation (en observant à la lunette) la ligne de contact entre sa surface et une équerre de précision appliquée contre elle vers son milieu.

Le châssis contient deux plaques dont les émulsions sont face à face, en contact chacune avec un écran renforçateur au tungstate de calcium. Il est protégé des rayons diffusés par une gaine de plomb et d'aluminium. Plusieurs lames de sel gemme ont été essayées et la qualité des spectres varie beaucoup avec ces lames.

Les plaques employées sont des « Opta » Lumière développées au glycin en 1 à 3 heures. Les poses durent de 2 à 5 jours. La distance source-plaque était de 65 à 110^{cm}.

J'ai ainsi obtenu dans le spectre d'un tube d'émanation de Ra des raies (attribuables à RaB et RaC) comprises entre 35 et 284 U.X.

La longueur d'onde la plus courte que j'ai mesurée est 35 U.X. correspondant à une énergie de 353 kilovolts et à un angle de réflexion de 21′,5. Les résultats sont en excellent accord avec ceux des spectres corpusculaires jusqu'à cette limite de 353 kilovolts, sauf dans la région très complexe qui comprend les raies K de fluorescence, et dont la structure exacte n'était pas établie.

PHOTOGRAPHIE. — *Développement des plaques de Daguerre par pulvérisation de cathode.* Note de M. **Georges Simon**, présentée par M. A. Cotton.

Les plaques de Daguerre, c'est-à-dire les plaques d'argent poli légèrement attaqué par des vapeurs d'iode, une fois impressionnées, se révèlent ordinairement à la vapeur de mercure : il suffit d'exposer la plaque dans une boîte contenant au fond un peu de mercure légèrement chauffé, l'image est produite au bout de quelques minutes. J'ai remarqué qu'on peut remplacer la vapeur de mercure par la pulvérisation obtenue à partir d'une cathode en cuivre amalgamé. La projection doit être de très courte durée, une fraction de seconde seulement, sans quoi l'image est floue. Grâce à la rapidité du développement, la lumière qui remplit la cloche à pulvérisation n'impressionne pas la plaque.

Le résultat positif obtenu avec une telle cathode permettait d'espérer le développement par la pulvérisation d'autres métaux : effectivement, une cathode de cuivre a permis de révéler l'image sur une plaque simplement iodée (la plaque était naturellement d'une sensibilité assez faible pour n'être pas impressionnée par la lumière de la cloche à pulvérisation).

L'or et le platine n'ont pas donné de résultats.

Le même procédé permet aussi, comme me l'a montré M. Lambert, de révéler les images de Moser sur plaques d'argent non iodé.

PHOTOGRAPHIE. — *Procédé photographique à grande luminosité.* Note de M. **Henri Chrétien**, présentée par M. Louis Lumière.

L'accroissement de la luminosité des procédés photographiques se poursuit dans deux directions : d'un côté, on cherche à augmenter la *luminosité* des objectifs, de l'autre, on exalte la *sensibilité* des émulsions photogra-

phiques elles-mêmes. Rien ne paraît limiter encore les progrès chimiques; du côté optique, au contraire, on a atteint la limite pratique et même, dans bien des cas, on l'a dépassée, car l'accroissement de l'ouverture des objectifs ne s'obtient qu'au préjudice de l'étendue de leur champ et surtout de leur tolérance de mise au point.

Au cours de recherches photométriques sur la distribution des étoiles au sein des amas globulaires, j'ai rencontré, en 1910, une manière d'éviter ce dilemme qui est devenue susceptible d'entrer aujourd'hui dans la pratique courante. Je disposais dans le plan focal de l'astrographe un certain nombre de petites lentilles à très court foyer (loupes *compte-fils*); la plaque photographique était exposée en arrière, dans le plan conjugué de l'objectif, et enregistrait ainsi les *anneaux oculaires* dans chacun desquels se concentrait toute la lumière qui tombait sur la lentille correspondante. Un calcul simple montre que, si l'on néglige la faible absorption par le système supplémentaire, *la luminosité du système total est égale à la luminosité propre des collectrices*, mesurée par le carré de leur ouverture relative, et cela *indépendamment de l'ouverture de l'objectif de prise de vue.*

Pour que ce principe soit utilisable industriellement, il faut que les lentilles aient un diamètre égal à la définition linéaire exigée dans l'image, soit $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{20}$ de millimètre, et qu'elles soient disposées d'une manière bien jointives en une couche recouvrant toute l'étendue du champ. En définitive, on est amené à réaliser le support de couche sensible indiqué en 1908 par G. Lippmann pour sa *photographie intégrale*, avec cette simplification que la qualité optique de nos lentilles peut être très médiocre.

Prenons, par exemple, une pellicule cinématographique dont le support mesure environ $0^{mm},135$ d'épaisseur. Moulons, du côté non sensible, des milliers de petites calottes sphériques, ainsi qu'on le fait dans le procédé Berthon pour la photographie en couleurs. Désignons par d le pouvoir de résolution demandé à la photographie; par N_1 le nombre de lentilles nécessaires par millimètre carré; par $\Omega = \frac{d}{f}$ leur ouverture optique relative; enfin par λ leur luminosité, en prenant pour unité celle d'un objectif photographique ouvert à $f/8$. Nous aurons le tableau :

d (mm)............	$\frac{1}{15}$.	$\frac{1}{17}$.	$\frac{1}{20}$.
$N_1 = \frac{4}{\pi d^2}$..........	287	367	510
$\Omega = \frac{n.d}{e}$...........	$\frac{1}{1,35}$	$\frac{1}{1,53}$	$\frac{1}{1,8}$
$\lambda = 64\Omega^2$...........	35	27	20

Ainsi, une pellicule d'épaisseur courante, capable d'une définition de $\frac{1}{15}$ de millimètre, employée avec un objectif ouvert à $f/6,3$, *lui procure une luminosité vingt-deux fois plus grande.*

Un cliché négatif étant obtenu par ce procédé, comment se présente-t-il? Examiné à l'œil, il ne paraît pas différent d'un cliché ordinaire : en effet, l'image est bien constituée par des petites taches circulaires noires, beaucoup plus opaques que la région correspondante du cliché habituel; mais chaque tache est environnée d'une plage blanche, et comme l'œil ne discerne pas le détail de la structure, l'ensemble apparaît *gris*, et sensiblement du même gris que dans le cas du cliché ordinaire. Mais, *si on le reproduit à la chambre,* en le plaçant *gélatine en arrière* et en réglant le diaphragme de l'objectif de cette chambre en position et en diamètre, de manière à le faire coïncider avec l'image unique que, par cette disposition, les petites lentilles restituent du diaphragme de l'objectif de prise de vue, la plage blanche qui entoure chaque image sera complètement obturée par le contour du diaphragme, et les densités que présenteront sur le positif les différentes régions du sujet seront bien équivalentes à celles qu'on aurait obtenues avec un objectif λ fois plus lumineux que celui réellement employé.

Au moment où l'on va construire en France de très grands télescopes, on hésite sur le rapport d'ouverture qu'il convient de leur donner, car ils coûteront quelques dizaines de millions de francs et ne pourront être à la fois et à très long foyer, pour bénéficier du grand pouvoir séparateur du miroir, et à très court foyer pour la recherche des astres faibles. Il m'a paru opportun d'indiquer un procédé qui permet de disposer d'un instrument d'une très grande longueur focale — par exemple, du type Ritchey-Chrétien, récemment présenté à l'Académie, dont l'encombrement est minime — et dont la luminosité puisse éventuellement égaler celle d'un instrument ouvert à $f/1,5$, ouverture qu'on n'a jamais osé envisager jusqu'à présent en Astronomie, même pour les petits instruments.

M. J.-Ph. Lagrula a bien voulu faire, à l'Observatoire d'Alger, quelques expériences destinées à vérifier, en toute indépendance, les résultats obtenus au laboratoire. Ayant photographié la nébuleuse d'Andromède au moyen de l'astrographe Cooke que possède l'observatoire ($\Omega = f/5$) dans les mêmes conditions sur plaque ordinaire et sur la même plaque recouverte d'un réseau portant environ 400 lentilles au millimètre carré, M. Lagrula a « constaté un gain d'environ deux à trois grandeurs stellaires par application du réseau ».

CHIMIE PHYSIQUE. — *Vitesse d'hydrolyse et concentration en ions hydrogène*. Note de M. **H. Colin** et Mlle **A. Chaudun**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Il est impossible désormais de rapporter aux seuls ions hydrogène l'inversion du saccharose par les acides étendus : en effet, la vitesse initiale d'hydrolyse croît plus vite ou moins vite que la concentration en sucre cristallisable suivant que le catalyseur est un acide fort ou un acide faible; de plus, elle est augmentée par la présence de sels sans ion commun avec l'acide.

Cependant, d'après certains auteurs, l'addition de saccharose ou de sels modifie la concentration en ions hydrogène des solutions acides. Ces variations, apparentes ou réelles, du pH ne seraient-elles pas l'unique cause des variations de la constante d'hydrolyse? Les choses devraient évidemment être telles si les ions hydrogène étaient les seuls agents efficaces du dédoublement du saccharose.

Soit en effet $\frac{k'a'}{ka}$ le rapport des vitesses initiales d'hydrolyse de deux solutions contenant, pour une même dose d'acide, des quantités a' et a de sucre ($a' > a$); le rapport $\frac{k'}{k}$ est supérieur ou inférieur à 1 selon que le catalyseur est un acide fort ou un acide faible; or, si l'acide agit uniquement en raison des ions H qu'il renferme, on a $\frac{k'}{k} = \frac{c'}{c}$, c' et c représentant les concentrations en ions H des deux liqueurs, ou, en introduisant la notation du pH, $\frac{k'}{k} = 10^{\text{pH}-\text{p'H}}$, d'où $\log\frac{k'}{k} = \text{pH} - \text{p'H}$ et l'on doit avoir $\text{pH} \gtrless \text{p'H}$, selon qu'on a $\frac{k'}{k} \gtrless 1$.

Nous avons déterminé les valeurs du rapport $\frac{k'}{k}$ pour des solutions à 40^g et à 5^g pour 100 de saccharose ainsi que le pH de chacune de ces liqueurs; l'acidité est, dans tous les cas, environ décinormale.

Nature de l'acide.	$\frac{k'}{k}$.	pH.	p'H.	pH — p'H.	$\log\frac{k'}{k}$.
Acide chlorhydrique	1,58	1,06	1,02	0,04	0,119
» sulfurique	1,32	1,21	1,18	0,03	0,121
» oxalique	1,18	1,45	1,42	0,03	0,072
» formique	0,94	2,28	2,27	0,01	−0,027
» acétique	0,80	2,85	2,83	0,02	−0,097

On voit que les valeurs de pH — p'H sont nettement différentes des logarithmes du rapport $\frac{k'}{k}$ et peuvent même être de signes contraires, comme dans le cas des acides faibles. Il est donc impossible de rapporter aux variations de la concentration en ions hydrogène les variations de la constante d'hydrolyse en fonction de la teneur en sucre.

On arrive à la même conclusion lorsqu'on étudie l'action des sels. Si le sel n'a pas d'ion commun avec l'acide, la vitesse d'inversion est toujours augmentée par l'addition du sel, le pH se trouve également modifié, mais sans qu'on puisse apercevoir une relation quantitative simple entre l'accroissement de la constante d'hydrolyse et la diminution correspondante du pH.

	$\frac{k'}{k}$.	pH — p'H.	$\log \frac{k'}{k}$.
$HCl, \frac{N}{10}$ + KBr, N + saccharose, 5 %..................	1,87	0,10	0,271
$HCl, \frac{N}{10}$ + NO^3K, N + saccharose, 5 %.................	1,49	0,12	0,174
$NO^3H, \frac{N}{10}$ + KBr, N + saccharose, 5 %.................	1,85	0,11	0,268
$CH^3COOH, \frac{N}{10}$ + KCl, N + saccharose 5 %............	1,24	0,10	0,093

Si enfin l'on compare la diminution du pouvoir hydrolysant d'un acide faible en présence de doses croissantes d'un de ses sels à l'augmentation corrélative du pH des liqueurs, on constate, là encore, une divergence entre le logarithme des rapports $\frac{k}{k'}$ et les différences p'H — pH. Citons une expérience entre autres, relative au système acide acétique + acétate de sodium.

	$\frac{k}{k'}$.	p'H — pH.	$\log \frac{k}{k'}$.
$CH^3COOH, \frac{N}{10}$ + $CH^3COONa, \frac{N}{10}$ + saccharose 5 %....	26,03	1,63	1,415
$CH^3COOH, \frac{N}{10}$ + CH^3COONa, N + saccharose 5 %.....	42,31	2,55	1,626
$CH^3COOH, \frac{N}{10}$ + CH^3COONa, 2N + saccharose 5 %....	48,70	3,01	1,687

Les résultats sont parfaitement concordants : les variations de la constante d'hydrolyse ne sont jamais parallèles à celles de la concentration en ions hydrogène, et cela quel que soit le facteur de variation, concentration du sucre ou addition de sels.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Causes de la variation de volume accompagnant le durcissement des alliages légers aluminium-cuivre.* Note de MM. **Pierre Chevenard** et **Albert Portevin**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

A leur état stable à froid, les deux types d'alliages légers aluminium-magnésium-silicium et aluminium-cuivre sont formés d'un agrégat, dont les constituants sont une solution solide riche en aluminium et un composé défini Mg^2Si ou Al^2Cu. Leur durcissement, obtenu par une trempe suivie d'un revenu prolongé à basse température, est généralement attribué à la précipitation du composé défini à partir de la solution solide sursaturée.

Comme nous l'avons montré pour le premier type d'alliages ([1]), l'analyse thermique au moyen du dilatomètre différentiel permet d'étudier la variation de solubilité du composé défini avec la température : la dissolution par chauffage est caractérisée par une contraction, et la courbe de refroidissement accuse une expansion quand la chute de température est assez lente pour permettre la précipitation à chaud.

Les diagrammes obtenus avec les alliages au cuivre ont exactement le même aspect. Mais, tandis que le revenu à basse température des alliages au magnésium-silicium s'accompagne d'un accroissement de volume conformément aux prévisions, on observe une contraction dans les alliages au cuivre.

Des expériences faites avec des alliages d'aluminium non susceptibles de durcissement ont écarté l'hypothèse d'une contraction d'ordre banal, capable de masquer l'expansion prévue, et causée par la lente destruction des tensions internes de trempe; il subsiste donc une contradiction que nous avons tenté d'élucider. Dans ce but, nous avons cherché comment la température du revenu influe sur le changement de longueur qu'éprouve, au cours de ce traitement, un barreau trempé préalablement.

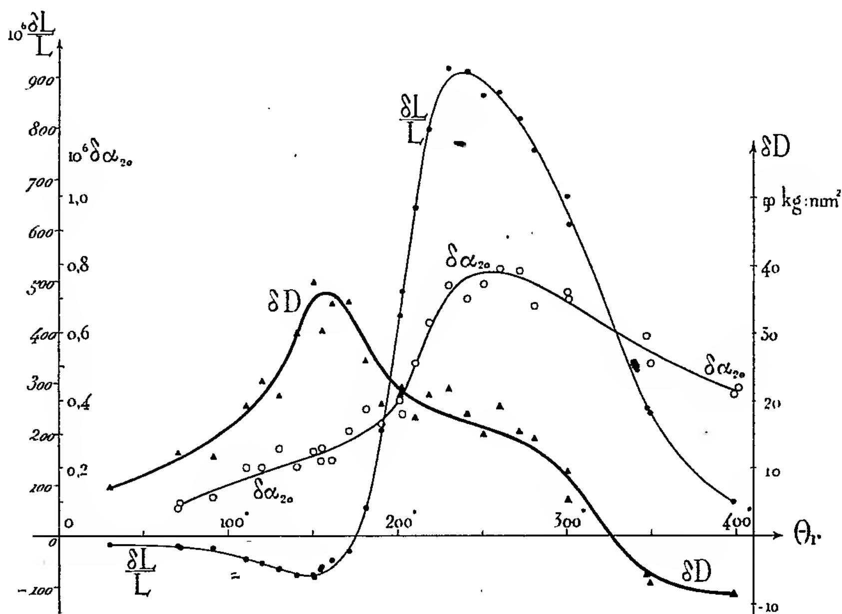
Les expériences ont porté sur un alliage industriel tenant 4,30 pour 100 Cu, 0,80 pour 100 Mn et 0,38 pour 100 Si. Le barreau-échantillon était trempé à 525° dans l'eau à 20°; le revenu comportait un séjour de 8 heures à température constante θ_r, et le changement relatif de longueur $\frac{\partial L}{L}$ à la température θ_r était enregistré par le dilatomètre différentiel. On mesurait, d'autre part, avant et après revenu, la dureté et la dilatabilité à 20°. Le diagramme

---

([1]) A. Portevin et P. Chevenard, *Étude dilatométrique des alliages d'aluminium avec le magnésium et le silicium* (*Comptes rendus*, 176, 1923, p. 296).

ci-dessous représente, en fonction de θ_r, le changement de longueur $\frac{\partial L}{L}$, le durcissement ∂D et la diminution $\partial \alpha_{20}$ de la dilatabilité.

Cette diminution a pour cause la précipitation de Al^2Cu beaucoup moins dilatable ($15,1.10^{-6}$ à 20°) que la solution solide aluminium-cuivre ($22,1.10^{-6}$ à 20°); ainsi, $\partial \alpha_{20}$ mesure approximativement la quantité de Al^2Cu libéré.



Au-dessus de 170°, l'allure des courbes est bien conforme à la théorie classique; la précipitation de Al^2Cu est mise en évidence par un durcissement, un accroissement de volume et une diminution de la dilatabilité. L'intensité du phénomène croît d'abord rapidement avec la température θ_r. Puis elle décroît au delà de 250°, alors que la température se rapproche de celle qui correspond à la solubilité complète. La chute de la courbe ∂D est d'ailleurs accélérée par la coalescence du composé défini; le maximum de durcissement ayant lieu pour θ_r voisin de 150° en accord avec les conclusions de l'étude faite avec M. François Le Chatelier (¹).

Mais la précipitation de Al^2Cu est certainement étrangère à la contrac-

(¹) Albert Portevin et François Le Chatelier, *L'obtention, par traitement thermique, d'alliages légers à haute résistance ne contenant pas de magnésium* (*Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 311).

tion observée au-dessous de 170°; en effet, le changement de volume résultant de cette précipitation ne peut changer de signe quand la température s'abaisse, puisque l'agrégat stable à froid est moins dilatable que la solution solide stable à chaud.

Il faut donc admettre l'existence d'une autre réaction, superposée à la première, et accompagnée d'une diminution de volume; cette seconde réaction intervient d'ailleurs efficacement dans le traitement industriel de l'alliage, puisque le plus fort durcissement correspond sensiblement à la plus grande contraction.

L'hypothèse d'un état analogue à la martensite des aciers, intermédiaire entre la solution solide stable à chaud et l'agrégat stable à froid, nous paraît peu vraisemblable, parce que l'aluminium n'a pas comme le fer deux états allotropiques. Nous sommes plutôt tentés de relier la réaction inconnue à la présence des impuretés ou des additions de l'alliage industriel : silicium, manganèse, etc., et c'est dans cette direction que nous poursuivons nos recherches.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la vitesse de l'onde explosive.* Note de MM. **P. Laffitte** et **P. Dumanois**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons mesuré la vitesse de propagation de l'onde explosive dans un certain nombre de mélanges gazeux détonants purs ou contenant une petite quantité d'un antidétonant, le plomb tétraéthyle. Les mesures ont été faites sous des pressions initiales variant depuis la pression atmosphérique jusqu'à 7 atmosphères.

La mesure de la vitesse de l'onde explosive a été faite par la méthode d'enregistrement chronophotographique déjà décrite par l'un de nous [1].

Le mélange gazeux détonant était enflammé soit par une capsule de 1^g de fulminate de mercure dans les expériences à la pression atmosphérique, soit par une étincelle électrique dans les expériences sous pression. Les expériences sous pression étaient faites à l'aide de l'appareil décrit dans une précédente Note [2].

L'antidétonant était introduit dans le mélange gazeux en faisant barboter ce dernier dans un petit flacon contenant le plomb tétraéthyle. Il était dosé par un procédé analogue à celui indiqué par Egerton et Gates

[1] *Ann. de Phys.*, 10e série, 4, 1925, p. 605.
[2] *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 284.

dans leurs recherches sur l'influence des antidétonants sur la formation de l'onde explosive ([1]). La proportion de plomb tétraéthyle était dans nos expériences de $\frac{1}{1000}$ environ, c'est-à-dire du même ordre de grandeur que celle qui s'est montrée efficace dans les moteurs.

Le tableau suivant donne les résultats de nos mesures pour divers mélanges d'hydrogène et d'oxygène, d'hydrogène d'oxygène et d'azote, et enfin de méthane et d'oxygène.

Mélanges.	Pression initiale (atmosphères).	Vitesse de l'onde explosive en mètres-sec — sans $Pb(C^2H^5)^4$.	Vitesse de l'onde explosive en mètres-sec — en présence de $Pb(C^2H^5)^4$.
$2H^2 + O^2$.....	1	2800	2830
$2H^2 + O^2$.....	3	2850	2850
$2H^2 + O^2$.....	6,5	2900	2860
$H^2 + O^2$......	1	1900	1930
$H^2 + 3O^2$.....	1	1730	1700
$4H^2 + O^2$.....	1	3200	3260
$H^2 + O + N$..	1	2400	2400
$CH^4 + 2O^2$...	1	2350	2300
$CH^4 + 2O^2$...	7	2320	2350
$CH^4 + 3O^2$...	1	2400	2450

Les résultats n'ont pas la précision de ceux obtenus par Dixon, qui opérait par la méthode de Berthelot dans des tubes de plusieurs dizaines de mètres de longueur. La précision de la méthode photographique dans les conditions de nos mesures (tube de 1^m de longueur; vitesse linéaire de déplacement de la pellicule sensible : 45 m/sec environ) ne permet pas de faire des mesures avec une approximation supérieure à 2 pour 100.

Dans ces conditions, il résulte de l'examen des chiffres du tableau précédent que *la vitesse de propagation de l'onde explosive est indépendante de la présence d'antidétonant dans le mélange gazeux*.

CHIMIE ORGANIQUE. — *ψ-scopine et scopoline.*

Note de MM. **Max** et **Michel Polonovski**, présentée par M. Charles Moureu.

En poursuivant l'étude de la ψ-scopine, $C^8H^{13}O^2N$, obtenue par réduction du bromure de scopinium ([2]), nous avons pu compléter la différenciation de cette nouvelle base avec la scopoline. Cette différenciation ne se limite pas aux propriétés physiques de tous leurs dérivés, mais s'étend à certaines réactions chimiques, notamment aux produits d'oxydation, ce qui ne s'expliquerait pas par une simple stéréoisomérie géométrique.

([1]) *Proc. Roy. Soc.*, 114 A, 1927, p. 149.

([2]) Max et Michel Polonovski, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 277.

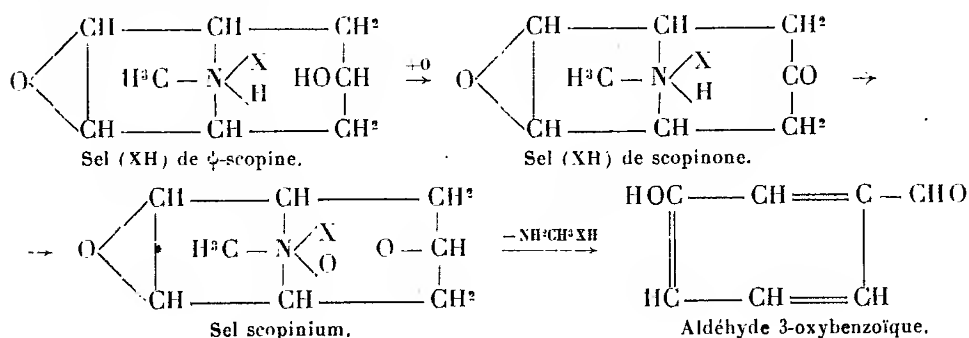
Bien que la constitution de la scopoline semble parfaitement élucidée, la nature secondaire de la fonction alcool n'a pu être prouvée ni par oxydation en cétone, ni par déshydratation, alors qu'on obtient, d'autre part, si aisément la tropinone et la tropidine.

Ayant été amenés à attribuer à la ψ-scopine une formule plus directement superposable encore à celle du tropanol, il était intéressant de voir si cette nouvelle base ne conduirait pas respectivement à une scopinone et une scopidine.

L'expérience n'a répondu qu'indirectement à notre attente, mais elle a confirmé la structure symétrique de la ψ-scopine et ses rapports étroits de constitution avec la base scopinium.

La ψ-scopine réduit très rapidement le mélange sulfochromique ($Cr^2O^7K^2$ normal en solution sulfurique à 50 pour 100). Lorsqu'on met en œuvre un atome d'oxygène pour une molécule de base, la réduction est totale à froid, et, après alcalinisation et concentration par distillation, on peut mettre en évidence dans le distillat de la méthylamine, et dans la solution concentrée de l'aldéhyde métaoxybenzoïque (F. 104°). Les quantités de méthylamine et d'aldéhyde isolées atteignent environ 50 pour 100 de la théorie. On trouve en outre, à côté d'un peu de ψ-scopine régénérée, un produit amorphe, polymérisé, à fonction phénolique.

Cette réaction rappelle en tous points la dégradation de la base scopinium décrite dans notre Note précédente. Elle fixe, dans les deux cas, les positions respectives du pont oxydique, générateur de la fonction phénol, et de la seconde fonction oxygénée que l'on retrouve finalement sous forme aldéhydique. Cette identité dans les produits terminaux semble bien indiquer que le processus d'oxydation de la ψ-scopine passe par un stade scopinone, tautomère d'une forme scopinium, en laquelle elle se transpose intermédiairement pour se dégrader aussitôt, suivant les tendances propres à cette base quaternaire :



Sel (XH) de ψ-scopine. Sel (XH) de scopinone.
Sel scopinium. Aldéhyde 3-oxybenzoïque.

La scopoline, dans les mêmes conditions, ne s'oxyde que très lentement et ne donne aucune trace d'aldéhyde métaoxybenzoïque.

Un essai de déshydratation, opéré à l'aide d'un mélange de H^2SO^4 et de CH^3CO^2H, à 160°, ne donne aucun résultat avec la scopoline, que l'on régénère intégralement, alors qu'avec la ψ-scopine on est conduit mi-partie à un composé azoté, amorphe, polymérisé, analogue à celui que nous avons décrit plus haut, et mi-partie à une transposition en scopoline. Cette isomérisation doit être consécutive à une déshydratation suivie, après transposition du pont oxydique, d'une rehydratation.

Mentionnons enfin les nouveaux dérivés préparés au cours de cette étude :

Benzoyl-ψ-scopine, $C^8H^{12}ONOCOC^6H^5$[$(C^6H^5CO)^2O$ sur la ψ-scopine], base forte, F. 142°; chlorhydrate, F. 216° (Cl pour 100, 12,17 calculé Cl pour 100, 12,08): picrate, F. 104°; chloraurate, F. 220°.

Acétyltropyl-ψ-scopine [chlorure d'acétyltropyle sur ψ-scopine], masse vitreuse alcaline, saponifiée en milieu légèrement acide en *tropyl-ψ-scopine* $C^8H^{11}ONOCOC^8H^9O$, isomère vitreux de la scopolamine; picrate et chloraurate amorphes.

Nor-ψ-scopine (obtenue par oxydation permanganique alcaline de la ψ-scopine ou par la méthode générale que nous avons décrite : action de $(CH^3CO)^2O$ sur le N-oxyde de ψ-scopine) : $C^7H^{11}O^2N$, F. 184°. Chlorhydrate, F. 262°; picrate, F. 225°; chloraurate, F. 220°. Traité par excès de CH^3I, elle redonne l'iodométhylate de ψ-scopine (F. 249°).

ψ-scopylphényluréthane $C^8H^{12}ONOCONHC^6H^5$[C^6H^5CNO sur ψ-scopine en solution benzénique], F. 229°; *neutre* au tournesol très peu soluble dans les solvants organiques. Chlorhydrate, F. 244°; chloraurate, F. 210°.

La scopoline donne, dans les mêmes conditions, un uréthane isomère, pâteux, *alcalin* au tournesol, très soluble dans l'éther. Chlorhydrate, F. 226°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la saponification par les alcalis, du phényléthylmalonate d'éthyle.* Note de MM. **E. Tassilly**, **A. Belot** et **M. Descombes**, présentée par M. Charles Moureu.

M. Dumesnil (¹) a étudié la saponification du diéthylmalonate d'éthyle. Nous avons pensé que l'introduction d'un radical arylé était de nature à modifier l'allure de la réaction et nous avons entrepris de rechercher comment se comportait le phényléthylmalonate d'éthyle en présence des alcalis.

I. *Saponification à chaud par la soude aqueuse.* — Nous avons porté à l'ébullition un mélange de :

(¹) *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 1043; *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, **31**, 1922, p. 320

Éther phényléthylmalonique	13g,2
Lessive de soude à 36° B	26
Eau	26

soit 1 molécule d'éther pour 4 de soude. La saponification, lente, est cependant totale au bout de 26 heures (insaponifié 0g,05). Les acides formés constituaient un mélange d'environ 80 pour 100 d'acide phényléthylmalonique $C^6H^5(C^2H^5)C(CO^2H)^2$ fondant à 182°,5 (7g,7) et de 20 pour 100 environ d'acide α-phényl-α-éthylacétique $C^6H^5(C^2H^5)CHCO^2H$ fondant à 42° (1g,8). La séparation peut s'effectuer par des cristallisations dans le benzène où le premier acide est peu soluble à froid.

II. *Saponification à chaud par la soude alcoolique.* — Nous avons porté à l'ébullition un mélange ne différant du précédent que par la substitution de 26g d'alcool à 95° aux 26g d'eau. La saponification était complète en 10 minutes. Les acides isolés, les mêmes que précédemment, se trouvaient dans des proportions totalement différentes : 10 pour 100 d'acide phényléthylmalonique, 90 pour 100 d'acide phényléthylacétique.

Un essai d'une durée de 30 minutes a fourni uniquement de l'acide phényléthylacétique.

III. *Saponification à froid par la soude alcoolique.* — Nous n'avons pas, dans les essais ci-dessus, décelé la présence d'un acide-éther. En vue d'obtenir ce corps non encore décrit, nous avons abandonné à la température ordinaire un mélange de :

Éther phényléthylmalonique		13g,2
Soude en plaques à 94 pour 100		5g,4
Alcool à 75°	q. s. p.	100cm³

soit 1mol,25 de soude pour 1 d'éther-sel. Au bout de 100 heures, l'insaponifié était de 2g,34 (17,5 pour 100). Nous avons extrait du produit acide 6g,8 de phényléthylmalonate acide d'éthyle $C^6H^5(C^2H^5)C(CO^2H)CO^2C^2H^5$ peu soluble dans l'éther de pétrole et 1g,6 d'acide phényléthylacétique. Nous n'avons pas trouvé d'acide phényléthylmalonique.

Un nouvel essai d'une durée de 6 heures a donné des résultats analogues, à cela près que 49 pour 100 seulement de l'éther-sel étaient saponifiés.

Doublant la proportion de soude, on constate au bout de 100 heures que la saponification est totale. Des cristaux de phényléthylmalonate de soude, peu solubles dans le milieu, se sont séparés et fournissent 2g,3 d'acide libre. De la liqueur claire, on retire 6g,6 d'acide-éther et 1g,8 d'acide phényléthylacétique.

Le phényléthylmalonate acide d'éthyle se présente en cristaux incolores, d'odeur éthérée faible, fondant à 94°, solubles dans l'alcool, l'éther, le benzène, le chloroforme, insoluble dans l'eau. Le corps chauffé à 150° se décompose avec perte de CO^2.

IV. *Saponification par les alcalis pulvérisés.* — Espérant que l'augmentation de la concentration en alcali favoriserait la formation de l'acide phényléthylmalonique, nous avons fait réagir la potasse pulvérisée (de préférence à la soude dont l'action est plus lente).

Nous avons abandonné à la température ordinaire 13g,2 d'éther phényléthylmalo-

nique avec 11^g,2 de potasse en cylindres (à 84 pour 100) broyée et tamisée au tamis n° 30. Au bout de 24 heures, la saponification est totale. Il s'est encore formé de l'acide phényléthylacétique (20 pour 100) à côté d'acide phényléthylmalonique (80 pour 100).

En ne mettant en contact que 1^{mol},50 d'alcali pour 1 d'éther-sel, au bout de 24 heures, l'insaponifié est de 56 pour 100, mais on peut isoler du mélange acide 55 pour 100 d'acide-éther à côté de 20 pour 100 d'acide phényléthylmalonique. Il s'est formé 25 pour 100 d'acide phényléthylacétique.

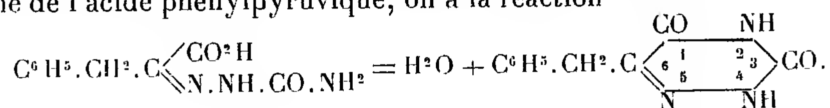
Conclusions. — I. Dans la saponification du phényléthylmalonate d'éthyle, il y a formation constante d'acide phényléthylacétique, ce corps devenant le produit normal de la saponification alcoolique à chaud.

II. L'acide phényléthylmalonique se produit dans les meilleures conditions de rendement soit en milieu aqueux à l'ébullition, soit en présence de potasse pulvérisée à froid, cette dernière méthode étant d'une exécution particulièrement aisée.

III. Le phényléthylmalonate acide d'éthyle ne s'obtient qu'en milieu hydro-alcoolique à froid ou en présence de potasse sèche en quantité limitée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les sulfoxytriazines.*
Note de MM. **J. Bougault** et **L. Daniel**, présentée par M. Charles Moureu.

L'un de nous (1) a établi que les semi-carbazones des acides α-cétoniques se transforment facilement, par déshydratation sous l'action des alcalis, en dioxytriazines substituées en 6. En prenant comme exemple la semi-carbazone de l'acide phénylpyruvique, on a la réaction



Nous nous sommes proposés d'étudier au même point de vue les thiosemi-carbazones des mêmes acides α-cétoniques, et de voir quelle serait l'influence du remplacement de l'oxygène par le soufre dans ces composés.

Les conclusions générales de nos observations peuvent se résumer ainsi :

Les thiosemi-carbazones des acides α-cétoniques ont une plus grande tendance à la cyclisation que les semi-carbazones ; les rendements en sulfoxy-

(1) J. Bougault, *Comptes rendus*, 159, 1914, p. 83 et 631 ; 160, 1915, p. 625, et *Ann. Chim.*, 9e série, 5, 1916, p. 317.

triazines sont presque toujours théoriques et la réaction est plus rapide tout en étant plus complète.

Les sulfoxytriazines, comme les dioxytriazines, ont une réaction acide, plus accentuée même que celle de ces derniers composés. On peut titrer acidimétriquement les sulfoxytriazines en présence de phtaléine, elles se comportent comme monoacides.

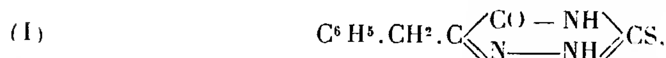
Comme les dioxytriazines, les sulfoxytriazines peuvent donner deux séries d'éthers (monoéthers et diéthers), par action de leurs dérivés sodés sur les iodures d'alcoyles. Toutefois, jusqu'ici, les monoéthers seuls ont pu être isolés à l'état pur et cristallisé.

Les caractères indiqués ci-dessus rapprochent les sulfoxytriazines des dioxytriazines; la différence suivante les en distingue nettement :

Il a été montré que les dioxytriazines, traitées par l'hypobromite de sodium, dégagent de l'azote et donnent un dérivé dibromé de l'amide correspondant à l'acide cétonique générateur; ainsi la benzyldioxytriazine donne l'amide de l'acide phénylpropionique α-dibromé



Soumise à l'action du même réactif, la sulfoxytriazine



dérivé du même acide phénylpyruvique, ne donne lieu à aucun dégagement gazeux. Cependant il y a réaction et le produit cristallisé, isolé, est différent de la sulfoxytriazine; sa composition n'a pas encore été élucidée.

Avec les hypochlorites alcalins, l'action sur les sulfoxytriazines est plus énergique : il y a dégagement gazeux et dédoublement de la molécule, la benzylsulfoxytriazine (I) donne l'acide phénylacétique, la phényléthylsulfoxytriazine, homologue supérieur de la précédente, donne l'acide phénylpropionique.

Nous avons préparé les sulfoxytriazines suivantes :

La phénylsulfoxytriazine $C^6H^5.C^3OSN^3H^2$, fondant à 256°;

La benzylsulfoxytriazine $C^6H^5.CH^2.C^3OSN^3H^2$, fondant à 194°;

La phényléthylsulfoxytriazine $C^6H^5.CH^2.CH^2.C^3OSN^3H^2$, fondant à 210°.

Des détails, complétant ces indications générales, seront donnés dans une Thèse en préparation.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur des complexes métalliques des nitrates de cellulose.* Note [1] de M. A. **Apard**, présentée par M. Vieille.

1° Si l'on ajoute à une solution acétonique à 1 pour 100 de nitrate de cellulose (11,6 pour 100 d'azote) de la litharge finement broyée, ou de la chaux vive ou éteinte, en poudre, on observe, après agitation, et décantation de la majeure partie de l'oxyde, un accroissement de la viscosité suivi de la prise en gelée de la solution.

Le même phénomène se produit avec des nitrates de cellulose de teneur en azote différente, ou en solution dans l'alcool-éther, l'acétate d'amyle.

Avec d'autres oxydes ou hydrates métalliques (Cu, Hg, Ag, Bi, Al, Fe, Ni, Zn, Cd, Ba) on observe simplement des variations, en plus ou en moins, dans la viscosité de la solution, variations qui paraissent en rapport avec la présence du métal dans la solution.

			Extrait sec de la gelée.			
			Nitrate de cellulose.			
Nature de l'oxyde.	Taux d'azote du produit initial.	Solvants.	Pour 100.	Azote pour 100 du nitrate.	Oxyde pour 100.	Observations.
PbO...	11,6	Acétone	41,5	10,5	58,5	I
CaO...	11,9	Alcool-éther	98,2	10,9	1,8	II
			98,4	10,9	1,6	
CaO...	11,9	Alcool-éther	94,95	10,03	5,04	III
			94,4	10,04	5,6	
CaO...	11,9	Alcool-éther	85,9	10,5	14,1	IV
			86,6	10,6	13,4	

Observations. — I. Gelée. — II. Il n'y a pas eu prise en gelée. La solution limpide a été précipitée par la ligroïne. — III. Précipité gélatineux lavé à l'alcool-éther. — IV. Produit résultant de la précipitation des solutions de lavage du précédent.

La fixation de l'oxyde sur le nitrate de cellulose est tout à fait inégale ainsi qu'on pouvait s'y attendre. Pour la gelée au PbO séparée de l'excès de litharge par lévigation, il y a certainement un excès d'oxyde non fixé.

2° En électrolysant des solutions de nitrate de cellulose à 1 pour 100 avec

(1) Séance du 9 janvier 1928.

des électrodes du métal à essayer (12 volts, 0,1 amp. par dmq) on obtient plus régulièrement formation d'une gaine de gelée à *l'anode*. La solution a été rendue conductrice par une trace de soude caustique (concentration finale N/500 environ). On observe, en même temps, le passage du métal dans la solution (coloration verte pour Cu et Ni, rouge pour Fe); Pb, Hg, Cu, Cd, Zn, Fe ont fourni des gelées, Ni une solution colorée seulement.

En l'absence de nitrate de cellulose dans le dissolvant, on obtient seulement un dépôt d'hydrate à l'anode et pas de disparition sensible de métal dans la solution.

L'analyse de quelques-uns des produits obtenus a donné les résultats ci-dessous :

			Extrait sec de la gelée.			
			Nitrate de cellulose.			
Métal des électrodes.	Taux d'azote du produit initial.	Solvants.	Pour 100.	Azote pour 100 du nitrate.	Oxyde pour 100.	Observations.
Pb.....	11,6	Acétone	90,8 90,7	10,95	9,5 9,65	I
Pb.....	11,9	Acétone	87,4 87,2	11,05	12,6 12,8	II
Pb.....	11,9	Alcool-éther	88,7 89,1	10,9 11,0	11,3 10,9	III
Cu.....	11,9	Alcool-éther	94,4 94,5	10,8	5,5 5,6	IV
Cu.....	11,6	Alcool-éther	91,1 91,3	10,6	8,8 8,15	V

Observations. — I. Gelée. — II. La solution + gelée a été précipitée par l'eau. On reprend par l'acétone pour enlever la partie soluble. — III. Fraction soluble, résultant du lavage d'un insoluble. — IV. Fraction soluble dans l'alcool-éther. — V. Gelée.

3° Les gelées obtenues par les méthodes décrites ci-dessus sont détruites par l'addition d'une petite quantité d'un acide fort (HCl, NO^3H). Elles semblent ne pouvoir prendre naissance en milieu acide.

4° En résumé, on a constaté que l'action des oxydes ou hydrates métalliques sur les solutions de nitrate de cellulose conduit à la formation de complexes solubles ou insolubles dans le solvant où ils prennent naissance, et renfermant du nitrate de cellulose et un reste métallique. Le phénomène paraît tout à fait général; il pourrait correspondre à l'existence de propriétés acides reconnues dans les nitrates de cellulose.

LITHOLOGIE. — *Sur les caractères lithologiques des roches intrusives du Massif Central saharien (Mission Jacques Bourcart, 1922-1923).* Note (¹) de MM. **Jacques Bourcart** et **M.-E. Denaeyer.**

Le Massif Central saharien (²) est formé de bandes de schistes amphiboliques, de quartzites, amphibolites, micaschistes, cipolin et gneiss. Très étroites, elles ont en général une direction méridienne, sauf aux deux extrémités ouest et est du massif où elles s'inclinent un peu vers l'Équateur. Le métamorphisme augmente de la périphérie vers le centre. L'ensemble a été traversé par des roches ignées, granites, diorites, pegmatites, etc., que les plissements ont fragmentées en lames; elles sont très écrasées et souvent même recristalisées. En outre, des venues plus récentes [granites de Meniet et du Tinaqqor (Mouydir), des Isediyen (Bas-Ahaggar), syénites de Tefedest] dessinent de grands ovales ou forment (microgranites et laves anciennes) des filons ou des pointements. Les plis de la série ancienne les contournent ou sont brusquement interrompus à leur niveau.

Tout ce système a été parfaitement arrasé (à l'exception des pointements de laves anciennes qui émergent en *monadnocks*) antérieurement au dépôt des *grès inférieurs* qui sont, au plus, siluriens. Ceux-ci ne sont traversés, dans le Massif Central, par aucune roche éruptive ancienne. Ce n'est qu'à l'époque tertiaire, après que les mouvements du cycle alpin eurent causé le bombement de l'Ahaggar, qu'une série de roches éruptives, que nous avons déjà décrite, est venue traverser le socle ancien pour s'épancher à la surface (³). Au point de vue lithologique, le substratum schisto-cristallin de ces régions a été caractérisé antérieurement par l'un de nous (⁴). L'examen des nouveaux échantillons prélevés au cours de notre mission (Mission Jacques Bourcart) et les analyses que M. F. Raoult a effectuées nous permettent d'apporter les précisions qui suivent.

(¹) Séance du 19 décembre 1927.

(²) Voir pour les limites et les relations géologiques du Massif Central, Jacques Bourcart, *Un voyage au Sahara* (*Publ. Comité Afr. Franç.*, 1924) et *Les volcans de l'Ahaggar* (*C. R. Congr. Soc. Sav. Sciences*, Paris, 1925, p. 383-391).

(³) Jacques Bourcart et M.-E. Denaeyer, *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 1073, et **185**, 1927, p. 1492.

(⁴) M.-E. Denaeyer, *Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 1073 et 1161, et *Bull. Soc. Géol. France*, 4ᵉ série, **23**, 1923, p. 295.

Les roches intrusives granitoïdes de ce complexe schisto-cristallin sont, en général, des roches quartziques à feldspaths alcalins et plagioclases pauvres en éléments ferro-magnésiens. Parmi ceux-ci, les plus fréquents sont la biotite et l'amphibole verte.

Les granites *sensu stricto* (microcline ou orthose > oligoclase) sont les plus abondants. Les variations du rapport monzonitique et du rapport des alcalis donnent naissance à des granites monzonitiques, des granodiorites, des granites à caractère akéritique, des oligoclasites quartziques et des diorites quartziques. Leur structure est le plus souvent granitique, parfois porphyroïde. Quand la quantité de silice libre diminue, ces roches passent à des syénites calco-alcalines, des diorites et parfois au gabbro. On observe sur un grand nombre d'échantillons des phénomènes d'écrasement plus ou moins prononcés allant jusqu'à la mylonitisation complète et quelquefois accompagnés d'un début de recristallisation et de gneissification.

Les roches que nous venons d'énumérer sont accompagnées d'un cortège d'équivalents filoniens et de faciès de bordure qui ne s'en distinguent pas essentiellement au point de vue chimique Ce sont des pegmatites, des aplites, des microgranites, des microdiorites à faciès lamprophyrique et des dolérites. Quelques laves anciennes très altérées sont également enclavées dans le substratum ; nous avons reconnu une rhyolite et une dellénite.

Voici les divers types qui ont été analysés :

a. Granite calco-alcalin hololeucocrate (limite des granites alcalins), massif de Tinaqqor. — I.4.1'.3.

b. Granite calco-alcalin hololeucocrate (limite des granites monzonitiques), Isediyen (Bas Ahaggar). — I.4.1(2).3.

c. Granite akéritique, Tamanr'asset (Ahaggar). — I.(3)4.2.4.

Cette roche est tout à fait comparable au *granite akéritique* de Melfi (Chari), I.4'.2.3(4), décrit par M. A. Lacroix [1], dont l'analyse A (Raoult *in* A. Lacroix) montre qu'il est plus riche en potasse, ce qui a pour effet d'en atténuer le caractère akéritique, lequel apparaît nettement dans le granite de Tamanr'asset.

d. Syénite calco-alcaline α à *hudsonite*, Gara Dehin (Tefedest). — I.5.(1)2.(2)3.

Cette roche est remarquable par sa teneur élevée en potasse (8,81 pour 100). Il est intéressant de rappeler que l'un de nous [2] a déjà signalé l'existence de la hudsonite dans des granites de l'Adrar de Iforass.

---

[1] A. Lacroix, *Bull. Soc. Géol. France*, 4e série, 25, 1925, p. 496.

[2] M.-E. Denaeyer, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1161.

e. Diorite α à hypersthène, oued Ahalii (Fort Motylinski, Ahaggar). — II'.'5.3.4.

	a.	b.	c.	A.	d.	e.
SiO^2	74,26	71,26	72,08	62,32	63,78	50,92
Al^2O^3	13,59	15,55	13,47	17,11	18,17	16,00
Fe^2O^3	0,74	0,29	2,01	2,01	0,78	2,82
FeO	0,96	1,01	1,99	1,09	1,73	9,86
MnO	0,09	0,05	0,10	0,09	0,05	0,19
MgO	0,11	traces	0,25	0,28	traces	2,98
CaO	0,76	1,04	2,68	2,74	1,74	7,12
Na^2O	3,96	4,34	3,96	4,83	3,71	3,15
K^2O	5,03	5,85	2,60	4,45	8,81	1,88
TiO^2	0,09	0,12	0,24	0,38	0,38	2,75
P^2O^5	0,05	0,09	0,15	0,10	0,22	0,70
H^2O+	0,37	0,42	0,49	0,40	0,46	0,77
H^2O-	0,09	0,15	0,22	0,30	0,11	0,17
CO^2	....	....	....	....	....	0,37
	100,10	100,17	99,94	100,10	99,94	99,68
SiO^2 libre %	30,1	20,9	32,7	15,2	4,3	4,3
An % du plagioclase.	8,5	10	25	22	17,5	47

GÉOLOGIE. — *Sur la partie centrale des Sierras de Segura (Andalousie).* Note de M. **Paul Fallot**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai indiqué, dans une précédente Note [1], comment me paraît se terminer, entre Cazorla et Pozo Alcon, l'extrémité sud-ouest des Sierras de Segura et de Cazorla.

L'allure décollée ou localement déversée de cet ensemble s'atténue au fur et à mesure que l'on gagne le Nord-Est.

Entre Cazorla et Mogón, le Miocène de base dessine encore un *rentrant* dans le contour de la chaîne et toute la boucle du Guadalquivir est occupée par des crêtes montagneuses orientées du Sud-Ouest au Nord-Est, culminant à la Blanquilla (1830^m). Mais parmi elles, une distinction s'impose. Les parties les plus externes du massif, qui s'avancent jusqu'à Mogón, sont formées de plis qui semblent s'ennoyer par leur extrémité sud-ouest, sous les marnes miocènes de Cazorla, en deux anticlinaux principaux (Vicarizuela et Lancha Esquila), d'ailleurs séparés par du Miocène synclinal pincé. Au contraire, le régime imbriqué décrit vers Cazorla-Iruela-Bor-

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 89.

runchel se poursuit vers le Nord-Est. Le Miocène à Clypéastres, au Pardal; le Néocomien néritique, au Morron del Cerezo, sont pris dans ces imbrications qui s'appuient contre l'anticlinal de Vicarizuela et se prolongent au moins jusqu'au nord-ouest de Bujaraisa.

Dans une zone plus interne encore, c'est-à-dire au sud-est de ces accidents, le Trias apparaît dans la haute vallée du Guadalquivir (qui leur est parallèle) et se poursuit par Hornos et Orcera vers la vallée du Rio Guadalimar. Formé de marnes rouges et vertes avec niveaux de calcaires fossilifères, il ne témoigne d'aucun écrasement et supporte un complexe de dolomies et de calcaires jurassiques, puis de calcaires crétacés, qui se poursuit loin vers le Nord-Est. Je l'ai suivi et recoupé entre Hornos et Duda, puis plus au Nord-Est, entre Orcera et Huescar. A l'extérieur de cette portion de la chaîne, le déversement n'apparaît plus, au moins jusqu'à Orcera. Le style demeure caractérisé par de grands plis avec synclinaux très ouverts (massif crétacé du Yelmo, 1809^{m}), et ce n'est que dans les chaînons les plus méridionaux (Calar de Perogil, Calar de Marchena) que l'on trouve un anticlinal à cœur de Néocomien supérieur, déjeté, son flanc nord-ouest étant ramené à la verticale.

La crête la plus méridionale de la chaîne s'étend de la Sierra de Castril à Santiago de la Espada et Nerpio. Haute de 1800 à 1900^{m}, elle est constituée par du Nummulitique supportant du Néogène transgressif. Celui-ci, qui fournit des Scutelles et des Clypéastres au col du chemin de Santiago à Pontones, s'étend largement, du nord de la résurgence du Rio Segura aux hauteurs dominant Santiago de la Espada et à la Cuerda de Tejuela (sud de Don Domingo). Il a participé au moins aux derniers plissements importants. La base de la série stratigraphique apparaît plus au Sud et montre du Tithonique à faciès de Cabra, du Néocomien à *Phylloceras*, de l'Aptien zoogène, du Cénomanien à *Macraster elegans* Shumard et *Mortoniceras inflatum* Sow. sp. et une série terminale, stérile, où l'on trouvera sans doute le Crétacé supérieur.

Tout cet ensemble pend au Sud-Est, formant le flanc méridional de la Sierra Seca, de la Cuerda de la Vega et se prolongeant dans la Sierra de Grillemona. Au pied de ces versants, il supporte les marnes nummulitiques sur lesquelles flotte la masse en recouvrement de la Sierra Sagra (2382^{m}) et de ses annexes.

Du Sud-Ouest au Nord-Est, on peut attribuer à cette série charriée : 1° la Sierra de Duda [dont les dolomies, peut-être triasiques, et les calcaires jurassiques reposent sur le Nummulitique et les marnes crétacées,

sauf dans la gorge en amont de Duda qui révèle des contacts ambigus] ainsi que, plus au Sud, certains éléments dolomitiques culminant dans l'ouest de la Sierra Marmolance; 2° la Sierra Sagra et ses contreforts Ouest [cet ensemble ayant été étudié par Nicklès ([1]), je l'ai coupé latéralement sans en reprendre l'analyse] et, sans doute; 3° au nord-est de La Puebla de Don Fadrique, le massif de Revolcadores (2000^{m}).

Au nord de ce dernier, le Miocène, transgressif aux alentours de Nerpio, masque les contacts, et de nouvelles recherches seront encore nécessaires.

12^{km} au sud de la Sierra Sagra, à Huescar, on retrouve le Mio-pliocène, horizontal ou à peine ondulé (Galera), d'où émerge, 15^{km} plus au Sud, le massif de la Sierra de Maria, bord septentrional des montagnes secondaires sertissant les schistes, vraisemblablement charriés, de la Sierra de las Estancias.

En résumé, dans la portion étudiée, les Sierras de Segura semblent appartenir à l'avant-pays des nappes charriées et former un ensemble autochtone ou subautochtone. Mais leur extrémité Sud-Ouest, décollée, chevauche un peu le Miocène et présente, au moins localement, une terminaison anormale dans le complexe de Trias et de marnes crétacées et tertiaires qui s'étend de Huesa à Cabra de Santo Cristo.

La limite entre les massifs autochtones et ceux qui sont charriés n'est pas connue au delà de Nerpio.

C'est vraisemblablement la recherche de cette ligne de contact anormal et l'étude des chevauchements de Caravaca, moins fortement entamés par l'érosion, qui donneront la clé de la tectonique de cette région.

CLIMATOLOGIE. — *Pluies de poussières et pluies de sel.* Note ([2]) de MM. **F. Bordas** et **A. Desfemmes**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons signalé dans une précédente Note ([3]) que d'importantes quantités de chlorures avaient été trouvées dans l'eau de la pluie qui avaient coïncidé avec la chute de poussières du 1er novembre 1926 à Cette.

L'enquête que nous avons entreprise a montré que cette pluie de boue

---

([1]) R. Nicklès, *Sur l'existence de phénomènes de charriage en Espagne dans la zone subbétique* (*Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, 4, 1904, p. 211-247).

([2]) Séance du 9 janvier 1928.

([3]) Bordas et Desfemmes, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 603.

ocreuse avait été observée dans les départements de l'Hérault, du Gard, des Bouches-du-Rhône et du Var.

Elle avait été signalée aussi à Monaco ([1]), dans la Nièvre, en particulier, dans les communes de Brassy et de Saxi-Bourdon où, paraît-il, tout a été recouvert d'un véritable manteau de poudre très fine composée principalement *de cristaux*.

Enfin, cette pluie de poussières a été observée jusqu'en Seine-et-Marne, à Villiers-Saint-George à 15^{km} de Provins.

Malgré toutes nos démarches nous n'avons pu obtenir d'échantillons de ces poussières, ceux qui nous ont été adressés consistaient en sédiments déposés par la pluie et ne pouvaient, par conséquent, nous permettre de contrôler notre observation du 1er novembre 1926.

Un fait paraît acquis, c'est que toutes les analyses chimiques qui ont été publiées au sujet de cette pluie de poussières paraissent provenir d'échantillons offrant entre eux une très grande similitude de composition.

Si nous consultons les travaux publiés jadis par Fournet, Tarry, Bouis, Dupasquier ([2]), à la suite de phénomènes météorologiques semblables, nous constatons la même analogie de composition avec les poussières de 1926.

La chute de poussières de novembre 1926 a été très importante, les particules terreuses sont demeurées en suspension dans l'atmosphère pendant 57 *jours* et la quantité de chlorures (exprimée en chlorure de sodium) tombée pendant ce laps de temps a été de 24^{g} par mètre carré.

On a enregistré une nouvelle chute, le 20 novembre 1927, à peine sensible à Cette, mais un peu plus abondante à Montpellier et, grâce à l'extrême obligeance de M. Chaptal, Directeur de la station de physique et de climatologie agricoles, nous avons pu obtenir un échantillon d'eau de pluie légèrement coloré en rouge.

Cette eau contenait 90^{mg} de chlore calculé en chlorure de sodium, *soit* $3^{g},300$ *par mètre carré*. Cette observation démontre que la pluie de sel du 1er novembre 1926 n'était pas due à un phénomène local et que les poussières ocreuses peuvent contenir des chlorures en quantités qui sont loin d'être négligeables (240^{kg} à l'hectare).

L'observation de ces phénomènes peut se faire facilement dans les stations

---

(1) Henri Marcelet, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 662.

(2) Bouis, *Comptes rendus*, 56, 1863, p. 972. — Tarry, *ibid.*, 70, 1870, p. 1035. — Dupasquier, *ibid.*, 24, 1847, p. 625.

météorologiques situées dans le sud et le sud-est de la France. La répartition de ces pluies de sel présente de l'intérêt au point de vue hydrologique, climatologique, car la présence accidentelle de chlorures dans les eaux de source est souvent interprétée comme l'indice d'une contamination probable par des eaux usées, d'autre part le chlorure de sodium en suspension dans l'atmosphère peut avoir une influence sur l'importance des orages qui accompagnent les chutes de poussières.

L'étude biologique et chimique de ces sédiments atmosphériques pourra fournir des renseignements précieux à l'agriculture et aussi des arguments nouveaux en faveur ou non de l'opinion jadis émise par Fournet sur l'origine sud-américaine de ces poussières.

BOTANIQUE. — *Quelques faits nouveaux relatifs au développement du* Spermophthora gossypii. Note de M. **A. Guilliermond**, présentée par M. Molliard.

Dans une précédente Note [1], nous avons fait l'étude cytologique du *Spermophthora gossypii*, isolé par Ashby et Nowell. Depuis nous avons continué nos observations sur ce champignon si intéressant au point de vue phyllogénétique par ses caractères qui en font un intermédiaire entre les Siphomycètes et les Ascomycètes. Nous résumerons ici les résultats de nos dernières observations.

Le mycélium du *Spermophthora*, dépourvu de toute cloison, renferme des noyaux relativement volumineux qui sont assez espacés, et, en dehors du chondriome, de nombreuses vacuoles remplies de métachromatine et d'abondantes granulations graisseuses. Il montre, en outre, des cristalloïdes parfois très gros, nettement en dehors des vacuoles; ceux-ci ne se colorent pas vitalement et présentent la réaction de Millon; on peut les comparer aux cristalloïdes de mucorine.

Les filaments s'accroissent rapidement par leurs extrémités, tandis que les parties les plus âgées dégénèrent. Souvent dans les parties âgées, des portions du protoplasme restées vivantes se délimitent par des cloisons transverses et forment des sortes de chlamydospores qui s'isolent des filaments complètement vidés. Les filaments ont, en outre, la curieuse propriété de former par bourgeonnement latéral des conidies levures qui ne

(1) Guilliermond, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1189

se détachent jamais du filament qui les a produites et qui dégénèrent en même temps que lui. Ce sont donc des conidies levures abortives.

Dans le moût de bière liquide où le champignon ne produit qu'un mycélium stérile au fond du vase, on constate dans les filaments une production extrêmement abondante de callose, colorable par le bleu coton. Cette callose apparaît d'abord de place en place comme des bourrelets de la membrane qui s'accroissent progressivement vers le centre, déterminant dans le contenu cytoplasmique une série d'étranglements séparés par des renflements rappelant les figures que produit la plasmolyse. Finalement, la callose finit par oblitérer les étranglements et les portions du contenu protoplasmique se trouvant emprisonnées dans la substance callosique ne tardent pas à dégénérer et à être remplacées par de la callose. Finalement, les filaments arrivent à être entièrement occupés sur une longueur parfois considérable par de la callose. Ces formations que l'on retrouve, mais en beaucoup moins grand nombre dans les autres milieux, sont tout à fait comparables à ce que l'on a observé dans les Péronosporacées.

Dans la plupart des milieux solides, le champignon donne naissance à de nombreux sporanges (gamétanges) dont nous avons déjà décrit les processus de formation. Les gamètes formées dans ces gamétanges, une fois mises en liberté, subissent une copulation isogamique que nous avons également décrite : elles s'unissent deux à deux par un canal latéral dans lequel s'opère la fusion nucléaire; celle-ci effectuée, le canal donne naissance à un mycélium secondaire ou sporophyte dont les rameaux se terminent chacun par un asque. Ce mycélium secondaire ou sporophyte présente d'intéressantes particularités qui nous avaient échappé jusqu'ici : il est généralement cloisonné et toujours formé d'articles uninucléés. Parfois, il est réduit à un tube germinatif dans lequel s'engage le noyau, puis celui-ci se divise et l'un des noyaux fils issus de cette division se rend à l'extrémité qui se renfle, se délimite par une cloison basilaire et se transforme en asque. Mais le plus souvent, le filament se ramifie, formant un mycélium plus ou moins réduit dans lequel apparaissait des cloisons transversales séparant autant d'articles uninucléés et la cellule terminale de chacun des rameaux se transforme en un asque. Il peut même arriver accidentellement que des cellules intercalaires évoluent en asques. Il est intéressant de constater en outre qu'il existe tous les intermédiaires entre le sporophyte très réduit et le sporophyte relativement très développé : il y a même des cas où le sporophyte se trouve presque supprimé et où le canal de copulation donne directement naissance par bourgeonnement à une cellule qui se transforme en asque. Dans

d'autres cas, le sporophyte est constitué par un filament parfois assez allongé qui se ramifie plusieurs fois, en se cloisonnant, et donne naissance à un plus ou moins grand nombre d'asques. Après la formation des asques, et même lorsqu'on le place dans un milieu frais, le mycélium secondaire cesse de s'accroître et meurt après avoir subi une dégénérescence graisseuse. Les ascospores une fois formées se gonflent et déterminent la rupture de la paroi de l'asque, mais restent agglomérées à l'extrémité du filament qui supportait l'asque. Transportées dans un milieu frais, elles ne tardent pas à germer en produisant un mycélium primaire ou gamétophyte qui forme assez rapidement des gamétanges.

La copulation est très loin d'être générale et il y a toujours un plus ou moins grand nombre de gamètes qui germent isolément par parthénogénèse et produisent directement un mycélium secondaire analogue à celui que donnent les zygospores et dont les extrémités des rameaux produisent des asques. Contrairement à ce qu'ont avancé Ashby et Nowell, jamais les gamètes germant isolément ne reproduisent un mycélium primaire, seulement il arrive dans quelques cas rares que les gamètes forment un court mycélium stérile qui dégénère après avoir donné quelques levures abortives et sans avoir formé d'asques.

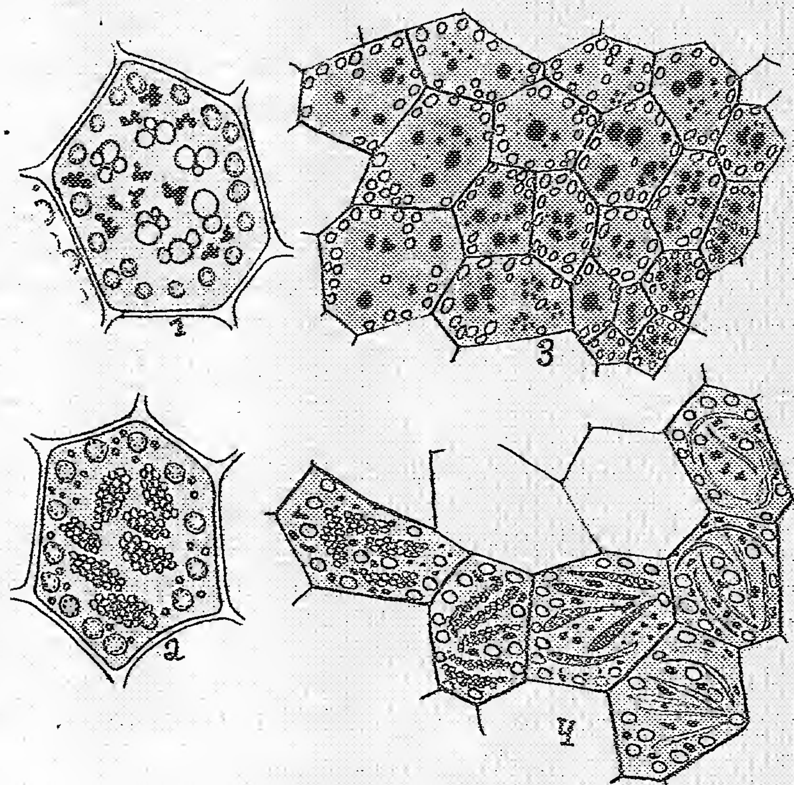
Ainsi le *Spermophthora* possède un mycélium primaire tout à fait analogue à celui des Siphomycètes et un mycélium secondaire à articles uninucléés semblable à celui d'un Septomycète. Nous réservons pour l'avenir les considérations phyllogénétiques qui résultent de nos recherches.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les rapports du vacuome et du système oléifère des Jungermanniacées.* Note de M. P. Gavaudan, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Poursuivant l'étude d'ensemble que nous avons entreprise sur le système oléifère des Hépatiques [1], nous apportons quelques faits nouveaux concernant l'origine des éléments figurés porteurs d'huiles essentielles et nommés corps *oléiformes*, *élaioplastes ou oléoplastes* par les différents auteurs. Cette étude est consacrée à *Plagiochila asplenioides*. Les cellules de cette Jungermanniacée renferment environ 6 à 10 corps représentant le système oléifère. Ils sont blancs, réfringents et très irrégulièrement muriformes (*fig.* 1 et 2), c'est-à-dire composés de sphérules de nombre et de dimensions variables ; ces

[1] P. Gavaudan, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1473.

deux caractères sont en raison inverse l'un de l'autre : en effet plus les sphérules sont nombreuses plus elles sont petites et inversement. Selon l'âge des cellules qui les contiennent les éléments oléifères ont leurs globules constitutifs plus ou moins libres ou soudés, ce dernier cas est celui des cellules les plus vieilles. Les colorants vitaux sont sans action sur le système oléifère adulte, sauf le bleu d'indophénol naissant agissant parfois comme réactif



Plagiochila asplenioides. Colorations vitales.

des huiles essentielles. Ces colorants délimitent plus ou moins bien les vacuoles et précipitent des eudochromidies très nombreuses parfois simples, le plus souvent agglomérées et arborescentes. De l'ensemble des observations sur le frais ou après colorations vitales, on peut déduire qu'au moins à l'état jeune, le système oléifère occupe une position cytoplasmique.

D'après P. Dombray (¹), les éléments du système oléifère proviennent

(¹) P. Dombray, *Contribution à l'étude des corps oléiformes des hépatiques des environs de Nancy* (*Thèse*, Paris, 1926, série A, n° 1075, 1887, p. 117 et pl. IX).

du développement du vacuome qui évolue de la façon suivante succinctement résumée : les cellules embryonnaires renferment de petites vacuoles filiformes constituant un *réseau vacuolaire* colorable vitalement, c'est ce dernier qui engendre directement les éléments oléifères chez *Plagiochila asplenioides*.

Nous avons examiné de très nombreuses préparations de feuilles embryonnaires de *Plagiochila asplenioides*, mais nous n'avons jamais vu dans ces cellules pourtant très jeunes le vacuome sous forme de réseau. Il est représenté (*fig.* 3) par des vacuoles généralement arrondies dont le nombre est assez variable, colorables vitalement et renfermant dans ce cas des endochromidies très nombreuses. Dans les cellules embryonnaires ne possédant pas encore de système oléifère, les vacuoles sont toujours bien délimitées par la coloration vitale. Ces cellules renferment tous les autres éléments cellulaires bien nets : plastes faiblement chlorophylliens, cytosomes et globules gras. Lorsque l'on examine des cellules embryonnaires plus âgées sur la même préparation, on voit soudainement apparaître sans transition des filaments en nombre variable, dont la forme est sinueuse et parfois très incurvée (*fig.* 4). Ces filaments sont blancs et réfringents, ce sont les ébauches primitives des futurs éléments du système oléifère. On les voit s'insinuer entre les chloroplastes et les vacuoles. Une bonne coloration vitale à contours précis est difficile à obtenir pour ces dernières, car elles renferment de nombreuses endochromidies adsorbant énergiquement le colorant vital sans en céder au liquide vacuolaire qui demeure incolore. Ces vacuoles sont petites et arrondies, ainsi que l'on s'en rend compte en examinant l'agitation des endochromidies venant frapper les parois vacuolaires après un court trajet.

Lorsqu'on examine une préparation colorée vitalement, des phénomènes de diffraction peuvent faire attribuer aux filaments une coloration propre alors que les colorants vitaux n'exercent en réalité sur eux aucune action.

Ces filaments évoluent ainsi par la suite : on les voit s'épaissir graduellement, et devenir hétérogènes, criblés d'une quantité de minuscules sphères réfringentes dont le nombre diminue graduellement par fusion. Les jeunes éléments oléifères sont par la suite mûriformes et très allongés, ils perdent peu à peu en vieillissant leur irrégularité et leur allongement et deviennent finalement ovoïdes ou ellipsoïdaux lorsqu'ils atteignent l'état adulte.

Nous avons observé une évolution analogue du système oléifère chez *Scapania nemrosa*, *Lophocolea bidentata*. On pent donc conclure qu'au moins

chez quelques Jungermanniacées le vacuome est indépendant du système oléifère, toutes réserves devant être faites pour certains cas spéciaux que nous étudierons ultérieurement.

PHYSIOLOGIE. — *Le quotient respiratoire*. Note de M. J. **Amar**, présentée par M. d'Arsonval.

La question du *quotient respiratoire*, ou rapport en volumes du gaz carbonique expiré au gaz oxygène inspiré, mérite un nouvel examen à cause d'expériences et théories récentes.

On sait que ledit quotient a pour valeurs 1, ou 0,82, ou enfin 0,71 suivant que l'oxygène absorbé brûle hydrates de carbone, protides ou lipides (graisses). Toutes les déterminations, faites sur l'homme ou l'animal, ont pleinement confirmé les résultats calorimétriques ci-dessus [1].

Mais une difficulté subsistait : le métabolisme concerne, en effet, le mélange des trois espèces alimentaires; ce qui se traduit dans les variations du quotient respiratoire (Q. R.). Ainsi, sur un homme alimenté et *au repos*, le Q. R. est voisin de 0,85. Sur un homme qui effectue *un travail modéré*, le Q. R. reste à peu près le même (*loc. cit.*, p. 216 et 222). Mais il est des circonstances extrêmes.

Soit le cas *d'un travail excessif*. Le sujet étant bien alimenté, la dépense utilise les glucides, le glucose, tant celui qui existe tout prêt que celui qui se fait; car il est maintenant hors de doute que *le glucose est le combustible préféré du muscle en exercice*, et que les autres aliments, principalement les graisses, se transforment en glucose au fur et à mesure des besoins moteurs.

Mais le sujet peut se trouver à jeun; la transformation en glucose n'étant pas immédiate, les aliments seront les graisses des organes, comme on s'en est assuré par des expériences d'inanition. Il s'ensuit que le travail qui utilise des glucides *élèvera le Q. R.*, chose établie fortement par Atwater et son école, par Chauveau, Amar, etc., et que le travail à jeun *abaissera le Q. R.*, comme il résulte de l'expérience d'Eckert, par exemple, sur courses cyclistes de 150 à 200^{km}, faisant tomber Q. R. à 0,54, pour se relever à 0,73 quand on s'alimente par intervalles [2]. Ce métabolisme gras, comme

---

[1] Consulter notre *Moteur humain*, p. 207 et suiv. (Dunod, éditeur).

[2] A. Eckert, *Zeitsch. f. Biol.*, 71, 1921, p. 127.

l'albuminoïde d'ailleurs, sont onéreux, et l'organisme s'efforce, quand il en a le temps, aux transformations glycogénétiques.

Considérons maintenant *le rôle de la température*. Celle-ci agit aussi sur le métabolisme, et la loi d'économie fait que, pour son équilibre thermique, l'animal brûle des graisses.

D'où la distinction que nous avons faite, *dès* 1913 (*loc. cit.*, p. 227, de la dernière édition), entre l'énergie calorique ou *liée* servant à cette régulation thermique, et l'énergie musculaire ou *libre* servant au mouvement. La première conduit à un Q. R. faible, la seconde à un Q. R. élevé.

Dans ces conditions, si, comme l'ont fait dernièrement Kayser et Ginglinger (1), nous élevons la température extérieure, les besoins en énergie liée diminuent, et *le Q. R. ne peut qu'augmenter avec cette température*. C'est ce qu'ils ont observé régulièrement. Dans leurs recherches, le Q. R. s'est élevé de 0,70 à 0,86 chez le pigeon passant de 12° à 39°, et de 0,62 à 0,73 chez le cobaye (à jeun) quand la température est allée de 3° et 24°.

En harmonie avec nos propres expériences et la doctrine que nous avions formulée aussi nettement que possible *alors* (en 1913), les auteurs précités constatent, chez le même cobaye, un Q. R. de 0,796 au lieu de 0,62, à la température de 3°, toutes les fois que l'animal manifeste *un frisson*, acte musculaire d'énergie libre.

Voilà donc vérifiés une fois de plus des faits et des conclusions qu'on eût cru plus en honneur dans le souvenir des physiologistes. Cependant, les auteurs prénommés écrivent : « On s'étonne que cette loi ait pu échapper aux observateurs... » ! Négligeons l'erreur qu'ils commettent à propos de la transformation glycogénétique (p. 1615), et concluons par un enseignement pratique relatif à *l'obésité*. Le métabolisme intense des graisses, dont l'obèse doit être désireux, concerne l'énergie liée, la dépense en calorique. L'effet des *bains froids* et du séjour dans un *climat glacial* est donc plus rationnel, plus utile que celui de l'exercice, à moins de combiner l'exercice avec le jeûne. En sorte que le régime, actuellement employé, du jeûne et du *repos au lit* est absurde. On obtient des résultats plus certains et plus durables en préconisant les bains froids (si rien ne s'y oppose), une ration alimentaire insuffisante et des exercices sans surmenage.

---

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1613.

PHYSIOLOGIE. — *Indice de réparation d'un système neuro-musculaire au cours du travail.* Note de MM. **A. Fessard**, **H. Laugier** et **S. Nouel**, présentée par M. L. Mangin.

En vue d'étudier le support biologique de la prédisposition psychopathique, le laboratoire de physiologie du Centre de Prophylaxie mentale de la Seine a été chargé de poursuivre des recherches ayant pour but de caractériser les individus d'après leur fatigabilité, et de déterminer un indice qui les classerait à ce point de vue. Nous présentons dans cette Note une première série de recherches, entreprises dans cette voie, et dont l'objet est de mesurer la plus ou moins grande facilité de réparation d'un système neuro-musculaire au cours du travail.

Si un groupe neuro-musculaire effectue, sur un rythme donné, une série de contractions volontaires produisant un travail convenable, la fatigue est atteinte au bout d'un temps déterminé après qu'a été réalisé un travail qu'il est facile de mesurer. Ce temps, cette quantité de travail dépendent du rythme utilisé. En diminuant la fréquence de ce rythme, on fait augmenter et le temps au bout duquel la fatigue est atteinte, et la quantité de travail nécessaire pour la produire.

Nous avons recherché d'abord comment varient ce temps et cette quantité de travail nécessaires pour atteindre l'épuisement, quand on change la fréquence des contractions.

Les expériences ont consisté en déterminations ergographiques sur des rythmes différents; nous préciserons dans une autre publication les détails de technique. Voici sur un sujet une série de chiffres donnant pour des rythmes divers, ce temps et cette quantité de travail :

Rythme utilisé.	Temps au bout duquel la fatigue est atteinte.	Quantité de travail effectuée au moment où la fatigue est atteinte.
25 par minute............	165 secondes	280
30 » »	103 »	208
40 » »	56 »	150
50 » »	49 »	165
60 » »	43 »	134
80 » »	24 »	102

Si l'on porte en abscisses les durées, en ordonnées les quantités de travail qui ont produit la fatigue avec les divers rythmes, on obtient, malgré un

point vraisemblablement aberrant (rythme 50), une courbe assez voisine d'une droite, mais présentant une concavité nette vers les abscisses positives. Dans ces premières recherches, à l'approximation, assez grossière, dont, pour des raisons que nous exposerons ailleurs, nous sommes actuellement obligés de nous contenter, nous pouvons assimiler à une droite la représentation graphique de cette loi. Or l'augmentation de la quantité de travail nécessaire pour atteindre la fatigue quand le rythme devient moins fréquent tient évidemment à l'entrée en jeu des mécanismes de réparation qui interviennent dans l'intervalle des contractions, ou pendant les contractions elles-mêmes. Et si l'on compare des sujets différents, cette augmentation doit être d'autant plus rapide que les mécanismes de réparation auront fonctionné avec plus d'intensité. La pente de la loi expérimentale ci-dessus doit être d'autant plus grande que la réparation intervient avec plus d'efficacité.

Pour comparer divers sujets, on peut avoir des renseignements sur la pente de cette droite caractéristique de chaque individu, sans déterminer la loi entière en mesurant le rapport des quantités de travail effectuées jusqu'à production de l'épuisement, suivant deux rythmes différents; l'on obtient ainsi un indice, qui paraît bien caractériser la faculté de réparation du système neuro-musculaire mis en jeu.

Les expériences ont été faites en demandant au sujet des contractions volontaires de l'index soulevant un poids de 4 kilogs suivant des rythmes de 30 par minute ou de 60 par minute. L'indice est le quotient de la quantité de travail produite avec le rythme 30, par la quantité de travail produite avec le rythme 60. Naturellement, ce quotient est pris entre des chiffres qui sont chacun des moyennes de plusieurs déterminations.

Nous avons fait des essais avec cette méthode sur 65 sujets, pris au hasard comprenant des individus d'âge, de sexe différents; normaux, ou atteints de diverses affections neuro-psychiâtriques. Ses indices obtenus varient du voisinage de 1 pour les individus dont la réparation est nulle, dans les conditions de l'expérience, et la valeur 3 pour ceux dont la réparation se fait le mieux. Voici la fréquence avec laquelle se sont présentées les différentes valeurs de l'indice observées :

Valeurs de l'indice.	Nombre de cas.	Valeurs de l'indice.	Nombre de cas.
Entre 0,92 et 1	7	Entre 1,9 et 2	1
» 1 et 1,1.......	8	» 2 et 2,1.........	2
» 1,1 et 1,2.......	17	» 2,1 et 2,2.........	1
» 1,2 et 1,3.......	13	» 2,2 et 2,3.........	0
» 1,3 et 1,4.......	7	» 2,3 et 2,4.........	2
» 1,4 et 1,5.......	3	» 2,4 et 3	0
» 1,5 et 1,6.......	1	» 3 et 3,1.........	1
» 1,6 et 1,7.......	2	Au-dessus de 3,1.........	0
» 1,7 et 1,9.......	0		

Il ne faut voir dans ces résultats qu'une première indication; ils méritent d'être critiqués; en particulier, on conçoit mal que l'indice puisse descendre au-dessous de 1; ces chiffres plus petits que l'unité tiennent sans doute à quelques incertitudes expérimentales qui devront être éliminées. De nombreux perfectionnements techniques doivent être envisagés, en particulier l'utilisation d'un ergographe qui supprimerait le travail de soutien pendant la décontraction, travail qui est loin d'être négligeable, qui est sans doute différent suivant les sujets, et qu'il est impossible d'uniformiser. Mais dès maintenant ces chiffres montrent que la méthode permet de chiffrer, à une approximation qui doit être améliorée, la faculté de réparation d'un système neuro-musculaire au cours du travail. La technique une fois précisée et fixée, il y aura lieu d'étalonner cet indice sur des groupes d'individus homogènes pour étudier ses variations suivant l'âge, le sexe, la profession, ou l'état pathologique.

ÉLECTROPHYSIOLOGIE. — *Sur la forme des contractions musculaires en excitation indirecte par courants linéaires.* Note de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

Nous avons montré [1] que le vieillissement des préparations de sciatique-gastrocnémien a pour effet de rendre inefficaces les courants linéaires trop lentement croissants. Par contre, au début de l'expérience, lorsque le nerf est intact, on obtient souvent des réponses musculaires même pour des courants linéaires n'atteignant la rhéobase qu'au bout de durées (constantes linéaires) relativement très longues, plusieurs secondes.

(1) Ph. Fabre, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1216.

La contraction est alors lente à se manifester car son seuil n'est atteint qu'au moment où l'intensité dépasse le double au moins de la rhéobase.

Elle présente une forme très particulière (forme A) figurant une série d'échelons, qui paraissent traduire la mise en train saccadée des divers éléments du muscle.

Ce phénomène peut être imputé soit à une inégale répartition du flux électrique dans les filets du nerf, soit à leur inégale excitabilité. Elle serait décelée ici en raison de la longueur des durées efficaces, susceptibles de mettre en évidence de faibles différences physiologiques.

La durée de la période croissante de la contraction est de l'ordre de la seconde. Elle persiste à son apogée plusieurs secondes puis décroît lentement par saccades.

Si l'on utilise des courants de pente nettement supérieure à la pente limite le nombre des échelons diminue, la période croissante, l'apogée, la décontraction sont plus brefs (forme B).

Pour des courants de pente encore plus abrupte, la contraction se rapproche du type galvanique (forme C).

Au cours du vieillissement les contractions liminaires passent successivement de la forme A à la forme B puis à la forme C en même temps que les pentes limites deviennent de plus en plus abruptes.

Il y a donc parallélisme entre la forme de la contraction et la valeur de la constante linéaire.

Les contractions du premier type (forme A) s'obtiennent facilement sur les animaux vigoureux, disséqués avec soin et bien protégés contre le dessèchement.

Si ces conditions ne sont pas remplies la constante linéaire décroît très rapidement et les contractions du type galvanique sont seules observées.

PHARMACODYNAMIE. — *Action vasodilatatrice des sels de cobalt.* Note de M. **J.-M. Le Goff**, présentée par M. Charles Richet.

Les recherches que je poursuis depuis quelque temps sur les propriétés physiologiques du cobalt ont confirmé les résultats de Chittenden et Norris sur la faible toxicité de ce corps pour le lapin.

J'ai constaté également que le chlorure de cobalt était très peu toxique pour le chien : ainsi j'ai fait prendre à un chien du poids de 14^{kg}, du 14 septembre 1926 au 14 juillet 1927, 25^{cg} de ce composé par jour, soit en tout 75^{g}. Ces 25^{cg} dissous dans 30$^{cm^3}$ d'eau étaient mêlés à la pâtée de l'animal. Je n'ai jamais observé d'effet toxique.

Il était intéressant de répéter ces expériences sur l'homme. Je me suis adressé à trois sujets sains de bonne volonté auxquels j'ai fait prendre une solution de concentration déterminée de chlorure de cobalt. Tantôt la solution était prise par voie buccale, tantôt elle était injectée sous la peau ou dans les masses musculaires de la région fessière. Dans ce dernier cas, je me suis servi d'une solution isotonique, tandis que celle qui devait être ingérée était beaucoup plus faible et contenait seulement 6^{g} de chlorure par litre d'eau distillée.

Le premier sujet Br., âgé 23 ans, poids 50^{kg}, reçut sa première injection de 1^{cg} de chlorure le 19 février 1926. Depuis cette date jusqu'à ce jour, j'ai donné une ou deux injections chaque semaine avec quelques intervalles de repos, en tout 92 injections de teneur variable, de 1 à 5^{cg} de chlorure. Br. a donc reçu ainsi 1^{g},90 de chlorure de cobalt.

Le deuxième sujet Na., âgé 27 ans, poids 69^{kg},5, a reçu 14 injections hypodermiques de 1 à 5^{cg}, soit en tout 56^{cg} de produit.

Le troisième sujet Gu. (âgé de 49 ans, poids 55^{kg}) a pris par la bouche chaque jour 15$^{cm^3}$ d'une solution aqueuse à 6 pour 1000 du 18 mars au 24 juillet dernier avec intervalle de 5 jours de repos par mois et a ingéré pendant ce temps 9^{g} de chlorure de cobalt sans éprouver aucun effet toxique.

Au cours de ces recherches, j'ai constaté une propriété nouvelle du cobalt.

A la suite de chacune des injections hypodermiques de 1^{cg}, les sujets Br. et Na. ont éprouvé une sensation de chaleur à la tête et particulièrement aux oreilles et à la face qui sont devenues plus ou moins rouges.

A la dose de 2 à 5^{cg}, la sensation de chaleur est extrêmement violente, la face et les oreilles prennent une coloration rouge vif.

Ce phénomène est instantané et dure de 10 à 15 minutes, quelquefois davantage. A plus forte dose, il est accompagné de nausées et douleurs intestinales.

Avec des solutions isotoniques de sels de cobalt à acide organique tels que le salicylate ou le citrate, on observe le même phénomène.

Cette vasodilatation, obtenue également chez l'animal, se produit chaque fois que l'on fait une injection hypodermique de 1^{cg} de cobalt; elle semble due á l'action spécifique de ce métal sur le grand sympathique.

EMBRYOLOGIE. — *Quelques observations sur le développement des Entéropneustes.* Note de M. C. **Dawydoff**, présentée par M. F. Mesnil.

Bien que l'embryogénie des Entéropneustes ait toujours attiré l'attention des embryologistes, on n'a réussi à connaître le développement que d'un nombre de formes très restreint. On ne peut citer que celui des *Dolichoglossus* américains : *D. Kowalevskii* (Bateson, 1884-1885), et *D. pusillus* (Davis, 1902), et celui de *Ptychodera clavigera* (Heider, 1909; Stiasny, 1914). L'évolution des premiers est directe (ou plutôt raccourcie); le dernier subit une métamorphose en passant par un stade *Tornaria*. Il est curieux que jusqu'à présent personne n'ait suivi l'ontogenèse de *Ptychodera minuta*, la plus facile à se procurer des formes européennes, qu'on pêche en masse dans la baie de Naples. Spengel et Lo Bianco avaient ainsi à leur disposition un matériel fort abondant en toute saison. Mais ils ne purent jamais obtenir la ponte. J'ai fait moi-même deux tentatives infructueuses en 1901 et 1904 (juin-septembre, novembre-décembre).

L'été dernier, arrivé à Naples au commencement de mai, j'y suis resté jusqu'à la mi-septembre. Cette fois la chance me fut favorable. Le 15 mai, en examinant les nombreux Balanoglosses qui m'étaient apportés, j'ai trouvé, dans une masse de glaire sécrétée par les animaux, trois pontes. C'étaient des cordons (1-1,25^{cm} de longueur × 0,25-0,50^{mm} de diamètre), formés d'une substance visqueuse — homogène et transparente — et parfaitement privés de membrane limitante. La substance gélatineuse renfermait une grande quantité d'embryons très petits, à un stade assez avancé (phase postgastrulaire). Ces embryons étaient distribués sans ordre apparent, mais tous orientés de la même façon, leurs axes morphologiques (c'est-à-dire antéro-postérieurs) correspondant à l'axe longitudinal de la ponte.

Malgré les recherches les plus minutieuses, je n'ai pu obtenir d'autre ponte jusqu'à la fin de mon séjour à Naples. Il n'y a aucun doute que les pontes que j'ai obtenues étaient anormales en ce qui concerne la date. C'étaient des pontes fort tardives. D'après Spengel ([1]), on trouve à Naples les œufs mûrs chez *Ptychodera minuta* en novembre. Mais, en me basant sur ma trouvaille, j'ai l'impression que l'animal pond plutôt en plein hiver ou très tôt au printemps, le maximum de la ponte se produisant probablement dans la période février-avril.

([1]) Lo Bianco, *Mitteil. Zool. Stat. Neapel*, **13**, 1899, p. 481

Il faut supposer peut-être qu'il se refuse à pondre en captivité. En tout cas il faut chercher les pontes de *Ptychodera* dans la glaire, sécrétée par les animaux. On n'oubliera pas qu'on pêche ces Balanoglosses sur fonds sablonneux (cachés entre les racines des Posidonies) et que la substance glaireuse est toujours souillée de sable, qui masque la présence des cocons. C'est là sans doute l'explication de leur longue méconnaissance.

Je me borne à décrire ici les phénomènes externes du développement de *Ptychodera*, l'étude des processus internes n'étant pas encore terminée.

Le résultat principal de mes recherches est celui-ci : *Ptychodera minuta* de Naples, *à aucune phase de son ontogenèse, n'a de stade larvaire*. On n'observe ni *Tornaria*, ni quelque autre larve d'un type modifié. Le développement de l'Entéropneuste en question est donc parfaitement direct.

Les embryons les plus jeunes dont j'ai disposé étaient au stade post-gastrulaire. Ce sont des êtres ovalaires, uniformément ciliés sur toute leur surface. Aucune trace de concentration ou de spécialisation de cils au pôle apical. Je n'ai pu remarquer aucun orifice externe, ni bouche, ni anus, mais au pôle postérieur reste encore reconnaissable un léger enfoncement, représentant, sans doute, la trace du blastopore fermé.

Le stade suivant que j'ai eu à ma disposition se caractérise par l'apparition des premières traces de la métamérisation externe. L'embryon se subdivise, par un étranglement circulaire, en deux segments superposés. Au stade suivant, du métamère inférieur se sépare à son tour le troisième métamère. Cela fait, l'embryon, nettement trimétamérisé, rappelle beaucoup celui des *Dolichoglossus* (*D. Kowalevskii* ou *D. pusillus*). Seulement la touffe de cils apicale manque complètement et jamais il n'y eut de ceinture ciliaire paratrochale. C'est là une différence très importante d'avec les embryons larviformes des *Dolichoglossus* américains à développement direct.

D'abord les trois métamères ébauchés sont presque de la même taille. Toutefois, celui du collier est un peu plus court.

Un peu plus tard, l'embryon prend l'aspect d'un être tétramétamérique, ce qui résulte, semble-t-il, de l'apparition d'un étranglement circulaire au milieu du segment thoracique, là où, chez les embryons de Balanoglosses américains, existe une ceinture ciliaire.

Une fois le segment du collier différencié, sur sa face dorsale apparaît une gouttière longitudinale, médiane, représentant l'ébauche du tube médullaire. Cela fait, les embryons prennent l'aspect d'un petit Balanoglosse. A ce stade, ils restent encore dans la substance visqueuse de la

ponte. Ce n'est que plus tard que les jeunes sortent de leur cocon primitif et passent dans la glaire environnante pour y compléter leur organisation.

En résumé, le développement de *Ptychodera minuta* est plus direct même que celui des *Dolichoglossus* des États-Unis. En effet, aucun stade n'y saurait être qualifié de larvaire, l'embryon restant toujours complètement privé d'organes larvaires provisoires.

BIOLOGIE. — *Sur la faune lacustre du Grand Lautien.* Note de MM. **L. Léger** et **C. Motas**, présentée par M. Ch. Gravier.

Le Grand Lautien situé en Provence, au nord de la plaine de Garéoult à 310^{m} d'altitude moyenne, est un lac que son aspect étrange et son origine singulière désignent tout particulièrement à l'attention des biologistes.

Situé au fond d'une excavation cratériforme circulaire de plus de 20^{m} de profondeur, il apparaît comme un immense puits de plus d'un hectare d'ouverture, aux parois rocheuses et aux eaux d'un vert sombre. Bien qu'on ne lui connaisse ni affluent ni émissaire, son niveau subit des oscillations d'une amplitude démesurée puisqu'on l'a vu parfois déborder en surface. D'après Delebecque, ce lac situé dans le Muschelkalk serait dû à l'effondrement d'une voûte gypseuse dans une cavité sous-jacente du Trias; et Kilian explique ses extraordinaires variations de niveau par sa relation avec les eaux qui circulent dans le calcaire triasique fissuré qui s'étend au nord à une altitude plus élevée. Ceci paraît démontré par la forte teneur en sulfates des eaux lautiennes.

Par l'origine exclusivement souterraine et la composition chimique de ses eaux, l'absence de toute relation avec les eaux superficielles, ses bords à pic, ses oscillations, le Grand Lautien, véritable regard ouvert sur un système souterrain, constitue un milieu biologique bien spécial. Nous avons pu entreprendre l'étude au cours de l'été dernier, en août, septembre et octobre, grâce à un abaissement considérable des eaux qui nous a permis d'aborder d'emblée la zone sublittorale par un éboulis de la paroi sud.

Alors qu'en eaux moyennes, le lac paraît dépourvu de végétation, nous avons pu reconnaître, en basses eaux, deux zones végétales sous-lacustres d'une remarquable homogénéité : d'abord une ceinture de *Fontinalis antipyretica* L. de 2 à 3^{m} de hauteur, puis, au-dessous, une zone de Charas formant un épais tapis dans la profondeur.

Le lac renferme des Poissons. Nous y avons observé de nombreux *Barbus*

du type *B. meridionalis* à divers âges, et pêché, le 16 octobre, ce qui est singulier pour cette époque, un très jeune alevin d'un autre Cyprinide, de forme très effilée, dont nous n'avons pas réussi à trouver l'adulte identifiable. On nous a d'autre part informé que des Carpes y avaient été introduites.

Nos recherches, faites seulement du bord, ont porté sur la partie profonde de la zone à *Fontinalis* et au début du tapis de Charas, sur un fond de roches d'éboulis et de fine vase argileuse d'un jaune rougeâtre riche en Bactéries, Amibes, Infusoires, Rotifères, et Nématodes libres.

En fin de septembre, les *Fontinalis* sont couvertes d'Hydres *Hydra grisea* L. et de *Plumatella repens* L. au stade de statoblastes. Le filet à mailles fines ramène, avec la remarquable faune hydracarienne dont nous parlons plus loin, un unique Copépode, *Cyclops albidus* Jurine, très abondant, deux Cladocères : *Simocephalus vetulus* O. F. M. et *Pleuroxus aduncus* Jurine, et d'innombrables petites larves d'Éphémérides du genre *Coenis* auxquelles se mélangent quelques larvules de *Procloeon* sp. Ce sont là les dominantes, pour ainsi dire exclusives, de la faune sublittorale qui, par ailleurs, se montre très pauvre car, sauf un débris de coquille de Planorbe trouvé à terre et d'origine douteuse, nous n'avons vu dans les eaux ni Mollusques, ni Vers, ni Isopodes, ni Amphipodes.

Sur la faune entomologique, également monotone et d'un moindre intérêt, en raison de sa faculté de déplacement, nous reviendrons dans une étude détaillée, nous proposant d'insister seulement aujourd'hui sur la faune hydracarienne, si caractéristique des eaux, qui nous a révélé ici un ensemble de formes d'un haut intérêt.

C'est ainsi que sur 13 espèces d'Hydracariens recueillis au Grand Lautien, 5 seulement sont des formes banales des lacs, tandis que 3 ne sont connues jusqu'ici que du nord de l'Europe. Ce sont : *Arrhenurus bipapillosus* Halb., *Axonopsis romijni* Viets de la Hollande, et *Momonia falcipalpis* Halb. de l'Irlande (une autre espèce de *Momonia* étant de la Karélie sur les bords de la mer Blanche). Deux autres espèces, par contre, appartiennent à des genres de l'Afrique tropicale : *Axonopsalbia* Viets, jusqu'ici exclusivement trouvé au Cameroun, et *Mundamella* découvert par Viets à Mundame (Cameroun. Une espèce, *Hygrobates falcilaminatus* Walt., décrite au Maroc, a été récemment retrouvée à Banyuls par Migot. Une autre espèce, *Lebertia pilosa* Maglio, est une forme italienne. Enfin une dernière forme, totalement inconnue, et pourtant nombreuse dans le lac, devra constituer un genre nouveau que Motas appelle *Limnolgeria longiseta* n. g. n. sp.

Ainsi, la faune hydracarienne du Grand Lautien montre, avec deux formes nouvelles : *Axonopsalbia lantiani* et *Limnolegeria longiseta*, un déconcertant mélange de types trouvés seulement dans le Nord et de types tropicaux nouveaux pour la faune française. Ce lac aurait-il conservé, à la faveur de ses eaux souterraines, des formes nordiques, reliques des temps froids et des formes tropicales témoins des périodes chaudes? Ou bien s'agit-il là, plus simplement, d'une faune lacustre profonde jusqu'ici méconnue, que les particularités du lac et son abaissement excessif nous ont permis de mettre à jour? Nous nous garderons d'émettre une hypothèse à ce sujet avant d'avoir étudié certaines autres résurgences voisines qui, d'après les géologues, ont même origine souterraine et triasique que le Lautien.

Pour le moment, nous nous contenterons de constater que si la faune du Grand Lautien est d'une pauvreté et d'une monotonie remarquables en regard des groupes zoologiques typiques et communs des eaux stagnantes, elle présente, par contre, en ce qui concerne les Hydracariens, une variété inattendue et une singularité bien en harmonie avec l'étrangeté du lieu qui l'abrite.

MICROBIOLOGIE. — *Transmission expérimentale du Spirochète de la Musaraigne par le Pou.* Note de M. **C. Mathis**, présentée par M. F. Mesnil.

Nous avons montré récemment que Dakar était un foyer endémique de typhus récurrent dont l'agent pathogène n'était autre que le Spirochète de la Musaraigne.

La question se posait ensuite de savoir comment le parasite sanguicole était transmis de l'insectivore à l'homme. Il est vraisemblable que ce rôle de transmission appartient à une Tique, différente d'*Ornithodorus moubata* dont la présence est inconnue au Sénégal. Nos investigations jusqu'ici n'ont pas été couronnées de succès, mais, au cours de nos recherches, nous avons réussi à transmettre *Spirochæta crociduræ* du singe au singe par l'intermédiaire des poux.

C'est l'expérience que nous allons rapporter.

Le Cercopithèque Mamou, *Cercopithecus patas*, du poids de $1^{kg},910$, est inoculé le 28 novembre 1927 avec le sang d'une souris grise, infectée par le Spirochète de la Musaraigne.

Le 1er décembre, soit 3 jours après l'inoculation, le singe montre dans

son sang des spirochètes rares; températures, le matin : 38°,5; le soir : 40°,2. Le lendemain, plus de fièvre et l'on constate encore de rares spirochètes qui ne se montrent plus au cours des examens quotidiens pratiqués jusqu'au 14 décembre. A cette date, du sang est prélevé à l'animal et est inoculé à 6 souris grises dont le sang, examiné pendant 7 jours, n'a donné que des résultats négatifs. En somme le singe Mamou n'a fait qu'une infection légère sans rechute.

Les 1er, 2, 3 et 4 décembre, on fait piquer le singe par 75 à 80 poux.

A partir du 5 décembre, ces poux sont reportés deux fois par jour, jusqu'au 13 décembre inclus, sur un singe neuf Matam (Cynocéphale) qui ne présenta, par la suite, ni élévation de température, ni spirochètes à l'examen microscopique et dont le sang, inoculé à 6 souris grises, se montra avirulent. Ce singe piqué par les poux resta donc indemne.

Le 12 décembre, soit 8 jours après le premier repas infectant, il ne subsistait plus que 45 poux vivants.

Ces poux furent broyés dans un peu d'eau citratée et le produit de broyage fut inoculé, en trois fois, à un second Cynocéphale neuf Médina. Le 12 décembre, l'animal reçut sous la peau le produit de broyage de 10 poux, le 13 décembre, également 10 poux et le 14 décembre, les 25 poux qui restaient.

L'examen au microscope à fond noir du produit de broyage de poux ne révéla la présence d'aucun spirochète.

Le singe ainsi inoculé ne présenta jamais de fièvre, la plus haute température fut de 39°,2. Les examens de sang sur frottis colorés, pratiqués quotidiennement du 12 au 24 décembre, furent constamment négatifs.

Le 21 décembre, soit 9 jours après la première inoculation et 7 jours après la troisième inoculation de poux, du sang fut prélevé à une oreille du singe et inoculé à 6 souris. L'examen de leur sang fut effectué tous les deux jours. Il fut négatif jusqu'au 31 décembre. Ce jour-là, deux des souris montrèrent sur préparations colorées des spirochètes excessivement rares. Le lendemain, les examens furent négatifs. Les souris ont donc fait une infection sanguine qui aurait pu passer inaperçue. A ce propos, signalons que nous avons remarqué que le sang de singes infectés par les spirochètes, inoculé à la souris, ne détermine, lors du premier passage chez cet animal, que des infections sanguines excessivement légères.

Nous nous croyons en droit de conclure que nous avons réalisé une infection chez le singe par l'intermédiaire des poux.

Ainsi le premier singe Mamou a fait une infection légère, le singe Matam

piqué par les poux est resté indemne et le singe Médina inoculé avec le produit de broyage des poux a été atteint d'une infection inapparente.

Ch. Nicolle et Ch. Anderson, qui ont fait de si remarquables expériences de transmission des spirochètes récurrents, disent n'avoir pas réussi à obtenir d'infections avec le Spirochète de la Musaraigne en se servant du pou ([1]). Aucun des singes piqués par les poux, aucun des singes ou des rats inoculés avec le produit de broyage de poux, n'a paru infecté, au moins à l'examen direct du sang.

Au surplus notre expérience positive, — qui rappelle celle réalisée par C. Nicolle et C. Anderson avec le virus de la fièvre récurrente espagnole, — vient confirmer les conceptions de Ch. Nicolle. Dans le cas du Spirochète de la Musaraigne, auquel nous avons identifié récemment le spirochète récurrent humain dakarois, le pou ne saurait être considéré comme l'agent transmetteur naturel de la spirochétose récurrente dakaroise, car le pou n'est pas un ectoparasite de la Musaraigne, qu'il se refuse, du reste, à piquer.

Il est plus probable en effet que ce rôle de transmission de la Musaraigne à l'homme appartient, comme l'a suggéré Ch. Nicolle, à une tique que nous ne connaissons pas encore.

Mais le fait que le pou est susceptible d'héberger le Spirochète de la Musaraigne nous indique que ce parasite commensal de l'homme pourrait intervenir un jour pour faire, dans certaines conditions, d'une infection endémique, mais à cas sporadiques, une véritable maladie épidémique.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Syndrome hypoglycémique et fièvre vitulaire*. Note de MM. **Cordier**, **Lesbouyries** et **Verge**, présentée par M. E. Leclainche.

Le coma vitulaire trouve, selon Dryerr et Russell Greig, son explication dans une insuffisance parathyroïdienne : les animaux atteints de fièvre vitulaire sont incapables d'achever le métabolisme des protéines et gardent dans leurs humeurs des produits intermédiaires toxiques, tels que la guanidine et ses dérivés. Depuis les recherches de Frank, Hothmann et Wagner, on sait que la guadinine est un corps faiblement actif sur la glycémie, mais

---

([1]) Ch. Nicolle et Ch. Anderson, *Archives de l'Institut Pasteur de Tunis*, 16, 1927, p. 185.

qu'en la méthylant on obtient des corps dont l'action hypoglycémiante est de plus en plus accusée. Frank et Heyn préparèrent ainsi la synthaline.

Nous avons inoculé ce produit, à dose toxique, chez deux bovidés : une génisse de 250^{kg} et un taureau, âgé de trois ans et pesant 200^{kg}. Chaque animal reçut, en injection intraveineuse, 40^{cg} de synthaline dilués dans du sérum physiologique. Les dosages du sucre sanguin ont été effectués, d'après la méthode de Fontès et Thivolle (1927), en recueillant le sang sur du fluorure de sodium; ceux du calcium sanguin total, par la méthode de Clark.

Nous avons obtenu les résultats suivants :

Génisse.

Taux du sucre dans le plasma sanguin, avant l'injection.....	0^{g},825
Taux du sucre dans ce plasma, 5 heures après l'injection....	0^{g},632

Au moment de la deuxième prise de sang, l'animal était en état d'hébétude complète et il mourut 20 heures plus tard, en présentant l'attitude caractéristique de la vache atteinte de fièvre vitulaire : prostration décubitale avec tête repliée sur l'encolure.

Taureau.

	g
Taux du sucre sanguin, avant l'injection....................	1,02
Taux du sucre sanguin, 7 heures après l'injection............	0,65
Taux du sucre sanguin, 11 heures après l'injection..........	0,67
Taux du sucre sanguin, 15 heures après l'injection..........	0,69

La température a suivi fidèlement les fluctuations du taux de la glycémie; alors qu'elle était de 38°,3 avant l'injection, faite à 6 heures, elle descendit à 37°,3, 7 heures après l'injection, remonta à 38°,1, 15 heures après cette dernière.

Il résulte de ces expériences :

a. Que certains troubles nerveux sont sous la dépendance de l'hypoglycémie;

b. Que la synthaline, comme l'insuline, est capable de provoquer, chez les bovidés, l'hypoglycémie et le coma vitulaire.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Action des sels de nickel et de cobalt sur le pouvoir hypoglycémiant de l'insuline chez le diabétique.* Note de MM. **Marcel Labbé**, **H. Roubeau** et **F. Nepveux**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Dans une Note précédente, nous avons montré que l'adjonction à l'insuline d'une trace d'un sel de nickel ou de cobalt intensifiait et prolongeait l'action hypoglycémiante de l'insuline injectée au lapin. Nos résultats confirment ceux de MM. Gabriel Bertrand et Machebœuf.

Nous nous sommes demandé si des faits du même ordre pouvaient être observés chez les diabétiques traités par l'insuline associée aux sels de nickel ou de cobalt.

Dans une première série d'expériences, nous avons recherché les effets de l'injection isolée de chlorure de nickel ou de cobalt en solution isotonique sur la glycémie des diabétiques. Notre étude, portant sur des diabétiques avec dénutrition et acidose, basée sur les dosages en série de la glycémie dans les heures qui suivent l'injection, montre que le taux du sucre sanguin n'est pas modifié par les sels de cobalt et de nickel.

Les mêmes injections faites à des sujets normaux n'apportent également aucune modification à leur glycémie.

Dans une seconde série d'expériences nous avons recherché si, chez le diabétique comme chez l'animal, l'injection de ces solutions métalliques influençait le pouvoir hypoglycémiant de l'insuline.

Nous nous sommes adressés à huit diabétiques avec dénutrition et acidose et à un diabétique sans dénutrition. Les doses d'insuline administrées ont été d'une demi-unité clinique par kilogramme de poids. Nous avons fait varier les doses de chlorure de nickel et de cobalt injectées : par kilogramme corporel, *la première série de malades reçut* $0^{mg},1$ *de chlorure de nickel. La deuxième série* 1^{mg} *de chlorure de nickel. La troisième série* 1^{mg} *de chlorure de cobalt.*

Nous donnions à nos malades que nous ne pouvions maintenir au jeûne absolu : à $7^{h}30^{m}$, un premier déjeuner composé de 150^{g} de lait et de 120^{g} d'infusion de café. Nous faisions à 10^{h} (soit 2 heures 30 après) la première prise de sang, puis ils recevaient l'injection hypoglycémiante (insuline + sel de Ni ou Co) immédiatement suivie d'un repas uniforme pour tous de 500^{g} de lait. Le sang était ensuite prélevé d'heure en heure et le sucre dosé par

la microméthode de Bang. Les prises étaient faites jusqu'à 16h ; nous avions ainsi pu suivre pendant 6 heures l'évolution de la glycémie.

Pour chacun des malades, il fut possible de faire deux séries d'observations : la première avec l'insuline seule; la seconde avec la même quantité d'insuline additionnée de la solution métallique. Nous avons vu ainsi que pour chaque malade les deux courbes de glycémie avec et sans sel de nickel ou de cobalt étaient sensiblement superposables (Tableau). Nous n'avons pas constaté de renforcement de l'action de l'insuline soit dans l'intensité de la réaction, soit dans sa durée.

Conclusion. — 1° L'injection des sels de cobalt et de nickel sans insuline a été, chez l'homme sain ou diabétique, sans effet hypoglycémiant, résultat conforme à ceux qu'avaient obtenus Gabriel Bertrand et Machebœuf sur l'animal [1].

2° Les modifications apportées à l'action de l'insuline sur l'homme diabétique par l'addition de sels de nickel et de cobalt, ne concordent pas avec celles observées chez le lapin et le chien sains. Ces divergences tiennent peut-être aux dissemblances qui existent entre le métabolisme des glucides chez l'animal sain et chez l'homme diabétique.

TABLEAU COMPARATIF DES GLYCÉMIES DE DIABÉTIQUES
sous l'influence : 1° de l'insuline; 2° de l'insuline additionnée de chlorure de nickel ou de cobalt.

	M. Maz... : Diabète avec dénutrition.		M. Da... : Diabète avec dénutrition.		M. Mou... : Diabète avec dénutrition.		Mme Ari... : Diabète avec dénutrition.	
Temps.	20 unités d'insuline.	+0,006 Ni.	30 unités d'insuline.	+0,006 Ni.	30 unités d'insuline.	+0,006 Ni.	30 unités d'insuline.	+0,05 Ni.
h m								
10.00......	3,23	3,20	1,98	2,27	2,80	2,99	3,00	3,28
10.15......	Injection hypoglycémiante + repas type : 500cm³ de lait							
11.30......	4,03	2,93	2,03	2,39	3,14	3,20	2,88	3,19
12.30......	3,11	2,90	1,98	1,80	2,33	3,05	2,39	2,69
14.00......	2,79	2,82	1,23	1,32	1,73	2,17	1,55	2,09
15.00......	2,80	2,24	1,18	0,85	1 40	1,87	1,50	1,95
16.00......	2,65	2,50	0,95	1,30	1.27	1,73	1,39	1,52
17.00......								1,55

(1) GABRIEL BERTRAND et MACHEBŒUF, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1305 et 1504; 183, 1926, p. 5 et 25.

TABLEAU COMPARATIF DES GLYCÉMIES DE DIABÉTIQUES (*suite*).

Temps.	Mlle Le... : Diabète avec dénutrition.		Mme Le F... : Diabète *sans* dénutrition.		M. Sq... : Diabète avec dénutrition.		M. Dem... : Diabète avec dénutrition.		M. Mé... : Diabète avec dénutrition.	
h m	20 unités d'insuline.	+0,04 Ni.	20 unités d'insuline.	+0,04 Ni.	30 unités d'insuline.	+0,04 Co.	20 unités d'insuline.	+0,06 Co.	20 unités d'insuline.	+0,05 Co.
10.00......	2,21	2,75	1,47	1,57	2,51	2,52	2,08	1,85	2,54	1,90
10.15......			Injection hypoglycémiante + repas type : 500cm³ de lait							
11.30......	2,27	2,25	1,08	1,28	2,34	2,17	2,08	2,09	2,72	1,85
12.30......	1,66	1,62	0,81	1,14	2,06	1,69	1,57	1,88	2,02	1,83
14.00......	1,21	1,30	0,80	1,17	1,23	1,24	1,05	1,27	1,29	0,99
15.00......	1,00	1,22	0,92	1,16	0,88	0,89	1,01	1,02	1,13	0,93
16.00......	1,13	1,21	1,00	1,03	0,84	0,88	1,14	0,90	1,01	0,98
17.00......		1,28								

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Les altérations de la fonction rénale par hypochloruration.* Note de MM. **Léon Blum** et **P. Grabar**, présentée par M. Widal.

Quand un organisme est appauvri considérablement en chlore et que cette perte n'est pas réparée, des altérations profondes de la fonction rénale pouvant aller jusqu'à l'arrêt complet de la sécrétion urinaire, apparaissent.

L'ingestion de chlorure de sodium agit très rapidement sur ces troubles et les fait disparaître complètement s'ils n'ont pas persisté trop longtemps.

Nous avons pu observer ces faits chez des diabétiques graves arrivés à l'état de coma. Tirés de cette situation dangereuse par l'administration d'insuline, certains malades présentent une albuminurie accompagnée d'une azotémie que nous avons vu s'élever jusqu'à 5g.

La preuve que ces troubles sont déterminés par le manque de chlore, résulte du fait que la suppression de tout sel dans l'alimentation provoque cette altération rénale, qu'inversement l'apport de sel la fait disparaître rapidement.

Voici un exemple qui illustre ces suites de la carence de chlore. Un diabétique en état précomateux a une azotémie de 0g,45; après usage de fortes doses d'insuline, l'intoxication disparaît, et le lendemain l'azotémie tombe à 0g,40 d'urée par litre. Le malade est ensuite mis à un régime hypoazoté sans sel et reçoit en même temps de l'insuline. Progressivement l'azotémie augmente, et après 4 jours elle atteint le taux

énorme de 4g,8 d'urée par litre; cette azotémie persiste, puis fléchit à 3g,72 après administration de bicarbonate de soude.

Après ingestion de NaCl (12g par 24 heures), le taux d'urée baisse après un jour à 2g,52, après 2 jours à 1g,20, après 4 jours à 0g,43.

Le manque de NaCl avait donc provoqué une azotémie des plus fortes, l'ingestion de bicarbonate de soude en doses suffisantes pour provoquer une alcalose marquée (réserve alcaline : 76) n'a donné qu'une régression modérée de l'azotémie, l'ingestion de NaCl fait rapidement revenir l'azotémie à un chiffre normal.

En même temps l'albuminurie manifeste pendant la période de carence chlorée, a disparu.

Cette observation montre en outre que ce n'est pas le manque de sodium, mais bien le manque de chlore qui est en cause.

Toutefois parmi les chlorures ce n'est que NaCl qui peut servir à rétablir l'équilibre chloré des tissus et des humeurs.

Ces altérations de la fonction rénale par carence de chlore se trouvent également dans d'autres états où l'organisme a perdu du chlore en abondance. Dans les sténoses pyloriques et duodénales avec grands vomissements fréquents, on a observé le même phénomène. Il en est de même dans l'occlusion intestinale.

Dans tous ces cas, on a pensé à une néphrite d'origine toxique. En réalité, ici comme chez le diabétique, les altérations rénales disparaissent après ingestion de NaCl et sont la suite de l'hypochloruration.

RADIOLOGIE. — *Sur les propriétés thérapeutiques des rayons X de* 8 *Angström.* Note de M. **Jean Saidman**, présentée par M. M. de Broglie.

Nous avons montré dans une Note précédente (¹) que les propriétés biologiques des rayons de 8 Angström sont sensiblement différentes de celles des rayons X ordinaires (λ au-dessous de 0,5 Å) : notamment leur tolérance plus considérable, la précocité des réactions cutanées qu'ils produisent, la pigmentation presque immédiate, l'absence d'épilation après leur emploi. D'ailleurs ces propriétés sont encore très différentes des rayons ultraviolets de même pénétration : l'érythème produit par ces derniers atteint son maximum d'intensité après 6-24 heures, tandis que dans le cas

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1618.

des rayons de 8 Å il progresse en général pendant 3-4 semaines; la pigmentation est précoce, accompagne ou précède l'érythème, tandis qu'elle lui succède dans le cas des ultraviolets.

On pourrait craindre que le peu de pénétration des rayons de 8 Å (la moitié de l'énergie étant absorbée par $\frac{3}{100}$ de millimètre d'épaisseur d'épiderme) soit un obstacle à leur emploi thérapeutique. Il n'en est rien. D'ailleurs des radiations ultraviolettes (λ au-dessous de 3000 Å) aussi peu pénétrantes se sont déjà révélées très efficaces dans certaines affections profondes (rachitisme, tétanie, péritonite tuberculeuse). Les rayons peuvent agir profondément en modifiant les fonctions cutanées : cette action indirecte est suffisante pour atteindre l'ensemble de l'organisme.

Aussi pouvons-nous envisager deux sortes d'applications du rayonnement de 8 Å : action directe sur les lésions superficielles, action indirecte (en multipliant les champs d'irradiation ou en utilisant des localisateurs remplis d'hydrogène) pour certaines affections générales.

Nos essais ont été faits avec un tube de Dauvillier (1) à anticathode en aluminium, située au-dessous de la fenêtre de cellophane. Nous avons pris comme exemple des cas d'eczéma chronique et des psoriasis rebelles à divers traitements médicaux. Ces affections sont réputées pour leur ténacité. Les multiples lésions ont été soumises à divers rayonnements pour comparer leur efficacité : rayons de 1,5-2 Å sous une tension de 9000 volts, rayons de 8 Å sous une tension de 3000 volts, ultraviolets de l'arc polymétallique ou d'une lampe à vapeur de mercure, le rayonnement étant utilisé soit en entier, soit à travers un écran à l'oxyde de nickel transparent aux raies de 3660 et 3345 Å.

Sur le *prurit* l'action la plus rapide a été obtenue avec 8 Å (sur 12 applications, les démangeaisons ont été calmées immédiatement 9 fois); elle a été plus tardive et plus inconstante avec les rayons de 1,5-2 Å (7 fois sur 14 applications); les résultats ont été assez médiocres avec les ultraviolets (6 fois sur 20 champs d'irradiation).

L'eczéma a disparu au niveau des lésions traitées avec 8 Å, sauf dans deux cas : un eczéma-intertrigo des doigts qui n'a reçu que 300 milliminutes et un eczéma de l'avant-bras où une application de 1050 milliminutes n'a pas empêché une rechute.

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1460.

Voici des exemples :

Observation 479 (Institut d'Actinologie) : Mme T..., 36 ans. Placards d'eczéma du dos de la main, survenus il y a un an : deux séances de 1,5-2 Å ne modifient pas l'état des lésions; l'ultraviolet de 3660-3345 Å dessèche quelques vésicules, mais laisse persister les démangeaisons. Une nouvelle application de rayons X (2 Å) ne réussit pas davantage. Par contre, une seule irradiation de 800 milliminutes (20 minutes × 40 millis) avec le tube de Dauvillier fait disparaître le prurit après quelques heures et guérit le placard exposé en 48 heures.

Observation 491 : Mme P..., 28 ans. Dishydrose des espaces interdigitaux, eczéma des mains avec de petites vésicules. Début il y a 5 ans.

Des irradiations ultraviolettes sont faites sans succès notable. Sept séances de rayons de 1,5-2 Å sont suivies d'une légère amélioration. Une application de rayons de 8 Å (900 milliminutes) produit aussitôt de la pigmentation sans faire disparaître le prurit, mais une nouvelle séance de 750 milliminutes sur le même champ guérit la plaque. Sur deux autres champs, une seule séance suffit pour faire disparaître en 1-4 jours l'eczéma.

Des résultats favorables ont été observés dans le psoriasis. Une jeune fille (obs. 405) reçut trois applications de rayons de 8 Å sur trois champs différents : sur l'une des plaques elle présenta le lendemain une bulle entourée d'une zone très pigmentée. Les plaques traitées ont disparu.

Ces résultats préliminaires témoignent que les rayons de 8 Angström sont des agents thérapeutiques remarquables et que le tube générateur de Dauvillier se prête à des applications médicales. Nos recherches sont encore trop récentes pour nous permettre d'aborder ici le choix des indications ou des doses. Les travaux seront poursuivis dans d'autres affections en comparant toujours le nouveau rayonnement aux radiations déjà connues.

A 17h, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Minéralogie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Émile Haug* :

En première ligne	M. **Lucien Cayeux**.
En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Paul Gaubert**, **François Grandjean**, **Charles Mauguin**.

L'Académie adjoint à cette liste : MM. **Léon Bertrand**, **Marcellin Boule**, **Charles Jacob**, **Emmanuel de Margerie**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18h.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 27 décembre 1927.)

Note de M. *Th. Vautier*, Accroissement de l'intensité et de la durée d'extinction du son :

Page 1588, ligne 25, *au lieu de* à Clermont... 28,6 secondes entre 16° et 25°, *lire* à Clermont... 24,6 secondes entre 16° et 25°.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de novembre 1927 (*suite*).

Angola et Rhodesia (1912-1914). Mission Rohan-Chabot, sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique et de la Société de Géographie. Tome IV : *Histoire naturelle;* fasc. 3 : *Insectes (Coléoptères et Hyménoptères), Arachnides, Mollusques, Fougères.* Paris, Imprimerie nationale, 1925; 1 vol. 28^{cm},5. (Présenté par M. Bouvier.)

Cinquième centenaire de la fondation de l'Université de Louvain (1426-1926). *L'Université de Louvain à travers cinq siècles. Études historiques,* par Léon van der Essen avec le concours de MM. E. Van Cauwenbergh, F. Claeys-Boüüaert, F. Camerlynckx, V. Brants, P. Lefèvre, H. de Vogth, Ch. Terlinden. Bruxelles, A. Lesigne, 1927; 1 vol. 37^{cm}.

Collection de Physique mathématique. I. *Ondes et mouvements,* par L. de Broglie. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1926; 1 vol 25^{cm}. (Présenté par M. Maurice de Broglie.)

Les équations de la gravitation einsteinienne, par Georges Darmois, in *Mémorial des Sciences mathématiques,* 1927, fasc. 25. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1927; 1 fasc. 25^{cm}. (Présenté par M. Hadamard.)

Introduction à la physique des rayons X et gamma, par Maurice et Louis de Broglie. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 24^{cm}.

Faune des Colonies françaises, publiée sous la direction de A. Gruvel. Tome I, fasc. 3 : *Les Élatérides de l'Indochine française,* par E. Fleutiaux; fasc. 4 : *Contribution à l'étude systématique et biologique des Termites de l'Indochine,* par Jean Bathellier; fasc. 5 : *Les Gallinacés et Pigeons de l'Annam,* par J. Delacour et Pierre Jabouille. Paris, Société d'éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1927; 3 vol. 25^{cm}.

Carte photographique et systématique de la Lune, par C. Le Morvan. Paris, Presses universitaires de France, 1926; 2 fasc. 31^{cm} et 1 cahier de 6 planches.

Immunisation des Bovidés par la toxine symptomatique. Innocuité de la méthode même chez les sujets en état d'infection latente, in *Bulletin de la Société centrale de Médecine vétérinaire,* par J. Basset. Mayenne, Floch, 30 décembre 1925; 1 fasc. 24^{cm}.

Notes éthologiques sur la Faune marine sessile des environs de Roscoff. II. *Spongiaires, Tuniciers, Anthozoaires, associations de la Faune fixée* in *Travaux de la station biologique de Roscoff* (fasc. 6, 30 septembre 1927), par Marcel Prenant. Paris, Presses universitaires de France, 1927; 1 fasc. 26^{cm}. (Présenté par M. Mesnil.)

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 JANVIER 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **A. C. G. Egerton**, F. R. S., professeur de l'Université d'Oxford, qui assiste à la séance.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les opérations itérées en Calcul des Probabilités.* Note de M. **Hadamard**.

Le résultat obtenu par M. Hostinsky (¹) relativement à l'itération d'une transformation aléatoire, permet d'arriver à une solution complète du problème ainsi posé.

Rappelons que M. Hostinsky part d'une opération qui, à toute valeur de x comprise dans un intervalle donné une fois pour toutes (a, b), fait correspondre une nouvelle valeur analogue et comprise dans le même intervalle, mais non déterminée : on désigne par $f(x, y)\,dy$ la probabilité pour que cette nouvelle valeur soit comprise entre y et $y + dy$, la fonction positive $f(x, y)$ étant, bien entendu, telle que

$$\int_a^b f(x, y)\,dy = 1. \tag{I}$$

En répétant un nombre quelconque n de fois l'opération précédente, on peut encore obtenir, à partir de x, une valeur finale quelconque appartenant à l'intervalle (a, b) : la probabilité $P^n(x, y)\,dy$ pour que cette valeur

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 59.

soit comprise entre y et $y+dy$ se calcule par la formule de récurrence

$$(2)\qquad P^{(n)}(x,y)=\int_a^b P^{(n-1)}(x,s)\,f(s,y)\,ds \qquad [P^{(1)}(x,y)=f(x,y)],$$

et donne lieu, plus généralement, à la relation

$$(3)\qquad P^{(n)}(x,y)=\int_a^b P^{(k)}(x,s)\,P^{(n-k)}(s,y)\,ds,$$

en même temps qu'on a encore nécessairement

$$(4)\qquad \int_a^b P^{(l)}(x,y)=1.$$

I. Ce qui ressort de l'analyse de M. Hostinsky, c'est que $P^{n}(x,y)$ *tend, pour n infini, vers une limite indépendante de* x. Je reprendrai à cet égard le raisonnement de l'auteur sous une forme un peu différente. Partant, comme lui, des équations (3) et (4), je désignerai par M la plus grande des limites $P^{(n)}(x,y)$ pour n augmentant indéfiniment, mais x *et* y *fixés*. Remplaçant donc, dans l'équation (3), le premier membre par $M-\varepsilon$ avec ε pris aussi petit qu'on le veut, considérons, au second membre, l'ensemble E des parties de l'intervalle d'intégration où la quantité $P^{(n-k)}(s,y)$ est inférieure à $M-\eta$, en désignant par η une autre quantité positive très petite que nous nous réservons de choisir ultérieurement. Dans le reste de l'intervalle, $P^{(n-k)}(s,y)$ est, en tout cas, plus petit que $M+\varepsilon$. Dès lors, (3) donne l'inégalité

$$M-\varepsilon<j(M-\eta)+(1-j)(M+\varepsilon)$$

$\left[j\right.$ et $(1-j)$ étant respectivement les valeurs de l'intégrale $\int P^{(k)}(x,s)\,ds$ étendue respectivement à E et au reste de l'intervalle $\left.(a,b)\right]$ ou, plus simplement,

$$j<\frac{2\varepsilon}{\varepsilon+\eta},$$

quantité qui tend vers zéro, si par exemple $\eta=\sqrt{\varepsilon}$.

Mais, de cette première conclusion, on déduit aisément [si $f(x,y)$ ne s'annule pas sur un ensemble de mesure non nulle] que M est, pour $P^{(n)}(x,y)$, une véritable limite et cela quel que soit x dans l'intervalle considéré : cela résulte immédiatement de ce que $P^{(n')}(x,y)$ est toujours, pour $n'>n$, une moyenne entre les valeurs de $P^{(n)}$. Nous démontrons même ainsi l'uniformité de la convergence par rapport à x.

Si, maintenant, nous supposons également la convergence uniforme par rapport à y, la détermination de la limite cherchée, fonction de la seule variable y, apparaîtra immédiatement. Il suffit, en effet, de passer à la limite, pour n infini, dans la relation (2) pour constater que cette fonction $\varphi(y)$ est *solution de l'équation intégrale homogène de seconde espèce*

$$(a) \qquad \varphi(y) = \int_a^b \varphi(s)\, f(s, y)\, ds.$$

2. *On peut, en effet, ramener directement le problème à une question d'équation intégrale :* car l'équation de récurrence (2) n'est autre que la relation classique qui détermine les coefficients des puissances successives de λ dans le développement de la fonction $\Phi(y)$ qui satisfait à l'équation de Fredholm

$$(A) \qquad \Phi(y) - \lambda \int_a^b \Phi(s)\, f(s, y)\, ds = f(y),$$

dans laquelle, au second membre, nous ne faisons pas mention de la valeur de x qui joue, en l'espèce, le rôle d'un simple paramètre numérique.

Pour que l'équation homogène (a) admette une solution, il faut que 1 soit une valeur caractéristique du noyau. Tel est, en effet, le cas : car l'équation associée

$$(a') \qquad \psi(y) = \int_a^b \psi(s)\, f(y, s)\, ds$$

admet la solution $\psi(y) = 1$, en vertu de la propriété fondamentale (1) de la fonction de probabilité f.

Cette racine est simple. On sait [1] que l'hypothèse contraire serait caractérisée soit par l'existence d'une seconde solution de (a'), soit par celle d'une fonction $\chi(y)$ satisfaisant à l'équation

$$\chi(y) - \int_a^b \chi(s)\, f(y, s)\, ds = \psi(y) = 1,$$

et (toujours en raison du fait que le second terme du premier membre est une valeur moyenne) on serait, dans les deux cas, conduit à une contradiction en donnant à ψ ou à χ sa valeur (algébriquement) minima.

Pour la même raison, aucune valeur caractéristique ne peut être comprise entre zéro et un, ni, plus généralement, avoir un module inférieur à un.

---

[1] GOURSAT, *Ann. Fac. Sc. Toulouse*, 2e série, **10**, 1908, p. 40.

Le cas *ordinaire* sera celui où il n'existe pas non plus de valeur caractéristique ayant pour module 1, quoique différente de 1. Dans ce cas, $\lambda = 1$ est le seul pôle de la résolvante situé sur le cercle $(\lambda) = 1$. On sait que le résidu correspondant est précisément la solution [normée par $\int \varphi(y) dy = 1$] de l'équation (a) et que des valeurs approchées de ce résidu sont fournies par les coefficients successifs $P^{(m)}$, l'erreur commise étant limitée par une progression géométrique décroissante.

On notera que nous sommes ramené, au fond, à la méthode primitive de Poincaré, dont je m'étais écarté dans ma Note précédente.

3. Sans insister pour le moment sur la possibilité et les conditions d'existence du cas singulier, je me contenterai également de signaler d'un mot que la méthode précédente se présente avec un degré de généralité suffisant pour permettre l'étude qui est en l'espèce notre but principal, celle du principe ergodique. La discussion de ce principe se trouvera ainsi ramenée aux équations intégrales, déjà introduites avec succès, comme on le sait, dans les théories cinétiques par M. Hilbert.

SPECTROSCOPIE. — *Sur un réglage automatique d'un spectrographe à réseau concave.* Note (1) de M. **A. Cotton.**

Sous l'emplacement du gros électro-aimant que l'on construit actuellement pour l'Académie des Sciences et qui sera installé prochainement à Bellevue, à l'Office des Recherches scientifiques et des Inventions, j'ai fait réserver dans les fondations un puits étanche destiné aux recherches de spectroscopie. Un des appareils qui y seront installés est un réseau concave monté à la façon de Eagle (2) : ce montage a en effet, comme on sait, divers avantages : l'astigmatisme est moins gênant, on peut utiliser des spectres d'ordre plus élevé, puis — ce qui est particulièrement important pour les longues poses — les rayons lumineux circulent alors dans un espace relativement restreint où la température peut être maintenue bien uniforme et bien constante.

En examinant à cette occasion la façon d'installer un spectrographe du type Eagle j'ai été conduit aux remarques suivantes qui pourraient être, je crois, utiles à ceux qui voudront utiliser ce montage. Elles sont d'ailleurs

(1) Séance du 16 janvier 1928.

(2) *Astrophys. Journal*, 31, 1910, p. 120.

plus particulièrement commodes à appliquer lorsque le spectrographe est disposé — non pas verticalement comme il le sera à Bellevue — mais horizontalement, à la façon habituelle.

1. Dans tous les traités de spectroscopie on indique que le réglage d'un réseau concave monté à la façon de Eagle ne peut être automatique, et en fait, dans les spectrographes ainsi montés, quand on veut mettre au point sur la plaque sensible une région donnée d'un des spectres diffractés on effectue successivement trois opérations distinctes : 1° on fait glisser la plate-forme portant le réseau sur la glissière qui la guide; 2° on donne au réseau l'orientation voulue en le faisant tourner autour d'un axe normal à la plate-forme; 3° on donne de même au châssis l'orientation voulue. A ces déplacements correspondent trois graduations qui permettent, lorsqu'on a fait le réglage une première fois, de le refaire sans peine. Mais pour le réglage initial tout au moins on procède comme si les variables sur lesquelles on agit étaient indépendantes alors qu'elles sont reliées par des relations simples.

Soient S (voir *fig.* 1) la fente fixe, G_0 la position du réseau lorsque son

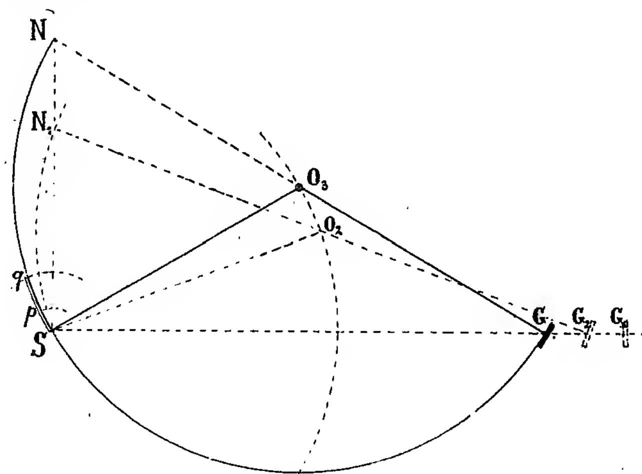


Fig. 1.

centre de courbure est en S, G_p la position du réseau lorsque le maximum d'ordre p relatif à la radiation λ vient se former sur S, les rayons incidents allant suivant SG_p et les rayons diffractés revenant suivant G_pS. (Sur la figure on a admis qu'on a choisi le spectre du troisième ordre.) La circonférence de Rowland (figurée en trait plein) tangente au réseau en G, et qui a comme rayon R la moitié du rayon de courbure du réseau tourne autour

du point fixe S quand on change la région spectrale étudiée et la corde SG change de longueur. Mais comme son centre O décrit une circonférence fixe, et comme la plaque et le réseau doivent lui rester tangents on assurera un réglage automatique de la façon suivante : deux bras SO, OG, ayant tous deux pour longueur R sont articulés en O; le bras SO tourne autour d'un axe fixe passant par la fente S, tandis que l'extrémité G du second bras OG est assujetti par des glissières à décrire la droite fixe GS. Le réseau G est solidaire du bras OG, il est normal en G à ce bras; de même le châssis est solidaire du bras OS et la plaque — au voisinage de S — est normale à ce bras. Le mouvement unique qui déplace le réseau sur la glissière et fait tourner le bras SO donne ainsi aux deux appareils l'orientation convenable.

Les deux bras mobiles assurant le réglage automatique peuvent être laissés en dehors de la région voisine de SG où se propage la lumière, région que l'on pourra clore et protéger thermiquement pendant les poses. Mais comme ces bras ont comme longueur la moitié du rayon de courbure du réseau ils sont encore assez encombrants; on trouvera sans doute plus avantageux de les remplacer par un jeu de bras plus courts ayant comme longueur commune une fraction plus petite de R et articulés de même entre eux.

Par exemple, dans le cas de la figure 2 on a supposé qu'on utilisait des bras qui

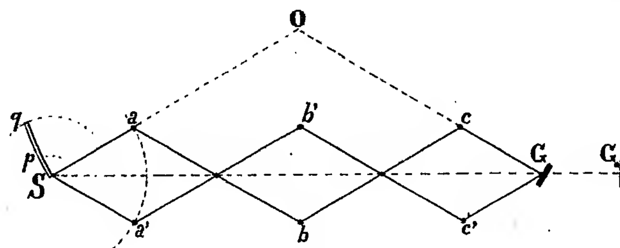


Fig. 2.

projetés sur le plan de la figure forment 3 losanges égaux de côtés tous égaux à $\frac{R}{3}$ (ces côtés auront donc 1^m dans le cas d'un réseau de 6^m de rayon). Chacun de ces losanges est semblable à celui dont la moitié formait le triangle SOG de la figure 1. Le réseau est entraîné par cG et le châssis par aS. En réalité les bras formant ce système articulé seront constitués par des tubes ou des assemblages de cornières entretoisées; on devra pouvoir, au préalable, bien régler les positions des axes, avant de serrer les vis qui les fixent, de façon que les distances soient bien celles qu'on a supposées. Pour que l'on puisse utiliser les spectres des deux côtés du plan de

symétrie passant par le trait médian du réseau, les côtés du système articulé marqués par des lettres accentuées ne seront pas dans le même plan que les autres, mais dans un plan parallèle, par exemple au-dessous d'eux. Le réseau, le châssis et la fente seront, au contraire, placés plus haut que les organes de réglage *abc*, *a'bc'*. Lorsque les bras sont en ligne droite la fente est au centre de courbure du réseau.

2. Sur les figures schématiques 1 et 2 on a admis que la plaque passait par S : c'est bien ce qui se passe dans les spectroscopes construits d'après le dispositif de Eagle, car ces appareils sont munis d'un prisme à réflexion totale en quartz qui donne de la fente réelle placée latéralement une image virtuelle au milieu de la plaque. Cette réflexion supplémentaire n'est en aucune façon indispensable, on peut parfaitement mettre la fente en S sur le prolongement de l'axe et mettre la plaque à côté en *pq*. D'autre part la surface sensible peut être prise longue, si elle est elle-même courbée suivant un arc du cercle de Rowland. Si le réseau est tracé correctement, sur cette circonférence tous les spectres sont au point. Rien n'empêche donc, avec un tel montage, de photographier non seulement les spectres qui se forment au voisinage de S, mais les autres, si les dimensions de la salle où l'on opère le permettent, soit qu'ils se forment sur le châssis mobile tournant autour de S, soit qu'on ait disposé à l'avance des châssis fixes plus écartés de l'axe.

On peut en particulier photographier les spectres *normaux* qui se forment au centre de courbure N du réseau, au bout du diamètre prolongeant GO. Par exemple, lorsque le spectre du deuxième ordre est en S, il y a un spectre du premier ordre qui se forme en N_1 sur la perpendiculaire à GS et qui est un spectre normal.

3. En somme le montage indiqué permet de mettre automatiquement la fente, le réseau et la plaque dans les positions respectives que l'on obtient avec les montages de Rowland et de Eagle. Si l'on ne veut pas faire les frais d'un tel montage automatique, ou si l'on manque de place, je pense qu'on pourra tirer parti des remarques faites. La plaque doit être courbée suivant un arc de cercle de rayon R, elle doit tourner autour de la fente, du même angle que le réseau mais en sens inverse. L'angle i dont il faut tourner ces deux organes, à partir de la position pour laquelle le centre de courbure est en S, pour obtenir la formation en S du spectre d'ordre p peut être calculé par $\sin i = \frac{pN\lambda}{2}$ (N : nombre de traits du réseau dans l'unité de longueur); on a donc avantage à ne pas munir les tambours de manœuvre de graduations en unités arbitraires. D'autre part, à partir de la position R_0 pour

laquelle le centre de courbure est en S, il faut, pour former le spectre, déplacer la plate-forme de la quantité, que l'on peut elle aussi calculer à l'avance, $h = 4R\sin^2\frac{i}{2}$.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Autoxydation et action antioxygène. Sur la théorie de la catalyse d'autoxydation : le mécanisme.* Note [1] de MM. **Charles Moureu** et **Charles Dufraisse.**

L'interprétation de l'action antioxygène soulève un problème énergétique fort délicat, qui fait l'objet de discussions en cours [2].

Mais il n'est pas indispensable d'être fixé définitivement sur la conception énergétique à laquelle il conviendra de s'arrêter pour envisager le mécanisme de l'action antioxygène, c'est-à-dire le point de vue chimique du sujet. Si l'on remarque qu'un mécanisme chimique peut s'adapter à diverses conceptions énergétiques, les deux parties du problème peuvent être traitées de manière tout à fait indépendante.

1. Ayant découvert un phénomène fort intéressant, l'action antagoniste exercée par les antioxygènes sur la production de la fluorescence, Francis Perrin a proposé, pour l'expliquer, un mécanisme appuyé par d'ingénieuses expériences et des calculs suggestifs basés sur la désactivation des molécules activées par la lumière [3].

Rapprochant cette catégorie d'observations de la catalyse négative produite par les mêmes substances sur les phénomènes d'autoxydation, et aussi de l'action antagoniste exercée par l'hydroquinone, ainsi que nous l'avons établi, contre la polymérisation de l'acroléine en disacryle sous l'influence de la lumière en dehors de toute action de l'oxygène [4], il considère que ces divers effets doivent être rapportés à une cause unique, qui est, selon lui, une action désactivante des antioxygènes vis-à-vis de toute molécule excitée. « Le caractère essentiel des corps dits antioxygènes serait ainsi d'être des désactivants universels des molécules excitées. »

Il importe d'abord de remarquer que les actions actuellement connues

---

(1) Séance du 9 janvier 1928.

(2) Voir Ch. Moureu et Ch. Dufraisse, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1545.

(3) *La désactivation induite des molécules et la théorie des antioxygènes* (*Camptes rendus*, 184, 1927, p. 1121). Voir aussi M. Privault, *Action des antioxygènes sur la fluorescence* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1120).

(4) *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 31, 1922, p. 1172; 35, 1924, p. 1565.

qu'entravent les antioxygènes sont, à part l'autoxydation, des actions de la lumière, qu'il s'agisse des faits rapportés ci-dessus : fluorescence (Francis Perrin), formation photochimique du disacryle (Ch. Moureu et Ch. Dufraisse), ou qu'il s'agisse d'autres faits que l'on pourrait encore citer, par exemple : phénomènes d'oxydoréduction produits par la lumière en présence de sels d'uranium [Aloy et Valdigué ([1])], décomposition photochimique de l'eau oxygénée [V. Henri et Wurmser ([2])]. Il n'y a donc jusqu'ici que deux sortes d'actions empêchantes qui soient produites par ces catalyseurs : des actions antioxygènes et des actions antilumières ([3]).

Cette double action d'un même catalyseur (action antioxygène et action antilumière) relève-t-elle d'une seule et même cause, comme l'admet Francis Perrin, ou est-elle due à la coexistence fortuite de deux propriétés distinctes sur les mêmes catalyseurs? Nous jugeons prématuré de vouloir trancher la question, mais il nous semble cependant que, tout au moins dans l'état actuel des données expérimentales, il est préférable de considérer que les causes des deux actions sont différentes ([4]). Si, en effet, la théorie proposée rend bien compte de l'action antilumière, elle se heurte, par contre, en dehors de ce domaine, à de réelles difficultés. Par exemple, la propriété de désactiver toute molécule excitée qu'attribue l'auteur aux antioxygènes entraînerait pour ces catalyseurs, s'ils la possédaient, celle d'entraver au même titre toutes les réactions chimiques. Or nous ne connaissons qu'une seule sorte de réactions qui le soit, c'est la fixation de l'oxygène libre; et l'on n'a même pas observé qu'un genre de réaction très voisin, l'oxydation par des corps oxydants (au lieu d'oxygène libre), ait été modifiée dans son allure par la présence d'antioxygènes, point précis que nous avons justement dégagé de toute ambiguïté en créant le terme *antioxygène*. On pourrait admettre, il est vrai, pour expliquer cette spécificité des antioxygènes, que la réaction d'autoxydation s'effectue suivant un mécanisme foncièrement différent de celui des autres : par exemple, elle seule serait une réaction par chaînes. On comprendrait alors qu'elle

---

([1]) *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1129.

([2]) *Comptes rendus*, 157, 1913, p. 284.

([3]) Il serait d'ailleurs important de s'assurer par des expériences spéciales que, dans ces actions de la lumière (fluorescence, etc.), l'oxygène n'intervient pas, même à doses infinitésimales, comme il intervient catalytiquement, ainsi que nous l'avons établi, dans certains phénomènes de polymérisation (acroléine, styrolène, etc.).

([4]) Nous ne méconnaissons pas d'ailleurs qu'il y a dans cette coexistence une particularité qui doit retenir l'attention.

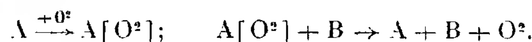
soit seule sensible aux antioxygènes. Cette hypothèse introduit une nouvelle difficulté qui, pour être moins grave que la première, n'en doit pas moins être considérée comme sérieuse.

Et comment expliquer, entre autres faits parfaitement établis [1], d'une part, la parenté des deux catalyses inverses, tel le cas de l'iode, antioxygène vis-à-vis de l'aldéhyde benzoïque et prooxygène vis-à-vis du styrolène, alors que l'hydroquinone est antioxygène vis-à-vis de ces deux substances, et, d'autre part, l'inversion de la catalyse au cours d'une même autoxydation, dont nous avons rencontré divers exemples (corps iodés vis-à-vis de l'acroléine)?

2. Nos conceptions ont reçu des confirmations expérimentales qu'il y a lieu de rappeler ici.

En dehors de nos propres expériences, que d'ailleurs nous poursuivons activement, il convient de souligner les récents travaux de H. Gaffron [2], qui a constaté les faits suivants : certaines amines, sous l'influence de la lumière en présence d'une substance fluorescente (chlorophylle), fixent une molécule d'oxygène libre, en donnant un composé d'addition où l'*oxygène se trouve en entier sous forme active* (libérant l'iode de l'iodure de potassium, par exemple) et *peut être rendu en entier à l'état libre* par addition ultérieure d'un catalyseur (bioxyde de manganèse) au système maintenu à l'obscurité.

Laissant de côté le mode d'activation [3], pour ne nous occuper que du mécanisme, nous pouvons écrire ces réactions de la manière suivante (nous employons nos symboles habituels : A est ici l'amine et B le catalyseur MnO^2) :



$$A \xrightarrow{+O^2} A[O^2]; \qquad A[O^2] + B \rightarrow A + B + O^2.$$

Si l'on rapproche ce schéma de celui par lequel nous résumons notre mécanisme de l'action antioxygène, à savoir :



$$A \xrightarrow{+O^2} A[O^2]; \qquad A[O^2] \xrightarrow{+B} A[O] + B[O]; \qquad A[O] + B[O] \rightarrow A + B + O^2,$$

on voit que la première équation est identique à la première des nôtres et que la seconde condense notre seconde et notre troisième. On retrouve donc ici, mais séparées, les phases essentielles de notre mécanisme, où nous supposons la formation d'un peroxyde primaire $A[O^2]$ à oxygène entière-

(1) Voir notre rapport au *IIe Conseil international de Chimie Solvay* (Bruxelles, avril 1925, p. 553).

(2) *Ber. der Chem. Ges.*, 60, 1927, p. 2229.

(3) Voir notre Note précédente, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1548.

ment actif, d'une part, et la possibilité de sa destruction par voie catalytique avec libération de tout l'oxygène, de l'autre.

Tandis que dans nos expériences la concentration du peroxyde primaire ne pouvait jamais être que de l'ordre de celle des molécules actives, donc extrêmement faible, dans celles de Gaffron, au contraire, où l'activation était produite par un apport continuel d'énergie extérieure (lumière), elle pouvait être et était effectivement assez élevée pour permettre sa mise en évidence par ses propriétés, en particulier *par la possibilité de sa dissociation catalytique*, propriété fondamentale que requiert notre théorie.

Si maintenant nous rappelons que nous avons réussi, en étudiant le rubrène ([1]), à montrer que l'on peut obtenir, avec une matière uniquement constituée par du carbone et de l'hydrogène, des peroxydes susceptibles de se dissocier en régénérant l'hydrocarbure initial et l'oxygène à l'état libre, ce qui supprime la difficulté que l'on peut avoir à admettre que le carbone et l'hydrogène puissent abandonner de l'oxygène à l'état libre après s'y être combinés, on se rend compte qu'il ne reste vraiment aucune objection sérieuse contre notre théorie de l'action antioxygène.

Pour résumer cette Note et la précédente, nous formulerons les conclusions suivantes :

1° Nous ne pensons pas que l'on puisse condamner nos conceptions au nom des principes de la thermodynamique.

2° Le mécanisme que nous proposons, indépendant de toute conception énergétique, pourra s'adapter à celle que les discussions en cours feront adopter.

3° Bien que les antioxygènes soient souvent aussi antilumières, il y a intérêt, dans l'état actuel de nos connaissances, à regarder les deux actions comme indépendantes.

4° Comme notre théorie a reçu de l'expérience des confirmations saisissantes et que, d'ailleurs, elle a rendu et rend encore de réels services pour interpréter les faits connus et en faire prévoir de nouveaux, ce qui, en définitive, constitue son meilleur critérium, nous continuerons, tout en nous efforçant de la perfectionner, à nous en inspirer.

([1]) Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et M. Dean, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1584.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la présence générale du sodium chez les plantes.* Note de M. **Gabriel Bertrand** et Mme **M. Rosenblatt**.

Comme il a été exposé par l'un de nous, en collaboration avec D. J. Perietzeanu, la question de la présence du sodium chez les plantes est restée jusqu'ici controversée parce qu'on n'avait utilisé que des méthodes d'analyse chimique insuffisantes pour essayer de la résoudre. En mettant à profit la formation de l'acétate triple d'uranyle, de magnésium et de sodium, ou sel de Streng, la question est entrée dans une phase nouvelle : il est devenu probable en effet, d'après les premiers résultats obtenus, que la présence du sodium est, contrairement à l'opinion la plus courante, aussi générale chez les plantes que celle du potassium (¹).

Étant donnée l'importance de cette notion au point de vue physiologique et au point de vue agricole, il était utile d'en éprouver l'exactitude le plus rapidement possible. C'est ce qui nous a incité à reprendre l'étude des espèces végétales qui avaient été signalées comme exemptes de sodium et à nous assurer, en leur appliquant la méthode de recherche et de dosage rappelée plus haut, si elles contiennent ou non le métal alcalin.

La liste des espèces végétales considérées comme exemptes de sodium par les auteurs (Rammelsberg, Wolf, Péligot) qui les ont étudiées spécialement à ce sujet comporte une vingtaine de noms (²). Il a déjà été reconnu (³) que les fruits et les feuilles du Marronnier d'Inde, les feuilles du Mûrier blanc et du Haricot commun, compris dans cette liste, renferment une quantité appréciable de sodium. Nous avons examiné toutes les autres espèces, sauf une, désignée par Péligot sous le nom de *Gypsophila pubescens*, sans indication de nom d'auteur. Le nom de *Gyps. pub.* a été attribué successivement à deux espèces de diagnose incertaine et n'a pas été conservé dans la littérature botanique. Il est probable que la plante analysée par Péligot provenait du Muséum d'Histoire naturelle, mais il y a longtemps que l'on n'en a plus de trace.

Pour éviter les erreurs dues à la présence de poussières sodées à la surface des échantillons, les plantes ou parties de plantes que nous avons

---

(¹) Gabriel Bertrand et D. J. Perietzeanu, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 645 et 1616.

(²) On trouvera cette liste dans le Mémoire de Péligot (*Comptes rendus*, 65, 1867, p. 729.

(³) Gabriel Bertrand et D. J. Perietzeanu, *loc. cit.*

examinées ont été lavées rapidement, mais à plusieurs reprises, à l'eau distillée, essorées entre des feuilles de papier Berzélius et séchées à l'étuve, à +100°, dans des cuvettes de porcelaine recouvertes de papier à filtre.

Les prises d'essais, en matières fraîches, ont été de 10^g pour les graines et de 40^g pour les autres organes ou parties de plantes.

L'incinération a été faite en deux temps, à la température maxima du rouge sombre. Les cendres solubles ont été amenées par dissolution dans l'eau pure, filtration et lavage, au volume de 50^{cm^3}. On a pris 20^{cm^3} pour la recherche et le dosage du sodium, 20 autres centimètres cubes pour le dosage comparatif du potassium. Les techniques de précipitation et de pesée des deux métaux alcalins ont déjà été décrites (¹).

Nous donnons les résultats que nous avons obtenus en rangeant les plantes ou parties de plantes étudiées d'après la teneur croissante en sodium de leur matière sèche, ce qui permet de les comparer plus facilement avec ceux déjà publiés, rangés dans le même ordre (²).

Ces résultats montrent que du sodium existe en proportions dosables dans toutes les espèces végétales et dans toutes les parties des espèces végétales que nous avons analysées. C'est à la défaillance des méthodes autrefois mises en usage qu'il faut attribuer les exceptions relativement nombreuses que l'on avait cru exister quant à la présence du sodium chez les plantes, ces exceptions ne subsistent plus aujourd'hui.

Ces mêmes résultats font disparaître une différence de composition élémentaire qualitative que l'on pouvait considérer comme fondamentale entre les plantes et les animaux (³). Enfin s'ils ne suffisent pas à prouver que le sodium est un élément indispensable ou simplement utile à la vie végétale, ils permettent de lui attribuer, au moins à titre provisoire, un rôle que l'ancienne conception tendait au contraire à écarter.

(¹) Gabriel Bertrand et J. D. Perietzeanu, *loc. cit.*

(²) Gabriel Bertrand et J. D. Perietzeanu, *loc. cit.*

(³) Le corps des animaux renferme toujours du sodium, facile à mettre en évidence, puisqu'il y en a rarement moins d'un millième du poids de la matière sèche (voir notamment, à ce sujet : Pierre Gérard, *Contribution à l'étude du potassium et du sodium chez les animaux* (*Thèse de la Fac. des Sc. de Paris*, 1912).

Plantes ou parties de plantes analysées.		Teneur en sodium et en potassium pour 100 de matière fraîche.	matière sèche.	Cendres.	Rapport $\frac{K}{Na}$.
Blé (*Trit. sat.* Lamk.), graines	Na	0,0013	0,0015	0,0657	215
	K	0,2850	0,3250	14,17	
Haricot (*Phas. vulg.* L.), graines	Na	0,0022	0,0024	0,0606	565
	K	1,260	1,360	33,70	
Pomme de terre (*Sol. tub.* L.), tubercules	Na	0,0007	0,0025	0,0655	729
	K	0,5390	1,830	47,71	
Pois « express » (*Pis. sat.* L.), graines	Na	0,0035	0,0038	0,1042	241,5
	K	0,8360	0,9064	25,17	
Chêne (*Querc. rob.* L.), bois non écorcé	Na	0,0017	0,0040	0,230	31,7
	K	0,0532	0,1280	7,294	
Avoine (*Av. sat.* L.), graines	Na	0,0042	0,0052	0,142	54,0
	K	0,2270	0,2790	7,680	
Charme (*Carp. bet.* L.), bois non écorcé	Na	0,0023	0,0057	0,199	25,0
	K	0,0576	0,1420	4,978	
Panais (*Past. silv.* Mill.), racines	Na	0,0017	0,0078	0,1353	280
	K	0,4870	2,298	37,77	
Colza (*Brass. nap.* var. *oleif.* D. C.), graines	Na	0,0074	0,0079	0,1597	30,5
	K	0,2266	0,2404	4,860	
Panais (*Past. silv.* Mill.), tiges et feuilles	Na	0,0015	0,0110	0,5990	515
	K	0,795	5,640	30,34	
Tabac (*Nic. tab.* L.), feuilles	Na	0,0011	0,0121	0,0547	425,5
	K	0,4845	5,150	23,29	
Pivoine (*Pæon. off.* L.), tiges et feuilles	Na	0,0045	0,0188	0,2193	108
	K	0,4800	2,040	23,64	
Ricin (*Ric. commun.* L.), feuilles	Na	0,0040	0,0292	0,1507	130
	K	0,5125	3,810	14,99	
Haricot (*Phas. vulg.* L.), tiges en fleurs	Na	0,0093	0,0695	0,6000	48,4
	K	0,450	3,360	29,06	
Pomme de terre (*Sol. tub.* L.), parties aériennes	Na	0,0079	0,0857	0,5940	47,7
	K	0,3776	4,090	30,11	
Pariétaire (*Par. off.* L.), tiges en fleurs	Na	0,0135	0,1059	0,5153	27,7
	K	0,3740	2,930	14,26	
Blé (*Trit. sat.* Lamk.), tiges en fleurs	Na	0,0280	0,1200	1,180	5,56
	K	0,1550	0,6700	6,530	
Souci (*Cal. arv.* L.), tiges en fleurs	Na	0,0349	0,2275	1,960	12,0
	K	0,4200	2,770	23,38	
Colza (*Brass. nap.* var. *oleif.* D. C.), tiges en fleurs	Na	0,0284	0,3198	1,930	15,3
	K	0,4330	4,870	29,41	
Épinard (*Spin. ol.* L.), tiges et feuilles	Na	0,0142	0,3428	1,060	25,4
	K	0,3610	8,690	26,94	
Pois (*Pis. sat.* L.), tiges en fleurs	Na	0,0419	0,3758	2,800	2,05
	K	0,0843	0,7444	5,770	
Avoine (*Av. sat.* L.) tiges en fleurs	Na	0,0695	0,4112	4,480	2,15
	K	0,1502	0,8900	9,700	

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur l'existence dans l'écoulement d'un fluide autour de cylindres immergés, d'un phénomène périodique en régime de Poiseuille.* Note [1] de MM. **C. Camichel, P. Dupin** et **M. Teissié-Solier.**

Dans une Note récente [2], nous avons étudié la courbe de Strouhal : $S = f(R)$ pour des nombres de Reynolds supérieurs au nombre critique $R_0 = 47$.

I. Nous nous proposons aujourd'hui d'étudier la région de cette courbe comprise entre l'origine et le nombre R_0. La zone correspondant à cet intervalle a pu être explorée par la vibration de tiges encastrées. Nous avons déjà vérifié qu'une tige cylindrique encastrée ne vibre que lorsque la vitesse du fluide est telle que la période de formation des tourbillons coïncide avec la période propre de la tige [3]. On pourrait en conclure qu'un cylindre encastré à sa base ne peut vibrer que si la vitesse d'écoulement du fluide est supérieure à la valeur critique W_0 définie par la relation : $R_0 = \frac{W_0 D}{\frac{\mu}{\rho}} > 47$ et si sa période propre est telle qu'elle satisfait à la condition : $S_0 = \frac{D}{W_0 T} > 0,117$.

L'expérience montre cependant qu'il est possible de constater la vibration de tiges pour des vitesses inférieures à la vitesse critique et par conséquent dans le régime de Poiseuille. Nous décrirons le phénomène tel que nous avons pu l'observer sur un cylindre de $0^{mm},735$ et de période propre $T = 0,24$ seconde, immergé dans un courant d'eau.

En faisant croître la vitesse de l'eau à partir de zéro, on voit pour une valeur bien définie de cette vitesse, la tige entrer en vibration ; à ce moment-là, l'aspect du sillage jusqu'alors bien symétrique (régime de Poiseuille) devient turbulent. Pour la vitesse $W_1 = 3,49$ cm/sec, l'amplitude de la vibration est maximum. Elle diminue ensuite et s'annule pour une valeur légèrement supérieure à la vitesse W_1. *L'aspect du sillage redevient alors celui qui caractérise le régime de Poiseuille.* Cet aspect se maintient jusqu'au moment où la vitesse atteint la valeur critique W_0, définie par la relation donnée plus haut. Le coefficient cinématique de viscosité du fluide étant, pour cette expérience, égal à $\frac{\mu}{\rho} = 0,01017$ C. G. S., le nombre

(1) Séance du 9 janvier 1928.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1556.

(3) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1509.

de Reynolds correspondant au maximum de la vibration a une valeur $R = 25,2$, bien inférieure au nombre critique $R_0 = 47$.

Afin d'étendre ce résultat, nous avons utilisé des cylindres de diamètres variant de $0^{mm},735$ à $2^{mm},01$ et concuremment avec l'eau une solution de carbonate de potassium et un mélange d'huile et de tétrachlorure de carbone.

L'ensemble des résultats expérimentaux est consigné dans le tableau suivant :

Liquide employé.	Diamètre en mm.	W en cm/sec.	T sec.	Température en degrés C.	$\frac{\mu}{\rho}$ en C.G.S.	Nombre de Reynolds.	Paramètre de Strouhal.
Eau	1,00	4,15	0,22	19°,10	0,01021	40,6	0,1095
Eau	1,00 (tige lestée)	3,22	0,31	18°,85	0,01028	31,4	0,1000
Huile	2,00	20,5	0,10	20°,80	0,1210	33,8	0,0976
Eau	0,735	3,49	0,24	19°,30	0,01017	25,2	0,0875
Carbonate de potassium (solution)	1,00	5,36	0,23	14°,40	0,0230	23,3	0,0810

En se reportant à la courbe de Strouhal, on voit que les points donnés ci-dessus se placent bien sur le prolongement du tracé de cette courbe et ne forment pas une branche distincte de celle qui correspond au régime turbulent. Ces résultats confirment donc que, dans la zone correspondant au régime de Poiseuille, c'est-à-dire pour $R < 47$, dans le cas de cylindres droits à section circulaire, on peut, grâce à des tiges encastrées de période convenable, mettre en évidence un phénomène périodique. Ils montrent en outre que la fréquence de ce dernier, bien définie si l'on connaît la vitesse et la viscosité du fluide, suit la même loi de variation que celle qui régit la période de formation des tourbillons alternés nets.

Il semble donc que les tourbillons alternés ne présentent qu'un aspect d'un phénomène périodique plus général existant dès l'origine de l'écoulement et ne se manifestant directement de façon nettement visible que dans des conditions bien déterminées, définies par la valeur du critérium.

Il n'y a donc aucune raison apparente pour que la courbe $S = f(R)$ [1] ne passe pas par l'origine. Son tracé graphique paraît du reste confirmer cette hypothèse.

Nous n'avons pu expérimentalement descendre au-dessous de $R = 23,3$, car l'amplitude de vibration des tiges diminue rapidement avec le diamètre de l'obstacle et l'augmentation de viscosité du fluide.

---

(1) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1557, fig. 1.

II. Lord Rayleigh et Benard, dans leur étude sur les tourbillons alternés, ont proposé chacun de leur côté, une formule donnant la loi de variation de la fréquence des tourbillons en fonction de la vitesse et de la viscosité du fluide. Ces deux formules admettent que les tourbillons alternatifs naissent avec une période infinie, pour une vitesse du fluide différente de zéro. Nos résultats tendent à montrer au contraire que les tourbillons alternés apparaissent avec une période sensiblement égale à $T_0 = \frac{D}{0,117\, W_0}$ et qu'une formule représentant la courbe de Strouhal doit être telle qu'à une vitesse nulle du fluide corresponde une fréquence nulle.

III. Il ressort d'autre part de l'étude théorique de Karmann que le paramètre de Strouhal conserve une valeur $S = \frac{D}{WT} = \frac{1-a}{b}$, a et b étant des quantités constantes respectivement définies par les relations

$$a = \frac{v}{W}, \qquad b = \frac{e}{D},$$

dans lesquelles : v représente la vitesse propre du tourbillon dirigée vers l'obstacle et e l'équidistance de deux tourbillons consécutifs d'une même file.

Si l'on examine le tracé de la courbe de Strouhal, on peut constater qu'entre les abscisses $R = 300$ et $R = 500$, le paramètre S varie seulement de 0,185 à 0,188. Dans cette zone, la relation $S = \text{const.}$ se vérifie donc sensiblement. Par suite, les quantités a et b peuvent y être considérées comme pratiquement invariables, résultat conforme aux lois théoriques de Karman.

Pour des abscisses de la courbe inférieures à $R = 300$, la variation de S en fonction de R est au contraire notable, et doit être attribuée au fait que a décroît rapidement quand R augmente.

M. G. **Bigourdan** fait hommage à l'Académie de l'*Annuaire pour l'an* 1928 *publié par le Bureau des Longitudes.*

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un membre de la Section de Minéralogie en remplacement de M. *E. Haug* décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 55,

M. Lucien Cayeux	obtient	43 suffrages
M. Léon Bertrand	»	10 »
M. Emmanuel de Margerie	»	1 suffrage

Il y a 1 bulletin blanc.

M. **Lucien Cayeux**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

NOMINATIONS.

Par l'unanimité de 44 suffrages, M. **L. Lecornu** est désigné pour faire partie de la Section permanente de la *Commission supérieure des inventions.*

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° P. Barbarin. *La Géométrie non euclidienne* suivie de *Notes* par A. Buhl.

2° Charles Corps. *Contribution à l'étude des actions réciproques de la matière et de l'éther. Une expérience nécessaire.* (Mémoire autographié présenté par M. Ch. Lallemand.)

3° Nicolai Copernici Torinensis *de Revolutionibus orbium cœlestium*, Libri VI. Norimbergæ. Anno M.D.XLIII. Reproduit en fac-similé pour M. J. Hermann. (Présenté par M. H. Andoyer.)

4° *Contribution à l'étude de la Faune du Cameroun*, par Th. Monod. (Présenté par M. L. Mangin.)

5° *La vie de Bernard Palissy*, par Désiré Leroux. (Présenté par M. A.-Th. Schlœsing.)

M. **Vincent Nechvíle** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur les déplacements projectifs de deux faisceaux plans à droite commune.* Note de M. **Paul Mentré**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Dans une Note récente [1], j'ai étudié, dans l'Espace projectif réglé, les déplacements d'une quadrique dont chaque demi-quadrique admet deux génératrices pour caractéristique. Je me propose maintenant d'étudier ce qui arrive lorsque la quadrique est dégénérée, c'est-à-dire lorsqu'une demi-quadrique D (que j'appellerai doublet pour abréger) est formée par deux faisceaux plans M et N, de sommets m et n, de plans μ et ν, avec la droite commune $s = [mn]$; l'autre demi-quadrique est alors un doublet, de sommets m et n, de plans ν et μ, avec la droite commune s (appelée arête des doublets complémentaires).

2. Soient D et D_1 deux doublets d'arêtes $[mn]$ et $[m_1n_1]$, ayant en commun les deux génératrices $[mm_1]$ et $[nn_1]$; les deux doublets complémentaires D′ et D'_1 auront donc pour génératrices communes les droites $[mn_1]$ et $[nm_1]$.

Nous considérerons dorénavant un doublet mobile qui coïncide successivement avec les doublets fixes, infiniment voisins, D, D_1, D_2, ..., grâce à son déplacement projectif; nous supposerons de plus que deux doublets successifs ont en commun deux génératrices non infiniment voisines : D et D_1 aurant en commun $[mm_1]$ et $[nn_1]$, D_1 et D_2 auront en commun $[m_1m_2]$ et $[n_1n_2]$.

Le faisceau M_1 admet les trois droites $[mm_1]$, $[m_1m_2]$, $[m_1n_1]$; le plan μ_1 contient donc les trois points m, m_1, m_2 ainsi que l'arête $[m_1n_1]$; donc le plan μ est osculateur à la courbe (m) décrite par le sommet m; comme ce plan contient l'arête $s = [mn]$, la snrface réglée (s) engendrée par s admet (m) pour ligne asymptotique. De même (s) admet (n) pour ligne asymptotique. D'ailleurs les doublets D′ et D'_1 ont en commun $[mn_1]$ et $[nm_1]$; donc la caractéristique de D′ comprend deux génératrices confondues avec s.

3. Les deux donblets D et D_1 sont situés dans une même congruence linéaire spéciale qui a pour directrices infiniment voisines $[mn_1]$ et $[nm_1]$ (et non pas s et s_1). Il est facile de voir que trois doublets successifs sont situés dans un même complexe linéaire. Considérons en effet le complexe linéaire γ défini par les cinq droites $[mm_1]$, $[nn_1]$; $[m_1n_1]$, $[m_2n_2$, $[m_3n_3]$; ce complexe contient donc $[m_1m_2]$, $[m_2m_3]$, $[m_3m_4]$ et $[n_1n_2]$, $[n_2n_3]$, $[n_3n_4]$; par suite il contient les six faisceaux de D_1, D_2, D_3.

Puisque γ contient trois doublets D successifs, il sera osculateur à la famille de droites engendrée par D. Cette famille se décompose d'ailleurs en deux congruences (M) et (N) qui admettent pour courbes focales doubles (m) et (n).

Deux complexes γ infiniment voisins définis par D, D_1, D_2 et par D_1, D_2, D_3, ont en

[1] Paul Mentré, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 462.

commun deux doublets D_1, D_2. La caractéristique de γ est donc la congruence linéaire spéciale qui contient deux doublets successifs. Le complexe non spécial γ a donc, en général, un déplacement à un paramètre et sa congruence caractéristique est spéciale. On sait (¹) qu'un tel complexe linéaire enveloppe un complexe dont les quatre foyers inflexionnels (de M. Kœnigs) sont confondus. Je viens donc de trouver géométriquement le mode général de génération des complexes à foyer inflexionnel quadruple, que j'ai déjà obtenu (²) grâce au calcul extérieur de M. Cartan.

4. Associons à la famille des complexes γ, la famille des complexes linéaires γ' définis dans une Note antérieure (³). Le complexe mobile γ' dépendra en général d'un paramètre, et sa congruence caractéristique admettra pour directrices les tangentes $[mm_1]$ et $[nn_1]$ à (m) et (n); sa demi-quadrique sous-caractéristique sera dégénérée en D'. Donc γ' enveloppe un complexe à deux foyers inflexionnels doubles et reste osculateur à la famille de droites engendrée par D'. Cette famille se décompose d'ailleurs en deux congruences (M') et (N'); la première admet la courbe (m) et la développable dont l'arête de rebroussement est (n). Nous retrouvons donc l'un des résultats d'une Note antérieure (⁴).

5. Nous pouvons, en résumé, énoncer un théorème qui est une extension naturelle du théorème fondamental relatif au déplacement d'une quadrique non dégénérée :

THÉORÈME. — *Lorsqu'une demi-quadrique dégénérée en un doublet* D *de sommets m et n se déplace de manière que sa caractéristique contienne deux génératrices distinctes, ce doublet engendre en général deux congruences qui admettent une même famille à un paramètre de complexes linéaires osculateurs* γ, *lesquels enveloppent un complexe à foyer inflexionnel quadruple; les deux congruences ont pour courbes focales doubles* (m) *et* (n) *deux lignes asymptotiques de la surface réglée engendrée par l'arête* $[m\,n]$. *Le doublet complémentaire* D' *a une caractéristique qui contient deux génératrices confondues; ce doublet engendre en général deux congruences qui admettent une même famille à un paramètre de complexes linéaires osculateurs* γ' *dont l'enveloppe est un complexe à deux foyers inflexionnels doubles : les deux congruences admettent d'ailleurs pour nappes focales respectivement la courbe* (m) *et la surface des tangentes à* (n), *la courbe* (n) *et la surface des tangentes à* (n).

(¹) PAUL MENTRÉ, *Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 941.
(²) PAUL MENTRÉ, *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 290.
(³) PAUL MENTRÉ, *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 724.
(⁴) PAUL MENTRÉ, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1385.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations $s=f(x, y, z, p, q)$ intégrables par la méthode de Darboux.* Note de M. **Lainé**.

D'après les résultats que j'ai publiés dans une Note récente sur la recherche des équations

$$s=f(x, y, z, p, q) \tag{1}$$

qui sont de la première classe, la position du problème est la suivante. On connaît, à une transformation ponctuelle près :

1° Les équations (1), qui sont linéaires en p et q (équations de M. Gau);

2° Les équations (1), qui sont de genre 1 ou 2 pour chaque système de caractéristiques (équations de M. Goursat);

3° Les équations (1), qui sont de genre 1 ou 2 pour l'un des systèmes de caractéristiques, et de genre $n \geqq 3$ pour l'autre.

Il reste à former les équations qui sont de genre $n \geqq 3$ pour chaque système de caractéristiques [groupe (C) de ma précédente Note]. Je rappellerai d'abord un certain nombre de résultats essentiels dus à MM. Gau et Gosse.

Considérons une équation (1) qui soit de genre $n \geqq 3$ pour le système X. Posons, avec les notations usuelles,

$$E_x^k\lambda \equiv \frac{\partial\lambda}{\partial y} + q\frac{\partial\lambda}{\partial z} + f\frac{\partial\lambda}{\partial p_1} + \frac{df}{dx}\frac{\partial\lambda}{\partial p_2} + \ldots + \frac{d^{k-1}f}{dx_k^{-1}}\frac{\partial\lambda}{\partial p^k} + \lambda\frac{\partial f}{\partial p_1}.$$

M. Gau a montré que, si l'équation $E_x^k\lambda = 0$ n'a aucune solution non nulle pour $k \leqq 2$, la fonction f doit vérifier les conditions C [1]. Il existe évidemment deux conditions analogues pour le système Y (conditions C').

M. Gosse a ensuite établi que si l'équation $E_x^k\lambda = 0$ a une solution non nulle pour $k < 2$, la fonction f doit vérifier deux conditions, les conditions Γ (conditions Γ' pour le système Y).

Ces deux hypothèses n'épuisent pas l'ensemble des équations (1) intégrables par la méthode de Darboux. Par exemple, l'équation

$$s=\left\{2[(z+X)^2+p]+2(z+X)\sqrt{(z+X)^2+p}\right\}\left\{\frac{\sqrt{q}}{z-y}+\left[\frac{1}{z-y}-\frac{1}{\sqrt{(z+X)^2+p}}\right]q\right\},$$

que j'ai signalée dans ma dernière Note comme étant de la première classe,

---

(1) Voir pour la forme de ces conditions le fascicule XII du *Mémorial des Sciences mathématiques*, rédigé par M. R. Gosse.

ne satisfait ni aux conditions C′, ni aux conditions Γ′, ainsi que M. Gosse lui-même l'a fait observer [1]. Il faut donc encore examiner l'hypothèse où l'équation $E_x^k \lambda = 0$ a une solution non nulle pour $k = 2$: dans ce cas l'équation (1), supposée toujours de la première classe, admet une involution d'ordre 2. J'ai établi, pour les équations possédant cette propriété, des conditions nécessaires analogues à celles de MM. Gau et Gosse; la fonction f doit alors vérifier l'un ou l'autre des systèmes suivants :

$$(\mathrm{G})\quad\left\{\begin{aligned}&\frac{\partial\psi}{\partial y}+q\frac{\partial\psi}{\partial z}+f\frac{\partial\psi}{\partial p}-\psi\frac{\partial f}{\partial p}+\left(\frac{df}{dx}\right)=0,\\&\frac{\partial\alpha}{\partial y}+q\frac{\partial\alpha}{\partial z}+f\frac{\partial\alpha}{\partial p}+\alpha\frac{\partial f}{\partial p}+\frac{\partial^2 f}{\partial p^2}=0,\\&\frac{\partial\alpha_1}{\partial y}+q\frac{\partial\alpha_1}{\partial z}+f\frac{\partial\alpha_1}{\partial p}+X\frac{\partial f}{\partial p}+X_0\left(\frac{\partial f}{\partial z}+\frac{\partial f}{\partial p}\frac{\partial f}{\partial q}\right)=0.\qquad\left(X_0\neq 0\ \text{si}\ \frac{\partial^2 f}{\partial p^2}=0\right);\end{aligned}\right.$$

$$(\mathrm{H})\quad\left\{\begin{aligned}&\frac{\partial\psi}{\partial y}+q\frac{\partial\psi}{\partial z}+f\frac{\partial\psi}{\partial p}-\psi\frac{\partial f}{\partial p}+\left(\frac{df}{dx}\right)=0,\\&\frac{\partial\alpha}{\partial y}+q\frac{\partial\alpha}{\partial z}+f\frac{\partial\alpha}{\partial p}+X\frac{\partial f}{\partial p}+X_0\left(\frac{\partial f}{\partial z}+\frac{\partial f}{\partial p}\frac{\partial f}{\partial q}\right)=0\qquad\left(X_0\neq 0\ \text{si}\ \frac{\partial^2 f}{\partial p^2}\neq 0\right),\\&\frac{\partial\alpha_1}{\partial y}+q\frac{\partial\alpha_1}{\partial z}+f\frac{\partial\alpha_1}{\partial p}-\alpha_1\frac{\partial f}{\partial p}\\&\qquad+\psi\left[\psi\frac{\partial^2 f}{\partial p^2}-\frac{\partial f}{\partial z}-\frac{\partial f}{\partial p}\frac{\partial f}{\partial q}-2\left(\frac{d}{dx}\frac{\partial f}{\partial p}\right)\right]+\left[\frac{d}{dx}\left(\frac{df}{dx}\right)\right]=0.\end{aligned}\right.$$

Conditions analogues, G′ et H′, pour le système Y.

Suivant la méthode indiquée par M. Gosse, on voit qu'il y a lieu, si l'on se borne aux cas essentiellement distincts, de répartir les équations du groupe (C) en *dix* familles satisfaisant respectivement à l'un des systèmes suivants :

$$\Gamma-\Gamma',\quad \Gamma-G',\quad \Gamma-H',\quad \Gamma-C',\quad G-G',\quad G-H',\quad G-C',$$
$$H-H',\quad H-C',\quad C-C'.$$

M. Gosse a commencé l'étude des cas Γ′— Γ′, Γ — C′ et C — C′ : on peut mesurer, à la complexité des calculs auxquels il a été conduit, le degré de difficulté du problème.

Notons en terminant qu'il existe effectivement des équations appartenant au groupe C. J'ai en effet obtenu des équations de la forme

$$s = Apq + Bpq^{\frac{1}{2}} + Cp^{\frac{1}{2}}q + Dp^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}\qquad (ABCD\neq 0),$$

qui sont de genre 3 pour chaque système de caractéristiques.

(1) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1264.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le nombre des racines communes à plusieurs équations simultanées.* Note de M. S. **Serghiesco**.

Nous nous proposons d'indiquer dans cette Note un moyen nouveau pour représenter le nombre des racines communes d'un système d'équations contenues dans un domaine donné par des intégrales étendues à ce même domaine, en introduisant des expressions contenant des invariants différentiels des réseaux formés avec les premiers membres des équations données.

Considérons d'abord deux équations

$$f(x, y) = 0, \qquad \varphi(x, y) = 0. \tag{1}$$

En supposant que le déterminant fonctionnel D de f et φ ne soit pas nul pour les racines communes de ce système, envisageons l'intégrale curviligne

$$I' = \frac{1}{2\pi}\int_C \frac{A\,dB - B\,dA}{A^2 + B^2},$$

où

$$A \equiv f\frac{\partial\varphi}{\partial x} - \varphi\frac{\partial f}{\partial x},$$

$$B \equiv f\frac{\partial\varphi}{\partial y} - \varphi\frac{\partial f}{\partial y},$$

prise le long de la courbe fermée (C) dans le sens direct, A et B étant les invariants différentiels du faisceau $f + \lambda\varphi = 0$. Cette intégrale représente, comme on le sait, quand A et B ne se coupent pas en des points multiples, l'excès du nombre des racines du système $A = 0$, $B = 0$ contenues dans (C) pour lesquelles le déterminant fonctionnel δ de A et B a un signe sur le nombre des racines pour lesquelles ce même déterminant a un autre signe.

Décomposons l'ensemble des racines du système $A = 0$, $B = 0$ en deux groupes, suivant qu'elles n'annulent pas ou qu'elles annulent à la fois le déterminant D. Le premier groupe contient toutes les racines communes du système (1) et celles-là seulement; le deuxième groupe, c'est-à-dire celui formé des racines annulant à la fois $A = 0$, $B = 0$, $D = 0$, ne contient aucune racine du système (1). Or le déterminant δ se réduit pour les points racines du premier groupe, à D^2.

Notre intégrale I' représente par conséquent aussi bien la somme $(N + n)$

où N est le nombre exact des racines du système (1) et où n est l'excès du nombre des racines du système $A=0$, $B=0$, $D=0$ pour lesquelles δ a un signe sur le nombre des racines pour lesquelles δ a un autre signe; or nous avons trouvé ([1]) que le nombre n peut être donné par l'intégrale

$$I''=\frac{1}{4\pi}\lim_{\varepsilon=0}\int\int_{\mathfrak{A}}\left[\frac{\Delta+\varepsilon\delta}{[A^2+B^2+(D+\varepsilon)^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{\Delta-\varepsilon\delta}{[A^2+B^2+(D-\varepsilon)^2]^{\frac{3}{2}}}\right]dx\,dy,$$

ε étant une quantité positive, $\mathfrak{A}$ l'aire intérieure à (C) et

$$\Delta=\begin{vmatrix} A & \frac{\partial A}{\partial x} & \frac{\partial A}{\partial y} \\ B & \frac{\partial B}{\partial x} & \frac{\partial B}{\partial y} \\ D & \frac{\partial D}{\partial x} & \frac{\partial D}{\partial y} \end{vmatrix},$$

intégrale à laquelle on peut parvenir en partant du système $A=0$, $B=0$, $D+z=0$ et en suivant une méthode analogue à celle utilisée par M. E. Picard ([2]), passant ensuite à la limite pour $\varepsilon=0$.

La formule

$$I=I'-I''$$

donnera alors le nombre exact des racines communes du système (1) donné.

Le résultat précédent peut s'étendre au cas de n équations. Pour le cas de trois équations

$$(2)\qquad f(x,y,z)=0,\qquad \varphi(x,y,z)=0,\qquad \psi(x,y,z)=0,$$

on prendra, par exemple, comme I' l'intégrale de surface

$$I'=\frac{1}{4\pi}\int\int_S\frac{\sum\begin{vmatrix} X & \frac{\partial X}{\partial y} & \frac{\partial X}{\partial z} \\ Y & \frac{\partial Y}{\partial y} & \frac{\partial Y}{\partial z} \\ Z & \frac{\partial Z}{\partial y} & \frac{\partial Z}{\partial z} \end{vmatrix}dy\,dz}{(X^2+Y^2+Z^2)^{\frac{3}{2}}},$$

([1]) *Sur le nombre de racines communes à plusieurs équations simultanées* (*Journal de Mathématiques*, 4e série, 8, 1892, p. 5).

([2]) *Traité d'Analyse*, 1, 3e édition, p. 154.

où

$$X = A\frac{\partial A}{\partial x} + B\frac{\partial B}{\partial x} + C\frac{\partial C}{\partial x},$$
$$Y = A\frac{\partial A}{\partial y} + B\frac{\partial B}{\partial y} + C\frac{\partial C}{\partial y},$$
$$Z = A\frac{\partial A}{\partial z} + B\frac{\partial B}{\partial z} + C\frac{\partial C}{\partial z};$$

les A, B et C étant les invariants différentiels du réseau $f + \lambda\varphi + \mu\psi = 0$. Si les $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$ ne se coupent pas en des points multiples, on verra aussi que le déterminant fonctionnel de X, Y et Z se réduit à D^6 (D étant le déterminant fonctionnel de f, φ et ψ) et que les racines communes de $X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$, pour lesquelles D ne s'annule pas, sont les mêmes que celles du système (2).

Enfin I″ s'étend facilement au cas de n équations.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété de croissance des fonctions entières.* Note de M. **Henri Milloux**, présentée par M. Émile Borel.

1. On sait que les points où une fonction entière est très grande en module constituent des domaines d'un seul tenant s'étendant à l'infini. La proposition suivante fixe un minimum de l'extension angulaire de certains de ces domaines :

Soit $f(z)$ une fonction entière, supérieure en module à $e^{r^{\rho'}}$ en un point M *de module r. Les domaines des points où l'on a*

$$\log|f(z)| > |z|^{\rho'(1-\varepsilon)}$$

comprennent un domaine ouvert (Δ), *d'un seul tenant, contenant à son intérieur le point* M *et tel que les arguments extrêmes (déterminés par continuité) des points situés dans la couronne*

$$r_1 \leqq |z| \leqq r_2$$

diffèrent de plus de

$$\frac{\pi}{\rho'(1+\varepsilon')}.$$

Les conditions d'application sont les suivantes :

$$\varepsilon' \geqq 2\, r_1^{-\varepsilon\rho'},$$
$$V(r_1) \leqq \frac{1}{3} r^{\rho'},$$
$$V(r_2) \leqq \frac{\varepsilon'}{4} r_2^{\rho'\left(1+\frac{\varepsilon'}{2}\right)} r^{-\frac{1}{2}\rho'\frac{\varepsilon'}{2}};$$

$V(r)$ *désigne le maximum de* $\log|f(z)|$ *sur le cercle* $|z| = r$.

Le choix de ρ' dépend des propriétés de cette fonction $V(r)$, d'après la troisième condition précédente. Dans le cas d'une fonction entière d'ordre fini ρ, on pourra prendre en particulier

$$\varepsilon' = \sqrt{\varepsilon}, \qquad \rho' = \rho(1-\varepsilon);$$
$$r_1 = r^{1-4\varepsilon}, \qquad r_2 = r^{1+8\sqrt{\varepsilon}},$$

ε étant une fonction de r, fixée d'une manière convenable et tendant vers zéro avec $\frac{1}{r}$.

La proposition précédente, dont la démonstration s'inspire de celle du principe de Phragmén-Lindelöf, précise les propriétés de croissance d'une fonction entière d'ordre fini supérieur à $\frac{1}{2}$, que j'ai établies dans ma Thèse [1].

Elle est encore valable lorsque l'on remplace le mot « argument » par « argument curviligne », sous certaines conditions assez générales.

2. Dans le cas ou ρ' peut être choisi inférieur à $\frac{1}{2}$, les arguments extrêmes précisés plus haut diffèrent de plus de 2π. Si, en outre, la fonction entière est de genre zéro, l'alignement des zéros de cette fonction conduit à la démonstration d'un théorème de M. Wimann, non seulement dans le cas où l'ordre de la fonction entière est inférieur à $\frac{1}{2}$, mais encore *dans le cas d'une fonction entière d'ordre compris entre $\frac{1}{2}$ et 1, et satisfaisant à l'inégalité*

$$\underline{\lim}_{r=\infty} V(r) \leq r^{\frac{1}{2}-\varepsilon},$$

ce qui exclut, pour une telle fonction, la possibilité d'avoir une valeur asymptotique. Cette extension ne paraît pas avoir été déjà signalée.

3. J'ai montré, dans une Note récente [2], que si une fonction entière $\varphi(z)$ d'ordre ρ supérieur à 1 ne possède que deux demi-droites de Julia, $O\Delta_1$ et $O\Delta_2$, l'angle $\widehat{\Delta_1 O \Delta_2}$ a pour ouverture $\frac{\pi}{\rho}$, et la fonction $\varphi(z)$ est à croissance régulière. M. G. Valiron a continué l'étude de cette fonction en établissant l'inégalité

$$\log|\varphi(x)| > |z|^{\rho-\varepsilon}$$

---

(1) H. Milloux, *Le théorème de M. Picard* (*J. de Math.*, 9e série, 2, 1924, p. 345-401).

(2) H. Milloux, *Sur la théorie des fonctions entières d'ordre fini* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1436).

dans tout angle complètement intérieur à l'angle $\widehat{\Delta_1 O \Delta_2}$ [1]. M. G. Valiron s'appuie, dans sa démonstration, sur une propriété [2] qu'il a déduite du théorème de M. Wimann. On peut substituer, à cette propriété, la proposition énoncée au début de cette Note.

Il résulte du complément de M. G. Valiron que *les racines de toute équation* $\varphi(z) - a = 0$ $\Big($excepté, s'il y a lieu, certaines de ces racines, dont l'ordre d'infinitude ne dépasse pas $\frac{\rho}{2\rho - 1}\Big)$ *ont pour arguments limites ceux de* $O\Delta_1$ *et* $O\Delta_2$; quelle que soit la constante a, l'ordre d'infinitude de ces racines est égal à ρ pour chacune des deux demi-droites ; l'impossibilité d'une valeur exceptionnelle au sens de M. Borel, dans la direction de l'une des demi-droites, est due aux propriétés particulières des fonctions entières d'ordre fini dont les zéros ont un seul argument limite.

La théorie des cercles de remplissage permet de préciser la position des racines des équations $\varphi(z) - a = 0$, dont les arguments sont voisins de ceux de $O\Delta_1$ et $O\Delta_2$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la sommation absolue des séries de Dirichlet.* Note [3] de M. **Nikola Obrechkoff**, présentée par M. Émile Borel.

Soit donnée la série

$$(1) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} a_n.$$

M. Riesz [4] a créé une méthode de sommation qui généralise celle de

---

[1] G. Valiron, *Sur quelques propriétés des fonctions entières* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1439).

[2] Cette propriété est énoncée dans le seul cas des fonctions à croissance régulière. M. G. Valiron m'a fait remarquer qu'elle est susceptible d'un énoncé général, indépendant de la régularité de la croissance.

[3] Séance du 27 décembre 1927.

[4] M. Riesz, *Comptes rendus*, 148, 1909, p 1658; 149, 1909, p. 18 et 909. — G.-H. Hardy et M. Riesz, *The general theory of Dirichlet's series* (*Cambridge Tracts*, 18, 1915, p. 21-66). — Voir aussi les travaux : M. Fekete, *Mathematikai és Természettudományi Értesitö*, 32, 1914, p. 384-425, et E Kogbetliantz, *Bulletin des Sciences mathématiques*, 49, 1925, p. 234-256.

Cesàro, en remplaçant les moyennes arithmétiques par les moyennes typiques. Soient donnés les nombres

$$0 \leq \lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_n < \ldots, \qquad \lim \lambda_n = \infty,$$

la série (1) est sommable d'ordre $k > 0$, ou sommable (R, λ, k) si $\frac{A_k(\omega)}{\omega^k}$, où $A_k(\omega) = \sum_{\lambda_n < \omega} a_n(\omega - \lambda_n)^k$, tend vers une limite quand ω augmente indéfiniment. Dans cette Note, nous donnons une extension de la convergence absolue en introduisant la sommation absolue. Nous disons que la série (1) est absolument sommable d'ordre k, ou $|R, \lambda, k|$ sommable si l'intégrale $\int_A^\infty \left| \frac{d}{d\omega} \left[\frac{A_k(\omega)}{\omega^k} \right] \right| d\omega$ est convergente, où A est un nombre arbitraire positif.

Cette condition est équivalente à la condition de convergence de l'intégrale

$$\int_A^\infty \omega^{-1-k} |B_{k-1}(\omega)| \, d\omega \qquad \text{où} \qquad B_{k-1}(\omega) = \sum_{\lambda_n < \omega} a_n \lambda_n (\omega - \lambda_n)^{k-1}.$$

La notion de la sommabilité $|R, \lambda, k|$ nous permet de généraliser des résultats connus et d'obtenir des résultats nouveaux.

Une série sommable $|R, \lambda, k|$ est évidemment sommable (R, λ, k), mais le réciproque, que l'on voit par des exemples, n'est pas toujours vrai. Si la série est absolument convergente, elle est aussi sommable $|R, \lambda, k|$ pour chaque $k > 0$. On a plus généralement le théorème :

I. *Si la série* (1) *est sommable* $|R, \lambda, k|$, *elle est aussi sommable* $|R, \lambda, k'|$, $k' > k$.

Pour la simplification de la démonstration, nous supposons $\lambda_1 > 0$, ce qui ne diminue pas la généralité. $B_{k-1}(\omega)$ étant la somme de Riesz, d'ordre $k - 1$, pour la série $\Sigma a_n \lambda_n$, on a

$$B_{k'-1}(\omega) = M \int_A^\omega B_{k-1}(u)(\omega - u)^{d-1} \, du, \qquad M = \frac{\Gamma(k')}{\Gamma(k)\Gamma(d)}$$
$$(k' = k + d, \ A \leq \lambda_1).$$

Donc, si $X > A$,

$$\int_A^X |B_{k'-1}(\omega)| \omega^{-1-k'} \, d\omega \leq M \int_A^X \omega^{-1-k'} \, d\omega \int_A^\omega |B_{k-1}(u)| (\omega - u)^{d-1} \, du.$$

En changeant l'ordre d'intégration de la deuxième partie, on obtient

$$\int_{A}^{X} \omega^{-1-k'} | B_{k'-1}(\omega) | d\omega < M \int_{A}^{X} | B_{k-1}(u) | du \int_{u}^{\infty} \omega^{-1-k'} (\omega - u)^{k'-1} du$$
$$= \frac{k}{k'} \int_{A}^{X} u^{-1-k} | B_{k-1}(u) | du,$$

ce qui nous montre que $\int_{A}^{\infty} \omega^{-1-k'} | B_{k'-1}(\omega) | d\omega$ est convergente. Ainsi le théorème est démontré.

Soient données les séries Σa_n, Σb_n et la série Σc_n, qui est leur produit de Dirichlet, c'est-à-dire $c_n = \sum_{\lambda_m + \mu_s = \nu_n} a_m b_s$, ν_n étant les nombres $\lambda_m + \mu_s$ ordonnés par des grandeurs croissantes.

II. *Si la série* Σa_n *est sommable* $|R, \lambda, \alpha|$ *avec la somme* A, *et la série* Σb_n *est sommable* (R, μ, β) *avec la somme* B, *la série* Σc_n *est sommable* $(R, \nu, \alpha + \beta)$ *et sa somme est égale à* AB.

Si $\alpha = 0$, on obtient un théorème de M. Hardy (¹), qui est une généralisation d'un théorème classique de Mertens.

Soit

$$(2) \qquad f(s) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n s} \qquad (s = b + it)$$

une série de Dirichlet. On a les théorèmes suivants :

III. *Si la série* (2) *est sommable* $|R, \lambda, K|$ *pour* $s_0 = b_0 + it_0$, *elle est aussi sommable* $|R, \lambda, K|$ *pour* $R(s) = b > b_0$.

Il s'ensuit qu'il y a une abscisse l_K de la sommabilité absolue d'ordre K, telle que

$$l_K \geqq l_{K'} \quad \text{si} \quad K' > K,$$

et que si α_K est l'abscisse de la sommabilité (R, λ, K) on aura $\alpha_K \leqq l_K$.

IV. *Si la série* (2) *est sommable* $|R, \lambda, K|$ *pour* $s_0 = b_0 + it_0$, *on aura pour* $b > b_0 + \varepsilon > b_0$, $f(s) = O(|t|^K)$.

Pour la sommabilité (R, λ, K) on a, comme il est connu, $f(s) = o(|t|^{K+1})$.

En appliquant un théorème de M. Lindelöf on obtient immédiatement : si la série (2) est (R, λ, K) sommable pour $s = \alpha$, et sommable $|R, \lambda, K'|$ pour $s = \beta$, alors on aura $f(s) = O(|t|^{K(b)})$, si $\beta + \varepsilon \geqq R(s) \geqq \alpha + \varepsilon > \alpha$, où $K(b)$ est une fonction linéaire qui prend les valeurs $K + 1$ et K' pour

$$b = \alpha + \varepsilon \quad \text{et} \quad b = \beta + \varepsilon.$$

(¹) Voir le livre cité de M. Hardy et Riesz, p. 65.

MÉCANIQUE. — *Sur la position de la ligne neutre dans la courroie.* Note de **M. Swyngedauw**, présentée par M. G. Kœnigs.

On admet habituellement que la lamelle neutre, dont les Notes précédentes (¹) ont montré le rôle important, se trouve au milieu de l'épaisseur de la courroie. Il n'en est pas ainsi en général. L'expérience stroboscopique montre que, pour le cuir, elle est au tiers environ de l'épaisseur du côté de la face chair; pour le caoutchouc vulcanisé, contre la poulie. *Les considérations suivantes montrent que la lamelle neutre d'une courroie donnée n'a de position précise que pour un azimut donné et qu'elle dépend de la charge du rayon et de la fonction de la poulie, de l'épaisseur de la courroie, du coefficient de frottement.*

Considérons un élément de courroie d'épaisseur e, de largeur l et de longueur infiniment petite Lo, *un peu avant son passage sur la poulie et un peu après*, lorsqu'il se trouve dans l'azimut critique où il adhère parfaitement à la poulie. Dans la première position, chacune des lamelles élémentaires qui le composent est plane et a la même longueur Lo; dans la seconde, ces lamelles sont devenues cylindriques : les plus éloignées de l'axe se sont allongées; les plus rapprochées se sont raccourcies. Une seule a conservé sa longueur Lo et par suite sa vitesse : c'est la lamelle neutre; soit y_0 sa distance à la poulie. Une autre lamelle, située à la distance y, en passant par le même azimut, a une longueur telle que $\frac{L}{Lo} = \frac{R+y}{R+y_0}$ et sa longueur a subi de ce fait une variation relative $\frac{L-Lo}{Lo} = \frac{y-y_0}{R+y_0}$ à laquelle correspond une variation de tension proportionnelle $dt = \mathrm{IE}\frac{(y-y_0)}{R+y_0}dy$; E étant le module d'élasticité de cette lamelle, R le rayon de la poulie.

Si l'on désigne par T_e la tension totale de l'élément avant son passage sur la poulie, par T_c cette tension sur l'azimut critique, $T_c - T_e$ est la somme des accroissements élémentaires de tension de chacune des lamelles composantes; par suite

$$T_c - T_e = \int_0^e \mathrm{IE}\frac{(y-y_0)}{R+y_0}\,dy. \tag{1}$$

Lorsque la poulie tourne en sens inverse du précédent, la courroie se déroule dans la région où elle s'enroulait, et inversement.

Les lamelles élémentaires cylindriques sur la poulie se redressent en la

(¹) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1316, et **185**, 1927, p. 252.

quittant, soient T'_d la tension totale du brin qui a quitté la poulie et T'_e la tension sur le même azimut critique qu'à l'enroulement. $T'_e - T'_d$ est donné par une expression analogue à (1). On a vu d'autre part, dans des Notes antérieures ([1]), que $T_e - T_e$ est toujours positif, tandis que $T'_e - T'_d$ est positif si la poulie est motrice, négatif si elle est menée, et que les valeurs absolues de ces deux expressions sont représentées par $fT\alpha$; f étant le coefficient moyen de frottement dans l'angle critique α déterminé par l'azimut critique et le rayon de premier contact dans l'enroulement ou celui de dernier contact dans le déroulement. Par suite, dans le cas le plus général des courroies dont le coefficient d'élasticité n'est pas le même pour les diverses lamelles composantes, la ligne neutre est déterminée par l'équation

$$\text{(2)} \qquad I\int_0^e E(y-y_0)\,dy = \pm(R+y_0)fT\alpha.$$

Or, l'intégrale

$$\text{(3)} \qquad I\int_0^e E y_0\,dy = E_m s y_0,$$

s étant la section de la courroie d'épaisseur e, E_m étant le module d'élasticité moyen défini par la relation $\int_0^e E\,dy = E_m e$.

D'autre part, $I\int_0^e Ey\,dy$ pour une courroie posée sur la poulie sur une face déterminée a une signification précise; en effet, la tension d'une lamelle d'épaisseur dy varie de $dt = \frac{E\,dL}{L}\,I\,dy$ quand un segment rectiligne de longueur L s'allonge de dL; on peut écrire

$$\int_0^e I\,Ey\,dy = \frac{L}{dL}\int_0^e y\,dt = \delta.\Delta T,$$

δ étant la distance à la face de la courroie se posant sur la poulie, du point d'application de la résultante ΔT des forces parallèles dt appliquées aux diverses lamelles qui composent la courroie. D'autre part, une traction ΔT exercée sur un segment rectiligne de longueur L de section s allonge l'unité de longueur de $\frac{dL}{L}$ telle que $\frac{\Delta T}{s} = \frac{dL}{L}\cdot E_m$. On peut donc écrire finalement

$$\int_0^e I\,Ey\,dy = E_m s.\delta.$$

([1]) *Loc. cit.*

Par suite, la position de la ligne neutre au déroulement comme à l'enroulement est déterminée par l'équation générale suivante :

$$(4)\qquad y_0 = \delta \pm \mathrm{R}f\frac{\alpha \mathrm{T}}{\mathrm{E}s}.$$

$\delta = \frac{e}{2}$ pour les courroies homogènes tissées; le signe + convient à la poulie menée au roulement; le signe — aux autres cas. Cette formule justifie la proposition énoncée au début de cette Note et rend compte de bien des particularités que je n'avais pu expliquer jusqu'ici et notamment des suivantes :

Dans l'enroulement, la lamelle neutre d'une courroie homogène est située à une distance de la poulie toujours inférieure à la demi-épaisseur et d'autant plus petite que le coefficient de frottement est plus élevé et le coefficient d'élasticité plus faible. Pour la courroie très élastique en caoutchouc vulcanisé, la ligne neutre se trouve presque collée sur la poulie, tandis que pour la courroie coton caoutchouté, dont le module est considérablement plus élevé, à peu près à la demi-épaisseur.

Pour toutes les courroies, dans le déroulement, la ligne neutre est plus éloignée de la poulie menée que de la poulie menante, et pour les courroies homogènes, sur poulie menée, plus près de la face externe que de la face interne en contact avec la poulie.

MOTEURS A EXPLOSION. — *Sur la propagation de la combustion dans les mélanges carburés.* Note [1] de M. R. **Duchêne**, présentée par M. Cotton.

Les études signalées ici — qui font partie d'un ensemble de recherches relatives au fonctionnement des moteurs d'aviation — visent la propagation de la combustion dans un mélange carburé, à partir d'une étincelle électrique qui l'allume à la fin d'une compression adiabatique. Nous avons étudié spécialement le début de la propagation, à l'inverse des expérimentateurs antérieurs, qui semblent avoir, en général, volontairement négligé cette phase initiale perturbée pour fixer leur attention sur le régime sensiblement stabilisé qui s'établit à nne certaine distance de l'étincelle.

La méthode appliquée est l'enregistrement photographique tel qu'il a été utilisé pour la première fois par Mallard et Le Chatelier. Le tube de verre

(1) Séance du 16 janvier 1928.

clos, dans lequel se fait la combustion a 23mm,5 de diamètre et sa longueur est de 87mm environ; l'étincelle d'allumage éclate à une de ses extrémités.

Les mesures ont porté jusqu'ici sur les carbures en C^6 (benzène, cyclohexane, cyclohexène et hexane normal) mélangés à l'air en proportions variées, et allumés à la fin d'une compression adiabatique de coefficient volumétrique 4,2.

Elles ont fourni divers résultats qui méritent d'être pris en considération dans les discussions relatives à la nature de la combustion et aux théories qui admettent l'intervention d'une série de réactions chimiques successives, dont la formule brute ne donnerait que le point de départ et le résultat final.

1. La vitesse de propagation du front d'inflammation (quelques mètres à la seconde) présente toujours les particularités visibles sur les deux figures : Elle va d'abord en croissant, passe par un maximum (caractérisé par un point d'inflexion de la courbe enregistrée) et décroît jusqu'à une certaine valeur qui reste à peu près constante dans la dernière partie du parcours. Il paraît jusqu'ici difficile d'apprécier dans quelle mesure ces variations peuvent être liées à des modifications dans la nature de la réaction, ou simplement aux modifications de pression que provoque, dans le tube fermé, le début même de la combustion.

2. La vitesse initiale et la vitesse maxima présentent, en fonction de la concentration du mélange, des variations régulières analogues à celles que M. Le Chatelier a déjà signalées pour la vitesse finale dans un long tube (à la pression atmosphérique). A titre d'exemple, le tableau ci-dessous donne des résultats relatifs au benzène, la température initiale (avant compression) étant de 80° C. et le coefficient volumétrique de la compression adiabatique étant 4,2 :

$C = \frac{\text{air}}{\text{carbure}}$ (en masse)....	4,7.	5.	5,8.	6,4.	7,7.	8,6	11,2.
Vitesse initiale.....	2m,40	3m,70	5m,50	3m,60	3m,30	3m	1m,2
Vitesse maxima.....	7m,10	7m,45	8m,45	11m,05	8m,55	6m,50	6m,5

On y observe que le maximum de vitesse correspond à un mélange beaucoup plus riche que celui défini par la formule brute de combustion totale (laquelle comporte un rapport C voisin de 15). Ce résultat est à rapprocher de celui qu'a signalé M. Pignot (*Comptes rendus*, 182, 1926, p. 376, et *Bulletin technique de l'Aéronautique*, n° 34) : L'inflammabilité adiabatique du benzène passe, elle aussi, par un maximum très marqué pour une valeur de C un peu supérieure à 6.

3. Les variations de l'intensité lumineuse, évaluées par le noircissement photographique, sont particulièrement intéressantes. D'abord faible au début, l'intensité augmente beaucoup au cours de la propagation; mais cette augmentation est tantôt progressive comme sur la figure 1 et tantôt brusque

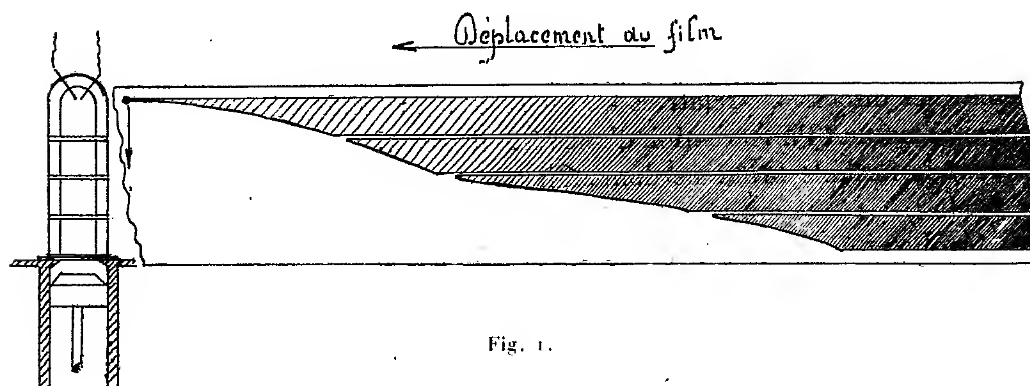


Fig. 1.

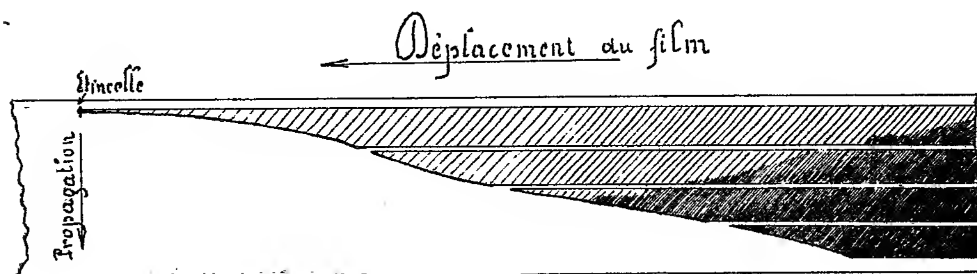


Fig. 2.

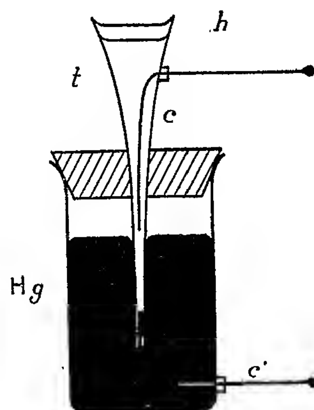
comme sur la figure 2. Pour le benzène, c'est le premier mode que nous avons généralement observé (3 exceptions sur 30 films); pour le cyclohexane c'est au contraire le second qui s'est montré le plus fréquent. Le point le plus remarquable, c'est que, dans le second mode, la propagation à forte luminosité se fait, à partir du point où elle prend naissance, non seulement en prolongement de la première phase vers la partie du mélange non encore atteinte, *mais aussi en remontant dans le mélange déjà modifié par le premier passage de la combustion*. La première phase comporte donc une combustion incomplète, et la discussion visée plus haut revient à déterminer si elle est incomplète qualitativement (réaction partielle faisant partie d'une série) ou quantitativement (réalisation partielle d'une réaction unique) : peut-être sera-t-il possible d'obtenir, par l'étude spectroscopique de la lumière, des indications utiles à ce sujet. La combustion partielle

complémentaire est plus lumineuse que la combustion partielle de la première phase.

4. Enfin nous avons observé que des additions de plomb tétréthyle (1 à 2 pour 100) gênent l'apparition *discontinue* de la seconde phase de propagation, caractérisée par des photographies du type (2). Ce résultat paraît confirmer l'opinion récemment émise par MM. Aubert, Pignot et Villey ([1]) suivant lequel, en milieu gazeux homogène, ce corps agirait sur une phase de la combustion postérieure à l'inflammation ; cette phase est d'ailleurs, dans nos expériences, bien antérieure à l'apparition du régime détonant (dont les vitesses de propagation sont beaucoup plus élevées que celles que nous observons).

ÉLECTRICITÉ. — *Microphone électrocapillaire.*
Note ([2]) de M. **M. Latour**, présentée par M. G. Ferrié.

L'étude des phénomènes électrocapillaires à des fréquences musicales nous a conduit à réaliser un microphone particulièrement simple et immédiat dont le principe est représenté par la figure ci-dessous.



Un tube capillaire *t*, dont la section va croissant vers l'ouverture supérieure, est plongé dans le mercure Hg, tandis qu'il est rempli d'un électro-

([1]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1111.
([2]) Séance du 16 janvier 1928.

lyte (simple eau salée ou acidulée) lui-même recouvert d'huile h pour éviter l'évaporation.

Le contact avec l'électrolyte est assuré par un conducteur c. En parlant à quelque distance de l'appareil, la parole est électriquement reproduite dans un récepteur branché entre les conducteurs c et c'.

Il est à remarquer que le fonctionnement subsiste si l'on ouvre le circuit en intercalant une capacité, c'est-à-dire qu'il s'agit bien d'une force électromotrice alternative d'origine capillaire et non de la variation d'un courant continu provoquée par la variation d'une résistance quelconque.

D'ailleurs, réciproquement, si l'on applique une tension alternative de fréquence musicale entre les conducteurs c et c', l'appareil fonctionne en écouteur téléphonique.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur quelques propriétés du démultiplicateur de fréquence.* Note de M. **Edmond Rouelle**, présentée par M. Paul Janet.

J'ai exposé dans une précédente Note [1] les premiers résultats d'une étude relative aux conditions d'amorçage et de désamorçage du démultiplicateur de fréquence ferromagnétique. J'y ai indiqué en particulier comment on peut, pour un appareil donné, délimiter la zone d'existence d'un sous-harmonique d'ordre n (de parité quelconque) par deux courbes (U') et (U'') représentant, en fonction de la fréquence de la source, les variations des deux tensions critiques U' et U'' *à l'extérieur* desquelles l'amorçage ne peut plus subsister. J'ai annoncé que ces courbes étaient concourantes vers les basses fréquences en un point d'abscisse f_0 telle que se trouve sensiblement réalisée la résonance à la pulsation $\frac{\omega_0}{n}$ entre la capacité et la self-induction L_0 de la bobine définie dans la partie non saturée de sa caractéristique.

1° J'ai pu constater depuis *qu'il existe un second point de concours d'abscisse f_1 limitant vers les hautes fréquences la zone considérée.* Si la résistance est négligeable, L_1 étant la limite vers laquelle tend la self-induction aux fortes saturations et N l'impédance apparente de la source, on a sensiblement :

$$(L_1 + N)C\left(\frac{\omega_1}{n}\right)^2 = 1 \quad [2].$$

---

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1450.

(2) Jusqu'à ce jour la vérification n'a été faite que pour $n = 3$.

2° On peut, en outre, si l'appareil fonctionne à vide (sans récepteur shuntant le condensateur) ou à faible charge, tracer dans le même système de coordonnées *deux nouvelles courbes* (U'_1) *et* (U''_1) *intérieures aux précédentes*, concourantes en deux autres points d'abscisse f'_0 et f'_1 et *à l'intérieur desquelles l'amorçage ne peut subsister.*

La zone d'existence du sous-harmonique est donc comprise pour la marche à vide entre les deux paires de courbes précédemment définies et affecte la forme d'une surface annulaire allongée limitée par deux fuseaux.

3° Les courbes critiques correspondant à des charges progressivement croissantes se resserrent graduellement jusqu'à se résorber en un point central où se trouve réalisé le plus grand débit dont est susceptible l'appareil. M. Fallou avait pu faire débiter *une puissance* 15 *watts* à la fréquence $\frac{50}{3}$; en cherchant à me rapprocher des conditions les plus favorables, j'ai obtenu à la même fréquence, avec un des appareils essayés, *un débit supérieur à* 300 *watts* et qui pourrait être encore dépassé.

Une augmentation de la résistance en série produit le même effet de résorption: elle peut stabiliser le fonctionnement du démultiplicateur entre les tensions U'_1 et U''_1 et permet de passer de l'une à l'autre sans désamorçage. J'ai signalé dans ma Note précédente qu'il n'y a pas en général de résistance critique inférieure R′ en dessous de laquelle l'amorçage ne peut subsister; cette résistance n'existe que si la tension de la source est comprise entre les limites U'_1 et U''_1 correspondant à la fréquence utilisée.

4° L'étude des variations de l'intensité et des tensions dans le démultiplicateur, en fonction de la tension d'alimentation, conduit encore à de curieuses constatations; l'aspect du phénomène dépend de la fréquence de la source.

Pour une fréquence assez voisine de l'une des limites f_0 ou f_1, lorsque la tension d'alimentation croît de U'' à U', *l'intensité efficace* I *et la tension efficace* U_c *aux bornes du condensateur passent par un maximum* tandis que U_s aux bornes de la bobine est une fonction constamment croissante de U. L'étude oscillographique montre d'ailleurs que chacune de ces grandeurs se compose d'une onde de fréquence f égale à celle de la source, superposée au sous-harmonique de fréquence $\frac{f}{n}$ et *l'amplitude de la première croît avec la tension d'alimentation tandis que celle du second subit des variations inverses* [1].

[1] La diversité du retentissement sur les valeurs efficaces s'explique par les proportions différentes de chacun des harmoniques composant les grandeurs étudiées;

Pour des fréquences plus voisines des limites f'_0 et f'_1 à l'extérieur de l'intervalle $f'_0 - f'_1$ les valeurs efficaces varient comme précédemment; toutefois au voisinage du maximum de l'intensité, *les oscillogrammes présentent une dissymétrie manifestant l'apparition d'harmoniques pairs de fréquence* $\frac{2kf}{n}$. C'est précisément le cas pour deux des courbes dont M. Fallou a publié la photographie ([1]) elles comportent des harmoniques de fréquence $2f$ et $\frac{2f}{3}$.

Enfin, si la fréquence est comprise dans l'intervalle $f'_0 - f'_1$ lorsque la tension s'approche d'une des valeurs critiques U'_1 ou U''_1 la dissymétrie déjà signalée apparaît, *puis la courbe subit des ondulations manifestant la présence d'harmoniques inférieurs de fréquence* $\frac{kn}{f}$. Les oscillogrammes publiés par M. Mauduit donnent un exemple du fonctionnement en démultiplicateur d'ordre 3 troublé par une oscillation de fréquence $\frac{50}{9}$ ([2]). Ces sous-multiples du sous-harmonique principal sont très peu stables *et le désamorçage qui suit d'assez près leur apparition est précédé d'un régime troublé* au cours duquel ils se succèdent sans ordre fini ou subissent brusquement des changements de phase, de telle sorte que les *courbes résultantes ne présentent plus aucune périodicité*. Il en résulte des oscillations telles qu'une diminution de la tension de U' à U'_1 provoque dans certains cas le passage du sous-harmonique d'ordre 3 au régime à fort courant de fréquence fondamentale.

PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Examen à la lumière de Wood de quelques variétés d'huiles de foie de morue.* Note de M. **Henri Marcelet**, présentée par M. C. Matignon.

Les huiles ont été examinées à la lumière émise par une lampe aux vapeurs de mercure Gallois, H. George et filtrée à travers un écran au nickel ne laissant passer que les rayons compris entre 3340 et 3906 U. A.

Ces huiles ont fourni des fluorescences superbes variant suivant le récipient ou le support qui ont servi à effectuer les examens.

---

quant à la cause même du phénomène, on peut la chercher dans la nécessité d'une adaptation des ampères-tours résultant en vue du maintien de la constance de la self-induction propre à assurer la résonance à la fréquence du sous-harmonique.

([1]) *R. G. E.*, 19, xxv, 1926, p. 989, fig. 3 et 5.

([2]) *R. G. E.*, 19, xxiv, 1926, p. 941, fig. 4.

Des essais ont d'abord été faits dans des creusets en quartz hyalin, c'est évidemment le récipient de choix, bien que j'ai observé que certains quartz donnent parfois une très légère fluorescence jaune, mais le prix élevé de ces récipients et la difficulté de s'en procurer limite le nombre des comparaisons que l'on peut faire dans les laboratoirés privés.

Aussi voulant comparer en même temps un grand nombre d'échantillons pour en mieux saisir les différences, j'ai employé les techniques suivantes, elles ne sont certainement pas parfaites, mais elles ont l'avantage de permettre de comparer les échantillons en se plaçant exactement dans les mêmes conditions d'observation. On a préalablement choisi dans un lot de papiers blancs une feuille présentant le minimum de fluorescence, puis l'ayant fixée avec des punaises sur un carton rigide on a déposé, sur une même ligne, une goutte de chacune des variétés d'huile à examiner. Le carton a été placé verticalement dans le faisceau de rayons ultraviolets : les gouttes en coulant sur le papier ont permis d'effectuer à loisir l'observation des fluorescences et leur comparaison.

Un autre essai a été effectué en plaçant comme précédemment les gouttes sur une plaque de verre mince donnant une fluorescence à peu près nulle. Afin de faciliter les observations, rendues difficiles par suite de la transparence du support, un fond non fluorescent a été recherché et, après maints essais, je me suis arrêté au charbon animal servant à décolorer les vins : un carton épais a été enduit de colle et avant qu'elle ne soit sèche on a abondamment saupoudré sa surface de charbon. Des essais comparatifs m'avaient fait choisir la qualité de charbon paraissant à la lumière de Wood la plus obscure possible et sans fluorescence violette. Enfin j'ai constaté dans ces conditions que si la tranche de la feuille de verre n'était pas visible, l'œil n'était pas sensiblement influencé par la minime fluorescence émise par le verre.

La plaque supportant les gouttes est placée verticalement dans les rayons ultraviolets et le fond de charbon est mis derrière à 10^{cm} environ. On voit les gouttes descendre en laissant une traînée fluorescente qu'il est facile d'examiner à loisir.

J'ai examiné 24 échantillons différents d'huiles de foie de morue d'origines absolument connues représentant les variétés les plus couramment utilisées par la pharmacie et l'industrie.

Les fluorescences observées ont varié, suivant la qualité des huiles, du jaune très pâle au jaune d'or brun. Certains échantillons industriels posés sur le papier ont d'abord montré sous les rayons ultraviolets une teinte

marron, mais il a suffi de faire couler la goutte pour la voir immédiatement se nimber d'or magnifique.

La fluorescence de l'huile de foie de morue paraît donc être jaune plus ou moins atténuée par les purifications et les décolorations subies par l'huile.

J'ai ensuite recherché si le chauffage à 150 et 200° modifiait la fluorescence; j'ai choisi pour cela deux huiles donnant, sur le papier, l'une une belle fluorescence jaune d'or, l'autre la couleur marron frangée d'or. Le chauffage n'a en rien modifié la fluorescence.

Enfin un échantillon d'huile de foie de morue hydrogénée au laboratoire ([1]) a été examiné dans les mêmes conditions que les huiles ordinaires. La fluorescence jaune a disparu et la graisse est d'un blanc mat.

De ces essais il résulte que la fluorescence de l'huile de foie de morue est le jaune plus ou moins masqué par du marron dans les qualités industrielles très foncées, il suffit de faire couler une goutte d'huile sur du papier pour voir les bords de la goutte marron se franger d'or.

RADIOACTIVITÉ. — *A propos de l'évolution des éléments.* Note ([2]) de M. **B. Cabrera**, transmise par M. Pierre Weiss.

La formation des atomes moyennant l'association des protons et des électrons est un problème qui commence à pouvoir être attaqué aujourd'hui scientifiquement.

L'amélioration apportée tout récemment par Aston (*Proc. R. Soc.*, 115, p. 487) à son spectroscope de masse, lui a permis de découvrir les excédents de masse qui présentent par rapport à la loi des nombres entiers toute une série d'éléments dont la masse atomique m est comprise entre 0 et 200. Aston mesure ces excédents moyennant ce qu'il appelle la « packing fraction » (*indice de liaison*), a, et il trouve une loi concernant la variation de cette grandeur a avec m. Cette loi peut être aussi exprimée de la façon suivante : la formation des différents atomes, à partir du proton et de l'électron, se fait avec émission d'énergie, énergie dont la quantité croît jusqu'aux éléments chimiques de nombre atomique voisin de 30. En ce qui concerne les atomes plus lourds, la perte d'énergie qui accompagne leur formation diminue, mais cette diminution est plus faible que l'augmentation qui cor-

([1]) *Comptes rendus*, 173, 1921, p. 104.
([2]) Séance du 16 janvier 1928.

respond aux premiers éléments. Il faut encore distinguer, parmi ces derniers, ceux qui ont un nombre atomique impair et pour lesquels la loi d'augmentation de la perte d'énergie est très rapide, de ceux dont le nombre atomique est pair, et pour lesquels la perte croît plus lentement à partir de l'hélium.

L'allure de cette partie de la courbe montre que, dans les conditions du laboratoire, les noyaux des éléments légers ont une tendance à produire des atomes de masse croissante, tandis que les éléments lourds doivent se transformer spontanément en sens contraire. Ceci paraît être en bon accord avec l'existence de la radioactivité, et suggère la possibilité de déterminer l'allure de la courbe en question, au moyen de l'énergie émise pendant la transformation des atomes radioactifs. Ainsi par exemple, d'après L. Meitner, on peut évaluer la chaleur dégagée dans les transformations du Ra en $RaC + C'$, à 139 calories-gramme par heure et par gramme de radium; à partir de cette donnée nous pouvons déduire par un calcul simple le rapport $\frac{\Delta a}{\Delta m} = 0,086$ très voisin de $\frac{\Delta a}{\Delta m} = 0,09$ que l'on déduit des résultats d'Aston entre le Xe et le Hg.

Évidemment, il doit y avoir des circonstances qui font changer la probabilité de la transformation de chaque atome, circonstances dont nous ne pouvons pas prévoir la nature, parce que nous ignorons encore la dynamique du noyau. Par conséquent, il n'y a rien d'extraordinaire à ce que tous les atomes de nombre atomique supérieur à 30 ne soient plus radioactifs. Leur vraie nature peut être exprimée en les considérant comme des éléments radioactifs dont la vie moyenne est excessivement longue.

Il faut noter aussi que les conditions ambiantes où se trouvent les atomes doivent avoir une influence sur leurs transformations spontanées, bien que l'expérience ait été, jusqu'à présent, incapable de découvrir ladite influence. Encore faut-il ne pas oublier que les possibilités techniques d'un laboratoire sont très éloignées des conditions qui règnent à l'intérieur des étoiles. Ainsi, par exemple, nous considérons comme extrêmement probable que dans les conditions de ces dernières les noyaux des éléments radioactifs sont tout à fait stables, et même que ce soit là qu'ils prennent naissance.

De l'autre côté de la série des éléments, nous avons des noyaux qui peuvent réactionner, pour ainsi dire, en donnant naissance à d'autres noyaux plus lourds. Mais cela ne peut se produire que s'ils arrivent à se mettre en contact, circonstance pour laquelle il faut que les atomes soient

libérés des électrons corticaux et qu'ils aient des vitesses suffisantes pour vaincre la répulsion électrostatique provenant de leurs charges positives. Ce sont des conditions qui ne se trouvent normalement réalisées qu'à l'intérieur des étoiles.

Cependant, la méthode du bombardement de Rutherford se rapproche de ces conditions dans certains cas isolés dans lesquels il semble que la rencontre intime de deux noyaux produise un troisième noyau plus lourd. C'est le cas, du moins, qui se présente dans la collision de la particule α avec l'atome d'azote, avec formation d'un atome de masse 17, isotope de l'oxygène.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les piles à électrodes inaltérables et le principe de Carnot.* Note de M. **Vasilesco Karpen**, présentée par M. Paul Janet.

Dans deux Notes précédentes ([1]) j'ai décrit plusieurs sortes de piles électriques (que j'appellerai pour abréger, piles K) et les expériences faites pour prouver que les éléments — électrodes et électrolytes — formant ces piles ne donnent lieu, pendant leur fonctionnement, à aucune réaction chimique, ces éléments restant inaltérés et que, par conséquent, ces piles empruntent indéfiniment toute l'énergie qu'elles développent à la chaleur du milieu ambiant, contrairement au principe de Carnot.

La preuve certaine d'une contradiction au principe de Carnot aurait été de montrer directement que le poids de l'électrode négative ne diminue pas lorsque la pile débite; il aurait même suffi de montrer que ce poids ne diminue pas en proportion de la quantité d'électricité débitée et de l'équivalent électrochimique du métal de l'électrode, comme c'est le cas pour les piles chimiques actuellement connues. Mais le débit des piles K, à la température du laboratoire, était trop petit pour que l'éventuelle diminution de poids de l'électrode puisse être vérifiée d'une façon certaine. J'ai dit que cette difficulté avait été tournée en ajoutant à la f. é. m. de la pile, une f. é. m. extérieure, de façon à augmenter à volonté le courant traversant la pile. Dans ces conditions, aucune variation du poids de l'électrode ne fut observée. Cette preuve de l'absence de réaction me semblait suffisante; mais il était naturel qu'une preuve, tendant à contredire un principe universellement reconnu exact, ne fût acceptée qu'avec une extrême réserve et l'on

([1]) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 766 et 942.

pouvait objecter qu'une réaction correspond seulement au courant produit par les propres moyens de la pile.

J'ai remarqué depuis que l'élévation de la température des piles K augmentait dans de très fortes proportions la quantité d'électricité débitée, pendant un temps et pour une polarisation donnés et qu'il devenait aisé de constater l'éventuelle diminution de poids de l'électrode, correspondant à cette quantité. Sans doute, l'agitation moléculaire croissant avec la température favorise la diffusion et par conséquent la dépolarisation spontanée des électrodes.

Voici l'expérience simple et facilement vérifiable, faite avec la pile décrite à la fin de la Note du 31 octobre. Cette pile formée d'une électrode négative en platine platiné noir (feuille de 25×35^{mm} pesant $0^{g},8658$ suspendue à une tige en platine) et d'une électrode positive en graphite Acheson (2 lames de $160 \times 60 \times 8^{mm}$ entourant la feuille de platine). Les deux électrodes plongent dans une solution saturée de soude, contenue dans un vase en porcelaine de 15^{cm} de hauteur et de 8^{cm} de diamètre. L'électrode en graphite émergeait de quelques centimètres de façon à pouvoir lui adapter une borne en nickel.

La pile fut maintenue à une température comprise entre 95° et 100° pendant 16 heures. La f. é. m. en circuit ouvert étant d'environ 0,5 volt, la quantité d'électricité débitée sur une résistance variable de 1000 à 10 ohms fut de 11 coulombs correspondant, pour la valence 4 du platine, à 5^{mg}, 5 de platine.

Cette quantité de platine *aurait dû se dissoudre*, non seulement si l'énergie de la pile était due à la chaleur de formation d'un composé du platine (d'ailleurs inconnu), mais aussi si cette énergie était partiellement ou même totalement empruntée au milieu extérieur, conformément à la formule de Gibbs-Helmholtz, représentant le principe de Carnot appliqué aux piles, la chaleur de formation dudit composé pouvant être nulle, ou même négative ; *ce qu'exige, en premier lieu, le deuxième principe étant la formation de ce composé dans la proportion voulue*.

En réalité la diminution du poids de la feuille de platine ne fut que d'*un dixième de milligramme*, dont une partie doit être attribuée aux pertes mécaniques pendant les manipulations subies par la feuille de platine : lavage à l'eau acidulée, rinçage, séchage à 200°, pesée.

L'expérience répétée plusieurs fois en variant les conditions (en particulier remplaçant le vase en porcelaine ou en verre, exposé à être percé par la soude chauffée, par un creuset en graphite servant en même temps

d'électrode positive) donna des résultats analogues absolument concordants.

Ainsi la diminution du poids de l'électrode négative n'atteint pas 2 pour 100 de la valeur prévue par le deuxième principe de la Thermodynamique. Ce principe se trouve donc formellement contredit.

L'objection qu'une réaction pourrait se passer à l'électrode *positive* en graphite ne serait pas fondée. Une oxydation du graphite par l'oxygène en solution amènerait un appauvrissement en oxygène de la solution autour de l'électrode et rendrait celle-ci *négative;* l'oxydation du graphite (qui d'ailleurs est possible) tendrait à diminuer la f. é. m. et non pas la provoquer. D'autre part, une ionisation de l'oxygène, analogue à celle qui se passe dans la pile zinc-graphite, ayant comme électrolyte une solution de NaOH, AzH^4Cl, HCl, etc., n'est pas possible, car cette ionisation (production du groupe OH^-) est solidaire de la formation de l'ion positif Zn^{++} à l'électrode zinc, c'est-à-dire de la dissolution du métal, dissolution qui ne se produit pas dans le cas du platine.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une théorie de l'effet Ludwig-Soret.* Note de M. **M. Ballay**, présentée par M. L. Guillet.

L'effet Ludwig-Soret n'a pas reçu jusqu'ici d'explication théorique satisfaisante. La théorie de Van't Hoff (1) qui s'appuie sur l'égalité de la pression osmotique en tous les points d'une colonne de solution inégalement chauffée n'est pas confirmée par l'expérience.

Les lois de la thermodynamique ne peuvent s'appliquer en toute rigueur à un système inégalement chauffé, mais nous avons cherché dans quelle mesure une théorie basée sur ces lois explique les faits. Il faut supposer que les migrations de matière qui constituent le phénomène sont réversibles. On peut alors exprimer que, pour une solution d'un corps A dans un corps B dont on considère deux tranches de concentrations c et $c + dc$ (en A) aux températures absolues T et $T + dT$, en équilibre, le transport d'une molécule de A d'une tranche à l'autre se fait sans variation d'entropie, le système étant isolé. On peut aussi écrire simplement que ce transport, effectué par deux voies réversibles différentes, conduit à la même variation d'énergie utilisable, au sens généralisé par M. Gouy (2).

(1) *Zeit. fur phys. Chemie*, 1, 1887, p. 487.
(2) *Journal de Physique*, 2e série, 8, 1889, p. 501.

Si l'on exprime l'énergie utilisable en fonction de la tension de vapeur de A, on obtient

$$\frac{dc}{dT} = \frac{Q}{VT\frac{\partial p}{\partial c}},$$

Q étant la chaleur de dilution moléculaire, V le volume moléculaire de la vapeur de A et $\frac{\partial p}{\partial c}$ la dérivée partielle de la tension de vapeur de A à la température T.

Cette expression est l'équation d'un réseau de courbes que l'on peut appeler courbes d'équilibre (ou plutôt d'état stationnaire) anisotherme. Par chaque point d'un domaine à une phase passe une de ces courbes. L'expérience paraît bien confirmer l'existence de telles courbes, au moins pour les solutions liquides.

Cette théorie explique que le rapport des concentrations des parties chaude et froide d'une colonne de solution inégalement chauffée tend en général vers 1 quand la dilution augmente et non vers l'inverse du rapport des températures absolues comme le voudrait la théorie de Van't Hoff. En effet, pour une dilution très grande, $\frac{Q}{\frac{\partial p}{\partial c}}$ tend en général vers zéro.

Nos expériences sur les alliages de plomb et d'étain, dont une partie a fait l'objet d'une Note précédente [1], montrent que le sens de l'effet Ludwig-Soret peut dépendre du dispositif expérimental utilisé. Il peut être différent en tube vertical et en tube horizontal. La gravité paraît jouer un rôle directeur, comme l'avait déjà suggéré M. Benedicks. La théorie thermodynamique n'explique pas ce fait, quoiqu'il semble bien qu'elle conduise dans certains cas à une indétermination quant au sens du phénomène. En tube vertical, dans la plupart des cas, le composant le plus dense se concentre dans la partie froide toujours placée à la partie inférieure pour éviter les courants de convection.

Nous avons soumis au calcul la théorie exposée ici pour trois solutions aqueuses étudiées expérimentalement par Eilert [2]. Les résultats sont rassemblés dans le tableau ci-après; $\frac{c_{10}}{c_{68}}$ représente le rapport des concentrations en sel ou en acide des portions à 10° et 68° quand l'état stationnaire est

(1) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 603.

(2) *Zeit. für anorg. Chemie*, 88, 1914, p. 1 à 37.

atteint et en admettant que le corps dissous se concentre dans la partie froide.

	Valeurs du rapport $\frac{c_{10}}{c_{68}}$.		
	Trouvées par Eilert.	Calculées.	D'après la théorie de Van't Hoff.
KCl normale............	1,057	1,086	1,18
HCl 4N.................	1,077	1,053	1,18
NaCl 1,11 N............	1,049	1,026	1,18

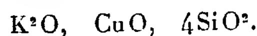
Si l'on tient compte de l'imperfection et de la rareté des données relatives aux chaleurs de dilution et aux tensions de vapeur qui exigent pour le calcul des extrapolations incertaines (particulièrement pour les chaleurs de dilution aux diverses températures) l'accord apparaît comme assez bon. Il semble que la théorie thermodynamique, utilisant les chaleurs de dilution, doive se montrer plus féconde que la théorie osmotique de Van't Hoff.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur des silicates de cuivre complexes.* Note de M. A. **Duboin**, présentée par M. C. Matignon.

Suivant la méthode générale qne j'ai signalée à diverses reprises, on amène à l'état de fusion du fluorure de potassium dans un creuset de platine chauffé sur un bec Méker, on projette dans la masse de la silice qui se dissout rapidement, puis de l'oxyde de cuivre. On laisse refroidir, puis on ajoute à la masse un excès de chlorure de potassium. On chauffe à nouveau, en maintenant la partie inférieure du creuset à une température supérieure à celle de la surface du bain. Il se forme alors à la partie supérieure et sur les parois du creuset un anneau d'où l'eau sépare une masse fusible et des cristaux très bien formés.

Ils comprennent des cristaux bleus, prismatiques en très petite quantité, puis d'autres cristaux d'une teinte bleue, tirant sur le violet, atteignant plusieurs millimètres. Enfin des cristaux noirs, faiblement transparents, formés en petite quantité; j'ai pu reconnaître que ces derniers étaient de l'oxyde de cuivre pur, parfaitement cristallisé.

Les beaux cristaux bleus ont pour densité à 0° $d = 2,87$. Ils s'attaquent très facilement par l'acide chlorhydrique, ce qui permet de les analyser. Leur analyse conduit à la formule


$$K^2O,\ CuO,\ 4SiO^2.$$

	Trouvé.		Calculé.
Silice	57,43	57,25	58,11
Oxyde de cuivre	19,48	20,03	19,13
Potasse	22,35	21,87	22,76

Cette composition rappelle celle d'un silicate double de cadmium et de potasse que j'ai obtenu autrefois (1) et l'éloigne du bleu égyptien découvert par Fouqué, qui résiste d'une façon si remarquable à l'attaque par les acides (2).

Jusqu'ici j'ai surtout étudié l'action isolée d'un grand nombre d'oxydes métalliques, sur la silice dissoute dans le fluorure de potassium. Mais on peut faire agir sur la silice un mélange de divers oxydes, ce qui fait entrevoir la possibilité d'obtenir un grand nombre de produits nouveaux et du plus haut intérêt.

Pour le moment je choisirai la formation d'un silicate double d'alumine et d'oxyde de cuivre.

On projette de l'alumine dans un bain de fluorure de potassium contenant de la silice en dissolution tant que cette base se dissout, puis de l'oxyde de cuivre. On laisse refroidir, puis on remplace la soufflerie par un bec Méker et l'on refond le culot avec du chlorure de potassium. On maintient la masse en fusion pendant longtemps. On laisse refroidir lentement et l'on reprend par l'eau.

Le résidu contient en quantité notable un produit fusible aggloméré qu'on sépare par tamisage, les cristaux les plus fins sont alors séparés au moyen des liqueurs denses. On sépare ainsi de la leucite et enfin un produit bleu, cristallisé en aiguilles prismatiques, très petites, mais très nettes.

Le produit a pour densité, à 0°, 2,8. Il s'attaque aisément par l'acide chlorhydrique, ce qui permet de l'analyser. Sa composition répond à la formule



$$Al^2O^3,\quad 2CuO,\quad 3K^2O,\quad 6SiO^2.$$

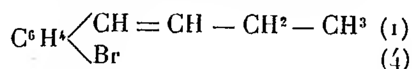
	Trouvé.		Calculé.
Silice	40,29	39,57	39,91
Oxyde de cuivre	18,14	17,85	17,52
Alumine	12,07	11,70	11,31
Potasse	29,75	30,66	31,26

(1) *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 769.
(2) *Comptes rendus*, 108, 1889, p. 235.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le parabromo-Δ_1-buténylbenzène.* Note [1] de M. **Raymond Quelet**, présentée par M. Charles Moureu.

Dans une Note précédente [2] j'ai indiqué que le parabromoallylbenzène et le parabromopropénylbenzène réagissaient sur le magnésium, en donnant des dérivés organo-magnésiens normaux.

Dans le but d'étudier comment il se comporterait vis-à-vis du magnésium, j'ai préparé le parabromo-Δ_1-buténylbenzène :



qui est facile à obtenir par déshydratation du parabromophénylpropylcarbinol.

Ce dernier peut être édifié par deux méthodes :

1° Condensation de l'aldéhyde butylique avec le magnésien du paradibromobenzène (rendement 48 pour 100 par rapport au dibromobenzène);

2° Condensation de l'aldéhyde parabromobenzoïque avec le bromure de N-propylmagnésium (rendement 90 pour 100 par rapport à l'aldéhyde mise en œuvre).

Le parabromophénylpropylcarbinol, qui n'avait pas été décrit jusqu'à ce jour, est un liquide incolore, très visqueux possédant les constantes suivantes :

$$\text{Éb.}_{11^{mm}} = 147°, \qquad d_4^{11} = 1,339, \qquad n_D^{11} = 1,558, \qquad \frac{n^2-1}{n^2+2}\frac{M}{d} = 55,12.$$

Calculé pour $C^{10}H^{13}OBr$ avec trois doubles liaisons :

$$\text{R. M.} = 54,07.$$

Il donne une phényluréthane cristallisant dans l'alcool en prismes fusibles à 83°.

Par chauffage au bain d'huile au voisinage de 180° avec son poids de bisulfate de potassium finement pulvérisé, cet alcool secondaire se déshydrate en donnant le parabromo-Δ_1-buténylbenzène avec un rendement de 85 pour 100.

Produit solide à la température ordinaire, possédant une odeur agréable

---

(1) Séance du 16 janvier 1928.

(2) R. Quelet, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1282.

d'essence d'anis, le parabromo-Δ_1-buténylbenzène présente en outre :

$$F = 30^\circ. \qquad \text{Éb.}_{14^{mm}} = 126\text{-}127^\circ.$$

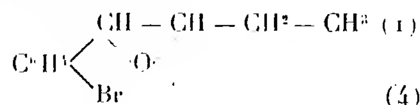
$$d_4^{31} = 1,282, \qquad n_D^{31} = 1,580, \qquad \frac{n^2-1}{n^2+2}\,\frac{M}{d} = 54,77.$$

Calculé pour $C^{10}H^{11}Br$ avec quatre doubles liaisons :

$$\text{R. M.} = 52,08.$$

Il fixe le brome à froid et donne le para-$\alpha.\beta$-tribromophénylbutane : paillettes fondant à 78°.

L'oxyde d'éthylène correspondant



est un liquide incolore pour lequel on a

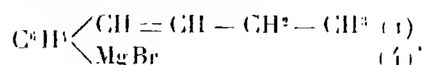
$$\text{Éb.}_{12^{mm}} = 138^\circ, \qquad d_4^{15} = 1,362, \qquad n_D^{15} = 1,557, \qquad \frac{n^2-1}{n^2+2}\,\frac{M}{d} = 53,63,$$

$$\text{R. M. calculée} = 51,98.$$

Traité par le magnésium, en présence d'éther anhydre, le parabromo-Δ_1-buténylbenzène donne lieu à une réaction analogue à celle que l'on observe avec le parabromopropénylbenzène. L'attaque, assez vive au début pour maintenir l'éther en ébullition, cesse de se manifester au bout de peu de temps et la réaction n'atteint sa limite qu'après 8 heures de chauffage au bain-marie.

A la température ordinaire, l'attaque se poursuit lentement et un contact de plusieurs jours s'impose pour que la transformation s'accomplisse. Mais, au point de vue des rendements en magnésien, il est préférable d'abandonner le mélange à lui-même pendant un temps suffisant plutôt que de hâter la dissolution du magnésium en maintenant l'éther en ébullition.

Le complexe obtenu dans ces conditions, après 48 heures de contact, possède tous les caractères d'un dérivé organo-magnésien ordinaire et il est constitué en majeure partie par le composé



car, après traitement par l'eau, il fournit le Δ_1-buténylbenzène [1] avec un rendement de 45 pour 100.

---

[1] Le Δ-buténylbenzène a été obtenu par Klages en traitant par la pyridine le chlorure du phénylpropylcarbinol (*D. Chem. Ges.*, 37, 1904, p. 2312).

D'autre part, un dosage effectué par la méthode de Job et Reich [1], indique un rendement de 48 pour 100 en dérivé organo-magnésien normal.

La réaction du magnésium sur les parabromostyrolènes est donc susceptible d'être employée avantageusement pour effectuer la synthèse d'un grand nombre de dérivés éthyléniques parasubstitués du benzène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Formation d'hydrocarbures à partir de l'alcool propylique*. Note de MM. **A. Mailhe** et **Renaudie**, présentée par M. Matignon.

Dans une Communication antérieure [2], nous avons montré que la décomposition catalytique de l'alcool butylique, effectuée sur de l'oxyde uraneux, conduit à des carbures d'hydrogène. L'alcool est déshydrogéné d'abord en aldéhyde. Celle-ci se crotonise immédiatement pour donner l'éthyl-2-hexénal et le diéthyl-2.4-octadiène-2.4-al, aldéhydes qui se décomposent partiellement au contact du catalyseur en oxyde de carbone et carbures d'hydrogène (heptène, éthylnonadiène), qui se scindent en carbures plus légers avec départ d'hydrogène ou de résidus carbonés.

L'alcool propylique conduit à des résultats similaires.

Lorsqu'on dirige les vapeurs de cet alcool sur de l'oxyde uraneux, chauffé entre 400-420°, il se produit un dégagement de gaz, en même temps que l'on condense un liquide de couleur jaune.

La composition des gaz a donné :

	Pour 100.	
CO^2	10	10,4
CO	4,6	4,7
C^nH^{2n}	13,3	13,6
C^nH^{2n-2}	22,9	18,5
CH^4	4,8	9,8
H	42,9	41

Lorsqu'on les fait barboter dans du brome, on isole les bibromures où l'on a identifié ceux d'éthylène, de propylène, de butylène, accompagnés de bromures supérieurs, se décomposant par distillation.

Le liquide jaune, recueilli après catalyse, a une odeur assez forte, non désagréable, où domine celle de l'aldéhyde propylique.

Lorsqu'on le distille directement dans un ballon surmonté d'une colonne Vigreux, il passe vers 40°, des vapeurs difficilement condensables. Bien qu'elles paraissent avoir une nature aldéhydique, elles brûlent cependant

(1) Job et Reich, *Bull. Soc. chim.*, 33, 1923, p. 1416.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1598.

avec une flamme très fuligineuse, indice de la présence d'hydrocarbures. Puis, le thermomètre monte rapidement vers 54°, et il se stabilise pendant une très grande partie de la distillation.

Le liquide, que l'on condense à cette température, est surtout formé d'aldéhyde propylique. Lorsqu'on le traite par une très grande quantité d'eau, de manière à le dissoudre, il reste une petite portion d'un liquide insoluble, de couleur *jaune d'or*. Il passe surtout au début de la distillation.

Dès que l'on a atteint la température de 90-92°, on constate une séparation d'eau dans le ballon; la rectification est arrêtée. Le résidu du ballon est lavé avec un excès d'eau; il reste un liquide jaune brun, d'odeur forte, de densité : $D_{20} = 0,8151$.

Le liquide volatil, de couleur jaune d'or, rectifié, a permis d'isoler une portion très légère, bouillant de 60° à 80°. Il donnait la réaction aldéhydique. Traité par du bisulfite de soude, puis par de l'ammoniaque à deux reprises, lavé à l'eau et distillé de nouveau, il n'avait plus d'action sur le nitrate d'argent ammoniacal, ni sur le réactif de Caro.

Après action du sodium métallique, qui a fourni un léger dégagement d'hydrogène, il est resté un liquide distillant entre 70° et 75°.

Il présente les caractères suivants :

Incolore; odeur *très nette d'éther* de pétrole;
densité : $D_{20} = 0,6830$. $n_D^{21} = 1,3971$

Indices de l'hexène.......................... $n_D^{16} = 1,3879$
Indices de l'heptane......................... $n_D^{16} = 1,3879$

Il s'enflamme très facilement et brûle avec une flamme fuligineuse, en laissant un dépôt de charbon sur les parois de la capsule où l'on effectue la combustion. Il absorbe le brome et se dissout partiellement dans l'acide sulfurique.

C'est un mélange d'hydrocarbures forméniques et éthyléniques, où dominent l'hexane et l'hexène.

Le liquide jaune brun, privé de l'alcool propylique, possède la réaction des aldéhydes et est constitué effectivement par des aldéhydes incomplètes, méthyl-2-penténal, diméthyl-2.4-heptadiène-2.4-al, etc., que la destruction partielle, au contact de l'oxyde uraneux, a changé en carbures d'hydrogène, avec départ d'oxyde de carbone, ces carbures ayant subi à leur tour, un égrènement plus ou moins profond en carbures plus simples allant jusqu'au méthane.

Afin de vérifier que le processus de formation des hydrocarbures est conforme à ce que nous venons d'indiquer, nous avons catalysé, sur de l'oxyde uraneux, à 420° :

1° De l'aldéhyde benzoïque : il a subi une décomposition légère en oxyde de carbone et benzine ;

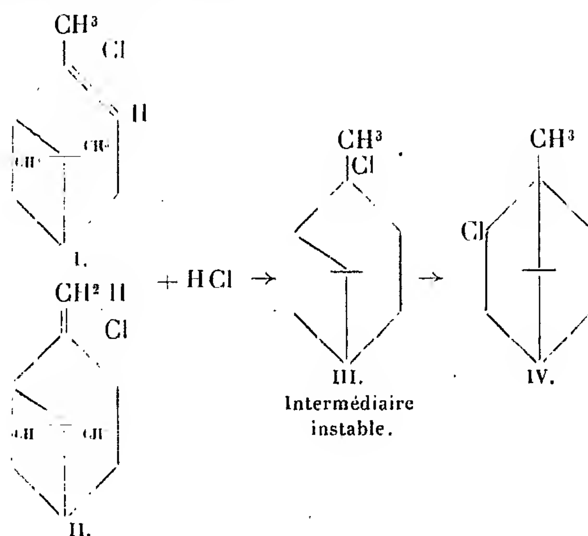
2° Des hydrocarbures de synthèse, bouillant au-dessus de 180° : il s'est formé des gaz hydrocarbonés (éthyléniques et forméniques) accompagnés d'hydrogène et des hydrocarbures volatils bouillant au-dessous de 120°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du* Cl *et du* Br *sur le nopinène.* Note [1] de M. **Georges Brus**, transmise par M. Paul Sabatier.

Dans une précédente Communication [2], j'ai montré que l'action du Cl sur le *pinène* donne du *chlorure de bornyle*, des dérivés dichlorés liquides, un dérivé $C^{10}H^{16}Cl^2$, F. 170°, monoclinique, le *chlorure de tricyclène* et des produits polychlorés.

De même, par action du Br, on obtient du *bromure de bornyle* et du *bromure de tricyclène* cristallisés, à côté de produits dibromés et polybromés incristallisables.

Tandis que l'action de HCl et de HBr sur le *pinène* I et le *nopinène* II conduit, par la *même transposition moléculaire*, aux *mêmes dérivés : chlorure et bromure de bornyle*, l'action du Cl et du Br doit, au contraire, conduire à des *dérivés dihalogénés différents*.



---

[1] Séance du 27 décembre 1927.

[2] G. Brus, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1507.

Le nopinène employé, fourni par M. Dupont, avait les constantes :

$$E = 163^{\circ} \text{ sous } 759^{mm}.$$
$$d_{15} = 0,872; \quad n_D^{15} = 1,4819; \quad [\alpha]_D = -20^{\circ},1; \quad [\alpha]_{578} = -22^{\circ},8.$$

La *chloruration* a été faite en faisant absorber très lentement du Cl sec à du nopinène refroidi entre — 15° et — 20°.

L'absorption, très régulière, dure environ 5 heures.

L'augmentation de poids est de 50^g (théorique 52^g).

Le produit brut, fumant à l'air, a été distillé sous 15^{mm} et, entre 85° et 175°, 21 fractions ont été recueillies.

Les premières, passant entre 85° et 115°, déposent d'abondantes quantités de *chlorure de bornyle* (F. 124-125°; $[\alpha]_D = -34^{\circ},2$).

Des fractions suivantes, huileuses, optiquement actives, aucun dérivé cristallisé n'a pu être isolé.

Les fractions recueillies entre 130° et 140° ont la constitution de dérivés dichlorés.

Fraction 10 (E. 130-131°; Cl pour 100, 33,90. Calculé pour $C^{10}H^{16}Cl^2$: Cl pour 100, 34,25).

Les dernières contiennent des dérivés-polychlorés.

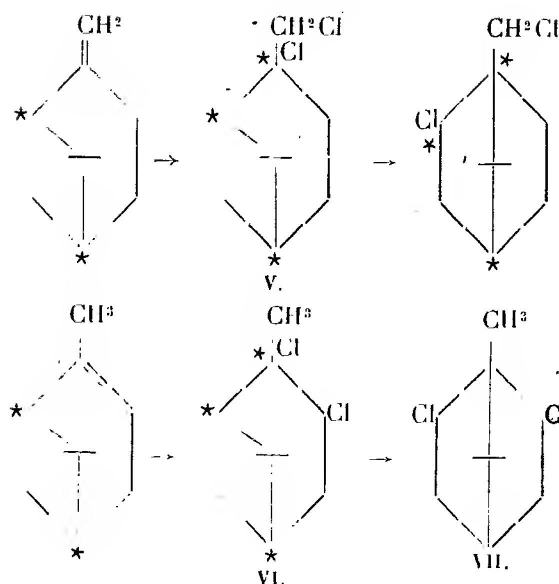
Fraction 20 (E. 162-165°; Cl pour 100, 44,50. Calculé pour $C^{10}H^{16}Cl^3$: Cl pour 100, 59°,5).

La *bromuration* a été faite en faisant absorber la quantité théorique de Br (59^g) dissous dans CCl^4, à 50^g de nopinène dissous lui-même dans CCl^4. Elle donne des résultats analogues : *Bromure de bornyle* (F. 93°; $[\alpha]_D = -30^{\circ},4$); dérivés dibromés $C^{10}H^{16}Br^2$ huileux; les dernières fractions contenant toujours une plus grande quantité de Br.

En résumé, l'action du Cl et du Br sur le *nopinène* donne bien du *chlorure et du bromure de bornyle* comme l'action de ces halogènes sur le pinène, *mais pas de dérivés dihalogénés cristallisés.*

Ce fait peut s'expliquer ainsi : l'action du Cl (ou du Br) sur le nopinène doit donner d'abord le *dérivé normal* V qui s'isomérise par la *même transposition* que le *chlorhydrate tertiaire* III en *chlorure de bornyle* IV ou le *dichlorure de pinène* VI en *chlorure de tricyclène* VII.

Dans le cas du *pinène*, cette isomérisation fait apparaître une *symétrie* dans la molécule et l'on obtient *un seul* dérivé inactif, facilement cristallisable.



Dans le cas du **nopinène**, au contraire, la disparition de la double liaison fait apparaître un *troisième centre d'asymétrie* ★ *que maintient l'isomérisation*. On obtient un *mélange de stéréoisomères actifs*, non séparables par distillation fractionnée; un tel mélange est incristallisable.

GÉOLOGIE. — *Coupe géologique du sondage de Ferrières-en-Bray.* Note (¹) de M. **Pierre Pruvost**, présentée par M. Ch. Barrois.

L'Office national des Combustibles liquides a décidé, en 1924, d'exécuter un grand sondage dans le Pays-de-Bray. Le Comité consultatif du Pétrole (section de Géologie) s'était, en effet, unanimement prononcé en faveur d'une recherche que la structure géologique de cette région recommandait.

Placé à peu près au sommet (un peu sur le versant sud) du dôme que dessinent les couches jurassiques du Bray, en bordure nord de la route de Gournay à Marseille (R. N. nº 30), sur le territoire de Ferrières, le sondage fut commencé en août 1924 et achevé en août 1927, après avoir recoupé près de 1200^{m} de terrains. Les niveaux bitumineux du Kimméridgien et du Toarcien, que l'on voulait explorer, furent effectivement reconnus; mais

(¹) Séance du 16 janvier 1928.

ils furent traversés sans qu'aucune couche poreuse (roches-magasins) ne se présentât. Les espoirs de découvrir un gisement d'hydrocarbures exploitable durent être abandonnés lorsque la sonde toucha le socle paléozoïque, à 1150^{m} de profondeur. En même temps, la rencontre des micaschistes à ce niveau reculait la perspective, souvent envisagée, d'atteindre un gisement de houille dans cette région.

Toutefois cette exploration n'a pas été stérile, puisqu'elle a fait connaître avec précision la succession, l'importance et les caractères des couches superposées dans la partie centrale, profonde, du bassin de Paris. J'ai l'honneur d'en communiquer la série aujourd'hui à l'Académie, sans commentaires, telle que je l'ai relevée au cours du sondage, avec les principaux des fossiles recueillis aux divers niveaux et déterminés par mes soins.

Altitude de l'orifice : + 140^{m}.

PORTLANDIEN MOYEN, *pro parte* (15^{m} : de **0** à **15^{m}**) (¹). Sables glauconieux avec *Ostrea catalaunica* et *Anomia laevigata*.

PORTLANDIEN INFÉRIEUR [*Bononien*] (40^{m} : de **15** à **55^{m}**). Marnes grises et lumachelles : *Exog. virgula*, *An. laevigata*, *Modiola autissiodorensis*, *Gravesia portlandica* (à **54^{m}** = niveau du calcaire lithographique).

KIMMÉRIDGIEN (170^{m} : de **55** à **225^{m}**). Argiles noires, *bitumineuses* avec *Physodoceras longispinum* et *Ex. virgula* : puis marnes avec *E. virgula*, passages sableux.

SÉQUANIEN (55^{m} : de **225** à **280^{m}**). Marnes grises, puis calcaires marneux : *Astarte communis*, *Trigonia Sauvagei*, *Mytilus perplicatus*, *Trigonia Bronni* (très commune à la base).

RAURACIEN (153^{m},60 : de **280** à **433^{m},60**). Argiles brunes et marnes avec *Ostr. subdeltoidea* (61^{m}); ensuite épisode *corallien* puissant (92^{m},60) fait de calcaires marneux, oolithiques, pisolithiques: *Cidaris coronata*, *Hemicid. crenularis*, polypiers.

OXFORDIEN et CALLOVIEN (166^{m},40 : de **433^{m},60** à **600^{m}**). Marnes grises et calc. marneux : *Gryph. dilatata*, *Modiola bipartita* : puis marnes sableuses avec *Quensted. Henrici*, *Belemn. hastatus*, riches en limonite à la base; enfin marnes gris verdâtre à Rhynchonelles (38^{m}).

BATHONIEN (146^{m},50 : de **600** à **746^{m},50**). 4° *Cornbrash* (3^{m},10) : calc. oolithique marneux avec *Zeilleria digona*, *Tereb. obovata*, *T. intermedia*, *Pseudomonotis echinatus* : 3° *Forest Marble* (8^{m},50) : calc. marneux, marnes et calc. oolithique avec *Rhynch. elegantula*, *Radula cardiiformis* : 2° *Great oolite* ou oolithe miliaire (46^{m}) : calc. oolithique, en gros bancs, parfois pulvérulent, parfois pisolithique, avec polypiers; 1° *Fuller's earth* ou argiles de Port-en-Bessin (27^{m}) : marnes grises et calcaire marneux avec *Ostr. acuminata* et *Avicula Munsteri*.

BAJOCIEN (78^{m},50 : de **746^{m},50** à **825^{m}**). Calc. gris cristallin à silex (cornus et tabulaires) et *Cancellophycus* : *Acanthothyris spinosa* et *Ctenostreon Hector* (68^{m},50);

(¹) Le premier chiffre indique l'épaisseur; les chiffres en caractères gras, les profondeurs.

puis calc. oolithique avec bancs de limonite oolithique (= oolithe ferrugineuse de Normandie, 8m); à la base : psammites blancs et marnes micacées (2m).

AALÉNIEN INFÉRIEUR (2m,70 : de **825m** à **827m,70**). Zone à *Ludwigia opalina :* marnes noires, pyriteuses, bourrées d'oolithes blanches avec *L. cf. opalina.*

TOARCIEN (50m,30 : de **827m,70** à **878m**). Zone à *Lytoceras jurense* (2m,80) : marnes noires à oolithes ferrugineuses avec *Grammoceras striatulum, Pecten paradoxus:* zone à *Hildoceras bifrons* (18m,50) : argiles noires pures avec *H. bifrons;* zone à *Harpoc. falciferum* (27m) : argiles brunes, feuilletées, *bitumineuses*, avec poissons, *Posidonomya Bronni, Pecten paradoxus, Dactylioceras semicœlatum.*

DOMÉRIEN (46m : de **878** à **924m**). Zone à *Amalthæus spinatus* (3m) : calc. gris avec *Rhynch. tetrahedra, Pseudopecten æquivalvis, Belemnites breviformis* (= banc de roc de Normandie); zone à *Amalthæus margaritatus* (21m) : marnes gris verdâtre, légèrement micacées, avec Pentacrines, *P. æquivalvis, Am. margaritatus:* zone à *Ægoceras capricornu* (22m) : marnes grises, micacées, et calc. marneux avec *Æg. capricornu, Æg. centaurus, Belemn. paxillosus.*

PLIENSBACHIEN (38m : de **924** à **962m**). Zone à *Polymorphites Jamesoni* et *Deroc. armatum :* marnes grises, sableuses et micacées, avec Belemnites, *Spiriferina tumida, Zeilleria numismalis, Belemn. acutus.*

LOTHARINGIEN (45m : de **962** à **1007m**). Zone à *Oxynotic. oxynotum* et *Echioceras raricostatum* (26m) : marnes grises finement sableuses et calc. marneux impurs avec *Ægoc. cf. biferum, Rhynch. variabilis, Zeilleria cor, Spiriferina* sp.; zone à *Ægocer. planicosta* (19m) : marnes très sableuses et calc. impurs avec *Spirifer. Walcotti, Sp. tumida, Pecten disciformis, Rh. variabilis, Ægoc. cf. planicosta:* à la base, grès calcareux à végétaux.

HETTANGIEN (121m : de **1007** à **1128m**). Calcaire oolithique, puis calcaires compacts ou cristallins, en petits bancs, avec délits marneux, ostracodes, débris végétaux, écailles de *Lepidotus, Modiola cf. liasina* Terq., *Lima cf. amœna* Terq.: quelques lits de marnes rouges et vertes intercalés vers la base.

PERMO-TRIAS (22m : de **1128** à **1150m**). Marnes lie de vin, graveleuses, à noyaux calcaires, panachées de vert, sans fossiles.

TERRAINS ANCIENS (tête à la prof. **1150m**). Micaschistes gris verdâtre très plissés, ordinairement verticaux (1), traversés sur 23m.

Fin du sondage à **1172m,70** de profondeur.

GÉOLOGIE. — *Le massif du Prarion et le synclinal complexe de Chamonix.* Note de MM. **PAUL CORBIN** et **NICOLAS OULIANOFF**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans une Note publiée en 1923 (2), nous avons montré que le massif du Prarion joue le rôle de noyau d'un anticlinal alpin de direction Nord-Sud,

(1) Depuis la surface jusqu'à 1150m, les couches sont régulièrement horizontales.

(2) P. CORBIN et N. OULIANOFF, *Sur le Mésozoïque du Prarion (vallée de l'Arve)* (*Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1171).

tandis que les plis alpins de cette région sont généralement orientés du Nord-Est au Sud-Ouest. Nous comptions revenir sur les causes qui ont déterminé l'apparition de cet anticlinal, ainsi que sur sa prolongation vers le Sud, et dès 1926 (1) nous avons discuté la première question. Nous exposons ci-après les résultats de l'étude sur le terrain concernant la prolongation vers le Sud du massif du Prarion, à l'aide de quelques coupes transversales au synclinal complexe de Chamonix : 1° par le col de Voza et le Mont Lachat; 2° par le Mont Vorassay; 3° par le Mont du Truc, versant septentrional; 4° par le Mont du Truc, versant méridional.

Le premier profil ne révèle que deux anticlinaux très aigus tout près du flanc renversé du massif du Mont Blanc. Le second profil, passant par le Mont Vorassay, sur son versant septentrional, ne diffère pas sensiblement du premier. Mais déjà le versant méridional du Mont Vorassay montre un changement rapide de régime. En effet, au niveau même de la route qui monte de la Gruvaz, dans la vallée du Bon Nant, au pâturage de Miage, on voit cinq replis du Lias inférieur pénétrer dans le Lias moyen. Peut-être même sont-ils plus nombreux, mais les éboulis qui recouvrent une partie de la pente empêchent une observation suivie. Cette différence entre les deux versants du Mont Vorassay montre que les axes des plis s'élèvent brusquement en traversant l'épaisseur de la montagne dans la direction Sud-Ouest. Le Trias n'apparaît pas dans la plupart des plis du versant méridional du Mont Vorassay, c'est-à-dire rive droite du torrent de Miage. Mais déjà sur sa rive gauche (versant septentrional du Mont du Truc), le Trias se rapproche. Ce phénomène s'accentue sur le versant méridional de cette montagne, le long du vallon des Granges (hameau à proximité immédiate des Contamines). Le nombre des anticlinaux augmente encore et au moins sept d'entre eux, visibles sur ce versant, renferment du Trias. La puissance de certains de ces noyaux triasiques atteint 100 à 150^{m}. Une bande de Trias, notamment celle qui est située le plus au Sud-Est, est séparée de toute la série sédimentaire par un coin cristallin, dont la puissance augmente en marchant vers le Sud.

Notons encore un point intéressant. On sait que la zone de Chamonix est orientée du Nord-Est au Sud-Ouest. Cette direction maîtresse se maintient jusqu'au col de Tricot, mais au sud-ouest de ce col un changement de direction des plis devient tout à fait évident. Dans le Mont du Truc, les plis

(1) P. Corbin et N. Oulianoff, *La chaîne des Aiguilles Rouges dans le mouvement orogénique alpin* (*Comptes rendus*, 182, 1926, p. 530).

sont dirigés Nord 30° Est, peut-être même Nord 25° Est; leur orientation tend donc à devenir parallèle à la vallée du Bon Nant, soit Nord-Sud.

En résumé, le fond de la vallée du Bon Nant est occupé par des roches cristallines et par du Carbonifère. Ce complexe appartient au massif du Prarion, et sur ce substratum hercynien apparaissent, çà et là, les restes de fonds de synclinaux mésozoïques qui ne sont que « le ridement de la couverture mésozoïque autochtone » [1].

Sur le versant oriental de la vallée du Bon Nant, la masse sédimentaire respectée par l'érosion est encore très importante et c'est dans cette masse que sont taillés le Mont Vorassay et le Mont du Truc. Mais les fonds des synclinaux du Mont Vorassay et surtout du Mont du Truc sont très exhaussés par le Cristallin sous-jacent, celui de la prolongation du Prarion vers le Sud. L'apparition de nombreux synclinaux que l'on constate sur les pentes du Mont du Truc est due à l'influence du rajeunissement, pendant le mouvement orogénique alpin, des plis hercyniens du massif du Prarion. La direction des synclinaux mésozoïques du Mont Truc, qui tend à se rapprocher de Nord-Sud, est un argument puissant en faveur de cette hypothèse.

GÉOLOGIE. — *Sur les gneiss granulitiques du Pyfara et du synclinal de Saint-Marcel dans les Cévennes septentrionales.* Note de M. A. **Demay**, présentée par M. Pierre Termier.

Des gneiss granulitiques identiques à ceux du massif du Pilat constituent au sud de ce massif la bande synclinale Malleval-Saint-Marcel-Roche de Vent et le panneau du Pyfara. Ils furent comme eux attribués à une nappe par MM. P. Termier et G. Friedel [2] puis rattachés à l'Autochtone par MM. G. Friedel et F. Grandjean [3]. Plus récemment M. F. Blondel [4], sans affirmer le charriage, concluait du moins à l'existence d'un contact anormal à la base de ces gneiss. L'étude détaillée de cette région, tout en confirmant la réalité des déplacements tangentiels, me conduit à une interprétation nouvelle, conforme à celle que j'ai exposée dans des Notes antérieures pour le Massif du Pilat [5].

---

(1) P. Corbin et N. Oulianoff, *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 530.

(2) Termier et Friedel, *Comptes rendus*, **142**, 1906, p. 1003.

(3) Friedel et Grandjean, *Bull. Serv. Cart. Géol.*, **20**, 1909-1910, p. 102.

(4) F. Blondel, *Bull. Serv. Cart. Géol.*, **29**, 1924-1925, p. 83.

(5) A. Demay, *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 645, 792, 933, 1033.

Les gneiss granulitiques du Pyfara et de la Roche de Vent comprennent des gneiss compacts à mica noir identiques aux gneiss de base et même du granite franc et passent d'une manière continue au substratum autochtone. Il faudrait donc exclure toute idée de séparation tectonique, si l'on n'envisageait, ici comme dans le Pilat, des mouvements antérieurs à la granulitisation et une structure complexe. En fait la granulite injecte à la fois le substratum granitique et la série des gneiss dits granulitiques. Près de Saint-Marcel, la masse granulitique de Blanchard a absorbé indifféremment plusieurs zones cristallophylliennes et même les micaschistes. *Ces venues et le développement concomitant des faciès granulitiques sont donc postérieurs à la formation du Cristallophyllien.* Bien plus, la répartition des granulites est indépendante du dessin tectonique et elles ont pénétré parfois les écrasements. Sur le bord occidental du panneau du Pyfara, de la granulite très fraîche affleure tout près de la puissante lentille mylonitique du Tracol. Dans le synclinal de Saint-Marcel, sur la rive gauche de la Cance, en face de Vocance, le gneiss granitoïde mylonitique du substratum est traversé par des filons de granulite à grain fin. Près de Villevocance, *la granulite, en filons de dessin capricieux, injecte les gneiss à mica noir autochtones mylonitiques.*

On observe de même sur la route de Toissieu, à la limite supérieure de la série de Pouyardière, des fragments de mylonite granitique verdâtre et de gneiss œillé disloqué dans la granulite intacte. La granulitisation des écrasements a donné naissance comme dans le massif du Pilat à des *mylonites granulitisées*, roches blanchâtres, aphanitiques, dont l'identité reste douteuse à l'examen macroscopique. Dans la mylonite qui affleure près de la route de Saint-Marcel à Saint-Jullien en face d'Ecuville, on aperçoit au microscope des lits brunâtres, lenticulaires, de biotite écrasée, des éléments chloriteux, du quartz brisé et de grands fragments de feldspath laminés et kaolinisés, avec de la muscovite intacte et du quartz granulitique secondaire. Il résulte ainsi de nombreuses observations que, *dans le panneau du Pyfara et dans le synclinal de Saint-Marcel, le développement des granulites franches et des faciès granulitiques est postérieur aux écrasements et par suite aux mouvements essentiels du Cristallophyllien.*

Pour étudier ces mouvements, il faut chercher d'abord quelle était, avant la granulitisation, la composition lithologique des gneiss granulitiques. *L'analyse stratigraphique permet de distinguer dans cet ensemble trois zones superposées* qui correspondent à celles que j'ai définies dans le massif du Pilat : *gneiss œillés inférieurs, gneiss et granite de Pouyardière, gneiss œillés*

du Pilat. Les gneiss œillés inférieurs ont pu être suivis sur tout le tour du panneau du Pyfara et sur les deux bords du synclinal de Saint-Marcel, soit au total sur plus de 120^{km}. *Les gneiss à mica noir fissiles ou compacts de la série de Pouyardière* forment dans le panneau du Pyfara, au-dessus des gneiss œillés inférieurs et plus près du centre, une couronne continue. On peut suivre aussi le long du synclinal de Saint-Marcel deux bandes symétriques parfois réunies dans la partie axiale. En divers points, la série comprend des *amphibolites* analogues aux amphibolites de Pouyardière du Mont Pilat.

Dans une zone étendue on y observe non seulement du gneiss granitoïde comme au Mont Pilat, mais du *granite identique au granite autochtone, qui peut être suivi tel un horizon stratigraphique entre les deux séries de gneiss œillé.* La superposition des termes compacts ou granitoïdes aux termes fissiles, qus j'ai signalée dans le massif du Pilat, se vérifie aussi bien souvent dans cette nouvelle région. Près de Champaveire, de Rocheplatte, de Saint-Symphorien, le granite repose sur des gneiss fissiles et des amphibolites. Les gneiss feuilletés de Blanchard s'enfoncent sous le gneiss granitoïde et le granite. Au-dessus de la série de Pouyardière, *les gneiss œillés du Pilat* couvrent la partie centrale du panneau du Pyfara et forment dans la partie axiale du synclinal de Saint-Marcel les trois lambeaux de la Roche de Vent, de Toissieu et de Saint-Marcel. Dans cet ensemble, les faciès granulitiques prennent localement la place des faciès primitifs sans pourtant les masquer complètement. Aux gneiss œillés se substituent parfois des granulites franches, mais surtout des granulites gneissiques d'aspect un peu chaotique et des gneiss œillés granulitiques à grands feldspaths encore distincts, tandis que les éléments de la série de Pouyardière ont donné naissance à des gneiss granulitiques fins à cassure plane et à des granulites franches.

Les trois termes que nous avons définis sont faiblement inclinés ou même horizontaux. La plongée symétrique, d'une part sur les bords nord-ouest et sud-est du panneau du Pyfara, d'autre part sur les deux bords du synclinal de Saint-Marcel, s'ajoute à la disposition topographique pour démontrer clairement presque partout leur position relative et par suite la réalité d'une telle structure. Du simple point de vue stratigraphique, il ne semble guère douteux qu'ils ne prolongent les termes homologues du massif du Pilat. *La continuité des gneiss œillés inférieurs, de la série de Pouyardière et des gneiss œillés du Pilat, est ainsi établie dans un domaine qui dépasse* 50^{km} *en direction axiale,* 30^{km} *en direction diamétrale.*

HYDROLOGIE. — *Recherches sur les gaz rares de quelques sources thermales de Bulgarie*. Note [1] de M. **N. P. Péntcheff**, présentée par M. Charles Moureu.

Dans une Note précédente [2], nous avons exposé la méthode que nous avons suivie dans nos recherches sur les gaz rares présents dans les gaz spontanés de trois sources thermales de Bulgarie et nous avons donné les résultats obtenus pour les mêmes sources.

Le tableau suivant résume les données qui caractérisent trois autres sources de Bulgarie, étudiées d'après la même méthode.

COMPOSITION CENTÉSIMALE, EN VOLUMES, DES GAZ SPONTANÉS SECS [3].

Gaz rares.

Stations et sources.	En bloc.	Densité du mélange global des gaz rares (gr. par litre normal).	He.	Ar.	Émanation du Ra en curie 10^{-10} par litre d'eau.
Gorna-Bania (le bain).....	1,315	1,767	0,014	1,301	1,1
Hissar (bain Tchouloudja).	1,382	1,721	0,054	1,328	17,0
Kovanlik (le bain)........	1,978	1,578	0,254	1,724	110,0

Gaz ordinaires.

Stations et sources.	Anhydride carbonique.	Oxygène.	Gaz combustibles [4].	Azote.
Gorna-Bania (le bain)......	néant	faibles traces	néant	98,68
Hissar (bain Tchouloudja)..	traces	0,1	0,15	98,37
Kovanlik (le bain).........	0,2	traces	1,10	96,72

Les résultats ci-dessus permettent de calculer les rapports suivants, qui sont en accord avec la théorie astrophysique de MM. Moureu et Lepape :

---

(1) Séance du 16 janvier 1928.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 511. Voir aussi *Annuaire de l'Université de Sofia, Faculté physico-mathématique*, 2, 1927 p. 59-84.

(3) Dans le tableau est indiquée aussi la radioactivité de l'eau, d'après les mesures de P. B. Péntcheff.

(4) Calculés comme hydrogène.

Stations et sources.	$\frac{He}{Ar}$.	$\frac{\frac{He}{Ar}(\text{source})}{\frac{He}{Ar}(\text{air})}$.	$\frac{Ar}{N}\cdot 10^2$.	$\frac{\frac{Ar}{N}(\text{source})}{\frac{Ar}{N}(\text{air})}$.
Gorna-Bania (le bain).......	0,0108	18,6	1,32	1,12
Hissar (bain Tchouloudja)...	0,0407	70,2	1,35	1,14
Kovanlik (le bain)..........	0,1473	254,4	1,78	1,51

Dans la méthode de microchimique de Dumas le néon est réparti entre les quantités d'hélium et d'argon, calculées d'après la densité du mélange global des gaz rares ([1]). Par conséquent les résultats ainsi obtenus (notamment pour l'hélium) ne sont pas rigoureusement exacts, surtout dans les cas où la proportion du néon n'est pas négligeable devant celle de l'hélium. Suivant la théorie de MM. Moureu et Lepape, ce sont les cas où l'hélium existe en quantité très faible. Dans les mêmes cas les teneurs de l'hélium, obtenues d'après la méthode de la séparation fractionnée de M. Ch. Moureu, sont de même influencées par la présence du néon qui reste entièrement dans la fraction hélium.

Le procédé microchimique de Dumas, tel que nous l'avons utilisé dans nos recherches, pourrait être avantageusement employé pour les dosages du néon et de l'hélium en déterminant la densité de la fraction des gaz rares légers, isolée suivant les indications de M. Ch. Moureu ([2]). N'ayant pas à notre disposition d'air liquide nous n'avons pas pu entreprendre ces recherches dont l'intérêt est évident.

Il n'est pas sans intérêt de faire un rapprochement entre les résultats des analyses (exposés ici et dans la Note précédente) et le caractère géologique des sources étudiées.

La source de Kaménitza se trouve dans le Rhodope occidental (Tchépino). Celles de Soulou-Dervent et de Kovanlik sont situées dans le mont Kara-Baïr qui relie le Rhodope à la chaîne de Sredna-Gora. Toutes les trois jaillissent de terrains composés des roches éruptives anciennes (granites et gneiss granitiques). Elles sont relativement riches en hélium ([3]) et les

---

([1]) Les quantités de krypton et de xénon sont toujours très minimes et négligeables devant celles des autres gaz rares.

([2]) *La fraction des gaz rares légers, extrait du mélange global des gaz rares à l'aide du charbon de noix de coco, refroidi par l'air liquide, se compose seulement de l'hélium et du néon* (*Journal de Chimie physique*, 11, 1913, p. 97).

([3]) La source de Kovanlik est particulièrement riche en argon.

rapports $\frac{He}{Ar}$ respectifs ont des valeurs très rapprochées, ce qu'on peut attribuer à leurs origines géologiques analogues.

Les deux sources d'Hissar (Kuptchez et Tchouloudja) se trouvent dans la région centrale de Sredna-Gora; elles sont près l'une de l'autre et prennent leurs origines dans un terrain à base de granites. Leurs gaz ont des compositions presque identiques.

La source de Gorna-Bania est située sur les pentes nord-est de la montagne Luline et jaillit des formations diluviales qui reposent sur des andésites. Les gaz qu'elle dégage ont une composition qui se rapproche de celle de l'azote brut isolé de l'air atmosphérique, mais avec une teneur plus élevée en hélium.

BOTANIQUE. — *Sur la nutrition carbonée d'une Mucorinée, le* Rhizopus nigricans. Note [1] de M. **Henri Coupin**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Bien que les Mucédinées et les Mucorinées végètent toutes deux à la manière des moisissures, il y a, entre elles, au point de vue morphologique, des différences telles que l'on peut dire qu'elles n'ont absolument aucun caractère commun. Il est légitime par suite de se demander si, à ces différences morphologiques, ne correspondent pas des différences physiologiques et si, en particulier, leurs besoins nutritifs sont les mêmes.

La nutrition des Mucédinées (*Sterigmatocystis*, *Penicillium*, etc.), grâce aux travaux de nombreux biologistes, commence à être bien connue, mais il n'en est pas de même de celle des Mucorinées, qui présente encore de nombreuses lacunes. Dans le but d'essayer de combler celles-ci, j'ai fait quelques recherches expérimentales sur une Mucorinée extrêmement commune, le *Rhizopus nigricans*, qui se développe avec luxuriance sur le pain. Je me suis ainsi vite rendu compte des raisons pour lesquelles, au point de vue dont il s'agit ici, les Mucorinées ont été en partie négligées aux dépens des Mucédinées. La cause en effet me paraît tenir à ce que les spores de ces dernières flottent sur les liquides nutritifs et donnent un mycélium abondant et facile à peser, tandis que celles des premières s'immergent dans le liquide et ne donnent que de petites quantités presque inconsistantes et impondérables d'un mycélium, qui, par ailleurs, ne fructifie pas. Pour obvier à cet inconvénient, on pense tout de suite à incorporer de la gélose au liquide nutritif [2]. Mais là encore on se heurte à un triple

(1) Séance du 16 janvier 1928.

(2) Le liquide nutritif employé ici est celui indiqué dans une mes Notes précédentes : H. Coupin, *Sur la nutrition carbonée du* Penicillium glaucum *à l'aide de divers composés de la série grasse* (*Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1575).

obstacle : d'une part la gélose est, par elle-même, plus nutritive qu'on le croit généralement [1], ce qui peut amener des erreurs d'interprétation : d'autre part l'addition de certaines substances empêche la gélose de floculer et de se prendre en masse, au point qu'elle reste parfois aussi liquide que de l'eau ; enfin l'adhérence du mycélium à la gélose ne permet pas de l'en détacher et de le peser.

Par suite de ces inconvénients, on est forcé de renoncer à la gélose et de chercher un dispositif plus rationnel ; j'y suis parvenu, d'une manière très simple, en ajoutant au liquide nutritif de la pierre ponce granulée en quantité suffisante pour que celle-ci constitue un haut-fond atteignant ou, mieux, dépassant sa surface : c'est sur ce substratum que l'on dépose les spores (ou un fragment de mycélium) de *Rhizopus*, lequel, dès lors, peut se développer en toute liberté, ce qu'il fait parfois si copieusement que le flacon d'Erlenmeyer s'en trouve rempli en quelques jours.

La nutrition azotée des Mucorinées ayant déjà fait l'objet d'importants travaux (Hagem, Ritter, Bach), je me suis limité à l'étude de la nutrition carbonée, en prenant comme exemples certaines substances appartenant à la série grasse. En voici sommairement les résultats :

Parmi les alcools primaires, le *Rhizopus* ne peut assimiler que l'alcool éthylique et ne tire aucun profit des alcools méthylique, propylique, butylique, caproïque, allylique, etc., pas plus que de leurs dérivés (éther, aldéhyde formique, chloral, acétone). Par contre, il emprunte abondamment leur carbone à certains alcools polyatomiques (mannite, très favorable, glycérine), bien qu'il ne donne rien avec d'autres (érythrite, glycol). Il assimile les graisses (huile de ricin). Les glucides sont manifestement sa nourriture favorite puisque à part le saccharose, qu'il utilise assez péniblement, il assimile sans difficulté le glucose, très recommandable, le lévulose, le galactose, le mannose, le maltose, la dextrine, le glycogène, l'amidon (cuit), la gomme arabique (assimilation lente) ; il est à noter toutefois que le raffinose, l'inuline et la cellulose (?) ne peuvent lui convenir. Certains glucosides peuvent le nourrir (salicine) et d'autres non (amygdaline). Les acides ne sont pas si défavorables qu'on le dit généralement, puisqu'on peut nourrir le *Rhizopus* avec certains acides monobasiques (acide acétique, aliment assez médiocre, et acide oléique, aliment extrêmement favorable, et certains acides-alcools (acides citrique, malique, succinique) ; il est à noter cependant que plusieurs ne lui conviennent en aucune façon (acides

---

[1] J'ai reconnu, par l'analyse biologique, qu'elle contient, surtout, des substances carbonées, un peu de substances azotées et, même, des sels minéraux qui en font, à elle seule, un aliment complet permettant au *Rhizopus* de s'y développer, assez faiblement, il est vrai, et, même, de fructifier en donnant des spores parfaitement constituées et susceptibles de germer.

formique, oxalique, malonique, glycolique, lactique, tartrique). A noter enfin que, s'il peut emprunter du carbone à de rares substances à la fois azotées et carbonées (glycocolle), il n'y parvient pas avec la plupart d'entre elles, dont l'asparagine, l'urée, l'acide urique et l'amygdaline déjà citée plus haut.

Si l'on compare maintenant la nutrition carbonée du *Rhizopus* avec celle d'une Mucédinée (*Aspergillus glaucus*), on voit qu'elles ont entre elles beaucoup d'analogies dans leur ensemble, mais en diffèrent par le détail puisque, par exemple, parmi les substances assimilées par le *Rhizopus* et non par l'*Aspergillus*, on peut citer l'amidon, la gomme arabique; les acides acétique, oléique, citrique, et que, parmi les substances assimilées par *Aspergillus* et non par le *Rhizopus*, se placent l'érythrite, le raffinose, le lactose, l'inuline, l'asparagine, l'amygdaline [1].

ICHTHYOLOGIE. — *Contribution à la détermination des espèces de Poissons du genre* Mugil. Note de MM. **J. Chaine** et **J. Duvergier**, présentée par M. Ch. Gravier.

Notre étude a porté sur cinq espèces de nos côtes, les *Mugil cephalus* Riss. *chelo* Cuv., *auratus* Riss, *capito* C. et Val. et *saliens* Riss. Il ne nous a pas été possible de rencontrer en nombre suffisant des sujets se rapportant nettement aux formes *labeo* C. et Val. et *curtus* Yarr.; du reste, cette dernière ne semble pas être admise par tous les auteurs.

Par leurs caractères extérieurs, les *Mugil cephalus* et *chelo* se distinguent fort bien des trois autres; le *Mugil auratus* peut aussi être reconnu assez aisément; par contre, il est très difficile de séparer *Mugil capito* de *Mugil saliens*, si ce n'est quelques rares exemplaires très nettement caractérisés.

Aussi pour diminuer les très grosses difficultés qu'on éprouve dans la reconnaissance de ces poissons, avons-nous pensé à adjoindre aux caractères extérieurs ceux de la sagitta qui fournit de si précieux renseignements pour la détermination [2].

---

(1) Comme simple curiosité, je note en passant, que, parmi 47 substances mises en expérience, 21 ont été assimilées par le *Rhizopus* et 22 par l'*Aspergillus;* mais, comme on vient de le dire, ces substances ne sont pas toutes les mêmes.

(2) J. Chaine et J. Duvergier, *Distinction des* Gadus capelanus, minutus *et* luscus *par leur sagitta* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 977). Toutes ces sagitta droites sont grossies deux fois.

A cet effet, nous avons établi, pour chacune des cinq espèces de *Mugil* que nous avons eues à notre disposition, un lot d'exemplaires destinés à fournir les sagitta nécessaires à notre étude. D'après ce que nous venons de dire, la chose fut assez facile pour les *Mugil cephalus*, *chelo* et *auratus*; par contre, pour les *Mugil capito* et *saliens*, nous avons été dans l'obligation d'examiner plus de 300 sujets de ces formes pour trouver des individus pouvant être rattachés sans discussion possible à l'un ou à l'autre de ces types.

Sans entrer ici dans la discussion, nous faisons remarquer que, comme le montrent les figures, les sagitta de *Mugil cephalus* (*fig.* 1) et de *Mugil chelo* (*fig.* 3) se différencient facilement entre elles et des autres; celle de *Mugil auratus* (*fig.* 2) peut aussi être aisément reconnue. Quant aux sagitta de

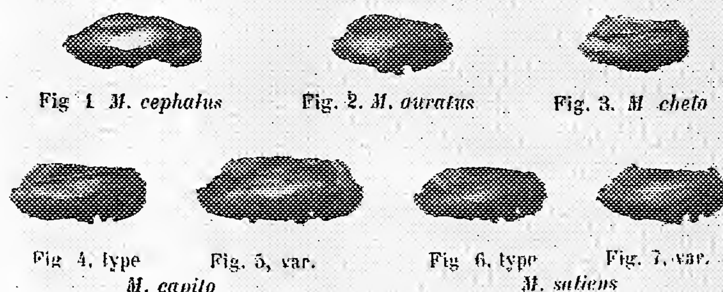


Fig. 1. *M. cephalus* Fig. 2. *M. auratus* Fig. 3. *M. chelo*

Fig. 4. type Fig. 5. var. *M. capito* Fig. 6. type Fig. 7. var. *M. saliens*

Mugil capito (*fig.* 4) et de *Mugil saliens* (*fig.* 6), si elles se distinguent de celles des trois autres espèces, elles ont une ressemblance indéniable.

Évidemment, les deux exemplaires que nous représentons ne sont pas identiquement pareils, notamment sous le rapport de l'ornementation; mais l'étude des otolithes en général nous a montré que l'ornementation varie fréquemment dans ses détails au sein d'une même espèce, et que, par suite, il ne faut pas y attacher la même importance qu'aux parties vraiment constitutives de l'élément; or, ce sont justement ces parties qui, dans le cas présent, montrent une similitude frappante. Pour mieux préciser, nous représentons une variation de *Mugil saliens* (*fig.* 7) qui a beaucoup plus de ressemblance avec le type de *Mugil capito* (*fig.* 4) qu'avec celui de *Mugil saliens* (*fig.* 6) et une variation de *Mugil capito* (*fig.* 5), qui se rapproche plus du type *saliens* que du sien propre.

La comparaison des sagitta des cinq *Mugil* étudiés nous conduit donc aux mêmes résultats que celle des caractères extérieurs et même des quelques caractères anatomiques qui ont été indiqués jusqu'ici. Or, la sagitta,

observée comme nous le faisons, c'est-à-dire non seulement en ce qu'elle a de typique pour chaque espèce, mais aussi dans ses variations au sein de celle-ci ([1]), nous a toujours paru être un caractère spécifique des plus sérieux pour les nombreuses formes de poissons que nous avons examinés jusqu'ici.

Que conclure de tous ces faits? C'est que si *Mugil cephalus*, *Mugil chelo* et *Mugil auratus* constituent bien ce qu'on est convenu d'appeler de bonnes espèces, il n'en est pas de même de *Mugil capito* et de *Mugil saliens* qui pourraient bien n'être que deux formes d'un même type.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *La structure des muscles striés d'après leurs propriétés optiques*. Note ([2]) de M. **R. Lutembacher**, présentée par M. Louis Lumière.

On admet, à la suite de Kœlliker, Ranvier, Renaut, Mollard, Heidenhaim, que le muscle strié est constitué par un grand nombre de fibrilles, de structure hétérogène, et que chaque fibrille est composée d'une série linéaire de deux matières différentes alternant régulièrement : *les bandes sombres*, biréfringentes et contractiles; *les bandes claires*, monoréfringentes et élastiques.

Nos recherches effectuées principalement sur des muscles d'insectes à l'état frais nous amènent à concevoir autrement la structure de ces muscles.

Si l'on examine en effet une lame contractile simple, par sondage optique sous le microscope, on constate que l'aspect diffère d'un plan à un autre.

Sur un premier plan, on observe une membrane à ondulations ou cannelures longitudinales étroites, mesurant 1^{μ} environ. Les ondulations sont continues sur toute la longueur de la fibre.

Sur un deuxième plan apparaît une membrane à ondulations ou cannelures transversales larges, mesurant 4 à 5^{μ}, les fibres étant en état de demi-tension.

Ce plan profond très réfringent projette des bandes transversales alternativement sombres et claires sur le plan superficiel.

Dans une région intermédiaire, ces deux systèmes d'ondulations se

([1]) J. Chaine et J. Duvergier, *Sur les otolithes de Poissons* (*Procès-verbaux de la Société linnéenne de Bordeaux*, 74, 1922, p. 57).

([2]) Séance du 16 janvier 1928.

coupent optiquement; c'est dans ce plan seulement que la double striation des muscles est apparente.

Dans ce plan intermédiaire, les ondulations longitudinales perdent en apparence leur continuité : elles sont décomposées par les bandes transversales d'ombre et de lumière en une série linéaire de petits bâtonnets dont une extrémité vivement éclairée paraît plus renflée par suite des réfractions qu'elles provoquent.

Pendant la contraction des fibres, les ondulations transversales du plan profond se rapprochent les unes des autres; les bandes d'ombres se réduisent à une ligne sombre. Par un effet optique, elles font apparaître les plis longitudinaux sous l'aspect de petits cônes vivement éclairés et bordés par un trait sombre.

Ces aspects varient avec l'incidence du faisceau lumineux qui éclaire la préparation.

La description classique admet que les deux matières différentes qui constitueraient les fibrilles, auraient vis-à-vis de la lumière polarisée des propriétés opposées : le disque épais serait anisotrope, biréfringent; le disque mince ou strié d'Amici serait plus ou moins biréfringent et enfin la bande claire serait isotrope, monoréfringente, ainsi que la strie intermédiaire de Hensen.

Pour expliquer la biréfringence des fibres, certains auteurs admettent qu'il existe, dans le disque épais, des particules cristallines régulièrement orientées (Mizelles de Naegeli) douées de biréfringence.

Les recherches spectrographiques aux rayons X de Herzog et Jancke auraient démontré l'existence de ces particules cristallines inframicroscopiques et biréfringentes; Wiener parle de bâtonnets monoréfringents logés dans un milieu possédant un indice de réfraction différent.

Cependant quelques biologistes ont insisté sur la variabilité de ces propriétés optiques. Rollet et Ebner remarquent que la réfraction double s'affaiblit pendant la contraction.

D'autres auteurs ont noté en lumière polarisée la biréfraction totale de la fibre longitudinale sur toute sa longueur.

Nous avons pu, grâce à l'obligeance de M. Fabry, obtenir, à l'aide de grands nicols, des microphotographies de fibres musculaires en lumière polarisée.

A un faible grossissement, les nicols étant à l'extinction, les fibres sont vivement éclairées sur le champ obscur du microscope. Les deux membranes ondulées sont donc constituées par une matière biréfringente.

A l'immersion, la structure intervient, donnant les mêmes images qu'en lumière naturelle.

Il est probable que la lumière polarisée se réfléchit et se réfracte comme la lumière naturelle à travers ces deux systèmes ondulés.

Il faut tenir compte aussi des tensions moléculaires auxquelles sont soumises les membranes au niveau des courbures, ce qui peut accroître en ce point la biréfringence.

Pour bien montrer qu'il n'était pas nécessaire de faire intervenir des substances différentes pour expliquer les effets optiques constatés sur les muscles, nous avons pu les reconstituer avec des membranes ondulées ou cannelées en acétocellulose et en celluloïd mises à notre disposition par M. Louis Lumière.

Les photographies que nous avons recueillies avec ces modèles, en lumière naturelle et en lumière polarisée, rappellent très nettement l'aspect de nos microphotographies recueillies sur les muscles, comme le montrent les microphotographies projetées en séance (grossissement 850).

Cette analogie justifie l'interprétation nouvelle que nous donnons de la double striation des muscles.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Mode d'action des réactifs dans le séro-diagnostic de la syphilis. Influence du* pH^{+}. Note (¹) de MM. **R. Douris** et **J. Beck**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans les nombreuses réactions proposées pour le séro-diagnostic de la syphilis, on fait agir sur le sérum à examiner des antigènes (extraits d'organes : cœur, foie, etc.). Ceux-ci déterminent une précipitation plus ou moins nette. Comme nous savons que la concentration des ions hydrogène est un facteur important parmi ceux qui conditionnent la précipitation des matières protéiques, nous avons été amenés à déterminer le pH de ces réactifs.

Pour cela, nous avons eu recours à la méthode électrométrique en nous servant du potentiomètre A. Berthelot muni d'un galvanomètre d'Arsonval et de l'électrode à quinhydrone de Billmann.

Les différents antigènes ont été examinés après les avoir dilués dans les conditions indiquées par les auteurs (²) pour leur emploi et non pas en

(¹) Séance du 9 janvier 1928.

(²) R. Douris, *Guide pratique pour l'analyse du sang*, p. 80-86 et 171-188, Vigot frères, éditeurs, Paris, 1925.

solution alcoolique, forme sous laquelle ils sont conservés dans les laboratoires.

Lorsque nous avions affaire à des réactifs complexes dans lesquels intervenaient soit de la cholestérine, soit de la teinture de benjoin, nous avons fait des expériences de comparaison pour nous rendre compte du rôle de ces éléments ajoutés. Nous avons examiné également l'eau distillée ou l'eau salée qui servait à leur préparation.

De nos déterminations il résulte que tous les antigènes employés pour le séro-diagnostic de la syphilis ont un pH compris entre 4,12 et 5,95, c'est-à-dire inférieur à pH 7, donc correspondant nettement à une réaction acide.

Lorsqu'on mélange un antigène au sérum à examiner on constate une légère floculation visible à l'œil nu ou perceptible à l'ultramicroscope. Le précipité nous semble le résultat d'une action chimique des antigènes agissant à la manière d'un acide faible sur les matières albuminoïdes des sérums qui sont ainsi rapprochées de leur point isoélectrique; un antigène étant d'autant plus sensible que son pH est moins élevé.

A cette action chimique vient s'ajouter une action physique de floculation des colloïdes. En effet, dans tous les antigènes nous avons trouvé une petite quantité de cholestérine qui provient de la désintégration des complexes qui existent dans les organes servant à leur préparation. Cette cholestérine, au moment de la dilution de l'antigène, se trouve en suspension dans le liquide, c'est-à-dire sous forme colloïdale.

Par l'addition de cholestérine préconisée par certains sérologistes, on obtient des antigènes de plus en plus troubles, colloïdes de moins en moins stables et, par suite, très sensibles aux variations de conditions de milieu [1]. L'acidité des antigènes donnant lieu à une précipitation des matières albuminoïdes, les particules ainsi formées ont tendance à s'unir à celles de cholestérine en suspension et à les entraîner dans leur sédimentation. Si l'on remplace la cholestérine par d'autres produits tels que teintures de résines de benjoin ou de tolu, celles-ci diluées avec de l'eau distillée ou de l'eau salée donnent un trouble très accentué jouant le même rôle que les particules de cholestérine. Les réactifs ainsi obtenus (antigène-benjoin, antigène-tolu), dont la faible acidité est due en partie aux acides benzoïque et

---

(1) Dans la suspension de lécithine de Noguchi, le même phénomène se produit; nous avons ici des particules de lécithine en suspension et une acidité due aux acides gras et glycéro-phosphorique provenant de la dissociation de la lécithine elle-même.

cinnamique, ont une grande sensibilité, et leur emploi a permis d'établir des méthodes de diagnostic rapide de la syphilis suivant une technique excessivement simple.

Dans ces réactifs, l'addition de cholestérine ou de résine peut élever le pH de l'extrait d'organes. La diminution de sensibilité chimique qui en résulte est largement compensée par l'augmentation du trouble colloïdal de l'antigène initial, ainsi que le montrent les mesures photométriques d'opacité des antigènes.

Conclusions. — Tous les réactifs antigènes pour le séro-diagnostic de la syphilis ont un pH acide et sont en solution colloïdale au moment de leur emploi.

Leur action sur le sérum est due en partie à leur acidité qui rapproche les protéines du sérum de leur point isoélectrique, et détermine leur précipitation. A ce moment intervient l'union des particules colloïdales du sérum avec les particules contenues dans l'antigène. On a ainsi une augmentation du trouble produit dans la réaction précédente et une sédimentation plus accentuée. Ces phénomènes présentent leur maximun d'intensité dans les plus récentes méthodes proposées pour le séro-diagnostic de la syphilis.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le régime à base d'avoine et jaune d'œuf et sur la dualité de la vitamine* C. Note de **N. Bezssonoff**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Il fut montré [1] que le mélange de 90^g d'avoine, 10^g de son, 4^g de levure et $7^g,5$ de jaune d'œuf constitue une ration strictement privée de vitamine C et qu'il devient régime complet par addition de cette vitamine. Les cobayes qui reçurent ce mélange succombèrent du scorbut avant le 33e jour, et ceux recevant en outre une quantité minime de substances antiscorbutiques restèrent en bon état au cours d'expériences de 80 jours. La valeur de ce régime fut vérifiée par des épreuves beaucoup plus longues et en variant les proportions de ses composants. Au printemps, on expérimenta sur 3 lots de 4 cobayes. La ration du premier lot comprenait 12,6 pour 100 et celle des autres 6,7 pour 100 de jaune d'œuf. Le principe C fut fourni au premier et au deuxième lot sous la forme de jus de citron : $0^{cm^3},8$ par 100^g de

(1) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 921, 1309; *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 9, 1927, p. 555, 568.

cobaye; à partir du 90e jour, le jus fut remplacé par 30mg d'une préparation tirée du chou. Le troisième lot reçut 0g,6 de chou frais par 100g de cobaye. Un cobaye du deuxième lot succomba au 74e jour. Au 100e jour, l'augmentation moyenne du poids des cobayes était : premier lot, 21g; deuxième lot, 23g; troisième lot, 107g.

L'expérience continua sur 6 cobayes, 3 du premier lot et 3 du deuxième, qui reçurent désormais une ration contenant 8 pour 100 en jaune d'œuf. Au 170e jour, l'augmentation moyenne du poids était de 40g.

Au cours des épreuves précitées, 6 cobayes n'avaient reçu durant 80 jours d'autre vitamine C que celle contenue dans la préparation retirée du chou par mon procédé (1).

Ce procédé consiste : 1° en la défécation par l'acétate neutre de plomb du jus de chou; 2° en l'alcalisation jusqu'au pH 8,2 du liquide déféqué conduisant à la formation d'un précipité contenant la vitamine C. Notons qu'en 1925, Zilva, utilisant le citron, adopta le premier principe de ce procédé, et en 1927, le second, renonçant à son ancienne méthode à l'acétate basique de plomb.

On vient de voir que ce procédé permet d'obtenir un produit préservant à lui seul le cobaye du scorbut. Or, précédemment (2), une préparation analogue n'exerça cet effet qu'additionnée de lait ou de jus de citron chauffés, ce qui semblait indiquer la dualité du principe C. Mais cette préparation ayant subi une purification supplémentaire, différa de celle qui se montra suffisante à elle seule. La purification fut obtenue en traitant la préparation débarrassée du plomb et concentrée dans le vide par un excès de $CaCO^3$ et ensuite par l'alcool à 95° : 4 volumes pour 1 de la solution. Le précipité éloigné, le filtrat fut desséché. Ce traitement pouvait éliminer la deuxième fraction C qui se conservait dans le produit non purifié. Le produit purifié donnait avec l'acide monomolybdophosphotungstique (3) une réaction bleue beaucoup plus faible que celle du produit non purifié, et la réaction du précipité éloigné était forte.

Une nouvelle préparation fut obtenue en ajoutant le CO^3Ca, non en excès, mais jusqu'à l'obtention d'un pH 4,5 environ. Après addition de l'alcool, le précipité et le filtrat furent desséchés. La réaction bleue du précipité était très faible, et celle du filtrat desséché intense.

---

(1) *Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 846; **180**, 1925, p. 970.

(2) *Loc. cit.*

(3) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **4**, 1922, p. 83; **8**, 1924, p. 220.

On expérimenta sur des lots de 4 cobayes : 1° le filtrat desséché à la dose de 40^{mg} par 100^{g} de cobaye; 2° le filtrat et le précipité à la dose de 30 et 2^{mg},5; 3° le précipité seul à la dose de 12^{mg}. Après une épreuve de 85 jours, terminée en décembre, le premier lot avait augmenté en moyenne de 49^{g}; le second avait diminué, de 44; le troisième avait succombé avant le trente-deuxième jour. Donc, un tel fractionnement ne peut conduire à la séparation du deuxième facteur C.

En ce qui concerne la réaction bleue, notons que jusqu'à présent tous les régimes à effet antiscorbutique contenaient une substance qui la donnait et qu'elle semble se rapporter plus directement au facteur C^2 qu'au facteur C^1. Une des préparations obtenues par Zilva et la mienne décrite en 1925 [1], ne donnaient pas cette réaction, mais les deux furent éprouvées sur des cobayes recevant le lait chauffé. Or ce lait donne une réaction bleue, et il fut montré qu'il peut contenir le facteur C^2 [1]. Les cobayes de Scotti-Foglieni ne furent entièrement protégés du scorbut que par l'absorption de la partie distillable et de la partie non distillable du jus de citron. La partie non distillab'e ou facteur C^2 donnait la réaction. Dans mes expériences antérieures [1], les cobayes furent préservés par une préparation C^1 et par du jus de citron chauffé donnant nettement la réaction.

En résumé : 1° la valeur du régime à base d'avoine, jaune d'œuf est confirmée. Il n'existe pas de relation étroite entre les proportions des principaux aliments qui entrent dans ce régime et son efficacité. Mais celle-ci dépend strictement de la présence d'éléments oligosynergiques, tels que les a définis M. Gabriel Bertrand; 2° une préparation obtenue par mon procédé à l'acétate neutre de plomb contenait toutes les vitamines C. Une neutralisation partielle au $CaCO^3$ de cette préparation, suivie d'un traitement à l'alcool, ne permit pas de séparer le facteur C^2 et de prouver définitivement la dualité du principe C.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur un éther inositotétraphosphorique naturel optiquement actif.* Note de MM. **Swigel Posternak** et **Théodore Posternak**, présentée par M. A. Desgrez.

Pour étudier les transformations du principe phospho-organique de réserve des plantes vertes, au cours du développement de l'embryon, nous

(1) *Loc. cit.*

nous sommes adressés aux germes de blé, matériel de recherches précieux par sa haute teneur en phosphore organique.

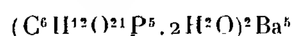
Un gramme de germes contient en effet :

	mg	Pour 100 du P total.
Phosphore total	8,73	
» soluble dans l'éther	0,23	2,63
» soluble dans l'alcool	0,04	0,46
» extractible par l'acide picrique à 1,5 par litre	7,61	87,17
» insoluble dans ces dissolvants	0,85	9,74
» minéral	traces	

Les germes de blé sont riches en phosphatase très active qu'il est nécessaire de détruire par ébullition prolongée avec de l'alcool, avant d'opérer toute extraction aqueuse.

L'insoluble du tableau ci-dessus représente l'acide triticonucléique d'Osborne et Harris (¹).

L'acétate de baryte précipite 89 pour 100 du phosphore de l'extrait picrique. Si l'on dissout le précipité barytique dans la quantité strictement nécessaire d'acide chlorhydrique à 10 pour 100, il se produit bientôt une abondante cristallisation de cristaux prismatiques représentant la presque totalité du sel barytique dissous et répondant, séchés à 110° sur l'anhydride phosphorique dans le vide, à la formule



$$(C^6H^{12}O^{21}P^5.2H^2O)^2Ba^5$$

Ce corps rappelle par sa composition et ses propriétés le sel de baryte obtenu par Anderson à partir de graines d'érable conservées au laboratoire pendant trois ans, et qu'il considéra comme un sel acide d'un éther pentaphosphorique d'inosite (²); or tel n'est pas le cas.

Ayant en effet préparé le sel double de chaux et de soude de notre produit, nous avons observé l'apparition des cristaux caractéristiques de l'éther inositohexaphosphorique décrits par l'un de nous (³). Des eaux mères, on précipite comme sel alcalino-terreux un composé auquel l'analyse assigne la formule d'un tétraphosphate d'inosite. Le corps d'Anderson est, par conséquent, un sel mixte d'éthers hexa- et tétraphosphoriques d'inosite.

A l'état libre, ce tétraphosphate constitue un sirop incristallisable donnant des sels alcalino-terreux et des métaux lourds insolubles dans

(¹) *Zeits. für Physiol. Chem.*, **36**, 1902, p. 85.

(²) *J. of Biol. Chem.*, **43**, 1920. p. 469.

(³) *Comptes rendus*, **168**, 1919, p. 1216; *Helv. Chim. Acta*, **4**, 1921, p. 150.

l'eau. En présence d'une quantité équimoléculaire d'hexaphosphate d'inosite, il forme, comme nous l'avons vu, des sels acides de baryte mixtes cristallisés. Par chauffe à l'autoclave, à 130°, pendant 6 heures de ses solutions aqueuses, on obtient, à côté d'acide phosphorique, près de 96 pour 100 de la théorie en inosite inactive.

La propriété la plus remarquable du produit est son activité optique :

$\alpha_D^{14,5} = -3°,92$, pour l'acide libre $C^6H^{16}O^{18}P^4$;

$\alpha_D^{14,5} = -7°,94$, après neutralisation à la phtaléine de phénol par la soude.

A notre connaissance, c'est le premier dérivé actif de la *méso-inosite* qu'on ait isolé à ce jour.

Il se forme sans doute dans le germe aux dépens de l'hexaphosphate sous l'action de la phosphatase, car, par ce moyen, nous avons pu préparer, à partir de l'inositohexaphosphate de soude cristallisé, des éthers inférieurs nettement lévogyres.

10^g de ce sel sont dissous dans 425^{cm^3} d'eau. On ajoute 35^{cm^3} d'acide acétique normal, 5^g de farine de germes de blé, 20^{cm^3} de toluène et l'on met le tout à l'étuve à 30°. Après 42 heures, 49,8 pour 100 du phosphore total sont minéralisés. On filtre, précipite par l'acétate de plomb, décompose le précipité filtré par l'hydrogène sulfuré. Volume de la solution : 95^{cm^3}.

$\alpha^{14} = -0,85$ dans un tube de 50^{cm};

$\alpha^{14} = -1,55$ dans un tube de 50^{cm} après neutralisation à la soude.

La découverte d'un éther inositotétraphosphorique actif présente encore un intérêt purement chimique. On sait que la configuration de l'inosite dans l'espace peut être représentée par sept formules symétriques. L'existence d'un dérivé tétrasubstitué actif élimine d'emblée la formule $\frac{123456}{0}$ qui paraissait probable à la suite de la synthèse de Wieland et Wishart [1]. D'autre part, rappelons qu'Anderson [2] a isolé du son de blé un monophosphate d'inosite cristallisé optiquement inactif, ce qui est incompatible avec la formule $\frac{1234}{56}$ qui serait ainsi à rejeter également.

En résumé, à côté d'hexaphosphate d'inosite qui forme la partie constituante de toutes les graines étudiées jusqu'ici, les germes de blé contiennent en quantité prépondérante un éther tétraphosphorique lévogyre. Comme nous avons pu retrouver ce dernier dans le malt de 5 et de 15 jours, il semble être un des premiers produits d'évolution de l'hexaphosphate d'inosite.

---

(1) *Ber. d. Deutsch. Chem. Ges.*, 47, 1914, p. 2082.

(2) *J. of Biol. Chem.*, 18, 1914, p. 441.

HISTOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Le pancréas et le testicule au cours de la polynévrite aviaire.* Note de MM. **H. Bierry** et **M. Kollmann**, présentée par M. Ch. Gravier.

A part Mac Carrisson qui a étudié d'une façon systématique, mais très superficielle, les lésions dégénératives des organes dans la polynévrite aviaire, peu d'auteurs se sont occupés de cette question. Au cours de nos recherches, nous avons été amenés à examiner au point de vue histologique le pancréas et le testicule à divers stades de l'avitaminose B.

Il a été fait choix pour ce genre d'études de la méthode du pigeon, choix motivé à la fois par la simplicité de cette méthode et par sa spécificité dans le contrôle de la vitamine antinévritique. Nous avons utilisé, à dessein, non pas des régimes équilibrés au sens indiqué par Desgrez, Bierry et Rathery, mais une ration très riche en glucides, le régime de base consistant en riz décortiqué. Les témoins ingéraient en outre, tous les deux ou trois jours, quelques centigrammes d'un extrait concentré de vitamine hydrosoluble B; d'autres, enfin, également nourris au riz, recevaient la même quantité de vitamine mais autoclavée. L'activité remarquable de notre vitamine était attestée par son effet préventif (absence d'accidents chez les pigeons qui l'absorbaient) et son effet curatif (guérison rapide des pigeons présentant le syndrome béribérique). Le gavage a été employé à partir du moment où les pigeons refusaient la nourriture.

Enfin, tous les pigeons recevant la vitamine autoclavée ont présenté les accidents polynévritiques typiques entre le 14e et le 25e jour, suivant les races et les individus. Les animaux ont été sacrifiés soit au début de la crise, soit en pleine crise au moment des accidents caractéristiques, soit enfin après traitement et rétablissement.

Pancréas. — L'examen histologique a montré la présence d'îlots de Langerhans beaucoup plus volumineux et relativement plus nombreux dans le pancréas des oiseaux atteints de polynévrite que dans le pancréas des témoins, sacrifiés au bout d'un même temps. Le nombre des îlots était établi en comparant soigneusement des coupes correspondant exactement aux mêmes régions.

Une très petite quantité de vitamine B a donc suffi à maintenir l'équilibre entre les îlots et les acini dans le pancréas des pigeons à qui on l'administrait. D'autre part, le pancréas des pigeons traités et guéris se présentait comme celui des témoins.

On connaît le rôle joué par cette vitamine dans le métabolisme des hydrates de carbone, à la suite des expériences de Cooper, Funk (1914), Braddon et Cooper (1914), L. Randoin et Simonnet (1924), Plimmer et ses collaborateurs (1922-1927), sur les oiseaux; des recherches de Desgrez et Bierry (1921) sur le rat, et de Desgrez, Bierry et Rathery (1923) sur l'homme diabétique. On sait également que les pigeons, à la période des crises de polynévrite, présentent une hyperglycémie marquée.

Testicule. — L'étude a été limitée aux testicules de pigeons qui avaient reproduit au Laboratoire et dont l'état sexuel n'était pas douteux. Nous avons constamment trouvé une très légère diminution de volume de l'organe et des lésions histologiques qui peuvent se résumer comme suit : les canalicules séminifères sont très peu réduits en diamètre; les spermatogonies sont intactes; le reste de la lignée séminale est toujours plus ou moins atteint dans le sens rétrograde, mais avec des variations, tantôt les spermatozoïdes et les cellules de Sertoli sont dégénérés; ces dernières sont fragmentées en masses plurinucléées renfermant des têtes spiralées de spermatozoïdes en voie de dissolution. Le plus souvent la lésion s'étend aux spermatides; souvent les spermatocytes sont tout à fait désorganisés; parfois cependant la lignée spermatique n'est pas si atteinte qu'on n'y puisse voir nombre de synapsis et de mitoses de maturation; mais, même dans ce cas, les cellules de Sertoli sont dégénérées.

Quant au tissu conjonctif et à la glande interstitielle, ils sont restés dans tous les cas absolument normaux.

Ces lésions testiculaires ne sont pas définitives car certains de nos pigeons, traités et guéris, tués une vingtaine de jours après la crise, avaient des testicules tout à fait normaux.

P. Portier antérieurement (1920) a examiné également le testicule des pigeons dans l'avitaminose; il a observé d'une part, au bout d'une quinzaine de jours, des lésions à peu près semblables à celles que nous avons décrites; il a trouvé d'autre part, après un régime de carence longtemps prolongé, des testicules de taille très diminuée, des canalicules très petits à contenu réduit aux spermatogonies et un tissu conjonctif extrêmement hypertrophié. Dans ces dernières expériences, les pigeons ingéraient des graines stérilisées à l'autoclave, résistaient longtemps et étaient sacrifiés seulement après quarante jours de régime.

Dans nos expériences qui ont été de courte durée, bien que s'ajoutent aux troubles typiques particuliers de l'avitaminose B (carence en facteur B) les effets d'une ration déséquilibrée, les lésions sont moins intenses et facilement réparables.

On peut donc penser que les lésions plus graves (hypertrophie du tissu conjonctif, réduction du contenu canaliculaire aux seules spermatogonies) ne sont pas dues à l'avitaminose B proprement dite, mais sont surtout la conséquence d'une sous-alimentation longtemps prolongée.

MÉDECINE. — *Surdité et composition musicale.* Note de M. **Marage**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans une Note précédente [1] j'ai montré que la surdité de Beethoven était due à des lésions de l'oreille interne : je vais examiner aujourd'hui quelle a été l'influence de cette affection sur son œuvre musicale.

J'exposerai d'abord les faits historiques, puis je montrerai les rapports entre la surdité et les compositions musicales, enfin je tirerai les conclusions de cette Note et de la précédente.

Faits historiques. — Alors que les grands compositeurs, de même que les grands mathématiciens, ont fait, le plus souvent, des travaux importants avant l'âge de 25 ans, Beethoven, jusqu'à l'âge de 28 ans, époque à laquelle débute sa surdité, est l'élève de Haydn, le fils spirituel de Mozart, mais il n'écrit pas d'œuvres où sa personnalité soit marquée; c'est une période préparatoire. Ce n'est qu'en 1801, alors que sa surdité est complète pour les sons aigus et presque complète pour les autres sons (perte moyenne d'audition 60 pour 100), qu'il devient lui-même; avec la seconde symphonie 1803, la symphonie héroïque 1804 et la symphonie pastorale 1808.

A mesure que sa surdité augmente, ses œuvres gagnent en beauté et en originalité, et quand il n'entend plus rien et est obligé de se servir des cahiers de conversation il est, si je puis m'exprimer ainsi, supérieur à lui-même, jusqu'au moment où il écrit la neuvième symphonie avec chœurs.

Sollicité par les sons suraigus de ses bourdonnements, il les emploie aux instruments à cordes, aux instruments de bois et aux voix humaines (symphonie avec chœurs) pour lesquelles il écrit beaucoup trop haut ce qui rend l'exécution si redoutable pour les chanteurs.

On peut donc dire que moins Beethoven entend le monde extérieur, plus il crée de belles œuvres, absolument originales et complètement différentes de celles de ses comtemporains. Il s'agit d'expliquer ce phénomène bizarre.

Rapport entre la surdité et les œuvres. — Si Beethoven avait été atteint d'otite scléreuse, c'est-à-dire s'il avait été plongé dans le noir acoustique,

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 110.

intus et *extra*, à partir de 1801, il est probable, pour ne pas dire certain, qu'il n'aurait écrit aucune de ses œuvres.

Mais sa surdité, d'origine labyrinthique, présentait ceci de particulier, c'est-que, si elle le retranchait du monde extérieur, c'est-à-dire de tout ce qui aurait pu influencer sa production musicale, elle avait l'avantage de maintenir ses centres auditifs dans un état constant d'excitation, en produisant des vibrations musicales et des bourdonnements qu'il percevait parfois avec tant d'intensité. Il faut se souvenir de ce qu'il écrivait à ce sujet :

« Mon jeu et ma composition souffrent encore très peu de mon infirmité » ([1]). La surdité n'a donc pas plongé Beethoven dans le silence absolu; si elle a supprimé les vibrations extérieures, elle a augmenté les bruits intérieurs et c'est probablement à cela qu'il fait allusion lorsqu'il dit :

« Quand une idée me vient, je l'entends dans les instruments et jamais dans les voix » ([2]); aussi recula-t-il le plus possible le moment d'employer les voix (1812).

Les malades atteints de labyrinthite entendent, en effet, des sons souvent excessivement variés; nombreux sont ceux qui perçoivent des chants d'oiseaux et, quand on connaît cette particularité, on comprend l'harmonie imitative de Beethoven dans la symphonie pastorale, où il fait entendre le chant du rossignol, du coucou et de la caille; « les esthéticiens, ([3]) écrit Romain Rolland, ont beaucoup discuté sur la question de savoir si l'on devait ou non approuver ces essais de musique imitative; aucun n'a remarqué *que Beethoven n'imitait rien puisqu'il n'entendait rien*, il recréait dans son esprit un monde qui était mort pour lui ».

Ceci ne me semble pas exact, Beethoven entendait réellement des chants d'oiseaux.

Il ne les entendait pas continuellement, mais par poussées, et c'est probablement alors qu'il se promenait « comme un fou » dans la campagne, lorsque ses nerfs acoustiques surexcités lui faisaient entendre des quantités de vibrations musicales que son génie traduisait alors en œuvres immortelles et incompréhensibles à beaucoup de ses contemporains.

Surdité pour les vibrations du monde extérieur, oui, mais hyperacousie pour les vibrations intérieures.

Conclusions. — Étant donné que les véritables œuvres de Beethoven com-

---

([1]) Lettre au pasteur Amenda en Courlande (1801).

([2]) Romain Rolland, *Vie de Beethoven*, p. 69.

([3]) *Loc. cit.*, p. 85.

mencent seulement avec ses bourdonnements et sa surdité, et que ses compositions sont d'autant plus belles qu'il est plus sourd pour le monde extérieur, les vibrations intérieures de toutes sortes qu'il entend étant pour lui la mise en branle de son génie musical, je crois pouvoir tirer les conclusions suivantes :

1° Si Beethoven avait été atteint d'une surdité le retranchant à la fois du monde extérieur et du monde intérieur, on peut se demander s'il aurait pu écrire une seule œuvre musicale.

2° Son genre de surdité l'a retranché du monde extérieur, ce qui l'a empêché d'être influencé par ses contemporains, et lui a permis, grâce à cette excitation des centres auditifs, d'écrire des œuvres qu'un musicien de son époque, en santé normale, n'aurait jamais composées.

J'ajoute en terminant que les œuvres musicales sont fonction de nombreux facteurs variables qui ont une grande importance : l'hérédité, les dispositions innées, l'instruction musicale, la santé générale, les événements extérieurs, politiques, moraux, matériels, etc. ; je n'en ai aujourd'hui étudié qu'un seul, l'acuité auditive.

M. F. Bayle adresse une Note intitulée *Les unités des calculs physiques*.

La séance est levée à $16^h 15^m$.

E. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 30 JANVIER 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la correspondance, M. le **PRÉSIDENT** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Un deuil, un deuil très douloureux, un deuil d'autant plus cruel qu'il nous enlève un confrère auquel nous venions de donner une haute marque d'estime, fait un vide dans nos rangs. Notre vice-président, M. **FÉLIX HENNEGUY**, est mort jeudi dernier, au moment où nous espérions le revoir bientôt parmi nous. Absent de l'Académie depuis plus de trois mois, il a succombé à une maladie, consécutive à une grave opération. Sa disparition sera vivement ressentie dans les milieux scientifiques où il occupait une situation très élevée.

Né à Paris, en 1850, Henneguy se destina d'abord à la carrière médicale à laquelle il se prépara de bonne heure, à la Faculté de Montpellier. Docteur en médecine, dès 1875, attiré à ce moment par la science pure, il entre bientôt au Collège de France où il est chargé des fonctions de préparateur du cours d'Embryogénie comparée, sous la direction de Balbiani dont il fut l'élève et le collaborateur. Bientôt titularisé dans ces fonctions, il se trouva attaché pour toujours au célèbre établissement qui allait être témoin de toute sa carrière. En 1900, il devient professeur, en remplacement de son maître dont il avait souvent occupé la chaire, en qualité de suppléant. Plusieurs fois lauréat de l'Institut, il était déjà membre des

Académies de médecine de Rome et de Paris, avant de devenir notre confrère, en 1908.

Des postes honorifiques et des fonctions accessoires où le talent d'Henneguy, comme professeur, trouva l'occasion de se manifester et de rendre service à la jeunesse studieuse, complètent cette belle carrière, édifiée sur une œuvre considérable qui laissera un sillon ineffaçable dans l'histoire des sciences naturelles.

L'étude du développement des êtres organisés, objet de l'embryogénie comparée, a été dominée longtemps par la notion de leur constitution cellulaire, considérée d'abord comme point de départ suffisant, dans les recherches qui s'y rapportent. Peu à peu les embryologistes, en vue de pousser aussi loin que possible l'étude de l'origine de ces êtres et de déterminer les lois de leur évolution, ont été amenés à étendre les investigations à la structure et au fonctionnement de la cellule elle-même qui constitue la forme élémentaire la plus simple, sous laquelle puisse se présenter la substance organisée manifestant les propriétés caractérisant les êtres vivants. Au développement de cette branche de l'anatomie générale, appelée la cytologie, notre regretté confrère a consacré la plus grande partie de son activité scientifique, s'attachant en particulier à l'étude nouvelle du phénomène de la division indirecte de la cellule, dans le règne animal, tandis que notre confrère Guignard l'abordait dans les végétaux. Henneguy fit faire de grands progrès à l'exploration des voies mystérieuses, tracées par la nature, pour arriver à ses fins, dans les multiples transformations de l'organisme élémentaire. Il a contribué, pour une large part, à démontrer la généralité, dans tous les êtres vivants, de la production du curieux phénomène dont il s'est attaché à découvrir les ressorts et à dévoiler les secrets. En même temps, cette étude le conduisait à étendre singulièrement nos connaissances sur la structure et les propriétés du protoplasma. Dans ses délicates recherches, il a pris comme objet de ses investigations les cellules embryonnaires des poissons osseux, dépourvues d'éléments vitellins et riches en protoplasma. Grâce aux procédés d'une technique qu'il a perfectionnée ou créée lui-même, il a pu suivre, dans tous leurs détails, les diverses phases de la multiplication des cellules de segmentation et a reconnu que le mouvement aboutissant à celle des noyaux, par le mécanisme de la division indirecte, a le protoplasma pour point de départ. A cette conclusion, il a ajouté une foule de faits importants, intéressant l'avancement de la science qu'il a cultivée avec éclat, particulièrement en ce qui concerne les sphères attractives, à l'état de repos, et leurs rapports avec les cils vibratiles.

Ces recherches, exposées dans son enseignement au Collège de France, Henneguy les a résumées dans des livres où les faits dominent, à l'exclusion des théories hasardeuses auxquelles il préférait la méthode inductive, pour arriver à la connaissance de la vérité, partant d'hypothèses plausibles servant de guide, les suivant tant qu'elles conduisent à des résultats confirmés par l'expérience, quitte à en faire le sacrifice dès qu'elles se trouvent en défaut.

Certains travaux embryogéniques d'Henneguy se rapportent à la constitution des organes reproducteurs et des éléments sexuels. Dans ce domaine, il a établi que, chez certains protozoaires, l'apparition de la sexualité a lieu par degrés, le sexe mâle apparaissant avant le sexe femelle à mesure que l'espèce s'épuise par reproduction asexuée. Il a consacré d'autres recherches à des études spéciales sur les mammifères et les insectes. Ces derniers l'ont particulièrement intéressé, à tel point qu'ils ont été plusieurs fois l'objet de ses leçons au Collège de France. En ce qui les concerne, un fait essentiel avait échappé à beaucoup d'observateurs. Avant la fécondation et pour devenir apte à la subir, il est de règle que l'œuf présente deux divisions successives qui détachent de lui des petits corps appelés globules polaires. Henneguy a constaté la production, jusqu'à lui inaperçue, de ces globules, chez les insectes et les amphibiens, établissant ainsi la généralité du phénomène si important qui conduit à la séparation de l'œuf et dont la réalisation est une des caractéristiques les plus nettes de la formation de l'œuf sexué, comme la condition nécessaire de la fécondation.

Observateur consommé, Henneguy était devenu, en matière de technique histologique, le maître auquel s'adressaient les chercheurs, dans les cas difficiles. Les services rendus par son traité des méthodes techniques de l'anatomie microscopique sont incalculables. Ce livre figure honorablement à côté de ses ouvrages les plus appréciés comme de ses autres travaux qui ont donné lieu à des publications en nombre considérable.

Lorsque sa compétence était requise, pour examiner des sujets d'ordre pratique, notre regretté confrère n'hésitait pas à descendre des hautes sphères scientifiques qu'il fréquentait et s'efforçait de les élucider. C'est ainsi qu'il s'occupa de questions intéressant les pêches maritimes aussi bien que des parasites nuisibles à l'agriculture, particulièrement du phylloxéra et des maladies du pommier.

La longue liste des recherches exécutées par ses élèves, dans son laboratoire, témoigne de l'activité féconde à laquelle Henneguy a su donner l'impulsion, en même temps que de son désir d'être utile aux nouveaux venus dans la carrière.

Homme excellent et de commerce agréable, nature ouverte et serviable, notre confrère était la modestie même et ne comptait que des amis dans son entourage. L'œuvre qu'il laisse préservera son nom de l'oubli. Puissent nos regrets et le culte que nous consacrerons à sa mémoire être un adoucissement à la douleur de sa famille cruellement éprouvée par l'éternelle séparation.

Je lève la séance en signe de deuil.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur le rôle des caractéristiques doubles dans le problème de la déformation des surfaces*. Note de M. E. **Goursat**.

1. Soit (E_2) une équation aux dérivées partielles de Monge-Ampère

$$(E_2) \qquad Hr + 2Ks + Lt + M + N(rt - s^2) = 0,$$

où H, K, L, M, N sont des fonctions de x, y, z, p, q. Tous les éléments d'une caractéristique du premier ordre $\mathfrak{M}_1$ appartiennent en général à une infinité d'intégrales de (E_2), dépendant d'une infinité de constantes arbitraires (¹). La démonstration suppose essentiellement que $S^2 - 4RT$ n'est pas nul tout le long de la caractéristique, les lettres R, S, T ayant la signification habituelle, c'est-à-dire que les deux directions caractéristiques issues d'un élément de $\mathfrak{M}_1$ sont distinctes. M. E. Levi (²) a étudié les *caractéristiques doubles* pour lesquelles cette condition n'est pas satisfaite et montré qu'il ne peut y avoir en général que *deux* intégrales holomorphes admettant tous les éléments d'une caractéristique double, sauf dans certains cas spéciaux où il en existe une infinité.

2. Supposons $N \neq 0$. Les éléments d'une caractéristique double doivent vérifier l'équation du premier ordre

$$(E_1) \qquad K^2 - HL + MN = 0$$

et les équations différentielles des caractéristiques qui deviennent alors

$$(1) \qquad \begin{cases} N\,dp + H\,dx - K\,dy = 0, \\ N\,dq - K\,dx + L\,dy = 0, \\ dz - p\,dx - q\,dy = 0. \end{cases}$$

(¹) Voir mes *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre* (t. 1, Chap. IV).

(²) *Annali di Matematica*, 16, 1909, p. 161. M. E. Levi étudie plus généralement les caractéristiques multiples d'une équation d'ordre n à deux variables indépendantes. Dans le cas où il y a au plus deux intégrales holomorphes, la convergence des développements ne semble pas avoir été établie jusqu'à présent.

Si l'on tire l'une des variables x, y, z, p, q de l'équation (E_1), q par exemple, et qu'on porte l'expression ainsi obtenue dans les équations (1), on obtient en général un système de trois équations différentielles où figurent quatre variables x, y, z, p. Les caractéristiques doubles dépendent donc de *trois* constantes arbitraires seulement. Il en est tout autrement lorsque toutes les intégrales de (E_1) vérifient aussi l'équation (E_2). Dans ce cas, le calcul précédent conduit à un système de *deux* équations de Pfaff à *quatre* variables. Les caractéristiques doubles dépendent donc d'une fonction arbitraire d'une variable.

Cette circonstance se présente pour l'équation aux dérivées partielles classique dont dépend la recherche des surfaces admettant un élément linéaire donné. Cet élément étant ramené à la forme

$$ds^2 = du^2 + C^2 dv^2, \tag{2}$$

on a, pour l'équation de Monge-Ampère correspondante,

$$N = C, \quad H = C^2 \frac{\partial C}{\partial u} p - \frac{\partial C}{\partial v} q, \quad K = q \frac{\partial C}{\partial u}, \quad L = 0,$$

$$M = -C^2 \frac{\partial^2 C}{\partial u^2} p^2 - q^2 \left[\frac{\partial^2 C}{\partial u^2} + \frac{1}{C} \left(\frac{\partial C}{\partial u} \right)^2 \right] + C^2 \frac{\partial^2 C}{\partial u^2},$$

$$K^2 - HL + MN = C \frac{\partial^2 C}{\partial u^2} [C^2 - C^2 p^2 - q^2].$$

Toutes les intégrales de (E_1) vérifient aussi l'équation (E_2), comme il est bien connu, et les caractéristiques doubles sont définies par les trois relations

$$dp = \sqrt{1-p^2} \frac{\partial C}{\partial u} dv, \quad q = C\sqrt{1-p^2}, \quad dz = p\,du + q\,dv. \tag{3}$$

On satisfait à ces relations en posant

$$p = \sin V, \quad q = C \cos V, \quad V' = \frac{\partial C}{\partial u}, \quad dz = \int \sin V\,du + C \cos V\,dv, \tag{4}$$

V étant une fonction arbitraire de v; les formules précédentes permettent d'exprimer u, p, q, z en fonction de v.

3. Il est aisé de s'expliquer le rôle de ces multiplicités dans la recherche des surfaces admettant l'élément linéaire (2). Nous supposons que $C(u, v)$ est une fonction analytique réelle et régulière des variables réelles u et v dans un domaine D simplement connexe du plan (u, v). Soit $z(u, v)$ une intégrale réelle de (E_2), holomorphe dans le même domaine. Pour que cette intégrale détermine une portion de surface S sans points singuliers admet-

tant l'élément linéaire (2) et correspondant point par point au domaine D, il faut de plus que cette intégrale vérifie dans ce domaine les inégalités

$$(5) \qquad p^2 < 1, \quad q^2 < C^2, \quad H = C^2(1 - p^2) - q^2 > 0.$$

S'il y a dans le domaine D une ligne L le long de laquelle H s'annule, cette ligne L sera nécessairement analytique. Prenons le cas le plus simple où il existe une ligne L partageant le domaine D en deux domaines D_1 et D_2, H étant positif dans D_1 et négatif dans D_2. Admettons de plus que, dans D_1, on a $p^2 < 1$, $q^2 < C^2$. (Il est clair qu'on ne peut avoir $p^2 = 1$, ou $q^2 = C^2$ en un point de ce domaine.)

Le long de la ligne L, u, v, z, p, q sont des fonctions d'un paramètre λ vérifiant la relation $dz = p\,du + q\,dv$ et la relation $H = 0$. Tous les éléments de cette multiplicité $\mathfrak{M}_1$ appartiennent donc à une intégrale de (E_1), qui est aussi une intégrale de (E_2). Pour que ces éléments appartiennent à une intégrale de (E_2), différente de celle-là, *il faut que cette multiplicité $\mathfrak{M}_1$ soit une caractéristique double de* (E_2).

Inversement, étant donnée une caractéristique double $\mathfrak{M}_1$ de (E_2), on peut toujours, par un changement convenable des paramètres (u, v), supposer qu'elle est représentée par les équations (4), où l'on aurait remplacé u par zéro; la fonction V est déterminée par la relation $V' = \left(\frac{\partial C}{\partial u}\right)_{u=0}$. L'équation (E_2) admet alors une intégrale holomorphe renfermant tous les éléments de $\mathfrak{M}_1$, et pour laquelle H change de signe avec u. De cette intégrale $z(u, v)$ on peut en déduire deux autres $x(u, v)$, $y(u, v)$ au moyen de l'identité

$$du^2 + C^2\,dv^2 - dz^2 = dx^2 + dy^2,$$

la fonction $x(u, v)$ étant régulière dans le voisinage de la ligne $u = 0$, et $y(u, v)$ étant de la forme $u^{\frac{3}{2}} g(u, v)$, la fonction $g(u, v)$ étant régulière dans le même domaine. Lorsque le point (u, v) décrit la portion du domaine D_1 voisine de la ligne $u = 0$, le point de coordonnées $x(u, v)$, $y(u, v)$, $z(u, v)$ décrit deux portions de surfaces S, S', symétriques par rapport au plan $y = 0$, et tangentes à ce plan tout le long d'une courbe de rebroussement. Le premier exemple donné par Darboux pour les surfaces de révolution s'obtient en supposant que C est une fonction U de la seule variable u, et en prenant

$$z(u, v) = \frac{U}{m}\cos(mv),$$

la constante m étant déterminée par la condition $U'(0) = \pm m$, ce qui donne

$$x(u, v) = \frac{U}{m} \sin(mv), \qquad y(u, v) = \int \sqrt{1 - \frac{U'^2}{m^2}}\, du.$$

Les diverses lignes singulières, dont M. Gambier (¹) a donné de nombreux exemples, correspondent à des singularités d'une autre nature des intégrales de l'équation (E_2).

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le principe ergodique.* Note de M. **Hadamard.**

Pour transporter à un système dynamique à m degrés de liberté les résultats obtenus, dans l'étude des transformations à une seule variable, par M. Hostinsky et nous-même (²), il suffit évidemment, en principe, de supposer que, dans les formules obtenues, x (ou y) désigne collectivement les coordonnées d'un point dans l'espace à $2m$ dimensions, ou, suivant la terminologie de Gibbs, d'une phase possible du système, dx désignant l'élément d'extension en phase.

On se trouvera, il est vrai, en présence d'une première difficulté sur laquelle je n'entends pas insister quant à présent, mais sur laquelle il y aurait lieu de revenir : celle qui consiste, suivant une parole célèbre, à « poser la question de manière qu'elle puisse être résolue » : en l'espèce, à introduire le hasard là où, théoriquement, il n'a pas à intervenir et où, cependant, il joue en fait un rôle prépondérant.

Mais, ceci fait, du moment que le système satisfait à la condition de réversibilité et, d'autre part, au célèbre théorème de Liouville sur la conservation de l'extension en phase (invariant intégral de Poincaré) les considérations précédemment développées permettent de donner une réponse déjà précise à la question posée. Dans ces conditions, en effet, *l'équation intégrale (a) de notre Note précédente se résout d'elle-même.*

Pour le voir, il suffit de remarquer que, par hypothèse, le mouvement qui, au bout d'un temps T, permet de passer du point x au point y, permet aussi, par inversion des vitesses, le passage inverse dans le même intervalle de temps. Comme, d'autre part, d'après le théorème ci-dessus rappelé, ce

(¹) *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2ᵉ série, 44, 1920, p. 65 et 76 ; 45, 1921, p. 137, 156, 189.

(²) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 59, 189.

passage se fait avec conservation des éléments de volume, il faudra (en adoptant toujours la notation de M. Hostinsky) que les quantités $f(x, y)\,dx$ forment, comme les quantités analogues $f(x, y)\,dy$, un système de probabilités complémentaires. On a donc

$$(1') \qquad \int f(x, y)\,dx = 1.$$

Dès lors, *notre équation* (a) (et non plus seulement son associée) *admet la solution* $\varphi(x) = 1$. Sous les conditions de validité qui s'introduisent dans notre Note précédente, cette solution est unique et, par conséquent, la *distribution limite sera nécessairement celle dont la densité en phase est uniforme*. C'est précisément le théorème ergodique dont nous nous proposions la démonstration.

Il reste, comme on le voit, et comme on devait s'y attendre, beaucoup de points à élucider : tout d'abord, comme nous l'avons dit, celui qui concerne la position même de la question et qui devra être résolue de manière à permettre d'exprimer la réversibilité sous la forme indiquée plus haut; d'autre part, la discrimination entre le cas ordinaire et le cas singulier, et le rôle que joue dans cette discrimination le choix de l'intervalle de temps T. Dans cette discussion interviendra d'ailleurs forcément la vérification ou la non-vérification de l'hypothèse fondamentale de M. Hostinsky [1] $f(x, y) \neq 0$.

Il serait également intéressant de savoir si le résultat auquel nous venons de parvenir subsiste lorsqu'on admet encore la conservation de l'extension en phase, mais non plus la condition de réversibilité, ou inversement.

MÉCANIQUE. — *Sur le nombre de tours spécifique et la puissance spécifique des turbines motrices*. Note de M. A. **Rateau**.

Dans une Note que j'ai récemment présentée [2], M. Ch. Colombi étend aux turbines à vapeur la notion de *nombre de tours spécifique* n_s déjà

(1) Je dois remarquer que, dans ma Note précédente, j'utilise déjà cette hypothèse pour démontrer que la valeur caractéristique $\lambda = 1$ est simple. Sans elle, en effet, l'équation (a) pourrait admettre des solutions non constantes. Par exemple, l'intervalle d'intégration étant $(-1, +1)$, si l'on a $f(x, y) = 1$ pour $xy > 0$, et $f(x, y) = 0$ pour $xy < 0$, l'équation (a) admet, quelles que soient les constantes α et β, une solution égale à α dans l'intervalle $(-1, 0)$ et à β dans l'intervalle $(0, +1)$.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 124.

employée depuis quelques années pour les turbines hydrauliques. Sa formule de définition est

$$n_s = \sqrt{v}\,\frac{n}{E}\sqrt{\frac{P}{\sqrt{E}}}, \tag{1}$$

où v est le volume spécifique de la vapeur à la sortie de la turbine élémentaire envisagée, en mètres cubes par kilogramme, n le nombre de tours par minute, P la puissance produite en chevaux et E l'énergie disponible par la chute de pression à la turbine élémentaire, en calories par kilogramme; tandis que la formule indiquée par Camerer pour les turbines hydrauliques, en 1899, est

$$n_s = \frac{n}{H}\sqrt{\frac{P}{\sqrt{H}}}, \tag{2}$$

où H est la hauteur de chute en mètres.

Quoique de même forme, l'expression (1) ne comprend pas (2) comme cas particulier, à cause du choix des unités. Il est cependant facile de faire disparaître cet inconvénient.

J'avais moi-même, dans mes études sur les turbo-machines de 1898 (¹), donc *antérieurement au travail de Camerer*, envisagé le coefficient suivant, que j'appelais *coefficient de puissance*,

$$c = \frac{\omega^2 P}{H^{2,5}}, \tag{3}$$

et qui n'est autre que celui de Camerer élevé au carré (et par conséquent le même par essence), si l'on remplace la vitesse angulaire ω par le nombre de tours n par minute auquel elle est proportionnelle :

$$c' = \frac{n^2 P}{H^{2,5}} = n_s^2. \tag{4}$$

Mon coefficient me paraît plus expressif et plus commode que le nombre de tours spécifique.

Plus expressif, parce que ce qu'on cherche ordinairement c'est la plus grande puissance possible à un nombre de tours donné, plutôt que la plus grande vitesse possible pour une puissance donnée.

Plus commode : Son appellation est, en effet, plus brève si on le désigne par « puissance spécifique »; son expression est plus simple, puisqu'il ne renferme qu'une racine carrée, au lieu d'une racine carrée et une racine

---

(¹) *Revue de Mécanique*, 3, décembre 1898, p. 627.

quatrième; enfin, si, pour obtenir plus de puissance, on monte plusieurs roues en parallèle sur le même arbre, comme cela se fait souvent, soit dans les turbines hydrauliques (jusqu'à 6), soit dans les turbines à vapeur (2 au plus jusqu'à présent), la puissance spécifique de l'ensemble est simplement la somme des puissances spécifiques de chacune des roues, tandis que le nombre de tours spécifique croît comme la racine carrée du nombre des roues (à la condition qu'elles soient identiques).

On peut même supprimer la racine carrée, sinon dans le calcul effectif, du moins dans l'écriture du coefficient, en substituant à H la vitesse

$$V = \sqrt{2gH}$$

qui lui correspond. On a alors, en appelant p_s cette forme de la *puissance spécifique*,

$$(5) \qquad p_s = \frac{n^2}{V^5} P = \frac{n_s^2}{(2g)^{2,5}} = \frac{n_s^2}{1705}.$$

Dans les turbines hydrauliques à injection totale et à roue unique, on sait faire varier n_s de 50 à plus de 600; p_s peut donc s'étendre, pour ces machines, de 1,5 à plus de 200, même beaucoup plus encore si l'on tolère quelque abaissement du rendement.

Si, dans une telle machine, on remplace l'eau par un fluide de densité différente, la puissance développée étant proportionnelle à cette densité, il faut diviser l'expression de la puissance spécifique ci-dessus par la densité, ou, ce qui est la même chose, la multiplier par le volume spécifique v du fluide :

$$(6) \qquad p_s = v \frac{n^2}{V^5} P.$$

Sous cette forme générale, l'expression est immédiatement applicable aux turbines à vapeur ou à gaz. V est la vitesse théorique (en mètres par seconde) que le fluide peut prendre entre les pressions d'amont et d'aval de la turbine, et v le volume spécifique de ce fluide à la sortie de la roue mobile (ou plus exactement dans l'enceinte d'aval, lorsqu'il a pris sa pression définitive), estimé en décimètres cubes par kilogramme, pour que les unités se correspondent, et non pas en mètres cubes par kilogramme comme l'a indiqué M. Colombi.

Au lieu du nombre de tours spécifique, c'est donc la forme (6) (d'ailleurs équivalente à celle de M. Colombi, puisqu'elle est proportionnelle à son carré) que l'on devrait adopter pour le coefficient de comparaison des tur-

bines, si l'on recherche une expression, aussi simple que possible, s'appliquant à tous les genres de turbines, sans coefficient de réduction de l'un à l'autre.

Exemple. — La dernière roue d'une turbine à vapeur multicellulaire de 60000 chevaux que nous avons faite, comprenant 14 roues en série, et tournant à $n = 1500$ t/m, donne $P = 4200$ chevaux, avec une pression de sortie de 0,0372 kg/cm², à laquelle correspond $v = 38500$, et une vitesse théorique d'écoulement de la vapeur de $V = 483$ m/s.

A ces données correspond, d'après la formule (6), $p_s = 13,8$.

L'avant-dernière roue de la même machine, la 13ᵉ, donne un p_s plus élevé : 16,8. C'est à peu près la limite de ce que l'on peut faire en turbines à vapeur. La puissance spécifique reste donc ici très inférieure à celle que l'on sait obtenir en hydraulique. Cela tient à la nature des choses. On est arrêté par la résistance des roues à la force centrifuge, et aussi par les puissances réalisables en génératrices électriques.

ALGOLOGIE. — *Sur les Adélophycées du* Litosiphon.
Note de M. C. SAUVAGEAU.

J'ai récemment démontré que la forme sous laquelle diverses Algues phéosporées éphémères ont été décrites n'est qu'un état délophycé. Leurs éléments reproducteurs fournissent un pléthysmothalle microscopique abondamment fertile qui en est l'état adélophycé. Parmi les exemples cités, le *Leathesia difformis* et le *Castagnea Zosteræ* délophycés possèdent des sporanges uniloculaires et des sporanges pluriloculaires dont les zoospores sont identiques entre elles, ainsi d'ailleurs que les pléthysmothalles qui en dérivent. Pareille identité ne se retrouve pas chez toutes les Délophycées. Ainsi j'ai mentionné en 1897, que les zoospores des sporanges uniloculaires du *Litosiphon*, récolté en juillet sur le *Saccorhiza* à Guéthary, sont plus petites que celles des sporanges pluriloculaires et germent autrement. Depuis, j'ai constaté le même fait chez le *L. pusillus* du *Chorda* récolté à Roscoff. En se continuant sur les pléthysmothalles, cette différence entraîne de nouvelles complications dans l'histoire des Phéosporées.

Mes observations actuelles ont porté sur le *Litosiphon* du *Saccorhiza*. Tandis que le *L. Laminariæ* typique, nettement endophyte dans l'*Alaria*, y provoque une déformation et une hyperplasie, la plante de même taille, que j'ai désignée sous ce nom, en 1897, abrite constamment sa portion inférieure dans les cryptes pilifères du *Saccorhiza* sans pénétrer dans le thalle ni le déformer; elle n'est peut-être qu'une forme méridionale et naine

du *L. pusillus*. D'ailleurs, la détermination spécifique précise est ici accessoire, les phénomènes que j'ai à décrire étant vraisemblablement communs aux deux espèces.

Ce *Litosiphon* est commun à Guéthary. Il y apparaît au printemps et disparaît avant la fin de l'été. Il débute au fond des jeunes cryptes par un filament qui rampe entre la base des poils, d'où s'élèvent quelques filaments dressés, exserts, stériles. Ceux-ci augmentent de nombre tandis que la crypte avance en âge; finalement ils la remplissent en évinçant les poils, en même temps qu'ils fructifient.

D'après mes anciennes récoltes, le *Litosiphon* produit d'abord uniquement des sporanges pluriloculaires, plus tard, un mélange des deux sortes d'organes et, finalement, les sporanges uniloculaires dominent; c'est l'ordre inverse du *Leathesia*. A première vue, il semble que les *Litosiphon* de la partie adulte d'un *Saccorhiza* ensemencent les jeunes cryptes plus voisines de la zone stipo-frondale, et l'on prévoit qu'un épiphyte qui débute au fond des cryptes ne peut résulter de la germination d'un zygote. Des individus récoltés vers la fin de la saison, le 14 août 1927, où les sporanges uniloculaires étaient notablement plus nombreux que les autres, ont permis les expériences ci-dessous.

Trois cultures seulement fournirent des déhiscences. L'une, où les zoospores des sporanges uniloculaires étaient seules, produisit de très beaux pléthysmothalles qui étaient encore stériles le 20 janvier. Les deux autres, qui renfermaient un mélange des deux sortes d'embryospores, fructifièrent; les pléthysmothalles qui provenaient des sporanges pluriloculaires étant en très petit nombre, ceci permit de les repérer dans la culture, tout au moins dans les premiers temps. J'ai réussi alors quelques nouvelles cultures en isolant des pléthysmothalles de première génération, car après la fructification les premières lames de culture, comme des lames vierges placées à proximité, ne pouvaient offrir qu'un nouveau mélange.

Après avoir observé la germination des embryospores, je n'ai pu suivre mes cultures qu'à intervalles assez éloignés. J'expose ici séparément ce qui concerne chaque sorte de pléthysmothalle.

1. *Zoospores des sporanges uniloculaires du* Litosiphon. — Bien que la germination soit d'abord lente, les pléthysmothalles s'accroissent rapidement. Ce sont des filaments rampants monosiphoniés qui prennent une disposition rayonnante, adhèrent au support, et émettent de nombreux rameaux plus ou moins pectinés. Le 19 septembre, certains de ces rameaux étaient déjà transformés en longs sporanges pluriloculaires siliquiformes. Le

nombre de ces sporanges augmenta par la suite; leurs zoospores, petites et munies d'un seul chromatophore, ne m'ont pas offert de copulation. Les pléthysmothalles de deuxième génération, semblables à ceux de la première, montraient à la fin de décembre quelques sporanges siliquiformes. Le 20 janvier, aucune de ces adélophycées de première ou de deuxième génération n'avait fourni de sporange uniloculaire, ni de futurs *Litosiphon*.

2. *Zoospores des sporanges pluriloculaires du* Litosiphon. — Les pléthysmothalles, moins étendus que les précédents, moins ramifiés, moins adhérents au support, sont plus précocement fertiles. Le 19 septembre, tous avaient produit deux sortes de sporanges : les uns pluriloculaires siliquiformes, les autres uniloculaires piriformes, isolés ou contigus, dus à la transformation directe d'une cellule du pléthysmothalle, ce qui, après déhiscence, rend les pléthysmothalles très fragiles. Jusqu'à ce moment, aucune des Phéosporées dont je me suis occupé n'avait formé de sporanges uniloculaires en culture. L'exiguïté de ces adélophycées empêche de cultiver séparément leurs deux sortes de sporanges. Leurs pléthysmothalles de deuxième génération sont de deux sortes, suivant la nature du sporange qui les a engendrés. Les uns, semblables à ceux qui sont décrits au paragraphe précédent, et qui le 20 janvier commençaient à produire des sporanges pluriloculaires siliquiformes, proviennent des sporanges uniloculaires. Les autres plus broussailleux, proviennent des sporanges pluriloculaires, et produisent à la fois des sporanges uniloculaires et des sporanges pluriloculaires, comme les pléthysmothalles de première génération.

Si les quelques pléthysmothalles issus des sporanges pluriloculaires du *Litosiphon*, et qui portent simultanément les deux sortes de sporanges, n'avaient pas été employés pour de nouvelles cultures ou pour des préparations, ils eussent émis des *Litosiphon*. Dès la fin de décembre en effet, ceux de deuxième génération, pareillement munis des deux sortes de sporanges, montrèrent des plantules dressées plus larges, plus raides que les filaments des pléthysmothalles et terminées par un ou deux poils ; bien que des cloisons longitudinales n'y fussent pas encore apparues le 20 janvier, ces plantules représentent assurément de jeunes *Litosiphon*. Elles naissent aux dépens d'une cellule quelconque, comme je l'ai décrit chez le *Giraudya*.

S'il en était ainsi dans la nature, le *Litosiphon* se propagerait sur le *Saccorhiza* au moyen de ses sporanges pluriloculaires (qui apparaissent au début de la saison) ; ses sporanges uniloculaires (qui apparaissent seulement en fin de saison) produiraient une autre adélophycée se multipliant dans une station inconue ; après plusieurs générations, celle-ci formerait des éléments

capables d'ensemencer le *Saccorhiza* lors de sa réapparition au printemps, éléments sur lesquels mes expériences ne donnent pas d'indication. On rencontre parfois sur le *Taonia* et sur le *Scytosiphon* un petit *Litosiphon* qui est probablement le même que celui des cryptes du *Saccorhiza*, mais ces Algues disparaissent aussi vers l'automne et ne peuvent être les supports de cette adélophycée. J'ignore si dans la Manche (Roscoff, etc.), où le *Saccorhiza* bien qu'annuel se rencontre toute l'année, le *Litosiphon* existe aussi en toute saison.

BOTANIQUE. — *Vue d'ensemble de nos connaissances phytogéographiques du Maroc :* II. *Les régions, domaines et secteurs.* Note (1) de MM. **René Maire** et **Louis Emberger** (2).

Un premier essai de division du Maroc en territoires phytogéographiques a été fait, en 1921, par Braun-Blanquet et Maire (3). Nos connaissances ont fait depuis de grands progrès, qui nous amènent à modifier cet essai de la façon suivante :

A. Région méditerranéenne :

I. Le *domaine lusitanien* caractérisé par une flore riche en élément eurosibérien atlantique. Ce domaine est limité, sur le sol africain, à la presqu'île de Tanger formant un secteur que nous appelons :

1. Le *secteur tangérois* (1) (4).

II. Le *domaine maurétano-méditerranéen*. Il est le prolongement occidental de la portion algérienne du domaine. Il occupe la chaîne de l'Atlas rifain et descend, à l'Ouest, jusqu'à Ouezzan, grâce à une coupure hydrographique. Tous les secteurs de ce domaine ne sont pas encore connus; nous en connaissons :

1. Le *Secteur oriental de l'Atlas rifain* (2) exploré par nous en 1926. Ce secteur a une physionomie spéciale à cause de son fort contingent de plantes ibériques.

2. Le *secteur du Tazzeka* (3) enclavé dans le domaine atlantique et ayant par ce fait des caractères floristiques spéciaux.

---

(1) Séance du 9 janvier 1928.

(2) Voir *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1561.

(3) Braun-Blanquet et Maire, *Études sur la végétation et la flore marocaines* (*Mém. Soc. Sc. nat. du Maroc*, 8, 1, 1924, p. 9-152).

(4) Les chiffres entre parenthèses se rapportent à la carte.

3. Le *secteur oranais occidental* (4) comprenant le massif des Beni-Snassen et les montagnes d'Oudjda et de Debdou. Ce secteur est la continuation directe de l'Algérie occidentale.

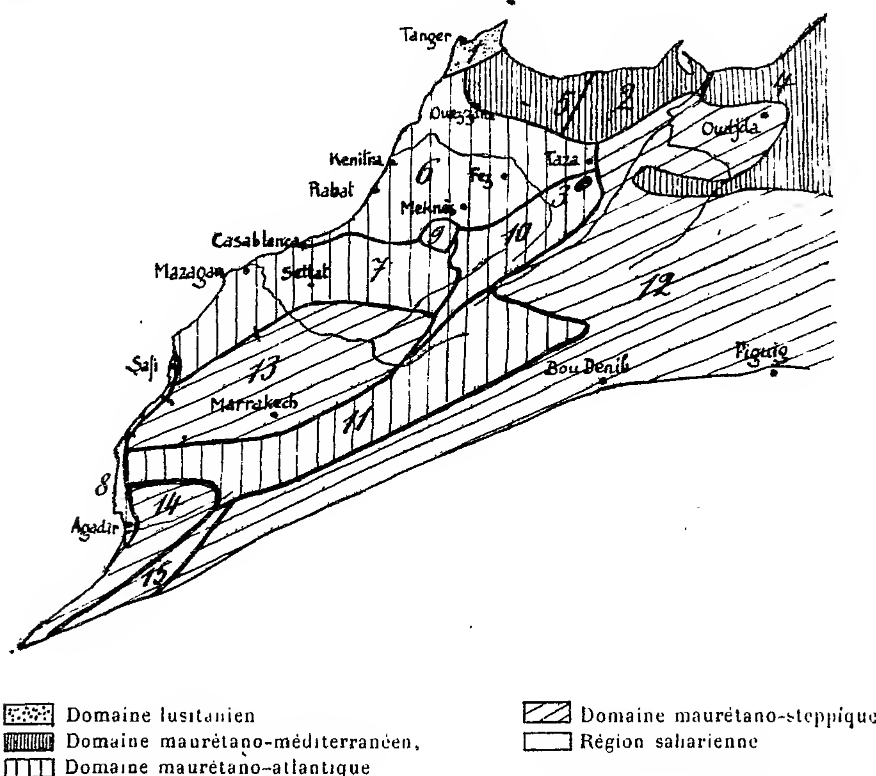
A ces trois secteurs connus, il convient d'ajouter :

4. Le ou les *secteurs occidentaux de l'Atlas rifain* (5), encore inexplorés.

III. Le *domaine maurétano-atlantique* est le domaine le plus vaste du Maroc; il va de Taza à Agadir et comprend les hautes chaînes de montagnes. Nous y distinguons :

a. Les secteurs de la plaine :

1. Le *secteur nord-atlantique* avec ses sous-secteurs (6). Ce secteur comprend tous les pays où il tombe plus de 400^{mm} de pluie. Il réunit en un seul les anciens secteurs salétin et suburien (¹); nous avons reconnu que ces deux secteurs n'ont aucune individualité géographique et ne sont que des faciès (sablonneux, schisteux et argileux) d'un même secteur.



2. Le *secteur sud-atlantique* (7) comprenant les régions recevant moins de 400^{mm} d'eau, mais encore suffisamment humides pour ne pas être steppiques. Nous détachons de ce grand territoire la zone littorale allant du cap

Cantin (nord de Safi) à Agadir à cause de la proportion assez élevée de plantes canariennes entrant dans sa flore, et jouant un rôle considérable, au point de vue physionomique, dans sa végétation. Nous distinguons donc :

3. Le *secteur macaronésien marocain* (8) qui est, pour le phytogéographe, inséparable des Canaries.

Note. — Nous croyons ne pas pouvoir maintenir le secteur de l'Arganier [1] parce que l'Arganier est surtout « l'arbre du Sous ». Or cette province tient, en dehors du littoral, davantage de la steppe (savane) que du domaine atlantique. *Chamaerops humilis* manque dans le Sous, ce qui est un caractère steppique. L'Arganier, de plus, croît sous des climats qui diffèrent beaucoup. On ne peut donc pas le considérer sans réserves comme un élément caractéristique.

b. Les secteurs de montagne :

1. Le *secteur des plateaux d'Oulmès* (9) [2] formant une île humide en pays sec.

2. Les *secteurs du Moyen Atlas* (nombre et limites inconnus) (10).

3. Les *secteurs du Grand Atlas et du Siroua* (plusieurs secteurs occidentaux et plusieurs secteurs orientaux non délimités) (11).

IV. Le *domaine maurétano-steppique* se superpose à l'étage climatique steppique [3].

1. Le *secteur des Hauts Plateaux oranais* (12) avec plusieurs sous-secteurs. L'un d'eux, celui des montagnes de Figuig, est intermédiaire entre les parties steppiques proprement dites et le *secteur oranais occidental* appartenant au domaine maurétano-méditerranéen.

2. Le *secteur steppique du Maroc méridional* que nous étendons au Tadla (13), mais qui n'a plus besoin d'être précisé.

3. Le *secteur steppique austro-occidental* (14) comprenant le Sous et caractérisé principalement par la savane à *Argania* et *Zizyphus*.

Il est possible que dans l'avenir nous puissions encore distinguer :

4. Le ou les *secteurs de l'Antiatlas* (15). L'Antiatlas est encore insuffisamment connu.

B. Région saharienne. — Le territoire de cette région est situé au sud d'une ligne reliant le cap Noun, Bou Denib et Figuig.

---

[1] *Loc. cit.*, p. 9-152.

[2] Emberger, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1151.

[3] *Loc. cit.*, p. 1561.

Sir **A. E. Wright** fait hommage à l'Académie de ses *Principles of Microscopy, being a Handbook of the Microscope.*

CORRESPONDANCE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la loi forte des grands nombres.* Note de M. **A. Khintchine**, présentée par M. Hadamard.

Soit $x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots$ une suite de variables éventuelles. Désignons par a_k l'espérance mathématique de x_k, par b_k celle de $(x_k - a_k)^2$ et par $r_{i,k} = r_{k,i}$ le coefficient de corrélation des variables x_i et x_k. Soit $c_n (n = 0, 1, 2, \ldots)$ la borne supérieure des $|r_{i,k}|$ pour $|i-k| = n$, et $C_n = \sum_{k=0}^{n} c_k$. Posons encore $B_n = \sum_{k=1}^{n} b_k$. En utilisant l'inégalité célèbre de Bienaymé-Tchebycheff, on obtient aisément, pour tout A positif,

$$P\left\{ \left| \sum_{i=1}^{n} (x_{k+i} - a_{k+i}) \right| > A \right\} < \frac{2}{A^2} (B_{k+n} - B_k) C_n, \tag{1}$$

où $P\{E\}$ désigne d'une manière générale la probabilité de l'événement E. On conclut de là que la loi des grands nombres s'applique à la suite donnée lorsqu'on a

$$B_n C_n = o(n^2).$$

Pour le cas de variables indépendantes, cette condition revient à $B_n = o(n^2)$; c'est une condition connue indiquée par Markoff. Pour le cas de variables bornées dans leur ensemble, notre condition se réduit à $C_n = o(n)$, ce qui est une généralisation légère d'une condition assignée par M. S. Bernstein [à savoir $c_n = o(1)$].

Or une conception nouvelle de la loi des grands nombres a été proposée dans ces dernières années indépendamment par divers auteurs (M. Cantelli, M. Mazurkiewicz et moi). Elle consiste en ce que non seulement la probabilité de l'inégalité

$$\left| \sum_{i=1}^{n} (x_i - a_i) \right| > \varepsilon n$$

tend vers zéro pour $n \to \infty$, mais qu'il en est de même pour la probabilité du fait que cette inégalité soit réalisée pour *une valeur au moins* de n supérieure à n_0, lorsque n_0 tend vers l'infini. Il semble que c'est justement cette conception (que j'appellerai *la loi forte des grands nombres*) qui joue un rôle essentiel en statistique)[1]. On trouve d'ailleurs aisément des exemples de cas où la loi ordinaire s'applique, tandis que la loi forte tombe en défaut.

En appliquant une méthode introduite par MM. Weyl et Plancherel pour l'étude des séries de fonctions orthogonales, on parvient à établir des conditions assez larges pour l'applicabilité de la loi forte à une suite donnée de variables éventuelles. En particulier, une condition suffisante est donnée par

$$(2) \qquad B_n C_n = o(n^{2-\delta}),$$

δ étant un nombre positif fixe d'ailleurs quelconque.

Pour le voir, posons $\sum_{i=1}^{n}(x_i - a_i) = s_n$ et désignons par $P_k(\varepsilon)$ la probabilité de l'inégalité

$$(3) \qquad |s_{2^k}| \geqq \frac{\varepsilon 2^k}{k+1},$$

et par $P_{k,r,t}(\varepsilon)$ celle de l'inégalité

$$(3) \qquad |s_{2^k+(t+1)2^r} - s_{2^k+t2^r}| \geqq \frac{\varepsilon 2^k}{k+1}.$$

L'inégalité (1) montre que sous la condition (2) les séries $\sum_{k=0}^{\infty} P_k(\varepsilon)$ et $\sum_{k=0}^{\infty}\sum_{r=0}^{k-1}\sum_{t=0}^{2^{k-r}-1} P_{k,r,t}(\varepsilon)$ convergent quelque petit que soit $\varepsilon > 0$. On peut donc, quelque petit que soit $\eta > 0$, assigner un entier positif k_0 tel que

$$\sum_{k=k_0}^{\infty} P_k(\varepsilon) + \sum_{k=k_0}^{\infty}\sum_{r=0}^{k-1}\sum_{t=0}^{2^{k-r}-1} P_{k,r,t}(\varepsilon) < \eta,$$

ce qui permet d'affirmer avec une probabilité $> 1-\eta$ que pour tous les triplets (k, r, t) tels que $k \geqq k_0$, $0 \leqq r \leqq k-1$, $0 \leqq t \leqq 2^{k-r}-1$, des inégalités inverses à (3) et (4) auront lieu. Or, dans ce cas on aura $|s_n| < \varepsilon n$ pour

(1) Voir à ce sujet Castelnuovo, *Calcolo delle probabilità*, I, p. 78-79.

tout $n \geqq 2^{k_0}$; on le voit aisément en mettant n sous la forme

$$n = 2^k + 2^{k_1} + 2^{k_2} + \ldots \qquad (k > k_1 > k_2 > \ldots)$$

et en remarquant que

$$|s_n| \leqq |s_{2^k}| + |s_{2^k+2^{k_1}} - s_{2^k}| + \ldots < (k+1)\frac{\varepsilon 2^k}{k+1} \leqq \varepsilon n;$$

notre affirmation est donc démontrée. Il est évident qu'on pourrait la rendre encore plus précise par la même méthode.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes différentiels homogènes du quatrième ordre.* Note de M. **S. A. Janczewski**, présentée par M. Hadamard.

Dans nos Notes précédentes (¹) nous avons étudié les propriétés des systèmes différentiels du quatrième ordre que nous avons nommés systèmes de Sturm. Envisageons maintenant un système du quatrième ordre du type général :

$$(1) \qquad [\rho(x)y'']'' + [\psi(x) - \lambda\tau(x)]y = 0 \qquad (a \leqq x \leqq b),$$

$$(2) \qquad c_{i1}(\rho y'')'_a + c_{i2}(\rho y'')_a + c_{i3}y'_a + c_{i4}y_a + d_{i1}(\rho y'')'_b + d_{i2}(\rho y'')_b + d_{i3}y'_b + d_{i4}y_b = 0$$
$$(i = 1 - 4).$$

On suppose ici que ρ, ρ', ρ'', τ, ψ sont continues, $\rho > 0$, $\tau \geqq 0$ et ne s'annulant que pour un nombre fini de valeurs de x, et que le système (1), (2) est son propre adjoint; dès lors tous les nombres caractéristiques sont réels. Désignons par le symbole $\alpha\beta\gamma\delta$ un déterminant contenant les colonnes α, β, γ, δ du tableau (3) dans l'ordre indiqué :

$$(3) \qquad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ c_{11} & \ldots & c_{14} & d_{11} & \ldots & d_{14} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ c_{41} & \ldots & c_{44} & d_{41} & \ldots & d_{44} \end{pmatrix}.$$

Il est facile de prouver que chaque système où tous les déterminants (*) contenant deux colonnes d'éléments c_{ik} et d_{ik} sont nuls, n'est pas son propre adjoint. Il faut, par conséquent, étudier seulement les systèmes où quelques déterminants (*) sont $\neq 0$. Distribuons les déterminants (*) en 10 groupes :

(¹) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 141 et 261.

1° 1256; 2° 1257, 1356; 3° 1258 = 1267, 1456 = 2356, 1357; 4° 1457 = 2357, 1358 = 1367, 1268, 2456; 5° 1458 = 2367, 3456, 1278; 6° 1467 = 2358, 2457, 1368; 7° 1468 = 2368, 2458 = 2467, 3457, 1378; 8° 3458 = 3467, 1478 = 2378, 2468; 9° 2478, 3468; 10° 3478 (¹). Si tous les déterminants des groupes $1 \ldots k-1$ sont nuls et que dans le groupe k un déterminant quelconque est $\neq 0$, nous le nommerons le *déterminant de tête* du problème donné. Les déterminants $\alpha\beta 58$ et $14\gamma\delta$ ne peuvent pas être les déterminants de tête parce que, alors, le système ne serait pas son propre adjoint. Un système dont le déterminant de tête est 1257 [ou 1268, ...] peut être réduit par le changement de x en $a+b-x$ à un système dont le déterminant de tête est 1356 [resp. 2456, ...]. Il faut ainsi considérer seulement 10 types de systèmes (1), (2) dont les déterminants de tête sont 1256, 1356, 1357, 2456, 3456, 2457, 3457, 2468, 3468, 3478. Par conséquent chaque système (1)(2) est — à un changement de x en $a+b-x$ près — équivalent à un système aux conditions (2) d'une des dix formes canoniques :

$$\text{I.}\quad \begin{cases} (\rho y'')'_a - N y'_a + N_1 y_a + M_4 y'_b + M_1 y_b = 0, \\ (\rho y'')_a + N_2 y'_a + N y_a + M_2 y'_b + M_3 y_b = 0, \\ (\rho y'')'_b + M_3 y'_a - M_1 y_a - K y'_b + K_1 y_b = 0, \\ (\rho y'')_b - M_2 y'_a + M_4 y_a + K_2 y'_b + K y_b = 0. \end{cases}$$

$$\text{II.}\quad \begin{cases} (\rho y'')'_a + P(\rho y'')_a + P_1 y_a + L_4 y'_b + L_1 y_b = 0, \qquad y'_a + P y_a + L_2 y'_b + L_3 y_b = 0, \\ (\rho y'')'_b - L_3(\rho y'')_a - L_1 y_a - K y'_b + K_1 y_b = 0, \\ (\rho y'')_b + L_2(\rho y'')_a + L_4 y_a + K_2 y'_b + K y_b = 0. \end{cases}$$

$$\text{III.}\quad \begin{cases} (\rho y'')'_a + P(\rho y'')_a + P_1 y_a + R_3(\rho y'')_b + R_1 y_b = 0, \qquad y'_a + P y_a + R_2 y_b = 0, \\ (\rho y'')'_b - R_2(\rho y'')_a - R_1 y_a + Q(\rho y'')_b + Q_1 y_b = 0, \qquad y'_b - R_3 y_a + Q y_b = 0. \end{cases}$$

$$\text{IV.}\quad \begin{cases} (\rho y'')_a + B_1 y'_a + E_3 y'_b + E_1 y_b = 0, \qquad y_a + E_2 y_b = 0, \\ (\rho y'')'_b + E_2(\rho y'')'_a + E_1 y'_a - K y'_b + K_1 y_b = 0, \qquad (\rho y'')_b - E_3 y'_a + K_2 y'_b + K y_b = 0. \end{cases}$$

$$\text{V.}\quad \begin{cases} y'_a + H_1 y'_b + H_3 y_b = 0, \qquad y_a + H_2 y_b = 0, \\ (\rho y'')'_b + H_2(\rho y'')'_a - H_3(\rho y'')_a - K y'_b + K_1 y_b = 0, \\ (\rho y'')_b + H_1(\rho y'')_a + K_2 y'_b + K y_b = 0. \end{cases}$$

$$\text{VI.}\quad \begin{cases} (\rho y'')_a + B_1 y'_a + B y_b = 0, \qquad y_a = 0, \\ (\rho y'')'_b + B y'_a + Q(\rho y'')_b + Q_1 y_b = 0, \qquad y'_b + Q y_b = 0. \end{cases}$$

(¹) Les égalités 1258 = 1267, etc., proviennent des conditions nécessaires et suffisantes pour que notre système soit son propre adjoint (voir Jackson, *Trans. Amer. M. Soc.*, 17, 1916, p. 422).

VII. $\begin{cases} y'_a + S_2 y_b = 0, & y_a + S_1 y_b = 0, \\ (\rho y'')'_b + S_1(\rho y'')'_a - S_2(\rho y'')_a + Q(\rho y'')_b + Q_1 y_b = 0, & y'_b + Q y_b = 0. \end{cases}$

VIII. $(\rho y'')_a + B_1 y'_a + T y'_b = 0, \quad y_a = 0, \quad y_b = 0, \quad (\rho y'')_b - T y'_a + C_1 y'_b = 0.$

IX. $y'_a + F y'_b = 0, \quad y_a = 0, \quad y_b = 0. \quad (\rho y'')_b + F(\rho y'')_a + C_1 y'_b = 0.$

X. $y_a = y'_a = 0, \quad y_b = y'_b = 0.$

Nous démontrons ensuite que le nombre des formes canoniques ne peut pas être diminué par le changement des variables $x = \xi(x_1)$, $y = \eta(x_1) y_1(x_1)$, où $\xi' \neq 0$, $\eta \neq 0$ pour $a_1 < x_1 < b_1$ $[a = \xi(a_1),\ b = \xi(b_1)]$. Les formes canoniques des systèmes de Sturm ne constituent qu'un cas particulier des formes canoniques susdites. En utilisant la méthode de continuité, nous établissons encore que $+\infty$ peut être le seul point limite des nombres caractéristiques des systèmes (1), (2).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Compléments aux théorèmes d'unicité dans la théorie des fonctions méromorphes* (¹). Note (²) de M. **Rolf Nevanlinna**, présentée par M. Émile Borel.

1. Étant donnée une fonction méromorphe $f_0(x)$ il existe évidemment une infinité de fonctions méromorphes qui prennent *deux* valeurs z_1, z_2 $(z_1 \neq z_2)$ données quelconques aux mêmes points et avec les mêmes ordres de multiplicité que $f_0(x)$.

2. Soient z_3 une valeur différente de z_1 et z_2 et $f(x)$ une fonction méromorphe qui prend les *trois* valeurs z_ν $(\nu = 1, 2, 3)$ aux mêmes points et avec les mêmes multiplicités que la fonction $f_0(x)$. Dans ces hypothèses on peut affirmer que, en général, $f(x) \equiv f_0(x)$. Une exception se présente seulement lorsque la fonction f_0 est de la forme

$$f_0 = \frac{a_1 e^{\varphi_1} + a_2 e^{\varphi_2} + a_3 e^{\varphi_3}}{a'_1 e^{\varphi_1} + a'_2 e^{\varphi_2} + a'_3 e^{\varphi_3}}, \tag{1}$$

les coefficients a et a' étant des constantes telles que $a_\nu = a'_\nu z_\nu$ $(\nu = 1, 2, 3)$ et

(¹) J'ai développé les démonstrations des théorèmes ci-après dans un livre, qui fera partie de la Collection de M. Borel et dont le manuscrit a été expédié récemment. Depuis lors, M. Henri Cartan (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1253) a annoncé un théorème équivalent à celui donné au n° 2 de la présente Note.

(²) Séance du 16 janvier 1928.

les fonctions φ_ν étant entières. Dans ce cas on aura ou bien $f \equiv f_0$, ou bien

$$(1') \quad f = \frac{a_1 A_1^2 e^{-\varphi_1} + a_2 A_2^2 e^{-\varphi_2} + a_3 A_3^2 e^{-\varphi_3}}{a'_1 A_1^2 e^{-\varphi_1} + a'_2 A_2^2 e^{-\varphi_2} + a'_3 A_3^2 e^{-\varphi_3}} \qquad \left(A_\nu = \begin{vmatrix} a_{\nu+1} & a_{\nu+2} \\ a'_{\nu+1} & a'_{\nu+2} \end{vmatrix}; \quad \begin{matrix} a_{\nu+3} = a_\nu \\ a'_{\nu+3} = a'_\nu \end{matrix} \right).$$

3. Si f_0 est de la forme exceptionnelle (1), il peut arriver que les fonctions (1) et (1′) admettent une *quatrième* valeur commune [1]. Il en est ainsi lorsque les conditions suivantes sont vérifiées simultanément : 1° parmi les fonctions e^{φ} il y en a deux dont le rapport se réduit à une constante; soient e^{φ_1} et e^{φ_2} de telles fonctions; 2° la constante $e^{\varphi_1 - \varphi_2}$ a la valeur $-A_1 : A_2$.

Les fonctions (1) et (1′) admettent alors *quatre* valeurs communes, à savoir z_1 et z_2, qu'elles prennent effectivement aux mêmes points, et les valeurs lacunaires z_3 et $\frac{a_1 A_1 - a_2 A_2}{a'_1 A_1 - a'_2 A_2}$. Ces quatre valeurs forment une suite anharmonique et l'on a $f \equiv S(f_0)$, où S désigne la transformation homographique qui admet les valeurs z_1, z_2 pour points invariables et qui change entre eux les points z_3, z_4. Nous retrouvons donc un théorème de M. Polya sous la forme que nous lui avons donnée dans un Mémoire récent (*Acta math.*, 48, 1926).

4. Deux fonctions qui présentent *cinq* valeurs communes sont identiques entre elles, *même si l'on ne tient compte des ordres de multiplicité* (*loc. cit.*). Cela suit d'un théorème plus général que voici :

Soient $f_1(x)$ et $f_2(x)$ des fonctions méromorphes non constantes et $E_\nu(z)(\nu = 1, 2)$ l'ensemble des points x où f_ν prend la valenr z. Soient $n_\nu(r, z)$ le nombre des points de l'ensemble $E_\nu(z)$ et $n_{12}(r, z)$ le nombre des points communs aux ensembles $E_1(z)$ et $E_2(z)$ à l'intérieur du cercle $|x| < r$. Posons

$$(2) \qquad \lambda(z) = \varliminf_{r=\infty} \left\{ n_{12}(r, z) : \frac{n_1(r, z) + n_2(r, z)}{2} \right\}, \qquad (0 \leqq \lambda \leqq 1),$$

et $\lambda(z) = 1$, si $n_1 \equiv n_2 \equiv n_{12} \equiv 0$.

Ceci posé, *on aura ou bien* $f_1 \equiv f_2$ *ou bien*

$$\Sigma\lambda(z) \leqq 4,$$

la sommation s'étendant à toute valeur de z.

Si deux fonctions différentes admettent quatre valeurs communes, ce qui

---

[1] Une valeur z sera dite commune pour les fonctions $f_1(x)$ et $f_2(x)$ si les équations $f_1(x) = z$ et $f_2(x) = z$ ont les mêmes racines avec les mêmes ordres de multiplicité.

est possible d'après le n° 3, on aura pour ces valeurs $\lambda = 1$ et la somme $\Sigma\lambda$ atteint donc sa valeur maxima 4.

5. Les théorèmes précédents s'appliquent tous aux fonctions $f(x)$ méromorphes dans le cercle $|x| < 1$ pour lesquelles la limite

$$(3) \qquad \overline{\lim_{r=1}} \left[T(r, f) : \log \frac{1}{1-r} \right]$$

est *infinie*, $T(r, f)$ désignant la fonction caractéristique de f [1]. Voici comment le théorème du n° 4 se modifie lorsque cette limite est finie.

Si pour deux fonctions différentes $f_1(x)$ et $f_2(x)$ méromorphes dans le cercle-unité, la limite (3) égale ou dépasse un nombre positif α, on aura

$$(4) \qquad \Sigma\lambda(z) \leqq 4 - \frac{1}{\alpha},$$

l'expression λ étant définie par la formule (2) où l'on remplacera la limite $r = \infty$ par $r = 1$.

La limite (4) est exacte. En effet, on peut construire une fonction automorphe $\omega(x)$ admettant les points $z_\nu = e^{\frac{2\pi\nu i}{p}}$ $(\nu = 1, \ldots, p)$ comme valeurs lacunaires et pour laquelle la limite (3) est *égale* à $\frac{1}{p-2} = \alpha$. Deux quelconques parmi les fonctions $z_\nu\omega(x)(\nu = 1, \ldots, p)$ présentent donc les points $0, \infty, z_\nu$, en nombre $p + 2 = 4 + \frac{1}{\alpha}$, comme valeurs communes de sorte que, pour ces fonctions, on a $\Sigma\lambda = p + 2 = 4 + \frac{1}{\alpha}$.

6. Remarquons enfin que le théorème du n° 4 renferme le théorème de M. Picard comme corollaire et qu'on peut établir un théorème analogue à celui de Picard-Landau pour deux fonctions qui, dans le cercle $|x| \leqq R$, admettent $p (\geqq 5)$ valeurs $z_\nu (\nu = 1, \ldots, p)$ communes ou pour lesquelles, d'une manière plus générale,

$$\sum_{\nu=1}^{p} \frac{2n_{12}(r, z)}{n_1(r, z) + n_2(r, z)} > 4$$

pour $0 \leqq r \leqq R$.

---

[1] Pour la définition de $T(r, f)$ on consultera notre Mémoire, *Zur Theorie der meromorphen Funktionen* (*Acta math.*, 46, 1925, p. 1-99).

MOTEURS A EXPLOSIONS. — *Au sujet de la théorie des antidétonants.* Note (¹) de M. **Paul Dumanois**, présentée par M. Rateau.

Nous avons émis antérieurement l'hypothèse que les antidétonants étaient susceptibles d'augmenter le délai d'allumage d'un mélange carburé porté à une température supérieure à la température minima d'inflammation et de reculer la limite d'auto-allumage par point chaud, phénomène que nous avons montré distinct de la détonation (²).

Depuis, des théories ont été émises sur le mode d'action des antidétonants, et en particulier du plomb tétra-éthyle le plus actif d'entre eux, conduisant à leur attribuer un rôle d'accélérateur de la combustion dû, en particulier, à la projection des particules de plomb enflammées.

Les travaux de MM. Moureu, Dufraisse et Chaux, d'une part, ceux de MM. André Pignot, Aubert et Villey, d'autre part, enfin nos expériences propres, nous ont conduit à écarter ces théories.

Les expériences que nous avons entreprises à ce sujet, en collaboration avec M. Laffitte, ont montré en effet que, lorsqu'on étudie la propagation de la combustion à l'intérieur d'un tube, on obtient la même vitesse de propagation de l'onde explosive que le mélange carburé contienne ou non l'antidétonant. Antérieurement, Egerton et Gates avaient montré que la durée de combustion régulière restait la même.

Si l'on applique ces résultats au cas des moteurs à explosion, il apparaît bien que l'hypothèse consistant à attribuer aux antidétonants un rôle d'accélérateur de la vitesse de combustion est inexacte.

En admettant alors, conformément aux travaux de MM. Moureu, Dufraisse et Chaux, la formation de peroxydes instables en phase liquide, pendant la période de compression, et que l'effet des antidétonants est d'empêcher cette formation, en admettant, en outre, que cette formation de peroxyde est fonction croissante du temps, de la pression et de la température, que les antidétonants peuvent, en phase vapeur, augmenter le délai d'allumage, il est possible d'expliquer les différents phénomènes intervenant dans le fonctionnement des moteurs à haute compression, avec l'emploi des hydrocarbures donnant lieu à la détonation.

Au fur et à mesure que la pression de compression croît, la proportion

(¹) Séance du 16 janvier 1928.

(²) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1526.

de peroxyde augmente dans la cylindrée; lorsque la combustion est déclenchée par l'étincelle de la bougie, la décomposition des peroxydes agit par le dégagement de la chaleur qui en résulte pour déclencher plus tôt l'onde explosive. On peut même concevoir que, pour une certaine compression, cette onde explosive prenne naissance dès l'origine de l'allumage, comme cela se produit avec le fulminate de mercure; la présence d'antidétonants empêchant la formation de ces peroxydes, empêche donc en même temps la formation de l'onde explosive.

En ce qui concerne l'auto-allumage par point chaud, la présence de peroxydes instables rend le mélange carburé inflammable pour une température inférieure à la température d'inflammabilité du mélange carburé normal.

C'est ce qui explique pourquoi, toutes choses égales d'ailleurs, lorsqu'on augmente la compression d'un moteur, on constate que, avec les hydrocarbures donnant lieu à la détonation, pour la même introduction de combustible, le phénomène d'auto-allumage se produit, bien que la température des points chauds ait plutôt tendance à diminuer qu'à augmenter (¹); ceci résulte de l'intervention de peroxydes instables qui ne se formaient pas en quantité suffisante pour la compression moins forte.

Cette théorie explique également le fait expérimental que nous avons signalé, à savoir que l'adjonction d'antidétonants empêchait, dans les mêmes conditions, l'allumage par point chaud de se produire (²).

En effet, comme il ne se forme alors plus de peroxydes, l'allumage par point chaud ne peut dès lors avoir lieu que si les points chauds atteignent la température qui correspond à la température d'inflammation du mélange carburé normal, le délai d'allumage pouvant d'ailleurs être augmenté par l'action en phase vapeur des antidétonants.

C'est donc finalement cette température qui, pour un mode de construction donné, fixe la limite de puissance massique réalisable, quelle que soit la proportion d'antidétonant mélangé au combustible.

(¹) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 2236.
(²) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1526.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Rotation autour d'un axe d'une masse fluide hétérogène à stratification ellipsoïdale.* Note de M. **Pierre Dive**, présentée par M. Hadamard.

Dans une Note antérieure [1] nous avons établi qu'une masse fluide hétérogène, animée de rotations permanentes autour d'un axe, ne saurait être constituée de couches ellipsoïdales de densité constante, dans l'hypothèse où la résultante, en un point, de l'attraction des masses et de la force centrifuge serait normale à la couche passant en ce point.

Cette condition n'est impliquée par les équations fondamentales de l'hydrodynamique que dans le cas où une relation $\rho = f(p)$ entre la densité et la pression est imposée *a priori* [2]. Et nous avons montré [3] qu'il était possible de définir des mouvements permanents de rotation pour un fluide ne satisfaisant pas nécessairement à la condition restrictive précédente.

Ces mouvements sont régis par l'équation générale [3] :

$$(1) \qquad \omega^2 = \frac{2}{\rho}\left\{\int_0^{\rho_1} \frac{\partial U}{\partial r^2}\, d\rho - \rho_1 \left[\frac{\partial U}{\partial r^2}\right]_{\rho=\rho_1}\right\}$$

dans laquelle ω est la vitesse angulaire d'une molécule située sur la couche de densité ρ, à la distance r de l'axe de rotation Oz; ρ_1, la densité superficielle; U, le potentiel newtonien des forces d'attraction à l'intérieur de la masse; et $\frac{\partial U}{\partial r^2}$ une dérivée prise pour ρ constant.

Introduisons la cote z de la molécule considérée par rapport au plan équatorial de symétrie; on a

$$(2) \qquad -\frac{\partial U}{\partial r^2} = \frac{1}{\dfrac{\partial \rho}{\partial z^2}} \frac{D(\rho, U)}{D(r^2, z^2)}.$$

Or, en utilisant une propriété des déterminants fonctionnels, on peut prouver que les hypothèses faites sur la continuité des couches et la croissance de leur densité avec la profondeur entraînent la constance du signe de l'expression précédente dans tout le volume du fluide.

Il résulte de là que les mouvements définis par l'équation (1) ne peuvent

---

[1] *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 371.

[2] Rolin Wavre, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 277.

[3] *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 378.

exister que dans les stratifications associées à une quantité $\frac{\partial U}{\partial r^2}$ essentiellement négative.

Nous nous sommes demandé si cette propriété appartenait aux fluides constitués de couches ellipsoïdales homogènes infiniment minces.

Dans ce cas un calcul assez long nous a conduit pour $\frac{\partial U}{\partial r^2}$ à une expression de la forme (¹)

$$\rho_1 X(k_1, \rho) + \int_{\rho}^{\rho_0} X(s, \rho)\, dq - \int_{\rho_1}^{\rho} X(k, \rho)\, dq, \tag{3}$$

où k caractérise l'aplatissement de la couche de densité $q[k = k(q)]$, s désigne une fonction de q et r^2 et ρ_0 la droite au centre du fluide.

La fonction X ne pouvant être que négative, ou nulle lorsque les couches sont sphériques, on en déduit la proposition suivante :

Quelles que soient les lois de variation de l'aplatissement et de la densité des couches homogènes, il existe un régime permanent de rotations, défini par l'équation (1), qui maintient le fluide dans sa stratification initiale.

L'étude des variations de ω^2 en profondeur, sur un axe parallèle à l'axe de rotation et en latitude, sur une surface à densité constante, nous a permis, en outre, d'énoncer le théorème global suivant :

La vitesse angulaire décroît constamment au pôle à l'équateur et du centre à la périphérie, sauf, peut-être, dans deux cas extrêmes dont l'un comprend le cas particulier d'équilibre approché défini par Clairaut (²).

Enfin, cherchant à étendre à la masse fluide hétérogène une propriété connue (³) des ellipsoïdes de Maclaurin et de Jacobi, nous sommes parvenu à ce théorème :

Étant donnés une masse fluide hétérogène incompressible et un moment cinétique $\vec{M}$ quelconque pris par rapport au centre de gravité de cette masse, il existe toujours une répartition des densités en couches ellipsoïdales homothétiques et un régime de rotations uniformes, autour de $\vec{M}$, maintenant le fluide dans cette stratification.

Nous avons établi cette proposition en montrant que le moment ciné-

---

(¹) Cf. *Archives des Sciences physiques et naturelles*, Genève, 5ᵉ période, 8, 1926, p. 175.

(²) A.-C. Clairaut, *La figure de la Terre tirée des principes de l'hydrostatique*, Paris, 1743.

(³) Paul Appell, *Traité de Mécanique rationnelle*, 4, 1921, p. 70.

tique

$$\pi \int\int \rho \omega r^2 \, dr^2 \, dz, \tag{4}$$

d'un fluide possédant une telle stratification, est une fonction continue qui s'annule et devient infinie en même temps que le paramètre k caractérisant l'aplatissement des couches.

ASTRONOMIE. — *L'origine des satellites à révolution rétrograde et la vitesse de la nébuleuse primitive.* Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. Bigourdan.

Les principes de ma Cosmogonie dualiste m'ont permis de prévoir, avant la découverte des satellites VIII et IX de Jupiter, que les satellites extrêmes d'un système à rotation centrale directe doivent avoir le sens de leur révolution rétrograde. En effet un satellite de masse m, de vitesse orbitale V de sens direct peut avoir cette vitesse inversée par le choc sur le satellite m de la masse m' de la nébuleuse primitive, si sa translation a une composante relative antagoniste V' de sens rétrograde lorsque le satellite est en opposition.

Précisons le mécanisme de cette inversion du sens de la vitesse orbitale.

A priori, si la masse m et la vitesse V sont faibles, c'est-à-dire aux extrémités d'un système de satellites, l'inversion se produira facilement, notamment à l'apoastre où V est minima.

Soit V_0 la vitesse orbitale en ce point, de sens rétrograde après inversion de la vitesse V : on aura d'après la formule des chocs entre masses sans élasticité :

$$V_0\left(1 + \frac{m'}{m}\right) = \frac{m'}{m} V' - V. \tag{1}$$

La vitesse relative V' est la somme de la composante W parallèle à l'écliptique de la translation de la nébuleuse par rapport au Soleil et de la vitesse orbitale V'_0 de la planète : d'autre part V doit peu différer de V_0 puisque V et V_0 sont des vitesses normales au rayon vecteur à la même distance de la planète ; de la formule (1) on peut donc déduire :

$$V_0\left(2 + \frac{m'}{m}\right) = \frac{m'}{m}(W + V'_0). \tag{2}$$

En raison de l'incertitude des éléments du satellite IX de Jupiter, nous

appliquerons la formule (2) aux seuls satellites VIII de Jupiter et IX de Saturne (Phébé) en prenant pour V_0 la vitesse rétrograde à l'apoastre. La vitesse de translation de la nébuleuse W et sa densité étant sans doute les mêmes dans l'écliptique aux distances de Jupiter et de Saturne, on peut prévoir que les valeurs de $\frac{m'}{m}$ sont aussi les mêmes, sauf à le vérifier ci-dessous. Dès lors la formule (2) permet de calculer W en l'appliquant successivement au satellite VIII pour lequel on a $V_0 = 1^{km},67$ et $V'_0 = 13^{km},1$ et à Phébé pour lequel on a $V_0 = 1^{km},44$ et $V'_0 = 9^{km},7$:

$$(3) \qquad \frac{W + 13,1}{W + 9,7} = \frac{1,67}{1,44}, \qquad \text{d'où} \qquad W = 11^{km},58.$$

On vérifie alors par (2) que les valeurs de $\frac{m'}{m}$ sont égales à 0,145 pour les deux satellites. La détermination de W comporte quelque inexactitude du fait que les excentricités d'orbite ($e = 0,38$ pour VIII de Jupiter et $e = 0,16$ pour Phébé) ont des variations séculaires dont l'importance inconnue est sans doute assez faible en raison de l'éloignement des autres satellites perturbateurs.

Deux conditions ont dû être remplies à l'origine, si la présente théorie correspond à la réalité : la masse m' a dû être captée par la masse m du satellite assez vite pour inverser sa vitesse orbitale en opposition près de l'apoastre avant que le sens rétrograde de la vitesse de la nébuleuse agisse en conjonction pour inverser le sens rétrograde de la révolution du satellite. Dans une nébuleuse de densité centrale 10^{-8} le satellite VIII de Jupiter en lui supposant la densité 1 et un rayon de 20^{km} aurait capté la masse m' en $39^j,9$, c'est-à-dire en un arc de 20° seulement de son orbite. En second lieu, la vitesse d'entraînement U du système solaire dans la nébuleuse a dû suffire à éloigner les satellites rétrogrades de Jupiter et de Saturne de la partie centrale dense de la nébuleuse et peut-être pour les faire sortir de celle-ci en 1 an, c'est-à-dire à peu près en une demi-révolution de ces satellites. Une vitesse $U = 300^{km}$ que d'autres conditions nous ont conduit à admettre permettrait de réaliser cette seconde condition.

La théorie précédente explique une des causes des grandes excentricités des satellites rétrogrades : pour passer de la vitesse orbitale V de sens direct à la vitesse V_0 rétrograde, ils ont dû pendant quelques jours avoir une vitesse orbitale presque nulle, c'est-à-dire avoir tendance à tomber sur leur planète sur une orbite quasi cométaire.

Notre théorie prévoit que dans un système à rotation centrale rétrograde

(Uranus, Neptune) la révolution rétrograde des satellites extrêmes Σ a tendance à être inversée, c'est-à-dire à passer au sens direct par le choc de la matière m'. Mais tandis que les satellites rétrogrades d'un système à rotations centrales directes sont plus stables à la même distance que les satellites directs, parce que leur force centrifuge autour du Soleil tend à les rapprocher de leur planète en opposition et en conjonction, le contraire a lieu pour les satellites Σ qui sont moins stables que les satellites rétrogrades près de la planète. Il est donc possible que les satellites Σ n'aient pu se former et que leur matière ait été dispersée dans la nébuleuse par sa vitesse W.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'algorithme variationnel et le problème fondamental de la Physique mathématique.* Note de M. **Nicolas Kryloff**, présentée par M. Hadamard.

L'application de l'algorithme variationnel à la solution approchée des équations de la Physique mathématique a été l'objet des recherches de bien des auteurs. La convergence de la méthode de Rayleigh-Ritz, ainsi que d'autres méthodes basées sur le principe de minimum, comme, par exemple, la méthode de Boussinesq, a été aussi l'objet de mes Notes [1] où la convergence de ces procédés a été établie par l'étude de l'ordre de l'erreur commise à la $m^{\text{ième}}$ approximation dans le cas considéré par Ritz lui-même, c'est-à-dire quand la forme quadratique sous le signe de l'intégrale à varier est définie positive. Quand cette dernière condition n'est pas réalisée et quand on procède à l'évaluation approchée des valeurs caractéristiques du paramètre, des fonctions caractéristiques et de l'intégrale du système différentiel non homogène (dans le cas général, distinct de la résonance) il faut avoir recours à d'autres raisonnements. Pour traiter ces problèmes fondamentaux de la Physique mathématique, laissés de côté par la méthode de Ritz, proprement dite, on peut se baser au point de vue de la démonstration de convergence des procédés sur bien des méthodes, par exemple sur l'emploi du théorème d'Arzela concernant la suite des fonctions également continues, ainsi que sur les recherches modernes du Calcul des Variations. Or ces considérations, excellentes pour démontrer l'existence de la solution, ne donnent pas, ce semble, un moyen pour apprécier l'erreur susdite sous

[1] *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1316; **181**, 1925, p. 86; **183**, 1926, p. 676.

la forme utilisable pour les applications. Il s'agit donc d'apprécier cette erreur sous la forme le moins majorée possible et, chose curieuse à constater, la plus grave difficulté dans ces recherches réside dans l'évaluation de l'erreur sous la forme commode pour les applications, non pour les grandes, mais pour les petites valeurs de m, qui intéressent surtout le praticien au point de vue de l'augmentation de l'approximation.

Dans le cas de l'application de l'algorithme variationnel (procédé de Ritz), par une analyse assez longue, qui sera détaillée ailleurs, on parvient aux évaluations suivantes, qui sont élaborées ici, pour abréger seulement dans le cas simple du système différentiel :

$$(1) \qquad \frac{d^2y}{dx^2} + \lambda A(x)y = f(x), \qquad A(x) \gtrless 0, \qquad y(0) = y(1) = 0.$$

Les mêmes raisonnements s'appliquent aussi à d'autres systèmes usuels de la Physique mathématique et de la science d'ingénieur et donnent les évaluations analogues à celles-ci :

$$(2) \qquad \lambda_k^m - \lambda_k < \frac{k^4\pi^4(m+1)^2[\max.(A)]}{[\min.(A)]^2\left[(m+1)^4\pi^2 - k^2\left(\frac{\max.(A)}{\min.(A)}\right)\right]},$$

(on constate que pour l'algorithme variationnel on a : $\lambda_k < \lambda_k^{(m)}$),

où λ_2 et $\lambda_k^{(m)}$ sont respectivement la $k^{\text{ième}}$ valeur caractéristique et sa valeur approchée à la $m^{\text{ième}}$ approximation; dans le cas où $A(x)$ est dérivable, l'ordre de l'approximation s'augmente en correspondance.

L'appréciation de l'erreur quadratique dans le calcul de la $k^{\text{ième}}$ fonction caractéristique $\varphi_k(x)$ relatif au système (1) :

$$(3) \qquad \int_0^1 A(x)[\varphi_k(x) - \varphi_k^m(x)]^2\,dx < \left[\frac{\max.(A)}{\min.(A)}\right]^2 \frac{k^4 M}{(m+1)^4}, \qquad M = \frac{\lambda_{k\pm1}}{|\lambda_{k\pm1} - \lambda_k^{m}|}$$

($\varphi_k^{m)}(x)$ — la $m^{\text{ième}}$ approximation de $\varphi_k(x)$).

L'erreur ponctuelle pour le calcul des fonctions caractéristiques :

$$(4) \qquad |\varphi_k(x) - \varphi_k^{(m}(x)| < \frac{\sqrt{2}\,k^2 M^{\frac{1}{4}}}{(m+1)^{\frac{3}{4}}}\left[\frac{\max.(A)}{\min.(A(}\right]^{\frac{5}{4}}\left[\frac{\pi}{\min.(A)}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

L'erreur ponctuelle pour l'évaluation de l'intégrale $y(x)$ de l'équation non homogène :

$$(5) \quad |y(x) - y_m(x)| = |y(x) - Y_m(x)| + \frac{9|\lambda L|\sqrt{m.(A)}\sqrt{2 + \left|\frac{A'}{A}\right|}\left\{|A| + 2|A'| + \frac{1}{4}|A''|\right\}\sqrt{\int_0^1 [y - Y_m]^2\,dx}}{(m+1)^2\pi^1},$$

où

$$0 < \theta < 1, \qquad L = \frac{\lambda_{\nu_1}^{m}}{|\lambda_{\nu_1}^{m} - \lambda|}, \qquad (\lambda_{\nu_1} \text{ — la valeur caractéristique la plus proche de } \lambda);$$

les barres verticales | | dénotent le max. des valeurs qu'ils contiennent. $y_m(x)$, la $m^{\text{ième}}$ approximation de $y(x)$; $y_m(x)$, la somme de Fourier d'ordre m de $y(x)$, de sorte que (5) présente une formule asymptotique caractérisant la convergence de l'algorithme variationnel et dénuée d'intérêt même au point de vue théorique.

Il va sans dire qu'on peut aisément majorer $|y(x) - Y_m(x)|$ en utilisant la majoration de $\sum_{i=k}^{\infty} \frac{1}{[\lambda_i - \lambda_k]}$ facile à obtenir.

Les formules analogues peuvent être établies pour d'autres procédés basés sur le principe de minimum, ce que sera l'objet de nos Communications ultérieures. Pour conclure, disons que le but de cette Note [1] est de contribuer à l'élaboration, au lieu de la méthode dite fondamentale de la Physique mathématique, d'autres méthodes non seulement convergentes, mais permettant aussi de juger, dans leur application, quelle approximation on doit prendre afin que l'erreur commise à la même approximation soit plus petite qu'un nombre donné d'avance.

CAPILLARITÉ. — *Sur l'étude des bulles de myéline à l'ultra-microscope.* Note de M. J. **Nageotte**, présentée par M. Brillouin.

L'examen en lumière transmise suffit pour établir la morphologie des bulles de myéline avec une certitude qui rend les contestations inutiles [2]. Mais l'éclairage latéral met en évidence des faits nouveaux. Il permet d'analyser les surfaces réfléchissantes par les images réelles et virtuelles de la source lumineuse; il éclaire les sols colloïdaux et les particules ultra-microscopiques et montre leurs rapports avec les figures myéliniques transparentes.

Je me suis servi d'un miroir parabolique en lumière convergente et d'une lampe à deux filaments. Avec un porte-objet mince ($0^{mm},6$) l'éclairage se limite à un secteur de la fente circulaire; les reflets des bulles sont alors semblables à ceux de ballons de verre éclairés latéralement par une lampe

---

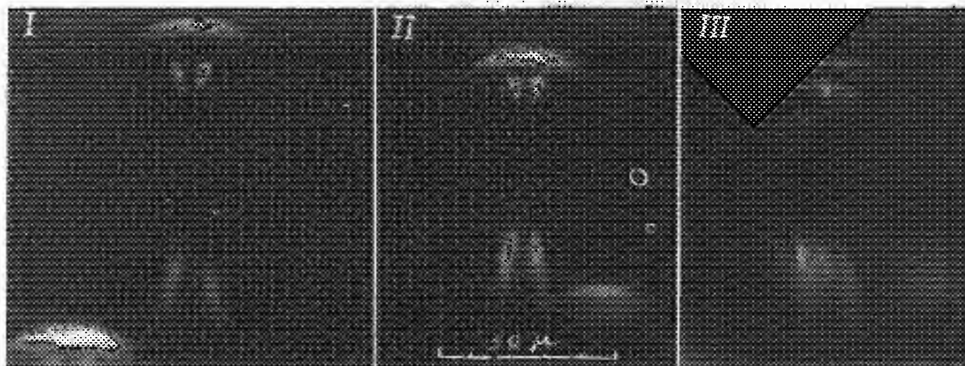
[1] Pour les calculs de laquelle j'ai eu l'aimable concours de mon élève M. N. BogolioubofF.

[2] J. Nageotte, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 44 et 1021. Cf. G. Friedel, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 330 et 1237.

éloignée : un groupe d'images virtuelles, formé par la face convexe du côté de la lumière, et un groupe d'images réelles, formé par la face concave du côté opposé. Les deux groupes, symétriques par rapport au centre, étant situés à des niveaux différents, ne sont vus simultanément au microscope que sur les très petites bulles.

Un aspect très favorable est obtenu en éclairant l'un des secteurs aux extrémités du diamètre parallèle aux filaments de la lampe (*fig.* I, II, III) : une image déformée, mais nette, des filaments et, vers la périphérie, un croissant formé de deux parties qui chevauchent sur la ligne médiane; à l'opposé deux bandes floues, dépassant les limites de la bulle, sont les résidus de celui des deux groupes d'images qui n'est pas dans la coupe optique; la mise au point de ce dernier groupe donne une vue symétrique de la première, par rapport au centre de la figure. Le moindre déplacement du faisceau lumineux entraîne une rotation du couple d'images autour de ce centre. Si l'éclairage se fait par un secteur latéral, les filaments de la lampe ne sont plus reconnaissables dans les images reflétées. Dans les bulles comprimées entre les verres, l'image nette des deux filaments est, de toutes façons, remplacée par une bande continue en secteur.

Tous ces aspects se retrouvent aussi nets dans les systèmes de bulles emboîtées à l'extrémité d'un tube (*fig.* III). Les bulles centrales étant sphériques, celles de la périphérie peuvent être comprimées, ce que montrent les reflets et les mensurations. Le rétablissement de l'éclairage



ordinaire fait apparaître les cercles emboîtés, décrits et figurés précédemment, en nombre égal aux reflets disparus.

Les liquides intérieur et extérieur peuvent être limpides; les parois des bulles ne s'éclairant pas, les reflets sont alors seuls visibles (*fig.* I).

Si l'un des deux liquides est colloïdal et s'éclaire, le contour apparaît et l'on constate que le reflet en croissant ne l'atteint pas. Des débris de myéline peuvent s'incorporer dans la paroi et rester immobiles; ce sont souvent de petites bulles hémisphériques.

Les bulles, surtout quand l'extrait de cerveau est vieux, peuvent être saupoudrées de grains colloïdaux clairsemés, fortement éclairés, retenus à la surface et animés d'un mouvement brownien, qui, pour cette raison, est lent et à deux dimensions; ces grains permettent d'explorer toute la surface d'un pôle à l'autre (*fig.* II).

L'intervalle entre les pôles est égal au diamètre du grand cercle horizontal, sauf si la bulle est comprimée. Dans ce dernier cas, les mouvements des grains sur les facettes en contact avec les verres subissent une réduction énorme, mais ne cessent pas complètement, tant que la bulle reste capable de se déplacer en glissant entre les verres.

Les bulles simples, ou ne contenant que de petites bulles non ordonnées, apparaissent très tôt; elles sortent de l'extrait cérébral en quantités innombrables pour flotter libres, au gré des courants du liquide, ou bien elles restent incluses dans les cavités des autres formations myéliniques. Leur diamètre varie de plus de 100^{μ} à moins de 1^{μ}; les plus petites sont animées de mouvements browniens. Elles persistent parfois plus d'un mois, lorsque l'extrait est frais et la préparation épaisse, ou bien elles se détruisent en peu d'heures dans les conditions inverses. Dans ce dernier cas, on peut surprendre leur crevaison subite, qui donne une secousse aux objets voisins et ne laisse subsister qu'une petite masse informe. On les voit parfois adhérer à l'un des verres, en prenant la forme hémisphérique (un cercle de grains immobiles collés au verre, un seul reflet, un seul pôle à grains mobiles). Les bulles comprimées peuvent aussi se dégonfler incomplètement et devenir molles; elles pendent alors à l'extrémité d'un filament très mince, inséré au loin, par son autre extrémité, sur quelque formation myélinique plus massive ou sur l'un des verres.

La plupart des bulles ont, en lumière transmise et à l'ultra-microscope, une visibilité et une réflectivité faibles et uniformes : leur paroi est faite d'une seule lame élémentaire (ordre 1). D'autres, pour des raisons inverses, ont une paroi manifestement d'ordre supérieur à 1, mais la stratification n'apparaît pas parce que toutes les couches sont complètes, ce qui distingue la structure des bulles de myéline de celle des bulles de savon.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la décharge électrique en haute fréquence.* Note de MM. **C.** et **H. Gutton**, présentée par M. G. Ferrié.

Lorsqu'on établit entre les électrodes d'un tube à gaz raréfié, une différence de potentiel alternative de fréquence très élevée, on observe une décharge dont l'aspect n'est pas le même qu'en basse fréquence et pour laquelle la loi de variation du potentiel explosif avec la pression est toute différente. L'un de nous a déjà signalé ([1]) qu'il était alors possible d'obtenir l'illumination du tube pour de très petites différences de potentiel. M. Penning ([2]) et récemment M. Townsend ([3]) l'ont à nouveau constaté.

Les expériences que nous décrivons, dans cette Note, ont été entreprises en vue de déterminer pour des fréquences comprises entre $5,33.10^4$ et $0,96.10^8$ (longueurs d'onde 5620^m et $3^m,2$) comment la différence de potentiel pour laquelle une décharge lumineuse se produit dans l'hydrogène est fonction de la pression.

Un tube cylindrique, de 10^{cm} de longueur et 3^{cm} de diamètre intérieur, est fermé à ses extrémités par des lames de verre de $0^{cm},14$ d'épaisseur mastiquées sur les bords rodés du tube. Sur ces lames et à l'extérieur sont collées des feuilles de papier d'étain qui servent d'électrodes. Ces électrodes sont réunies par des fils courts à un électromètre constitué par une lame d'aluminium suspendue par un fil de quartz entre deux plateaux carrés de $0^{cm},8$ de côté. Cet électromètre est étalonné en volts efficaces, à 50 périodes, par comparaison avec un voltmètre. Les électrodes sont d'autre part reliées, soit à une bobine, soit à une seule boucle de fil couplées à un oscillateur à deux lampes triodes du modèle E_4.

Pour mesurer le potentiel explosif, on monte lentement la différence de potentiel entre électrodes en augmentant l'intensité du courant dans les filaments des lampes triodes, jusqu'à ce que la décharge l'amorce; on lit alors l'indication de l'électromètre.

Le tube est vidé avec une pompe à vapeur de mercure, de l'hydrogène y est introduit par un osmorégulateur Villard et la pression est mesurée avec une jauge Dunoyer.

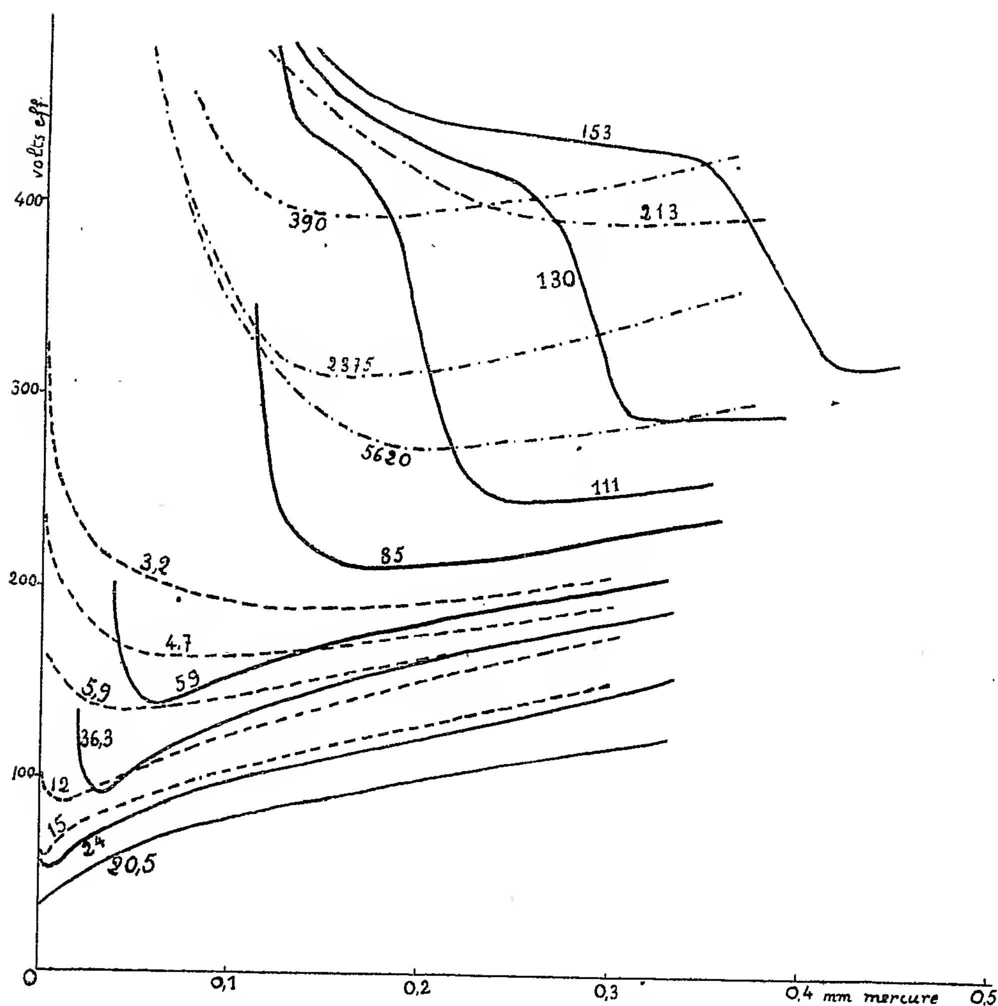
La figure représente les courbes obtenues, à fréquence constante, en

([1]) C. Gutton, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 467.

([2]) F. M. Penning, *Physica*, 7, 1927, p. 80.

([3]) J. S. Townsend, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 55.

portant en abcisses les pressions en millimètres et en ordonnées le nombre de volts efficaces pour lequel le tube s'illumine. Les cotes des courbes sont les longueurs d'onde en mètres.



Pour les longueurs d'onde supérieures à 213^m (courbes en traits mixtes), le potentiel explosif minimum augmente avec la fréquence. Pour les longueurs d'onde comprises entre 213^m et 20^m (courbes en traits continus), le potentiel explosif minimum diminue et est atteint pour une pression de plus en plus basse. Entre 153^m et 85^m les courbes présentent une double inflexion, qui fait qu'elles appartiennent du côté des basses pressions au réseau des courbes à fréquences plus basses, tandis que du côté des hautes pressions

elles se raccordent au réseau des courbes à fréquences plus hautes. Pour les longueurs d'onde inférieures à 20^m (courbes en traits pointillés) le potentiel explosif remonte régulièrement.

Du diagramme on peut déduire les courbes qui, à pression constante, représentent la variation du potentiel explosif avec la fréquence, pour toutes les pressions comprises entre $0^{mm},001$ et $0^{mm},4$, on constate un minimum du potentiel explosif pour une longueur d'onde voisine de 20^m. Ce minimum correspond à une différence de potentiel d'autant plus petite que la pression est plus basse. En augmentant la fréquence, à partir de celle qui correspond au minimum, le potentiel explosif remonte puis passe par une valeur maximum. Ce changement dans les conditions de la décharge paraît être dû à une résonance sur une période moyenne des oscillations électroniques du genre de celle que l'un de nous a déjà constatée en étudiant la constante diélectrique apparente des gaz ionisés (1). La variation rapide du potentiel explosif au passage par la résonance et les valeurs maximum ou minimum de ce potentiel de part et d'autre de la résonance seraient les conséquences d'une part de l'inversion de la phase des oscillations électroniques lors du passage à la résonance et d'autre part de la grande amplitude des oscillations de résonance.

Nous ferons enfin remarquer que, tandis qu'aux grandes longueurs d'onde supérieures à 200^m, on distingue dans le tube près des électrodes une lueur négative et au centre une lueur positive de coloration différente, cette différence n'est plus visible aux plus hautes fréquences. A cause de leur inertie, l'amplitude des oscillations des ions positifs devient alors faible et l'ionisation par choc est surtout due aux chocs électroniques.

ONDES HERTZIENNES. — *Sur un nouveau dispositif d'alignement par émissions hertziennes.* Note de M. **J. Aicardi**, présentée par M. G. Ferrié.

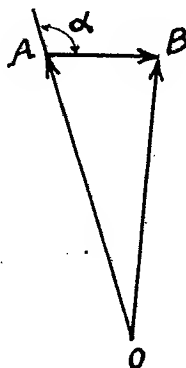
Ce dispositif a pour but de permettre à un navire ou à un aéronef de suivre en temps de brume un alignement déterminé; il est constitué par un système de deux antennes émettrices A et B placées à faible distance l'une de l'autre et émettant des ondes de même longueur, mais présentant une différence de phase bien définie α.

Quand ces deux ondes sont entretenues et émises avec la même énergie,

(1) H. Gutton et J. Clément, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 441 et 676.

on sait qu'il existe dans l'espace des lignes nodales le long desquelles le champ et par conséquent la réception sont nuls. Dans le système faisant l'objet de cette Note, A émet des ondes entretenues pures, B des ondes modulées à une fréquence musicale f.

Grâce à cette différence entre les deux émissions, il n'est pas nécessaire



que les champs produits par A et B soient égaux pour que les lignes nodales du champ interférentiel créé soient nettement définies par des zéros d'audition. On peut en effet représenter le champ modulé et le champ non modulé, en un point quelconque, par des vecteurs $\overline{OA}$ et $\overline{AB}$, le premier de longueur constante, le deuxième variant de zéro à AB à la fréquence f de la modulation. Le champ résultant varie de $\overline{OA}$ à $\overline{OB}$ à cette fréquence, et l'on entend dans un récepteur de T. S. F. un son de fréquence f d'autant plus intense que la différence des longueurs OA et OB (amplitude du champ modulé) est plus grande. Ce son disparaît lorsque le déphasage α des deux champs est tel que $\cos\alpha = -\frac{AB}{2\,OA}$. L'audition du son de fréquence f est donc nulle en tous les points où la différence de marche des deux émissions donne cette valeur du déphasage, c'est-à-dire sur une ou plusieurs hyperboles de foyers A et B pratiquement confondues avec leurs asymptotes. Au voisinage de ces asymptotes (lignes nodales du champ), l'amplitude du champ modulé varie proportionnellement à l'écart angulaire avec la ligne nodale.

Le son obtenu dans un récepteur varie aussi proportionnellement à cet écart angulaire, et non à sa deuxième puissance, grâce au fait que si le champ modulé est nul, *le champ total ne l'est pas*. La précision du dispositif peut donc être bien supérieure, de ce fait, à celle d'un dispositif interférentiel ordinaire.

Dans les dispositifs qui ont servi à effectuer les premiers essais, l'émission A est fournie par un poste à lampes ordinaire. L'antenne B est alimentée par cette émission A elle-même, soit qu'elle renvoie simplement, comme un miroir, les ondes provenant de l'antenne A, soit qu'un fil tendu entre A et B assure une transmission plus importante d'énergie.

Un dispositif faisant varier à une fréquence musicale une ou plusieurs des constantes de l'antenne B assure la modulation des ondes réémises par elle.

Pour faciliter l'observation des lignes nodales, on leur impose un balancement à longue période (2 secondes environ) de part et d'autre de leur position moyenne, en faisant varier périodiquement le déphasage de B et de A. Ce résultat s'obtient aisément par simple modification de la longueur d'onde propre de B. Dans ces conditions, l'observateur qui se rapproche de la ligne nodale observe d'abord un minimum puis un zéro de son toutes les 2 secondes. Ce zéro se dédouble quand il pénètre dans la zone balayée par l'axe nodal; les deux zéros, d'abord très voisins, s'écartent progressivement l'un de l'autre, à mesure que l'observateur se rapproche de l'axe moyen; on a la sensation de battements rigoureusement isochrones, quand on se trouve sur cet axe, qui se trouve ainsi défini avec une grande précision.

Le même processus s'observe en sens inverse quand on a traversé l'axe et qu'on s'en écarte progressivement.

On différencie les deux côtés de l'axe au moyen d'un bref changement de la note de modulation effectué une seule fois par période de balayage. La position de ce « top » par rapport aux zéros de l'audition indique alors de quel côté de l'axe on se trouve.

Les essais, effectués au Havre, ont été faits pour des longueurs d'onde de l'ordre de 60^{m} et une distance AB de l'ordre de 45^{m}. On a alors 3 axes écartés d'une quarantaine de degrés. C'est celui du milieu, que l'on a fait coïncider avec la perpendiculaire au milieu de AB, qui donne la précision maxima et sert à repérer l'alignement à baliser.

On obtient aisément, dans ces conditions, un résultat exact à *un* degré près.

RAYONS X. — *Discontinuités d'absorption dans le domaine intermédiaire (bandes* K *du carbone, de l'azote et de l'oxygène).* Note de M. **Jean Thibaud**, présentée par M. M. de Broglie.

Au cours de recherches précédentes poursuivies, dans le domaine intermédiaire, à l'aide de notre spectrographe à réseau tangent ([1]), nous avions photographié de nombreux spectres de lignes, appartenant aux séries K des éléments légers ou M, N, O des éléments plus lourds, mais sans jamais observer l'émission d'une radiation générale (fond continu), d'intensité appréciable vis-à-vis de celle des raies caractéristiques, dans les conditions d'excitation où l'on opérait (anticathode bombardée par des électrons de 1000 volts).

Cependant, en utilisant des anticathodes de poids atomique élevé et en dépensant un courant électronique intense (100 milliampères sur l'anticathode), je suis parvenu récemment à mettre en évidence l'émission d'une radiation générale dont les propriétés se rapprochent beaucoup de celles du fond continu des spectres de rayons X ordinaires. Toutefois les conditions exactes qui président à cette émission par les atomes anticathodiques demeurent encore obscures et feront l'objet d'un travail ultérieur.

Le fond continu photographié sur nos spectres entre 15 et 250 Å ne présente pas une teinte plate uniforme, il est coupé par une série de belles bandes à bord abrupt du côté des fréquences croissantes, comme il est visible sur les clichés que nous avons l'honneur de présenter à l'Académie.

Ceci montre que l'absorption varie d'une façon discontinue et débute brusquement chaque fois que la fréquence du rayonnement continu atteint la fréquence de l'une des discontinuités d'absorption atomique des éléments présents sur le trajet du faisceau des radiations. Le mécanisme de l'absorption de rayons X très mous et l'aspect qui en résulte pour les spectres intermédiaires sont donc identiques à ce que l'on observe dans le domaine des rayons X ordinaires avec cette différence, toutefois, que les bandes d'absorption se révèlent dans nos expériences pour des concentrations d'absorbant infiniment plus faibles que dans le cas des rayons X, puisqu'elles sont dues uniquement aux gaz ou vapeurs présents dans notre instrument sur une

---

([1]) Jean Thibaud, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 62; *Journal de Physique*, 8, 1927, p. 447. — Jean Thibaud et A. Soltan, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 642; *Journal de Physique*, 8, 1927, p. 480.

longueur de 30^{cm} à une pression très inférieure à la barye. Il est donc possible de déceler, par leurs bandes d'absorption, des quantités de matière absolument impondérables : il y a là un procédé analytique de même nature que les rayons X, mais d'une sensibilité beaucoup plus grande.

Nous avons distingué ainsi les discontinuités K du carbone (vapeur organique de la graisse des joints), de l'azote et de l'oxygène, les intensités respectives des sauts d'absorption se trouvant dans le même rapport que les intensités des raies caractéristiques $K\alpha$ correspondantes observées précédemment [1] : la discontinuité K du carbone est plus intense, puis K de l'azote, enfin K de l'oxygène. On enregistre facilement cinq ordres de la bande du carbone.

Je n'ai pas observé de structure fine de ces discontinuités, ce qui s'accorde avec l'idée admise de l'existence d'un seul niveau K, mais il semble que les trois bandes (C, N, O) soient limitées, sur leur bord de haute fréquence, par une raie blanche. Il y a là un phénomène de raie d'absorption analogue à celui déjà observé pour certaines bandes L, par exemple, d'éléments plus lourds (Nishina, Coster). Des mesures microphotométriques confirmeront leur existence.

La longueur d'onde de chaque discontinuité [2] a été déterminée d'après nos clichés et en valeur absolue. C'est la bande K du carbone, observable sur plusieurs ordres, qui comporte le plus de précision (0,5 pour 100; le troisième ordre de cette bande se sépare de plus de 1^{mm} de la raie $K\alpha C$, $\lambda = 44,9$ Å).

	λ (Å).	Volts.	$\frac{\nu}{R}$.
Carbone C ($z=6$)........	43,5	284	21,0
Azote N^2 ($z=7$)..........	31,1	397	29,3
Oxygène O^2 ($z=8$).......	23,5	524	38,7

On remarquera le bon accord de ces valeurs avec celles obtenues par M. Holweck [3] pour les mêmes éléments par sa méthode d'ionisation.

Enfin ces spectres à fond continu comportent aussi, en dehors des bandes d'absorption, les raies caractéristiques d'émission, telles, par exemple, que le doublet N du tungstène, antérieurement découvert et qui apparaît sur quatre ordres successifs.

Ajoutons que c'est la première fois que des bandes d'absorption sont photographiées dans le domaine intermédiaire.

(1) J. THIBAUD, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 62.

(2) La raie blanche en diffère d'une fraction d'Angström.

(3) Conférences-Rapports (Presses Universitaires).

SPECTROSCOPIE. — *Étude du spectre continu d'émission produit par la décharge sans électrodes.* Note de M. G. **Balasse**, présentée par M. A. Cotton.

Le spectre de la luminescence produite par décharge sans électrodes peut comprendre pour une excitation déterminée, outre un spectre riche en raies, un spectre continu d'émission. Ce spectre continu a été observé jusqu'ici dans le cas des éléments suivants : Cd (¹); K, Rb, Cs (²); Hg (³) (⁴).

Dans une Note précédente (²) j'ai proposé, pour ce spectre continu, le processus d'émission suivant : des électrons libres d'énergie cinétique variable se recombinent aux atomes ionisés; au même titre qu'il faut admettre pour l'énergie cinétique de départ des électrons libres retombant sur l'atome ionisé une suite continue de valeurs possibles, il faut admettre pour la fréquence d'émission monochromatique correspondant à chacune des recombinaisons, une suite continue de valeurs.

Un tel processus d'émission conduit à admettre *l'existence du spectre continu d'émission quel que soit l'élément soumis à la décharge.* Pour voir s'il en est ainsi, j'ai produit la décharge sans électrodes dans les éléments suivants : phosphore, bismuth, soufre et iode. Voici quels furent les résultats de mes observations :

P. Un spectrogramme montre l'existence d'un spectre continu d'émission de faible intensité.

Bi. J'ai observé un spectre d'émission continu.

S. Un spectrogramme montre l'existence d'au moins un spectre continu d'émission correspondant au passage $S^{+} \rightarrow S$ neutre.

I. Les spectrogrammes montrent l'existence d'au moins deux spectres continus d'émission correspondant aux passages $I^{++} \rightarrow I^{+}$; $I^{+} \rightarrow I$ neutre.

(¹) Félix Esclangon. *Séparation des spectres de divers ordres du cadmium* (*Journal de Physique*, 7, 1926, p. 52).

(²) Georges Balasse. *Décharge sans électrodes en ondes amorties et en ondes entretenues. Spectres continus du césium et du potassium* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1002).

(³) Georges Déjardin. *Spectre du mercure dans l'ultraviolet lointain* (*Annales de Physique*, 10ᵉ série, 8, 1927, p. 463).

(⁴) G. Balasse. *Spectres continus obtenus par la décharge sans électrodes dans la vapeur de mercure* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1320).

Les éléments K, Rb, Cs, Cd, Hg, P, Bi, S et I étant répartis dans cinq colonnes différentes du tableau de Mendeleieff, je crois pouvoir affirmer que les spectres continus d'émission produits par décharge sans électrodes constituent un phénomène général s'étendant à tous les éléments.

Les spectres continus d'émission présentent la particularité de se « raccorder » à certaines raies du spectre d'émission. Cette particularité est due à un phénomène de dispersion anomale (lequel est lié à une variation considérable de l'indice de réfraction au voisinage immédiat de la raie) à l'intérieur des raies auxquelles se fait le raccordement. Tout phénomène de dispersion anomale étant lié à un phénomène d'absorption, le raccordement du spectre continu constitue une indication, dont la valeur est celle que présente tout spectre d'absorption en général. Théoriquement on peut prévoir que le raccordement pourra servir à répartir, en différentes séries spectrales, les raies provenant d'atomes ionisés au même degré. En fait, dans le cas du mercure, j'ai observé une différence sensible dans la valeur du raccordement selon la série à laquelle appartient la raie d'arc pour laquelle se fait le raccord au spectre continu.

Le spectre continu semble d'autant plus intense que le nombre atomique de l'élément siège de la luminescence est plus élevé : il est très intense dans le cas du césium, son obtention nécessite de longs temps de pose dans le cas du potassium ; le rubidium offre le cas intermédiaire.

Il augmente d'autre part en intensité avec la tension mise aux bornes de l'éclateur.

Ce qui précède nous permet de rapprocher ces spectres continus obtenus dans le domaine optique, du fond spectral continu (spectre d'impulsion) observé dans le domaine des rayons X.

OPTIQUE INSTRUMENTALE. — *Sur la construction et l'essai d'un miroir de télescope de forme particulière, en verre Pyrex.* Note de M. **A. Couder**, présentée par M. Ch. Fabry.

Un miroir de télescope, réalisé avec toute la précision possible, ne donne des images pratiquement parfaites que si les déformations irrégulières qu'il subit dans les conditions d'emploi n'excèdent pas $0^{\mu},07$. Cette limite correspond à une différence de phase d'un quart d'onde dans le faisceau réfléchi (Lord Rayleigh).

Sous l'action de la composante de la pesanteur parallèle à son axe de

figure, le miroir fléchit entre les points d'appui qui le soutiennent, et pour réduire ces déformations à la valeur admissible, on est conduit à donner une grande épaisseur au disque de verre qui le constitue à l'ordinaire. Il est donc lourd. Un poids élevé ne serait en lui-même qu'un inconvénient d'ordre secondaire, s'il n'allait de pair avec une grande capacité calorifique qui empêche le miroir de suivre fidèlement les variations de la température ambiante : cette inertie thermique entraîne à la fois des inégalités de température intérieure, qui déforment la surface optique, et de très nuisibles courants de convection dans l'air environnant.

On peut diminuer les flexions d'un miroir mince en multipliant ses points d'appui, mais alors tous les supports, moins trois qui sont fixes, doivent être des systèmes astatiques. Un tel dispositif est très coûteux et n'a pu être appliqué qu'à des instruments géants, comme ceux que la science doit à M. G. W. Ritchey.

J'ai cherché dans une voie différente une solution plus économique, applicable aux instruments d'ouverture moyenne : pour préciser, de 20 à 55^{cm}. En donnant à la pièce de verre qui constitue le miroir une forme particulière, j'ai pu obtenir que les flexions, bien que très supérieures à la limite indiquée plus haut, présentent un caractère de régularité qui supprime leur action sur la qualité des images, et dont le seul effet soit une légère variation de la distance focale.

La matière première du modèle d'essai que j'ai réalisé est un vase cylindrique de forme très basse, en verre Pyrex. Son diamètre est de 19^{cm}, sa hauteur totale $4^{cm},5$. Les parois latérales ont $1^{cm},3$ d'épaisseur ; le fond, épais seulement de $0^{cm},8$, a reçu sans difficulté le travail optique qui a fait de sa face extérieure un paraboloïde de 136^{cm} de foyer. Le miroir consiste donc en un disque très mince renforcé au bord par un anneau épais qui repose par son autre base sur trois appuis.

Sous l'influence de la composante normale de son poids, le disque soutenu par son bord s'incurve en restant de révolution. Dans l'expression des ordonnées de flexion, en fonction de la distance à l'axe, existent deux termes dont le plus important, du second degré, représente une courbure et entraîne une variation de la distance focale. On ne peut d'ailleurs lui assigner par le calcul que deux limites, dans le rapport de 1 à 4 environ, car on ignore dans quelle mesure les bords doivent être considérés comme encastrés, par

suite de leur liaison à l'anneau; ici, le changement de foyer sera compris entre 0mm,05 et 0mm,20. L'autre terme, du quatrième degré, représente une déformation, au sens de l'optique géométrique, qu'on peut au contraire évaluer exactement : lorsque l'axe du miroir est vertical, il doit exister une surcorrection sphérique d'un vingtième d'onde, absolument sans effet.

Quant à l'anneau qui borde le disque, il fléchit entre ses points d'appui avec une symétrie ternaire. Si cette déformation atteignait la limite indiquée, elle se manifesterait dans l'image par un défaut présentant la même symétrie.

Lorsque les essais effectués à l'atelier ont indiqué que la surface du miroir était un paraboloïde pratiquement parfait, l'axe étant horizontal, il a été monté en télescope newtonien et étudié sur le ciel. En examinant des étoiles voisines du zénith, avec un oculaire grossissant 300 fois, on a observé des figures de diffraction sans défauts décelables. La variation de la distance focale elle-même, qui doit accompagner les changements d'inclinaison de l'axe, s'est trouvée trop petite pour que les images agitées des étoiles voisines de l'horizon ait permis de la mesurer.

La masse du nouveau miroir est approximativement le tiers de celle du disque plein qu'il remplace. Grâce à cette légèreté, et à la faible dilatation du verre Pyrex, on n'a pu observer aucune déformation d'origine thermique en transportant rapidement l'instrument d'une pièce chauffée en plein air, pendant des nuits d'hiver. Les quelques minutes nécessaires à monter et à pointer le télescope ont toujours suffi pour que les déformations qui accompagnent un changement de température de 20° soient tombées au-dessous de la valeur décelable.

OPTIQUE. — *Absence d'élargissement des raies spectrales après réflexion.* Note de MM. **Y. Rocard** et **Ph. de Rothschild**, présentée par M. Ch. Fabry.

Comme le veut la théorie électronique, on considère d'ordinaire les phénomènes de réflexion, réfraction, diffusion et même simplement la propagation de la lumière comme effets résultants d'un phénomène élémentaire, unique, la diffraction des ondes incidentes par les électrons des atomes. Se plaçant à ce point de vue, Ewald est arrivé à rendre compte de l'indice de réfraction des cristaux cubiques, et d'autres auteurs, principalement

G. Darwin, ont expliqué dans le détail la réflexion et la réfraction par les diélectriques, retrouvant les formules classiques de Fresnel. Cependant ces auteurs ont constamment négligé de prendre en considération la vitesse d'agitation thermique des atomes diffractants, qui, par effet Doppler-Fizeau, devrait modifier la longueur d'onde de la lumière diffractée. On vérifie aisément, d'après l'ordre de grandeur connu des vitesses et des fréquences des mouvements d'agitation thermique des atomes, que, pendant un nombre notable d'ondulations du champ électrique de l'onde lumineuse incidente, on peut considérer la vitesse d'un atome donné comme à peu près uniforme, tandis qu'au contraire un électron dans cet atome tourne un grand nombre de fois sur son orbite pendant la durée d'une seule ondulation lumineuse : on en déduit, dans les idées classiques, que l'effet Doppler-Fizeau ne se produit pas par rapport à la vitesse de chaque électron, mais doit se produire par rapport à la vitesse d'ensemble des électrons de l'atome, qui est la vitesse d'agitation thermique. Il en résulte que dans chacun des phénomènes mentionnés, réflexion, réfraction, diffusion, propagation de la lumière, il devrait se produire un élargissement des raies spectrales, exactement par le même mécanisme que celui qui produit une largeur finie des raies d'émission dans les sources lumineuses gazeuses à basse pression (effet de température, dû à l'agitation thermique des atomes et ions dans la source, envisagé et calculé par Lord Rayleigh, minutieusement contrôlé par MM. Michelson, Fabry, Buisson).

Mettons cependant à part le phénomène de propagation rectiligne de la lumière. En effet, dans ce cas, l'effet Doppler-Fizeau de l'atome diffractant considéré comme récepteur des ondes incidentes est exactement compensé par le même effet sur le même atome considéré comme émetteur des ondes diffractées. Seul, le champ de polarisation pourrait introduire ici un effet d'élargissement des raies, mais nous devons avouer que l'existence même du champ de polarisation à l'intérieur des diélectriques ne nous paraît pas établie avec certitude par la théorie électronique.

Reste un élargissement des raies spectrales possible dans le cas de la réflexion, de la réfraction ou de la diffusion. Pour l'étudier, nous avons intercalé sur un faisceau de lumière entrant dans un interféromètre Michelson, six ou huit réflexions successives à 45° sur des miroirs argentés. Dans l'espoir d'accroître la vitesse d'agitation thermique des atomes diffractants, nous avons remplacé quelques miroirs d'argent par des miroirs d'aluminium qui avaient été polis à l'Institut d'Optique.

L'expérience consistait à choisir une raie déjà fine, en l'espèce une des

raies jaunes ou la raie verte du mercure, ou encore la raie verte du krypton, à étudier les anneaux à l'infini à grande différence de marche dans l'interféromètre, à apprécier leur visibilité en lumière directe puis en lumière ayant subi les réflexions imposées. Si l'on prend soin d'affaiblir par un coin optique la lumière directe pour rendre l'éclat des anneaux comparable dans ce cas à ce qu'il est pour la lumière plusieurs fois réfléchie, il est impossible de déceler le moindre changement de visibilité des anneaux en passant d'un cas à l'autre, passage qui, dans notre montage, se faisait quasi instantanément par escamotage de deux miroirs.

En admettant qu'aux ordres d'interférence (330000 à 360000) auxquels nous opérions, un changement de visibilité (au sens de Michelson) de 0,1 des anneaux eût été perceptible, on calcule facilement que nous eussions pu déceler une énergie d'agitation thermique réduite au $\frac{1}{200}$ de sa valeur réelle, si cette énergie s'était manifestée par l'effet Doppler attendu.

Nous sommes donc obligés de conclure que l'élargissement des raies par réflexion sur un miroir dont les atomes sont doués d'agitation thermique, et qui devrait se traduire par un abaissement considérable de l'ordre d'interférence limite, n'existe pas. Peut-être la diffraction des ondes incidentes par les atomes n'est-elle pas le phénomène élémentaire. Peut-être aussi les ondes diffractées par des centres atomiques très voisins ne peuvent-elles avoir des longueurs d'onde très voisines sans que, par un phénomène d'accrochage, elles deviennent aussitôt synchrones : cette dernière hypothèse, bien qu'exprimée dans le langage grossier et probablement inadéquat de l'électrotechnique, a peut-être une signification réelle cachée, car on ne peut s'empêcher de penser que l'accord de phase requis pour l'accrochage est automatiquement réalisé ici par l'influence des ondes incidentes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le poids moléculaire et l'association de la chlorophylle en solution.* Note [1] de M. **Néda Marinesco**, présentée par M. Jean Perrin.

1. La relation d'Einstein

$$\eta = \eta_0 \left(1 + 2,5 \frac{v}{V}\right) \tag{1}$$

permet la détermination du volume v occupé par n grammes de substance

[1] Séance du 16 janvier 1928.

dissoute dans le volume V, en fonction de la viscosité η de cette solution et de celle η_0 du solvant. D'autre part l'équation de la diffusion

$$(2) \qquad D = \frac{RT}{N}\frac{1}{6\pi\rho\eta_0}$$

permet d'évaluer le rayon ρ de la molécule si celle-ci est suffisamment grosse par rapport aux molécules du solvant.

1g occupe, d'après (1), le volume v, ce qui donne pour la molécule-gramme

$$(3) \qquad Mv = \frac{4}{3}\pi\rho^3 N.$$

Or (2) donne le rayon ρ; ainsi on trouve

$$(4) \qquad M = \left(\frac{RT}{D\eta_0}\right)^3 \left(\frac{1}{\pi N}\right)^2 \frac{1}{162v},$$

relation que j'ai vérifiée pour un grand nombre de substances à grosses molécules, dissoutes dans différents solvants, et qui donne M plus correctement que tout autre méthode, puisqu'elle élimine les erreurs dues à l'entraînement éventuel du milieu intermoléculaire [1].

II. J'ai appliqué cette relation à la chlorophylle dissoute dans l'acétone. La substance a été préparée à partir de feuilles vertes d'orties (qui contiennent très peu de chlorophyllase), d'après la méthode suivante :

Les feuilles étant broyées, on fait une première extraction à l'acétone qui enlève la partie mucilagineuse et l'eau. Une deuxième extraction enlève la chlorophylle, la xantophylle et la carotine; à cet extrait on superpose une couche d'éther de pétrole de faible densité, qui dissout la chlorophylle et la xantophylle. Cette dernière est enlevée par extraction avec de l'alcool méthylique, et le reste est agité avec du talc et du sulfate de soude anhydre, qui dessèchent et adsorbent la chlorophylle. On filtre et l'on redissout dans l'éther sulfurique, qu'on évapore. Le résidu (que j'ai desséché pendant 6 semaines dans un vide très poussé) présente toutes les réactions physico-chimiques de la chlorophylle pure indiquées par Willstätter, Stoll et Wurmser, dans leurs travaux classiques. Il s'agit d'un mélange de la forme α et β, différant entre elles par le remplacement d'un oxygène par deux hydrogènes. Les solutions donnent une magnifique fluorescence rouge.

III. η et η_0 ont été mesurés à l'aide d'un capillaire de $0^{mm},3$ de diamètre et rigoureusement calibré. J'ai déterminé D en faisant diffuser la substance

---

(1) *Journ. Chim. Physique*, **24**, 1927, p. 593-617; *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1149.

dans une cuve optique qu'on peut déplacer perpendiculairement dans le champ du microcolorimètre de M. Francis Perrin [1].

Si C_0 est la concentration initiale, au-dessous du niveau $x = 0$, correspondant à la ligne de séparation entre la solution et le solvant au temps $t = 0$, et C_x la concentration au niveau x après le temps t de diffusion, l'intégration de

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \tag{5}$$

donne

$$C_x = \frac{1}{2} C_0 \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-u^2} du\right) \tag{6}$$

avec

$$u = \frac{x}{2\sqrt{Dt}}. \tag{7}$$

La fonction

$$1 - \Theta(u) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-u^2} du = \frac{2C_x}{C_0}, \tag{8}$$

qu'on trouve dans des tables, donne u et de (7) on tire D.

La température des expériences est 20° C. ± 0°,04.

On obtient :

D.	M.	$\frac{M}{m}$.
$0,33.10^{-5}$	4617	5,6
0,37 »	3316	4,0
0,39 »	2796	3,4
....	....	...
0,55 »	990	1,2
0,56 »	956	1,1
....	...	....
0,59 »	817	1
0,60 »	780	0,97

$R = 83,2.10^6$; $T = 293$; $N = 65.10^{22}$; $\eta_0 = 0,0033$; $\rho = 3,553$.

IV. Les coefficients de diffusion sont d'autant plus grands que la concentration est plus faible. Quand celle-ci est plus petite que $0^g,053$ par litre, D oscille entre $0,59.10^{-5}$ et $0,61.10^{-5}$.

$m = 816$ est le poids moléculaire brut et moyen de la forme α et β (correspondant à un seul Mg). Ainsi le coefficient d'association $\frac{M}{m}$ peut dépasser 5,6 en solution de 0,1 à 0,3 pour 100. J'ai constaté encore qu'une solutiou de 3 pour 100 de chlorophylle dans l'acétone se dépose par une forte centrifugation.

(1) *Journ. Chim. Physique*, **24**, 1927, p. 600.

Ce résultat est important quand on veut étudier *in vitro* la chlorophylle. Il faut opérer en milieu très dilué, autrement les molécules associées se désactivent réciproquement par induction moléculaire et la réactivité n'est pas proportionnelle à la quantité de lumière activante [1].

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Micro-dosage immédiat de l'ion phosphorique, par céruléo-molybdimétrie, dans les liquides de l'organisme, les eaux naturelles, les boissons fermentées, les matières agricoles, etc.* Note de M. **G. Denigès**, présentée par M. Ch. Moureu.

Dans des Communications antérieures [2], j'ai fait connaître un réactif permettant de déceler, avec une extrême facilité, les moindres traces d'ion phosphorique dans une solution donnée.

Ce réactif se prépare en laissant en contact, pendant 1 heure, dans un flacon presque plein, de la tournure de cuivre (par exemple, $0^g,30$) avec du réactif sulfo-molybdique [3] étendu au quart (15^{cm^3}). On retourne à plusieurs reprises le flacon sur lui-même pour homogénéiser le liquide qu'on décante au bout du temps fixé. Il doit être renouvelé toutes les semaines.

A l'ébullition, il donne rapidement avec l'ion phosphorique, même en présence de substances très variées, une coloration bleue d'autant plus intense que cet ion est plus abondant et due à la formation du phospho-conjugué [4] céruléo-molybdique que j'ai décrit antérieurement [5].

Avec son aide et celle d'étalons convenablement choisis et correspondant

---

(1) Jean Perrin, *Lumière et réactions chimiques* (*Deuxième Conseil de Chimie Solvay*, 1926, p. 366-383).

(2) G. Denigès, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 779, et *Bull. Soc. Pharm. de Bordeaux*, 4, 1927, p. 206.

(3) Ce réactif est préparé en ajoutant son volume d'acide sulfurique concentré pur à une solution de 10 pour 100 de molybdate d'ammonium.

(4) Il s'agit bien de ce composé, car si l'on traite à chaud une certaine quantité d'ion phosphorique (par exemple, 10^{cm^3} d'une solution renfermant $0^g,10$ de P^2O^5) par une quantité convenable (2^{cm^3}) de réactif, de façon à obtenir un liquide d'une coloration bleue suffisamment intense, on constate que ce liquide, additionné du quart de son volume d'acide sulfurique pur, puis agité avec de l'éther, cède son colorant à ce dernier; que ce colorant lui-même passe de l'éther bleu dans l'eau *neutre* agitée en petite quantité avec ce véhicule; enfin que cette solution aqueuse évaporée spontanément par gouttes, sur une lame de verre, abandonne de petits cristaux rhombiques bleu saphir, à projection hexagonale, identiques à ceux que fournit le phospho-conjugué sus-indiqué.

(5) G. Denigès, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 687.

à des concentrations, en P^2O^5, comprises entre 2 et 12^{mg} par litre (moins pour les eaux), il est possible de doser extemporanément, en quelques instants, de très faibles quantités de ce composé dans les cas les plus divers, par exemple, dans une goutte de lait, de sang, de salive, d'urine, de vin, etc., par essai.

Pour l'application, on met dans un tube à essai, de 18 à 20^{mm} de diamètre, 5^{cm^3} d'une dilution convenable du produit phosphatique; on ajoute VI gouttes de réactif et en agitant constamment le récipient et, par suite, son contenu; on porte ce dernier à l'ébullition qu'on maintient une douzaine de secondes. On verse ensuite le liquide, devenu plus ou moins bleu, dans un autre tube de 16^{mm} de diamètre.

On compare la teinte obtenue avec celle d'étalons préparés, dans les mêmes conditions, avec des solutions aqueuses renfermant : 2, 4, 6, 8, 10 et 12^{mg}, de P^2O^5 par litre (moins dans le cas des eaux). Ces solutions sont d'une stabilité suffisante pendant, au moins, un mois.

Si le liquide, même dilué, est plus ou moins coloré (vins rouges, par exemple) on compense cette teinte parasite en mettant devant ou derrière les étalons, au bloc de Walpole, un tube de verre renfermant 8 à 10^{cm^3} de la dilution qu'on additionne d'une goutte de SO^4H^2.

Les vins rouges ou blancs, les vinaigres, les bières, les cidres pourront être ainsi directement essayés après dilution au cinquantième; les sucs de fruits, comme celui d'orange, seront dilués à 2 pour 50; la salive à 1 pour 50; l'urine à 1 pour 200.

Pour les laits on opère comme suit. Dans un matras jaugé de 100^{cm^3} pour le lait de vache, de 50^{cm^3} pour celui de femme, on met 1^{cm^3} de lait, II gouttes d'acide acétique, II gouttes de réactif de Tanret (iodure mercurico-potassique acétique) et l'on agite. On complète à 100 ou 50^{cm^3} avec de l'eau, agite et filtre.

Sur 5^{cm^3} du filtrat, on dose P^2O^5, comme plus haut.

Lorsque la teinte bleue voisine avec celle du tube 12 il est bon de pratiquer un second examen avec les liquides dilués dédoublés.

On peut ainsi effectuer, d'une manière courante, des dosages d'ion phosphorique avec des produits dont on ne possède que de petites quantités: lait de femme, urines de nouveau-nés ou de petits animaux, salive; ou dans lesquels (vins) les dosages sont laborieux ou nécessitent un certain temps et un certain outillage (engrais, terres), etc.

Dans des Mémoires spéciaux seront prochainement développés tous les détails pratiques et les résultats de cette rapide méthode analytique, qui n'ont pu être que très sommairement indiqués ici.

BOTANIQUE. — *Sur les calices aquifères des* Clerodendron.
Note de MM. **Paul Dop** et **F. Duffas**, présentée par M. H. Lecomte.

Dans plusieurs Solanacées, Scrofulariacées, Bignoniacées, Verbénacées et Zingibéracées tropicales, le calice est entièrement fermé par soudure des sépales dans le bouton floral, formant une cavité pleine d'eau dans laquelle se fait le développement de la fleur. L'étude de ces calices aquifères a suscité quelques travaux. particulièrement de Koorders ([1]), qui a décrit le calice de *Clerodendron splendens* Don et de *C. Minahassæ* Teysm. et Binn. Pour cet auteur la sécrétion d'eau à l'intérieur du calice se fait par des hydathodes dont la structure est celle d'un poil capité à basale 1-4-cellulaire surmontée d'une tête pluricellulaire. Ces poils, comparables à ceux de la face externe des sépales, sont couverts d'un cuticule qui, pour Koorders, est perméable aux liquides, la perméabilité étant admise aussi par cet auteur dans les nectaires floraux des Bignoniacées, par exemple. Récemment l'un de nous ([2]) a montré que dans ce dernier cas, et contrairement à l'opinion de Koorders, il y a interruption de la cuticule au niveau des points d'émission de liquide, les surfaces filtrantes étant toujours constituées par des membranes cellulosiques minces.

Des recherches récentes nous permettent d'étendre cette conclusion aux nectaires floraux des Verbénacées (*Clerodendron fœtidum* Bunge). Shibata ([3]) ayant signalé l'existence de calices aquifères dans *Clerodendron trichotomum* Thunb., l'étude anatomique du calice de cette espèce nous a montré la présence, dans la partie moyenne de chaque sépale, aussi bien sur la face interne que sur la face externe, de stomates aquifères nombreux, d'une structure très simple. Ils se réduisent à un simple écartement dans la paroi de deux cellules épidermiques contiguës. Leur forme est celle d'un canal régulier à section elliptique à grand axe atteignant 15 μ, le petit axe variant de 2 à 5 μ, qui se prolonge entre les cellules sous-épidermiques et est en relation avec de volumineuses lacunes creusées dans tout le paren-

---

([1]) Koorders, *Ueber die Bluthenknospenhydathoden einiger tropischer Pflanzen* (*Ann. Jard. Bot. Buitenzorg*, 14, 2e partie, 1897, p. 354).

([2]) P. Dop, *Les glandes florales externes des Bignoniacées* (*Bull. Soc. Hist. nat. Toulouse*, 56, 1927, p. 189).

([3]) Shibata, *Zur Kentniss der Kelch- und Kapselhydathoden* (*Bot. Centralblatt*, 83, xi, 1900, p. 350).

chyme du sépale. La cuticule des cellules épidermiques pénètre dans l'ostiole de ces stomates aquifères comme dans le cas des stomates normaux et les cellules stomatiques, dépourvues de chloroleucites, sont indifférenciées. Ces stomates aquifères calicinaux sont sûrement la voie que suit l'eau, soit pour sortir à l'extérieur du calice, soit pour remplir la cavité entièrement close du calice jeune. La communication possible des stomates des deux faces d'un sépale par les lacunes du parenchyme explique la contamination constante de l'eau des calices aquifères par des bactéries, des champignons et même des algues, constatée par tous les auteurs. Cette contamination serait inexplicable si l'eau provenait d'une filtration à travers une membrane, comme le veut la théorie de Koorders. S'il est possible d'admettre une certaine perméabilité de la cuticule à la vapeur d'eau, par contre il est inadmissible que cette perméabilité puisse s'étendre aux liquides. Les poils capités cutinisés, considérés par Koorders comme des hydathodes ne jouent aucun rôle dans la sécrétion d'eau, qui est entièrement produite par les stomates aquifères très simples que nous avons décrits, et qui constituent un caractère intéressant de biologie florale chez des végétaux dont l'hygrophilie est particulièrement nette.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les phénomènes de réduction chromatique dans la famille des Érysiphacées.* Note de M. S. S. **Kharbush** et Mlle **Panca Eftimiu**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Nous nous proposons dans cette Note d'étudier la réduction chromatique dans la famille des Érysiphacées : or jusqu'ici on n'était pas fixé d'une manière certaine sur le nombre des chromosomes qui se rencontrent soit dans les mitoses végétatives, soit dans les trois divisions qui se produisent dans l'asque. Ainsi P.-A. Dangeard, qui s'est occupé incidemment de la division nucléaire dans les cellules mères des conidies du *Sphærotheca Castagnei*, hésite entre le nombre 4 et le nombre 8 tout en marquant une préférence pour ce dernier [1] : c'est ce dernier chiffre de 8 chromosomes qui est attribué par Harper aux mitoses de l'asque [2].

---

(1) P.-A. Dangeard, *La reproduction sexuelle du* Sphærotheca Castagnei (*Le Botaniste*, 5e série, 1896, p. 259).

(2) R. A. Harper, *Sexual reproduction and the organization of the nucleus in certain Mildews* (*Carnegie Institution of Washington*, *Publication* n° 37, 1905, p. 44-48).

La question était donc tout entière à reprendre et nos observations ont porté sur une ou deux espèces appartenant aux genres : *Uncinula*, *Microsphæra*, *Sphærotheca*, *Phyllactinia*, *Erysiphe* et *Podosphæra*. Nous avons réussi à rencontrer des divisions nucléaires dans les filaments mycéliens, dans les cellules de l'ascogone, voire même dans les cellules formant l'assise interne qui entoure les asques.

Dans toutes ces divisions, le fuseau nucléaire, muni d'un centrosome d'une netteté remarquable, à chaque pôle, porte à la plaque équatoriale 4 chromosomes. Ceux-ci sont parfois si rapprochés l'un de l'autre qu'ils paraissent n'en former que deux.

Pour atteindre notre but il était nécessaire de suivre l'évolution nucléaire chez les Érysiphacées, le phénomène de karyogamie et la division du noyau sexuel de l'asque.

La fécondation se produit à la fin de la végétation, dans les *diplogamètes*, c'est-à-dire dans les cellules à deux énergides, qui occupent le centre du périthèce. Au moment de la fusion, les noyaux copulateurs se portent au contact, les membranes nucléaires disparaissent et la fusion commence par les filaments chromatiques et finit par l'union de deux nucléoles. Après la fusion, il se forme autour du noyau sexuel, qui grossit considérablement, une nouvelle membrane. A ce moment, il montre un gros nucléole excentrique tandis que les filaments y deviennent nombreux; ils forment un réseau qui donne au noyau un aspect spongieux. Le noyau ainsi constitué occupe généralement le tiers inférieur de la cellule, où il est entouré d'un protoplasme dense et homogène. Sous cet aspect, le noyau reste pendant un temps plus ou moins long à l'état de repos. Plus tard il va entrer en division. Notre attention doit maintenant se porter tout entière sur ce phénomène : c'est le moment où va se produire la réduction de la substance chromatique.

Le passage du stade de repos au spirème est très évident : les filaments chromatiques grossissent, se resserrent, puis deviennent de très courts segments, presque des granules irrégulières. A ce stade, la membrane nucléaire se dissout et le nucléole devenu plus petit et vacuolaire va disparaître au début de la métaphase.

La première figure karyokynétique, au lieu de présenter huit chromosomes à la plaque équatoriale, comme ce serait le cas dans une division ordinaire, étant donné que le noyau sexuel provient de la fusion de deux noyaux à quatre chromosomes, n'en présente que *quatre*. Ces quatre chromosomes, qui doivent être considérés comme bivalents, sont placés en général

perpendiculairement sur les filaments d'un fuseau achromatique portant un centrosome à chacune des extrémités. Le volume des chromosomes est deux fois plus grand que dans les noyaux végétatifs.

Un peu plus tard, ces chromosomes se divisent chacun longitudinalement, et chaque moitié se rend au voisinage d'un centrosome.

On distingue souvent à la fin de l'anaphase, entre les deux masses de chromosomes, le long du fuseau, des traînées qui rendent ce dernier fortement colorable.

Il en est de même pour la deuxième et la troisième mitose, mais les chromosomes, qui se divisent transversalement, sont moitié plus petits que ceux du noyau générateur.

En résumé, le noyau sexuel subit trois bipartitions successives : la première est *réductionnelle du nombre des chromosomes*, les deux suivantes sont à la fois *équationnelle* et *réductionnelle* de la substanee chromatique.

Or il résulte de nos recherches, effectuées ainsi dans d'excellentes conditions et d'une manière assez complète tant par les différents genres et les nombreuses espèces étudiées que par les divers fixateurs employés, que le nombre des chromosomes dans la famille des Érysiphacées est de quatre seulement et que le stade diploïde n'existe que dans l'asque.

PHYSIOLOGIE. — *Sur les réactions, aux fortes pressions, du gastrocnémien de grenouille immergé dans une solution hypotonique.* Note de M. **Maurice Fontaine**, présentée par M. Joubin.

Nous avons montré (¹) l'analogie existant entre les effets d'une tétanisation et ceux d'une forte compression sur les tissus musculaires. Nous avons cherché si cette analogie se poursuivait dans le cas suivant très particulier.

Flechter (²) a montré que, si l'on immerge dans une même solution hypotonique de NaCl deux gastrocnémiens dont l'un a été tétanisé et l'autre non, on constate d'abord une augmentation de poids du muscle tétanisé plus considérable que celle du muscle témoin, mais très vite le muscle tétanisé atteint un maximum et son poids diminue, tandis que con-

---

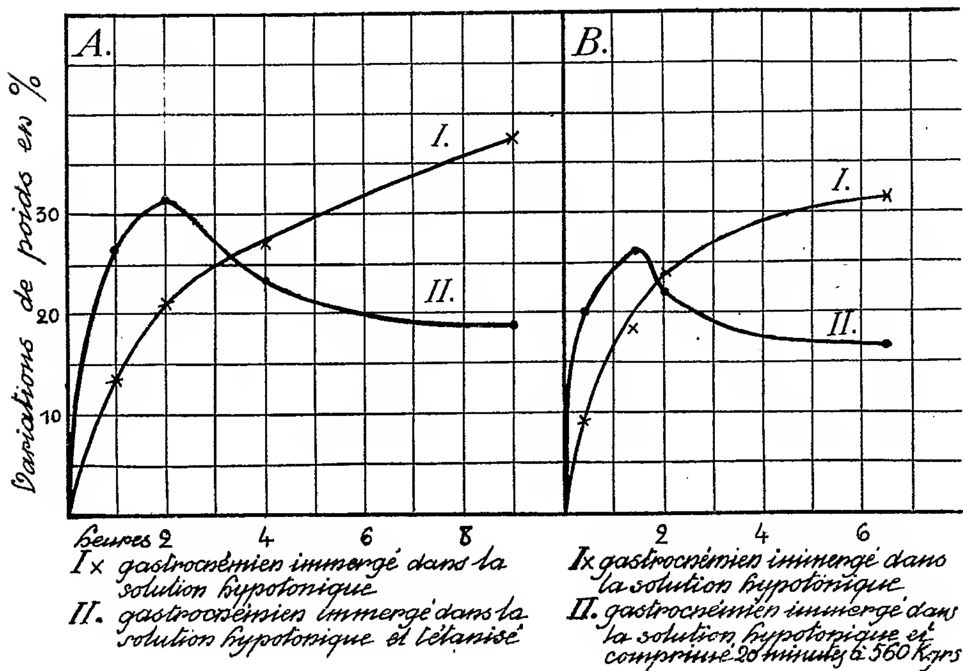
(¹) M. Fontaine, *Sur les analogies existant entre les effets d'une tétanisation et ceux d'une compression* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 99).

(²) Flechter, *Journal of Physiology*, 30, 1904, p. 414.

tinue (pendant encore plusieurs heures) l'augmentation de poids du muscle témoin.

Nous avons refait, d'une part, les expériences de Flechter (tableau et graphique A) avec cette différence seule qu'au lieu d'immerger les deux gastrocnémiens symétriques d'une même grenouille dans une solution hypotonique de NaCl, nous les immergions dans une solution équilibrée hypotonique (liquide de Bœr dilué). D'autre part, nous avons fait une expérience semblable à la précédente en remplaçant l'agent électrique par une forte pression (tableau et graphique B).

Les variations de poids pour 100 observées sont portées sur les graphiques suivants :



Le rapprochement de ces deux graphiques A et B montre nettement la similitude existant entre l'action d'une forte pression et celle d'une tétanisation.

De plus la courbe A_{II} du gastrocnémien tétanisé, Flechter ne la trouvait pas sur tous les muscles, mais seulement sur le gastrocnémien. De même cette courbe B_{II}, que présente le gastrocnémien comprimé, nous ne l'avons pas retrouvée sur les muscles de la cuisse de la grenouille.

Donc là encore, sous l'influence de l'agent pression comme sous l'influence de l'agent électrique, le gastrocnémien se comporte d'une façon très spéciale.

Sur ce point, pourtant très particulier, l'analogie entre les effets d'une tétanisation et ceux d'une compression est donc encore parfaite.

ZOOLOGIE. — *Un hydracarien nouveau recueilli au Grand Lautien (Var).* Note ([1]) de M. C. **Motas**, présentée par M. Ch. Gravier.

Depuis la découverte, en 1888, du genre *Nautarachna* par R. Moniez, à Cayeux-sur-Mer, aucun genre nouveau d'Hydracarien n'a été rencontré en France. L'an dernier, en septembre, étudiant la faune du lac du Grand Lautien (Var) avec M. Léger, nous avons découvert, outre certaines espèces d'un haut intérêt ([2]), un genre nouveau que j'ai dédié à mon vénéré maître. C'est *Limnolegeria longiseta* n. gen. n. sp. qui représente à lui seul toute une sous-famille nouvelle pour la France, celle des *Anisitsiellinæ*.

Les principaux caractères de ce genre sont : 1° un palpe court et vigoureux dont le troisième article porte à sa partie externe et distale (*fig.* 2) une forte et longue soie qui atteint environ la longueur du quatrième article; 2° un organe génital externe à clapets mobiles, pourvu de deux pièces chitineuses de soutien et de trois paires de disques génitaux (*fig.* 1); 3° deux fortes apodèmes en S à la partie interne des troisièmes et des quatrièmes épimères (*fig.* 1).

Les individus recueillis par nous, au nombre de 18 ♂♂ et ♀♀, dans les *Fontinalis*, le 22 septembre et le 2 et 16 octobre 1927, sont d'une forme ovale et d'une couleur jaune ocracé, avec des taches marron. Les parties chitinisées ont une belle couleur bleu vert et sont finement chagrinées. Sur les épimères, les pores forment des groupes polygonaux. Ils nagent exces-

---

(1) Séance du 23 janvier 1928.

(2) L. Léger et C. Motas, *Sur la faune lacustre du Grand Lautien* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 175).

sivement vite et tiennent, au repos, les pattes postérieures dressées en haut comme les *Limnesia*, les *Teutonia* et les *Arrhenurus*.

Le mâle, plus petit que la femelle, mesure $0^{mm},850$ de long et $0^{mm},740$ de large. La peau est mince, molle et finement striée. Son palpe est caractérisé

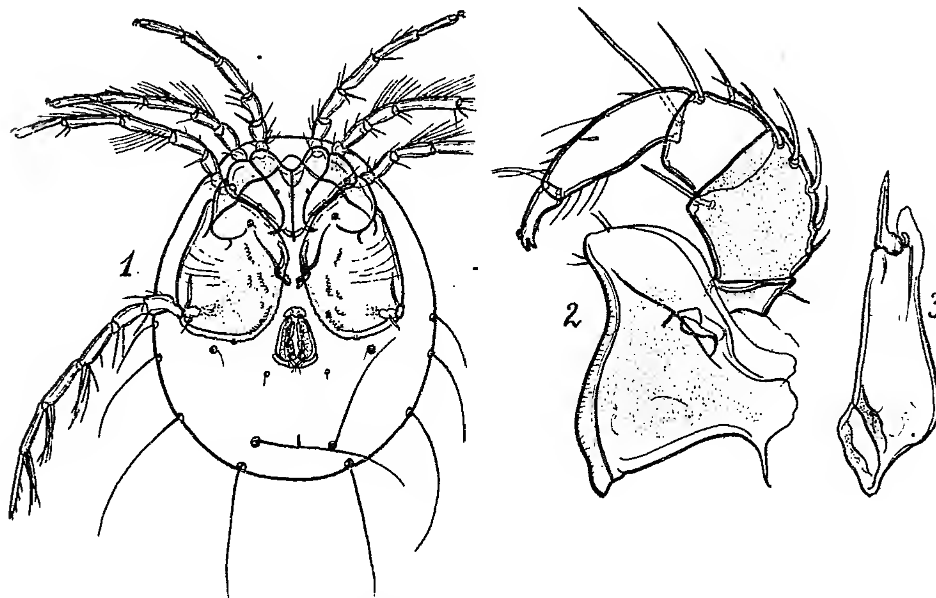


Fig. 1-3. — *Limnolegeria longiseta* n. gen. n. sp.
1. Face ventrale du ♂; 2. Organe maxillaire de la ♀; 3. Mandibule de la ♀.

par la soie en forme de glaive du troisième article, qui est plus forte que chez la ♀ (*fig.* 2). Longueur des articles du palpe sur le bord extenseur : 1 : 26; 2 : 78; 3 : 52; 4 : 89; 5 : 37$^{\mu}$. La longueur totale de la mandibule, pareille comme aspect à celle de la ♀ (*fig.* 3), $0^{mm},166$. L'aire épimérale couvre plus de la moitié ventrale du corps, tandis que chez la ♂ elle couvre seulement la moitié. Sur les troisièmes épimères s'ouvrent deux glandes. De même, chez les individus adultes, il existe deux orifices glandulaires à la surface des deuxièmes épimères. Mais chez les formes jeunes, ces orifices sont nettement interépiméraux.

Les pattes, sauf la première, sont pourvues de soies natatoires constituant de fortes rames. La dernière dépasse la longueur du corps, les autres sont plus courtes. L'organe génital, pareil à celui de la ♀, mesure $0^{mm},171$ de long et $0^{mm},114$ de large. Il est engagé à moitié dans le sinus génital et a trois paires de disques génitaux et deux *Stützkörper*. Les disques postérieurs

sont ronds; ceux des deux paires antérieures, ovales allongés. Les clapets s'élargissent à leur partie postérieure. Le support chitineux du pénis (0^{mm},182 de long) est massif et robuste. L'orifice excréteur est plus près du bord postérieur du corps que de l'aire génitale. Les orifices des glandes dermiques de la moitié postérieure du corps sont accompagnés de longues et fortes soies, et ceci caractérise notre espèce.

La femelle, plus grosse que le mâle (1^{mm},155 sur 0^{mm},840), ne se distingue de celui-ci que par les dimensions du corps, des appendices, de l'organe maxillaire, de la mandibule, de l'organe génital, etc. Les pattes postérieures n'atteignent pas la longueur du corps.

Affinités du genre. — Il présente des affinités avec les genres européens : *Limnesia* Koch, *Teutonia* Kœnike, *Dartia* Soar et avec le genre africain *Nilotonia* Thor. Comme tous ces genres, notre genre a les yeux séparés et les pattes postérieures sans griffes. Son organe maxillaire et l'aspect des griffes des trois premières paires de pattes rappellent ceux de *Teutonia*. L'organe génital ressemble à celui de *Nilotonia*, *Dartia* et surtout *Lebertia*. Mais la forme du palpe, du rostre, de l'organe maxillaire et les deux apodèmes épimérales distinguent nettement le genre *Limnolegeria* de ces trois derniers genres.

HISTOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Cellules nerveuses et virulence des glandes surrénales*. Note de MM. **Y. Manouélian** et **J. Viala**, présentée par M. Roux.

D'après les recherches de Bombici, de Bertarelli et Volpino de Poor, de Remlinger, les capsules surrénales des sujets rabiques sont virulentes. Mais pas au même degré que les centres nerveux. Alors que ceux-ci contiennent toujours et abondamment le virus de la rage, les capsules surrénales semblent le contenir peu et moins constamment. Notons que tous les efforts de Negri, de son école et d'autres auteurs pour déceler les corpuscules de Negri dans ces organes sont demeurés vains. Cependant pour da Costa (1908-1909) chez les cobayes enragés les cellules glandulaires, les cellules médullaires surtout, des capsules surrénales contiennent des corpuscules de Negri. Et Marinesco (1909) les a signalés chez l'homme atteint de rage « dans quelques-unes des cellules nerveuses de la substance médullaire des surrénales ». Pourtant ces travaux n'ont pas entraîné la conviction unanime des

savants, si bien que Mme Negri a pu écrire en 1912 que la recherche des corpuscules de Negri a été négative dans les capsules surrénales.

Voici le résultat de nos recherches sur le chien.

D'accord avec da Costa nous n'avons pas constaté chez cet animal de corpuscules de Negri dans les cellules parenchymateuses des surrénales; nous n'avons pas constaté non plus les formations que nous avons décrites comme les parasites de la rage. Le tissu propre de ces glandes n'est donc pas virulent, son inoculation ne pourrait pas conférer la rage.

D'où vient alors la virulence de ces organes?

Elle vient des neurones parasités siégeant à leur niveau. Il existe en effet des cellules nerveuses incluses dans les rameaux, les ramuscules nerveux des capsules surrénales. On rencontre aussi des amas de neurones formant des ganglions nerveux, de vrais centres périphériques. Ces ganglions sont disposés à la périphérie des surrénales; leur enveloppe fibreuse se confond avec celle de ces organes. Si bien que centres, rameaux nerveux et cellules glandulaires se trouvent inclus dans une gangue commune.

Comme les neurones du système nerveux central, les cellules nerveuses périphériques contiennent les parasites de la rage et des corpuscules de Negri. La virulence des capsules surrénales est due à la présence des cellules nerveuses parasitées dans ces glandes. Et comme ces cellules y sont inégalement réparties, certaines portions peuvent se montrer avirulentes, alors que d'autres possèdent un pouvoir infectant considérable; c'est à la présence ou à l'absence de ces cellules que doivent être attribués les résultats positifs ou négatifs des inoculations des capsules surrénales.

Faisons remarquer que, s'il est facile d'écraser, de triturer le tissu propre des surrénales et de préparer ainsi une émulsion, il n'en est pas de même des ganglions nerveux de ces organes. Ces ganglions sont tellement minuscules, que leur dissociation est sinon impossible du moins très délicate. Dans une émulsion de capsules surrénales il y aurait donc des particules virulentes parmi les parcelles beaucoup plus abondantes de tissu glandulaire avirulent. Une certaine quantité d'une pareille émulsion donnerait la rage ou non, suivant que les particules de ganglions nerveux y seraient présentes ou absentes.

Il résulte de nos recherches que, chez le chien, la virulence des capsules surrénales est en rapport avec l'existence de neurones, seuls vecteurs de l'agent de la rage.

Des recherches en cours nous autorisent à affirmer dès à présent que l'existence des centres nerveux dans les parois de la bouche, de la langue,

dans les glandes salivaires, dans les capsules surrénales n'est pas le fait d'une disposition particulière à ces organes, mais qu'il s'agit d'un *fait général*. Les tissus, les organes contiennent des neurones qui groupés en amas forment des ganglions nerveux. Ces ganglions sont de vrais centres nerveux périphériques. Leur rôle est considérable dans la rage; car si les glandes salivaires, les capsules surrénales et d'autres viscères sont virulents, c'est parce que les neurones inclus dans ces organes sont parasités par le microbe de la rage.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'inaptitude du* Plasmodium præcox *à l'évolution hivernale chez l'*Anopheles maculipennis, *et ses conséquences épidémiologiques pour l'Europe septentrionale.* Note de M. **E. Roubaud**, présentée par M. F. Mesnil.

L'action du froid extérieur sur le développement des *Plasmodium* du Paludisme chez les Moustiques a été étudiée par de nombreux auteurs (Grassi, Bignami et Bastianelli, Janczo, King, Mitzmain, Wenyon, etc.), mais on n'a que peu de données sur les véritables températures d'hiver auxquelles sont astreints ces hématozoaires dans les conditions normales où hivernent les Anophèles de climats froids.

Pour l'*Anopheles maculipennis*, le principal vecteur palustre européen et méditerranéen, j'ai montré ([1]) que l'optimum de température d'hibernation, accusé par les nécessité physiologiques de l'athermobiose réactivante, est compris entre 14 et 17°C., c'est-à-dire sensiblement vers la limite d'évolution possible des parasites malariens (16° C.) L'insecte hivernant dans les habitations et abris tièdes, ce sont les conditions d'oscillations thermiques de ces intérieurs modérément chauffés qui constituent le climat réel d'hiver à envisager pour l'épidémiologie palustre de l'Europe septentrionale. Les hématozoaires peuvent-ils évoluer dans les conditions d'hibernation atténuée du moustique?

Pour *Pl. vivax*, Jancso a établi qu'à 15-17° C. l'évolution reste possible quoique très lente (53 jours) et les recherches récentes de N. H. Swellengrebel ([2]) font ressortir que, dans la région d'Amsterdam, deux cycles

([1]) E. Roubaud, *Ann. Inst. Pasteur*, 37, 1923, p. 677.

([2]) P. C. Korteweg et N. H. Swellengrebel, *Ned. Tijd. v. Geneesk.*, 66, xii, 1921, p. 1485 — N. H. Swellengrebel, *Bull. Soc. Path. Exot.*, 15, ii, 8 février 1922, p. 116. — N. H. Swellengrebel, *Ned. Tijd. v. Geneesk.*, 68, vi, 1924, p. 750.

successifs complets du parasite, chacun d'environ deux mois, peuvent être observés, de l'automne au printemps, chez les Anophèles des intérieurs hollandais.

Pour *Pl. præcox*, les données manquent. Pourtant Wenyon (¹) a noté en Macédoine comme moi-même à Paris (1918) une absence de développement du parasite chez 4 *A. maculipennis* hivernant à la température de la chambre (min. : 9°,6; max. : 18°,2). J'ai précédemment émis l'opinion (²), basée sur les exigences thermiques plus marquées du *Pl.* de la tierce maligne, que l'évolution d'hiver du *præcox* est impossible dans les conditions *limites* où se réalise celle du *Pl. vivax*. Les expériences ci-après tendent à confirmer ce point de vue :

Expérience. — Un lot de 24 *Anopheles maculipennis*, nés au laboratoire, ont été gorgés les 16 et 17 décembre sur un paludéen récemment infecté au Maroc, porteur de gamètes normaux de *Pl. præcox*, et non quininisé.

Après le repas infectant, les moustiques sont répartis en 3 groupes :

A. Groupe témoin de 4 moustiques placés à l'étuve à 20-25°C. Ce lot s'infecte normalement. Au 10ᵉ jour des oocystes de 10 à 12µ sont visibles, et au 20ᵉ jour des sporozoïtes salivaires. Sur 4 moustiques, 3 infectés.

B. Groupe de 10 moustiques placés à la température d'une pièce normalement chauffée pendant le jour : maxima diurnes 17-22°C. (moyenne générale 17°,9); minima nocturnes de 9-16°C. (moyenne générale 12°C.). Nourriture sanguine normale. Les examens successifs pratiqués du 19ᵉ au 35ᵉ jour ne révèlent aucun développement plasmodien, ni dans l'estomac ni dans les glandes.

C. Groupe de 10 moustiques placés aussitôt après le repas, pendant 24 heures à l'étuve à 20-24°C., puis à partir du 2ᵉ jour à la même température tiède et dans les mêmes conditions d'oscillations thermiques que le précédent. Les examens successifs du 19ᵉ au 35ᵉ jour ne révèlent aucun stade vivant de développement, quelques sporocystes granuleux dégénérés sont décelés le 24ᵉ jour. En aucun cas l'infection salivaire n'a été atteinte.

Ainsi, conformément à l'hypothèse émise, le *Pl. præcox* qui évolue si facilement chez l'*A. maculipennis* aux températures de la chambre en été (³), s'est révélé inapte à cette évolution aux températures d'hibernation du moustique dans une pièce normalement chauffée soumise à des refroidissements nocturnes modérés.

L'incapacité du *Pl. præcox* au développement hivernal est, pour nous, la

---

(¹) Wenyon, *Malaria in Macedonia* (*Journ. R. Army Med. Corps*, **37**, 1921, p. 81).

(²) E. Roubaud, *Bull. Soc. Path. Exot.*, **18**, III, 11 mars 1925, p. 279.

(³) E. Roubaud, *Ann. Inst. Pasteur*, **32**, IX, 1918, p. 430.

principale raison pour laquelle la tierce maligne a plus rapidement et plus complètement abandonné l'Europe septentrionale que l'infection à *Pl. vivax*. Les deux infections sont également et efficacement déviées de l'homme pendant les mois chauds, dans l'Europe agricole, grâce à l'attraction animale. Mais en hiver, période dangereuse parce qu'elle restreint l'efficacité déviatrice des animaux, le *Pl. vivax* peut encore partiellement se maintenir, à la faveur de l'infection hivernale, tandis que l'agent de la tierce tropicale, réduit par ses exigences thermiques plus grandes à la seule évolution d'été, a complètement disparu, en particulier de nos régions.

La séance est levée à 16^h.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 19 décembre 1927.)

Note de M. *Henri Milloux*, Sur la théorie des fonctions entières d'ordre fini :

Page 1437, ligne 15, *au lieu de* qualificatif, *lire* qualitatif.

Page 1438, lignes 1 et 10, *au lieu de* $\frac{\rho}{\pi}$, *lire* $\frac{\pi}{\rho}$.

Note de MM. *W.-H. Keesom* et *M. Wolfke*, Deux états liquides différents de l'hélium :

Page 1465, ligne 10 en remontant, *au lieu de* Or nous savons, *lire* Nous en avons conclu.

Page 1466, lignes 20 et 27, *au lieu de* 33^{mm}, *lire* 38^{mm}.

(Séance du 27 décembre 1927.)

Note de M. *Émile Merlin*, Sur la distribution des vitesses et des densités dans un fluide hétérogène en rotation :

Page 1579, lignes 11, 12, 13, *au lieu de* ∂v, *lire* ∂V.
Page 1580, ligne 8, *au lieu de* $\alpha\rho$, *lire* $d\rho$; ligne 9, *au lieu de* ρU, *lire* ∂U.
Page 1581, lignes 10 et 14, *au lieu de* $\mathfrak{M}_{02}J$, *lire* $\mathfrak{M}_{0z}J$.

(Séance du 16 janvier 1928.)

Note de M. *Émile Merlin*, Sur les fluides à stratification cylindrique en rotation autour d'un axe :

Page 126, ligne 19, *au lieu de* w, *lire* ω ; ligne 24, *au lieu de* $r\theta_1' t_1$, *lire* $r\theta_1' t_1$.

(Séance du 23 janvier 1928).

Note de M. *Edmond Rouelle*, Sur quelques propriétés du démultiplicateur de fréquence :

Page 226, ligne 11, *au lieu de* de fréquence $\frac{kn}{f}$, *lire* de fréquence $\frac{f}{kn}$; ligne 16, *au lieu de* sans ordre fini, *lire* sans ordre défini ; note (²), *au lieu de* fig. 4, *lire* fig. 4 *e*.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 6 FÉVRIER 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 29 janvier 1928, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Lucien Cayeux** pour occuper, dans la Section de Minéralogie, la place vacante par le décès de M. *E. Haug*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Lucien Cayeux** prend place parmi ses Confrères.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime de la façon suivante :

Mes chers Confrères,

La mort vient de porter un coup fatal à la science mondiale, en faisant descendre dans la tombe, à l'âge de soixante-quatorze ans, M. **Hendrik Antoon Lorentz**, Associé étranger de notre Académie depuis l'année 1910 et l'une des plus grandes intelligences de notre époque comme de tous les temps. Personne n'a élevé plus haut que lui le flambeau qui a illuminé le domaine de la physique. A la faveur de conceptions géniales, il a prévu des phénomènes nouveaux bouleversant nos connaissances en optique et en électricité, marquant de sa puissante empreinte la science moderne.

Les recherches de notre illustre et regretté confrère sont apparentées aux idées de Maxwell, célèbres par le rattachement de l'optique à l'électricité

d'où est née, bien avant la découverte de Herz, la notion des ondes électromagnétiques servant aujourd'hui de véhicule à la T. S. F. Si cette conséquence fondamentale des vues du grand physicien anglais a reçu la sanction de l'expérience, la théorie dont il a posé les assises ne se trouvait pas moins dans l'impossibilité d'expliquer tous les phénomènes. C'est ce qui a conduit Lorentz à modifier profondément la conception de Maxwell. Il attribua à l'éther la propriété de se comporter de la même façon dans tous les milieux, transparents ou non, et de posséder partout même densité et même élasticité. Point essentiel! Ce milieu uniforme, il le peupla d'électrons ou atomes d'électricité, assujettis à ne pouvoir s'écarter que très peu de leur position d'équilibre, dans les milieux transparents, position où ils tendent sans cesse à revenir, par suite de réactions provoquant leur mise en vibration, aussitôt qu'une cause extérieure vient les ébranler. Dans les milieux conducteurs, au contraire, les électrons sont libres, mais soumis à des frottements déterminant l'échauffement de ces corps, lorsqu'une action convenable les met en mouvement.

Dans la théorie de Lorentz, l'éther sert d'agent docile de transmission, fournissant à distance le contre-coup fidèle des vibrations des électrons, sur lesquels agissent directement les forces électriques et électromagnétiques. D'ailleurs les charges électriques vibrantes, donnant naissance aux radiations émises par un gaz rendu luminescent, se comportent comme des courants transportant la même quantité d'électricité, suivant la loi de Rowland.

Comme conséquence, un des effets du champ magnétique sur une pareille source est d'affecter de polarisation la lumière engendrée. Prévu par Lorentz, cet important phénomène était bientôt confirmé par une expérience célèbre de Zeeman qui avait découvert antérieurement la propriété de ce champ d'influencer la constitution des raies du spectre de la source, sous la suggestion d'idées se rattachant à des conceptions de Lord Kelvin et Tait.

Lorentz était parvenu à rendre compte de tous les faits connus de l'optique et de l'électricité, en se limitant au degré d'approximation que les instruments de mesure ne paraissaient pas pouvoir permettre de dépasser, lorsque Michelson fit connaître le résultat de sa mémorable expérience, entreprise avec des moyens d'une précision supérieure à tout ce que l'on pouvait prévoir et établissant que la vitesse de la lumière n'est pas affectée par le mouvement commun de la source et de l'observateur. Cette expérience, notre confrère l'expliqua d'abord, à l'aide d'une hypothèse ingénieuse sur les propriétés de la matière entraînée, avant de concevoir sa théorie définitive, condensée dans des équations douées de propriétés analytiques remar-

quables, faisant état des recherches conduisant à admettre que la masse mécanique est d'origine électromagnétique et regardant leurs molécules comme formées d'électrons positifs et négatifs dont les charges se compensent. Il a pu satisfaire ainsi à toutes les exigences, déterminant par surcroît un courant d'idées dominées par celles d'Einstein sur la relativité, courant dont on trouve peu d'exemples comparables dans l'histoire de la science.

Les conceptions de Lorentz l'ont conduit, en particulier, à rendre compte de l'attraction newtonienne, dans ses rapports avec l'astronomie, à expliquer l'émission d'électrons par les corps incandescents, etc. Point de départ de l'explication d'une foule de phénomènes, elles ont provoqué la découverte de nombreux faits nouveaux. Aussi la place de notre illustre confrère est-elle marquée à côté des grands génies qui ont honoré l'humanité.

Lorentz aimait la France et parlait notre langue avec une rare perfection. Esprit étincelant et humoristique, il était d'une courtoisie exquise. Sur l'invitation de la Société française de Physique, il est venu plusieurs fois de son pays, la Hollande, exposer ses idées devant nos compatriotes, notamment lors de la célébration du cinquantenaire de cette Société et du centenaire de Fresnel. Tous ceux qui se sont trouvés sous le charme de sa parole et de sa pensée conserveront le souvenir vivant de cette grande figure dont le vif regard a pénétré des mystères dissimulés avec un soin jaloux par la nature.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la présence ordinaire du baryum, et probablement du strontium, dans la terre arable.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **L. Silberstein.**

Les expériences que nous avons publiées sur le dosage des formes organiques et minérales du soufre contenu dans la terre arable (¹) nous ont conduits à rechercher si une certaine proportion de ce métalloïde n'était pas combiné à l'état de sulfate de baryum, autrement dit à rechercher si le baryum n'était pas un élément constitutif des sols cultivés. Nous avions fait remarquer que l'extraction des sulfates du sol, même par ébullition avec de l'eau acidulée d'acide chlorhydrique, était assez difficile et nous avions attribué cette difficulté surtout aux propriétés absorbantes de l'humus et de

(¹) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1388.

l'argile. Nous nous étions réservés, sans en parler encore, de voir si cette difficulté d'extraction n'était pas due aussi, dans une certaine mesure, à l'existence de sulfate de baryum qui, on le sait, est extrêmement peu soluble.

Notre supposition était d'autant moins invraisemblable que la présence de traces de baryum avait été signalée autrefois dans les roches primitives par Mitscherlich (1), par Dieulafait (2) et par Hildebrand (3), dans les roches calcaires par Engelbach (4), dans le grès bigarré des environs de Göttingen par Lutterkorth (5). En outre, de petites quantités du métal alcalino-terreux avaient été dosées dans deux échantillons sur trois de limon du Nil par W. Knop (6).

Après divers essais, nous avons adopté la méthode suivante pour rechercher le baryum dans la terre arable : un échantillon de plusieurs grammes, passé au feu pour détruire les matières organiques, est mélangé intimement, puis fondu, avec 3 fois son poids de carbonate mixte de potassium et de sodium. La masse refroidie est traitée par l'eau; la partie insoluble, lavée avec une solution étendue de carbonate de sodium, est additionnée d'acide chlorhydrique. On évapore à sec, pour insolubiliser un reste de silice, on reprend par un peu d'acide chlorhydrique et de l'eau, puis on filtre et précipite le baryum contenu dans la solution par quelques gouttes d'acide sulfurique dilué.

Le précipité recueilli n'est pas du sulfate de baryum pur. Formé au sein d'une solution contenant divers sels et parfois une assez forte quantité de chlorure ferrique, il a entraîné une certaine proportion de métaux étrangers. Nous l'avons généralement purifié en le chauffant avec un peu d'acide chlorhydrique concentré, évaporant presque à sec, ajoutant de l'eau et filtrant. Dans certains cas, nous avons recouru à une nouvelle attaque par fusion avec les carbonates alcalins, reprise du carbonate insoluble, mélangé d'oxyde de fer, par l'acide acétique dilué et reprécipitation par l'acide sulfurique.

Chaque précipité a été examiné au spectroscope. Pour cela, une petite prise a été chauffée à l'extrémité d'un fil de platine dans la partie extérieure de la flamme d'un bec de Bunsen : après un certain temps, néces-

(1) *Poggend. Ann.*, **111**, 1860, p. 351.
(2) *Ann. Chim. Phys.*, 5e série, **15**, 1878, p. 540.
(3) *Amer. Chem. Soc. J.*, **16**, 1894, p. 81.
(4) *Ann. d. Chem.*, **123**, 1862, p. 255.
(5) *Ann. d. Chem.*, **100**, 1856, p. 296.
(6) *Landw. Vers. Stat.*, **17**, 1874, p. 65.

saire à la volatilisation de traces de sels alcalins, la coloration verte de la flamme et les raies spectrales caractéristiques du baryum sont apparues avec la plus grande netteté. On a généralement hâté l'opération en mouillant et séchant à plusieurs reprises, avec précaution, l'extrémité du fil de platine et le précipité avec de l'acide chlorhydrique.

Il va de soi qu'avant chaque examen pyrognostique, le fil de platine a été nettoyé complètement, par l'action des carbonates alcalins fondus, lavage à l'eau et à l'acide chlorhydrique, puis chauffage dans la flamme. Après un très court instant, il ne donnait plus à celle-ci aucune coloration.

Nous avons étudié la terre du jardin de l'Institut Pasteur, vingt autres échantillons de terre arable provenant de diverses régions de la France, de l'Italie, du Danemark, de la Serbie : nous y avons toujours trouvé du baryum.

Mais il y a plus. Dans certains cas, notamment dans celui de la terre de Saint-Chaptes (Gard) et surtout dans ceux des terres de Meules (Calvados) et de Langlade (Gard), l'examen spectroscopique nous a révélé la présence du strontium. La coloration rouge de la flamme et les raies caractéristiques apparaissaient le plus nettement entre le départ du sodium et la manifestation du baryum. Le meilleur moyen de faire apparaître la coloration et le spectre du strontium était de laisser refroidir le fil aussitôt terminée la volatilisation du sodium, de le mouiller d'acide chlorhydrique, d'évaporer à sec et de replacer dans la flamme : les caractères du strontium éclataient avant ceux, d'ailleurs beaucoup plus durables, du baryum.

Comme le sulfate strontique est environ 65 fois plus soluble dans l'eau que le sulfate barytique, il est très probable, pour ne pas dire certain, que du strontium devait exister dans un plus grand nombre de cas que ceux où nous l'avons trouvé.

La présence ordinaire du baryum et, probablement aussi, du strontium dans la terre arable explique de la manière la plus simple, sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir une composition exceptionnelle du sol, ou un apport de poussières du laboratoire durant les analyses, l'existence plusieurs fois constatée du baryum [1] et même à la fois du baryum et du strontium [2] dans l'organisme des plantes.

---

(1) SCHEELE, *Mémoires de Chymie*, 1re Partie, Dijon, 1785, p. 81. — FORCHAMMER, *Poggend. Ann.*, 95, 1855, p. 60. — G.-E. ECKARD, *Ann. d. Chem.*, 100, 1856, p. 294. — H. LUTTERKORTH, *loc. cit.* — HUGO DWORZAK, *Landw. Vers. Stat.*, 17, 1874, p. 398. — RICH. HORNBERGER, *Landw. Vers. Stat.*, 51, 1899, p. 473. — DEMARÇAY, *Comptes rendus*, 130, 1900, p. 91.

(2) W.-P. HEADDEN, *Agr. Exp. Stat. Colorado Coll.*, Bull. n° 267, 1921.

Il n'est pas étonnant de rencontrer çà et là du baryum à la surface du globe, mais il est assez remarquable qu'aucune partie des terres cultivées n'en semble dépourvue.

Si la supposition que les cendres végétales ne représentent guère que des impuretés d'origine terrestre a pu faire envisager les traces de baryum trouvées dans quelques plantes comme de simples témoins d'une composition particulière du sol, les découvertes récentes sur l'importance des matières minérales dans les phénomènes de la vie doivent inciter les chercheurs à considérer d'une manière moins superficielle les résultats rapportés plus haut.

Il est encore trop tôt pour énumérer tous les problèmes que pose la présence de la série complète des métaux alcalino-terreux dans les sols cultivés, mais on peut déjà se demander s'il y a assez de baryum dans la terre pour contre-balancer, dans une mesure notable, par la presque insolubilité de son sulfate, l'action nutritive des composés du soufre sur la végétation. Nous essaierons d'apporter une réponse à ce sujet dans un prochain Mémoire.

BIOLOGIE. — *Maturation, fécondation et polyspermie chez l'œuf de* Bombyx mori. Note (¹) de MM. **E. Bataillon** et **Tchou Su.**

Les œufs de *Bombyx mori*, pris à l'extrémité inférieure des tubes ovariens, ont leur première mitose maturatrice arrêtée en métaphase : elle est normale à la surface. A la ponte, chaque œuf renferme 1, 2 ou 3 spermatozoïdes, rarement plus. Ce sont des filaments chromatiques enrobés dans un îlot de plasma et munis à leur base d'un granule central. Ces filaments se contractent pendant la première heure. Entre 1 heure et demie et deux heures environ, le pronucleus femelle viendra se coupler avec l'un d'eux devenu vésiculeux et muni d'un centre double.

Dès leur expulsion, les œufs ont leur mitose polaire en anaphase. Entre les deux couronnes chromosomiques qui s'écartent se voit nettement la *plaque d'élimination* décrite par Seiler (²) chez *Lymantria, Phragmatobia* et *Orgya*. Cette plaque, qui a échappé à Henking (³), tasse ses granules en

---

(¹) Séance du 3 janvier 1928.

(²) J. Seiler, *Das Verhalten der Geschlechtschromosomen bei Lepidopteren* (*Arch. f. Zellf.*, 13, 1913-1914, p. 159-269).

(³) H. Henking, *Untersuchungen über die ersten Entwicklungsvorgänge in den Eiern der Insekten* (*Zeitsch. für wissensch. Zool.*, 54, 1892, p. 1-274).

un amas ovalaire de plus en plus pâle et s'efface après la deuxième mitose. Les deux noyaux issus de la première sont retenus par l'œuf et constituent les cinèses de deuxième ordre, l'une périphérique, l'autre profonde avec la masse éliminée dans l'intervalle. Les couronnes anaphasiques comportent 28 grains chromosomiques (le nombre haploïde). Par son pôle interne, la figure profonde s'étire longuement vers le pronucleus mâle le plus proche et libère le pronucleus femelle du couple amphimixiqne.

Les trois noyaux polaires vésiculeux peuvent se fusionner ou non et donner des mitoses de taille variable. Leurs débris se verront encore quelquefois sur des œufs dont le blastoderme est constitué (24 heures).

Les mitoses polaires n'ont pas de centre. Les mitoses somatiques ont toujours deux granules centrosomiens, mais les radiations n'apparaîtront nettement que vers la seizième heure.

Si la polyspermie est connue chez les Insectes, nous ne possédons pas d'indications précises sur la destinée des noyaux mâles surnuméraires. Arrêtons-nous d'abord sur certains œufs qui *se comportent comme* immatures.

C'est à la fin de la ponte que nous les avons rencontrés. Leur plage polaire présente un beau spirème sur lequel sont alignés 28 grains chromosomiques qui correspondent à des couples. Lorsqu'on trouve ces figures sur des œufs non imprégnés de 23 ou 26 heures, on se demande si elles ne sortiraient pas d'une mitose antérieure. Mais, au même âge, il y a des œufs à mitose tangentielle profonde, également non imprégnés ; il y en a d'autres qui sont envahis par de nombreuses spermies et qui n'ont point réagi, leur mitose polaire est restée inerte. Cette inertie pourrait relever d'autres conditions qui nous échappent. Mais elle évoque naturellement l'idée d'immaturité, si les œufs vierges, pondus par la femelle isolée, achèvent couramment leur maturation, selon les indications de Henking.

Dans cette hypothèse, il y aurait donc, à la fin de l'émission, des œufs provenant du sommet des tubes ovariens à divers stades d'immaturité : stades du spirème et du fuseau non orienté *incompatibles avec l'imprégnation ;* stade du fuseau mal orienté, favorable à une polyspermie supérieure à la normale, mais *réfractaire encore à l'activation..*

Il est remarquable qu'ici la destinée des noyaux mâles, chez les œufs incapables de réaction, soit *à peu près* la même que celle des surnuméraires dans le développement régulier. A certains égards, *la parenté avec le cas des Urodèles est frappante.*

Les mitoses mâles sont *en retard sur la mitose amphimixique; elles ne*

s'achèvent jamais et sont comme *figées en métaphase*. Mais ces figures sont très spéciales, elles s'allongent *démesurément* à partir de la troisième heure; ou du moins leurs centres volumineux et finement grenus s'éloignent des sommets du fuseau entraînant la masse plasmatique étranglée. Le fuseau reste nu et devient uniformément chromophile avant de disparaître. Au moins chez les œufs non activés, où ces systèmes existent seuls et ne se dissocient qu'entre 20 et 26 heures, les masses plasmatiques qui se détachent développent un aster. Et d'une invasion de spermies plus ou moins large, on ne voit plus comme résidu momentané qu'une constellation d'étoiles de moins en moins nettes. Les centres peuvent donc provoquer une véritable division des îlots de plasma sur les métaphases haploïdes bloquées.

Dans la polyspermie normale, la séparation des territoires centrés est plus précoce et l'irradiation (accentuée peut-être par une déshydratation progressive) devient plus difficile à suivre. Elle a été vue sporadiquement après 10 ou 11 heures.

Conclusions. — La première mitose polaire de l'œuf vierge de *Bombyx mori* est normalement arrêtée en métaphase avant la ponte. Elle s'achève, après fécondation, avec l'*élimination chromatique* décrite ailleurs par Seiler; la polyspermie normale est faible.

La fin de la ponte peut fournir des œufs qui paraissent immatures et qui sont de deux types : certains sont infécondables; d'autres présentent une polyspermie assez forte, mais ils ne sont point activés et leur cinèse polaire ne s'achève pas.

Qu'il s'agisse des noyaux mâles surnuméraires dans une fécondation normale, qu'il s'agisse de la polyspermie plus forte des œufs inaptes à réagir, les mitoses mâles s'arrêtent en métaphase. Comme chez les Urodèles, elles ne s'achèvent pas : mais leurs centres s'éloignent et se partagent l'îlot plasmatique. Chez les œufs non activés, ces centres s'irradient, la cytodiérèse laisse en place le fuseau métaphasique nu et figé qui dégénère.

M. Ch. Lallemand présente à l'Académie les *Rapports généraux* qu'il a rédigés sur l'état d'avancement *des nivellements de précision dans les cinq parties du monde,* au cours de la période de 1912 à 1923.

Ces rapports, qu'il a présentés à la Section de Géodésie de l'Union géodésique et géophysique internationale dans les Assemblées générales tenues par cette Union à Rome, en 1922, et à Madrid, en 1924, sont établis sur le même plan que ceux antérieurement soumis par M. Lallemand, sur le même sujet, à l'ancienne Association géodésique internationale dans ses Conférences générales de 1903, 1906, 1909 et 1912.

M. **Charles Richet** présente un livre qu'il vient de faire paraître (*Notre sixième sens*, in-12, Paris, Ed. Montaigne, 1928) et il s'exprime ainsi :

Si je me permets de présenter à l'Académie ce livre parfois téméraire, c'est qu'il est, dans l'acception stricte du mot, un livre de physiologie; car il s'appuie exclusivement sur l'observation et l'expérience, bases uniques et inébranlables de toute physiologie.

Tout d'abord ne donnons pas au mot *sixième sens* la signification de plaisir sexuel, ainsi que trop souvent le public le comprend. Le plaisir sexuel n'est pas un sens, mais une sensation. Réservons le mot de sens aux sensibilités qui nous apportent quelque connaissance du monde extérieur.

Après de prolongées études, il m'a paru qu'il y a un sixième sens, c'est-à-dire la connaissance d'un fragment de la réalité par des voies autres que les voies sensorielles habituelles.

Il y a dans ce livre des observations et des expériences.

Les observations sont décisives. On en a réuni plus d'un millier de cas authentiques. Il s'agit de *monitions* qui se vérifient. Ne pouvant en donner qu'un assez pauvre abrégé, je n'en ai rapporté que quelques-unes, assez cependant pour que la *véridicité* de ces monitions soit établie.

Les expériences ont plus de force que les observations. Je les ai exposées avec plus de détails. Je suis heureux de pouvoir dire que quelques-uns de nos confrères, mon regretté ami Daniel Berthelot, le général Ferrié et M. Leclainche ont assisté à quelques-unes de ces expériences plus décisives encore, si possibles, que les observations.

Ainsi *l'intelligence s'ouvre parfois à des faits que nos sens normaux n'ont pu lui faire connaître*.

Certes c'est de l'inhabituel. Mais il serait absurde de bannir de la science, parce qu'ils sont inhabituels, des phénomènes vrais.

Autour de nous de multiples vibrations frappent nos sens. D'autres, que nos sens ne perçoivent pas, sont décelées par nos appareils de physique (l'ultraviolet, les courants de haute fréquence, le magnétisme, les ondes hertziennes, etc.). Nos cinq misérables sens ne sont qu'une toute petite fenêtre ouverte au monde extérieur. Nos appareils de physique agrandissent un peu cette fenêtre. Cependant qui oserait dire qu'il n'y a de vibrations dans le monde que les vibrations frappant nos sens ou décelées par les appareils de physique?

P. Painlevé parlait l'autre jour des mégacosmes et des microcosmes qui nous entourent. Mais il y a certainement aussi des *cryptocosmes*, c'est-à-dire

des vibrations (cryptiques) inconnues, cachées. Or, dans certains cas exceptionnels, ces forces nous révèlent leur réalité en atteignant notre intelligence, ou du moins l'intelligence de certains sensitifs, grâce à cette sensibilité spéciale, bien mystérieuse encore, qui est le sixième sens.

Il importe peu qu'à maintes personnes cette affirmation paraisse trop audacieuse. C'est le devoir des savants de devancer, quand ils ont la certitude, l'opinion du vulgaire.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique du Royaume d'Égypte** invite l'Institut de France à se faire représenter aux cérémonies et congrès par lesquels le *Centenaire de la Faculté de médecine du Caire* sera célébré, en cette ville, du 15 au 22 décembre 1928.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° G. Bruel. *Histoire de l'invention de la métrophotographie.* (Présenté par M. Georges Perrier.)

2° *L'œuvre de Marcelin Berthelot*, par Edvind Boedtker. (Présenté par M. Matignon.)

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Sur le contact entre les figures géométriques appartenant à un système continu.* Note [1] de M. **G. Nicoladzé.**

Nous voulons énoncer quelques propriétés générales de systèmes continus des figures géométriques. Dans la présente Note nous envisageons le cas où le point considéré de la figure géométrique est un point ordinaire. Nous sommes contraint de remettre la démonstration qui n'est pas d'ailleurs difficile.

1. Soit donné sur le plan un système continu à p paramètres de courbes.

---

(1) Séance du 30 janvier 1928.

Soit son équation

$$F(x, y, \lambda_1, \ldots, \lambda_p) = 0. \tag{1}$$

Considérons un autre système à p paramètres de courbes, donné par l'équation

$$F(x, y, \lambda_j^0) + \sum_j \frac{\partial F(x, y, \lambda_j^0)}{\partial \lambda_j} \lambda_j + \ldots + \frac{1}{k!} \sum_{j_1, \ldots, j_k} \frac{\partial^k F(x, y, \lambda_j^0)}{\partial \lambda_{j_1} \ldots \partial \lambda_{j_k}} \lambda_{j_1} \ldots \lambda_{j_k} = 0. \tag{2}$$

Nous appellerons ce système *le système osculateur d'ordre k du système* (1) *dans* (λ_j^0) (¹).

Envisageons la courbe formée par l'ensemble de points d'intersection simultanée des courbes du système (1) avec les courbes *homologues* de p systèmes quelconques

$$\Omega_1(x, y, \lambda_j) = 0; \quad \ldots; \quad \Omega_p(x, y, \lambda_j) = 0 \quad (j = 1, \ldots, p), \tag{3}$$

en supposant que pour $\lambda_j = \lambda_j^0$ chaque courbe des systèmes (3) passe par le point (x^0, y^0) de la courbe (λ_j^0) du système (1). La forme des fonctions continues Ω_j supposée arbitraire (²), nous appellerons brièvement cette courbe des intersections simultanées *la courbe produite générique, passant par* (x^0, y^0) *pour* $\lambda_j = \lambda_j^0$.

2. Il est facile de démontrer les propositions suivantes :

Théorème I. — *Quand dans un système continu des courbes la courbe* (λ_j^0) *admet dans son point ordinaire* (x^0, y^0) *un contact d'ordre s avec la courbe produite générique, passant par* (x^0, y^0) *pour* $\lambda_j = \lambda_j^0$, *toutes les courbes du système osculateur d'ordre k dans* (λ_j^0) *ainsi que toutes les courbes produites génériques* (³) *de ce système osculateur admettent dans* (x^0, y^0) *un contact d'ordre* $(s - k)$ (au moins) *avec* (λ_j^0).

(En désignant par le contact d'ordre zéro l'intersection ordinaire des courbes.)

Il suit immédiatement :

Théorème II. — *Quand dans les conditions du théorème I, le système donné est un système algébrique d'ordre m et $s \geq m$, toutes les courbes de ce système*

(¹) Nous appelons courbe (λ_j^0) une courbe *particulière* du système (1) pour laquelle $\lambda_j = \lambda_j^0$. D'après (2) cette courbe (λ_j^0) elle-même, peut être considérée comme un système osculateur d'ordre zéro.

(²) Il suffit, par exemple, de supposer les Ω_j linéaires de la forme suivante $\lambda_j - \lambda_j^0 = a_j(x - x^0) + b_j(y - y^0)$ avec a_j, b_j arbitraires.

(³) C'est-à-dire même celles qui pour $\lambda_j = \lambda_j^0$ ne passent pas par le point (x^0, y^0).

admettent dans (x^0, y^0) *un contact d'ordre* $(s-m)$ (au moins) *ainsi que toutes les courbes produites génériques* (¹).

Théorème III (réciproque). — *Soit une courbe* (λ_j^0) *appartenant au système* (1) *continu de courbes. Si pour* $k = 1, 2, \ldots, s$ *toutes les courbes d'un système osculateur d'ordre* k *en* (λ_j^0) *admettent dans* (x^0, y^0) *un contact d'ordre* $s-k$ (*au moins*) *entre eux, la courbe produite générique passant par* (x^0, y^0) *pour* $\lambda_j = \lambda_j^0$, *admet dans* (x^0, y^0) *un contact d'ordre* s *avec* (λ_j^0).

3. L'interprétation géométrique des théorèmes énoncés est très simple dans l'espace E à $p+2$ dimensions, dont les coordonnées (non homogènes) d'un point sont $(x, y, \lambda_1, \ldots, \lambda_p)$. On voit facilement que dans les conditions de nos théorèmes l'hypersurface-image F dans E de l'équation (1) admet dans son point $(x^0, y^0, \lambda_1^0, \ldots, \lambda_p^0)$ un contact d'ordre s avec l'hypersurface cylindrique F^0 dont l'équation est celle de la courbe (λ_j^0).

Dans le cas général les points du contact entre F et l'hypersurface cylindrique *correspondante* F^0 ne sont que les points distincts sur l'hypersurface F. Nous disons dans ce cas général que (λ_j^0) est une courbe *particulière* du système donné. Mais il peut être que ces points du contact tracent une suite continue des points sur F. Quand cette suite est p dimensionnelle, nous pouvons dire que (λ_j^0) est une courbe *générique* du système donné.

La généralisation sur les systèmes des surfaces et hypersurfaces est immédiate.

Il reste à remarquer que dans le cas des systèmes à un paramètre l'enveloppe du système est aussi une courbe produite.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la convergence des quadratures mécaniques dans un intervalle infini. Applications au problème des moments, au Calcul des probabilités.* Note de M. **Jacques Chokhate**, transmise par M. Appell.

I. Soit $\psi(x)$ une fonction définie dans l'intervalle infini (a, b), non décroissante, avec une infinité de points de croissance, telle que les RS-intégrales (²) — moments — existent :

$$(1) \qquad \alpha_m = \int_a^b x^m d\psi(x) \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots;\ \alpha_0 > 0;\ \psi(a) = 0).$$

(¹) Voir la note (³) de la page précédente.

(²) C'est-à-dire intégrales de Riemann-Stieltjes. Cf. Hobson, *The Theory of functions*..., 1, p. 508-516; T. Hildebrandt, *On Integrals related*... (*Bulletin of the American Mathematical Society*, 24, 1917, p. 177-202).

Il existe alors, comme on sait, une suite orthogonale $\{\varphi_n(x)\}$ de polynomes de Tchebycheff, dénominateurs des réduites successives de la fraction continue

$$(2)\qquad K(x) \equiv \frac{\lambda_1' \, 1}{1x - c_1} - \frac{\lambda_2 \, 1}{1x - c_2} - \ldots \sim \int_a^b \frac{d\psi(Z)}{X - Z},$$

$f(x)$ étant bornée dans chaque intervalle fini-partie de (a, b), telle que $\text{RS} - \int_a^b f(x)\, d\psi(x)$ existe, on obtient à l'aide de $\{\varphi_n(x)\}$ la formule de « quadratures mécaniques » :

$$(3)\qquad \int_a^b f(x)\, d\psi(x) = \sum_{i=1}^{n} H_{ni} f(x_{ni}) + R_n(f) \quad (^1).$$

Dans quelques cas peut-on avoir dans (3) $\lim R_n(f)_{n=\infty} = 0$?

On peut toujours réduire (3) aux cas : $a = 0, -\infty$; $b = \infty$. Alors, en utilisant certains résultats de ma Note citée [1], ainsi que les résultats classiques de Stieltjes [2] et ceux de M. M. Riesz [3] sur l'approximation des fonctions continues dans un intervalle infini et de M. H. Hamburger [4] sur le problème des moments, je suis arrivé à la solution de la question proposée sous la seule condition que $\psi(x)$ est continue dans (a, ∞), au sens de M. Riesz, condition maintenue dans ce qui suit, ce qui renferme comme cas particulier $\int_a^\infty f(x) p(x)\, dx$, avec $p(x)$ positif.

THÉORÈME. — *Pour que les quadratures mécaniques* (3) *convergent pour chaque fonction $f(x)$ continue dans (a, ∞) $(a = 0, -\infty)$, il faut et il suffit que le problème des moments correspondant aux données* (1) *soit déterminé. Cette condition remplie, les quadratures convergent pour chaque fonction $f(x)$ bornée dans chaque intervalle fini-partie de (a, ∞), telle que $\text{RS} - \int_a^\infty f(x)\, d\psi(x)$ existe.*

---

(1) Cf. ma Note précédente, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 597-598; mêmes notations.

(2) STIELTJES, *Recherches sur les fractions continues* (*Œuvres*, 2, p. 402-559); *Quelques recherches sur la théorie des quadratures* (*ibid.*, 1, p. 377-394).

(3) M. RIESZ, *Sur le problème des moments...* (*Acta Litterarum... Regiae Universitatis Fracisco-Josephinae...*, 1, 1923, p. 209-225 et 214-217).

(4) H. HAMBURGER, *Ueber eine Erweiterung des Stieljesschen Momentenproblem* (*Mathematishe Annalen*, 81-83, 1920-1921, I, II, III, p. 235-319, 120-164 et 168-187).

Pour cela je démontre — et c'est le point fondamental —, que

$$(4)\quad \lim H_{ni} = 0 \quad (n = \infty) \quad \textit{uniformément par rapport à } i \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

en utilisant une propriété extrémale intéressante de H_{ni}, les inégalités célèbres de Tchebycheff (¹) ne pouvant d'ailleurs donner (4).

Applications. — 1° *Les quatre propriétés suivantes : α, convergence des quadratures mécaniques* (3) ; *β, caractère déterminé ou non déterminé du problème des moments correspondant aux données* (1) ; *γ, validité ou non-validité du théorème de Parseval correspondant* (²) ; *δ, convergence ou non-convergence dans* (2) *de la fraction continue* $K(x)$ *vers* $\int_a^\infty \frac{d\psi(z)}{x-z}$ *sont équivalentes, c'est-à-dire une quelconque d'elles entraîne toutes les autres.*

2° *Le théorème limite généralisé de Tchebycheff sur les probabilités subsiste pour* $\psi(x)$ *définie plus haut.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarque sur les fonctions subharmoniques.* Note de M. **Tibor Radò**, présentée par M. Hadamard.

1. Dans une Note récente (³), M. Montel vient d'ajouter quelques faits importants aux analogies connues qui existent entre les fonctions convexes d'une seule variable et les fonctions subharmoniques (⁴). Entre autres, il énonce le théorème suivant :

Théorème A. — *Soit* $u(x, y)$ *une fonction continue positive dans un domaine* D. *Pour que* $\log u(x, y)$ *soit subharmonique, il est nécessaire que* $e^{\alpha x+\beta y} u(x, y)$ *soit subharmonique quelles que soient les valeurs des constantes* α *et* β. *Si la fonction* $u(x, y)$ *admet des dérivées secondes, cette condition est suffisante.*

Dans ce qui suit, nous allons montrer que, dans la seconde partie de ce

---

(¹) *Loc. cit.*, note (²) (*Œuvres*, 1, p. 387-388).

(²) *Loc. cit.*, note (³), p. 212, 223.

(³) Paul Montel, *Sur les fonctions sousharmoniques et leurs rapports avec les fonctions convexes* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 633-635).

(⁴) Pour la définition et les propriétés principales de ces fonctions, voir F. Riesz, *Sur les fonctions subharmoniques et leur rapport à la théorie du potentiel* (*Acta mathematica*, 48, 1926, p. 329-343).

théorème, la restriction concernant la dérivabilité de $u(x, y)$ peut être complètement supprimée, c'est-à-dire que l'on a le théorème suivant :

Soit $u(x, y)$ une fonction continue et positive dans un domaine D. Pour que $\log u(x, y)$ soit subharmonique, il faut et il suffit que $e^{\alpha x+\beta y}u(x, y)$ soit subharmonique pour toutes les valeurs réelles de α et β.

Une fonction, subharmonique dans tout carré ouvert contenu dans un domaine D, étant évidemment subharmonique dans D, nous pouvons admettre que D coïncide avec un carré ouvert, par exemple, avec le carré

$$Q : 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1. \tag{1}$$

2. Nous nous servirons d'un lemme très simple que nous allons d'abord développer. Soit $u(x, y)$ une fonction continue dans Q ; en désignant par h une constante inférieure à $\frac{1}{2}$, posons

$$u_h(x, y) = \frac{1}{4h^2}\int_{-h}^{h}\int_{-h}^{h} u(x+\xi, y+\eta)\, d\xi\, d\eta; \tag{2}$$

cette fonction est donc définie dans le carré

$$Q_h : h < x < 1-h, \quad h < y < 1-h. \tag{3}$$

Lemme. — *Si, pour un certain couple de valeurs réelles α, β, la fonction*

$$v(x, y) = e^{\alpha x+\beta y} u(x, y) \tag{4}$$

est subharmonique dans Q, la fonction

$$v_h(x, y) = e^{\alpha x+\beta y} u_h(x, y) \tag{5}$$

sera subharmonique dans Q_h.

Considérons en effet une circonférence quelconque, de centre (x_0, y_0) et de rayon e_1, intérieure à Q_h. En tenant compte de (2), (4), (5), nous obtenons, pour la moyenne de v_h sur cette circonférence,

$$\begin{aligned}\frac{1}{2\pi}&\int_0^{2\pi} v_h(x_0+\rho\cos\theta, y_0+\rho\sin\theta)\, d\theta \\ &= \frac{1}{4h^2}\int_{-h}^{h}\int_{-h}^{h}\left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v(x_0+\xi+e_1\cos\theta, y_0+\eta+e_1\sin\theta)\, d\theta\right] e^{-\alpha\xi-\beta\eta}\, d\xi\, d\eta.\end{aligned}$$

La quantité entre parenthèses étant la moyenne de v sur une circonférence de centre $(x_0+\xi, y_0+\eta)$, cette quantité est au moins égale à la valeur de v au point $(x_0+\xi, y_0+\eta)$, puisque v est subharmonique par

hypothèse. Donc, en tenant compte de nouveau de (2), (4), (5),

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} v_h(x_0+e_1\cos\theta,\ y_0+e_1\sin\theta)\,d\theta \\
&\geqq \frac{1}{4h^2}\int_{-h}^{h}\int_{-h}^{h} v(x_0+\xi,\ y_0+\eta)\,e^{-\alpha\xi-\beta\eta}\,d\xi\,d\eta \\
&= \frac{e^{\alpha x_0+\beta y_0}}{4h^2}\int_{-h}^{h}\int_{-h}^{h} u(x_0+\xi,\ y_0+\eta)\,d\xi\,d\eta = v_h(x_0,\ y_0).
\end{aligned}$$

La moyenne de v_h sur une circonférence quelconque, intérieure à Q_h, est donc au moins égale à la valeur de v_h au centre de la circonférence, c'est-à-dire que v_h est subharmonique dans Q_h. C. Q. F. D.

3. Soit maintenant $u(x,y)$ une fonction continue et positive dans Q, et telle que $e^{\alpha x+\beta y}u(x,y)$ soit subharmonique pour toutes les valeurs réelles de α, β. La fonction $u_h(x, y)$, définie par (2), jouira alors, en vertu du n° 2, de ces mêmes propriétés dans Q_h. *Admettons, en premier lieu, que $u(x, y)$ possède des dérivées premières continues dans* Q; alors u_h possède, comme on sait, des dérivées secondes continues dans Q_h. Par conséquent, le théorème A s'applique et $\log u_h$ est subharmonique dans Q_h. Or, pour h tendant vers zéro, $\log u_h$ tend, dans tout domaine intérieur à Q, uniformément vers $\log u$; la limite uniforme de fonctions subharmoniques étant subharmonique, $\log u$ est donc subharmonique.

4. Reprenons le raisonnement précédent, en ne supposant que la continuité de $u(x, y)$. Nous ne pourrons affirmer cette fois que la continuité des dérivées premières de u_h dans Q_h; mais, en vertu du résultat précédent, cela suffit pour que $\log u_h$ soit subharmonique. On en déduit, pour h tendant vers zéro, la subharmonicité de $\log u$, tout comme auparavant. Donc, la seconde partie du théorème A reste valable sous la seule hypothèse de la continuité de $u(x, y)$. C. Q. F. D.

5. M. F. Riesz m'a fait observer qu'en appliquant le procédé ci-dessus une fois de plus et en remplaçant les carrés par des cercles, on peut étendre le théorème A aux fonctions subharmoniques générales qu'il a étudiées, et qui ne sont assujetties qu'à la condition d'être semi-continues supérieurement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Résolution algorithmique du problème de Poincaré pour systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients rationnels arbitraires.* Note de M. **J. A. Lappo-Danilevski**, présentée par M. Hadamard.

Dans une Note précédente [1], nous avons établi la résolution algorithmique du problème de Poincaré pour systèmes d'équations différentielles linéaires *à intégrales régulières*. Considérons maintenant un système *à coefficients rationnels arbitraires*, qui se réduit toujours à un système de la forme

$$\frac{dY}{dx}=\sum_{j=1}^{m}\sum_{r=1}^{s}\frac{YU_j^{(r)}}{(x-a_j)^r}, \tag{1}$$

aux singularités, en général, irrégulières $a_1, a_2, \ldots, a_m$, les coefficients des ms substitutions différentielles $U_j^{(r)}$ étant indépendants de x. En se servant des mêmes méthodes que dans le cas des systèmes à intégrales régulières, on démontre que la matrice intégrale $Y(x)$ du système (1) se réduisant à I pour $x=b$, les « substitutions intégrales » V_j qu'elle subit quand la variable x décrit des circuits entourant respectivement les points a_j, et les « substitutions exposantes » W_j présentées, à multiplicateur $(2\pi i)^{-1}$ près, par les déterminations convenables des logarithmes des substitutions intégrales, *sont des fonctions entières des substitutions différentielles*. Désignons, comme toujours, par $L_b(a_{j_1}, a_{j_2}, \ldots, a_{j_\nu} | x)$ et $P_b^{(j)}(a_{j_1}, a_{j_2}, \ldots, a_{j_\nu})$ les hyperlogarithmes et les paramètres de la configuration $a_1, a_2, \ldots, a_m$ [1]. On sait [2] qu'il existe un système aux singularités régulières

$$\frac{dZ}{dx}=\sum_{j=1}^{m}\frac{ZT_j}{x-a_j}, \tag{2}$$

dont la matrice intégrale

$$Z(x)=I+\sum_{\nu=1}^{\infty}\sum_{j_1 j_2\ldots j_\nu}^{(1,2,\ldots,m)} T_{j_1}T_{j_2}\ldots T_{j_\nu}L_b(a_{j_1}a_{j_2}\ldots a_{j_\nu}|x) \tag{3}$$

admet les mêmes substitutions exposantes W_j et, par conséquent, les mêmes substitutions intégrales V_j, les substitutions T_j étant d'ailleurs les fonctions

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 439.

(2) Voir notre Note : *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1181.

entières des substitutions W_j et, par suite, des substitutions différentielles $U_j^{(r)}$. Il en résulte que les substitutions intégrales cherchées de la matrice $Y(x)$ sont présentées par les développements entiers

$$(4) \qquad V_j = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 j_2 \ldots j_\nu}^{(1,2,\ldots,m)} T_{j_1} T_{j_2} \ldots T_{j_\nu} P_b^{(j)}(a_{j_1} a_{j_2} \ldots a_{j_\nu})$$

et que la matrice

$$Z(x)^{-1}\, Y(x) = G(x)$$

est uniforme en x. Outre cela, elle est évidemment une fonction entière des substitutions différentielles $U_j^{(r)}$. Il ne reste qu'à établir les coefficients des développements entiers :

$$(5) \qquad T_j = \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 j_2 \ldots j_\nu}^{(1,2\ldots m)} \sum_{r_1 r_2 \ldots r_\nu}^{(1,2\ldots s)} U_{j_1}^{(r_1)} U_{j_2}^{(r_2)} \ldots U_{j_\nu}^{(r_\nu)} B_b^{(j)}(a_{j_1}^{(r_1)} a_{j_2}^{(r_2)} \ldots a_{j_\nu}^{(r_\nu)}),$$

$$(6) \qquad G(x) = I + \sum_{\nu=1}^{\infty} \sum_{j_1 j_2 \ldots j_\nu}^{(1,2\ldots m)} \sum_{r_1 r_2 \ldots r_\nu}^{(1,2\ldots s)} U_{j_1}^{(r_1)} U_{j_2}^{(r_2)} \ldots U_{j_\nu}^{(r_\nu)} A_b(a_{j_1}^{(r_1)} a_{j_2}^{(r_2)} \ldots a_{j_\nu}^{(r_\nu)} \mid x).$$

On démontre, que ces coefficients sont les *fonctions rationnelles* de x, $a_1, a_2, \ldots, a_m, b$, définies par les relations de récurrence :

$$B_b^{(j)}(a_{j_1}^{(r_1)}) = \frac{1}{2\pi i}\int_{(a_j)} \frac{dx}{(x-a_{j_1})^{r_1}}; \qquad A_b(a_j^{(r_1)} \mid x) = \int_b^x \left[\frac{1}{(x-a_{j_1})^{r_1}} - \sum_{h=1}^{m} \frac{B_b^{(h)}[a_{j_1}^{(r_1)}]}{x-a_h}\right] dx,$$

$$B_b^{(j)}(a_{j_1}^{(r_1)}, a_{j_2}^{(r_2)}, \ldots, a_{j_\nu}^{(r_\nu)})$$
$$= \frac{1}{2\pi i}\int_{(a)} \left[\frac{A_b(a_{j_1}^{(r_1)}, \ldots, a_{j_{\nu-1}}^{(r_{\nu-1})} \mid x)}{(x-h_{j_\nu})^{r_\nu}} - \sum_{h=1}^{m} \sum_{\varkappa=\nu-1}^{1} \frac{1}{x-a_h} B_b^{(h)}(a_{j_1}^{(r_1)}, \ldots, a_{j_\varkappa}^{(r_\varkappa)})\, A_b(a_{j_{\varkappa+1}}^{(r_{\varkappa+1})}, \ldots, a_{i_\nu}^{(r_\nu)} \mid x)\right] dx,$$

$$A_b(a_{j_1}^{(r_1)}, a_{j_2}^{(r_2)}, \ldots, a_{j_\nu}^{r(\nu)} \mid x)$$
$$= \int_b^x \left\{\frac{A_b(a_{j_1}^{(r_1)}, \ldots, a_{j_{\nu-1}}^{(r_{\nu-1})} \mid x)}{(x-a_{j_\nu})^{r_\nu}} - \sum_{h=1}^{m} \frac{1}{x-a_h}\left[B_b^{(h)}(a_{j_1}^{(r_1)}, a_{j_2}^{(r_2)}, \ldots, a_{j_\nu}^{(r_\nu)}) + \sum_{\varkappa=\nu-1}^{1} B_b^{(h)}(a_{j_1}^{(r_1)} \ldots a_{j_\varkappa}^{(r_\varkappa)})\, A_b(a_{j_{\varkappa+1}}^{(r_{\varkappa+1})} \ldots a_{j_\nu}^{(r_\nu)} \mid x)\right]\right\} dx,$$

(a_j) étant un petit cercle, contournant le point a_j. Nous arrivons ainsi à une *représentation remarquable de la matrice intégrale irréguliere du système* (1) *sous forme d'une composition*

$$Y(x) = Z(x) G(x), \tag{7}$$

de la matrice intégrale (3) *du système auxiliaire* (2), *aux singularités régulières, et de la matrice* (6), *formée par les fonctions analytiques uniformes en* x, *les coefficients de tous les développements du côté droit se calculant à l'aide d'hyperlogarithmes et d'opérations rationnelles*. Les développements (3), (4), (5), (6) sont valables pour toutes valeurs finies des substitutions différentielles $U_j^{(r)}$ et dans chaque domaine fini du plan de la variable x, ou de la surface riemannienne correspondante, ne contenant à l'intérieur et sur le contour aucun des points $a_1, a_2, \ldots, a_m$. Par conséquent, les relations (7) et (4) mettent complètement en évidence la nature des intégrales irrégulières dans tout le domaine de leur existence et donnent la résolution algorithmique du problème de Poincaré pour les systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients rationnels arbitraires.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le rôle de la transformation de Laplace dans l'intégration d'une classe de problèmes mixtes du type hyperbolique et sur les développements en séries d'un couple de fonctions arbitraires.* Note de M. **Michel Plancherel**, présentée par M. Hadamard.

Dans le Tome 15 (1916) des *Proc. Lond. Math. Soc.*, M. Bromwich a été conduit à énoncer sur l'intégration d'une certaine classe de problèmes aux limites des propositions dont la démonstration n'a pas encore été donnée. Les considérations suivantes en donnent une démontration rigoureuse.

Problème I. — *Intégrer dans le domaine* $0 \leqq x \leqq 1$, $t \geqq 0$ *l'équation*

$$a(x)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + b(x)\frac{\partial u}{\partial t} - L(u) = 0 \tag{1}$$

sous les conditions initiales $u = u_0(x)$, $\frac{\partial u}{\partial t} = u_1(x)$, *pour* $t = 0$, *et les conditions aux limites* $U_1(u) = 0$, $U_2(u) = 0$.

Nous supposons que le problème : $L(u) \equiv \frac{\partial}{\partial x}\left(p(x)\frac{\partial u}{\partial x}\right) + q(x)u = 0$, $U_1(u) = U_2(u) = 0$, est adjoint à lui-même, que les conditions aux limites sont indépendantes de t, que $a(x) > 0$, $p(x) > 0$, que a, b, p, q, u_0, u_1 ont des dérivées secondes continues et que u_0'' est à variation bornée.

PROBLÈME II. — *λ désignant un paramètre complexe, intégrer dans le domaine $0 \leqq x \leqq 1$, sous les conditions aux limites $U_1(v) = U_2(v) = 0$ l'équation*

$$(2) \qquad (a\lambda^2 + b\lambda)v - L(v) = (a\lambda + b)u_0 + au_2.$$

THÉORÈME. — *La solution du problème I existe; elle est reliée à celle du problème II par les formules* (transformation de Laplace)

$$(3) \qquad u(x, t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{\alpha - i\infty}^{\alpha + i\infty} e^{\lambda t} v(x, \lambda)\,d\lambda, \qquad v(x, \lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} u(x, t)\,dt.$$

On suppose que $t \geqq 0$ et que α est un nombre positif assez grand pour que toutes les valeurs fondamentales λ_k du problème homogène III correspondant à II aient leur partie réelle inférieure à α. (On pourrait prendre $\alpha > \max|b| : \min. a$.)

La démonstration repose sur l'étude de la valeur asymptotique de la fonction de Green $\mathcal{G}(x, \xi; \lambda)$ du problème III. Cette étude peut se faire à l'aide des travaux de Birkhoff et de Tamarkin : si nous désignons par D_r ce qui reste du plan du paramètre complexe λ, après qu'on lui a enlevé tous les cercles du rayon r (suffisamment petit) décrits des points λ_k comme centres, on a dans D_r, uniformément en x, ξ,

$$\mathcal{G}(x, \xi; \lambda) = O\left(\frac{1}{\lambda}\right), \qquad \int_0^1 \mathcal{G}(x, \xi; \lambda) f(\xi)\,d\xi = O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right),$$

$f(x)$ étant supposée à variation bornée dans $(0, 1)$. La solution du problème III vérifie la relation

$$v = \frac{u_0}{\lambda} + \frac{u_1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda}\int_0^1 \mathcal{G}(x, \xi; \lambda)\left[L\left(u_0 + \frac{u_1}{\lambda}\right) + bu_1\right]d\xi.$$

On en conclut que, uniformément en x dans $(0, 1)$, on a dans Drz

$$v = \frac{u_0}{\lambda} - \frac{u_1}{\lambda^2} = O\left(\frac{1}{\lambda^3}\right).$$

Cette estimation permet de définir une fonction $u = \lim\limits_{T=\infty}\int_{\alpha - iT}^{\alpha + iT} ve^{\lambda t}dt$, et de vérifier que u est solution du problème I. En exprimant u et $\frac{\partial u}{\partial t}$ comme limites d'intégrales de contour, en utilisant les développements de $\mathcal{G}$ et de v donnés par le calcul des résidus, on trouve pour u et $\frac{\partial u}{\partial t}$ des développe-

ments en séries uniformément convergentes dans le domaine $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq t \leq T$, T fini arbitraire. Si $\mathcal{G}$ n'a que des pôles du premier ordre, ces développements sont

$$u = \sum_p A_p \Phi_q(x) e^{\lambda_p t}, \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = \sum_p \lambda_p A_p \Phi_p(x) e^{\lambda_p t}$$

$$A_p = \int_0^1 [(a\lambda_p + b)u_0 + bu_1]\Phi_p d\xi : \int_0^1 (2a\lambda_p + b)\Phi_p^2 d\xi,$$

les Φ_p désignant les fonctions fondamentales du problème III et vérifiant la condition

$$(\lambda_p + \lambda_q)\int_0^1 a\Phi_p\Phi_q\,dx + \int_0^1 b\Phi_p\Phi_q\,dx = 0 \qquad (p \pm q).$$

Pour $t = 0$, les développements précédents donnent u_0 et u_1. *Il est donc possible de développer en séries uniformément convergentes*

$$u_0 = \sum_p A_p \Phi_p(x), \qquad u_1 = \sum_p \lambda_p A_p \Phi_p(x),$$

un couple de fonctions arbitraires (u_0, u_1) *satisfaisant aux conditions de continuité indiquées plus haut ainsi qu'aux conditions aux limites* $U_1 = U_2 = 0$. *L'unicité* de ces développements n'est assurée que pour le couple; elle n'existe pas, en général, pour chaque fonction du couple, même si l'on groupe les termes relatifs aux valeurs fondamentales conjuguées complexes. Dans le cas $b = 0$ on retrouve les développements connus en séries de fonctions orthogonales.

Le cas où $\mathcal{G}$ a des pôles d'ordre supérieur à un ne présente pas de difficultés spéciales; il conduit à des développements où apparaissent pour u des termes en $te^{\lambda_p t}$.

Si dans l'équation (1) figure au second membre une fonction $f(x, t)$, il faut ajouter au second membre de (2) la transformée de Laplace

$$g(x, \lambda) = \int_0^\infty e^{-\lambda t} f(x, t)\,dt.$$

De même, si les conditions aux limites, sans contenir t explicitement, contiennent $\frac{\partial u}{\partial t}$, il y a lieu de remplacer dans les conditions aux limites du problème II le symbole $\frac{\partial}{\partial t}$ par λ en faisant figurer, au second membre, les données initiales.

Les considérations précédentes s'étendent, *mutatis mutandis*, au type parabolique $a = 0$, $b > 0$ ainsi qu'à des équations d'ordre supérieur.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation des fonctions presque périodiques* (¹). Note (²) de M. **A. Kovanko**, transmise par M. Émile Borel.

C'est à M. V. Stepanoff qu'appartient la première généralisation des fonctions presque périodiques de M. Bohr.

Nous donnerons une généralisation qui nous semble la plus naturelle après celle de M. Stepanoff.

Soit $f(x) = u(x) + iv(x)$ une fonction mesurable définie presque partout sur $(-\infty < x < +\infty)$.

Définition (A). — Nous disons que $f(x)$ est p. p. (A) au cas suivant :

Soient $\varepsilon > 0$, $d > 0$ et $a \gtrless 0$ trois nombres quelconques. Il est possible de trouver deux nombres $l(d, \varepsilon) > 0$ et $N(\varepsilon) > 0$ tels que chaque intervalle de longueur l contient une presque-période τ, de la propriété suivante :

Soit E_n l'ensemble des points sur $I_n = [a + nd, a + (n+1)d]$, où l'inégalité

$$(1) \qquad |f(x+\tau) - f(x)| < \varepsilon \ldots$$

n'a pas lieu.

Soit $2K_n$ le nombre d'intervalles I_n dans $[a - nd, a + nd]$ pour lesquels $\operatorname{Mes} E_n < \varepsilon . d$, alors $\frac{K_n}{n} > 1 - \varepsilon$ pour $n > N$.

Théorème I. — *La somme et le produit de deux fonctions p. p.* (A) *est une fonction p. p.* (A).

Définition (B). — Nous disons que $f(x)$ est p. p. (B) dans le cas suivant :

Soient $\varepsilon > 0$ et $a_0 > 0$ deux nombres quelconques, alors il existe deux nombres $l(\varepsilon, a_0) > 0$ et $\chi_0(\varepsilon, a_0) > 0$ de la propriété suivante :

Sur chaque intervalle de longueur l il existe une presque-période τ telle que

$$(2) \qquad \frac{1}{\chi} \int_0^{a+} |f(x+\tau) - f(x)|\, dx < \varepsilon \ldots \qquad \text{pour } |a| < a_0 \text{ et } |\chi| > \chi_0.$$

Théorème II. — *La somme de deux fonctions p. p.* (B) *est une fonction p. p.* (B).

Théorème III. — *Chaque fonction p. p.* (B) *est p. p.* (A).

(¹) Nous écrirons brièvement « p. p. ».

(²) Séance du 30 janvier 1928.

Soit de plus pour la fonction p. p. (B) la condition qu'elle soit uniformément sommable [1].

Nous dirons alors que la fonction $f(x)$ est p. p. (B').

THÉORÈME IV :

$$\lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(\alpha)\, d\alpha = M\{f(x)\}$$

existe.

Corollaire. — $M\{f(x)e^{-i\lambda x}\} = a(\lambda)$ existe.

THÉORÈME V. — *L'ensemble des valeurs $a(\lambda)$ différentes de zéro est dénombrable ou fini; soient a_1, a_2, a_3, ... ces valeurs.*

Définition (C). — Nous dirons que $f(x)$ est p. p. (C) si, quels que soient $\varepsilon > 0$ et $a_0 > 0$, il existe des nombres $e(\varepsilon, a_0) > 0$ et $\chi_0(a_0, \varepsilon) > 0$ tels que dans chaque intervalle de longueur l il existe une presque-période τ de la propriété suivante :

$$(3) \quad \frac{1}{\chi} \int_a^{a+\chi} |f(x+\tau) - f(x)|^2\, dx < \varepsilon \ldots \qquad \text{pour} \quad |a| < a_0 \quad \text{et} \quad |\chi| > \chi_0.$$

THÉORÈME VI. — *Toute fonction p. p.* (C) *est p. p.* (B), *donc p. p.* (A).

Si de plus $[f(x)]^2$ est uniformément sommable, alors nous avons une fonction p. p. (C').

THÉORÈME VII. — *La somme de deux fonctions p. p.* (C') *est p. p.* (C').

THÉORÈME VIII. — *Si $f(x)$ est p. p.* (C'), *alors $[f(x)]^2$ est p. p.* (B'); *donc, à cause du théorème IV*, $M\{[f(x)]^2\}$ *existe.*

THÉORÈME IX (*fondamental*) :

$$M\{[f(x)]^2\} = \sum_1^{\infty} |a_n|^2.$$

Les définitions (B') et (C') sont équivalentes aux suivantes :

(B'). $f(x)$ est p. p. (A) et uniformément sommable;

(C'). $f(x)$ est p. p. (A) et $[f(x)]^2$ est uniformément sommable.

La définition (C) est plus large que celle de M. Weyl, mais plus étroite que celle de M. Bézicovitch [2].

---

[1] $\int |f|\, dx < \varepsilon$ quel que soit E [Mes E $< \delta$, D(E) $< d$); d et δ étant des nombres fixes].

[2] *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 394.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la sommation de certaines séries divergentes.* Note de M. **Nikola Obrechkoff**, présentée par M. Émile Borel.

A. Une série

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n \tag{1}$$

est sommable par la méthode de Cesàro d'ordre α, ou sommable (c, α) avec la somme S, si, en posant

$$A_n^\alpha = \binom{n+\alpha}{n}, \qquad S_n^\alpha = \sum_{\mu=0}^{n} A_{n-\mu}^\alpha a_\mu \qquad (\alpha \neq -1, -2, -3, \ldots),$$

la suite $s_n^\alpha = \dfrac{S_n^\alpha}{A_n^\alpha}$ converge vers S.

Dans cette Note nous établissons des critères très généraux qui permettent de décider si une série est sommable par cette méthode. Soit

$$\Delta a_i = a_i - a_{i+1}, \qquad \Delta^2 a_i = \Delta a_i - \Delta a_{i+1}, \qquad \ldots$$

les différences des nombres $a_0, a_1, a_2, \ldots$. On a le théorème suivant :

I. *Si pour une valeur donnée de $x = e^{i\varphi}$, $0 < \varphi < 2\pi$, l'une des séries*

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, \tag{2}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \Delta^k a_n x^n, \qquad a_n = o(n^\delta), \qquad \delta \geqq 0 \tag{3}$$

est sommable (c, δ), l'autre l'est aussi pour le même x.

En effet, de l'identité

$$(x-1)^k \sum_{\mu=0}^{n} a_\mu x^\mu = x^k \sum_{\mu=0}^{n-k} \Delta^k a_\mu x^\mu + B_k + \sum_{\mu=0}^{k-1} \alpha_\mu a_{n-\mu} x^{n-\mu}, \tag{4}$$

où $B_k, \alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_{k-1}$ ne dépendent pas de n, on obtient

$$(x-1)^k S_n^\alpha = x^k T_{n-k}^\alpha + B_k A_n^\alpha + \sum_{i=0}^{k-1} (\mu_i S_{n-i}^{\alpha-1} + \tau_i A_{n-i}^{\alpha-1}), \tag{5}$$

où S_n^α, T_n^α désignent les sommes $\sum_{\mu=0}^{n} A_{n-\mu}^\alpha a_\mu x^\mu$ et $\sum_{\mu=0}^{n} A_{n-\mu}^\alpha \Delta^k a_\mu x^\mu$, et μ_i, τ_i sont

indépendants de n. Dans la suite nous ferons usage du lemme connu [1] : Si la série (1) est sommable (C, α), $\alpha > -1$, on a $S_n^\beta = o(n^\alpha)$, $-1 \leq \beta < \alpha$. Supposons que la série (2) est sommable (C, δ) pour une valeur de x, telle que $|x| = 1$, $x \neq 1$. Alors du (5) pour $\alpha = \delta$, on conclut que (3) est aussi sommable (C, δ). Supposons au contraire que la série (3) est sommable (C, δ) et soit g le plus grand nombre entier contenu dans δ. Du lemme cité on a $T_n^\beta = o(n^\delta)$, pour $\beta < \delta$, après quoi de (4) on conclut que si $\delta > 0$, on a $S_n = o(n^\delta)$ et que la série (2) converge dans le cas $\delta = 0$. Donc dans le cas $\delta > 0$ on a $S_n^{\delta-g-1} = o(n^\delta)$. L'identité (5) donne ensuite pour $\alpha = \delta - g$, $\delta - g + 1, \ldots, \delta - 1$, au fur et à mesure, $S_n^{\delta-g} = o(n^\delta)$, $S_n^{\delta-g+1} = o(n^\delta)$, ..., $S_n^{\delta-1} = o(n^\delta)$, d'où enfin pour $\alpha = \delta$ on obtient

$$(x-1)^k \lim_{n=\infty} \frac{S_n^\delta}{A_n^\delta} = x^k \lim_{n=\infty} \frac{T_n^\delta}{A_n^\delta} + B_k,$$

ce qui montre que la série (2) est sommable (C, δ).

De cette démonstration on voit que si l'une des séries 2° et 3° est uniformément sommable (C, δ) pour $|x| = 1$, $|x-1| > \varepsilon > 0$, l'autre le sera aussi. De même si $a_n = o(n^\delta)$, et si l'une des séries 2° et 3° est bornée (C, δ) pour $|x| = 1$, $x \neq 1$, l'autre le sera aussi. Du théorème I on obtient immédiatement les propositions suivantes : *a*. Si la série 3° est sommable (C, m) pour un $x = e^{i\varphi}$, $0 < \varphi < 2\pi$, m entier, la série 2° sera sommable (C, $k+m$), et *b*. *Soit $\varphi(x)$ une fonction continue et supposons qu'elle admette pour $x \geq a$ une dérivée d'un ordre m telle que l'intégrale* $\int_a^\infty |\varphi^{(m)}(x)| dx$ *est convergente et de plus que $\varphi(x) = o(x^\delta)$, $\delta \geq 0$. La série* $\sum_{n=0}^{\infty} \varphi(n) Z^n$ *est uniformément sommable* (C, δ) *pour* $|Z| = 1$, $|Z-1| > \varepsilon > 0$. On obtient comme cas particulier pour $\delta = 0$, $Z = -1$ un théorème de M. Nörlund [2]. Comme application du théorème *b*, on peut citer les exemples suivants :

1° La série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^s} = (1 - 2^{1-s})\zeta(s)$ a $-k$, $k \geq 0$, comme abscisse de sommabilité (C, k), ce qui a été établi par MM. Bohr et Schapman.

---

(1) M. Riesz, *Comptes rendus*, **152**, 1911, p. 1651-1654.

(2) E. Nörlund, *Comptes rendus*, **170**, 1920, p. 506-509, et *Acta mathematica*, **44**, 1922, p. 71-212.

2° La série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n e^{in^\alpha}}{(n+\gamma)^\beta}$, $\alpha < 1$, $\gamma \neq -1, -2, \ldots$ est uniformément sommable (C, $\delta + \varepsilon$) pour $|x| = 1$, $|x - 1| > \eta > 0$, $\varepsilon > 0$, si $R(\beta) = -\delta$, $\delta \geqq 0$, etc.

B. *Les séries de la Mécanique céleste.* — L'équation de Képler

$$u - e \sin u = M,$$

introduite dans la Mécanique céleste des séries suivant les puissances de l'excentricité. En nous basant sur les résultats de M. Charlier (¹) nous avons obtenu que ces séries sont sommables par la méthode $\int_0^\infty e^{-a} u(a)\, da$ de M. Borel dès que $e \leqq 0{,}893$.

MÉCANIQUE. — *Sur les analogies gyroscopiques de l'électricité : appareils gyroscopiques asynchrones et application à la théorie du gyroscope à mouvement continu ou à mouvement alternatif.* Note (²) de M. **Bernard Salomon**, présentée par M. Mesnager.

1. Dans une Note antérieure (³), nous indiquions des analogies gyroscopiques des machines électriques *synchrones* et énoncions l'existence d'analogies du même genre pour les machines *asynchrones*.

La présente Note concerne ce dernier cas.

Un cadre AB, représenté rabattu sur le plan de la figure (en traits mixtes), et qui lui est, en réalité, perpendiculaire, peut osciller autour de l'axe a, perpendiculaire au plan de la figure, et porte des paliers pour un axe b, perpendiculaire à a, et autour duquel peut osciller un cadre BC, portant des paliers pour un axe c, perpendiculaire à b, et dont la position moyenne est perpendiculaire à a. L'axe c est solidaire des cadres C_1D_1 et C_2D_2, portant des gyroscopes G_1 et G_2, d'axes d_1 et d_2, perpendiculaires à c et perpendiculaires entre eux et de même moment d'inertie C.

Ces gyroscopes *ne sont pas entretenus, mais freinés dans leurs paliers* par des couples résistants proportionnels aux vitesses φ'_1 et φ'_2, de rotation propre : $-R\varphi'_1$ et $-R\varphi'_2$, R étant une constante positive.

(¹) Charlier, *Die Mechanik des Himmels*, 2, 1907, p. 271.

(²) Séance du 30 janvier 1928.

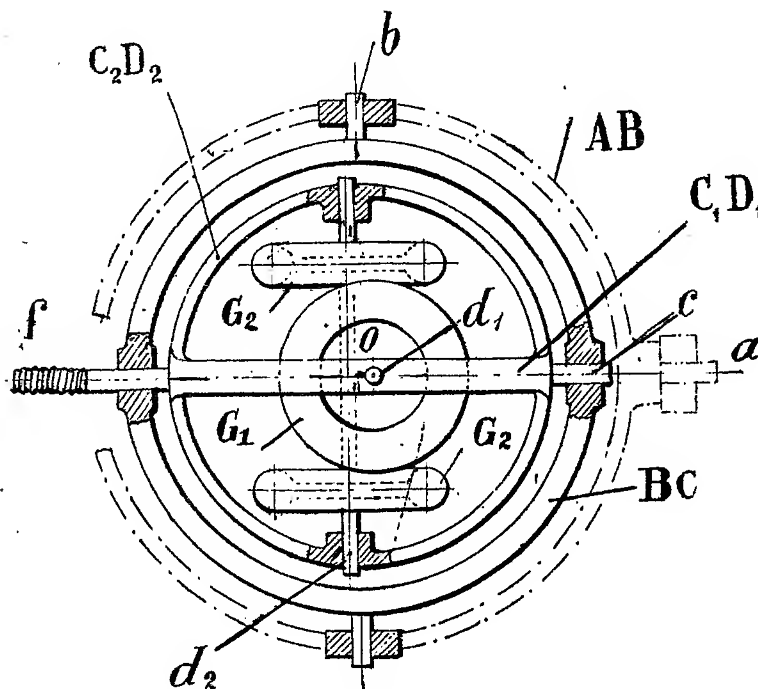
(³) *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 661.

On communique aux cadres BC et AB les vitesses d'oscillations de faible amplitude

$$\psi' = u'_{\max} \sin \omega t, \qquad \alpha' = u'_{\max} \cos \omega t.$$

autour des axes b et a.

L'appareil démarre de lui-même et l'axe c prend une vitesse angulaire ω_1 que nous supposerons uniforme (avec $\omega_1 \leqq \omega$).



Les vitesses de rotation alternatives des gyroscopes sont

$$\varphi'_1 = -\varphi'_{\max} \cos[(\omega - \omega_1)t - p - \lambda],$$
$$\varphi'_2 = -\varphi'_{\max} \sin[(\omega - \omega_1)t - p - \lambda],$$

p étant une constante, avec

$$\varphi'_{\max} = \frac{C u'_{\max}(\omega - \omega_1)}{\sqrt{C^2(\omega - \omega_1)^2 + R^2}}, \qquad \operatorname{tang} \lambda = \frac{C(\omega - \omega_1)}{R}.$$

Le couple moteur, nul au synchronisme, est

$$C_m = (C u'_{\max})^2 (\omega - \omega_1) \frac{\cos^2 \lambda}{R},$$

et serait

$$C_m = \frac{m}{2}(C u'_{max})^2 (\omega - \omega_1) \frac{\cos^2\lambda}{R},$$

si le rotor comportait m gyroscopes au lieu de deux.

L'analogie est complète avec l'électrotechnique, suivant la correspondance :

Vitesses d'oscillation des cadres AB et BC → Intensités statoriques.
Nombre de gyroscopes → Nombre de bobines du rotor.
Vitesses d'oscillation des gyroscopes → Intensités rotoriques.
Moment cinétique $C u'_{max}$ → Flux maximum à travers une bobine du rotor.
Coefficient R → Résistance ohmique d'une bobine du rotor.
Décalage λ → Décalage rotorique de self-induction.

L'appareil est un moteur gyroscopique asynchrone polyphasé *transformant en mouvement circulaire continu de vitesse variable* ω_1 *des mouvements d'oscillation polyphasés de pulsation constante* ω *et d'amplitude variable*.

Les cadres AB et BC constituent le stator, et leurs oscillations, diphasées, créent *la rotation d'un vecteur-rotation*, rotation qui correspond à celle d'un champ.

La perte relative de puissance dans le freinage des gyroscopes est égale au glissement.

2. *La génératrice gyroscopique asynchrone d'oscillations*. — Une vitesse angulaire uniforme ω_1 supérieure à ω est communiquée à l'axe c par le flexible f, et des oscillations de pulsation ω aux cadres AB et BC. Le couple, sur l'axe c, devient résistant et l'énergie fournie sur cet axe entretient les oscillations des cadres AB et BC à la pulsation ω, qui correspond à celle d'un réseau électrique.

Ainsi *un système de gyroscopes freinés peut constituer un générateur asynchrone d'oscillations avec transformation d'énergie, mais il faut que la pulsation* ω (*inférieure à* ω_1) *soit donnée par ailleurs*.

3. *Application des analogies électriques à la théorie du gyroscope*. — L'électrotechnique suggère, dès lors, des séries de problèmes gyroscopiques, dont la solution, par elle éclairée, fournit des séries de propriétés systématisées du gyroscope à rotation *continue* ou à rotation *alternative*.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le problème des trois corps avec chocs successifs d'un corps avec les deux autres.* Note de M. **Kiveliovitch**, présentée par M. Hadamard.

Soient trois corps p_0, p et p' avec les masses m_0, m et m'.

Rapportons le mouvement au corps p_0 et soient (x_i, p_i) et (x'_i, p'_i) les éléments canoniques.

Faisons la transformation de Sundman $U\,dt = du$ (U est la fonction des forces) et considérons la transformation canonique de Levi-Cività :

$$x_i = \xi_i\,\omega^2 - 2\,\omega_i \sum_1^3 \xi_j\,\omega_j; \qquad p_i = \frac{\omega_i}{\omega_2}$$
$$x'_i = \xi'_i\,\omega'^2 - 2\,\omega'_i \sum_1^3 \xi'_j\,\omega'_j; \qquad p'_i = \frac{\omega'_i}{\omega'^2} \qquad (\text{pour } t = 0\,;\ u = 0).$$

On obtient un système canonique

$$(\text{I}) \quad \frac{d\xi_i}{du} = \frac{\partial H}{\partial \omega_i}, \quad \frac{d\omega_i}{du} = -\frac{\partial H}{\partial \xi_i}, \quad \frac{d\xi'_i}{du} = \frac{\partial H}{\partial \omega'_i}, \quad \frac{d\omega'_i}{du} = -\frac{\partial H}{\partial \xi'_i} \qquad (i = 1, 2, 3);$$

$$(\text{II}) \qquad H = \frac{\xi\xi'[\mu\omega'^2 + \mu'\omega^2 + 2\mu_0\Sigma\omega_i\omega'_i - E\omega^2\omega'^2]}{\alpha'\xi\omega^2 + \alpha\xi'\omega'^2 + \alpha''\dfrac{\xi\omega^2\xi'\omega'^2}{\Delta}} - 1 = 0$$

(E est la constante des forces vives ayant une valeur fixée d'avance, Δ la distance pp' et μ, μ', μ_0, α, α', α'' sont des fonctions des masses).

Supposons que la constante des aires $a \neq 0$ soit différente de zéro et que ξ et ξ' soient bornés; on s'aperçoit facilement que les seuls points singuliers sont les chocs $p_0 p$ et $p_0 p'$, qui sont régularisés par la transformation.

Si l'on développe les équations du mouvement (I) en utilisant l'intégrale (II), on trouve pour $\frac{d\omega}{du}$ et $\frac{d\omega'}{du}$ les valeurs suivantes :

$$(\text{III}) \qquad \frac{d\omega}{du} = \xi'\omega'^2 A \qquad \text{et} \qquad \frac{d\omega'}{du} = \xi\omega^2 B.$$

Supposons que pour $t = 0$, $u = 0$ on ait un choc $p_0 p$, c'est-à-dire $\omega = 0$, $\xi \neq 0$. Comme ω est une fonction positive, elle croît à partir du moment $u = 0\ \frac{d\omega}{du} > 0$ jusqu'à un certain maximum pour lequel $\frac{d\omega}{du} = 0$. Mais $\frac{d\omega}{du}$ tend vers zéro si : 1° A tend vers zéro ou 2° $\xi'\omega'^2$ tend vers zéro, c'est-à-dire

si la distance $p_0 p' = 0$. On peut donc choisir parmi l'infinité des trajectoires à choc simple une trajectoire qui après avoir passé par un choc $p_0 p$ aboutit pour un temps $u = u_1$, convenablement choisi, à un choc $p_0 p'$.

Une fois arrivé au deuxième choc $p_0 p'$ on peut raisonner de la même manière sur l'équation différentielle $\frac{d\omega'}{du}$ et l'on trouvera qu'on peut choisir une trajectoire, laquelle aboutit, à nouveau, pour un temps $u = u_1$ convenablement choisi, à un choc $p_0 p$, etc. On aura de cette manière une orbite périodique.

Si l'on part d'un point initial régulier M, on sait qu'il faut deux conditions pour qu'un choc $p_0 p$ ait lieu; de même, il faut deux conditions pour un choc $p_0 p'$. On peut démontrer : 1° que ces quatre conditions sont indépendantes; 2° deux de ces conditions indiquent que le mouvement est plan.

On peut donc réduire le mouvement à un système du second ordre.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur le potentiel-vecteur électrique à cinq composantes.* Note [1] de M. **Julien Pacotte**, présentée par M. Hadamard.

Les équations du champ physique à cinq dimensions, envisagé d'abord par Kaluza, admettent nécessairement le groupe continu général. Mais, pour les construire, on a introduit implicitement une autre condition : on a supposé que la cylindricité, — qui permet la décomposition du tenseur de métricité en un tenseur et un vecteur de l'espace-temps, — ne réduit pas leur forme. J'indique ici, pour le champ à cinq dimensions, des équations plus générales qui se réduisent, si le champ est cylindrique, aux équations que l'on a proposées. Le point de départ de notre généralisation est l'introduction, dans toutes les équations, d'un vecteur à cinq composantes, le potentiel-vecteur électrique généralisé.

Reprenons d'abord, en adoptant des notations propres à notre sujet, la condition de cylindricité indiquée par Kaluza et précisée par O. Klein et Einstein. Nous supposerons la congruence de cylindricité définie par le vecteur $\overset{5}{\Phi}$; la condition est donc exprimée par les équations

$$\Phi_{\alpha\beta} + \Phi_{\beta\alpha} = 0 \qquad \text{(dérivées covariantes antisymétriqués)},$$

[1] Séance du 30 janvier 1928.

auxquelles il faut joindre (cylindricité restreinte d'Einstein)

$$\text{long}^2\Phi = \text{const.}$$

Pour un choix convenable des coordonnées x^5,

$$(1)\qquad \Phi^a = 0, \qquad \Phi^5 = \text{const.}, \qquad \overset{5}{ds^2} = \overset{4}{ds^2} + \frac{\varepsilon}{(\Phi_5)^2}\Sigma^2\overset{5}{\Phi}_\alpha dx^\alpha,$$

les coefficients de la forme ne dépendant pas de x^5 et ε désignant la constante γ_{55} ; en fait, on a alors

$$(2)\qquad \begin{cases} \overset{5}{\Phi}_a = \overset{4}{\Phi}_a = i\dfrac{2\pi}{h}\dfrac{e}{c}\varphi_a = ik\varphi_a, \qquad \overset{5}{\Phi}_5 = \text{const.} \\ (\varphi, \text{ potentiel-vecteur proprement dit}). \end{cases}$$

A la condition de cylindricité, on associe toujours la condition des ondes harmoniques suivant Φ

$$(3)\qquad \overset{5}{\psi} = \overset{4}{\psi}e^{\omega.x^5} \qquad \text{avec } \omega = -\overset{5}{\Phi}_5 \text{ purement imaginaire.}$$

Dans la conception de Kaluza et ses successeurs, $\overset{5}{\Phi}$ n'est pas envisagé ou, si l'on préfère, il est défini par la cylindricité de $\overset{5}{E}$; pour nous, $\overset{5}{\Phi}$ est, au contraire, un champ vectoriel de $\overset{5}{E}$ quelconque et l'on n'a pas, en général, les relations (2). Nous appellerons toujours $\overset{5}{\Phi}$ un potentiel électrique.

Les ondes de de Broglie, dans un champ électrogravifique, satisfont à l'équation

$$(4)\qquad \square\overset{4}{\psi} + 2\Phi^\alpha\psi_\alpha + (\text{long}^2\Phi + \text{div}\overset{4}{\Phi} + K)\overset{4}{\psi} = 0.$$

On sait que, sous les conditions (1) et (3), cette équation découle de l'équation de de Broglie

$$(5)\qquad \square\overset{5}{\psi} + (K - \text{long}^2\overset{5}{\Phi})\overset{5}{\psi} = 0:$$

nous voulons d'abord faire observer que, sous les mêmes conditions, l'équation (5), donc aussi l'équation (4), découlent de l'équation

$$(6)\qquad \square\overset{5}{\psi} + 2\overset{5}{\Phi}{}^\alpha\overset{5}{\psi}_\alpha + (\text{long}^2\overset{5}{\Phi} + \text{div}\overset{5}{\Phi} + K)\overset{5}{\psi} = 0,$$

identique, sauf l'ordre 5, à l'équation (4).

L'équation (6) peut être déduite d'une équation variationnelle. Il suffit de reprendre, pour $n = 5$, l'équation déjà proposée pour $n = 4$. La fonction de Lagrange, devant l'élément de volume, s'écrit dans les deux cas

$$L_m = \gamma^{\alpha\beta}(\psi_\alpha + \Phi_\alpha\psi)(\overline{\psi}_\beta - \Phi_\beta\overline{\psi}).$$

Sous les conditions (1) et (3), on a

$$\overset{5}{\mathrm{L}}_m = \overset{4}{\mathrm{L}}_m.$$

Introduisons maintenant, dans $\overset{5}{\mathrm{L}}$, un terme $\overset{5}{\mathrm{L}}_e$, analogue au terme de Maxwell,

$$\overset{5}{\mathrm{L}}_e = \frac{1}{4}\mathrm{H}^{\alpha\beta}\mathrm{H}_{\alpha\beta} = \frac{1}{4}\gamma^{\mu\alpha}\gamma^{\nu\beta}\mathrm{H}_{\mu\nu}\mathrm{H}_{\alpha\beta}, \qquad \mathrm{H}_{\alpha\beta} = \frac{\partial\overset{5}{\Phi}_\beta}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial\overset{5}{\Phi}_\alpha}{\partial x^\beta};$$

la variation des $\overset{5}{\Phi}_\alpha$ conduira aux équations d'un courant $\overset{5}{s}{}^\alpha$:

$$\sqrt{\gamma}[\gamma^{\alpha\beta}(\overline{\psi}\psi_\beta - \psi\overline{\psi}_\beta) + 2\Phi^\alpha\psi\overline{\psi}] = \frac{\partial}{\partial x^\beta}(\sqrt{\gamma}\gamma^{\mu\alpha}\gamma^{\nu\beta}\mathrm{H}_{\mu\nu}) = -4\pi iks^\alpha\sqrt{\gamma}.$$

Ici encore, sous les conditions (1) et (3), les deux membres des équations pour $n = 5$ se réduisent finalement $\left(\text{sauf } \overset{4}{\gamma}\varepsilon \text{ au lieu de } \overset{4}{\gamma}\right)$ aux deux membres des équations pareilles pour $n = 4$, données (sans gravitation) par Schrödinger. En particulier,

$$\overset{5}{\gamma}{}^{\alpha\beta}(\overline{\psi}\psi_\beta \overset{5}{-} \psi\overline{\psi}_\beta) = \overset{4}{\gamma}{}^{ab}(\overline{\psi}\psi_b \overset{4}{-} \psi\overline{\psi}_b) + 2\overset{4}{\Phi}{}^a\psi\overline{\psi} \qquad (b < 5);$$

on a donc, pour $\overset{5}{\mathrm{E}}$ cylindrique, $\overset{5}{s}{}^\alpha = \overset{4}{s}{}^\alpha$; du reste, $\overset{5}{s}_5 = 0$: $\overset{5}{s}$ est, par suite, normal à $\overset{5}{\Phi}$. Pour E quelconque, $\overset{5}{s}$ est une généralisation du courant de Gordon $\overset{4}{s}$.

Ajoutons enfin à l'action le terme de courbure $\mathrm{L}_r = \eta\overset{5}{\mathrm{R}}$; la variation des $\overset{5}{\gamma}_{\alpha\beta}$ donnera les équations du champ métrique. Pour les écrire il suffit, d'après ce qui précède, de reprendre les équations du champ espace-temps et d'y faire $n = 5$.

En résumé, si l'on construit, pour $\overset{5}{\mathrm{E}}$, une fonction de Lagrange

$$\overset{5}{\mathrm{L}} = \mathrm{L}_m + \mathrm{L}_e + \mathrm{L}_r$$

identique, sauf l'ordre $n = 5$, à $\overset{4}{\mathrm{L}}$, on obtient des équations aux variations se réduisant, sous les conditions (1) et (3), aux équations ordinaires du champ espace-temps, équation des ondes, expression du courant de Gordon, équations des champs électrique et gravifique.

PHOTOCHIMIE. — *Action photolytique, sur le saccharose pur, des radiations totales ou filtrées de l'arc au mercure.* Note de MM. **A. Andant** et **E. Rousseau**, présentée par M. L. Guignard.

On a attribué aux rayons ultraviolets une action photochimique spécifique sur de nombreux composés minéraux et organiques, bien que ceux-ci aient été irradiés, dans la plupart des cas, par les radiations totales d'un arc au mercure ou d'un arc métallique.

L'interprétation des phénomènes observés, dans ces conditions, nous a conduits à rechercher l'effet qui revient aux trois groupes de radiations : infrarouges, visibles, ultraviolettes. Nous donnons ici les premiers résultats d'un ensemble d'études sur l'action propre de ces groupes sur une solution de saccharose. Celle-ci, préparée au moment même de son irradiation, est répartie à la dose de 50^{cm^3} dans des capsules (90^{mm}), recouverte d'une égale épaisseur d'huile d'olives, et refroidie, pendant l'irradiation, par un courant d'eau à $+15°$. Les écrans filtrants, obligeamment fournis par la maison Appert, sont posés sur les capsules par l'intermédiaire d'une couronne de carton, qui forme joint hermétique. L'irradiation est faite avec un brûleur (110 volts, 2,5 ampères) dont l'arc éclate à 270^{mm} de la surface du liquide.

La solution irradiée se compose de :

Saccharose pur..........	5^g
Solution SO^4Mg........	$5,5/10 - 1^{cm^3}$
Acide sulfurique pur.....	1^{cm^3}
Eau bidistillée......q. s.	100^{cm^3}

La présence des résonateurs accélère la vitesse de l'hydrolyse du glucide. Après chaque période horaire d'irradiation, un prélèvement de 5^{cm^3} de liqueur permet de doser aussitôt le glucose par la méthode de Grimbert, avec un réactif cuprique à base de CO^3K^2 et d'acide lactique (1).

Les écrans employés présentent les constantes optiques suivantes :

Écran de Wood : Ne laisse passer que la raie 3650 du mercure, sans aucune raie voisine. Des mesures, à la pile thermo-électrique, montrent que la radiation transmise est affaiblie de 60 pour 100. L'écran ne transmet pas d'infrarouge au delà de 1^{μ}. — *Écran n° 825* : Absorbe le visible et l'ultraviolet du mercure. Les mesures à la pile thermo-électrique montrent que 80 pour 100 d'infrarouge sont transmis entre $0^{\mu},5$ et 3^{μ}. — *Huile d'olives*

(1) Fontès et Thivolle, *Soc. Chim. Biol.*, 9, 1927, p. 383.

(2^{mm} d'épaisseur) : Le visible et l'ultraviolet du mercure passent, jusqu'à la raie 3130. L'infrarouge, autour de 1^{μ} passe sans affaiblissement sensible. Nos résultats photolytiques, consignés dans le tableau suivant, sont exprimés en milligrames de cuivre réduit pour 100^{cm^3} de liqueur de Fehling :

Durée d'irradiation.	A. Pas d'écran. Pas d'huile.	B. Pas d'écran. Huile.	C. Écran 825. Huile.	D. Écran Wood. Huile.	E. Hydrolyse à l'obscurité.
1 heure...........	177,5	177,7	121,8	121,8	71,5
2 heures..........	228,5	215,8	203	196,2	142,3
3 heures..........	355,5	317,4	274,3	261,9	258
4 heures..........	371,5	457,1	345,3	343,4	302,5

La température des liquides, entre 1^h et 4^h, a varié de 1°, même pour ceux dont l'hydrolyse a été faite à l'obscurité sous huile.

Pour comparer ces chiffres, il faut les ramener à ce qu'ils seraient, en réalité, si les radiations étaient séparées, sans être affaiblies par les écrans. Ceci est possible dans une certaine mesure, en utilisant les coefficients d'absorption déterminés avec la pile thermo-électrique. Or, les résultats que nous avons obtenus avec l'écran 825 représentent 80 pour 100 de ceux que donnerait le groupe infrarouge, isolé, sans écran; de même ceux, avec l'écran de Wood, correspondent à 40 pour 100 de ceux que donnerait la raie 3650, isolée, sans écran. Tenant compte de ces majorations, on obtient ces nombres :

Durée d'irradiation.	A. Pas d'écran. Pas d'huile.	B. Pas d'écran. Huile.	C. Écran 825. Huile.	D. Écran Wood. Huile.	E. Hydrolyse à l'obscurité.
1 heure...........	177,7	177,7	152,3	304,6	71,5
2 heures..........	228,5	215,8	253,9	490,5	142,3
3 heures..........	355,5	317,4	342,5	654,8	258
4 heures..........	571,5	457,1	431,7	868,5	303,5

Dès lors, on voit apparaître l'effet photolytique propre des radiations infrarouges dont l'ordre des grandeurs est voisin de celui des radiations totales émises par l'arc nu (A). L'effet photolytique de la radiation pure 3650 (D), d'autre part, est considérable. Enfin, si ces deux séries de radiations agissent ensemble, l'effet photolytique qui en résulte (A ou B) est nettement diminué et inférieur à celui de la radiation pure 3650 (D).

Ainsi se précisent davantage [1] *l'action d'antagonisme* des radiations de longueurs d'onde différentes et la nécessité de filtrer ou de séparer, au moins par groupes, les radiations de l'arc au mercure pour étudier leurs applications biologiques, thérapeutiques, ou leurs effets photochimiques.

---

(1) ANDANT et ROUSSEAU, *Comptes rendus*, 184, 1927, p 1553.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le pouvoir réducteur du glucose.* Note de MM. **Svend Aage Schou** et **René Wurmser**, présentée par M. G. Urbain.

Une électrode de platine ou d'or plongée dans une solution de glucose maintenue à l'abri de l'air prend par rapport à cette solution un potentiel bien défini au bout d'un temps plus ou moins long variable avec la température et la concentration en ions OH du liquide (¹). L'étude des réactions chimiques qui accompagnent l'établissement de ce potentiel est rendue difficile par la petitesse des masses transformées. Il était donc indiqué de tenter une analyse spectrographique.

Quand on détermine le spectre d'absorption dans l'ultraviolet des solutions de glucose on voit apparaître progressivement une bande d'absorption dont le maximum est situé à 2650 U. Å. Ce spectre se complique ensuite comme le montre la figure ci-après.

Si la pression d'hydrogène pH_2 agissant sur l'électrode est proportionnelle à la concentration c d'une substance AH_2 dont le coefficient d'absorption est K, on doit avoir pour potentiel de l'électrode

$$E = E_0 - \frac{RT}{F}pH - \frac{RT}{2F}\operatorname{Log} c.$$

Comme le coefficient d'absorption K est proportionnel à la concentration, le rapport de Log K à E devrait être constant; mais, si l'on tient compte de la déformation progressive des bandes par suite de l'apparition de nouvelles zones d'absorption, on peut seulement mettre en évidence une stabilisation du spectre concomitante avec celle des potentiels. On trouve en effet, pour pH = 8,04 à 40°,2, les résultats suivants :

Temps (en heures).	Log K (λ_m = 2650 U. Å.).	E (en volts).
24	0,06	+0,150
48	0,38	−0,092
72	0,64	−0,110
96	0,54	−0,130
120	0,53	−0,126

Quant à la nature du corps AH_2 donateur de l'hydrogène, il est remarquable que la bande λ_m = 2650 U. Å. ne correspond pas au méthylglyoxal

(¹) R. Wurmser, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1038.

que l'on pouvait s'attendre à trouver comme produit initial de la transformation du glucose. Elle a par contre été observée par Neuberg et Schou [1] dans le spectre des hexosephosphates et semble caractériser le groupement carbonyle libéré dans la rupture du noyau constitutif du glucose.

Le corps responsable du potentiel du glucose serait donc dû à la transformation

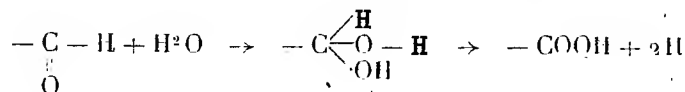
$$\underbrace{CH^2OH - CH - CHOH - CHOH - CHOH - CHOH}_{\text{———— O ————}}$$

$$\rightarrow CH^2OH - CHOH - CHOH - CHOH - CHOH - \underset{\underset{O}{\|}}{C} - H$$

ou, si l'on admet comme la plupart des auteurs que la réaction initiale est le dédoublement du glucose, le corps formé serait un produit intermédiaire en C^3 dont le groupement carbonyle réagirait par hydratation préalable suivant une réaction de

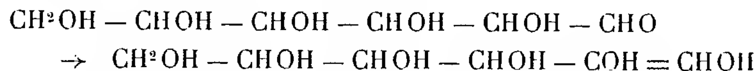
(1) Neuberg et Schou, *Biochem. Zeitschr.*, 191, 1927, p. 466.

Wieland :



les hydrogènes en caractères gras représentant, suivant la notation de Kluyver et Donker, les atomes activés.

Enfin on peut encore penser à une énolisation :



la bande λ_m 2650 U. Å. pouvant résulter du déplacement vers le rouge, sous l'influence des groupes OH, de l'absorption qui pour le glucose normal n'a lieu que dans l'ultraviolet extrême.

Quoi qu'il en soit, l'étude spectrographique des solutions de glucose maintenues à l'abri de l'oxygène met en évidence la production d'une forme réactive dont la présence peut rendre compte du pouvoir réducteur de ces solutions.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'acide chlorhydrique sur l'aluminium extra-pur.* Note de M. **Jean Calvet**, présentée par M. C. Matignon.

Dans une Note précédente (¹), on a montré que l'aluminium *extra-pur* tel qu'on le prépare aux États-Unis, d'après la méthode de Hoopes, présente une résistance remarquable à l'action des solutions chlorhydriques étendues et que des traces de cuivre ou de mercure lui font perdre cette qualité.

En poursuivant l'étude de cette action de l'acide chlorhydrique, on a reconnu que cette passivité de l'aluminium pur disparaît après quelques jours, qu'une attaque sensible commence à se produire, que cette attaque croît pour atteindre après un temps prolongé une vitesse constante.

Les lames d'aluminium étudiées sont accolées sur une lamelle de verre à l'aide de cire vierge de façon qu'une seule des faces à l'exclusion des tranches se présente à l'attaque dans la solution.

Ces faces d'attaque sont constituées par un carré ayant environ $1^{cm},5$ de côté.

L'attaque est suivie d'une façon continue par la mesure à intervalles réguliers du volume de gaz hydrogène dégagé.

(¹) C. Matignon et J. Calvet, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 909.

Un échantillon d'aluminium fondu, maintenu à 18° dans une solution chlorhydrique 2,5 N, n'avait dégagé après 31 heures de contact que $2^{cm^3},5$ par centimètre carré de surface. Dans un deuxième essai après 27 heures dans les mêmes conditions on a recueilli $3^{cm^3},5$.

Ces attaques insignifiantes se sont amorcées l'une et l'autre au cours de la nuit pendant un intervalle de non-observation d'environ 14 heures.

Dans un troisième essai, suivi pendant 42 heures, la réaction, à peu près nulle ($1^{cm^3},3$ d'hydrogène dégagé par centimètre carré de surface pendant 22 heures), a commencé à s'amorcer vers la 35ᵉ heure avec une accélération progressivement croissante, de telle sorte, par exemple, qu'après 42 heures, 151^{cm^3} d'hydrogène avaient été mis en liberté; après 45 heures, 247^{cm^3} par centimètre carré de surface. En ne tenant compte que de la période d'attaque, soit 7 heures dans le premier cas et 10 heures dans le second, on obtient, comme dégagement horaire moyen par centimètre carré, $21^{cm^3},5$ et $24^{cm^3},7$.

Le même aluminium a été laminé avec un appareil parfaitement propre, en opérant très lentement de façon à éviter toute élévation appréciable de la température du métal. A l'aide de 13 passages successifs, on a réduit l'épaisseur du métal de 5^{mm} à $1^{mm},6$, soit environ dans le rapport de 3 à 1.

Le laminage a eu pour effet de prolonger la période de passivité du métal.

Après 72 heures de séjour dans la solution chlorhydrique 2,5 N à 18°, l'attaque était si faible que $2^{cm^3},1$ d'hydrogène seulement avaient été mis en liberté par centimètre carré de surface métallique.

Pendant la nuit, entre la 72ᵉ et la 86ᵉ heure, l'attaque s'est amorcée.

Dans un deuxième essai, l'amorçage s'est produit vers la 70ᵉ heure; la réaction s'est légèrement accélérée pour s'adapter à un régime constant à partir de la 79ᵉ heure comme le montre le tableau suivant donnant le volume total dégagé en fonction du temps (surface $2^{cm^2},1$) :

h m		cm³	h m		cm³
79.0	382,1		80,15	459,8	
		15,6			15,6
79.15	397,7		80,30	475,4	
		15,6			15,6
79.30	413,3		80,45	491	
		15,6			15,6
79.45	428,9		81	506,6	
		15,6			15,6
80	444,5		81,15	522,2	

L'examen microscopique des aluminiums fondu et laminé, montre que les surfaces sont attaquées beaucoup plus régulièrement avec l'aluminium laminé qu'avec le fondu, le laminage donnant de l'homogénéité au métal;

l'aluminium laminé présente alors des stries parallèles correspondant à la direction du laminage.

Les aluminiums extra-purs provenant de préparations différentes présentent des différences dans leur attaque par la solution acide. Ces différences sont en relation évidemment avec la nature et la quantité des faibles traces d'impuretés qui y sont contenues, et qui varient d'une opération à l'autre.

Un aluminium laminé, ayant comme origine une coulée différente de celle de l'aluminium précédemment étudié, présente dans l'attaque avec l'acide chlorhydrique les mêmes phénomènes période de passivité, période d'attaque progressive, période d'attaque à vitesse constante, mais la durée de ces différentes périodes se modifie.

Après 96 heures, on n'est pas encore sorti de la période de passivité (2^{cm^3},9 dégagés par centimètre carré) vers la 100e heure, l'attaque devient manifeste, elle atteint, après 115 heures, un régime qui paraît désormais constant, 17^{cm^3},45 par quart d'heure avec une surface de 2^{cm^2},20.

En résumé, la résistance de l'aluminium à l'attaque des solutions chlorhydriques étendues n'est que momentanée, après une durée de quelques jours, variable d'une coulée à l'autre, l'attaque devient manifeste, elle croît progressivement pour atteindre au bout de quelque temps un régime qui paraît être constant.

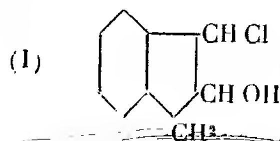
Le laminage de l'aluminium pur a pour effet d'allonger sa période de passivité.

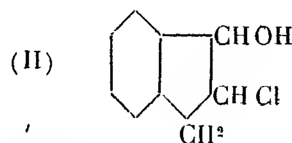
CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude des halohydrines indéniques.* Note de MM. **Ch. Courtot**, **Fayet** et **Parant**, présentée par M. Charles Moureu.

La fixation d'acide hypohalogéné sur la double liaison éthylénique de l'indène peut donner naissance à deux isomères de position capables d'exister sous la forme cis et la forme trans, et chacun de ces corps est dédoublable en ses isomères optiques. Au total, 8 halohydrines possibles. En regard de ce que la théorie permet de prévoir, examinons où en est, de fait, la question de l'isomérie des halohydrines indéniques.

Dérivés chlorés. — Un seul chlorohydroxyindène (f. = 126°) a été préparé

d'abord par Spilker [1], puis par Weissgerber [2], enfin par Hensler et Schieffer [3], qui le transforme en β-indanone par méthoxylation et départ d'alcool méthylique, argument en faveur de la formule (I) bien que cette même transformation puisse s'interpréter avec la formule (II) par formation intermédiaire de l'oxyde d'éthylène et transposition de celui-ci en β-indanone :

(I) 

(II) 

Dérivés bromés. — Un seul bromohydroxyindène (f. = 130°) a été obtenu par Krämer et Spilker [4] et transformé par différents auteurs en β-indanone. Mais Read et Hurst [5] ont cru entrevoir un isomère fondant mal à 85° (non analysé).

Dérivés iodés. — Tiffeneau et Orekhoff [6] ont préparé une iodhydrine indénique (f. = 120°) qu'ils considèrent comme 2-iodo-1-hydroxyindène.

Nous eûmes à préparer de la β-indanone, circonstance qui nous permit d'observer quelques faits nouveaux dans ce domaine.

Nous avons préparé de l'indène bichloré, et nous l'avons ensuite hydrolysé par de l'eau bouillante. Au refroidissement, on obtient une masse cristalline, qui, essorée et reprise par le benzène chaud, donne la chlorhydrine indénique (f. = 126°).

Les eaux mères benzéniques, évaporées, laissent un produit fondant entre 87° et 92°. Lavé à l'éther froid, il laisse une substance blanche (f. = 110°-111°) qui, après recristallisation dans l'éther bouillant, se présente en belles aiguilles prismatiques brillantes (Cl pour 100 : 20,85; théorie pour C^9H^9OCl : 21,06 pour 100). *Ce produit, soumis à la réaction de Hensler et Schieffer, donne de l'α-indanone.*

Le chlorohydroxyindène (f. = 126°) et ce produit (f. = 111°), oxydés par le mélange sulfochromique, conduisent tous deux à la même indanone chlorée (f. = 38°-39°), dont les vapeurs sont lacrymogènes et vésicantes [Cl pour 100 trouvé : 20,90; calculé : 21,30; dinitrophénylhydrazone (f. = 205° avec déflagration)]. L'indanone chlorée fournit un dérivé mononitré (f. = 115°) et par réduction on obtient une aminochloroindanone (f. = 149°).

Il résulte de ces expériences que nous avons deux chlorohydroxy-

(1) *Ber.*, **26**, 1893, p. 1541.
(2) *Ber.*, **44**, 1911, p. 1442.
(3) *Ber.*, **32**, 1899, p. 28.
(4) *Ber.*, **23**, 1890, p. 2280; **26**, 1893, p. 1541.
(5) *Chem. Soc.*, **122**, 1922, p. 2550.
(6) *Comptes rendus*, **170**, 1920, p. 465.

indènes, isomères stériques *cis* et *trans*. Nous avons alors déterminé la position de l'hydroxyle et du chlore dans leur molécule.

A cet effet, nous avons oxydé le bromohydroxyindène (f. = 130°); nous obtenons une bromoindanone (f. = 38°) identique à celle préparée par Kipping ([1]) en bromant l'α-indanone. Donc, dans le bromohydroxyindène l'OH est en 1 et le brome en 2. Or ce bromohydroxyindène, condensé avec la paratoluidine, donne une base secondaire (f. = 115°).

En appliquant le même traitement aux deux chlorohydroxyindènes, celui qui fond à 126° conduit à cette même base. *C'est donc que, d'une part, le chlore est aussi en* 2 *et l'*OH *en* 1, et, d'autre part, qu'il possède la même configuration stérique que l'oxybromure. Le chlorohydroxyindène (f. = 110-111°), dans les mêmes conditions, fournit une base secondaire isomère (f. = 148°).

Enfin, l'iodhydrine de Tiffeneau et Orekhoff donne également la base (f. = 115°); donc, comme ces auteurs l'avaient admis, l'hydroxyle est en 1 et l'iode en 2.

Nous ne pouvons encore répondre à la question de savoir quel est l'isomère *cis* et quel est l'isomère *trans* dans les deux chlorohydroxyindènes; observons cependant que le chlorohydroxyindène fondant le plus bas donne la base secondaire à point de fusion le plus élevé, et inversement.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse des carbures benzéniques au moyen des combinaisons organomagnésiennes mixtes*. Note de M. L. **Bert**, présentée par M. Moureu.

L'objet de la présente Note est de montrer que la méthode de synthèse des carbures acycliques de M. Grignard, consistant, comme on sait, dans la décomposition par l'eau des combinaisons organomagnésiennes mixtes, peut être étendue à la préparation des carbures benzéniques.

Le problème revenait à trouver des éthers monohalogénés cycliques aptes à entrer en réaction avec le magnésium au sein de l'éther anhydre. Nous l'avons résolu en développant les méthodes suivantes :

1° Le chlorure de benzyle et ses homologues s'obtiennent avec d'excellents rendements en condensant le benzène et ses homologues avec le trioxyméthylène et le gaz chlorhydrique en présence de chrorure de zinc fondu.

2° Le β-chloroéthylbenzène et ses homologues s'obtiennent :

([1]) *Chem. Soc.*, 65, 1894, p. 500

Carbures benzéniques ou dérivés halogénés générateurs.	Éthers monoclorés intermédiaires.	Carbures benzéniques préparés.
Benzène	Chlorure de benzyle*	Toluène
Toluène	ω-chloro-*p*-xylène	*p*-xylène
Éthylbenzène	(1) $C^2H^6 - C^6H^4 - CH^2Cl$ (4)	1.4-méthyléthylbenzène
n-propylbenzène	(1) $C^3H^7 - C^6H^4 - CH^2Cl$ (4)	1.4-méthylpropylbenzène
Cumène	Chlorure de cumyle*	*p*-cymène
n-butylbenzène	(1) $C^4H^9 - C^6H^4 - CH^2Cl$ (4)	1.4-méthybutylbenzène
Pseudobutylbenzène	(1) $(CH^3)^3C - C^6H^4 - CH^2Cl$ (4)	1.4-méthylpseudobutylbenzène
Pseudoamylbenzène	(1) $\left. \begin{matrix} C^2H^5 \\ (CH^3)^2 \end{matrix} \right\rangle C - C^6H^4 - CH^2Cl$ (4)	1.4-méthylpseudoamylbenzène
m-xylène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^2Cl \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (3) \\ (4) \end{matrix}$	Pseudocumène
p-xylène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^2Cl \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (4) \\ (2) \end{matrix}$	Pseudocumène
Pseudocumène	(1) (2) (4) $(CH^3)^3 - C^6H^2 - CH^2Cl$ (5)	Durène
p-cymène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2Cl \\ CH(CH^3)^2 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	2-méthyl-*p*-cymène
Bromobenzène	β-chloroéthylbenzène	Éthylbenzène
o-bromotoluène	*o*-méthyl-β-chloroéthylbenzène	1.2-méthyléthylbenzène
p-bromotoluène	*p*-méthyl-β-chloroéthybenzène	1.4-méthyléthylbenzène
4-bromo-*m*-xylène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^2.CH^2Cl \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (3) \\ (4) \end{matrix}$	1.3.4-diméthyléthylbenzène
2-bromo-*p*-xylène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2.CH^2Cl \\ CH^3 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	1.4.2-diméthyléthylbenzène
p-bromocumène	(1) $(CH^3)^2CH - C^6H^4 - CH^2.CH^2Cl$ (4)	1.4-éthylisopropylbenzène
2-bromo-*p*-cymène	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2.CH^2Cl \\ CH(CH^3)^2 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	1.2.4-méthyléthylisopropylbenzène
Chlorure de benzyle	γ-chloropropylbenzène	*n*-propylbenzène
ω-chloro-*p*-xylène	(1) $CH^3 - C^6H^4 - CH^2.CH^2.CH^2Cl$ (4)	1.4-méthylpropylbenzène
(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^2Cl \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (3) \\ (4) \end{matrix}$	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^3 \\ CH^2.CH^2.CH^2Cl \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (3) \\ (4) \end{matrix}$	1.3.4-diméthylpropylbenzène
(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2Cl \\ CH^3 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2.CH^2.CH^2Cl \\ CH^3 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	1.4.2-diméthylpropylbenzène
Chlorure de cumyle	(1) $(CH^3)^2CH.C^6H^4.CH^2.CH^2.CH^2Cl$ (4)	1.4-propylisopropylbenzène
(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2Cl \\ CH(CH^3)^2 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	(1) $CH^3 - C^6H^3 \left\langle \begin{matrix} CH^2.CH^2.CH^2Cl \\ CH(CH^3)^2 \end{matrix} \right.$ $\begin{matrix} (2) \\ (4) \end{matrix}$	1.2.4-méthylpropylisopropylbenzène

a. en condensant les magnésiens du bromobenzène et de ses homologues avec le *p*-toluènesulfonate de β-chloroéthyle;

b. en transformant en éthers chlorhydriques l'alcool phényléthylique et ses homologues préparés par réaction de la monochlorhydrine du glycol sur les magnésiens de *a*.

3° Le γ-chloropropylbenzène et ses homologues s'obtiennent comme au 2°, mais en y remplaçant les dérivés bromés par les dérivés chlorométhyléniques du 1°.

Les éthers monochlorés précédents donnent facilement des magnésiens, mais à la condition expresse d'amorcer la réaction par addition de quelques gouttes de brome sec et d'agiter mécaniquement dès qu'elle s'est déclarée.

Le tableau ci-contre résume les résultats obtenus jusqu'ici; les éthers chlorhydriques générateurs de magnésiens connus y sont marqués d'un astérique.

Les rendements varient, suivant les cas, de 30 à 80 pour 100. Bien peu sont inférieurs à 40 pour 100.

En résumé, la décomposition par l'eau des 25 combinaisons organomagnésiennes mixtes (dont 21 sont nouvelles) (1) que nous venons de décrire, constitue un mode de préparation de carbures benzéniques qui joint à la facilité d'exécution et aux rendements élevés de la méthode de Friedel et Crafts la sûreté de celle de Fittig et Tollens.

Si l'on remarque en outre que la condensation des sulfates diméthylique, diéthylique, diisopropylique et des *p*-toluène-sulfonates d'alcoyles avec un RMgX permet, comme on sait, d'en souder le radical R à un groupe méthyle, éthyle, isopropyle, alcoyle en général, on voit que la méthode que nous proposons, combinée avec les méthodes magnésiennes que nous venons de rappeler, permet d'édifier à peu près toute la série des carbures benzéniques.

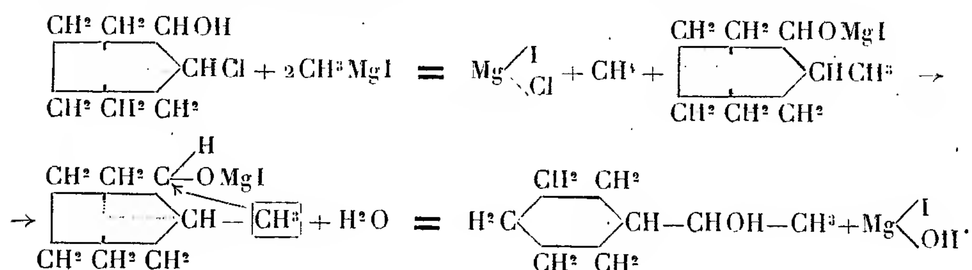
CHIMIE ORGANIQUE. — *Transposition moléculaire dans la série du cycloheptane*. Note de M. **Marcel Godchot** et Mlle **Cauquil**, présentée par M. Moureu.

Dans de précédentes Communications (2), l'un de nous, en collaboration avec M. Bedos, a montré que, par action des composés organomagnésiens

(1) Ce nombre est sans doute susceptible d'être notablement augmenté.

(2) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1184, et *Bull. Soc. chim. de France*, 4e série, 37, 1925, p. 1455.

sur les chlorhydrines du cyclohexène et du Δ_3-méthylcyclohexène, on pouvait obtenir très régulièrement des alcools cyclohexaniques secondaires ortho-substitués. En voulant vérifier si cette réaction s'appliquait de la même façon à la monochlorhydrine du cycloheptène, nous avons constaté que si, par exemple, l'iodure de méthylmagnésium réagissait bien sur elle, on obtenait par contre, non pas un orthométhylcycloheptanol, mais un de ses isomères appartenant à la série cyclohexanique, le méthylcyclohexylcarbinol. En effet, une transposition moléculaire assez curieuse rompt le cycle en C^7 et le ramène à un cycle en C^6 suivant le mécanisme



Cette Note a pour but d'établir les faits que nous venons d'annoncer.

Nous avons tout d'abord préparé la chlorhydrine du cycloheptène qui, à notre connaissance, était inconnue avant nous, en faisant réagir sur le cycloheptène la monochlorourée suivant le mode opératoire de M. Detœuf [1]. Ce corps se présente sous la forme d'un liquide cristallisant partiellement à -23° et bouillant à 98° sous 16^{mm} ($d_{19} = 1,1351$; $n^D_{19} = 1,4948$; Cl pour 100 : trouvé, 23,71; calculé pour $C^7H^{13}ClO$, 23,90).

Si l'on fait réagir en milieu éthéré une molécule de cette chlorhydrine sur deux molécules d'iodure de méthylmagnésium, si l'on distille ensuite l'éther et si l'on maintient à 100°, on constate que la masse fuse modérément sans pourtant se boursoufler. Après refroidissement et traitement habituel par l'eau acidulée, on isole par distillations répétées d'abord dans le vide et ensuite à la pression atmosphérique deux corps, l'un, en quantité relativement faible, passant vers 135°-136° et l'autre, prédominant de beaucoup, bouillant vers 188°-189°.

Ce dernier composé, bouillant très régulièrement à $189^\circ,5$ (corr.) lorsqu'il est régénéré de son phtalate, est un alcool secondaire ($d_{19} = 0,9278$; $n^D_{19} = 1,4661$; R. M. trouvée, 38,21; calculée pour $C^8H^{16}O$, 38,47). Il se trouve être identique au méthylcyclohexycarbinol, obtenu pour la pre-

(1) *Bulletin Soc. chim. France*, 4e série, 31, 1922, p. 102.

mière fois par Bouveault [1] en faisant réagir l'aldéhyde acétique sur le chlorure de cyclohexylmagnésium. En effet, nous avons préparé respectivement les phtalates acides des deux composés qui fondent tous les deux à 135° ainsi que leur mélange. De plus, oxydé par l'acide chromique en solution acétique, notre alcool s'est transformé en une cétone qui se trouve être l'hexahydroacétophénone, $C^6H^{11}.CO.CH^3$, caractérisée par nous très nettement par sa semicarbazone (P. F. 175°) et par son oxime (P. F. 64°). Il n'y a donc aucun doute, la transposition moléculaire annoncée s'est bien réalisée.

Quant au corps bouillant vers 135-136°, nous avons reconnu qu'il répondait à la formule d'un carbure C^8H^{14} ($d_{19} = 0,8286$; $n_D^{19} = 1,4577''$; R. M. trouvée : 36,20; calculée pour C^8H^{14} : 36,43). Son nitrosate fond vers 140°, son nitrosochlorure vers 130° et son nitrolpipéridide (N pour 100, trouvé : 12,37; calculé pour $C^{13}H^{24}ON^2$: 12,05) vers 108-109°. Oxydé par le permanganate de potassium en solution étendue, il nous a fourni l'acide adipique. Aussi estimons-nous que ce carbure n'est autre chose que l'éthylidène-cyclohexane, $C^6H^{10} = CH.CH^3$, déjà obtenu par Wallach [2] et par Auwers et Ellinger [3] par une autre voie; il est engendré dans notre réaction par suite d'une déshydratation partielle de l'alcool secondaire.

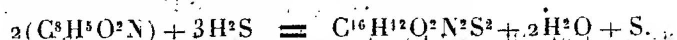
En résumé, nous avons pu réaliser par une méthode nouvelle le passage d'un cycle en C^7 à un cycle en C^6. Déjà d'autres chimistes avaient signalé une telle possibilité, entre autres MM. Favorsky et Bojovski [4], qui avaient pu, par action de la potasse alcoolique sur la cycloheptanone monochlorée, obtenir l'acide hexahydrobenzoïque. D'autre part, d'autres travaux, par exemple ceux de M. Tarbouriech [5] et ceux de Meerwein [6], ont pu établir qu'il était possible de passer d'un cycle en C^6 à un cycle en C^7. Il semble donc que, suivant les réactions en jeu, on puisse modifier ces cycles, les augmenter ou les diminuer. Nous conclurons que les chimistes doivent vérifier si, au cours d'une réaction, le cycle ne s'est pas modifié, sa rigidité n'étant pas toujours immuable.

---

(1) *Bulletin Soc. chim. France*, 3e série, 29, 1903, p. 1050.
(2) *Annalen der Chemie*, 360, 1908, p. 45.
(3) *Ibid.*, 387, 1912, p. 225.
(4) *Journal Soc. Phys. Chim. Rus.*, 50, 1920, p. 582.
(5) *Comptes rendus*, 156, 1913, p. 75.
(6) *Annalen der Chemie*, 396, 1913, p. 200.

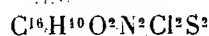
CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouveaux dérivés de l'isoindigotine.* Note de MM. **Wahl** et **Féricean**, présentée par M. Matignon.

La modification que nous avons apportée à la méthode de Laurent, qui consiste à traiter par H^2S l'isatine au sein de l'alcool méthylique froid, fournit, comme on l'a vu, la disulfisatyde pure avec un excellent rendement ([1]). L'analyse et le poids moléculaire de ce composé, ainsi que la proportion de soufre libéré, conduisent à l'équation



$$2(C^8H^5O^2N) + 3H^2S = C^{16}H^{12}O^2N^2S^2 + 2H^2O + S.$$

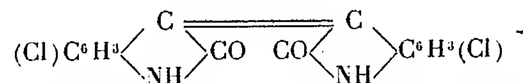
Les méthyle-5 et méthyle-7 isatines fournissent, de même, les diméthyldisulfisatydes qui avaient déjà été décrites par Faivret et l'un de nous ([2]). Nous avons traité de cette manière la chloro-5-isatine et la chloro-7-isatine, ce qui a donné, avec la même facilité, la *dichloro*-5.5'-*disulfisatyde* et la *dichloro*-7.7'-*disulfisatyde* encore inconnues. Ce sont des poudres cristallines presque blanches dont la composition correspond à la formule



$$C^{16}H^{10}O^2N^2Cl^2S^2$$

et dont les propriétés sont analogues à celles de la disulfisatyde.

Ainsi, lorsqu'on dissout ces dichloro-disulfisatydes dans la pyridine chaude, la solution se colore lentement en rouge; la réaction est plus rapide à l'ébullition et, au bout de peu de temps, il se dépose des cristaux rouge brun. Ceux-ci, essorés et lavés, peuvent être recristallisés dans la pyridine ou, par sublimation, dans le vide. Leurs caractères, ainsi que leur composition, indiquent qu'il s'agit des *dichloro*-5.5 et *dichloro*-7.7-*isoindigotines* dont la constitution



découle du mode de formation qui est analogue à celui de l'isoindigotine dans ces conditions. La réduction par le zinc, en milieu acétique, trans-

---

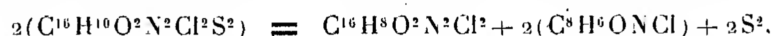
([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 826.

([2]) A. Wahl et Faivret, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 790.

forme ces produits en *leucodérivés* blancs et cristallisés qui se dissolvent dans les alcalis caustiques étendus ; cette solution incolore ne tarde pas à se recouvrir d'une pellicule de colorant, provenant de la réoxydation du leucodérivé. Les dichloroisoindigotines se dissolvent dans l'acide sulfurique concentré avec une coloration brun rouge et, en chauffant, il se produit une sulfonation.

En distillant dans le vide la solution pyridique d'où les dichloroisoindigotines se sont déposées et en épuisant par l'eau bouillante le résidu coloré, on arrive à retirer des liqueurs d'extraction une petite quantité d'un produit dont la coloration diminue au fur et à mesure que l'on répète sur lui le même traitement. Il s'agit des *chloro*-5 et *chloro*-7-*oxindols*, encore inconnus, qui ont pu être caractérisés en les condensant avec la benzaldéhyde en milieu alcoolique, en présence d'une goutte de pipéridine. On obtient ainsi le *benzylidène-chloro*-5-*oxindol* en cristaux jaunes (F. à 204°) et le *benzylidène chloro*-7- *oxindol* en aiguilles jaunes (F. à 185°).

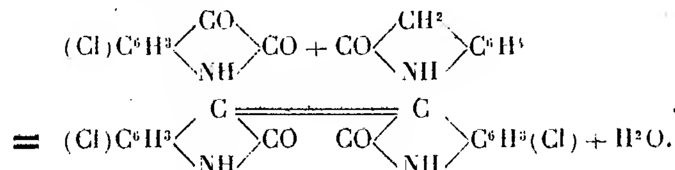
Il en résulte que la pyridine provoque le dédoublement des dichlorodisulfisatydes en dichloro-isoindigotines et en chloro-oxindols suivant :



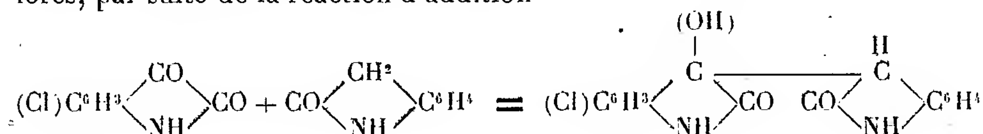
$$2(C^{16}H^{10}O^2N^2Cl^2S^2) = C^{16}H^8O^2N^2Cl^2 + 2(C^8H^6ONCl) + 2S^2,$$

ce qui montre la complète analogie entre la disulfisatyde et ses dérivés méthyl et chlorosubstitués.

Nous avons d'autre part préparé les *monochloro*-5 *et monochloro*-7-*isoindigotines*, en condensant les isatines chlorées correspondantes avec l'oxindol d'après la réaction



En réalisant cette condensation sous l'influence de la pipéridine, il se forme, comme dans les cas analogues, les *chloroisatanes*, composés incolores, par suite de la réaction d'addition



qu'une ébullition avec l'acide acétique chlorhydrique déshydrate en donnant la chloroisoindigotine correspondante ([1]).

Les chloro et dichloroisoindigotines fournissent des acides sulfoniques qui seront décrits dans un autre Recueil.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la tautomérie des dicétones α. Les deux formes du méthylbenzylglyoxal; leur transformation réciproque.* Note de M. **Henri Moureu**, présentée par M. C. Matignon.

Les phénomènes de tautomérie, longtemps méconnus chez les dicétones α, ont été mis en évidence pour le phénylbenzylglyoxal et certains de ses dérivés nucléaires ([2]). Le méthylbenzylglyoxal



$$C^6H^5 - CH^2 - CO - CO - CH^3,$$

dans la formule duquel l'un des radicaux situés à côté du groupement dicétonique est purement aliphatique, présente également le phénomène d'isomérie céto-énolique. J'ai pu isoler ce composé sous deux formes tautomériques pures, l'une solide, l'autre liquide à la température ordinaire.

La forme liquide (*isomère* A). — On la prépare en suivant, à quelques variantes près, la technique précédemment décrite ([3]). Le produit résultant de l'hydrolyse du composé pipéridiné intermédiaire est distillé dans le vide. Entre 104° et 108° sous 10mm on recueille une huile jaune qui distille, après rectification, à 104° sous 10mm. Par un faible refroidissement, l'huile cristallise entièrement. Les cristaux sont *jaune citron;* ils fondent à 17°-18° après cristallisation à basse température dans l'alcool méthylique. Cette purification ne modifie pas la teinte des cristaux. *L'huile jaune n'est donc pas un mélange allélotrope, mais un individu chimique bien défini.*

La forme solide (*isomère* B). — Abandonnée à elle-même, en tube scellé, l'huile jaune ($E_{10} = 104°$-$108°$, qui est constituée par de l'isomère A presque pur) subit une transformation spontanée dont la durée peut varier de

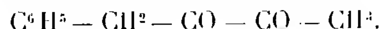
---

([1]) Ces réactions sont analogues à celles observées dans le cas de l'oxindol et de l'isatine (A. Wahl et W. Hansen, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 214, 398).

([2]) Ch. Dufraisse et H. Moureu, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 1607. Voir aussi O. Widman, *Ber.*, 49, 1916, p. 484; S. Bodforss, *Ber.*, 49, 1916, p. 2811; H. Jörlander, *Ber.*, 50, 1917, p. 406 et 1457; Th. Malkin et R. Robinson, *Chem. Soc.*, 127, 1925, p. 369.

([3]) Ch. Dufraisse et H. Moureu, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 1377.

quelques heures à quelques jours. Cette isomérisation conduit à un composé (B) qui, après cristallisation dans l'alcool éthylique, se présente en cristaux *incolores*, fondant à 69-70° et distillant sans transformation à 134° sous 10^mm (1). Les isomères A et B possèdent la composition centésimale et le poids moléculaire du méthylbenzylglyoxal :



$$C^6H^5 - CH^2 - CO - CO - CH^3.$$

Par action de la phénylhydrazine ils conduisent à la *même osazone* (F=174°-175°).

Transformation réciproque des isomères A *et* B. — Les isomères A et B paraissent stables à l'état pur. L'évolution spontanée de l'huile (E_{10}=104°-108°) vers la forme B laissait donc supposer la présence, dans cette huile, d'une impureté favorisant la formation de l'isomère B aux dépens de l'isomère A. Par la suite, j'ai reconnu, en effet, que l'*isomère* A *était intégralement transformé, à froid, en isomère* B, *sous l'influence des catalyseurs alcalins.* A la température ordinaire et pour une égale concentration, la vitesse de la transformation varie beaucoup, ainsi qu'il ressort du tableau ci-dessous, avec la nature du catalyseur employé :

Catalyseur.	Concentration.	Durée approximative de la transformation.
Benzylamine	1/200	3 jours
Diéthylaniline	»	7 heures
Pyridine	»	45 minutes
Diéthylamine	1/250	quelques secondes
Pipéridine	1/250	»
Potasse	1/1000	12 minutes

La transformation de l'isomère A en isomère B est accompagnée d'un important dégagement de chaleur; quand elle a lieu rapidement (sous l'influence de la diéthylamine par exemple), on observe une très sensible élévation de la température.

Inversement, quand on le chauffe en présence des mêmes catalyseurs alcalins, l'isomère B se transforme en isomère A. Cette évolution se manifeste par un abaissement (environ 15°) du point d'ébullition et l'apparition de la coloration jaune caractéristique de l'isomère A, qui distille. Mais si le catalyseur employé est entraînable à la distillation (amines), il reproduit en sens inverse, pendant le refroidissement du produit condensé, la trans-

(1) Il est identique au composé obtenu précédemment; voir Ch. Dufraisse et H. Moureu, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 1621.

formation isomérique constatée lors de l'échauffement, de sorte que le produit recueilli finalement est l'isomère B initial. Tout se passe donc, en apparence, *comme si la présence d'une trace infime d'une amine abaissait de 15° le point d'ébullition de l'isomère* B. Pourtant la transformation de B en A, pendant la distillation, est bien réelle; mais, pour la mettre en évidence, on ne doit utiliser, comme catalyseur, qu'un alcali fixe, de façon à éviter la rétrogradation de A vers B : effectivement, j'ai constaté que la distillation de B, en présence d'une trace de carbonate de sodium, conduisait à l'isomère A.

Les réactions qui précèdent permettent donc d'effectuer *à volonté* le passage d'un isomère à l'autre.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation de quelques polyalcools par l'acide periodique. Applications.* Note de M. **L. Malaprade**, présentée par M. C. Matignon.

I. Le glycol, la glycérine, l'érythrite, l'adonite et la mannite réduisent *à froid* l'acide *periodique* à l'état d'acide iodique. La réaction n'est pas instantanée, mais elle est achevée au bout de 12 heures au maximum.

Pour déterminer les coefficients de réaction, il nous suffit de connaître :

a. Le titre de l'acide periodique employé;

b. Le titre de l'acide iodique formé dans la réaction par une quantité connue de réducteur.

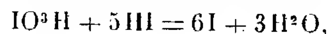
a. On traite par l'acide iodhydrique (KI en milieu acide) un volume déterminé d'une solution d'acide periodique; on titre à l'hyposulfite l'iode libéré suivant l'équation



$$IO^4H + 7HI = 8I + 4H^2O.$$

b. Dans un autre essai, on ajoute au même volume d'acide periodique une quantité connue de polyalcool, insuffisante pour réduire tout l'acide periodique, et quelques centimètres cubes d'une solution d'acide sulfurique à 10 pour 100.

Après réaction complète on ajoute l'iodure et titre l'iode libéré à l'hyposulfite. On titre alors à la fois l'acide iodique formé suivant l'équation



$$IO^3H + 5HI = 6I + 3H^2O,$$

et l'excès d'acide periodique.

On déduit la quantité d'acide periodique réduit de la diminution de l'iode libéré.

Nous avons trouvé ainsi que :

Une molécule de glycol réduit	1 IO^4H
» de glycérine réduit	2 IO^4H
» d'érythrite réduit................	3 IO^4H
» d'adonite réduit..................	4 IO^4H
» de mannite réduit........... ...	5 IO^4H

La réduction de l'acide periodique se fait avec libération d'un atome d'oxygène, qui est pris par le réducteur.

La connaissance de ces coefficients de réaction permet le dosage des polyalcools en solution aqueuse, suivant un mode opératoire en tous points identique à celui que nous venons de décrire. Cette méthode est particulièrement avantageuse pour de faibles quantités de polyalcools : en effet 1^{cm^3} d'hyposulfite $\frac{N}{5}$ correspond à $6^{mg},2$ de glycol, et à $3^{mg},6$ de mannite par exemple.

II. On peut aussi appliquer cette réaction au dosage d'un mélange d'anions iodique et periodique.

Il suffit de faire agir l'iodure de potassium en milieu acide sur une prise d'essai, et de titrer à l'hyposulfite l'iode libéré (8I pour 1 IO^4H et 6I pour 1 IO^3H).

A une seconde prise d'essai identique à la précédente, et acidifiée par l'acide sulfurique, on ajoute par exemple de la mannite en quantité suffisante, puis, au bout d'une demi-heure environ, temps nécessaire pour que tout l'acide periodique soit réduit, on ajoutera l'iodure et titrera l'iode libéré à l'hyposulfite, l'acide periodique réduit ne libère alors que six atomes d'iode au lieu de huit. Ces deux titrages donnent deux équations où les deux inconnues sont les teneurs des deux constituants.

Nous avons pu caractériser le formol dans les produits d'oxydation des polyalcools. Nous avons également isolé l'acide iodique provenant de la réduction de l'acide periodique.

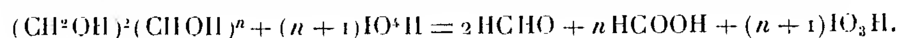
En faisant réagir sur de l'acide periodique *pur* en solution aqueuse des quantités croissantes de polyalcools, *au moins* suffisantes pour réduire tout l'acide periodique, puis en titrant alcalimétriquement en présence de phénolphtaléine le mélange après réaction, nous avons pu calculer la proportion d'acides formés : il suffit de déduire de la quantité de potasse employée, celle qui correspond à la neutralisation de l'acide iodique.

Le glycol est oxydé sans production d'acides, les autres polyalcools donnent des acides; la proportion d'acides diminue quand l'excès de polyalcool par rapport à l'acide periodique croît.

Quand l'excès est nul, c'est-à-dire à la limite du cas où la quantité d'acide periodique réduit est proportionnelle à la quantité de réducteur employée, les nombres de fonctions — COOH formées, sont les suivants :

Une molécule de glycol donne....................	0 — COOH
» de glycérine donne..................	1 — COOH
» d'érythrite donne....................	2 — COOH
» de mannite donne....................	4 — COOH

Tout se passe dans ce cas comme si une molécule d'un polyalcool de formule générale $(CH^2OH)^2(CHOH)^n$ était oxydée suivant l'équation



$$(CH^2OH)^2(CHOH)^n + (n+1)IO^4H = 2HCHO + nHCOOH + (n+1)IO_3H.$$

GÉOLOGIE. — *Présence de faciès schisteux dans le Dévonien de la région de Chalonnes (Maine-et-Loire).* Note (¹) de M. **Joseph Péneau**, présentée par M. Ch. Barrois.

Dans cette section du pli d'Ancenis, la composition généralement admise aujourd'hui pour le Dévonien, est la suivante :

Dévonien supérieur........	Schistes et grès à débris végétaux.
Givétien..................	*b*. Calcaire des exploitations échelonnées entre Chaudefonds et Montjean.
	a. Calcaire de Vallet près Chaudefonds.
Eifélien..................	Calcaire de La Grange étudié par Ferronnière en 1920.

La découverte de fossiles marins dans les schistes et grès à végétaux attribués ci-dessus au Dévonien supérieur et dans d'autres schistes attribués, les uns au Gothlandien, les autres au Culm inférieur, obligent à classer ces niveaux schisteux dans le Dévonien moyen.

La faune est très pauvre en espèces, son cachet est donné par des Tentaculites dont les individus abondent en deux niveaux.

Au-dessus des schistes qui limitent au Sud le synclinal, schistes attribués au Gothlandien et qui reposent en discordance sur le massif métamorphique des Mauges; on reconnaît les niveaux suivants, du *Sud* au *Nord*.

(¹) Séance du 30 janvier 1928.

1. *Schistes noirâtres ou gris, tendres, intercalés de bancs gréseux disloqués et de nodules quartziteux.* — Dans ces nodules j'ai trouvé : *Tentaculites cancellatus* Richter; *Cardiola* n. sp., ces deux fossiles abondants; en plus, des Orthocères, Gastropodes, Polypiers.

2. *Schistes noirs fins, se brisant en menus fragments*, ne m'ayant donné que des fossiles insuffisants.

3. *Calcaire givétien.* — En lentilles; c'est le niveau *b* ci-dessus. Au Sud il est en contact, ordinairement avec les schistes noirs 2, mais quelquefois avec les schistes à nodules 1, le contact ayant lieu dans ce cas par surface de friction. Les deux niveaux schisteux sont actuellement confondus avec le Gothlandien, or *Tentaculites cancellatus* est une forme mésodévonienne et les autres fossiles ont aussi un cachet dévonien. De plus, ces schistes ont dû se déposer en transgression sur le Gothlandien, car ils contiennent des galets de phtanite remaniés.

4. *Schistes et grès à débris végétaux*, en contact par pli-faille avec le nord des lentilles calcaires; au voisinage du calcaire les débris végétaux sont abondants, mais en s'en écartant d'une dizaine de mètres vers le Nord, ils diminuent et la roche est devenue une sorte d'arkose schisteuse, brune contenant : *Stropheodonta comitans* Barr., *Ambocœlia umbonata* Conrad, *Cypridina subfusiformis* Sandb., *Lingula* sp.? Encrines.

Enfin au nord de ces schistes viennent encore :

5. *Schistes grossiers, arénacés, gris noirâtre ou verdâtre* contenant *Ceratocephala* sp., *Stropheodonta comitans* Barr., *Str. interstrialis* Phill., *Tentaculites* n. sp., *Conocardium* cf. *eifeliense* Beush., fragment indéterminable de Goniatite; Ostracodes de plusieurs genres et espèces dont aucun ne rappelle ceux qui sont si caractéristiques du Dévonien supérieur du pli d'Angers.

La faunule de 4 et 5, encore que fort rudimentaire, indique le Dévonien moyen et non comme on l'admettait : le Dévonien supérieur pour 4 et le Culm pour 5.

En résumé, le Dévonien moyen des environs de Chalonnes comprend :

A. Des formations coralliennes (Calc. à Polypiers et grands Brachiopodes, de Chaudefonds, Chalonnes, Montjean.

B. Des formations détritiques à Tentaculites et Goniatites, les unes schisteuses, étudiées dans cette Note; les autres calcaires (Calc. de La Grange).

Le Dévonien supérieur ne semble pas représenté en cette localité.

GÉOLOGIE. — *Des résultats géologiques acquis par le sondage de Ferrières-en-Bray.* Note (¹) de M. **Pierre Pruvost**, présentée par M. Ch. Barrois.

La coupe du grand sondage de Ferrières-en-Bray (²), en étendant notre connaissance du sous-sol de Paris jusqu'à une profondeur voisine de 2^{km} (³) a révélé, sur la structure du Bassin parisien dans sa partie centrale divers points nouveaux qui méritent de retenir l'attention des géologues.

I. *La série sédimentaire marine du Jurassique* y apparaît à peu près complète et continue; débutant par les couches marno-calcaires de l'Hettangien (⁴), elle se poursuit régulièrement jusqu'au Portlandien supérieur. On n'y distingue que deux interruptions : la première correspondrait au Sinémurien, dont la faune si caractéristique n'a pas été reconnue à Ferrières, où les dépôts lotharingiens transgressifs semblent succéder directement à l'Hettangien; la seconde lacune, très nette, est marquée par le contact des psammites du Bajocien inférieur sur les marnes de l'Aalénien inférieur. Ainsi, *au centre même du bassin s'observent les traces des deux mouvements transgressifs* les plus généralement constatés sur son pourtour.

II. *Les facies* (vaseux, néritiques, coralliens) *des dépôts jurassiques* ne diffèrent d'ailleurs pas de ceux qui sont visibles sur la bordure et si quelques étages, tels que le Bathonien, ont, à Ferrières, la structure classique qu'on leur connaît en Angleterre, il est aisé d'y reconnaître aussi certains éléments observés aux affleurements de Normandie, de Lorraine et de Vendée. Ainsi *les conditions bathymétriques dans les parties centrales du Bassin de Paris*, à l'époque jurassique, *n'étaient pas très différentes de celles qui régnaient sur ses bords.*

III. *La puissance de la série jurassique* (si l'on ajoute à la coupe de Ferrières les étages supérieurs qui lui manquent et sont connus en surface)

(¹) Séance du 30 janvier 1928.

(²) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 242.

(³) Elle ajoute en effet 1100^m de terrains nouvellement reconnus aux 600^m env. explorés jusqu'au Gault par les puits artésiens de Paris, et aux 225^m env. affleurant sous le Gault dans le Bray.

(⁴) Étage (prof. 1007 à 1128^m) en réalité assez pauvrement caractérisé par une faune mal conservée (*Lima cf. amæna* Terq.) ou cf. *valoniensis* Defr.; *Ostrea cf. Hisingeri* Nills.; *Modiola cf. liasina* Terq.) qui me paraît bien cependant avoir ses affinités avec la faune hettangienne, comme c'est aussi l'avis de M. G. Dubar à qui je l'ai soumise.

atteint 1250ᵐ. Loin d'être comparables à celles révélées par les sondages les plus voisins au Nord ou au Sud, les épaisseurs des assises dans le Bray dépassent de plus d'un tiers celles déjà énormes constatées à Saint-Martin-du-Vivier, près Rouen, et sont supérieures à toutes celles connues dans le Bassin de Paris ([1]).

Et si l'on dresse maintenant la coupe du Pays-de-Bray, d'après les résultats de ces sondages, cette région paraît être, comme le Weald, le Boulonnais et même le Yorkshire septentrional, un *dôme anticlinal de terrains crétacés superposé à une dépression remplie de terrains jurassiques*. Sa structure constitue surtout une illustration frappante de la loi énoncée en 1919 par G. W. Lamplugh, reprise en 1926 par J. W. Evans, d'après une observation déjà ancienne de W. Topley ([2]) et qui semble bien expliquer la localisation de certains plis de nos bassins de craie : *Les affleurements anticlinaux actuels des sédiments secondaires inférieurs à la craie* « *correspondent aux régions où leur puissance est la plus grande et coïncident approximativement avec d'anciennes dépressions de la cuvette sédimentaire* ([3]) ».

Loi susceptible d'applications dans la pratique des sondages profonds quand elle explique, comme à Ferrières, pourquoi un sondage placé en pays anticlinal n'atteint le socle ancien qu'à une côte très inférieure, par suite de la puissance accrue des assises profondes.

IV. Enfin *la présence des micaschistes à Ferrières*, constituant, à la profondeur de 1150ᵐ, sous un mince revêtement permotriasique, le fond du bassin mésozoïque parisien dans le Bray, nous apporte un enseignement capital sur l'allure souterraine des formations paléozoïques qui, de part et d'autre du Bray, montrent, aux affleurements de Normandie et du massif rhénan, leurs plissements répétés en bandes alternativement anticlinales et synclinales, précambriennes dans le premier cas et carbonifères dans le

---

([1]) A ce point de vue, le sondage de Ferrières donne des résultats semblables à ceux du célèbre Sub-Wealden boring, exécuté en Angleterre dans le but scientifique d'explorer la profondeur du dôme wealdien.

([2]) G. W. Lamplugh, *Proceed. Geol. Soc. London*, 75, 1919, p. xcv. — J. W. Evans, *Ibid.*, 82, 1926, p. lxxvi. — W. Topley, *Q. Journ. Geol. Soc. Lond.*, 30, 1874, p. 186-195.

([3]) C'est la même idée, présentée sous une forme moins concrète et plus générale, qu'ont suggérée A. Bigot (*Bull. Soc. géolog. France*, 4ᵉ série, 4, 1907, p. 952-953), et P. Lemoine (*Bull. Soc. philom. Paris*, 10ᵉ série, 8, 1916, p. 38-39), en posant ce principe qu'un pli anticlinal se superposerait à un pli synclinal plus ancien et *vice versa*.

second. Trouver des micaschistes cristallins ([1]) sous le Jurassique de Ferrières, c'est constater que sous l'axe du Bray passe un pli paléozoïque à structure anticlinale. Force est donc de s'éloigner un peu de cette zone anticlinale, soit au NE, soit au SW, si l'on veut rechercher les prolongements des plis synclinaux qui, des Ardennes à la Sarre, renferment les formations houillères. Mais, en raison de la superposition, dans les directions indiquées, au Jurassique reconnu à Ferrières, de 200^m de terrain crétacé, ceci rejette aux profondeurs voisines de 1300^m la perspective d'une telle rencontre.

GÉOLOGIE. — *Sur les éléments inférieurs du complexe tectonique cévenol, nappe des Trois-Dents et nappe de Pouyardière dans le panneau du Pyfara et dans le synclinal de Saint-Marcel.* Note de M. **A. Demay**, présentée par M. Pierre Termier.

J'ai indiqué précédemment ([2]) que les gneiss granulitiques du panneau du Pyfara et du synclinal de Saint-Marcel portent la trace de mouvements antérieurs à la granulitisation et comprennent trois séries lithologiques superposées. L'*importance des écrasements* dans cet ensemble habituellement horizontal ou largement ondulé, l'*allure lenticulaire* du terme inférieur, la *répétition du faciès typique des gneiss œillés* dans deux horizons que séparent des gneiss riches en mica noir et du granite, enfin la *position des gneiss à mica noir et du granite de Pouyardière*, qui, identiques aux gneiss et granite autochtones, en sont pourtant séparés par les gneiss œillés inférieurs, *impliquent nécessairement des mouvements tangentiels*. L'analyse stratigraphique et l'étude des zones d'écrasement permettent de distinguer *quatre nappes qui correspondent par leurs faciès à celles du massif du Pilat.*

La nappe des Trois-Dents comprend les gneiss œillés inférieurs et semble se compléter à l'est de Burdigne par une mince lentille de granite. Elle forme dans le panneau du Pyfara un *grand lambeau de recouvrement long d'une quinzaine de kilomètres, large d'une dizaine*, qui est uni à la bande synclinale de Saint-Marcel par le pont tectonique étroit de Saint Bonnet.

([1]) La découverte de ces micaschistes cristallins, d'aspect métamorphique, permet de supposer la présence, dans leur voisinage, de massifs granitiques, dont la dénudation aurait contribué à la formation des mystérieux grès feldspathiques du terrain houiller.

([2]) A. Demay, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 246.

Réduite à une faible épaisseur sur une partie de la bordure nord-ouest et même disparue complètement par laminage au col du Tracol, elle atteint au contraire sur d'autres points 2 à 300^{m} de puissance. Dans la partie centrale du panneau, elle est masquée par les nappes supérieures. Pourtant au nord de Saint-Bonnet-le-Froid, des gneiss œillés, qui par leur faciès et par leur position appartiennent à la nappe des Trois-Dents, apparaissent sous la nappe de Pouyardière dans la *fenêtre* de Malatray. Non loin de là, la cuvette du Monteil semble bien être une autre *fenêtre* qui laisse apparaître sous la nappe des Trois-Dents le granite et le gneiss granitoïde autochtone. La nappe des Trois-Dents affleure sur les deux bords du synclinal de Saint-Marcel et se trouve masquée dans la partie axiale par les nappes supérieures. Près de Saint-Julien-Molin-Molette, elle se termine en biseau, d'abord sur le bord occidental, puis sur le bord oriental, reparaît dans la lentille de Saint-Jacques-d'Atticieux et n'a laissé aucune trace plus au Nord jusqu'au Rhône.

Bien que le développement de la granulite gêne l'observation, *le charriage de la nappe des Trois-Dents* est accusé d'une manière générale par le laminage des gneiss œillés et par les traces d'écrasement qui apparaissent presque toujours à petite distance dans le substratum. Sur un certain nombre de points, les phénomènes dynamiques sont bien plus nets encore. On doit citer en particulier l'écrasement de la nappe et du substratum entre le col du Tracol et Riotord, l'écrasement de Changala et la discordance tectonique des gneiss œillés et des gneiss autochtones à l'ouest du Monestier-en-Vocance, sur les bords ouest, sud et est du lambeau du Pyfara. Pour le synclinal de Saint-Marcel, l'écrasement des gneiss œillés inférieurs près du hameau des Blaches, les zones mylonitiques qui apparaissent au sommet du substratum près de Saint-Julien-Vocance et à l'ouest d'Annonay et surtout l'observation précise du contact de base et de l'écrasement des deux termes près de Villevocance constituent dans le même sens des arguments caractéristiques. Au-dessous de la surface de charriage de la nappe des Trois-Dents des zones mylonitiques accusent dans le substratum autochtone l'existence de *surfaces de décollement parallèles* et sans doute discontinues.

La nappe de Pouyardière comprend les amphibolites, les gneiss à mica noir et le granite de la série de Pouyardière et atteint souvent plusieurs centaines de mètres de puissance. Elle forme dans le panneau du Pyfara un grand *lambeau de recouvrement qui flotte sur les gneiss œillés inférieurs*. On doit lui attribuer la *puissante lentille mylonitique* du Tracol, où le faciès

habituel est reconnaissable çà et là malgré l'intensité de l'écrasement, et la large zone d'affleurements de gneiss à mica noir du coin sud-ouest de la feuille de Saint-Étienne. Dans le synclinal de Saint-Marcel la nappe de Pouyardière forme une bande continue partiellement masquée dans la zone axiale par les lambeaux des nappes supérieures. Près de Saint-Julien-Molin-Molette *la serpentine d'Éteize* qui, d'après MM. Friedel et Grandjean, appartiendrait à une nappe spéciale charriée sur les micaschistes et réduite à deux petits lambeaux (¹), ne peut, me semble-t-il, être séparée d'une série lithologique qui comprend des gneiss à mica noir fissiles et compacts, du granite, des roches amphiboliques gneissiques et massives, et même des micaschistes. Cette série repose sur les gneiss œillés inférieurs. Elle se relie par les deux bords du synclinal à des gneiss à mica noir mylonitiques, dont la position stratigraphique entre les deux séries de gneiss œillé est évidente et qui s'enfoncent sous le lambeau de micaschistes du Ternay. *Elle appartient donc, ainsi que la serpentine, à la nappe de Pouyardière* et passe elle-même sous ce lambeau dans la partie axiale par suite d'une ondulation de l'axe. Au nord de Saint-Julien, après la disparition des gneiss œillés inférieurs, la nappe est charriée directement sur le granite. Les gneiss chloriteux, attribués par MM. Friedel et Grandjean à la nappe des micaschistes, et les mylonites du noyau synclinal sont, pour moi, des gneiss de Pouyardière mylonitiques. Les gneiss compacts à mica noir encore reconnaissables ne font d'ailleurs pas défaut, par exemple au sud d'Éteize, ou entre Saint-Jacques et Brossainc.

Le charriage de la nappe de Pouyardière est accusé nettement à la bordure ouest du panneau du Pyfara par les *puissants écrasements de la région du Tracol* et reste dans les autres parties du pourtour un peu douteux. Il est démontré au contraire par de nombreuses observations sur les deux bords du synclinal de Saint-Marcel. On doit citer en particulier *l'écrasement remarquable des gneiss de la nappe de Pouyardière et des gneiss œillés inférieurs au col de Concise*, en un point où par exception le contact direct est visible, et les puissantes masses mylonitiques qui apparaissent à la base de la nappe, au nord de la route de Bourg-Argental à Annonay et sur les bords du réservoir du Ternay, enfin tout le long du synclinal entre Saint-Julien-Molin-Molette et Malleval.

(¹) FRIEDEL et GRANDJEAN, *Bull. Serv. Cart. Géol.*, **20**, 1909-1910, p. 102.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la persistance du genre* Lingullela *Salter dans le Dévonien du Tonkin.* Note de M. **Étienne Patte**, présentée par M. H. Douvillé.

Les espèces des genres *Lingula* et *Lingulella* ont une telle similitude de forme extérieure qu'elles ont été primitivement toutes rapportées au premier de ces genres. En 1866, Salter a indiqué la nécessité de créer le genre *Lingulella;* cette distinction est basée sur des caractères d'organisation interne qui permettent de placer nettement les *Lingulella* dans la famille des *Obolidæ* au voisinage de *Obolus*, non dans celle des *Lingulidæ*. Il était, jusqu'à présent, admis que les *Lingula* n'étaient apparus qu'à l'Ordovicien, tandis que dans les mers cambriennes et ordoviciennes, les Brachiopodes linguloïdes étaient représentés par les *Lingulella*, formes parallèles, voisines morphologiquement mais non systématiquement, exemples de convergence par adaptation rayonnante.

En étudiant des fossiles recueillis par M. le commandant Dussault dans les grès de Souei Nang (région de Van Yen, Tonkin), j'ai constaté la coexistence des genres *Spirifer* et *Lingulella*. Extérieurement, ces Brachiopodes linguloïdes pourraient être comparés à certaines formes cambriennes et ordoviciennes considérées comme des *Lingula* (*L. crumena* Philipps); mais deux empreintes internes de valves ventrales permettent de constater qu'il s'agit de vrais *Lingulella* caractérisés par l'existence d'une fausse aréa striée et d'une échancrure pour le passage du pédoncule (les stries d'accroissement de la pseudo-aréa contournent cette échancrure en dessinant une boucle en U extrêmement accusée). Ce dispositif de l'échancrure pédonculaire est absolument comparable à celui qui s'observe chez certains *Lingulella* comme d'ailleurs chez d'autres *Obolidæ*, il est même bien plus net que chez les espèces de comparaison, *Lingulella atava* Matthew, *L. acutangula* Roemer, *L. Davisii* McCoy. Les empreintes musculaires et vasculaires ne sont pas nettes, toutefois on constate l'existence de fortes impressions qui sont attribuables aux muscles latéraux et qui sont disposées comme chez les *Obolidæ*. D'autre part, les impressions correspondant aux sinus palléaux sont visibles partiellement dans la portion antérieure, leur disposition rayonnante n'est pas conforme à celle des *Lingula*.

La présence du genre *Spirifer* indique au moins un niveau supérieur à l'Ordovicien, de plus l'espèce accompagnant les Lingulelles est comparable,

sinon identique, à *S. ziczac* Rœmer (= *S. Bourreti* Mansuy); cette forme est, au Tonkin, caractéristique du Dévonien; elle est associée tantôt à une faune très typique de Lamellibranches comparables à ceux de Hamilton et de Chemung (Dévoniens moyen et supérieur), tantôt à des Brachiopodes rapprochés de types néodévoniens. Les grès de Souei Nang doivent donc être tenus pour dévoniens. Il est évident qu'il convient d'accorder, pour la détermination de l'âge de ces grès, un poids infiniment plus grand aux *Spirifer* qu'aux *Lingulella*; en effet, la détermination des Brachiopodes linguloïdes est très malaisée quand les échantillons ne sont pas bien conservés et, par suite, des *Lingulella* ont pu très bien être décrits sous le nom de *Lingula*: au contraire, les *Spirifer* sont toujours faciles à reconnaître et l'absence de ce genre dans les terrains inférieurs au Gothlandien doit être considérée comme acquise : le Spirifère date la Lingulelle. Contrairement à ce que l'on croyait, le genre *Lingulella* n'est donc pas caractéristique des terrains cambriens et ordoviciens.

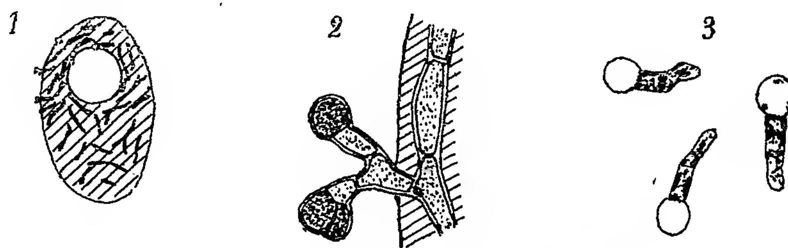
CRYPTOGAMIE. — *Sur un* Acrochœtium *endozoïque et le développement de ses spores*. Note de M. **E. Chemin**, présentée par M. L. Mangin.

En août 1927, à Roscoff, M. Ch. Perez m'a signalé des *Obelia geniculata*, fixés sur des frondes de Laminaires, dont les stolons et les hydrocaules étaient colorés en rouge. Cette coloration était due en partie à de petites Algues épiphytes qui, pour la plupart, n'étaient que de jeunes germinations de diverses espèces de Floridées. La teinte était due surtout à la présence de nombreux filaments rouges tortueux, enchevêtrés sur lesquels se dressaient des cellules rondes, plus fortement colorées, et toujours indivises, représentant manifestement des monosporanges. Des coupes transversales, faites sur le frais et sur des fragments fixés et inclus dans la paraffine, ont montré que les filaments sont contenus dans les parois du périsarc de l'Hydraire à l'exception des monosporanges qui, seuls, sont externes (*fig.* 1). Ils appartiennent donc à une Floridée endozoïque. Elle est sans relation avec les autres Algues superficielles qui ne sont qu'épiphytes.

Toute l'épaisseur du périsarc est envahie par ces filaments. Ils sont un peu plus denses au voisinage de la cavité où quelques-uns même pénètrent légèrement. Ils sont droits, flexueux, arqués ou coudés. Ils sont formés d'articles successifs, ramifiés et dirigés en tous sens. Les articles ont un diamètre moyen de 3 à 5μ; leur longueur, fort variable, peut atteindre

5 à 6 fois le diamètre et parfois davantage; les cellules terminales des filaments internes sont généralement plus courtes et leur diamètre est plus grand. Chaque article est fréquemment renflé vers le milieu. Les rameaux prennent naissance par bourgeonnement sur la partie élargie se dirigeant presque à angle droit, ce qui donne au mode de ramification un aspect assez particulier.

Quelques filaments se dirigent vers la surface; ils soulèvent légèrement la cuticule, la percent, et se ramifient à l'extérieur. Leurs cellules sont plus



Acrochætium infestans Howe et Hoyt dans les parois d'*Obelia geniculata* L. — 1. Coupe transversale d'un hydrocaule envahi par l'Algue. × 100; 2. Filaments internes et dressés avec monosporanges, × 700; 3. Germinations des spores âgées de 5 jours.

courtes mais le mode de ramification est le même. Chaque rameau se termine par un ou deux monosporanges de 8 × 10µ en moyenne (*fig.* 2).

Je n'ai pas observé la sortie des spores. Mais, en déposant des fragments d'hydrocaules sur des lames dans une cuvette d'eau de mer, j'ai vu, après 24 heures, des spores adhérant au verre comparables par la taille et la couleur au contenu des monosporanges. Elles se sont développées, et au bout de cinq jours la croissance était suffisante pour juger du mode de développement (*fig.* 3). La spore, sans se diviser, donne un prolongement unique dans lequel tout le protoplasme se répand; elle apparaît alors vide de tout contenu à un bout du filament. C'est une germination suivant le type filamenteux (*Keimschlauchtypus* de Kylin).

On connaît de petites Floridées endozoïques vivant dans les parois des Hydraires, des Bryozoaires et parfois des Spongiaires. Elles appartiennent aux genres : 1° *Rhodochorton*, tel *Rhodochorton membranaceum* qui se trouve dans *Sertularia*, *Hydrallmania*, etc; 2° *Acrochætium* parmi lesquels *A. endozoicum* dans *Alcyonidium*, *Flustra A. infestans*, et *A. spongicola* [1].

L'espèce que je viens de décrire n'est pas un *Rhodochorton* car ce genre

[1] Voir G. Hamel, *Recherches sur les genres* Acrochætium *Næg et* Rodochorton *Næg* (*Thèse*, Paris, 1927, p. 94.).

est caractérisé par des tétrasporanges cruciés; d'ailleurs les parois cellulaires ne présentent pas les plissements particuliers du *Rh. membranaceum*, espèce particulière aux Hydraires.

Elle ne peut appartenir qu'au genre *Acrochœtium* où l'on ne trouve généralement que des monosporanges. Elle diffère d'*A. endozoicum*, seule espèce actuellement connue en France, non seulement par son habitat, mais encore par une plus petite taille de ses éléments, et surtout par son mode de ramification qui ne se fait pas par dichotomie ou subdichotomie. Elle se rapproche d'*A. infestans*, espèce décrite par Howe et Hoyt ([1]) d'après des spécimens recueillis sur la côte atlantique des États-Unis vivants dans les stolons, hydrocaules et hydranthes de petits hydroïdes campanulaires communs. Les filaments sont de même forme et de même taille, ils se ramifient de la même façon, les monosporanges paraissent identiques et l'habitat semble être le même.

Toutefois Howe et Hoyt signalent la présence d'un long poil à l'extrémité de rameaux superficiels non pourvus de sporanges; je n'ai pas remarqué de semblables poils. Bien que présence ou absence de poils soit un caractère auquel on attribue une certaine importance en classification, je rangerai, au moins provisoirement, la Floridée endozoïque des Obelia dans l'espèce *Acrochœtium infestans* Howe et Hoyt, espèce nouvelle pour la France.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Rendements énergétiques comparés de divers glucides dans le développement des moisissures.* Note de M. **Luigi de Caro**, présentée par M. Guignard.

Dans leur étude sur le développement des germes d'arachide sur milieu chimiquement défini, Terroine, S. Trautmann, Bonnet et Jaquot ([2]) constatent un rendement énergétique nettement supérieur lorsque le glucide offert est du lévulose (0,75) que lorsqu'il s'agit du glucose ou du maltose (0,68), le saccharose occupant une position intermédiaire.

Il était indispensable de rechercher s'il y avait là un phénomène général et si l'on retrouvait le même classement chez des végétaux très différents tels que les moisissures. Sans doute Terroine et Wurmser ([3]), étudiant le

([1]) Howe et Hoyt, *Notes on some marine Alguae from the vicinity of Beaufort. North. Carolina* (*Mem. of the New-York Bot. Garden*, 6, 1916, p. 105-123).

([2]) *Bull. Soc. Chim. biol.*, 7, 1925, p. 461-473.

([3]) *Bull. Soc. Chim. biol.*. 4, 1922, p. 517-567.

coefficient d'utilisation des sucres, c'est-à-dire le rendement matériel, dans le développement du *Sterigmatocystis nigra*, observent-ils aussi une supériorité du lévulose sur le glucose. Mais on sait, comme l'ont montré avec force ces auteurs, qu'on ne peut préjuger avec certitude du rendement énergétique par la simple connaissance du rendement matériel.

Nous avons donc entrepris l'étude du rendement énergétique dans la croissance du *Sterigmatocystis nigra* aux dépens de divers sucres (lévulose, saccharose, maltose, lactose; la valeur de ce rendement ayant été déterminée à de multiples reprises pour le glucose par Terroine et ses collaborateurs) et d'un polysaccharide, l'inuline. La technique est exactement celle utilisée dans toutes les études similaires sur l'énergie de croissance, précédemment rappelées.

On trouvera ci-dessous les résultats observés :

Glucide.	Nombre de mesures.	Valeurs extrêmes du rendement.	Valeurs moyennes du rendement.
Glucose....................	»	»	0,58
Lévulose....................	7	0,59-0,62	0,61
Inuline.....................	6	0,59-0,63	0,60
Saccharose..................	5	0,58-0,60	0,59
Maltose.....................	5	0,56-0,60	0,58
Lactose.....................	4	0,54-0,57	0,55

Le lévulose manifeste donc, ici encore, sa supériorité, mais elle est toutefois moins accentuée que dans le cas du développement des plantules d'arachide. L'inuline se comporte comme le lévulose, et le maltose comme le glucose. Le saccharose occupe, ici aussi, une situation intermédiaire entre glucose et lévulose. Enfin, il y a lieu de noter l'utilisation sensiblement inférieure du lactose.

Au total, il semble bien que pour tout développement végétal les glucides à fonction cétonique sont mieux utilisés que ceux à fonction aldéhydique.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la digitine de Nativelle.*

Note de MM. **P. Bourcet** et **G. Dugue**, présentée par M. Guignard.

Malgré les innombrables travaux publiés, l'étude de la composition chimique de la digitale reste l'une des plus confuses de la pharmacologie. C'est pourquoi le Comité interministériel des Plantes médicinales et l'Office national des Matières premières ont chargé une Commission d'élucider plu-

sieurs points obscurs de la constitution de cette drogue et de rechercher les moyens d'obtenir par la culture une plante d'activité thérapeutique sensiblement constante.

Si l'on veut mener à bien un travail aussi particulièrement compliqué, il est nécessaire, tout d'abord, de vérifier l'identité de divers corps extraits de la plante par plusieurs auteurs et d'en rectifier la terminologie, car des noms différents s'appliquent parfois à une seule et même substance, ce qui ne simplifie guère les recherches.

Pour cette étude, nous nous sommes adressés à l'un des premiers corps retiré de la digitale : la *digitine* (1) de Nativelle, qui se rencontre dans les résidus de préparation industrielle de la digitaline cristallisée; or nous avons eu la chance de posséder un échantillon préparé par Nativelle lui-même.

Cette digitine se présente sous forme de cristaux blancs et brillants, fusibles à 281°.

Bien que Nativelle ait prétendu que ce corps fût insoluble, nous avons trouvé qu'en réalité il est formé de deux constituants, que nous désignerons provisoirement par les lettres A et B.

Le premier est soluble dans le chloroforme et fusible à 273°; il possède un pouvoir rotatoire $\alpha_D = -66°,5$; le second est insoluble dans ce même liquide et fusible à 315°.

Ce dernier possède toutes les réactions et les propriétés de la digitonine, tandis que A correspond d'abord au corps décrit par Tambach (2) sous le nom de *digine* et plus tard par Windaus et Schneckenburger (3) sous le nom de *gitogénine* (dérivés acétylés identiques F. = + 244-245°).

Le corps A n'est pas un glucoside, car il n'a pas été possible de l'hydrolyser; c'est en réalité une aglucone. En effet, si l'on suit la technique utilisée par Kiliani pour oxyder la *digitogénine* (4), on obtient un même produit : l'acide *digitogénique* fusible à 210°, qui, oxydé à son tour par le permanganate de potassium, donne de l'acide *digitique* F. 203° et de l'acide oxydigitogénique F. 250°.

---

(1) Ch. Nativelle, *Découverte de la digitaline cristallisée* (*Moniteur scientifique*, 3e série, 4, Paris, 1874, p. 827).

(2) Tambach, *Zur Kenntnis der Bestandteile der Digitalisblätter* (*Pharm. Zentralh. f. Deutsch.*, 53, 1912, p. 392).

(3) A. Windaus et A. Schneckenburger, *Ueber Gitonin, ein nueues Digitalis-Glykosid* (*Ber. d. d. Chem. Gesells.*, 46, II, 1913, p. 631).

(4) H. Kiliani et B. Merk, *Ueber Digitogenin und Digitohensaüre* (*Ber. d. d. Chem. Gesells.*, 34, 1901, p. 3564).

Nous ferons remarquer que, d'après nos travaux, il existe dans les feuilles de digitale non seulement les glucosides appelés digitonine par Schmiedeberg et *gitonine* par Windaus et Schneckenburger, mais encore la *gitogénine*. Nous ne pouvons expliquer l'existence de cette aglucone dans la *plante sèche* que par un dédoublement biochimique dû à des agents existant eux-mêmes dans les feuilles.

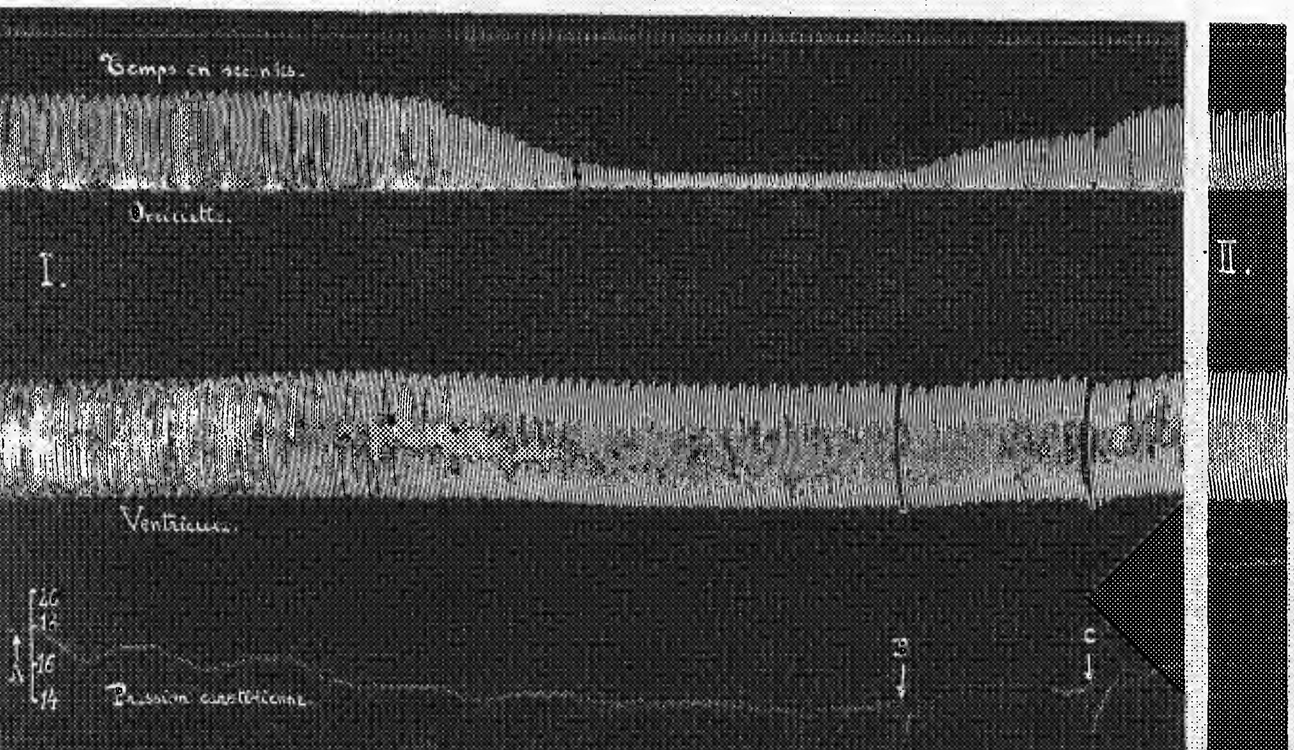
Nous proposons donc de faire disparaître, dès maintenant, dans la nomenclature si touffue des produits tirés de la digitale, les noms de *digitine* et de *digine* pour conserver seulement la dénomination de *gitogénine* qui ne laisse aucune équivoque possible quant à la constitution de ce corps.

PHARMACODYNAMIE. — *Sur la bradycardie provoquée par l'uzara et les autres substances digitaliques*. Note de M. Raymond-Hamet, présentée par M. Charles Richet.

Vingt-six ans avant l'Anglais Cushny, auquel on attribue souvent cette découverte, Traube a montré qu'au premier stade de son action, la digitale provoque un ralentissement cardiaque que la vagotomie fait disparaître. De ce phénomène incontestable, le mécanisme reste encore controversé, les pharmacologistes s'accordant seulement à reconnaître que cette bradycardie n'est pas d'origine périphérique puisqu'elle ne se produit ni sur le cœur isolé, ni sur le cœur *in situ* d'un animal vagotomisé.

En employant la méthode dite de la tête isolée, J. F. et C. Heymans ont pu démontrer récemment que, contrairement à l'opinion de Cushny encore admise aujourd'hui par de nombreux pharmacologistes surtout anglo-saxons, la bradycardie digitalique n'est pas d'origine centrale. Pour ces auteurs, cette bradycardie serait d'origine réflexe et résulterait de l'hypertension provoquée par les substances digitaliques, l'hyperexcitabilité des terminaisons cardiaques du pneumogastrique, démontrée antérieurement par plusieurs auteurs, n'intervenant que comme cause secondaire et accessoire. Si l'on en croyait J. F. et C. Heymans, la bradycardie digitalique que certains pharmacologistes ont observée sur des animaux en hypotension serait d'origine périphérique, car elle « ne disparaît point après section des vagues ».

Ces conclusions qui n'ont pas encore été réfutées ont été adoptées par plusieurs auteurs, notamment par MM. Mercier. Elles sont cependant inexactes, car au premier stade de l'action de l'extrait d'uzara (panzaron)



Chienne de 18kg, anesthésiée par le chloralose (1cg par kilogramme), thoracotomisée. 1re ligne : temps en secondes; 2e ligne : enregistrement des contractions auriculaires par la méthode de suspension; 3e ligne : enregistrement des contractions ventriculaires par la même méthode; 4e ligne : pression carotidienne enregistrée par le manomètre à mercure. Tracés réduits de moitié. — I. En A, commencement de l'injection continue, au moyen d'une burette reliée à la fémorale, d'une solution renfermant 2 milligrammes d'extrait d'uzara par centimètre cube de sérum physiologique et s'écoulant dans la circulation à la vitesse de 2 centimètres cubes par minute; en B, section du vague gauche au cou; en C, section du vague droit également au cou. — II. Même expérience, mais après interruption de 2 minutes.

et de l'uzarine, qui — comme nous le démontrerons prochainement — sont de véritables substances digitaliques, on observe souvent, en même temps que de l'hypotension, un chronotropisme cardiaque négatif et un inotropisme auriculaire également négatif qui traduisent l'excitation du pneumogastrique et qui disparaissent presque totalement après vagotomie double (*fig.* 1); la légère bradycardie qui persiste après section des vagues résulte de l'action périphérique du médicament.

Nos observations s'accordent d'ailleurs avec celles de Kochmann, Fraenkel et Schwartz, Beeo, enfin de Yamanouchi qui ont déjà signalé que les substances digitaliques (*Digitalis*, digotoxine, *Strophanthus*, strophantine, ouabaïne, *Adonis*, adonidine, *Scilla*, *Convallaria*, *Rhodea*) peuvent provoquer de la bradycardie, alors que la pression artérielle est normale et parfois même diminuée.

Récemment d'ailleurs, J. F. et C. Heymans, ayant dû reconnaître que la strophantine peut provoquer simultanément de la bradycardie et de l'hypertension, en ont conclu que le ralentissement du rythme cardiaque « constituant un réflexe contre l'hypertension », peut empêcher celle-ci d'apparaître, et coexister ainsi avec une pression normale ou même diminuée. Est-il besoin de dire qu'on peut difficilement admettre que les effets puissent précéder la cause? En tous cas nous avons pu nous assurer non seulement que l'hypertension provoquée par l'adrénaline doit atteindre un certain degré pour s'accompagner de bradycardie, mais encore que cette bradycardie n'est pas capable de supprimer l'hypertension, à plus forte raison de la transformer en hypotension.

Nous pouvons donc conclure que, comme l'a affirmé l'éminent pharmacologiste allemand Straub, la bradycardie correspondant au premier stade de l'action des corps digitaliques résulte d'une sensibilisation des terminaisons périphériques du pneumogastrique qui les rend plus sensibles à l'action du tonus vagal. On comprend ainsi pourquoi cette bradycardie très nette chez le chien dont le tonus vagal est élevé, s'observe difficilement chez le lapin qui est presque totalement dépourvu de tonus pneumogastrique.

Bien entendu l'hypertension, quand elle existe, peut ajouter ses effets à l'action que nous venons d'étudier et ainsi accroître encore la bradycardie produite par cette dernière.

ÉLECTRICITÉ PHYSIOLOGIQUE. — *Excitation musculaire directe par les courants progressifs.* Note de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

Au cours de travaux antérieurs [1] nous avons étudié l'excitation par les courants linéaires lorsqu'ils traversent longitudinalement le nerf sciatique de grenouille.

Nous avons repris les mêmes expériences en excitation musculaire directe, une large électrode (+) étant introduite dans la bouche de l'animal, l'électrode excitatrice (—) prenant contact par 5^{mm^2} de surface sur le gastrocnémien mis en partie à nu dans sa région ventrale.

Sur quelques préparations nous avons pratiqué les deux modes d'excitation indirecte et directe afin de comparer les résultats. Ils peuvent se résumer dans la proposition suivante :

Par la valeur de la constante linéaire et par la forme de la contraction, quelle que soit la durée écoulée depuis la dissection, l'excitation directe se comporte à peu près comme l'excitation indirecte considérée dans la période initiale, alors que le nerf n'a pas encore subi d'altérations.

La constante linéaire est élevée, le muscle répondant à des courants de pente peu abrupte. Parallèlement la contraction est lente à se manifester. Elle présente une portion ascendante d'assez faible pente, légèrement ondulée, un long plateau suivi d'une portion qui descend avec lenteur après l'ouverture du courant. *Le vieillissement modifie peu ces résultats, contrairement à ce que l'on observe par excitation du nerf.*

L'excitation par fermeture d'un courant galvanique donne dans les mêmes conditions des secousses très franches comme dans l'excitation galvanique par le nerf.

Pour obtenir des secousses de ce type avec les courants progressifs, il est nécessaire de donner à leur pente une valeur fortement supérieure à la pente limite.

Cette différence entre la contraction galvanique et la contraction linéaire peut s'expliquer par la grandeur relativement considérable des durées efficaces dans l'excitation linéaire. Les faisceaux immédiatement sous l'électrode sont les premiers excités en raison de la grande densisté du

(1) Ph. Fabre. *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 300 et 1216.

courant en ces points. Dans la profondeur le flux de courant est de moins en moins dense, sa pente d'établissement est donc de plus en plus faible et les durées efficaces de plus en plus longues. Il y a une mise en train progressive de la contraction du muscle, chacun de ses faisceaux répondant d'autant plus tard qu'il est plus éloigné de l'électrode active.

En raison de ce phénomène les seuils de contraction par excitation directe sont peu nets et il devient difficile de préciser les relations quantitatives.

Notre formule logarithmique paraît cependant convenir pour relier constante linéaire et chronaxie quand la température varie :

	Chronaxie.	Constante linéaire.	Coefficient logarithmique k.
	$0^{\sigma},18$	117^{σ}	265
Refroidissement	$0^{\sigma},44$	180^{σ}	246

On voit que le coefficient logarithmique reste à peu près constant dans les limites de précision de l'expérience. Le coefficient relatif au nerf est au début beaucoup plus élevé, mais, au cours du vieillissement, il ne tarde pas à prendre des valeurs comparables à celles du muscle, puis des valeurs de plus en plus faibles alors que le coefficient relatif au muscle reste à peu près égal à lui-même.

Ces constatations et celles relatives aux formes des contractions, nous permettent de conclure que les altérations dues au vieillissement intéressent surtout les éléments nerveux disséqués hors de l'organisme et peut-être plus généralement l'ensemble de l'appareil nerveux.

PROTISTOLOGIE. — *Les formations paravacuolaires des trypanosomes.* Note de M. G. Lavier, présentée par M. F. Mesnil.

On sait combien est fréquente, chez certains trypanosomes et particulièrement chez ceux du groupe *brucei*, l'existence dans le cytoplasme de granulations chromophiles. Depuis longtemps déjà Hindle, Swellengrebel ont montré que si la plupart de ces granulations était composée de métachromatine ou volutine, un certain nombre toutefois était de nature différente, capable d'être colorées par l'hématoxyline et généralement localisées entre le kinétonucléus et le noyau. J'ai eu l'occasion, avec des trypanosomes du groupe *brucei*, de faire un certain nombre d'observations concernant ces dernières granulations.

Avec la technique courante des frottis secs colorés par la méthode panop-

tique, elles se présentent avec une couleur pourpre violacée analogue à celle que prend la métachromatine; la seule chose alors qui permette de les distinguer des corpuscules métachromatiques, c'est leur localisation au pourtour de la vacuole prébasale et surtout au pôle antérieur de celle-ci; mais, si elles sont généralement paravacuolaires, elles sont susceptibles de progresser vers l'avant du trypanosome, se dirigeant vers le noyau; parfois elles se présentent alors rangées en file, d'autres fois groupées en rosette, mais le plus souvent elles sont dispersées sans ordre; dans certains cas, elles peuvent être en nombre considérable et envahir tout le flagellé. On peut d'ailleurs avec la méthode de Romanowsky différencier ces formations de la métachromatine : il suffit, après fixation à l'alcool méthylique absolu et avant coloration, de plonger le frottis quelques instants dans l'eau chaude qui dissout immédiatement la métachromatine. Avec une fixation humide, la même différenciation se trouve réalisée: la métachromatine est dissoute dans le fixateur tandis que les formations paravacuolaires persistent même en présence d'une grande quantité d'acide acétique et sont ensuite colorables par l'hématoxyline.

Les colorants vitaux permettent aussi de distinguer ces deux ordres d'inclusions. Si le bleu de méthylène, la thionine les colorent également, le rouge neutre colore les formations paravacuolaires très précocement et très intensément, beaucoup plus que la métachromatine; il est à noter qu'avec ce colorant vital, on a assez souvent l'impression d'une masse qui diffluerait de la vacuole prébasale; enfin la pyronine qui ne colore pas la métachromatine, colore le caryosome et également les formations paravacuolaires.

Malgré leur aspect granuleux dans les préparations colorées, il est probable que ces formations sont normalement plus ou moins fluides et précipitées par les fixateurs ou les colorants comme c'est d'ailleurs également le cas pour la métachromatine. La résistance qu'opposent ces formations à divers agents chimiques et en particulier aux acides permettent de supposer qu'il s'agit de nucléoprotéides; elles appartiennent au vacuome comme la métachromatine.

Les conditions d'apparition de la métachromatine et des formations paravacuolaires sont bien différentes; pour la première, ce qui détermine avant tout sa formation, c'est l'espèce infectée par le trypanosome; les formations paravacuolaires, par contre, se rencontrent aussi bien chez tous les animaux d'expérience, mais ce qui semble les produire c'est la mise en état d'infériorité du trypanosome; elles sont en effet particulièrement nombreuses chez les individus dont la vitalité est manifestement atteinte; dans certaines crises

qui se sont terminées par la guérison de l'animal, les trypanosomes étaient absolument bourrés de ces granulations. Il est à noter que c'est dans les mêmes circonstances qu'on observe une notable hypertrophie dans la vacuole prébasale. Ces formations paravacuolaires peuvent donc être considérées comme sécrétées par la vacuole prébasale et non pas, comme le suggéraient Hindle, Swellengrebel, par le kinétonucléus; en effet les individus ablépharoplastiques peuvent en présenter comme les individus normaux.

Il est vraisemblable que ces formations existent dans bien d'autres espèces de trypanosomes. C'est sans doute à elles qu'on peut rapporter, entre autres, les granulations observées par Roubaud chez *Trypanosoma cazalboui*, par Alexeieff et par Roudsky chez *Trypanosoma lewisi;* dans ce dernier cas, ces formations étaient particulièrement développées dans le trypanosome infectant le cobaye et il est intéressant de noter que Roudsky attribuait leur apparition au changement de l'espèce-hôte (ce changement peut d'ailleurs être considéré comme mettant le trypanosome en état d'infériorité).

Ces formations ont été parfois considérées comme des produits de dégénérescence du trypanosome, mais il est peut-être tout aussi légitime de les considérer comme traduisant au contraire une réaction de défense du flagellé contre des conditions défavorables.

La séance est levée à $16^h 30^m$.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 23 janvier 1928.)

Note de M. *Swyngedauw*, Sur la position de la ligne neutre dans la courroie :

Pages 218 et 219, *au lieu de* L, *lire* l.

Page 219, ligne 17, *au lieu de* E_{me}, *lire* $E_m e$; ligne 22, *au lieu de* $\delta.\Delta T$, *lire* $\frac{L}{dL}.\delta.\Delta T$; dernière ligne, *au lieu de* $E m^s.\delta$, *lire* $E_m.s.\delta$.

Page 220, équation (4), *au lieu de* $R f \frac{\alpha T}{Es}$, *lire* $(R + y_0)\frac{f\alpha T}{E_m s}$.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de novembre 1927 (*suite et fin*).

La Mort et le Sentiment, par Henry de Varigny. Paris, Félix Alcan, 1927; 1 vol. 19^{cm}. (Présenté par M. Ch. Richet.)

Les Poissons et le monde vivant des eaux. Études ichthyologiques. Tome III : *La vie et l'action*, par Louis Roule. Paris, Delagrave, 1927; 1 vol. 25^{cm},5. (Présenté par M. Louis Mangin.)

Les conditions techniques du Bureau Veritas pour le matériel non destiné aux constructions navales. Paris, Bureau Veritas, 1927; 1 vol. 23^{cm}. (Présenté par M. Guillet.)

A short Treatise on anti-typhoid Inoculation containing an Exposition of the Principles of the Method, and a Summary of the Results achieved by its Application, by Almroth E. Wright. Westminster, Constable and C^o, 1904; 1 vol. 22^{cm}.

The unexpurgated Case against Woman Suffrage, by Sir Almroth E. Wright. London, Constable and C^o, 1913; 1 vol. 23^{cm}.

On Pharmaco-Therapy and Preventive Inoculation applied to Pneumonia in the African native with a Discourse on the Logical Methods which ought to be employed in the Evaluation of Therapeutic Agents, by Sir Almroth E. Wright. London, Constable and C^o, 1914; 1 vol. 22^{cm}.

Technique of the Teat and Capillary Glass Tube, being a Handbook for the Medical Research Laboratory and the Research Ward, by Sir Almroth E. Wright. London, Constable and C^o, 1921; 1 vol. 25^{cm},5.

Le opere di Alessandro Volta. Volume V. Milano, Ulrico Hoepli, 1928; 1 vol. 30^{cm}.

Atlas géographiques, rédigés sous la direction de J. Schokalsky. Leningrad, 1926-1927, 2 atlas 35^{cm},5 et 26^{cm},5. (Présenté par M. Charles Lallemand.)

Étude géologique sur la région du Dalai-Noor, in *Mémoires de la Société géologique de France*, par P. Teilhard de Chardin. Paris, Société géologique de France, 1926; 1 vol. 34^{cm}.

Description des Mammifères tertiaires de Chine et de Mongolie, in *Annales de Paléontologie*, t. 11, par P. Teilhard de Chardin. Paris, Masson et Cie, 1926; 1 vol. 28^{cm},5.

Les Mammifères de l'Éocène inférieur de la Belgique, in *Mémoires du Musée royal d'histoire naturelle de Belgique* (n° 36, 1er septembre 1927), par P. Teilhard de Chardin. Bruxelles, Musée royal d'Histoire naturelle, 1927; 1 vol. 33^{cm}.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 13 FÉVRIER 1928.

PRÉSIDENCE DE M. Maurice HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

NAVIGATION SOUS-MARINE. — *Les moyens de sauvetage des sous-marins.* Note [1] de M. Laubeuf.

Le sauvetage peut s'entendre de deux façons : le sauvetage du personnel seul, le bâtiment étant considéré comme irrémédiablement perdu; le sauvetage du bâtiment lui-même, soit que l'on cherche à le maintenir à flot après avarie, soit qu'on le ramène à la surface par ses propres moyens s'il a coulé au fond. De là, deux catégories d'appareils et de moyens, les premiers étant plus spécialement appelés *appareils de sauvetage :* les seconds, *appareils de sécurité.*

Appareils de sauvetage. — Le nombre d'appareils proposés par les inventeurs ou d'appareils brevetés sur le sauvetage des équipages est innombrable, mais tous se ramènent à trois types :

La manche (ou tube) extensible ou non. — Elle consiste en un tuyau de diamètre suffisant pour donner passage à un homme, soit $0^{m},70$ de diamètre au minimum. Ce tuyau doit avoir un diamètre supérieur à celui des panneaux d'accès dans le sous-marin. On vient le placer sur un de ces panneaux, en faisant l'étanchéité sur la coque et on le dresse verticalement en plaçant plusieurs tronçons l'un au-dessus de l'autre pour atteindre la surface. On épuise alors l'eau à l'intérieur de ce tube, et l'on y descend pour ouvrir le panneau d'accès qui donne passage à l'équipage. Ce procédé n'est applicable que si le sous-marin est coulé par un fond peu considérable (une

---

[1] Séance du 6 février 1928.

vingtaine de mètres par exemple). L'étanchéité est difficile à faire et à tenir, surtout s'il y a des courants violents et du mauvais temps. Ce procédé, proposé par de nombreux inventeurs, n'a jamais été appliqué. Il offre non seulement des difficultés, mais des dangers pour les hommes de l'équipage que l'on veut sauver : en effet, au moment de l'ouverture du panneau, il y aurait décompression brusque de l'air comprimé dans le sous-marin par l'envahissement partiel de l'eau, d'où envahissement complet du bateau entraînant la mort des survivants.

Flotteurs détachables. — On peut les classer en trois catégories :

1° *Flotteurs de petites dimensions.* Déclenchés de l'intérieur du sous-marins, destinés : les uns à porter à la surface un câble téléphonique ou bien un tuyau flexible. Le premier permet de communiquer avec l'équipage d'un sous-marin naufragé. Le second permet de lui envoyer de l'air comprimé ou des aliments liquides. Ce genre de flotteurs est en usage sur les sous-marins modernes. Il ne constitue pas à proprement parler un moyen de sauvetage.

2° *Flotteurs un peu plus grands*, destinés à porter à la surface un petit câble d'acier. Celui-ci peut servir :

a. Soit de moyen de tirer un câble plus gros, puis par celui-ci une chaîne de relevage existant à bord et maillée sur des boucles rivées au sous-marin. Si de telles boucles n'existent pas, il faut faire descendre des scaphandriers pour passer des chaînes sous la coque du sous-marin, opération toujours longue et souvent fort difficile s'il y a du courant, une mer agitée, et si le bateau coulé est à grande profondeur; 50^m est la limite où les scaphandriers peuvent travailler.

b. Soit de *guide* permettant de faire glisser le long du petit câble un gros câble terminé par un crochet à ressort venant s'engager dans la boucle de relevage. De nombreux brevets ont été pris pour des dispositions diverses. Ces différents systèmes sont *abandonnés totalement*, en raison du poids d'un sous-marin immergé qui varie actuellement de 400 à 1000 tonnes. On n'arriverait pas à faire travailler également les différents câbles ou chaînes sur les diverses boucles, et, en raison du poids énorme à soulever, on casserait les chaînes ou câbles, ou l'on arracherait les boucles.

3° *Flotteurs de grandes dimensions rigides* et *résistants* pouvant recueillir les hommes de l'équipage du sous-marin en cas de sinistre. Ils sont sur la partie supérieure du sous-marin et sont détachés par les hommes de l'équipage lorsque ceux-ci ont gagné le flotteur. De nombreux dispositifs ont été brevetés. Cette installation, réalisée pour la première fois sur le

Plongeur (1865), n'est plus *jamais* employée : trop lourds et trop encombrants sur un petit sous-marin, elle est devenue inefficace sur un grand. Les plus petits sous-marins en construction actuellement ont 40 hommes d'équipage: les grands en ont 80. D'où impossibilité d'avoir des flotteurs assez nombreux ou assez volumineux et de pouvoir évacuer assez vite l'équipage car les hommes ne peuvent passer qu'un à un dans le ou les flotteurs.

Sauvetage individuel par sas. — Le sas est un petit compartiment permettant de faire communiquer deux espaces où règnent des pressions différentes, par le moyen de deux portes ou panneaux étanches qu'on manœuvre successivement. C'est ce qu'on emploie pour accéder aux caissons à air comprimé dans les travaux publics. Les hommes passent un à un dans le sas, dont les panneaux sont manœuvrés soit de l'intérieur du sous-marin, soit de l'intérieur du sas.

Tous les sous-marins modernes sont munis de tels sas. Il est extrêmement douteux qu'on puisse les utiliser : d'abord les catastrophes de sous-marins sont très rapides : en 25 ou 30 secondes, un bateau va au fond. De plus, le compartiment placé sous le sas peut être envahi par les eaux et c'est généralement le cas. Enfin, si le sous-marin est coulé à des profondeurs dépassant une vingtaine de mètres, il faut que les hommes, pour n'être pas asphyxiés par une décompression trop rapide, aient le temps de mettre un appareil respiratoire. Cet appareil comporte un casque métallique pourvu de fenêtres vitrées, qui enveloppe la tête, et d'une fraction de vêtement caoutchouté, descendant jusqu'à la ceinture. Le plus connu des modèles de ce genre d'appareils est le Siebe-Gorman employé dans les marines américaine et britannique. Jamais on n'aurait le temps de faire cette manœuvre, et de faire passer les hommes un à un par le sas, si même on peut y accéder.

A ma connaissance, tous les appareils de sauvetage rentrent dans un de ces trois systèmes. Je les considère tous comme parfaitement inefficaces : d'abord parce qu'une catastrophe de sous-marin est extrêmement rapide et qu'on n'a pas le temps de se servir des appareils, ensuite, parce que, dans tous les cas connus, le sous-marin coule, soit par l'avant, soit par l'arrière, et quelques hommes seulement peuvent se réfugier dans un compartiment extrême, à l'arrière ou à l'avant.

La seule chose efficace, à mon avis, est d'avoir sur ces deux compartiments extrêmes des raccords munis de robinets extérieurs permettant de visser les tuyaux flexibles amenés par les sauveteurs et d'envoyer par là de l'air ou des aliments liquides aux hommes enfermés dans ce compartiment. Ils peuvent ainsi attendre les secours comportant des moyens puissants.

Mais il ne faut pas se dissimuler que, lorsqu'un sous-marin coulé au fond ne peut attendre son salut que de secours extérieurs, il y a malheureusement de grandes chances pour que ces sauveteurs ne puissent renflouer le sous-marin qu'au bout de plusieurs jours, parfois plusieurs semaines de travail.

On peut citer entre autres les exemples des sous-marins suivants :

A-1 (anglais) coulé devant Portsmouth (18 mars 1904); *A*-8 (anglais) coulé près de Plymouth (8 juin 1905); *Farfadet* (français) coulé à 500^{m} de l'arsenal de Sidi-Abdallah (lac de Bizerte), 6 juillet 1905; *Lutin* (français) coulé le 16 octobre 1906 à Bizerte; *Pluviôse* (français) coulé le 26 mai 1910 à Calais; *A*-8 (anglais) coulé le 2 février 1912, etc., etc.

Dans tous ces cas, le bateau n'a été relevé qu'après un travail qui a duré entre 3 jours et 37 jours; tout l'équipage était mort.

Ce n'est que dans des cas tout à fait exceptionnels que les secours amenés de l'extérieur ont pu sauver l'équipage d'un sous-marin coulé.

Par exemple le sous-marin allemand *U*-3 de 400 tonnes, coulé en rade de Kiel par 14^{m} de fond seulement et à proximité du plus puissant arsenal allemand, le 17 janvier 1911 à 11^{h}, fut secouru dans l'après-midi. Ce n'est que le lendemain matin que l'on réussit à lever l'avant du bateau suffisamment pour que l'équipage pût sortir par le tube lance-torpilles de l'avant. Mais trois hommes, le commandant, le second et un matelot, avaient péri dans le kiosque.

Le *K*-13 anglais coulé dans la Clyde en septembre 1917 par 20^{m} de fond seulement au cours de ses essais se trouvait dans des conditions très favorables : profondeur faible, eaux tranquilles puisqu'on était en rivière, enfin proximité de chantiers industriels très puissamment organisés. Il a fallu cependant 40 heures d'effort pour amener l'extrémité avant de ce navire de 1800 tonnes et 101^{m} de longueur à la surface. On a alors découpé au chalumeau un trou dans la coque et les 80 hommes qui étaient à bord ont pu sortir.

J'arrête là ces exemples. On peut en conclure que chaque fois que l'accident s'est produit en pleine mer dans des eaux agitées, et à des profondeurs supérieures à 20^{m}, les secours extérieurs se sont toujours montrés impuissants à sauver le personnel. Ils ont, et encore pas toujours, réussi à relever le navire au bout d'un temps souvent très long. Le sous-marin américain *S*-4 n'a pas fait exception à cette règle.

Les efforts pour rendre les catastrophes de sous-marins moins dangereuses

doivent porter surtout sur les procédés à employer pour maintenir le bâtiment à la surface de l'eau par ses propres moyens assez longtemps pour permettre à l'équipage de s'échapper.

Ces moyens sont : 1° emploi d'un poids de sécurité en plomb généralement, placé à la partie inférieure et au milieu de la longueur. On l'abandonne *instantanément* par le moyen d'un simple levier. Ce moyen peut être efficace, et l'a été dans plusieurs occasions *lorsqu'il ne s'agit que d'une voie d'eau assez peu importante*

2° Chasse par l'air comprimé dans les compartiments, remplis d'eau normalement, dits water-ballasts. Les sous-marins emportent une provision assez considérable d'air comprimé à 180^{kg} par centimètre carré. Une simple ouverture du robinet sur les réservoirs permet de chasser l'eau des water-ballasts. C'est certainement le moyen le plus efficace. C'est par des chasses d'air comprimé que, pendant la guerre, l'héroïque commandant Morillot réussit à ramener à la surface le sous-marin *Monge* abordé dans l'Adriatique par un destroyer autrichien. Tout l'équipage put alors s'échapper et le *Monge* redescendit aux abîmes en entraînant avec lui Morillot qui n'avait pas voulu quitter son navire.

CLIMATOLOGIE. — *L'Observatoire climatologique du Mont-Revard.* Note [1] de MM. **d'Arsonval**, **Bordas** et **Besson**.

Le Mont-Revard est situé, comme on le sait, à moins de 5^{km} d'Aix-les-Bains qu'il domine de 1200 à 1300^{m}. C'est la crête terminale d'un grand plateau calcaire, couvert de prairies et de bois.

Jusqu'à ces temps derniers, aucune observation sérieuse n'y avait été faite. Aussi trouve-t-on à son sujet, dans la littérature médicale et touristique, les indications les plus inexactes, notamment pour la température et l'insolation.

En raison de l'intérêt que présente le Mont-Revard comme station climatique, l'Institut d'Hydrologie et de Climatologie du Collège de France y a fondé un observatoire climatologique, avec le concours de la Compagnie du Revard.

Le poste d'observation est installé à l'altitude de 1522^{m} sur un des points culminants du plateau, près de la gare du funiculaire qui relie le Mont-Revard à Aix-les-Bains.

---

[1] Séance du 6 février 1928.

Il a été doté du matériel suivant : un abri météorologique fermé, du modèle de l'Office national météorologique légèrement modifié, qui contient des thermomètres à maxima et à minima, un psychromètre et des enregistreurs de la température et de l'humidité; un héliographe Campbell-Stokes; un pluviomètre avec enveloppe protectrice contre la gelée; un nivomètre identique à celui qui est employé à l'hospice du Grand-Saint-Bernard; une girouette de précision; un anémomètre Robinson à compteur kilométrique; un actinomètre totalisateur Bellani.

Ces instruments sont lus chaque jour à 9^h, 13^h et 18^h (16^h en hiver). L'observateur note en outre la nébulosité, la visibilité, l'épaisseur de la couche de neige et les phénomènes divers.

Les observations, qui ont commencé dans le courant de mars 1926, comprennent actuellement tout près de deux années, dont un hiver et deux étés complets. Elles fournissent déjà une première approximation du climat du Mont-Revard, au sujet duquel il ne paraît pas inutile de donner dès à présent quelques indications.

La température moyenne annuelle (moyenne des maxima et des minima) est de $4^\circ,9$. Cette moyenne, que la suite des observations ne pourra guère modifier de plus de quelques dixièmes de degré, est bien supérieure à celle de Davos, station suisse située à peu près à la même altitude ($2^\circ,6$).

L'amplitude moyenne annuelle (différence entre les températures moyennes du mois le plus froid et du mois le plus chaud) serait de $15^\circ,2$ au Mont-Revard. Elle est de $19^\circ,1$ à Davos.

Les températures extrêmes ont été jusqu'à ce jour $-21^\circ,0$ le 18 décembre 1927 et $24^\circ,5$ le 16 juin 1927.

Entre Aix-les-Bains et le Mont-Revard, la différence de température est en moyenne de $6^\circ,9$ pour une différence d'altitude de 1252^m. Le matin, à l'heure du minimum de température, elle est seulement de $4^\circ,3$. Dans l'après-midi, au contraire, à l'heure du maximum, elle s'élève en moyenne annuelle à $9^\circ,6$ et atteint en été 13°.

L'humidité relative, assez constante, est en moyenne de 77 au Mont-Revard.

Autant qu'on puisse le savoir jusqu'à présent, il y tombe annuellement 1500^{mm} d'eau. L'enneigement varie beaucoup d'une année à l'autre. C'est ainsi que la neige, qui avait constamment couvert le sol en décembre 1926, n'a persisté que 20 jours en décembre 1927. L'épaisseur maxima constatée a été de $1^m,32$ en mars 1927.

Le régime des vents est très régulier. Toute l'année, il y a deux directions

dominantes, de fréquences à peu près égales, celle du Nord-Est et celle du Sud-Ouest. Pendant l'année 1927, la vitesse moyenne du vent a été de $5^m,7$.

Le nombre annuel d'heures de soleil est de 1928. On a compté par an 93 jours sans soleil et 80 jours d'insolation ininterrompue.

Il résulte nettement des observations de visibilité que la transparence de l'air au Mont-Revard est plus grande en hiver qu'en été.

M. **Guillaume Bigourdan** fait hommage à l'Académie de brochures intitulées : 1° *Rapport annuel sur les travaux effectués par le Bureau international de l'Heure en* 1927 ; 2° *L'Astronomie à Béziers, l'Observatoire, la querelle Cassini-Lalande;* 3° *L'Ancien Observatoire de Marseille de* 1810 *à* 1821.

M. **Charles Fabry** fait hommage à l'Académie de ses *Éléments de Thermodynamique*.

M. **de Sparre** fait hommage à l'Académie (1) d'un Mémoire extrait des *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles* ayant pour titre : *Mouvement des projectiles autour de leur centre de gravité et conditions à remplir pour assurer leur stabilité*.

Il a été publié dans ces derniers temps, en particulier dans le 3e fascicule du tome VI du *Mémorial de l'Artillerie française*, un certain nombre de Mémoires sur cette question, mais les résultats donnés sont, sinon inexacts, tout au moins incomplets.

Pour l'ensemble du phénomène, ces Mémoires reproduisent les résultats que j'ai donnés en 1875 dans mon premier Mémoire, publié dans le *Bulletin de la Société de Statistique* de l'Isère, à savoir que, tant que l'angle de l'axe de figure avec la tangente reste petit (ce qui a lieu tant que la vitesse ou la densité de l'air ne sont pas très réduites), l'axe du projectile exécute une série de révolutions autour d'une position moyenne, assez rapprochée de la tangente et située dans un plan perpendiculaire au plan vertical passant par la tangente.

Toutefois l'amplitude de ce mouvement de révolution se trouve plus ou

(1) Séance du 6 février 1928.

moins modifiée par des termes secondaires dont j'ai négligé l'influence dans mes Mémoires précédents [1]. Or les Mémoires dont je viens de parler, s'ils tiennent compte de certains de ces termes en négligent d'autres du même ordre, de sorte que, comme je le dis plus haut, les résultats donnés sont, sinon inexacts, du moins incomplets. Dans le Mémoire dont je fais hommage à l'Académie je me borne au cas où l'angle de l'axe de figure avec la tangente reste petit, me réservant de revenir ultérieurement sur le cas où cet angle peut prendre une valeur considérable.

NOMINATIONS.

M. **Maurice d'Ocagne** est désigné pour représenter l'Académie à la cérémonie du *Centenaire de la naissance de Jules Verne*, le 12 mars 1928, à Nantes.

CORRESPONDANCE.

M. **Yersin** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° R. Anthony. *Anatomie comparée du cerveau.* (Présenté par M. L. Bouvier.).

2° Armand de Gramont. *La Télémétrie monostatique* (Fascicule II du *Mémorial des Sciences physiques*). (Présenté par M. Ch. Fabry.)

3° *In memoriam N. I. Lobatschevskii.* Vol. II : *Collection des mémoires présentés par les savants de divers pays à la Société physico-mathématique de Kazan, à l'occasion de la célébration du centenaire de la découverte de la géométrie non euclidienne par N. I. Lobatcheffsky.*

---

[1] Sauf dans celui sur les grandes trajectoires, où j'ai toutefois laissé de côté la question de la stabilité au départ.

4° *Ad annum MCMXXVI centesimum a geometra Kazaniensi N. I. Lobacewski noneuklideae geometriae systematis inventi concelebrandum.*

5° *Comptes rendus des travaux du laboratoire Carlsberg.* Table des volumes I à XVI, 1876-1927.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les théorèmes d'oscillation des systèmes différentiels homogènes réguliers du quatrième ordre.* Note de M. S. A. **Janczewski**, présentée par M. Hadamard.

I. Nous avons considéré le système homogène du quatrième ordre :

$$[\rho(x)y'']'' + [\psi(x) - \lambda\tau(x)]y = 0 \qquad (a \leqq x \leqq b), \tag{1}$$

$$c_{i1}(\rho y'')'_a + c_{i2}(\rho y'')_a + c_{i3}y'_a + c_{i4}y_a + d_{i1}(\rho y'')'_b + d_{i2}(\rho y'')_b + d_{i3}y'_b + d_{i4}y_b = 0 \tag{2}$$
$$(i = 1 - 4),$$

où l'on suppose que ρ, ρ', ρ'', ψ, τ sont continues, $\rho > 0$, $\tau \geqq 0$ et ne s'annulent que pour un nombre fini des valeurs de x, et que le système est son propre adjoint. Nous avons montré que chaque système (1), (2) est — à un changement de x en $a + b - x$ près — équivalent à un système aux conditions d'une des dix formes canoniques I-X [1].

II. Nous dirons que le système canonique est régulier si :

A. Le système correspondant de Sturm (c'est-à-dire le système où l'on pose $M_i = L_i = R_i = E_i = H_i = S_i = B = T = F = 0$) est régulier [2], c'est-à-dire si N_2, $P \leqq 0$; N, Q, K, $K_2 \geqq 0$.

B. Si dans VII : $S_1 S_2 \geqq 0$; — dans V : 1° H_i sont du même signe ; 2° $H_1 = 0$ ou $K = 0$, $K_1 \geqq 0$; — dans IV : $E_3 = E_2 = 0$; ou $E_3 = 0$, $E_1 E_2 \leqq 0$, $B_1 \leqq 0$; ou $E_2 = K = 0$, $K_1 \geqq 0$, $E_3 E_1 \geqq 0$; — dans III : $R_3 = R_2 = 0$; ou $R_3 = 0$, $P_1 \leqq 0$, $R_1 R_2 \leqq 0$; ou $R_2 = 0$, $Q_1 \geqq 0$, $R_3 R_1 \leqq 0$; — dans II : $L_4 = L_2 = L_3 = 0$; ou $L_4 = L_2 = 0$, $L_1 L_3 \leqq 0$, $K = 0$, $K_1 \geqq 0$; ou $L_2 = L_3 = 0$, $L_1 L_4 \geqq 0$, $K = 0$, $K_1 \geqq 0$; ou $L_4 = L_1 = 0$, $L_2 L_3 \geqq 0$, $K = 0$, $K_1 \geqq 0$, $P_1 \leqq 0$; — dans I : 1° M_i sont du même signe; 2° $M_2 = 0$, $M_4 M_3 = 0$ et $M_1 \neq 0$, $K = 0$, $K_1 \geqq 0$; ou $M_3 \neq 0$, $N = 0$, $N_1 \leqq 0$.

Les systèmes aux conditions VIII, IX, X sont toujours réguliers.

III. En partant du théorème d'oscillation des systèmes réguliers de Sturm [2] nous démontrons, en nous servant de la méthode de continuité, le théorème d'oscillation des systèmes réguliers (1), (2) :

---

(1) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 287.

(2) Voir notre Note, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 261.

Si $\tau > 0$, le système (1), (2) a une infinité de nombres caractéristiques λ_i, $\lambda_0, \ldots, \lambda_{m+1}$ sont irréguliers (leurs fonctions caractéristiques peuvent avoir un nombre indéfini de zéros) et les $\lambda_{m+2} \ldots$ (tous > 0 et $> \lambda_{m+1} \ldots \lambda_0$) ont les propriétés suivantes. Les $fc2n$ et $fc2n+1$ (¹) (ou $fc2n-1$ et $fc2n$) (²) peuvent avoir, indépendamment l'une de l'autre, $2n$ ou $2n+1$ (ou $2n-1$ ou $2n$) zéros simples pour $a < x < b$. Les nombres caractéristiques λ_{2n} et λ_{2n+1} (ou λ_{2n-1} et λ_{2n}) sont plus grands que tous les λ_m de rang plus petit et plus petits que tous les λ_m de rang plus grand ($2n \geqq m+2$). En particulier, dans les systèmes aux conditions IX, VII, V (excepté le cas $H_2 = 0$, $H_1 \neq 0$) et IV (dans le cas $E = 0$, $E_2 \neq 0$) les $fc2n$ et $fc2n+1$ (resp. $fc2n-1$ et $fc2n$) ont $2n$ (resp. $2n-1$) zéros simples dans $a < x < b$ et encore un dans $a \leqq x \leqq b$. On peut prendre pour m le rang du plus petit nombre caractéristique régulier positif, surpassant le rapport de $\max \psi$ à $\min \tau$ pour le système qui résulte du système donné quand on remplace ψ par $\min \psi$ et τ par $\max \tau$.

Si dans le système considéré $\psi \equiv 0$, les λ_k irréguliers sont $< \lambda_7$ et tous les $\lambda_j (j \geqq 5)$ ne sont pas irréguliers; si dans un système, pour toutes les valeurs numériques des coefficients des conditions aux limites, on a λ_r, $\lambda_{r-1} \ldots > 0$ ($r \leqq 5$), alors notre théorème d'oscillation vaut en commençant par λ_r. L'existence des λ_k irréguliers est vérifiée par des exemples (³). Dans le cas $\psi \equiv 0$, $\min \tau = 0$, on démontre de la même manière la distribution des nombres caractéristiques par paires; les propriétés oscillatoires des fonctions caractéristiques sont les mêmes que plus haut.

IV. Ajoutons encore que le théorème d'oscillation du système

$$(\rho y'')'' - \lambda \tau y = 0, \qquad (\rho y'')'_b + H_2 (\rho y'')'_a = 0, \qquad (\rho y'')_b + H_1 (\rho y'')_a = 0,$$
$$y'_a + H_1 y'_b = 0, \qquad y_a + H_2 y_b = 0,$$

nommé périodique — le seul des systèmes n'étant pas de Sturm qu'on a étudié jusqu'ici — n'est qu'un cas très particulier de notre théorème d'oscillation du système canonique V.

(¹) fcm — la fonction caractéristique correspondant à λ_m.

(²) Nous supposons que dans IX : $F < 0$ (resp. > 0); dans VIII : $T > 0$ (resp. < 0); dans VII : $S_i \geqq [\leqq] 0$; dans VI : $B < [>] 0$; dans V : $H_i \geqq [\leqq] 0$; dans IV : E_1, $E_3 \leqq [\geqq] 0$, $E_2 \geqq [\leqq] 0$; dans III : $R_1 \geqq [\leqq] 0$, R_2, $R_3 \leqq [\geqq] 0$; dans II : L_1, $L_4 \geqq [\leqq] 0$, $L_2 L_3 \leqq [\geqq] 0$; dans I : $M_i \geqq [\leqq] 0$.

(³) Voir la note (²) de la page précédente.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les transformations linéaires fonctionnelles, et les rotations fonctionnelles non euclidiennes.* Note [1] de M. J. **Delsarte**, présentée par M. Goursat.

J'ai défini, dans ma Thèse qui paraîtra prochainement dans les *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, les noyaux de rotations fonctionnelles, caractérisés par les conditions

$$\mathcal{R}[K(st)] = K(st) + K(ts) + \int_a^b K(s\tau)K(t\tau)\,d\tau = 0,$$

$$\mathfrak{S}[K(st)] = K(st) + K(st) + \int_a^b K(\tau t)K(\tau t)\,d\tau = 0,$$

alors conséquence l'une de l'autre.

Si l'on compare à *la manière de Fredholm*, à droite ou à gauche, un noyau quelconque L et un noyau de rotation K, on voit sans peine que

$$\mathcal{R}[KL] = \mathcal{R}[L], \qquad \mathfrak{S}[LK] = \mathfrak{S}[L].$$

Les noyaux symétriques $\mathcal{R}[L]$ et $\mathfrak{S}[L]$ ont les propriétés suivantes :

1° *Ils ont les mêmes valeurs singulières, extérieures à l'intervalle* $(-1; 0)$;

2° *Les fonctions fondamentales correspondantes forment deux systèmes orthogonaux semblablement ordonnés.*

Ceci posé, on a le théorème suivant :

Le noyau H(st) *d'une transformation linéaire de Fredholm réelle peut se mettre sous l'une ou l'autre des formes*

$$H = KS = \Sigma K,$$

K *étant le noyau d'une* ROTATION FONCTIONNELLE *réelle, et* S *et* Σ *ceux de deux* DILATATIONS FONCTIONNELLES *réelles* (c'est-à-dire que S et Σ sont des noyaux symétriques et réels).

S et Σ sont déterminés par les conditions

$$\mathcal{R}[H] = \mathcal{R}(S) = 2S + S^1 \qquad \mathfrak{S}[H] = \mathfrak{S}[\Sigma] = 2\Sigma + \Sigma^1,$$

$\mathcal{R}[H]$ et S, par exemple, ont les mêmes fonctions fondamentales; les valeurs singulières correspondantes λ_i et μ_i étant liées par

$$\frac{1}{\mu_i} = -1 \pm \sqrt{1 + \frac{1}{\lambda_i}}.$$

---

[1] Séance du 6 février 1928.

Les μ sont réels à cause de la condition 1° sur les λ.

Il y a une infinité de noyaux S ou Σ, obtenus en prenant toutes les combinaisons de signes.

Une fois S et Σ déterminés, le noyau de rotation K l'est d'une manière unique par les équations *compatibles*

$$H = KS = \Sigma K.$$

Conséquences. — I. Résolution du système

$$\mathcal{R}[H] = \rho; \qquad \mathcal{S}[H] = \sigma.$$

Elle est possible pourvu que ρ *et* σ *vérifient* 1° *et* 2°. Posant

$$H = KS = \Sigma K,$$

on détermine S et Σ comme plus haut. K est le noyau de la rotation permettant de passer du système des fonctions fondamentales de ρ à celui formé par celles de σ.

II. Déterminations des rotations fonctionnelles *non euclidiennes* qui laissent invariante la « distance »

$$\int_a^b f^2(s)\,ds + \int_a^b \int_a^b S(st) f(s) f(t)\,ds\,dt.$$

Cette forme est définie positive pourvu que les valeurs fondamentales du noyau symétrique S vérifient la condition 1°. *Les rotations cherchées sont les transformées des rotations euclidiennes par la dilatation de noyau* σ *tel que*

$$\mathcal{R}[\sigma] = S.$$

Les groupes formés par ces rotations sont donc les transformés par σ *des groupes de rotations fonctionnelles euclidiennes.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains systèmes d'équations différentielles dépendant d'un paramètre.* Note de M. **P. Fatou**, présentée par M. Goursat.

Considérons le système d'équations différentielles, que nous supposons du second ordre pour abréger l'écriture :

$$(1) \qquad \frac{dx_i}{dt} = f_i\left(x_1, x_2, \frac{t}{\varepsilon}, \varepsilon\right) \qquad (i = 1, 2).$$

Les f_i sont des fonctions périodiques de $\frac{t}{\varepsilon}$ développables en séries de Fourier :

$$f_i = A_{0,i} + A_{1,i}\cos\frac{t}{\varepsilon} + B_{1,i}\sin\frac{t}{\varepsilon} + \ldots + A_{p,i}\cos\frac{pt}{\varepsilon} + B_{p,i}\sin\frac{pt}{\varepsilon} + \ldots.$$

Les A et les B sont des fonctions continues de x_1, x_2, ε; nous supposons que pour $x_i^0 - h_i \leqq x_i \leqq x_i^0 + h_i$ et $0 \leqq \varepsilon \leqq 1$, les séries

$$\sum |A_{p,i}| + |B_{p,i}| \quad \text{et} \quad \sum \frac{1}{p}\left[\left|\frac{\partial A_{p,i}}{\partial x_k}\right| + \left|\frac{\partial B_{p,i}}{\partial x_k}\right|\right]$$

sont uniformément convergentes et que le système des solutions (x_1, x_2) du système (1), pour les conditions initiales (x_1^0, x_2^0), vérifie les inégalités qui précèdent pour $t_0 \leqq t \leqq T$. Il s'agit de trouver ce que deviennent x_1, x_2, quand on fait tendre ε vers zéro, les seconds membres de (1) étant alors indéterminés. Observons que, moyennant nos hypothèses, ces seconds membres sont inférieurs en valeur absolue à une constante finie M; si donc l'on donne à ε une suite quelconque de valeurs tendant vers zéro, on peut, d'après le principe d'Arzelà, en extraire une nouvelle suite telle que les fonctions correspondantes $x_1(t, \varepsilon)$ et $x_2(t, \varepsilon)$ convergent uniformément vers les fonctions limites continues ξ_1 et ξ_2 dans l'intervalle (t_0, T). Ceci posé, les relations (1) intégrées de t_0 à t donnent

$$\begin{aligned} x_i - x_i^0 = \int_{t_0}^{t} A_{0,i}(x_1, x_2, \varepsilon)\,dt + \varepsilon \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p}\left[A_{p,i}\sin\frac{pt}{\varepsilon} - B_{p,i}\cos\frac{pt}{\varepsilon}\right]_{t_0}^{t} \\ - \varepsilon \sum_{p=1}^{\infty} \frac{1}{p} \int_{t_0}^{t} \left[\left(\frac{\partial A_{p,i}}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial A_{p,i}}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dt}\right)\sin\frac{pt}{\varepsilon}\right. \\ \left. - \left(\frac{\partial B_{p,i}}{\partial x_1}\frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial B_{p,i}}{\partial x_2}\frac{dx_2}{dt}\right)\cos\frac{pt}{\varepsilon}\right] dt, \end{aligned}$$

ce qu'on peut écrire

$$(2) \qquad x_i - x_i^0 = \int_{t_0}^{t} A_{0,i}(x_1, x_2, \varepsilon)\,dt + \varepsilon Q_i,$$

Q_i étant bornée pour $t_0 \leqq t \leqq T$ et $0 \leqq \varepsilon \leqq 1$, comme on le voit immédiatement. On en déduit en passant à la limite que ξ_1 et ξ_2 sont les solutions du système qu'on obtient en remplaçant dans (1) les seconds membres par leurs valeurs moyennes et ε par zéro, sans changer les conditions initiales; ces fonctions sont donc bien déterminées et (x_1, x_2) tendent uniformément vers (ξ_1, ξ_2), de quelque manière que ε tende vers zéro. Remarquons d'ailleurs que, d'après le lemme de Poincaré, ξ_1 et ξ_2 sont les limites pour $\varepsilon = 0$ des

intégrales X_1, X_2 du système

$$(3)\qquad \frac{dX_i}{dt} = A_{0,i}(X_1, X_2, \varepsilon) \qquad (i = 1, 2),$$

prenant toujours les valeurs (x_1^0, x_2^0) pour $t = t_0$. En comparant (2) et (3) et remarquant que les dérivées partielles du premier ordre des fonctions A_0 sont continues et bornées, on voit que les différences $x_1 - X_1 = y_1$ et $x_2 - X_2 = y_2$ vérifient deux relations de la forme

$$(4)\qquad y_i = \int_{t_0}^{t} (C_i y_1 + D_i y_2)\, dt + \varepsilon Q_i \qquad (i = 1, 2),$$

qui permettent d'établir facilement que y_1 et y_2 sont de l'ordre de ε; regardons en effet les C, D, Q comme des fonctions de t; ces fonctions sont inconnues, mais ce sont des fonctions uniformément bornées. En remplaçant y_1 et y_2 par εz_1 et εz_2, le facteur ε disparaît et l'algorithme connu d'approximations successives qui donne l'unique système de solutions (z_1, z_2) des deux équations obtenues donne pour ces solutions des fonctions de t uniformément bornées; $x_1 - X_1$ et $x_2 - X_2$ sont donc de l'ordre de ε comme nous l'avions annoncé.

Regardons les x_i comme définissant les positions et les vitesses d'un système de points matériels soumis, entre autres, à l'action d'un champ de forces périodique et de période infiniment petite, dérivé d'un potentiel. En remplaçant ce potentiel, fonction du temps, par sa valeur moyenne, on commet sur les positions et les vitesses des points du système, des erreurs de l'ordre de la période et s'évanouissant avec elle; la discontinuité, à la limite, ne se fait sentir que sur les accélérations. Ces considérations, utiles dans certaines applications, permettent notamment de préciser certains points de la théorie des perturbations planétaires.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un système d'équations aux dérivées partielles*. Note de M. **Maurice Janet**, présentée par M. Goursat.

On rencontre dans certaines questions le système suivant

$$(1)\qquad \frac{A(v)}{A(u)} = \frac{B(v)}{B(u)} = \frac{C(v)}{C(u)},$$

où A, B, C représentent trois symboles de transformations infinitésimales arbitraires (indépendantes et non en involution).

A, B, C étant donnés, u, v étant considérées comme *deux* fonctions inconnues des n variables indépendantes $x_1, x_2, \ldots, x_n$, quel est le degré de généralité de la solution de ce système de *deux* équations du premier ordre, auquel, comme on le constate aisément, le théorème classique de Cauchy ne peut pas s'appliquer?

1. La réponse s'obtient en remarquant la conséquence suivante du système (1)

$$(2)\qquad \mathrm{A}[\mathrm{C}(v)\mathrm{B}(u)-\mathrm{C}(u)\mathrm{B}(v)]+\mathrm{B}[\mathrm{A}(v)\mathrm{C}(u)-\mathrm{A}(u)\mathrm{B}(v)] + \mathrm{C}[\mathrm{B}(v)\mathrm{A}(u)-\mathrm{B}(u)\mathrm{B}(v)]=0$$

qui est *du premier ordre*.

Si l'on joint (2) à une des équations (1), on obtient un système de la forme normale de Cauchy. Si l'on suppose de plus que les données initiales u, v adoptées pour ce système satisfont, sur la multiplicité à $n-1$ dimensions qui les porte, à une certaine relation différentielle du premier ordre déduite de (1), les fonctions u, v que l'on en tire satisfont partout au système (1).

La solution de (1) dépend d'*une seule* fonction arbitraire de *$n-1$ variables*, et d'arbitraires de genre inférieur.

2. Pour donner un résultat entièrement précis, supposons, ce qu'on est toujours en droit de faire, que les coefficients de $\frac{\partial}{\partial x_1}$, $\frac{\partial}{\partial x_2}$, $\frac{\partial}{\partial x_3}$ dans A, B, C soient respectivement

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

L'une au moins des trois expressions

$$\mathrm{P} \equiv \mathrm{C}(\mathrm{B})-\mathrm{B}(\mathrm{C}), \qquad \mathrm{Q} \equiv \mathrm{A}(\mathrm{C})-\mathrm{C}(\mathrm{A}), \qquad \mathrm{R} \equiv \mathrm{B}(\mathrm{A})-\mathrm{A}(\mathrm{B})$$

n'est pas identiquement nulle; supposons que P ne soit pas identiquement nulle.

Choisissons sur la multiplicité à $n-1$ dimensions, $x_1 = x_1^0$, une valeur arbitraire (holomorphe) $\bar{u}$, satisfaisant à la seule rectriction $\mathrm{C}(\bar{u}) \neq 0$.

Puis sur la multiplicité à $n-2$ dimensions $x_1 = x_1^0$, $x_2 = x_2^0$ une valeur arbitraire (holomorphe) v satisfaisant à la seule restriction

$$\mathrm{P}(\bar{v})\mathrm{C}(\bar{u})-\mathrm{P}(\bar{u})\mathrm{C}(\bar{v}) \neq 0.$$

Le système (1) a *une solution holomorphe et une seule telle que* u *se réduise à* $\bar{u}$ *pour* $x_1 = x$, et *que* v *se réduise à* $\bar{v}$ *pour* $x_1 = x_1^0$, $x_2 = x_0^0$.

3. Pour une solution déterminée du système (1), les *caractéristiques*, c'est-à-dire les multiplicités à $n-1$ dimensions $\varphi = 0$, pour lequel le théorème général énoncé au n° 1 tombe en défaut, satisfont à l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$[\lambda P(u) - P(v)] A\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) + [\lambda Q(u) - Q(v)] B\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) + [\lambda R(u) - R(v)] C\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right) = 0,$$

où λ désigne la valeur commune des rapports

$$\frac{A(v)}{A(u)}, \quad \frac{B(v)}{B(u)}, \quad \frac{C(v)}{C(u)}.$$

TOPOLOGIE. — *Sur la structure dimensionnelle des ensembles fermés.* Note de M. **L. Tumarkin**, présentée par M. Hadamard.

Le but de la présente Note est de montrer que les éléments essentiels qui déterminent la structure d'un ensemble fermé à n dimensions sont les *multiplicités cantoriennes* au sens d'Urysohn (¹). On a en effet le résultat suivant :

Théorème fondamental. — *Tout ensemble fermé et compact* F *de dimension* n *se réduit, par suppression éventuelle d'un sous-ensemble ouvert de dimension* $n-1$ *au plus, à la fermeture* (²) *d'un ensemble constitué entièrement de multiplicités cantoriennes maximales* (³) *à* n *dimensions, celles-ci ne pouvant*

(¹) P. Urysohn, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 440, et *Mémoire sur les multiplicités cantoriennes* (*Fund. Math.*, 7, 1926, p. 30-137, et 8, 1927, p. 225-359). Nous suivons la définition donnée dans le Mémoire (*loc. cit.*, p. 124). Le lecteur de la présente Note est supposé familiarisé avec les notions fondamentales de la théorie de dimension qu'on trouvera dans les travaux cités d'Urysohn de même que dans les travaux de M. Menger (*Monatshefte f. Math. u. Phys.*, 33, 1923, p. 148, et 34, 1924, p. 137). On consultera aussi l'article fondamental de M. Brouwer (*Journal de Crelle*, 142, 1913, p. 92), où la définition de la dimension fut donnée pour la première fois.

(²) On entend sous la fermeture d'un ensemble E l'ensemble de tous les points de E et de tous les points d'accumulation de E.

Nous supposons d'ailleurs que tous nos ensembles sont situés dans l'espace ordinaire à n dimensions ou bien dans l'espace de M. Hilbert à une infinité de dimensions.

(³) C'est une multiplicité cantorienne maximale si toute multiplicité cantorienne agrégée à F coïncide avec C si elle contient C.

avoir, deux à deux, que des ensembles de dimension $n - 2$ au plus, de points communs.

La démonstration du théorème fondamental repose sur la notion très importante des nombres $d_k(F)$ due à Urysohn [1]; $d_k(F)$ est par définition la borne inférieure de tous les nombres $\varepsilon > 0$ tels qu'il existe un *système* $\Pi_\varepsilon^k(F)$, c'est-à-dire un système de sous-ensembles fermés

$$F_1, \ F_2, \ \ldots, \ F_s$$

recouvrant F et jouissant des deux propriétés suivantes : 1° le diamètre de chacun de ces ensembles est inférieur à ε; 2° il n'existe aucun point appartenant à plus de k parmi les ensembles F_i. Si $\dim F = n$, on a $d_{n+1}(F) = 0$.

La signification géométrique des nombres $d_k(F)$ est établie par M. Alexandroff; il a notamment démontré [2] qu'il existe, pour tout $\varepsilon > d_k(F)$ une déformation continue de l'espace entier transformant F en un polyèdre à k dimensions, et cela de façon qu'aucun point de l'espace ne soit déplacé de plus de ε de sa position initiale.

Cela posé, on démontre d'abord le

Théorème I. — *Soient* A *et* B *deux ensembles fermés et compacts dont la partie commune* $A.B = \Phi$ *est de dimension* $\leqq n - 2$; *le nombre* $d_n(A + B)$ *est alors égal au plus grand des deux nombres* $d_n(A)$ *et* $d_n(B)$.

Démonstration du théorème I. — *Lemme*. — Soient B un ensemble fermé et compact et $P_{n-2}, P_{n-3}, \ldots, P_0, P_{-1}$ une suite finie décroissante des sous-ensembles fermés de B tel que $\dim P_r \leqq r$ $(n - 2 \geqq r \geqq -1$ un ensemble de dimension -1 étant par définition vide). Soit $\varepsilon > d_n(B)$. Il existe alors un $\Pi_\varepsilon^n(B)$ tel qu'un point de P_{r-2} appartient à $r - 1$ au plus parmi les ensembles constituant $\Pi_\varepsilon^n(F)$.

Ce lemme étant supposé démontré, supposons, par impossible, qu'il existe un nombre $\delta < d_n(A + B)$ qui soit supérieur à chacun des nombres $d_n(A)$ et $d_n(B)$. Il existe alors un $\Pi_\delta^n(A) = \{A_1, A_2, \ldots, A_p\}$; désignons par M_t l'ensemble de tous les points de A appartenant à t parmi les ensembles A_i. En généralisant un résultat de M. Menger [3], on démontre qu'on peut s'arranger de façon qu'on ait $\dim M_t \Phi \leqq n - t - 1$. En posant $P_r = M_{n-r-1}.\Phi$, $(n - 2 \geqq r \geqq -1)$, on se trouve dans les conditions du lemme; il existe donc un $\Pi_\delta^n(B) = \{B_1, B_2, \ldots, B_q\}$ tel que $N_r.P_{r-2} = 0$ $(r = 1, 2, \ldots, n)$, N_r étant l'ensemble de tous les points appartenant à r parmi les ensembles B_i. Il en résulte que les ensembles $A_1, A_2, \ldots, A_p, B_1, B_2 \ldots, B_q$ forment un $\Pi_\delta^n(A + B)$, ce qui est impossible, δ étant $< d_n(A + B)$.

---

(1) *Fund. Math.*, 8, 1927, p. 352.
(2) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 641.
(3) *Jahresbericht d. Deutsch. Math. Ver.*, 36, 1927, p. 10.

Or, si l'on a une suite décroissante d'ensembles fermés et compacts :

$$F_1, \quad F_2, \quad \ldots . \quad F_m \ldots .$$

ayant tous le même $d_n(F_i) = d$, la partie commune F_0 aux ensembles $F_i (i = 1, 2, \ldots, m, \ldots)$ a encore un $d_n(F_0) = d$ [1]. En appliquant simultanément cette remarque et le théorème I, on obtient immédiatement le

Théorème II. — *Tout ensemble fermé et compact de dimension n contient une multiplicité cantorienne de la même dimension (possédant d'ailleurs le même nombre d_n d'Urysohn).*

Soit maintenant C_0 une multiplicité cantorienne quelconque contenue dans F et ayant la même dimension n que ce dernier ensemble; soit de plus S l'ensemble-somme de toutes les multiplicités cantoriennes de dimension n ayant avec C_0 un ensemble de dimension $\geqq n-1$ de points communs; on voit aisément que $C = S + S'$ est une multiplicité cantorienne maximale. Le reste de la démonstration du théorème fondamental ne présente aucune difficulté [2].

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les méthodes des différences finies pour la résolution approchée des problèmes fondamentaux de la Physique mathématique.* Note de MM. **N. Bogolioùboff** et **N. Kryloff**, présentée par M. Hadamard.

1. La méthode dont il s'agit a été l'objet de notre Note [3] où nous avons justifié le principe de Rayleigh par l'appréciation de l'erreur commise à la $n^{\text{ième}}$ approximation. Or, il est de toute nécessité d'avoir l'estimation la *moins majorée possible*. Nous avons obtenu, pour le cas simple,

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda A(x) y = f(x), \qquad y(0) = y(1) = 0, \qquad A(x) \gtrless 0. \tag{1}$$

---

(1) La démonstration de cette proposition se trouve en principe chez Urysohn, (*Fund. Math.*, 8, 1927, p. 352-355).

(2) Après avoir terminé ce travail (dont le développement complet, contenant d'ailleurs d'autres résultats sur le même sujet, paraîtra dans un autre Recueil), j'apprends que M. Menger vient de publier une Note dans les *Proceedings* de l'Académie Royale d'Amsterdam (30, septembre 1927, p. 705), où il déduit le théorème II (de la présente Note) du théorème I; quant à ce dernier, M. Menger signale qu'il est démontré dans un Mémoire de M. Hurewicz non publié encore.

(3) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 476.

les évaluations suivantes (s'étendant aux systèmes plus généraux) :

(2) $$\left|\frac{\lambda_k^{(n)} - \lambda_k}{\lambda_k}\right| < \frac{\pi^2}{12}\frac{\max|A(x)|}{\min|A(x)|}\left(\frac{k}{n}\right)^2,$$

où λ_k, $\lambda_k^{(n)}$ sont respectivement la $k^{\text{ième}}$ valeur singulière relative à (1) et sa valeur approchée en $n^{\text{ième}}$ approximation,

(3) $$\sum_{i=1}^{n} A_i |\varphi_k^{(n)}(x_i) - \varphi_k(x_i)|^2 \Delta < \frac{L\lambda_k^2 T_n^{(\lambda_k)}}{12n^2(1-\varepsilon_n)};$$

(4) $$|\varphi_k^{(n)}(x_i) - \varphi_k(x_i)| < \frac{\lambda_k^2 T_n^{(\lambda_k)}\sqrt{L}}{12n^2(1-\varepsilon_n)}\sqrt{L\lambda_k+1},$$

où φ_k et $\varphi_k^{(n)}(x)$ sont la $k^{\text{ième}}$ fonction singulière et sa valeur approchée,

$$L = \frac{1}{|\lambda_{k\pm1}^{(n)} - \lambda_k^{(n)}|}, \qquad |\varepsilon_n| < \left|\frac{\lambda_k - \lambda_k^{(n)}}{\lambda_{k\pm1}^{(n)} - \lambda_k^{(n)}}\right|;$$

(5) $$\begin{cases} T_n^{(\lambda_k)} = \left[\max|A| + \dfrac{2}{\sqrt{\lambda_k}}\max\left|\dfrac{A'}{A}\right| + \dfrac{1}{\lambda_k}\max\left|\dfrac{A''}{A}\right|\right]\sqrt{\dfrac{\max|A(x)|}{\min|A(x)|}}, \\ P_1 = \dfrac{\max|A'(x)|}{\min\sqrt{|A(x)|}}, \qquad P_2 = \dfrac{\max|f''(x) - \lambda A(x) f(x)|}{\min|A(x)|}; \end{cases}$$

(6) $$\begin{aligned} |y(x_i) - y_n(x_i)| &\leqq \sqrt{\sum_{i=0}^{k-1}\left[\frac{\Delta[y_i - y_i^{(n)}]}{\Delta x}\right]^2\Delta} \\ &< \left\{\frac{T_n^{(\lambda)}\lambda^2}{12n^2}\frac{1}{|\lambda_{k_1} - \lambda|} + \frac{\lambda P_1}{6n^2\sqrt{|\lambda_{k_1} - \lambda_k|}} + \frac{P_2}{12n^2\sqrt{\int_0^1 \frac{f^2}{A}dx}}\right\} \\ &\quad\times \frac{\sqrt{\int_0^1 \frac{f^2}{A}dx}\sqrt{\lambda_{k_1}^{(n)}}}{|\lambda_{k_1}^{(n)} - \lambda|}, \end{aligned}$$

où $T_n^{(\lambda)}$ obtenu de (5), en y mettant λ au lieu de λ_k; λ_{k_1} et $\lambda_{k_1}^{(n)}$ sont respectivement les valeurs λ_i et $\lambda_i^{(n)}$ les plus proches de λ [1].

Toutes les formules (2), (3), (4), (6) ont été obtenues en négligeant, dans leurs seconds membres, les termes d'ordre n^{-4}; mais il faut regarder de près si les termes correctifs sont réellement petits pour les petites valeurs de n.

2. Pour améliorer l'approximation (l'ordre de n^{-2} trouvé dans les

---

[1] $y(x)$ et $y_n(x)$ sont l'intégrale du système (1) et sa $n^{\text{ième}}$ valeur approchée.

formules précédentes ne peut pas être élevé par la méthode usuelle des différences finies), on peut introduire une méthode nouvelle à notre connaissance qu'on pourrait nommer la *méthode des différences supérieures.*

L'idée de cette méthode est basée sur la remarque que, dans l'équation usuelle aux différences finies correspondant à (1), le terme $\Delta^2 y_i / \Delta x^2$ n'est que le premier terme de l'expression $\frac{d^2 y}{dx^2}$ au moyen des différences. On proposera par exemple pour l'intégration approchée du système homogène correspondant à (1) le système suivant :

$$(7)\quad \left\{ \begin{array}{c} \frac{\Delta^2 y_0}{\Delta x^2} - \frac{\Delta^2}{14} \frac{\Delta^3 y_0}{\Delta x^3} + \lambda_i^n A_i y_i = 0, \\ \frac{\Delta^2 y_1}{\Delta x^2} + \frac{\Delta}{23} \frac{\Delta^3 y_1}{\Delta x^3} - \frac{2}{23} \Delta^2 \frac{\Delta^4 y_0}{\Delta x^4} + \lambda_i^n A_2 y_2 = 0; \\ \frac{\Delta^2 y_{i-1}}{\Delta x^2} - \frac{\Delta^2}{12} \frac{\Delta^4 y_{i-2}}{\Delta x^4} + \lambda_i^n A_i y_i = 0 \qquad (\text{pour } n-3 \geqq i \geqq 3); \\ \frac{\Delta^2 y_{n-3}}{\Delta x^2} + \frac{\Delta}{23} \frac{\Delta^2 y_{n-4}}{\Delta x^3} - \frac{2}{23} \Delta^2 \frac{\Delta^4 y_{n-4}}{\Delta x^4} + \lambda_i^n A_{n-2} y_{n-2} = 0; \\ \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{\Delta x^2} - \frac{\Delta}{14} \frac{\Delta^3 y_{n-3}}{\Delta x^3} + \lambda^n A_{n-1} y_{n-1} = 0; \\ y_0 = y_n = 0. \end{array} \right.$$

Les calculs donnent la première valeur singulière λ, l'évaluation

$$(8)\quad \left\{ \begin{array}{c} |\lambda_1 - \lambda_1^{(n)}| < \frac{\Delta^4}{1 - |\varepsilon_n| \Delta^4} \left\{ |\gamma_n| + \frac{|\delta_n|}{144} + \frac{k^2 \pi^2 |\varepsilon_n|}{\min |A(x)|} \right\}, \\ |\delta_n| < 3 |\varphi_1'''|^2 + 2 |\varphi_1'' \varphi_1^{(\text{IV})}| + \frac{\Delta^2}{12} |\varphi_1^{(\text{IV})}|^2; \qquad \varepsilon_n < \frac{19}{720} \left| \frac{d^4 A \varphi_1^2}{dx^4} \right|, \\ |\gamma_n| < \frac{1}{192} \left[\frac{1}{3} \varphi_1'''^2 + \frac{1}{10} |(\varphi_1')^{2(\text{IV})}| + \frac{1}{5} |\varphi_1' \varphi_1''| \right] + \frac{\Delta^2}{2304} |\varphi_1''' \varphi_1^{(\text{V})}| + \frac{\Delta^4}{(1920)^2} |\varphi_1^{(\text{V})}|; \end{array} \right.$$

pour la première fonction singulière et ses dérivées, on a facilement les limitations

$$|\varphi_1| \leqq \sqrt{\frac{2}{\min |A|} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\max |A'|}{\min |A|} \right)}, \qquad |\varphi_1'| \leqq \sqrt{\lambda_1 \left(2 + \frac{\max |A''|}{\min |A|} \right)}.$$

Cette méthode est jusqu'à un certain point analogue à celle de Störmer-Adams (pour l'intégration approchée des équations différentielles avec les conditions initiales de Cauchy) en ce sens qu'on a recours aussi aux différences d'ordre supérieur, par exemple l'équation troisième de (7) n'est autre que celle de Störmer-Adams à une quantité d'ordre n^{-4} près.

3. Prenons, à titre d'exemple, le cas $A(x) = \text{const.} = 1$. Les erreurs calculées par nos formules (3) et (4) sont suffisamment bonnes et l'on a par exemple pour $n = 2$, $k = 1$ à peu près 0,3 pour 100. Il n'en est pas de même pour le calcul de λ_k; or, cela tient à la nature même de la méthode usuelle des différences, car l'erreur réelle en ce cas atteint 20 pour 100; mais la différence entre l'erreur réelle et l'erreur calculée par (2) ne dépasse pas 1 pour 100. La méthode nouvelle (§ 2) pour le calcul de λ au moyen de (8) donne (dans le cas $n = 5$) une erreur égale à 2,3 pour 100, tandis que la valeur réelle en ce cas obtenue par la méthode usuelle atteint 3 pour 100. Encore les majorations (8) peuvent-elles être abaissées.

RADIOACTIVITÉ. — *Spectrographie des rayons γ par diffraction cristalline.* Note de M. **Frilley**, présentée par M. Maurice de Broglie.

J'ai récemment décrit les principaux éléments et les dispositifs de réglage d'un spectrographe à cristal tournant utilisé pour l'étude photographique des rayons γ des dérivés du Ra [1].

Les valeurs des angles de réflexion se déduisent de la distance de l'axe de rotation du cristal à la plaque, et de la position des raies sur celles-ci. La première mesure est obtenue avec une précision plus que suffisante au moyen des verniers des chariots. L'angle de réflexion est égal au rapport de la distance de la raie à l'axe du faisceau direct, à la distance cristal-plaque. L'origine des distances sur la plaque est l'axe de la tache centrale, si le réglage de la position du cristal est bon. On le vérifie et on le corrige s'il y a lieu, en mesurant les angles avec des dispersions très différentes. L'erreur sur l'angle dépend donc seulement de l'erreur sur le pointage de la raie. Pour les raies fortes ou moyennes, le pointage est facile à $0^{mm},1$ près et l'erreur absolue est moindre que 1 UX. L'erreur peut atteindre 2 à 3 pour 100 vers les hautes fréquences pour les raies faibles qui peuvent être difficiles à pointer à cause de l'irrégularité de l'impression photographique et des grains du cliché.

Voici les longueurs d'ondes en unités X ($1\ \text{UX} = 10^{-11}\ \text{cm}$) et les énergies du quantum correspondant en kilovolts pour les raies mesurées.

---

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 137.

N°.	λ en UX.	V en kv.	Intensité.	Origine.
1....	20,0	617	moyenne	noyau RaC
2....	35,0	353	»	» RaB
3....	42,0	294	»	» »
4....	51,5	240	»	» »
5....	65,2	189	faible	» »
6....	119	104	très faible	» »
7....	135	91,4	faible	triplet nucléaire RaB
8....	140	88,4	forte	triplet nucléaire RaB
9....	144	85,8	»	triplet nucléaire RaB
10....	155	79,8	moyenne	$K\alpha_1$ — 84 (triplet de fluorescence)
11....	161	76,7	très forte	$K\alpha_1$ — 83, $K\alpha_2$ — 84 (triplet de fluorescence)
12....	166	74,4	forte	$K\alpha_2$ — 83 (triplet de fluorescence)
13....	190	65,0	très faible	noyau RaB
14....	210	58,8	»	» »
15....	232	53,3	moyenne	» »
16....	265	46,6	très faible	» RaD?
17....	71,0	174	faible	probablement second ordre
18....	85,0	145	»	probablement second ordre
19....	105	118	»	probablement second ordre
20....	131	94,3	»	probablement second ordre
21....	284	43,5	»	probablement second ordre

D'après les indications des spectres corpusculaires, les raies nucléaires appartiendraient au RaB, sauf la première qui est émise par RaC et la raie n° 16 qui peut provenir du RaD (¹). Les raies K de l'élément 83 (RaC) résultent de la désintégration du RaB, celles de l'élément 84 (RaC′), de la désintégration du RaC.

Les cinq premières raies et la raie n° 15 ont été déjà indiquées par les spectres corpusculaires (²). Le rayonnement γ, qui pour une longueur d'onde de 20 UX possède encore les propriétés électromagnétiques classiques, obéit donc à la loi photo-électrique d'Einstein jusqu'à plus de 600 kilovolts, l'écart observé étant inférieur à l'erreur possible des mesures.

Dans la région des deux triplets, Rutherford et Andrade avaient trouvé une raie large unique (supposée formée des raies K de RaB et RaC) dont la longueur d'onde moyenne était à peu près celle que j'ai obtenue pour la raie de plus basse fréquence de ce groupe. L'analyse par les spectres corpusculaires de cette région riche en raies est restée incertaine. Ellis et

(¹) Mlle L. Meitner, *Zeits. f. Phys.*, 11, 1922, p. 35.
(²) Ellis et Skinner, *Proc. Roy. Soc.*, 105 A, 1924, p. 165 et 185.

Skinner n'ont pas indiqué les fortes raies γ n°s 7, 8 et 9. En dehors de cette région, la diffraction cristalline donne des résultats conformes à ceux de la spectrographie corpusculaire, de même que pour les radioéléments étudiés par J. Thibaud.

Le triplet de fluorescence (particulièrement la raie $K\alpha_1$-83) est très intense, le triplet nucléaire un peu moins (la raie n° 7 est faible). Ces deux groupes apparaissent avec des sources faibles et des poses courtes (100 millicuries pour une rotation de 2° en 24 à 48 heures). Pour voir apparaître nettement les autres raies, il faut employer 200 à 300 millicuries avec une vitesse d'environ 30′ par 24 heures. J'ai utilisé jusqu'à 700 millicuries avec des vitesses angulaires plus grandes.

L'intensité des raies $K\alpha_1$ et $K\alpha_2$ de Ra B semble anormale, les raies K étant à peine visibles dans les spectres des autres radioéléments. L'excitation de celles du Ra B doit être due en grande partie aux rayons γ voisins très intenses (n°s 8 et 9) qui ne peuvent ioniser le niveau K-83 (90 kilovolts), mais exciteraient les raies K par résonance. Ces raies γ subissant cette absorption particulière ioniseraient peu le niveau L, ce qui rend compte de l'absence d'électrons L leur correspondant dans les spectres corpusculaires.

Cependant Ellis et Skinner ont trouvé dans le spectre excité dans le Pb, entre 80 et 90 kilovolts, une bande faible dont ils n'ont pas donné l'origine et qui correspond bien aux rayons γ n°s 7, 8 et 9. Elle n'apparaît pas dans le spectre primaire, ce qui est en faveur de l'hypothèse d'une absorption particulière de ces rayons γ dans les atomes qui les émettent.

La raie de plus haute énergie observée jusqu'ici par diffraction cristalline dans le spectre de la famille du Ra était celle de 170 kilovolts signalée par Rutherford et Andrade et qui est le deuxième ordre de la raie n° 2 indiquée ici. Dans le spectre du mésothorium, J. Thibaud avait obtenu une raie de 236 kilovolts. La limite supérieure atteinte dans le présent travail est 617 kilovolts.

OPTIQUE. — *Mesure des durées de fluorescence des sels d'uranyle solides et de leurs solutions.* Note ([1]) de MM. **Francis Perrin** et **R. Delorme**, présentée par M. Jean Perrin.

I. L'un de nous ([2]) a montré que les sels d'uranyle en solution liquide peuvent avoir des durées d'émission lumineuse du même ordre de grandeur que celles des sels cristallisés; que par exemple la luminescence d'une solution de sulfate d'uranyle dans l'acide sulfurique pur (viscosité 0,2) est facilement visible au phosphoroscope de Becquerel ([3]).

Contrairement à ce qu'ont prétendu P. Pringsheim et E. Gaviola ([4]), il s'agit bien là de la luminescence principale de ces solutions, et non d'une faible phosphorescence suivant une fluorescence presque instantanée.

Si la fluorescence très brève mesurée par ces auteurs (vie moyenne $1,9.10^{-9}$ sec) existe réellement, c'est elle qui est peu importante.

La luminescence des sels d'uranyle a d'ailleurs tous les caractères d'une *fluorescence* simple de grande durée : Les molécules excitées correspondantes peuvent spontanément revenir à l'état normal avec émission de lumière, elles ne sont pas dans un état *métastable* nécessitant pour se transformer une cause extérieure (chocs, etc.).

II. Pour mesurer les durées d'émission des sels d'uranyle nous avons établi un *phosphoromètre*, constitué par un phosphoroscope à disques du type de H. Becquerel, complété par un dispositif photométrique précis (voir la figure).

Les disques du phosphoroscope portent chacun 16 entailles de 4°, 5. Ils sont enfermés dans des carters percés de fenêtres de même ouverture, limitées radialement par des arcs de cercle. La vitesse de rotation des disques, entraînés par une turbine à air comprimé, est mesurée par un enregistrement électrique; elle peut atteindre 200 tours par seconde.

Un produit étant placé dans le phosphoroscope, on donne au secteur variable R une série d'ouvertures connues, en déterminant chaque fois

---

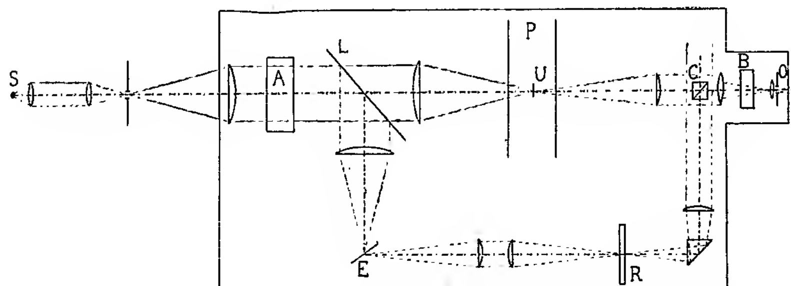
([1]) Séance du 6 février 1928.

([2]) Francis Perrin, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 929.

([3]) Par suite d'une confusion numérique, la vie moyenne du nitrate cristallisé avait été prise 2,3 fois plus grande qu'il ne résultait des mesures de H. Becquerel, d'où la différence entre la valeur donnée alors et les valeurs exactes données plus loin.

([4]) *Zeit. f. Physik.*, 43, 1927, p. 384.

pour quelle vitesse de rotation les plages du cube de Lummer ont le même éclat. On obtient ainsi la variation de l'intensité relative I de la lumière



S, arc électrique; O, oculaire; L, glace sans tain; E, étalon; R, roue à secteur d'ouverture variable; P, phosphoroscope; U, substance étudiée; C, cube de Lummer; A, écran au $CuCl^2$ ammoniacal; B, écran complémentaire au chromate de K.

qui émerge du phosphoroscope en fonction de la durée T d'un tour complet du système de disques.

III. Pour une fluorescence simple, la luminescence, après un éclairement instantané, doit décroître exponentiellement :

$$i = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (\tau \text{ est la vie moyenne}).$$

En admettant cette loi on calcule que l'intensité observée I dans le phosphoroscope décrit ici doit varier en fonction de T suivant la formule

$$I = I_m \left(5 \frac{16\tau}{T}\right)^3 e^{-\frac{1}{10}\frac{T}{16\tau}5} \frac{\left(1 - e^{-\frac{1}{5}\frac{T}{16\tau}}\right)^4}{1 - e^{-\frac{T}{16\tau}}},$$

d'après laquelle on construit la courbe donnant $\log \frac{I}{I_m}$ en fonction de $\log \frac{T}{16\tau}$. La courbe expérimentale donnant $\log I$ en fonction de $\log \frac{T}{16}$ doit se superposer à cette courbe théorique par une translation dont la composante suivant l'axe des abscisses donne $\log \tau$. En fait la superposition est bonne, ce qui vérifie *a posteriori* la loi de décroissance exponentielle admise, en même temps qu'on obtient la vie moyenne τ.

IV. Voici les premiers résultats obtenus par cette méthode :

Solides.	$\tau.10^4$ (en sec.).
Sulfate d'uranyle cristallisé........................	2,5
Nitrate d'uranyle cristallisé........................	6,1
Verres d'urane (deux provenances).................	3,2 et 2,9

Solutions de sulfate d'uranyle anhydre dans l'acide sulfurique pur à 17° C. :

Concentrations (gr/cm³).	$\tau.10^4$ (en sec.).	
$7,2.10^{-3}$	1,4	(2,0 à 1° et 1,25 à 28°)
$7,2.10^{-2}$	1,0	
$7,2.10^{-1}$	0,9	

La vie moyenne décroît, ainsi que le pouvoir fluorescent, quand la concentration croît, quand la température s'élève, ou quand on ajoute de l'eau (¹) ($\tau.10^4 = 0,55$ pour une solution contenant 30 pour 100 d'eau).

RELATIVITÉ. — *La non-existence du vent d'éther.* Note (²) de MM. **A. Piccard** et **E. Stahel**, transmise par M. Pierre Weiss.

La Note de M. Brylinski (³) nous oblige à fixer quelques détails relatifs à nos mesures (⁴) pour éviter toute fausse interprétation.

1. Nous avons choisi pour faire nos mesures l'heure locale solaire de 6ʰ, parce que c'est l'heure à laquelle M. Miller place le maximum de son effet. Il est vrai que les points observés par M. Miller en septembre 1925 s'écartent parfois très fortement de sa courbe moyenne et qu'en particulier les points observés vers 6ʰ sont relativement bas (⁵). M. Miller n'ajoute pas d'importance à cet écart purement fortuit; en effet il place dans la figure 4, page 440, qui représente la courbe moyenne, le maximum de 10 km/sec précisément à 6ʰ du matin, donc exactement à l'heure que nous avons choisie pour nos mesures.

2. Mais même si l'on admettait avec M. Brylinski un minimum secondaire à 6ʰ du matin, la vitesse du vent d'éther à ce moment (7,5 km/sec) serait largement plus grande que celle que décèlerait la précision de nos

---

(¹) S. J. Wawilow et W. L. Lewschin (*Naturwissenschaften*, **41**, 11 novembre 1927, p. 467) ont récemment mesuré les durées d'émission du sulfate d'uranyle cristallisé et dissous, au moyen de leur phosphoromètre à miroir tournant. Ils ont confirmé la décroissance exponentielle de la fluorescence de longue durée et l'absence de fluorescence instantanée, et obtenu pour les vies moyennes des valeurs avec lesquelles les nôtres sont en bon accord.

(²) Séance du 6 février 1928.

(³) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1458.

(⁴) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1198.

(⁵) *Science*, **63**, 1926, p. 439, fig. 2

mesures. Le déplacement des franges produit par ce vent d'éther devrait être 20 fois plus grand que ce que nous avons observé.

3. Nous tenons à faire remarquer que la détermination des azimuts de chacune de nos douze séries est parfaitement sûre et que rien ne permet de supposer un décalage des azimuts comme le fait M. Brylinski.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Propriétés électriques des ferro-nickels additionnés de chrome.* Note de M. **P. Chevenard**, présentée par M. H. Le Chatelier.

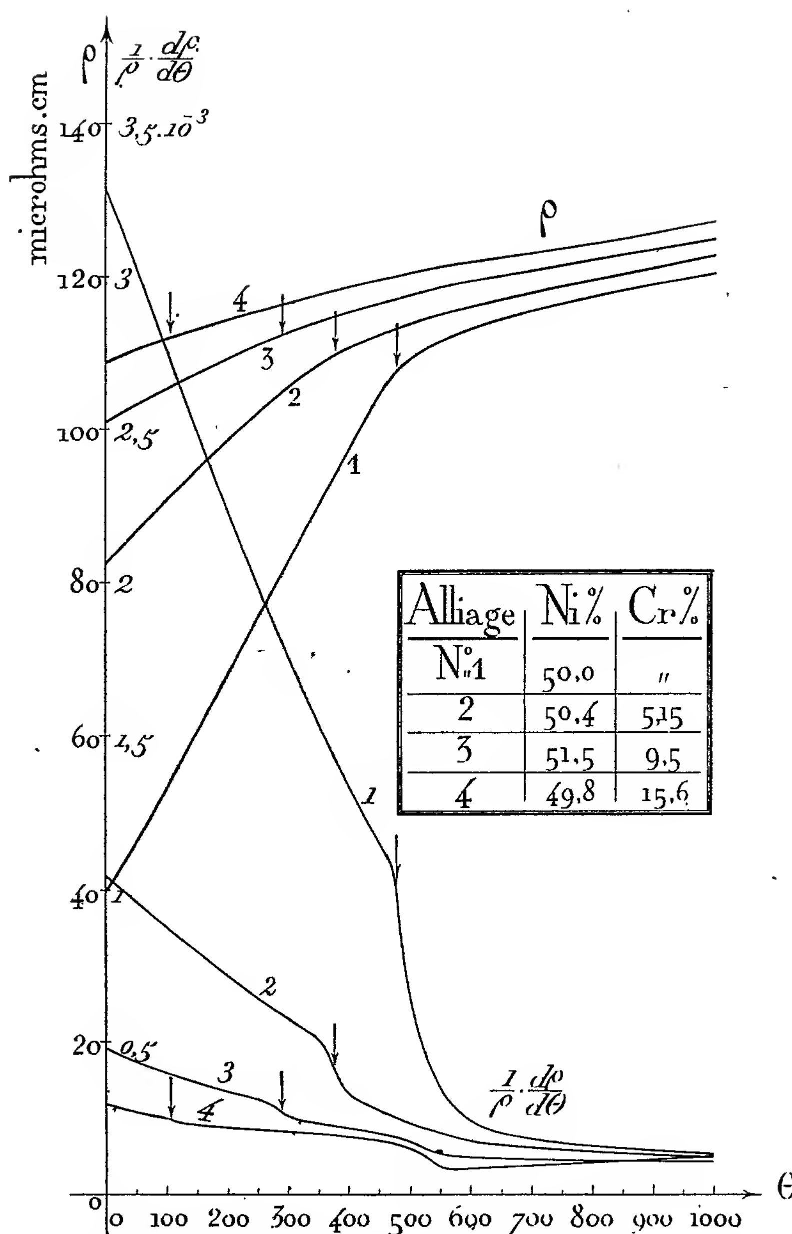
La présente Note a pour but de résumer les conclusions des recherches sur la résistivité et le pouvoir thermo-électrique des ferro-nickels chromés.

1° La transformation allotropique des alliages fer-nickel riches en fer s'accompagne, au chauffage, d'une augmentation de la résistivité; au refroidissement, on note le changement inverse. L'amplitude de cette variation, faible dans le fer très pur, augmente d'abord avec la teneur en nickel jusqu'à 30 pour 100 Ni; elle décroît ensuite et s'annule quand le titre atteint celui du composé Fe^2Ni; (34,45 pour 100 Ni), limite des alliages susceptibles de subir la transformation allotropique.

A mesure qu'on incorpore du chrome, les températures de transformations allotropiques s'abaissent et l'hystérésis thermique augmente. En même temps, l'amplitude du changement de résistivité diminue puis change de signe : ainsi la transformation $\alpha \rightarrow \gamma$ des alliages, pauvres en nickel et assez riches en chrome, est marquée par une chute de la résistivité.

2° La transformation magnétique réversible des alliages fer-nickel austénitiques se manifeste, sur le diagramme « résistivité-température », par une incurvation vers le bas, le point de plus forte courbure étant sur l'ordonnée du point de Curie. L'intensité de cette anomalie, qu'on peut caractériser par la diminution du coefficient $\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{d\theta}$ corrélative de la chute thermique de l'aimantation, décroît régulièrement en même temps que la proportion de nickel.

Une addition de chrome a pour double effet d'abaisser la température de transformation magnétique et d'atténuer l'anomalie correspondante de la résistivité. Comme on le voit, en effet, sur la figure ci-après, le coude de la courbe ρ au voisinage du point de Curie s'arrondit et la chute de la courbe $\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{d\theta}$ se réduit à mesure que la teneur en chrome augmente. Une



Alliage	Ni %	Cr %
N° 1	50,0	"
2	50,4	5,15
3	51,5	9,5
4	49,8	15,6

Variation thermique de la résistivité ρ et du coefficient vrai $\frac{1}{\rho}\cdot\frac{d\rho}{d\theta}$ d'un ferronickel et de trois ferronickels chromés. Les flèches repèrent les températures des points de Curie.

proportion de 15 pour 100 suffit à rendre l'anomalie presque insensible : cette action diluante intense a déjà été notée dans l'étude des autres propriétés physiques des ferro-nickels chromés.

L'action banale du chrome, c'est-à-dire le relèvement des courbes ρ dans le domaine de l'état paramagnétique est important pour les alliages riches en nickel, mais faible pour les alliages riches en fer. Le gain de résistivité et la diminution du coefficient de température, constatés pour tous les alliages au-dessous du point de Curie, sont donc surtout des modifications d'ordre physico-chimique.

3° A l'état paramagnétique, les ferro-nickels chromés présentent entre 500° et 550° une seconde transformation imparfaitement réversible, qui se traduit par une diminution du coefficient de thermo-résistivité vrai. La température moyenne de cette anomalie est sensiblement indépendante de la composition; l'amplitude croît en même temps que la teneur en chrome et diminue quand l'alliage s'enrichit en fer. J'ai déjà étudié quantitativement ce phénomène par la méthode dilatométrique dans les alliages nickel-chrome et dans les ferro-nickels chromés [1]. La méthode de la résistance électrique, encore plus sensible, a fourni les mêmes conclusions quant à l'influence de la composition.

4° Les courbes qui représentent le pouvoir thermo-électrique des ferro-nickels réversibles en fonction de la température sont tout à fait analogues.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude des boues activées.* Note [2] de M. **Lucien Cavel**, présentée par M. Calmette.

On sait que, dans l'épuration des eaux d'égout par les boues activées, les matières colloïdales sont adsorbées par la boue.

Je me suis demandé quels étaient les changements subis par la matière organique ainsi accumulée sur la boue. J'ai fixé, pour cela, mon attention sur les variations de ses principaux éléments, le carbone et l'azote organiques, qui sont les plus intéressants à considérer.

---

(1) P. Chevenard, *Anomalie dilatométrique des alliages nickel-chrome paramagnétiques; alliages pour pyromètres à dilatation* (*Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1281); *Recherches expérimentales sur les alliages de fer, de nickel et de chrome* (*Travaux et Mémoires du Bureau International des Poids et Mesures*, **17**, 1927, p. 95).

(2) Séance du 6 février 1928.

Dans l'exploitation courante du procédé, il est difficile de saisir ces variations à cause du renouvellement incessant de la boue elle-même, dont la composition est constamment modifiée suivant la nature des eaux qu'elle doit épurer, et aussi en raison du temps très court pendant lequel l'observation peut se faire.

J'ai donc entrepris mes expériences en exagérant intentionnellement le temps d'aération d'une même boue. Je me suis servi de ballons disposés en série sur l'aspiration d'une trompe fonctionnant pendant cinq mois consécutifs, jour et nuit, à la température du laboratoire.

Voici, d'après de nombreux essais menés parallèlement, les résultats obtenus, qui expriment des moyennes arithmétiques.

A. — *Carbone organique.*

Poids de carbone organique dans la boue à l'origine avant aération...	1g,319
Poids de carbone organique dans la boue après 5 mois d'aération.....	1g,262
Carbone disparu..	0g,057

B. — *Azote organique.*

Poids d'azote organique dans la boue à l'origine.......................	0g,329
Poids d'azote organique après 5 mois d'aération.........................	0g,108
Azote disparu..	0g,221

L'examen de ces chiffres montre que le carbone est peu attaqué : 4,32 pour 100 seulement de la quantité engagée au début des expériences; mais il y a, par contre, une réduction importante de l'azote, représentant 67,17 pour 100 de la quantité engagée à l'origine des essais. Ce chiffre comprend, bien entendu, l'ensemble des différents azotes, nitrique, nitreux, qu'on retrouve dans l'eau dans laquelle flotte la boue, et l'azote libre (1).

D'autre part si, sur une portion desséchée de ces boues, on exprime en bloc la matière organique par la perte au rouge, avant aération puis après aération, on remarque que la différence entre ces deux déterminations donne un chiffre très voisin de 67 pour 100, qui représente l'azote éliminé de la boue, dosé à part. Il semble donc, dans ces conditions, que la réduction de la matière organique de la boue, sous l'influence de l'aération, se rapporte presque exclusivement à l'azote disparu.

Ce point particulier a une certaine importance pratique. En effet, dans

---

(1) Cavel, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 1101.

l'application industrielle des boues activées, à la station du Mont Mesly, révèle que la proportion d'azote organique existant dans une boue activée fraîchement préparée est peu élevée (1,75 pour 100, sur sec), et qu'elle s'élève graduellement avec la durée de la mise en œuvre de la boue jusqu'aux environs de 5,15 pour 100 ([1]). A mesure que la proportion tend vers cette limite, on observe un affaiblissement progressif des facultés adsorbantes de la boue. Si l'on persiste malgré cela à utiliser cette boue l'épuration devient nulle et l'on est contraint de la mettre hors de service. Or, la pratique a montré, depuis l'installation du procédé des boues activées à Mesly, que, pour remédier à cette situation, il fallait aérer la boue pendant plusieurs jours, jusqu'à ce que, par décantation, l'eau soit redevenue bien claire et exempte d'ammoniaque. On s'aperçoit alors qu'elle contient une quantité de nitrates supérieure à celle qui correspondrait à l'ammoniaque préexistante au moment de cette manœuvre, et qui ne peut provenir que de l'azote de la boue.

Cette étude démontre ainsi que les boues se désactivent par excès d'azote, puisqu'en abaissant leur teneur en azote, par aération, on leur restitue leurs propriétés adsorbantes. Cette opinion avait déjà été émise par Cambier ([2]). On comprend dès lors la raison pour laquelle certaines eaux très polluées provoquent rapidement la désactivation des boues. Aussi convient-il de se tenir dans des limites permettant d'éviter un accroissement trop rapide de l'azote des boues en réduisant le débit de façon telle que les nitrates apparaissent en quantité suffisante, ou encore en faisant des chasses de boues convenablement mesurées.

Ces faits montrent combien le procédé des boues activées, quoique très intéressant, se prête peu aux variations de composition des eaux à épurer. Dès qu'un régime de marche est adopté, il faut le conserver, car le moindre changement dans la nature des eaux brutes entraîne des perturbations dont se ressent l'effluent. Les boues activées n'ont pas la souplesse des lits bactériens. Pour ces derniers, en effet, une accentuation momentanée de la pollution n'a pas de conséquences fâcheuses au point de suspendre ou d'empêcher l'épuration ([3]). La matière organique en excès (par rapport à

([1]) Chiffre très voisin de celui de Mohlmann, cité par Cambier et Bouyssy, *Annales des Services techniques d'Hygiène de Paris*, **1**, 1921, p. 55.

([2]) *Annales d'Hygiène publique, industrielle et sociale*, **1** (nouvelle série), n° IX, septembre 1926, p. 522 à 526.

([3]) Cavel, *Revue d'Hygiène*, **47**, août 1925, p. 679 et 700.

la puissance d'épuration d'un lit) y est fixée, ou retenue mécaniquement. Elle subit une dégradation progressive qui s'achève bientôt sans qu'il y ait dommage ou gêne pour l'épuration.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage iodométrique de l'acide phosphoreux et sur l'emploi du bicarbonate de sodium en iodométrie.* Note de M. **P. Carré**, présentée par M. G. Urbain.

D'après Rupp (¹), l'acide phosphoreux peut se doser volumétriquement, avec exactitude, au moyen d'une liqueur d'iode, de la façon suivante :

On met en présence la solution aqueuse d'acide phosphoreux avec un excès de bicarbonate de sodium (5 à 15^{mol} de bicarbonate par molécule d'acide phosphoreux), puis on ajoute un excès de solution N/10 d'iode. Après 1 heure et demie environ de contact à la température ordinaire, l'oxydation de l'acide phosphoreux est toujours terminée; on titre l'excès d'iode par l'hyposulfite.

L'application de cette méthode ne nous a donné des résultats sensiblement exacts que dans le cas où l'excès d'iode est relativement faible (moins de 5^{cm^3} d'iode N/10), et la quantité de bicarbonate inférieure à 5^{mol} par molécule d'acide phosphoreux.

Rupp ayant effectué ses dosages de contrôle sur des prises d'essai de 5^{cm^3} d'acide phosphoreux [contenant $0^g,1078$ de $P(OH)^3$] n'avait pas remarqué de différence; dans ces conditions la différence est en effet assez faible en valeur absolue.

Afin d'expliquer les écarts constatés dans le dosage iodométrique de l'acide phosphoreux, nous avons été conduit à examiner de nouveau l'action de l'iode sur le bicarbonate de sodium.

On admet généralement (²) que l'iode ne réagit pas avec production d'iodate sur la solution aqueuse de bicarbonate de soude saturée de gaz carbonique, contrairement à Forster et Gyr (³) qui ont signalé la formation d'iodate par réaction de l'iode sur les solutions de bicarbonate.

Les essais suivants confirment les résultats de Forster et Gyr et montrent que la production d'iodate par l'action de l'iode sur un excès de bicarbo-

(¹) *D. Ch. G.*, 35, 1902, p. 3691.
(²) Auger, *Comptes rendus*, 154, 1912, p. 1806.
(³) *Zeit. f. Electr.*, 9, 1903, p. 1.

nate est la cause des écarts observés dans le dosage volumétrique de l'acide phosphoreux.

Si, à 25^{cm^3} d'iode N/10, on ajoute 20^{mol} de bicarbonate de soude (ou de potasse) pour 1 atome d'iode, la décoloration de la liqueur est toujours obtenue avec moins de 25^{cm^3} d'hyposulfite de soude N/10. Pour une même proportion de bicarbonate, relativement à l'iode, la différence varie avec la quantité de gaz carbonique libre contenu dans la solution de bicarbonate; si l'on emploie 84^g d'une solution à 5 pour 100 de CO^3NaH, saturée de gaz carbonique à froid, la décoloration est obtenue avec $23^{cm^3},5$ de solution d'hyposulfite N/10; avec une solution de $4^g,2$ de CO^3NaH dans 300^{cm^3} d'eau de Seltz, la décoloration a lieu avec $24^{cm^3},6$ d'hyposulfite.

La différence, qui est déjà sensible pour 5^{mol} de CO^3NaH par atome d'iode, surtout lorsqu'on ne se trouve pas en présence d'un grand excès de gaz carbonique libre, est d'autant plus prononcée que l'excès de bicarbonate est plus grand. Et si l'on acidule, après décoloration par l'hyposulfite, il n'y a pas mise en liberté d'iode, ce qui pourrait faire croire qu'il ne s'est pas formé d'iodate. Mais si, avant d'ajouter l'hyposulfite, on acidule par l'acide chlorhydrique la liqueur d'iode additionnée de bicarbonate, il faut exactement 25^{cm^3} d'hyposulfite N/10 pour décolorer 25^{cm^3} d'iode N/10.

Pour expliquer ce fait, on est obligé d'admettre que l'iode a réagi sur le bicarbonate avec production d'iodate. Quand on acidule avant d'ajouter l'hyposulfite, cet iodate est réduit par l'iodure en régénérant la totalité de l'iode. Quand on ajoute directement l'hyposulfite, sans aciduler, cet iodate oxyde l'hyposulfite ou le tétrathionate en sulfate; dans ce cas on retrouve en effet du sulfate dans la solution, tandis que dans les mêmes conditions de précipitation par le chlorure de baryum on ne trouve pas de sulfate dans la solution résultant du mélange de volumes égaux d'iode et d'hyposulfite de soude N/10.

Cette interprétation est en accord avec le fait que la dissolution d'iode dans les alcalis oxyde le tétrathionate et l'hyposulfite avec formation de sulfate, et aussi avec le fait que la proportion de l'iodate produit dans la réaction de l'iode sur le bicarbonate est d'autant plus élevée que l'excès de bicarbonate est plus grand.

Ces résultats nous ont conduit à modifier légèrement le mode opératoire de Rupp. Il suffit d'aciduler par l'acide chlorhydrique, avant de doser l'excès d'iode par l'hyposulfite, pour obtenir des résultats exacts. En outre, lors de l'oxydation de l'acide phosphoreux par l'iode, il faut avoir la précaution de maintenir en flacon émeri bien bouché le mélange acide

phosphoreux, iode et bicarbonate; en vase ouvert, le gaz carbonique libre qui s'échappe peu à peu de la solution entraîne des quantités notables d'iode.

Les mêmes précautions doivent être recommandées dans tous les dosages où l'on doit laisser en contact un excès d'iode avec le bicarbonate, par exemple dans le dosage iodométrique de l'antimoine selon Rohmer [1].

De plus, dans tous les dosages iodométriques comportant l'emploi du bicarbonate, il est bon d'introduire le minimum nécessaire de bicarbonate, et de prendre une solution de bicarbonate saturée de gaz carbonique, sans oublier que le gaz carbonique en se dégageant peut entraîner de l'iode.

Le dosage iodométrique de l'acide phosphoreux est applicable au dosage de l'acide phosphoreux non éthérifié dans les mélanges d'acide libre $P(OH)^3$ et de monoéther phosphoreux $P(OH)^2(OR)$. Les éthers phosphoreux $P(OH)^2(OR)$ ne sont pas oxydés par l'iode en présence de bicarbonate, dans les conditions du dosage. Contrairement aux indications de Nylen [2], le dosage iodométrique et le dosage alcalimétrique des mélanges d'acide et de monoéther phosphoreux [3] donnent les mêmes résultats, lorsqu'on a soin de se mettre à l'abri des causes d'erreur du dosage iodométrique de l'acide phosphoreux.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Un procédé de fabrication de la baryte hydratée, au départ du carbonate.* Note [4] de M. **Paul Baud**, présentée par M. Camille Matignon.

Lorsqu'on maintient, pendant une heure et demie, un mélange de carbonate CO^3Ba (100 parties) et de fer chromé (20 à 25 parties) à la température de 1280-1300°, on obtient une masse, verdâtre et poreuse, se délitant au seul contact de l'eau, en libérant une quantité importante de baryte [5]. On peut admettre, avec M. Paul Kestner, la formation, vers 950°, du chromate CrO^4Ba et sa décomposition totale à 1300°, comme l'a récemment indiqué M. Bogitch [6].

---

(1) *D. ch. G.*, 34, 1901, p. 1565.
(2) *D. ch. G.*, 57, 1924, p. 1026.
(3) P. Carré, *Comptes rendus*, 133, 1901, p. 882.
(4) Séance du 6 février 1928.
(5) Paul Kestner, *Bulletin de la Société industrielle du Nord*, 29, 1892, p. 31.
(6) M. Bogitch, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 2254.

Le résidu que fournit l'épuisement par l'eau chaude comprenant seulement les éléments essentiels de la chromite, sous la forme Cr^2O^3, Fe^2O^3, nous avons été amené à voir comment se comporterait, à l'égard du carbonate CO^3Ba, chacun de ces oxydes dont le mélange, à parties égales, nous a fourni, dans une première série d'expériences, des produits riches à 57-59 pour 100 BaO (soit sensiblement 114-118 pour 100 BaO, $9H^2O$) sans qu'il fût besoin de chauffer la poudre initiale (CO^3Ba, 100 parties; oxydes, 20 parties) au-dessus de 1160°.

Nous indiquons aujourd'hui les résultats donnés par l'oxyde ferrique, parce qu'ils ont déjà permis la mise au point semi-industrielle d'une méthode de fabrication de l'hydrate BaO, $9H^2O$.

En opérant au four à tube et en maintenant à 1150-1180°, durant 1 heure et demie, un mélange intime de carbonate CO^3Ba (100 parties) et d'oxyde Fe^2O^3 (12 à 15 parties), nous avons régulièrement obtenu un produit noir, riche à 56-58 pour 100 d'oxyde BaO, et s'éteignant au contact de l'eau, à la façon de la chaux vive, en libérant une forte quantité de chaleur.

Nous avons repris nos expériences d'abord en additionnant l'oxyde soit de carbonate CO^3Ca, pour rendre la masse plus poreuse par un premier dégagement de gaz CO^2, soit de magnésie légère, soit enfin de chromite (Cr^2O^3 49,7 pour 100), puis en faisant varier la durée de chauffe ou la température.

Les nouveaux résultats ont indiqué des titres en oxyde du même ordre de grandeur.

	Composition du mélange.		Durée de chauffe.	Température maximum.	Titre (BaO, $9H^2O$) (pour 100).
I.	CO^3Ba,	100 parties	1 heure	1170°	122
	Fe^2O^3,	15 »			
	CO^3Ca,	12 »			
II.	CO^3Ba,	100 »	1 heure	1160°	111
	Fe^2O^3,	15 »			
	MgO,	15 »			
III.	CO^3Ba,	100 »	2 heures	1100°	110
	Fe^2O^3,	15 »			
	MgO,	10 »			
IV.	CO^3Ba,	100 »	1 heure	1160°	116,6
	Chromite,	13,2 »			
	Fe^2O^3,	6,6 »			

En substituant enfin, dans l'essai I, un minerai d'Espagne (Fe^2O^3 76 pour 100) à l'oxyde Fe^2O^3 pur, nous avons eu, à 1150°, des granules, comparables comme formes à des *clinkers* de ciment et riches à 66 pour 100 BaO, soit 132 pour 100 BaO, $9H^2O$.

Disposant d'un four rotatif à revêtement alumineux et chauffé au mazout, nous avons poursuivi des essais d'ordre industriel, sur des mélanges de

carbonate précipité (CO^3Ba 97,6 pour 100) et de colcotar (Fe^2O^3 67,9), additionnés de chaux, et nous donnons ici le procès-verbal d'une journée de travail.

Composition du mélange initial (pour 100).

CO^3Ba	78,1	SO^4Ba	0,47
Fe^2O^3	8,71	MgO	0,9
$Al^2O^3 + SiO^2$	2,03	CaO	7
Mn^3O^4	0,42	Non dosé	2,37

Température moyenne (au pyromètre Féry) : 1150°.
Échantillons prélevés de 30 *en* 30 *minutes* (titre évalué en baryte hydratée).

Numéro.	Titre pour 100.	Numéro.	Titre pour 100.
1	121	6	118
2	115,5	7	118,5
3	117	8	125,5
4	121	9	123,5
5	116,5	10	130,5

Moyenne de la journée......... 121

Le chiffre de 131,5 qui fut un maximum indique un taux de décomposition du carbonate employé de 78 pour 100. (En laissant le four horizontal, les titres ont varié de 108 à 115.)

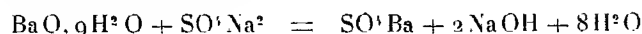
Les résultats supérieurs à ceux du laboratoire tiennent sans doute à l'agitation continue de la matière et au fort courant gazeux qui traverse l'appareil dans toute sa longueur (la tension du gaz CO^2 émis par le carbonate s'élève déjà à 20mm à 1100° (1) pour atteindre 760mm à 1361° (2).

La faible quantité d'oxyde Fe^2O^3 mise en œuvre ne laisse pas jusqu'ici affirmer l'existence d'un ferrite de la forme $Fe^2O^3, n BaO$ dissociable par l'eau, et l'analyse du résidu fourni par l'épuisement de clinkers (titre 54 pour 100 BaO) indique 3,65 BaO pour 11,2 Fe^2O^3, proportions qui ne correspondent en rien à la formule du ferrite Fe^2O^3BaO, étudié par G. Rousseau et Bernheim (3) et qui, insoluble, viendrait de la décomposition d'un sel analogue à certains silicates ou aluminates polybasiques.

D'ores et déjà le titre élevé de clinkers obtenus par calcination d'un mélange de carbonate CO^3Ba et d'oxyde ferrique permet de préparer, par simple épuisement à l'eau, des liqueurs très concentrées de baryte, comme celle qu'exige la précipitation du saccharose retenu dans les mélasses de

(1) Isambert, *Comptes rendus*, **86**, 1878, p. 332.
(2) Hednal, *Zeit. anorg. Chemie*, **98**, 1916, p. 47.
(3) G. Rousseau et Bernheim, *Comptes rendus*, **106**, 1888, p. 1726.

sucrerie (33°Bé à 75°), et le faible prix de revient laisse envisager la mise en pratique des réactions de la forme



$$BaO, 9H^2O + SO^4Na^2 = SO^4Ba + 2NaOH + 8H^2O$$

pour la fabrication industrielle des alcalis et du sulfate SO^4Ba précipité [1]. Nous poursuivons nos essais sur l'oxyde Cr^2O^3.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Phénomènes d'orientation chez l'α-méthylcyclohexanone.* Note de M. **R. Cornubert**, présentée par M. Ch. Moureu.

Nous avons eu l'occasion de montrer dans de précédentes recherches en partie exécutées en collaboration avec A. Haller, que la méthylation au sulfate [2], l'éthylation au bromure [3] et l'allylation au bromure [3] de l'α-méthylcyclohexanone par la méthode à l'amidure, conduisaient à des mélanges de composition identique formés surtout par l'αα-dialcoylcyclohexanone, corps du type $-CH^2-CO-CRR'-$ (86, 85, 88 pour 100) et par une petite quantité d'un isomère αα′ correspondant au schéma $-CHR-CO-CHR'-$ (14, 15, 12 pour 100). Avant de considérer cet effet comme un « réflexe » intramoléculaire, comme un effet d'orientation résultant de la présence du groupe CH^3, il fallait s'assurer qu'il n'y a pas transposition de la cétone symétrique en la cétone dissymétrique, ou inversement, sous l'influence de l'un des réactifs utilisés.

Les trois résultats sus-visés étant pratiquement identiques, seul l'un des réactifs employés dans les trois cas pouvait être la cause d'une isomérisation; ces réactifs communs sont : *a.* la soude, qui, en petite quantité, existe nécessairement dans l'amidure et peut intervenir lors de la préparation; *b.* le bisulfite de sodium, employé pour éliminer l'α-méthylcyclohexanone non entrée en réaction; *c.* l'acide chlorhydrique, utilisé comme agent de condensation avec l'aldéhyde benzoïque lors de la détermination de la constitution. Nous avons par suite examiné l'effet de ces trois substances sur l'αα- et l'αα′-diméthylcyclohexanones dans les conditions mêmes de nos essais d'alcoylation. Ni la soude, ni l'acide chlorhydrique n'ont provoqué la

---

(1) Br. fr. n° 565883.

(2) A. Haller et R. Cornubert, *Bull. de la Soc. chim. de France*, 4e série, 41, 1927, p. 367.

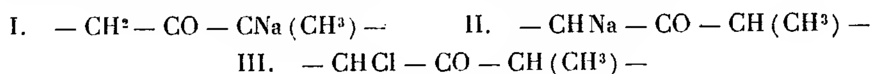
(3) R. Cornubert et H. Le Bihan, *Bull. de la Soc. chim. de France*, 4e série, 41, 1927, p. 1077.

moindre transposition, et la présence simultanée des deux cétones a été retrouvée chez une diméthylcyclohexanone d'alcoylation isolée sans intervention de bisulfite.

La formation des deux cétones $\alpha\alpha$ et $\alpha\alpha'$ semble donc bien représenter un réflexe intramoléculaire (il faut remarquer que de nombreuses opérations d'alcoylation ont été réalisées depuis huit ans et qu'elles ont toujours conduit au même résultat en faisant utiliser divers échantillons d'amidure). Toutefois si l'$\alpha\alpha$-diméthylcyclohexanone ne nous a donné que sa combinaison benzylidénique, si la cétone diméthylée en α et α' a engendré sa « combinaison tétrahydropyronique » avec un rendement de 100 pour 100, cette dernière n'a pas présenté le point de fusion 197-198° C. déjà obtenu, mais était constituée avant tout par une autre « combinaison tétrahydropyronique » fondant à 175° C. Nous reviendrons sur ce résultat dans une autre Note.

Dans ces conditions, si le phénomène observé est bien un réflexe intramoléculaire, l'orientation doit être acquise lors de la sodation et par suite toute alcoylation ou arylation doit se produire de la même manière que les précédentes alcoylations. C'est ce que, avec M. Le Bihan, nous avons pu vérifier en étudiant la benzylation.

De plus, si l'introduction du sodium dans l'α-méthylcyclohexanone s'effectue avant tout suivant le schéma I et un peu suivant le schéma II, Kötz et Steinhorst (1) ont montré que l'introduction du chlore conduit au schéma III identique, quant à l'orientation, au schéma II.



I. $-CH^2-CO-CNa(CH^3)-$ II. $-CHNa-CO-CH(CH^3)-$

III. $-CHCl-CO-CH(CH^3)-$

On ne peut pas ne pas remarquer que le chlore et le sodium sont de polarités opposées.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation de la benzophénone par les organomagnésiens. Mécanisme de la réaction entre les organomagnésiens et leurs dérivés carbonatés.* Note (2) de M. **D. Ivanoff**, transmise par M. V. Grignard.

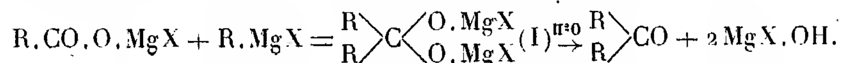
1. Dans la carbonatation des organomagnésiens la formation du carbinol tertiaire correspondant diminue presque toujours le rendement en

(1) Kötz et Steinhorst, *Lieb. Ann.*, **379**, 1911, p. 1.

(2) Séance du 6 février 1928.

acide [1]. M. Grignard a même, en partant de ce fait, institué une méthode de préparation de ces carbinols [2]. Dans quelques cas, surtout quand la carbonatation s'effectue à basse température, il se fait aussi la cétone [3].

J'ai essayé de préparer les cétones d'après l'équation suivante :



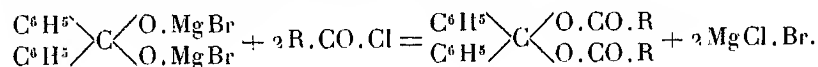
$$R.CO.O.MgX + R.MgX = \begin{matrix} R \\ R \end{matrix} > C < \begin{matrix} O.MgX \\ O.MgX \end{matrix} (I) \xrightarrow{H^2O} \begin{matrix} R \\ R \end{matrix} > CO + 2MgX.OH.$$

Le magnésien est fait dans un ballon muni d'une tubulure latérale. Après carbonatation de la moitié du magnésien à — 20°, en vase fermé [4], le vide du ballon est rempli, par la tubulure latérale, avec un gaz inerte (H_2). Puis tout est agité pendant 8 heures à 0°, en atmosphère de ce gaz, au moyen d'un agitateur mécanique à fermeture de mercure. Après hydrolyse, extraction à l'éther et à la soude, la solution éthérée est fractionnée par distilation sous pression réduite.

Par cette méthode la benzophénone a été préparée avec un rendement de 60 pour 100; la formation du triphénylcarbinol ne dépasse guère 2 à 3 pour 100. Les autres cétones, ou bien ne se font pas par cette réaction, ou bien elles sont mélangées avec une forte proportion de carbinol.

D'autre part, la benzophénone a été préparée dans les mêmes conditions, à partir du benzoate de magnésium anhydre et de C^6H^5.MgBr, avec un rendement de 35 pour 100. Ce sel est insoluble dans l'éther; il devient probablement plus soluble après combinaison avec le $MgBr^2$, provenant de la duplication du radical C^6H^5, lors de la préparation du magnésien, combinaison moléculaire dont l'existence a été démontrée [4].

2. J'ai voulu préparer des éthers-sels à partir du complexe (I) et de quelques chlorures d'acides, d'après l'équation



$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix} > C < \begin{matrix} O.MgBr \\ O.MgBr \end{matrix} + 2R.CO.Cl = \begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix} > C < \begin{matrix} O.CO.R \\ O.CO.R \end{matrix} + 2MgCl.Br.$$

Je n'ai obtenu, avec C^6H^5.CO.Cl et CH^3.CO.Cl, aucune trace d'éther-sel, même en opérant à différentes températures (— 20°, 0°, 15° et 35°). De ce fait on peut déduire que le complexe n'existe pas et que la benzophénone se trouve à l'état libre. En effet, par distillation du mélange réactionnel sous pression réduite de 9^{mm}, la benzophénone passe entre 150° et 160°, la température du bain métallique étant 270°.

---

(1) IVANOFF, *Bull. Soc. chim.*, **37**, 1925, p. 287.

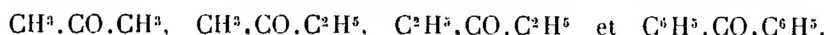
(2) *Comptes rendus*, **138**, 1904, p. 152.

(3) BODROUX, *Comptes rendus*, **137**, 1903, p. 710. — IVANOFF, *loc. cit.*, p. 292.

(4) IVANOFF, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 505.

Or, si la cétone se trouve à l'état libre, elle devrait être extraite par les solvants organiques autres que ceux qui dissolvent les halogénures de magnésium. Dans ce but, la masse solide d'une réaction, après distillation de l'éther, a été soumise dans un appareil de Soxlhet à un épuisement à l'éther de pétrole ou au benzène. Elle ne céda rien à ces solvants. Ce fait inattendu trouve son explication dans la formation d'un composé moléculaire entre $MgBr^2$ et la benzophénone. Menschutkin avait déjà étudié une telle combinaison — $MgBr^2.6CH^3COCH^3$ (1).

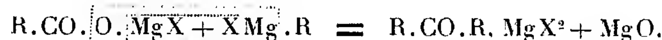
Il semble que toutes les cétones forment de pareilles combinaisons puisqu'elles déplacent, avec échauffement, l'éther de l'éthérate $MgBr^2$, $2C^2H^5.O.C^2H^5$, comme je l'ai constaté avec les cétones suivantes :



$$CH^3.CO.CH^3, \quad CH^3.CO.C^2H^5, \quad C^2H^5.CO.C^2H^5 \quad \text{et} \quad C^6H^5.CO.C^6H^5.$$

La combinaison de $C^6H^5.CO.C^6H^5$ et $MgBr^2$, soumise à l'extraction par les solvants ci-dessus, ne cède pas non plus la cétone; par contre, celle-ci est facilement déplacée par les cétones aliphatiques. Cette combinaison moléculaire, distillée sous pression réduite, laisse partir la benzophénone dans les mêmes conditions de température indiquées plus haut.

Par conséquent, dans le mélange réactionnel la benzophénone ne se trouve pas sous la forme du complexe I mais à l'état d'une combinaison moléculaire avec $MgBr^2$. Le mécanisme de la réaction ne serait donc pas exprimé par l'équation (I), mais par la suivante :



$$R.CO.O.MgX + XMg.R = R.CO.R.MgX^2 + MgO.$$

L'alcool tertiaire prend naissance, alors, par l'action de l'excès du magnésien sur cette cétone et non pas à partir du complexe (I) (2). Le mécanisme serait le même pour les réactions entre les organomagnésiens et toutes les combinaisons possédant le groupement —CO—, comme les chlorures d'acides et les éthers-sels.

(1) *Zeit. für anorg. und allg. Ch.*, 53, 1907, p. 28.
(2) Grignard, *loc. cit.*

GÉOLOGIE. — *Découverte, près de Hettenschlag, d'un deuxième dôme de sel sous la plaine d'Alsace.* Note de MM. **C.** et **M. Schlumberger**, présentée par M. Pierre Termier.

M. G. Friedel (¹) a signalé l'existence à Meienheim (Haut-Rhin) d'un dôme de sel dans le bassin potassique oligocène et mentionné la découverte par prospection électrique d'un second dôme. Celui-ci, situé à 2^{km} à l'ouest du village de Hettenschlag, a été vérifié par un forage. A 10^{m}, la sonde sortait des alluvions et entrait dans les marnes oligocènes. A 100^{m} elle pénétrait dans le sel, alors que le toit des couches normales de sel est vraisemblablement à plus de 1000^{m} de profondeur dans cette partie nord du bassin.

Le dôme de Hettenschlag se trouve sur le prolongement de la longue crête constituée par le dôme de Meienheim, dans la direction générale des failles rhénanes, ce qui conduit à supposer qu'un accident de cette nature a été la cause initiale amorçant la montée du sel, qui s'est ensuite poursuivie par l'effet de la gravité et de la plasticité. La forme en plan du dôme de Hettenschlag a été approximativement déterminée par les mesures électriques. Elle est beaucoup moins allongée que celle du dôme de Meienheim. Ceci paraît correspondre au fait d'une origine plus profonde, car le piston de sel d'un dôme se moule en général suivant une section d'autant plus circulaire qu'il doit franchir une course plus longue dans la percée des sédiments de recouvrement. Le dôme de Hettenschlag se reflète en surface par une très légère ondulation de 2^{m},50 de relief. Son ascension se poursuit donc actuellement avec une vitesse supérieure à celle de l'usure par érosion et dissolution. Le relief de 2^{m},50 est à rapprocher de la surélévation d'au moins une centaine de mètres que présente la base des alluvions quaternaires à l'aplomb du dôme. Cette différence d'altitude mesure la montée du sel pendant le Quaternaire, à supposer que la dissolution souterraine n'en ait pas enlevé une partie notable pendant cette période.

Le dôme de Hettenschlag a été trouvé à la suite d'une exploration méthodique de la région, consistant à mesurer la résistivité moyenne du sol sur une épaisseur de l'ordre de 100^{m}. Alors que la résistivité des alluvions oscille de 300 à 400 ohms mètre-mètre carré, celle des marnes sous-jacentes varie de 10 à 20 ohms. La présence du dôme a donc été révélé par une dimi-

(¹) G. Friedel, *Sur l'existence d'un dôme de sel dans le bassin potassique oligocène d'Alsace* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1028).

nution locale importante de la résistivité, attribuable à la diminution de l'épaisseur des alluvions et peut-être aussi, pour une moindre partie, à l'augmentation de salure des marnes en contact avec le sel. La carte des résistivités ainsi établie a donné la forme approximative du dôme. Enfin des mesures sur le sommet du dôme, effectuées cette fois à profondeurs croissantes, ont permis de voir que la résistivité allait d'abord en baissant, ce qui traduit le passage des alluvions résistantes aux marnes conductrices, puis en montant considérablement lorsque la profondeur atteinte correspondait au sel gemme, qui est un isolant électrique presque parfait. Ces mesures ont permis de prévoir avec une bonne approximation les profondeurs de ces diverses formations.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Étude de la couche d'ozone de la haute atmosphère pendant la nuit.* Note (1) de M. **Daniel Chalonge**, présentée par M. Ch. Fabry.

On sait que l'atmosphère terrestre contient de l'ozone (2) qui est pratiquement localisé dans les régions supérieures, à une altitude de 40 à 50 kilomètres (3). Si on le ramenait à la pression atmosphérique, il constituerait, tout autour de la Terre, une mince pellicule d'épaisseur variable (4) et voisine de 3^{mm}. On explique en général la permanence de cette couche de gaz à grande altitude, ainsi que certaines de ses fluctuations d'épaisseur, par les actions antagonistes sur les molécules d'oxygène et d'ozone de deux groupes de radiations ultraviolettes solaires, les unes créatrices, les autres destructrices d'ozone. Il est donc intéressant de rechercher si la proportion d'ozone varie lorsque le rayonnement solaire cesse d'agir, c'est-à-dire si elle diffère la nuit et le jour. Cette comparaison est l'objet du travail dont les résultats préliminaires sont exposés ici.

Pour évaluer l'épaisseur de la couche d'ozone, j'ai recours à la méthode habituelle, dans laquelle on compare les valeurs successives des intensités

(1) Séance du 6 février 1928.

(2) Fabry et Buisson, *Journ. de Phys.*, 2, 1921, p. 197.

(3) Cabannes et Dufay, *Journ. de Phys.*, 8, 1927, p. 125; Lambert, Déjardin et Chalonge, *Bull. Obs. Lyon*, 9, 1927, p. 45.

(4) Dobson et Harrison, *Proc. Roy. Soc.*, 110, 1926, p. 660; Dobson, Harrison et Lawrence, *Proc. Roy. Soc.*, 114, 1927, p. 521.

des diverses radiations venant d'un même astre lorsque la distance zénithale de cet astre change (¹).

Les dosages diurnes sont faits en photographiant le spectre direct du Soleil. La Lune a été choisie comme source pour les mesures nocturnes à cause de la particularité qu'elle présente d'avoir un diamètre apparent très voisin de celui du Soleil : cela permet d'utiliser le même dispositif spectrographique et d'obtenir des résultats très comparables dans les deux groupes de déterminations.

Le spectrographe, à optique de quartz (deux prismes de quartz, l'un droit, l'autre gauche, de 60° chacun et deux lentilles de 30^{cm} de foyer), est fixé sur une monture équatoriale que l'on peut mouvoir à la main de façon à maintenir, grâce à un chercheur, l'instrument constamment braqué sur l'astre étudié. L'inégalité de brillance des divers points de la surface lunaire oblige à employer un dispositif de projection spécial évitant la formation de l'image de la Lune sur la fente : dans le prolongement du collimateur est placée une lunette à optique quartz-fluorine, l'objectif ayant 50^{cm} de foyer et 45^{mm} de diamètre et l'oculaire 78^{mm} de foyer. L'image de l'objectif donnée par l'oculaire se forme sur la fente et l'image de la Lune donnée par l'ensemble de l'instrument se produit sur l'objectif du collimateur. Ce dispositif permet d'obtenir, avec des poses allant de 5 à 20 minutes suivant la hauteur de la Lune, d'excellents spectres, dépourvus de tout voile de diffusion, s'étendant jusqu'à 3050 Å.

Résultats. — Les mesures, commencées en octobre 1927, sont faites à Paris et les conditions météorologiques très défavorables n'ont permis de réunir jusqu'ici qu'un très petit nombre de clichés. Les observations nocturnes ne sont possibles que pendant 5 ou 6 jours au voisinage de la pleine Lune. De plus, dans cette partie de l'année, le Soleil est trop bas sur l'horizon et le ciel trop brumeux pour que l'on puisse entreprendre des déterminations diurnes précises. Je n'ai pu effectuer que deux mesures pendant le jour. La première faite dans de bonnes conditions, le 3 novembre, a donné comme épaisseur d'ozone $1^{mm},90$, résultat en très bon accord avec celui obtenu le même jour par Götz à Arosa (²) en Suisse, $1^{mm},87$. En attendant de pouvoir obtenir l'assurance que cette concordance n'est pas

(¹) Pour le détail de la méthode, se reporter au travail déjà cité de Fabry et Buisson.

(²) Les résultats de Götz et de Dobson cités ici n'ont pas encore été publiés et m'ont été communiqués par M. Dobson.

fortuite, j'ai admis que les résultats de Götz à Arosa (et, pour le mois d'octobre, ceux de Dobson à Oxford) pouvaient être comparés aux mesures nocturnes effectuées à Paris. Les résultats qui semblent se dégager de ce commencement d'étude sont les suivants :

1° La couche d'ozone demeurerait constante au cours d'une même nuit; la meilleure série de déterminations, faite entre 18^h30^m le 5 décembre et 3 heures le 6, conduit à des valeurs de l'épaisseur égales à la précision des mesures près;

2° L'épaisseur de la couche d'ozone serait sensiblement plus forte la nuit que le jour, ainsi que le montre le tableau suivant :

	Épaisseur d'ozone	
Dates.	la nuit.	le jour.
10 octobre	2,95	2,25 (Arosa-Oxford)
11 octobre		2,20 (Arosa-Oxford)
6 novembre	3,35	2,16 (Arosa)
7 novembre		2,25 (Arosa)
11 novembre	3,20	
12 novembre		2,55 (Paris)

Ces premières indications demandent à être confirmées par une plus longue série d'observations.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Mesures magnétiques dans les Basses-Pyrénées, les Landes et la Gironde.* Note de MM. **H. Bellocq** et **Ch. Jacquet**, présentée par M. G. Ferrié.

Cette campagne magnétique a été faite (subvention de la Fondation Loutreuil) en 1925 et complétée en 1927, la pluie ayant gêné beaucoup, en 1925, les mesures de la déclinaison. Les mesures ont été faites dans 42 stations qui nous ont été indiquées par M. Mathias, dont 20 sont des stations de Moureaux et 22 des stations nouvelles dont les noms sont donnés en *italiques*.

En général, la composante horizontale et la déclinaison sont données par 2 barreaux; l'inclinaison a toujours été obtenue par la seule aiguille n° 1 qui donna, après changement de l'aimantation, des nombres extrêmement concordants. On s'est servi des boussoles de voyage de l'École Normale supérieure, comparées, avant et après, avec les instruments étalons du Val-Joyeux.

Le tableau suivant donne les mesures ramenées au 1er janvier 1922 :

Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
		Basses-Pyrénées.		
	° ′	° ′		
1. *Arzacq*	12.36,4	60.20,0	0,22044	Presque calme
2. Bayonne	12. 2,3	60.19,1	0,22053	Presque calme
3. *Biarritz*	13. 0,5	60.20,6	0,22012	Calme
4. *Bidache*	12.54,5	60.17,4	0,22072	Calme
5. Hendaye	13. 5,9	60.14,3	0,22049	Calme
6. *Lembeye*	12.24,1	60.14,4	0,22110	Presque calme
7. Mauléon	12.46,8	60. 7,3	0,22150	Calme
8. *Navarrenx*	12.43,6	60.12,2	0,22151	Calme
9. Oloron	12.37,6	60. 6,9	0,22156	Calme
10. Orthez	12.42,6	60.17,5	0,22030	Calme
11. Pau	12.32,1	60. 6,1	0,22132	Presque calme
12. Puyos	12.49,7	60.18,5	0,22013	Calme
13. Saint-Jean-de-Luz	13. 6,9	60.15,0	0,22069	Calme
14. *Sauveterre*	12.50,0	60.15,7	0,22077	Calme
		Landes.		
15. *Aire-sur-Adour*	12.34,5	60.25,8	0,21963	Calme
16. *Capbreton*	13. 1,4	60.37,2	0,21931	Calme
17. Dax	12.55,5	60.40,2	0,21924	Calme
18. *Labastide*	12.33,4	60.41,6	0,21840	Calme
19. *Labrit*	12.53,3	60.51,9	0,21763	Calme
20. *Léon*	13. 2,0	60.43,4	0,21822	Calme
21. *Lit-et-Mixte*	13. 0,9	60.51,0	0,21766	Presque calme
22. *Mimizan*	13. 3,5	60.57,8	0,21695	Calme
23. Mont-de-Marsan	12.42,6	60.37,4	0,21878	Presque calme
24. Morcenx	12.49,3	60,48,5	0,21841	Presque calme
25. *Parentis-en-Born*	12.58,7	61. 2,4	»	Calme
26. Saint-Martin-de-Hinx	12.57,8	60.31,3	0,21960	Un peu agitée
27. Saint-Sever	12.42,4	60.32,1	0,21935	Presque calme
28. *Soustons*	13. 4,6	60.42,4	0,21995	Calme
		Gironde.		
29. Arcachon	13. 4,8	61.28,8	0,21488	Calme
30. Bazas	12.38,1	61. 9,6	0,21600	Calme
31. Blaye	12.56,4	61,46,8	0,21295	Calme
32. *Coutras*	12.42,2	61.38,1	0,21336	Calme
33. *Hourtin*	13.14,2	62. 4,7	0,21197	Calme
34. *Lacanau-Océan*	13. 7,5	61.44,4	0,21339	Calme
35. Langon	12.41,9	61.11,2	0,21568	Calme

Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
		Gironde (suite).		
	° ′	° ′		
36. La Réole	12.33,8	61.17,8	0,21535	Un peu agitée
37. Lesparre	13. 5,3	61.59,4	0,21179	Calme
38. Libourne	12.42,5	61.34,2	0,21394	Presque calme
39. *Pointe-de-Grave*	13.11,3	62.10,6	0,11034	Calme
40. *Sainte-Foy-la-Grande*	12.33,7	61.30,2	0,21449	Calme
41. *Saint-Médard*	12.55,6	61.40,6	0,21388	Calme
42. *Saint-Symphorien*	12.49,4	61. 8,1	0,21612	Calme

Ces mesures, comparées aux mesures anciennes de Moureaux donnent, pour la variation séculaire des éléments D, I, H entre le 1er janvier 1896 et le 1er janvier 1922, en général, des nombres remarquablement concordants dans les Landes et la Gironde. Il en est de même pour D dans les Basses-Pyrénées. Pour H et I, la concordance est généralement moins parfaite.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Mesures magnétiques dans le nord de la France.* Note de M. **Henri Labrouste**, présentée par M. G. Ferrié.

Le tableau publié ci-dessous contient le résultat des mesures magnétiques effectuées (subvention de la Fondation Loutreuil) en grande partie pendant l'été 1926, à part quelques-unes en 1927, dans les départements du Nord, du Pas-de-Calais et de la Somme. Ces observations ont été faites dans 42 stations, dont 27 font partie du réseau de Moureaux. Les noms des nouvelles stations figurent en *italique*, et les valeurs des trois éléments : déclinaison (D), inclinaison (I) et composante horizontale du champ (H) ont été réduites provisoirement à la date du 1er janvier 1922.

Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
		Nord (14 stations).		
	° ′	° ′		
Avesnes	11.40,7	65.29,7	0.19200	Agitée
Baisieux	11.54,9	65.49,0	0,19017	Calme
Cambrai	11.49,4	65.29,4	0,19151	Calme
Cassel	12.14,5	66. 5,5	0,18830	Presque calme
Condé-sur-Escaut	11.44,4	65.45,9	0,19021	Calme
Douai	11.59,6	65.41,8	0,19059	Presque calme
Dunkerque	12.29,9	66.17,3	0,18746	Calme

Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
		Nord (suite).		
	° ′	° ′		
Gravelines	12.39,5	66.14,4	0,18767	Presque calme
Hazebrouck	12.15,0	66. 1,8	0,18861	Calme
Lille	11.35,1	65.51,2	0,18866	Agitée
Maubeuge	11.30,9	65.37,3	0,19140	Très agitée
Orchies	11.58,1	65.49,8	0,18981	Calme
Valenciennes	11.42,9	65.42,5	0,19096	Très agitée
Zuydcoote	12.19,1	66.17,7	0,19719	Calme
		Pas-de-Calais (14 stations).		
Arras	12. 3,5	65.37,0	0,19129	{ Calme (D) agitée (I, H)
Bapaume	12.10,2	65.26,8	0,19164	Calme
Berck-sur-Mer	12.44,5	65.51,8	0,18941	Calme
Béthune	11.53,9	65.51,8	0,19095	Calme
Boulogne	12.45,4	66. 3,5	0,18847	Calme
Calais	12.36,2	66.13,7	0,18761	Assez agitée
Desvres	12.36,9	65.59,5	0,18930	Agitée
Etaples	12.39,9	65.56,0	0,18929	Presque calme
Gris-Nez	12.42,6	66.11,9	0,18786	Un peu agitée
Hesdin	12.32,3	65.51,2	0,18924	Calme
Marquise	»	66. 6,0	0,18797	Perturbation
Montreuil-sur-Mer	»	65.58,1	0,18923	Calme
Saint-Omer	12.28,7	66. 0,5	0,18879	Calme
Saint-Pol	12.21,6	65.45,9	0,19039	Calme
		Somme (14 stations).		
Abbeville	12.40,4	65.35,3	0,19095	Presque calme
Albert	12.13,0	65.33,6	0,19117	Calme
Amiens	12.25,4	65.27,3	0,19168	Un peu agitée
Ault	12.46,2	65.45,4	0,19089	Presque calme
Cayeux	12.42,5	65.38,1	0,19080	Un peu agitée
Conty	12.25,8	65.18,4	0,19250	Presque calme
Crécy	12.36,7	65.44,2	0,19034	Calme
Doullens	12.19,6	65.36,7	0,19110	Presque calme
Montdidier	»	65.17,4	0,19279	Calme
Nesle	11.56,8	65.21,8	0,19232	Calme
Oisemont	12.36,0	65.33,6	0,19120	Calme
Péronne	12. 2,8	65.21,6	0,19209	Calme
Rue	12.42,1	65.49,2	0,19017	Calme
Saint-Valery-sur-Somme	12.43,2	65.40,1	0,19077	Presque calme

Les moyennes des variations séculaires de 1896 à 1922 pour les 27 stations communes avec le réseau de Moureaux sont :

Déclinaison	—3°2′
Inclinaison	—0°27′
Composante horizontale	+0,0009

Les variations au Val-Joyeux pendant la même période ont été :

Déclinaison	—2°59′
Inclinaison	—0°32′
Composante horizontale	+0,0015

Ces résultats s'accordent avec ceux déjà connus de la distribution des variations séculaires en France.

Certaines mesures ont été effectuées dans des régions dévastées et il a été parfois difficile de trouver de bons emplacements. En particulier les mesures effectuées aux environs de Lille et Béthune sont à rejeter.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur quelques Invertébrés fossiles crétacés du sud-ouest de Madagascar.* Note de Mlle **Eliane Basse**, présentée par M. H. Douvillé.

Les échantillons dont il s'agit ont été recueillis par Geay, le capitaine Colcanap et M. Piveteau dans la région de Tongobory, le long des falaises qui bordent le cours de l'Onilahy et de ses affluents : Sakondry au Nord, Lomaka et Andranolava au Sud.

Dans une Note précédente [1] nous avons déjà indiqué les principales faunes d'Ammonites trouvées dans ces gisements.

L'étude des autres Invertébrés confirme et complète les données stratigraphiques fournies par les Ammonites. Le Néocomien supérieur et tous les termes du Crétacé moyen et supérieur forment une vaste série continue très fossilifère. Les grès verts plus ou moins argileux prédominent à la base, tandis que les calcaires jaunes, gréseux, se rencontrent presque exclusivement au sommet.

Voici brièvement l'inventaire des principaux points fossilifères, en allant du Nord au Sud de la région étudiée.

---

(1) E. Basse. *Sur quelques faunes d'Ammonites du sud-ouest de Madagascar* (*C. R. somm. Soc. géol. Fr.*, **27**, 7 novembre 1927, p. 160).

Sur les flancs du plateau de Vineta où le Sakondry prend sa source, des calcaires jaunes sénoniens contiennent : *Lima obliquistriata* Forbes, *Spondylus calcaratus* Forbes, *Ostrea* sp., *Pecten* sp., des *Foraminifères*.

Près des chutes du Sakondry, à Isatia, on trouve, avec *Crassatella* sp. et *Teredo* sp., *Trigonoarca trichinopolitensis* Forbes, *Roudaireia Forbesi*, Stol., *Rapa cancellata* Sow., espèces du Trichinopolygroop (Turonien supérieur-Sénonien inférieur), *Cerithium* (*Campanile*) *inauguratum* Stol. du Campanien-Maëstrichtien.

A Manasoa, on recueille *Inoceramus Lamarcki* Park. et ses variétés avec *Roudaireia Forbesi* Stol.

Sur les flancs de la montagne qui domine Belamoty à l'Ouest, des calcaires jaunes campaniens-maëstrichtiens contiennent : *Turrilites* (*Heteroceras*) *indicus* Stol. qui les date, *Spondylus calcaratus* Forbes et des *Foraminifères*.

Au Cirque d'Ebora, la falaise de grès verts de 80^{m} de hauteur entaillée par le Menarandroy recèle, outre les Ammonites déjà signalées, de nombreux Mollusques : *Voluta* (*Fulguraria*) *elongata* d'Orb., *Modiola typica* Forbes, *Protocardium hillanum* Sow., *Veniella* (*Venilicardia*) *obtruncata* Stol., *Pecten* (*Neithea*) *quinquecostata* Sow., *Alectryonia diluviana* Linné, des *Inoceramus* variés : *In. costellatus* Woods, *In. inconstans* Woods, *In. Lamarcki* Park. et ses variétés. Cette vaste série semble donc correspondre à une longue phase de sédimentation néritique, concordante depuis le Cénomanien jusqu'au Campanien inclus. Elle est surmontée par une épaisseur de 70^{m} de calcaires blanchâtres maëstrichtiens à *Arrhoges Boulei* Cottreau et *Alectryonia ungulata* Schloth.; au sommet se trouvent des *Campanile* géants que nous rapportons à deux espèces nouvelles.

Au Sud-Est, les argiles vertes néocomiennes du ravin de Ranomasy contiennent : *Duvalia* cf. *lata* Blainv. et deux nouvelles espèces de Serpules rappelant celles des couches d'Uitenhage.

On retrouve les grès verts du Cirque d'Ebora à l'endroit où la route de Betioky à Tuléar coupe le Menarandroy, ils renferment une faune cénomanienne : *Exogyra columba* Lam., *Peltastes clathratus* Agassiz, *Holectypus* nov. sp., *Cyphosoma* sp. et de très nombreuses *Rhynchonelles* de petite taille.

Hormis *Neithea quinquecostata* Sow., *Spondylus calcaratus* Forbes, *Alectryonia ungulata* Schloth. et *Roudaireia Forbesi* Stol., ces fossiles n'ont pas encore été signalés dans la région.

L'étude détaillée de ces documents nouveaux nous permet de confirmer les résultats paléogéographiques fournis par les Ammonites. Au Crétacé

moyen, la plupart des espèces qui peuplaient la région étudiée sont communes avec l'Inde et la Tunisie, leur dissémination a été favorisée par la transgression cénomanienne; la faune a un caractère néritique.

Au Néocrétacé s'effectue progressivement la transgression qui atteindra son maximum au Sénonien supérieur dont on retrouve les dépôts à faciès littoral à l'Est et au Nord du massif cristallin. Elle est caractérisée ici par l'abondance d'espèces est-africaines et indo-persiques alors que les espèces nord-africaines se raréfient. La grande taille des échantillons et l'épaisseur de leur test mettent en évidence une fixation abondante de calcaire, possible seulement dans les mers chaudes; en outre les espèces sont littorales ou subnéritiques, la nappe marine était peu profonde.

Un bloc de calcaire gréseux gris à grain fin, recueilli par M. Piveteau sur les rives du Fiherenana, au-dessus de basaltes post-turoniens, mérite d'être signalé à part. Peu volumineux, ce bloc est remarquable par l'abondance et la variété des espèces qu'il contient, par l'excellent état des échantillons, qui ont conservé la nacre de leur test, et en outre par le fait que la majorité des espèces sont représentées par des individus de petite taille.

Il est assez curieux de voir, réunies dans la même gangue, une vingtaine d'espèces maëstrichtiennes ou daniennes, quelquefois nouvelles, souvent indéterminables, mais rappelant, les unes des formes indiennes ou persiques, les autres des formes égyptiennes ou tunisiennes, d'autres enfin des espèces nord-américaines. C'est ainsi que *Trigonoarca trichinopolitensis* Forbes, *Tr.* cf. *brahminica* Forbes, *Rostellaria* cf. *palliata* Forbes, *Dentalium* cf. *alternans* Müller évoquent des espèces indo-persiques, *Leda* cf. *leia* Wanner, *Pleurotoma* sp., *Rostellaria* sp., un Fusidé voisin de *Chrysodomus Zitteli* Quaas, manifestent des affinités tunisiennes ou égyptiennes, enfin *Sphenodiscus lenticularis* Owen, connu seulement dans le Maëstrichtien de l'Amérique du Nord. Fait curieux, une *Calyptrea* nov. sp. très abondante rappelle la *C. trochiformis* de l'Éocène parisien.

La récolte, à ce niveau, de matériaux plus abondants, permettra de préciser ces affinités multiples dont l'intérêt est manifeste.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Formations subéreuses anormales chez une Labiée* (Hymenocrater). Note de M. ROBERT LEMESLE, présentée par M. J. Costantin.

L'*Hymenocrater bituminosus* Fisch. et Mey., Labiée frutescente des collines arides du nord-ouest de la Perse, possède plusieurs manchons de liège ayant leur origine, le plus externe à la limite du péricycle et du liber, les suivants dans le liber, à des profondeurs de plus en plus grandes; il existe, d'autre part, des anneaux de suber dans l'intérieur du bois secondaire de cette plante (¹).

Nous précisons ici l'origine de ces diverses formations subéreuses :

En examinant une tige moyenne, on voit tout d'abord les cellules situées au-dessous du péricycle sclérifié, puis celles de la zone externe du liber subérifier peu à peu leurs parois, en allant de l'extérieur vers l'intérieur.

Il se produit ainsi un pseudo-périderme réduit uniquement à son liège et sans apparition d'une assise génératrice, à en juger d'après la situation des éléments subéreux les plus internes, lesquels reposent immédiatement contre ceux du liber sous-jacent, leur faisant suite régulièrement.

Nous avons ici une formation comparable à celle que Born signalait chez *Thymus vulgaris* L. et *pannonicus* All., *Origanum Majorana* L. et *Onites* L. ainsi que *Satureja Thymbra* L. : « Des cellules situées sous l'endoderme, lui-même subérifié, subérisent peu à peu leurs parois en allant de l'extérieur à l'intérieur » (²).

Dans notre espèce, le même phénomène de subérification se reproduit successivement aux dépens de zones de plus en plus profondes du liber secondaire, de telle sorte que l'on observe, dans les tiges âgées, un certain nombre de pseudo-péridermes dont l'assise la plus interne fait suite régulièrement au tissu libérien situé au-dessous.

Étudions maintenant l'origine du liège intraligneux :

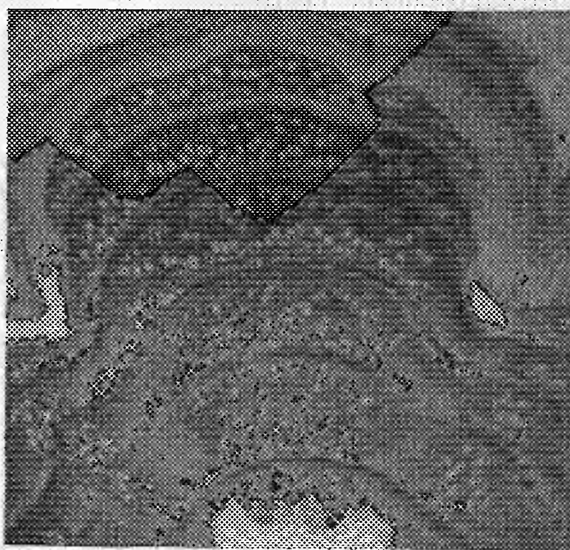
En examinant un bois secondaire très développé, on remarque des anneaux de plusieurs assises concentriques de parenchyme ligneux à mem-

(¹) R. LEMESLE, *Bull. Soc. Bot. de France*, séance de décembre 1927.

(²) A. BORN, *Vergleichend-systematische Anatomie der Stengels der Labiaten und Scrophulariaceen*, Berlin, 1886.

brane cellulosique, lesquels alternent avec des cercles de bois constitué exclusivement de vaisseaux et de fibres; ces éléments parenchymateux sont, en même temps, disposés en séries radiales qui continuent celles du tissu fibrovasculaire sus-jacent et sous-jacent. Or, ces cellules de parenchyme ligneux subérisent peu à peu leurs membranes, en allant de l'intérieur vers l'extérieur; cette subérification se produit, pour chaque anneau, dans les assises les plus internes, les deux ou trois rangées plus externes restant, en général, cellulosiques (¹).

Il en résulte une série de cercles fibrovasculaires (jusqu'à cinq), alternant avec autant d'anneaux parenchymateux dont les assises internes subérisent leurs parois; or, ces éléments successivement subéreux, cellulosiques et scléreux restent disposés en files radiales d'une parfaite régularité.



Microphotographie mettant en évidence cinq anneaux de parenchyme subérifié, à l'intérieur du bois secondaire.

L'*Hymenocrater calycinus* Benth., espèce xérophile originaire des régions montagneuses du nord-est de la Perse, présente une structure semblable en tous points à celle que nous venons d'étudier.

Nous devons faire remarquer que le liège intra-ligneux se forme, comme

(¹) Nous avons différencié ce suber par le rouge Soudan III et l'orcanette acétique.

les pseudo-péridermes libériens, sans apparition préalable d'assise génératrice; mais, tandis que, dans le liber, la subérification se produit de l'extérieur vers l'intérieur, dans le parenchyme ligneux secondaire, elle se fait dans le sens inverse; la différenciation, centripète dans les régions péricyclique et libérienne, est au contraire centrifuge dans le bois secondaire.

Sans chercher à établir d'une façon absolue la cause physiologique de la structure de ces plantes, nous pouvons cependant songer à faire intervenir les conditions climatériques, lesquelles ont toujours une grande influence sur la morphologie interne des végétaux. Ces diverses formations successivement parenchymateuses, subéreuses et sclérenchymateuses sont peut-être en rapport avec les alternances d'humidité et de sécheresse intense qui existent en ces régions de steppes.

ANATOMIE. — *Sur la présence et la structure d'une* fovea *rétinienne chez un Percidé :* Serranus cabrilla *L.* Note de Mlle **M.-L. Verrier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

L'existence d'une *fovea* n'est connue parmi les Poissons que chez un très petit nombre d'espèces. Les premiers, J. Carrière (¹) et W. Krause (²), en décrivent une chez le Syngnate et l'Hippocampe. Récemment MM. Roule et Rochon-Duvigneaud (³) signalent une disposition semblable de la rétine chez *Blennius basiliscus* C. V. Moi-même, j'ai pu déterminer la topographie et la structure d'une *fovea* chez deux autres Blenniidés : *Blennius pavo* C. V. et *Blennius ocellaris* L., structure rappelant celle de *Blennius basiliscus*.

Chez *Serranus cabrilla* L. il est aisé de déceler l'existence d'une *fovea* par le simple examen de la rétine chez un individu fraîchement tué : l'œil laissé en place dans l'orbite, de manière à en conserver l'orientation, est privé de

(¹) J. Carrière, *Die Sehorgane der Tiere vergleichend-anatomisch dargestellt* (München, 1885).

(²) W. Krause, *Die Retina der Fische* (*Internat. Monatschr. für Anatomie und Physiologie*, 3, i-ii, 1885, p. 35).

(³) A. Rochon-Duvigneaud et L. Roule, *Observations sur le comportement visuel et la structure de l'œil de* Blennius basiliscus *C. V.* (*Bull. Muséum*, ii, 1927, p. 139-145).

son segment antérieur, cornée et cristallin; le corps vitré retiré, la rétine se montre tapissant uniformément le fond de l'œil; la papille du nerf optique et la *fovea* sont situées dans le plan équatorial de l'œil. La *fovea* est à égale distance du bord temporal de la rétine et de la papille du nerf optique; elle se présente sous l'aspect d'une dépression de $0^{mm},5$ environ de longueur; la rétine forme tout autour de cette dépression un bourrelet jaunâtre légèrement saillant.

Des séries des coupes pratiquées dans cette région ont révélé une structure absolument différente de la structure des autres régions de la rétine et confirmant l'existence de la *fovea* que l'examen macroscopique avait montrée.

A ce niveau l'épithélium pigmentaire est plus développé: le pigment devient plus dense, la hauteur des cellules se trouve accrue. Toutefois le pigment reste localisé à la périphérie de cet épithélium. Les deux sortes d'éléments visuels, cônes et bâtonnets, sont représentés dans toute l'étendue de la rétine du Serran, sauf au niveau de la *fovea* où les bâtonnets font totalement défaut. En dehors de la *fovea* les cônes se montrent comme des éléments massifs à segments moyens globuleux, à segments externes courts (leur hauteur totale est de 30^{μ} environ, la largeur du segment moyen 7^{μ}). Les cônes doubles sont nombreux. Au centre de la dépression fovéale les cônes sont étroitement tassés les uns contre les autres: sur un espace de rétine de 100^{μ} de largeur on peut en compter jusqu'à 40 environ. Ils s'allongent et s'amincissent d'une manière très accusée (hauteur totale: 70^{μ}, largeur du segment moyen 2^{μ}). Les cônes doubles sont absents. La couche des grains externes est séparée de la limitante externe par une zone fibreuse qui semble correspondre à la couche fibreuse de Henle de la rétine de l'Homme. Ces fibres affectent autour du centre fovéal une disposition rayonnée. La couche des grains internes s'épaissit légèrement à la périphérie de la *fovea*.

Enfin la couche des cellules ganglionnaires qui n'offre qu'une ou deux assises d'éléments dans les autres régions de la rétine du Serran se trouve constituée au fond et sur les bords de la dépression fovéale par trois ou quatre couches de cellules.

Ainsi la densité du pigment, l'existence exclusive de cônes, le tassement des cellules de la couche des grains internes, l'augmentation du nombre des cellules ganglionnaires permettent bien de conclure à l'existence d'une *fovea* chez *Serranus cabrilla*.

Ces caractères rapprochent cette *fovea* de celle des Blennies, mais elle se

distingue de la *fovea* des Vertébrés supérieurs et particulièrement de celle de l'Homme par un plus petit nombre de cellules ganglionnaires. La conduction individuelle des cônes centraux réalisée chez l'Homme, où à chaque cône paraît correspondre une cellule ganglionnaire, est loin d'être réalisée chez le Serran.

ANATOMIE. — *Remarques sur les canalicules de l'émail dentaire.* Note de M. **J.-J. Thomasset**, présentée par M. Cayeux.

La pénétration des canalicules de la dentine dans l'émail est, à des degrés divers, un fait général. Le plus souvent l'avancée de ces canalicules reste limitée aux couches les plus internes de l'émail. Dans deux groupes, cependant, le phénomène acquiert une grande ampleur : ce sont, chez les poissons, les formes fossiles des *Amioïdes* (fam. des *Semionotidés* et des *Pycnodontidés*), et, parmi les mammifères, les *Marsupiaux.* Dans les deux cas, les canalicules ont le même aspect : branchus dans la dentine, ils ne le sont plus dans l'émail où, chez les amioïdes, ils décrivent de larges courbes et s'enchevêtrent en un buisson touffu, puis se terminent en s'effilant. Leur calibre change parfois brusquement à la limite des deux tissus; et ils peuvent se bifurquer à différents niveaux.

Le fait que les canalicules sont souvent plus gros dans l'émail, qu'ils s'y divisent et surtout qu'ils s'y dirigent en tous sens, montre qu'ils ne sont pas dus à un recul régulier des odontoblastes. Lorsque (*Pycnodus*) la dentine est très réduite, les canalicules sont bien plus longs dans l'émail que dans l'ivoire; on ne peut guère admettre dans ce cas que les odontoblastes ont reculé sans produire de dentine sur la plus grande partie de leur trajet. Étant donné leur changement brusque et régulier d'allure et de calibre, leur pénétration n'a pu se faire que d'une manière active, en direction centrifuge, à travers un émail encore perméable ou la partie non encore minéralisée de cet émail. Les conditions nécessaires à cette croissance semblent d'ailleurs réalisées. J. H. Mummery a montré que les canalicules de la dentine renferment des fibres nerveuses; leur contenu est donc un complexe organique, sans doute susceptible de s'accroître indépendamment de l'odontoblaste. L'émail des amioïdes, qui ne présente aucune structure et dans lequel les canalicules se montrent comme s'ils flottaient librement, a néces-

sairement traversé un stade où il était pénétrable. Ces canalicules ont dû pénétrer sans obstacle dans une masse liquide ou semi-liquide, à la manière de vaisseaux sanguins de néoformation. Ainsi s'expliquerait que, parallèles dans l'ivoire, ils deviennent exubérants dans ce nouveau milieu. Chez les marsupiaux, où les canalicules adamantins se comportent de la même manière, à la différence qu'ils sont à peu près parallèles entre eux, il a été démontré par von Ebner et J. H. Mummery qu'ils pénètrent *entre les prismes*, dans une substance interprismatique calcifiée postérieurement à ceux-ci et dont l'origine est différente. Chez l'homme, la pénétration de ces canalicules est également limitée à des espaces incomplètement calcifiés, situés au voisinage de la dentine. Les canalicules ayant ainsi pénétré effectivement dans un tissu non encore calcifié sont parallèles chez les marsupiaux, car ils sont en quelque sorte dirigés par les prismes déjà formés entre lesquels ils cheminent; leur allure, beaucoup plus irrégulière chez les amioïdes, est due à l'absence de prismes. Lorsque ces canalicules sont très nombreux et serrés les uns contre les autres, ils ne s'accroissent pas en passant dans l'émail; tandis que chez *Sargodon*, où la surface de l'ivoire est notablement augmentée par l'existence de nombreuses saillies de ce tissu, les canalicules, moins serrés, deviennent d'un calibre supérieur et se divisent dès leur arrivée dans l'émail.

Étant donné cette allure semblable des canalicules chez les mammifères à émail tubulaire et certains ganoïdes, par exemple chez *Macropus* et *Lepidotus*, on peut admettre que l'émail anhiste des amioïdes est l'homologue de la substance interprismatique des marsupiaux. Il y a ainsi dans l'émail deux éléments distincts, et chacun peut constituer à lui seul un tissu. La substance non prismatique est pénétrable pour les éléments venus de la dentine, les prismes ne le sont pas. Et chez les mammifères supérieurs la calcification plus rapide et la prédominance des prismes empêchent ou limitent la pénétration des canalicules de l'ivoire.

La calcification de l'émail des amioïdes, et peut-être de la substance interstitielle des marsupiaux, a vraisemblablement pour agents les canalicules eux-mêmes. On sait que la fibre de Tomes transporte les sels calcaires à travers la masse de la dentine; elle peut de même, elle ou un prolongement, les transporter dans l'émail où elle pénètre si profondément. On est amené à concevoir, chez les amioïdes, un émail dont la forme générale serait donnée par l'organe adamantin qui sécréterait ou à travers lequel dialyserait une substance plus ou moins liquide, laquelle resterait en cet état assez long-

temps pour que les canalicules y pénètrent; ensuite ceux-ci calcifieraient la masse. Chez les vertébrés supérieurs cette substance se réduirait, et avec elle la portion adamantine des canalicules, d'autant plus que les éléments prismatiques deviendraient prépondérants.

A. Prenant a vu les tubes de l'ivoire pénétrer secondairement dans la zone externe de la dentine (qu'il considère comme d'origine épithéliale). Il y a donc dans le tissu mésoblastique de la dent des éléments à croissance centrifuge.

ZOOLOGIE. — *Sur l'appareil d'accrochage de l'abdomen au thorax chez les Décapodes Brachyures.* Note [1] de M. **Charles Pérez**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

On sait que les Crabes mâles, en dehors de l'attitude d'accouplement, portent leur abdomen reployé sous le thorax et étroitement appliqué à la face ventrale de ce dernier. Chez la très grande majorité d'entre eux, l'abdomen est solidement maintenu en place par un dispositif d'accrochage qui avait dès 1853 attiré l'attention de Duvernoy [2], mais a souvent été perdu de vue par les auteurs plus récents, bien qu'il constitue une des particularités les plus remarquables de ces Crustacés, digne d'être évoquée jusque dans les traités élémentaires.

Le sternite du plastron thoracique correspondant au segment de la seconde patte ambulatoire (la première après la pince) porte deux boutons saillants arrondis, à pointe légèrement déjetée vers l'avant; d'autre part le sixième segment abdominal présente, sur sa face ventrale, un peu en dedans de ses angles postérieurs, deux cavités correspondantes, qui coiffent exactement la convexité des boutons du plastron, et contribuent ainsi à former avec eux un système de fermoir à pression, dont la tonicité des muscles adducteurs de l'abdomen contribue à maintenir la solidité. Seul le telson peut librement pivoter autour de son articulation avec le sixième segment du pléon, mobi-

---

(1) Séance du 6 février 1928.

(2) G.-L. Duvernoy, *Fragments sur les organes de génération de divers animaux. Deuxième fragment. Les organes extérieurs de fécondation dans les Crustacés Décapodes* (*Mém. Acad. Sc.*, **23**, 1853, p. 133).

lité qui dégage éventuellement l'anus et permet la défécation. L'accrochage est si parfait qu'il faut un effort notable pour soulever l'abdomen en triomphant de sa résistance, et, au moment où brusquement il cède, on entend un déclic sonore, bien perceptible à distance si le Crabe est de taille suffisante. Parfois même les boutons restant pris dans leur logement sont arrachés avec la région qui leur sert d'embase, l'accrochage étant plus solide que la cuticule calcifiée elle-même.

Chez les femelles adultes, au contraire, l'ensemble du pléon est complètement mobile. La présence de pléopodes volumineux empêcherait à elle seule une application exacte de l'abdomen contre le thorax, même en dehors de la période d'incubation où ces appendices sont chargés d'œufs. Mais en outre les cavités d'accrochage font défaut à la face ventrale du sixième segment et le plastron thoracique est totalement dépourvu de boutons ou n'en porte que des vestiges trop rudimentaires pour pouvoir être fonctionnels; de sorte que, dans l'attitude ambulante de l'animal, l'abdomen en adduction est simplement ramené contre le thorax par tonicité musculaire et peut en être écarté sans effort.

Il semble donc, à ne considérer que les adultes, que l'appareil d'accrochage constitue un caractère sexuel secondaire propre aux mâles et faisant défaut aux femelles : c'est ainsi que l'a considéré Duvernoy. Un point très intéressant lui a échappé, c'est que les jeunes femelles, pendant toute une première partie de leur existence et jusqu'à un âge déterminé, tiennent leur abdomen appliqué en étroite coaptation contre le thorax et possèdent un appareil d'accrochage exactement semblable à celui des mâles. C'est seulement quand elles arrivent à la puberté et sont sur le point de pouvoir être fécondées pour la première fois, qu'elles subissent une mue spéciale au cours de laquelle à la fois les boutons du plastron thoracique s'oblitèrent et les pléopodes acquièrent leur type définitif. Cette métamorphose de puberté est très marquée en particulier chez les Oxyrhynques.

Chez le Crabe vulgaire, *Carcinus mænas* Pennant, la mue spéciale se place à un âge où la carapace céphalothoracique mesure de 20 à 25^{mm} de largeur, et il n'est pas très difficile de l'observer. On sait, en effet, que l'accouplement a lieu pendant la courte période où la femelle est encore molle, immédiatement après une mue. Les mâles distinguent les femelles qui vont muer, s'en saisissent d'avance et les promènent un certain temps, retournées et blotties sous leur face ventrale et maintenues par leurs propres pattes en attendant le moment où se produira la mue. Les mâles repèrent en parti-

culier les femelles qui sont sur le point d'accomplir leur mue spéciale de puberté et qui vont pouvoir être fécondées pour la première fois; ils les promènent comme il vient d'être dit, de sorte que si l'on rencontre sous un mâle une femelle ayant encore l'abdomen boutonné, il suffit de l'isoler et d'attendre quelques heures pour assister à la mue qui le déboutonnera.

On voit donc que l'accrochage de l'abdomen au thorax, que l'on pourrait être porté, par le seul examen des adultes, à considérer comme un caractère différentiel du sexe mâle, est en réalité plutôt un caractère somatique, commun aux deux sexes dans le jeune âge et qui persiste définitivement chez le mâle, tandis qu'il s'oblitère chez la femelle et fait place à une autre disposition fonctionnelle. Le fait est analogue à celui que j'ai signalé récemment pour les pléopodes 3 à 5 chez les Galathées [1].

Les Crabes mâles parasités dans leur jeune âge par une Sacculine peuvent présenter, en même temps que la perversion classique de leur abdomen dans le sens femelle, une atrophie plus ou moins nette de leur appareil d'accrochage.

PHYSIOLOGIE. — *Influence de la diète hydrique sur l'excrétion urinaire des corps cétoniques chez le chien.* Note de MM. **F. Maignon** et **E. Knithakis**, présentée par M. E. Leclainche.

Dans l'acidose du jeûne, chez l'homme, on observe, outre l'acétonurie, une forte excrétion d'acide β-oxybutyrique et, par conséquent, un accroissement important des corps cétoniques totaux. Ce fait ne s'étend pas, comme on aurait pu le croire, à toutes les espèces animales. Des travaux récents montrent l'absence de cétose au cours du jeûne chez le chien et le chat, chez le taureau (T. M. Carpenter), chez le rat (A. H. Smith et H. Lévine).

Nous avons étudié, dans ces recherches, les variations de l'acétone plus l'acide diacétique et de l'acide β-oxybutyrique chez le chien alimenté à la soupe de pain et soumis ensuite à la diète hydrique. Les dosages ont été effectués par la méthode pondérale de Van Slyke, tous les deux jours, sur l'urine des quarante-huit heures.

---

(1) Ch. Pérez, *Évolution postlarvaire des pléopodes chez les Galathées* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 703).

Les résultats obtenus sont exposés dans le tableau suivant, dans lequel l'acide β-oxybutyrique et les corps cétoniques totaux sont exprimés en acétone.

	Soupe de pain.		Diète hydrique.	
	Durée en jours.	Excrétion moyenne des 24 heures.	Durée en jours.	Excrétion moyenne des 24 heures.
I. — Chien de 2 ans, 8kg (février 1926).				
Corps cétoniques totaux.......	3	0,030	11	0,018
II. — Chien de 2 ans, 8kg (avril 1926).				
Acétone.....................	6	0,003	12	0,007
Acide β-oxybutyrique.........	»	0,083	»	0,024
Corps cétoniques totaux	»	0,086	»	0,031
III. — Chien de 4 ans, 8kg,9 (juillet-août 1926).				
Acétone.....................	6	0,000	16	0,004
Acide β-oxybutyrique.........	»	0,023	»	0,010
Corps cétoniques totaux.......	»	0,023	»	0,014
V. — Chien de 3 ans, 14kg,8 (novembre 1926).				
Acétone.....................	6	0,002	12	0,009
Acide β-oxybutyrique.........	«	0,091	»	0,039
Corps cétoniques totaux.......	»	0,094	»	0,048
VI. — Chien de 2 ans, 18kg (décembre-janvier 1927).				
Acétone.....................	8	0,003	14	0,004
Acide β-oxybutyrique.........	»	0,089	»	0,032
Corps cétoniques totaux.......	«	0,092	»	0,036
VII. — Chien de 2 ans, 19kg (janvier-février 1927).				
Acétone.....................	8	0,000	12	0,004
Acide β-oxybutyrique.........	»	0,026	»	0,025
Corps cétoniques totaux.......	»	0,026	»	0,029
VIII. — Chien de 18 mois, 8kg (février-mars 1927).				
Acétone.....................	6	0,000	8	0,002
Acide β-oxybutyrique.........	»	0,087	»	0,012
Corps cétoniques totaux.......	»	0,087	»	0,014

	Soupe de pain.		Diète hydrique.	
	Durée en jours.	Excrétion moyenne des 24 heures.	Durée en jours.	Excrétion moyenne des 24 heures.
X. — Chien de 15 mois, 15kg (mars avril 1927).				
Acétone	2	0,000	12	0,003
Acide β-oxybutyrique	»	0,016	»	0,025
Corps cétoniques totaux	»	0,016	»	0,028
XI. — Chien de 4 ans, 12kg (avril-mai 1927).				
Acétone	4	0,000	16	0,004
Acide β-oxybutyrique	»	0,203	»	0,015
Corps cétoniques totaux	»	0,203	»	0,019

Analyse des résultats. — Sur des chiens sains, alimentés à la soupe de pain, nous avons constaté cinq fois sur huit l'absence d'acétone et d'acide diacétique dans l'urine, alors que la présence d'une petite quantité d'acide β-oxybutyrique s'est montrée constante.

Sur les mêmes sujets, soumis à la diète hydrique, l'acétone et l'acide diacétique n'ont jamais fait défaut, et les quantités ont toujours été nettement plus fortes que pendant la période d'alimentation. Par contre l'acide β-oxybutyrique a diminué six fois sur huit (dans la proportion moyenne de 96 à 23), est resté stationnaire une fois et a augmenté une fois (dans la proportion moyenne de 16 à 25). La moyenne de ces chiffres donne :

	Chiens alimentés.	Diète hydrique.
Acétone et acide diacétique en 24 heures	0g,001	0g,005
Acide β-oxybutyrique en 24 heures	0g,077	0g,023

Les résultats que nous venons de signaler se rapportent à la première quinzaine de jeûne. Nous avons constaté les mêmes phénomènes au cours de l'inanition prolongée, sur un chien dont la survie avait été de 61 jours. La moyenne des dosages effectués entre le 19e et le 60e jour a été de 0g,016 pour les corps cétoniques totaux, alors qu'elle est de 0,073 (calculée sur neuf chiens) chez les sujets alimentés.

Conclusions. — Non seulement le chien ne présente pas de cétose au cours de la diète hydrique, mais on voit généralement chez lui l'acide β-oxybutyrique et les corps cétoniques totaux diminuer dans une forte proportion, alors qu'une très légère acétonurie s'installe.

PHYSIOLOGIE. — *Influence de la minéralisation sur la pression osmotique des protéines du sang.* Note de MM. **Léon Blum**, **P. Grabar** et **Joseph Weill**, présentée par M. Widal.

Starling a montré que le sérum sanguin exerce une attraction sur l'eau: cette propriété serait due à la pression osmotique des protéines sanguines.

Au cours des œdèmes cette pression osmotique s'abaisse. D'après Krogh, Govaerts et d'autres cet abaissement est moins la conséquence d'une diminution de la quantité que d'une modification qualitative des protéines : il résulterait d'une diminution de la sérine (sérumalbumine) par rapport à la globuline, de sorte que le quotient albumine/globuline serait plus bas que normalement.

L'abaissement de la pression osmotique au eours des œdèmes, auquel tous ces auteurs attribuent un rôle des plus importants dans la genèse de l'œdème, serait ainsi conditionné par le changement des albumines sanguines, l'œdème serait en dernier lieu dû à une altération des albumines du sang.

Ayant pu constater que les différences de la pression osmotique, observées au cours des états pathologiques coïncident avec des changements de la minéralisation du sérum, nous nous sommes proposé de rechercher dans quelle mesure la teneur en chlore et en sodium influence la pression osmotique du sérum sanguin. De telles expériences peuvent être faites sur le même sujet soumis à un régime alimentaire constant, mais contenant des quantités variables de Na Cl; l'on peut ainsi faire varier dans des limites importantes la teneur du sang en chlore et en sodium, tandis que nous ne sommes pas à même d'influencer les albumines du sang.

Nous avons établi chez des sujets dont l'organisme est appauvri en chlorure de sodium la pression osmotique et le rapport albumine/globuline en nous servant des méthodes utilisées par Govaerts.

En laissant ces sujets à un régime dépourvu complètement de sel, l'appauvrissement en chlore et en sodium et particulièrement en chlore, devient encore plus accusé.

Puis nous avons administré soit du chlorure d'ammonium, soit du bicarbonate de soude, soit encore du chlorure de sodium, et avons recherché l'influence de ces sels sur la pression osmotique et le rapport albumine/globuline.

Voici ce que nous avons constaté :

A. Pour la pression osmotique :

1° L'ingestion de NaCl a une action manifeste sur la pression osmotique : elle en produit un abaissement marqué en même temps que la teneur en Na et Cl du sérum augmente.

2° L'effet de NH^4Cl donne en doses suffisantes pour déterminer une hyperchlorémie prononcée est incertain, en tout cas beaucoup moins marqué que celui de NaCl.

3° Le bicarbonate de soude a également une action, mais beaucoup moins forte que NaCl.

B. Le quotient albumine/globuline :

1° L'ingestion des sels influence nettement le quotient albumine/globuline.

2° Le sens de l'influence de NH^4Cl et de CO^3NaH ne peut pas encore être précisé définitivement; NaCl produit l'effet le plus fort.

C. Rapport entre la pression osmotique et le quotient albumine/globuline :

Il n'y a pas de parallélisme constant entre les deux phénomènes : ils peuvent évoluer en sens inverse.

Nos recherches montrent que toutes choses restant égales, il suffit d'ingérer du NaCl pour influencer nettement la pression osmotique des protéines et le quotient albumine/globuline. Cela nous fait penser que les deux phénomènes sont coordonnés et conditionnés par la même cause, ne dépendent pas l'un de l'autre, que les changements de la pression osmotique des protéines du sang ne sont pas dus à une altération primitive des albumines sanguines, comme on l'admet actuellement, mais sont la conséquence du changement de la minéralisation.

PHYSIOLOGIE. — *Diurèse et pression osmotique des albumines.* Note de MM. **L. Ambard** et **F. Schmid**, présentée par M. Widal.

Cette Note a pour objet d'exposer une conception de la sécrétion aqueuse du rein. A notre avis on doit distinguer deux espèces de sécrétions aqueuses. La première siège dans les cellules des tubes rénaux, met en activité le pouvoir de concentrer une substance et se trouve donc liée à la notion de concentration maxima.

La seconde a son siège dans les glomérules, est sans rapport avec l'élimination des substances solides et ne met en jeu que des variations de la pression osmotique des albumines. Son mécanisme est le suivant : Si la pression osmotique d'une albumine varie, celle de toutes les autres albumines du corps varie simultanément et dans le même sens. Par pression osmotique d'une albumine nous entendons la différence entre la pression qui est propre à cette albumine elle-même et la pression osmotique du liquide où elle baigne. Il s'agit donc d'une pression différentielle, et c'est parce que celle-ci règle directement l'hydratation ou la déshydratation de l'albumine, que nous la considérerons seule ici.

Les faits étant ainsi compris, il en résulte que si la pression osmotique des albumines diminue alors que la pression hydrostatique dans les capillaires lui reste supérieure, nous aurons une exode de l'eau en dehors des vaisseaux et ceci conformément à la conception déjà émise par Starling. Telle est la première étape de la sécrétion rénale de l'eau au niveau des glomérules.

La seconde étape est le passage à travers l'épithélium des glomérules de l'eau exsudée hors des capillaires. Cette seconde a été négligée, on le sait, par Starling qui ne voyait dans la sécrétion rénale de l'eau qu'un passage direct de l'eau du sang à travers les seuls capillaires. Or, si on la néglige, tout reste incompréhensible. Par exemple on est amené à prévoir de la polyurie dans le cas où l'exode de l'eau à travers les capillaires est excessive alors qu'en fait on observe souvent de l'oligurie, ainsi que le montre avec évidence la néphrite avec œdème, où le rein est œdématié et cependant oligurique.

Si au contraire on tient compte de la seconde étape, tout s'explique aisément. En effet, du moment que l'eau exsudée hors des capillaires doit être absorbée par l'épithélium glomérulaire pour être éliminée dans la cavité du glomérule, il est évident que le passage de l'eau à travers cet épithélium sera fonction de l'hydratation dont cet épithélium est susceptible. Or, puisque dans la néphrite œdémateuse cette hydratation est diminuée parce que la pression osmotique des albumines est abaissée, il y aura nécessairement oligurie.

Un processus exactement inverse rend compte de la polyurie des azotémiques.

Pour comprendre d'autre part comment la pression osmotique des albumines varie dans les cas de variations de diurèse les plus typiques, il suffit, à notre avis, de prendre en considération cette notion bien connue que les

albumines ne possèdent pas en elles-mêmes de pression osmotique marquée, et que cette propriété leur est conférée par les électrolytes qui leur sont combinés.

Expérimentalement, on sait que toute acidose provoque de la polyurie; or l'on sait que si l'on ajoute de l'acide à une solution d'albumine, la pression osmotique des albumines croît plus vite que celle du solvant, parce que l'acide ajouté se fixe pour la plus grande partie sur les albumines.

Cliniquement, on sait que dans l'urémie il y a de la polyurie. Ici il existe encore de l'acidose, mais nous savons de plus, et c'est ce que nous avons déduit des recherches de L. Blum sur le chlore et le sodium des urémiques, qu'il y a une surchage des albumines en acide chlorhydrique avec déficit NaCl dissous dans le plasma, et ceci constitue une double raison d'augmentation de la pression osmotique des albumines. A la suite de l'ingestion de sel il y a de la polyurie. Or à la suite d'ingestion de NaCl il y a d'abord une élimination de Na prépondérante vis-à-vis de Cl, et constitution d'une surcharge des albumines en acide chlorhydrique; phénomène qui prend chez les urémiques une telle amplitude qu'on peut aisément chez eux identifier une surchage chlorhydrique des albumines, avec maintien ou même diminution du NaCl dissous. C'est exactement et pour des raisons inverses que s'explique l'oligurie des néphritiques avec œdème.

PHARMACODYNAMIE. — *Sur une substance enivrante, la banistérine, extraite de* Banisteria Caapi. Note de M. **Louis Lewin**, présentée par M. Charles Richet.

Une plante de l'Amérique du Sud, peu connue et non encore étudiée au point de vue chimique et toxique, enrichit d'une manière intéressante le nombre des principes stupéfiants et excitants. Il s'agit de la liane *Banisteria Caapi*, de la famille des Malpighiacées et qui appartient donc à une famille dans laquelle on ne connaissait pas auparavant d'espèces d'un caractère toxique prononcé et même narcotique [1].

Elle se trouve à l'état sauvage ou cultivé depuis l'Orinoco jusqu'au Rio Negro et aux Cordillères, dans ce vaste territoire qui comprend en partie la Colombie, l'Équateur, le Pérou, le sud du Vénézuela, l'ouest de la

---

[1] M. R. Hamet a étudié quelques-unes des propriétés de la *Banisteria Caapi* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1266).

Guyane Anglaise, le Brésil, etc. Dans ces pays, des tribus très diverses emploient la *Banisteria Caapi* comme enivrant à côté du tabac, des boissons alcooliques et éventuellement de la coca. En cuisant et filtrant pendant 7 ou 8 heures le bois désagrégé et pulvérisé de la liane, on parvient à en brasser une potion bue non seulement aux fêtes communes, mais aussi dans les maisons particulières. On en consomme parfois jusqu'à un litre. On prétend que cette boisson cause un état de transe qui fait éprouver au buveur des sensations agréables et nouvelles. Ordinairement les hommes seuls la boivent; quelques tribus l'interdisent même aux femmes. Deux minutes après l'absorption on voit pâlir l'Indien, qui tremble de tous ses membres, sue fortement et est pris d'une fureur violente. Cette excitation d'à peu près dix minutes, accompagnée de cris, de danses et peut-être de crampes, est suivie d'épuisement et d'une narcose rêveuse. Tout d'abord, on éprouve des sentiments de chaleur et de froid avec hallucinations, visions et fantômes multiformes.

On peut obtenir cristallisé le principe actif de la *Banisteria Caapi*, la banistérine, sous forme de prismes.

Voici sa composition : $C^{13}H^{12}ON^2$. Le point de fusion de la base libre est à 256°-257°; le chlorhydrate fond à 264° en se décomposant. D'après Merck cet alcaloïde est identique avec la harmine, retirée de *Peganum Harmala*. L'acide sulfurique pur dissout le chlorhydrate de banistérine en provoquant une fluorescence verte, qui disparaît bientôt. Au bout de quelques heures, la solution incolore se violace légèrement.

Les expériences que j'ai faites sur des animaux à sang froid et chaud — même sur des singes — ont montré sans exception une forte excitation motrice accompagnée d'une augmentation des réflexes. On note avant tout des tremblements qui se produisent déjà après 3-10 minutes et se prolongent jusqu'à 2 heures. Des chiens entraient en une telle exaspération qu'ils avaient l'air d'être enragés et qu'on les aurait tués si l'on n'avait pas connu la cause de leur état. A ma connaisance, la harmine ne produit pas de pareils effets.

Les hommes que j'ai soumis à l'expérience éprouvaient, après une injection de $0^g,02$-$0^g,07$, un sentiment de chaleur et d'alourdissement de la tête et une lassitude générale. Une femme souffrant d'hémiplégie eut la sensation spontanée de légèreté; après la deuxième injection elle crut pouvoir marcher mieux et en désirait une troisième. Le professeur Wilmanns et M. Beringer ont fait des expériences plus étendues. Ils ont trouvé que la banistérine diminue les pulsations, ce que j'avais déjà vu chez l'animal et ce

qui peut être intéressant pour la thérapie des maladies du cœur. Mais avant tout les personnes atteintes d'une inflammation de cerveau (*encephalitis lethargica*), de la soi-disant grippe cérébrale, et traitées par la banistérine, se trouvaient mieux, se sentaient plus légères. La rigidité des muscles, le symptôme le plus apparent de cette maladie, diminuait. La marche devenait dégagée et le langage plus accentué. Avec $0^{g},04$ la rigidité disparaissait presque entièrement. Les remèdes employés jusqu'ici sont loin d'égaler la banistérine.

On ne saurait encore indiquer les applications de la banistérine à la thérapeutique. Il est probable que son emploi ne sera pas sans succès dans certaines paralysies.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur le pouvoir oxydo-réducteur du chondriome.* Note (¹) de M. **Ph. Joyet-Lavergne**, présentée par M. d'Arsonval.

A. Mayer, F. Rathery et G. Schaeffer (²), dans leurs recherches sur la cellule hépatique, ont démontré l'existence d'un élément lipoïde dans la constitution des mitochondries. De cette qualité chimique, les auteurs déduisent l'hypothèse de travail suivante : « Les mitochondries sont un support et un lieu des phénomènes d'oxydation. »

D'autre part la présence du glutathion sur les éléments du chondriome a été constatée dans des cellules très diverses (³). Une confirmation de cette qualité du chondriome, d'être le support du glutathion, peut être obtenue par les expériences suivantes : on prend deux fragments frais, égaux de foie de *Bufo vulgaris*; l'un est placé dans une solution d'acide acétique à 5 pour 100, milieu dans lequel les éléments du chondriome seront détruits; l'autre est placé dans une solution d'acide trichloracétique à 2 pour 100 qui conserve le chondriome. On constate que le fragment qui a séjourné dans l'acide acétique ne donne plus la réaction au nitroprussiate, tandis que l'autre fragment donne une réaction positive avec le même réactif. Une comparaison analogue, faite avec des fragments égaux de foie de *Rana temporaria* dont l'un a séjourné dans l'acide acétique à 5 pour 100, tandis que l'autre a séjourné dans le formol salé, donne des résultats semblables à

(¹) Séance du 6 janvier 1928.

(²) A. Mayer, F. Rathery et G. Schaeffer, *Travaux du laboratoire de physiologie physicochimique de l'École des Hautes Études*. III, 1913-1914, p. 607.

(³) Ph. Joyet-Lavergne, *C. R. Soc. Biol.*, 97, 1927, p. 327.

ceux obtenus avec *Bufo vulgaris*. Ainsi, la dislocation et la destruction chimique des éléments du chondriome est en corrélation avec la disparition de la réaction du glutathion sur les cellules.

Les qualités chimiques du glutathion permettent de supposer que le chondriome est le siège de phénomènes d'oxydo-réductions. Dans notre conception, suivant les circonstances du métabolisme intracellulaire, le glutathion du chondriome doit pouvoir manifester tantôt un pouvoir oxydant, tantôt un pouvoir réducteur. Il est possible de faire apparaître directement les propriétés oxydantes ou réductrices du chondriome, indépendamment des constatations faites ci-dessus (1) et (2), sur la nature chimique de ce chondriome.

Pouvoir oxydant. — La mise en évidence des régions intracellulaires qui sont le siège de phénomènes d'oxydation peut s'effectuer au moyen de réactifs qui prennent une coloration par oxydation. Si les conditions d'oxydation de ces réactifs qui réalisent leur changement de coloration sont assez voisines de celles qui existent dans la cellule et si, d'autre part, les réactifs peuvent pénétrer dans le cytoplasme sans en léser trop gravement la structure, au moins pendant la durée d'une observation, la conséquence de leur action sera de faire apparaître dans la cellule les régions d'oxydation par une couleur plus marquée.

Si l'on traite des fragments frais du foie de *Rana temporaria* par les solutions aqueuses à 2 pour 100 soit d'acide pyrogallique, soit de métol, soit d'hydroquinone, soit de diamidophénol, on constate après dilacération des tissus que, dans les cellules assez bien isolées pour permettre une bonne observation, le chondriome est nettement coloré en noir. La paraphénylène diamine ou le métoquinone en solution à 1 pour 100 dans l'alcool à 50° permettent également une mise en évidence du chondriome.

Les cellules de l'epithélium intestinal de *Rana* constituent un matériel moins favorable; toutefois on peut colorer leur chondriome par les solutions aqueuses à 2 pour 100 soit d'acide pyrogallique, soit de métol. Les cellules hépatiques de *Bufo vulgaris* donnent des résultats comparables à ceux obtenus avec le foie de *Rana*, mais un peu moins réguliers.

Les propriétés oxydantes du chondriome peuvent se manifester dans les cellules végétales. La solution aqueuse de métol à 2 pour 100 fait apparaître dans les cellules épidermiques des pétales d'une Amaryllidée horticole, *Crinum Powelli*, des images du chondriome analogues à celles que révèle le vert Janus. Dans le métol à 2 pour 100, on peut voir la germination du pollen de *Antirrhinum majus;* on assiste alors à la coloration en noir de

petits grains ou très courtes baguettes, dans le cytoplasme du tube pollinique. Ces éléments donnent des images semblables à celles du chondriome révélées par le vert Janus. On peut faire une constatation semblable sur le pollen de Capucine traité par la solution aqueuse à 2 pour 100 d'acide pyrogallique.

Pouvoir réducteur. — Les propriétés réductrices du chondriome peuvent se manifester par l'action d'une solution aqueuse de chlorure d'or à 1 pour 100 sur les cellules hépatiques et sur les cellules de l'épithélium intestinal de *Rana temporaria*. Le phénomène de réduction du réactif se manifeste au niveau du chondriome par la coloration noire très nette que prennent les éléments de ce chondriome. La solution aqueuse à 1 pour 100 d'azotate d'argent est également réduite par les éléments du chondriome qu'elle noircit, mais les figures obtenues sont moins nettes qu'avec le chlorure d'or.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Formation d'un orthodiphénol aux dépens des glucides par certains microbes du sol.* Note [1] de M. **Lemoigne**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

De nombreux organismes inférieurs peuvent faire la synthèse des acides aminés aromatiques, en utilisant des glucides et de l'azote ammoniacal. On ignore le processus de cette synthèse.

Les faits suivants n'apportent encore aucune contribution certaine à l'étude de cette question, mais y serviront peut-être ultérieurement.

On cultive divers microbes du sol sur un milieu minéral sucré. En ajoutant goutte à goutte du perchlorure de fer à 30° B., à quelques centimètres cubes de culture, on observe la formation d'un précipité de phosphate de fer qui se dissout dans un léger excès de réactif. Avec certains microbes, il apparaît, au moment de la redissolution du sel ferrique, une coloration verte plus ou moins foncée que l'on ne peut confondre avec la teinte jaune des tubes témoins. Quand cette réaction est positive, elle se manifeste déjà avec des cultures très jeunes.

J'ai réuni quelques-uns des résultats obtenus.

---

(1) Séance du 6 février 1928.

Microbe et origine.	Réaction du perchlorure de fer.	pH.	Nature de la fermentation.
Témoin non ensemencé	0	6,8	»
B. subtilis : Institut Pasteur	+ +	4,8	Butylèneglycolique
B. Globigii : University of Wisconsin	+	5,0	»
B. subtilis »	+ +	4,8	»
B. mesentericus ; Lister Institut	+ +	4,6	»
B. F. 2 : Institut Pasteur de Lille	+ +	4,4	»
B. F. 11 »	+ +	6,0	»

Tous les microbes précédents sont très fréquents dans les eaux, la terre et le fumier.

La réaction colorée ci-dessus, faite en un milieu aussi complexe et avec du perchlorure de fer concentré, ne permet aucune conclusion.

J'ai cherché à purifier le produit qui la donne.

La culture (1500$^{cm^3}$) est distillée dans un courant de gaz carbonique. Le distillat, riche en acétylméthylcarbinol, ne se colore pas avec le perchlorure de fer. Le résidu fixe, additionné de 4 volumes d'alcool à 95°, est filtré et le filtrat distillé sous pression réduite. Le sirop obtenu, mélangé à du sable calciné, est desséché dans le vide et la masse épuisée par l'éther.

Après évaporation du solvant, il reste un sirop jaune rougeâtre riche en 2-3-butylèneglycol. On le dilue avec suffisamment d'eau distillée pour avoir une solution incolore qui donne les réactions suivantes.

Une goutte de perchlorure de fer très étendu produit une coloration vert foncé qui vire au mauve violet par addition de CO^3NaH et au rouge vin par celle de soude ou d'ammoniaque. Si l'on a mis au préalable de l'acétate de sodium, la teinte est mauve puis violette.

Ces réactions, tout à fait nettes, caractérisent les orthodiphénols. L'acide sulfanilique donne une coloration brun foncé avec le perchlorure de fer dilué et rouge vin avec le bichromate de potassium (Bayer); avec le perchlorure de fer et le ferricyanure de potassium, on obtient de suite une formation intense de bleu de Prusse (Brouardel et Boutmy). L'acide sulfanilique en solution chlorhydrique, en présence de nitrite de sodium, donne, après saturation par l'ammoniaque, une forte coloration rouge (Erlich). Enfin, toutes les réactions de réduction sont positives. L'ensemble de ces faits confirme la conclusion à laquelle on était arrivé par l'emploi du perchlorure de fer.

Si l'extraction est faite en milieu alcalin, l'éther dissout le butylène-

glycol mais non le diphénol que l'on peut extraire du résidu par un nouveau traitement à l'éther en milieu acide. On obtient ainsi une solution presque incolore, très altérable à l'air et qui donne, avec intensité, les réactions précédentes. Malheureusement, la très grande dilution du composé phénolique ne m'a pas permis encore d'obtenir celui-ci cristallisé.

En agissant sur le glucose, les alcalis produisent de la pyrocatéchine. [Alain et Gaud (¹); A. Gautier (²)]. L'intervention de cette réaction chimique a été signalée dans les cultures alcalines de *B. mesentericus niger* par A. Muschel (³). Mais dans les cas que je signale ici, le phénomène est différent car le milieu est constamment acide passant de pH 6,8 à pH 4,4.

Il y a lieu de remarquer que parmi les organismes que j'ai étudiés (environ 20), seuls des ferments butylèneglycoliques, producteurs très actifs d'acétylméthylcarbinol, donnent la réaction verte avec le perchlorure de fer. Le nombre des microbes essayés est trop faible pour que l'on puisse déterminer si cela est dû à une corrélation ou à une simple coïncidence.

Conclusions. — Certains microbes du sol, cultivés dans un milieu minéral ne contenant que du sucre comme substance organique, produisent, dès le début de leur développement, un orthodiphénol soluble dans l'éther en milieu acide.

M. **Antoine Vergnette** adresse une Note intitulée *Nouvelles observations à propos du « gisement » de Glozel.*

M. **P. Russo** et Mme **L. Russo** adressent une Note intitulée *Remarques sur les inscriptions rupestres du nord saharien et les caractères de Glozel.*

La séance est levée à 16h15m.

A. Lx.

(¹) Alain et Gaud, *Journ. Pharm. et Chimie*, 30, 1894, p. 300.
(²) A. Gautier, *Bull. Soc. Chim.*, 2e série, 31, 1879, p. 530.
(³) A. Muschel, *Biochem. Zeitsch.*, 131, 1922, p. 570.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de décembre 1927.

Œuvres de Henri Poincaré, publiées sous les auspices de l'Académie des Sciences, par Paul Appell. Tome I, publié avec la collaboration de Jules Drach. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 28cm,5.

Souvenirs sur Marcelin Berthelot, par Camille Matignon. Paris, *La Revue de Paris*, numéro du 15 novembre 1927; 1 fasc. 24cm.

La foudre, ses différentes formes, la matière fulminante, par E. Mathias. Paris *Annales des postes, télégraphes et téléphones*, novembre 1927; 1 fasc. 23cm,5.

Trempe, recuit, revenu, traité théorique et pratique : I. Théorie, par Léon Guillet. Paris, Dunod, 1928; 1 vol. 25cm,5.

La France ignorée; sud-est de la France, par E.-A. Martel. Paris, Delagrave, 1927; 1 vol. 28cm.

Franz Schrader; Les Pyrénées, par E.-A. Martel. Chartres, Félix Lainé, 1925: 1 fasc. 21cm,5.

L'Aven Armand, Causse Méjean (Lozère), par E.-A. Martel. Millau, Artières et Maury, 1927; 1 fasc. 22cm.

Les données et les inconnues du problème alimentaire : I. Le problème de l'alimentation; II. La question des vitamines, par Lucie Randoin et Henri Simonnet. Paris, Presses universitaires de France, 1927; 1 vol. 24cm.

Les larves et nymphes des Dytiscides, Hygrobiides, Haliplides, par Henri Bertrand. Paris, Paul Lechevalier, 1928; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. Bouvier.)

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 23 janvier 1928.)

Note de M. *Henri Milloux*, Sur une propriété de croissance des fonctions entières :

Page 214, ligne 19, *au lieu de* $\varlimsup_{r=\infty} V(r) \leqq r^{2-\varepsilon}$, *lire* $\varlimsup_{r=\infty} V(r) \leqq r^{\frac{1}{2}-\varepsilon}$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 20 FÉVRIER 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur les proportions de baryum contenues dans la terre arable.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **L. Silberstein**.

Nous avons expliqué comment nous avions été conduits à rechercher la présence du baryum dans la terre arable et nous avons montré que ce métal alcalino-terreux doit être compris parmi ceux qui entrent dans la composition ordinaire des sols cultivés ([1]).

Nous nous sommes efforcés depuis d'en évaluer les proportions : celles-ci ne sont pas seulement spectroscopiques, elles atteignent, comme on le verra plus loin, un ordre de grandeur assez important.

Voici la méthode que nous avons employée pour effectuer le dosage du baryum dans la terre arable : un échantillon de 20^g de terre fine, séché à $+100°$, est d'abord chauffé au rouge sombre pour détruire les matières organiques; on le triture ensuite au mortier avec 3 fois son poids d'un mélange équimoléculaire de carbonates de potassium et de sodium, on répartit la masse dans deux creusets de nickel de 125^{cm^3} de capacité et l'on chauffe au four à moufle, jusqu'à fusion, que l'on maintient au moins une demi-heure, en remuant de temps en temps avec un gros fil de nickel. Après refroidissement, les creusets et leur contenu sont traités par l'eau distillée, dans une capsule de porcelaine, à la température du bain-marie, jusqu'à désagrégation complète de la matière fondue. On filtre et on lave le précipité

([1]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 335. — Page 336, ligne 10, *après les mots :* avaient été dosées dans, *ajouter :* plusieurs sortes de roches par Forchhammer (*Poggend. Ann.*, 95, 1855, p. 60) et dans.

pulvérulent, formé surtout de carbonates alcalino-terreux, d'oxydes d'aluminium et de fer, avec une solution de carbonate de sodium au centième. Après dessiccation, on brûle le filtre et l'on traite le précipité dans une capsule de porcelaine, avec de l'acide chlorhydrique. On évapore à sec, afin d'insolubiliser la silice restante; on humecte le résidu d'un peu d'acide chlorhydrique, on ajoute de l'eau, filtre et lave la partie insoluble.

La liqueur chlorhydrique, contenant la presque totalité du baryum ([1]), est mise momentanément de côté; la partie insoluble est au contraire séchée et traitée une seconde fois par fusion avec le mélange de carbonates alcalins. La liqueur acide, provenant de cette nouvelle attaque, est jointe à la première, ce qui en porte le volume à 100 ou 125^{cm^3}, enfin on ajoute 5 à 10 gouttes d'acide sulfurique au dixième; le précipité de sulfate de baryum ne tarde pas à se former, mais on ne le recueille qu'après deux jours de repos, pendant lesquels on le met plusieurs fois en suspension. Comme nous l'avons mentionné dans notre Mémoire précédent, ce précipité n'est pas du sulfate de baryum pur; c'est pourquoi nous l'avons traité, après calcination, par l'acide chlorhydrique, une ou deux fois, selon la méthode décrite ([2]), avant d'en prendre le poids.

Nous avons obtenu les résultats suivants que nous présentons d'après la teneur croissante des terres en baryum ([3]) :

	SO^4Ba trouvé en milligr.	Ba par kilogr. en gr.	S correspondant par kilogr.	S total.	S_{Ba} pour 100 de S total.
Perrigny, ferme du Verger (Yonne)..	2,8	0,082	0,019	0,312	6,1
Auxerre, sol d'une aspergerie (Yonne).	3,3	0,097	0,023	0,235	10,0
Saint-Chaptes, oligocène (Gard).....	4,9	0,144	0,034	0,626	5,4
Antibes, jardin de la villa Thuret (Alpes-Maritimes)...............	7,1	0,209	0,049	0,644	7,6
Institut Pasteur, jardin.............	7,4	0,218	0,051	5,175	1,0
Angouville, arr. de Falaise (Calvados).	7,7	0,226			
Neuville, arr. de Vire (Calvados)....	8,6	0,253	0,059	0,571	10,3
Pantchevo (Serbie)................	9,0	0,265			
Meules, arr. de Lisieux (Calvados)..	9,3	0,273			
Charbuy (Yonne)..................	9,8	0,288	0,067	0,694	9,7
Lestremeur, micaschiste granulitique (Finistère)......................	10,0	0,294			

([1]) Et du strontium.

([2]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 335.

([3]) Les échantillons de terre ont été prélevés entre la surface et 30^{cm} de profondeur.

	SO^4Ba trouvé en milligr.	Ba par kilogr. en gr.	S correspondant par kilogr.	S total.	S_{Ba} pour 100 de S total.
Quimper, champs d'expérience de la station (Finistère)	10,1	0,297			
Demouville (Calvados)	11,9	0,350			
Perrigny, terre forte (Yonne)	12,5	0,367	0,086	0,226	38,0
Beauvoisin, diluvion alpin (Gard)	13,8	0,406	0,095	0,368	25,8
Binnitze (Danemark)	14,1	0,415			
Rouvres, arr. de Falaise (Calvados)	17,6	0,517	0,121	0,496	24,4
Genolhac, granite désagrégé (Gard)	21,4	0,629			
Plomelin, micaschiste granulitique (Finistère)	23,1	0,679			
Loctudy, granulite (Finistère)	26,1	0,767	0,179	0,928	19,3
Aquapendente (Italie)	28,2	0,829			
Langlade, alluvions anciennes (Gard)	58,4	1,717	0,401	0,498	80,5

Ainsi il y a généralement quelques décigrammes de baryum combiné par kilogramme de terre arable et dans un des échantillons sur vingt-deux, pris pour ainsi dire au hasard, que nous avons analysés, il y a jusqu'à $1^g,7$ de ce métal par kilogramme.

Nous avons calculé pour un certain nombre de terres combien de soufre représenterait ce baryum s'il était tout entier à l'état de sulfate et nous avons comparé les chiffres ainsi obtenus avec les teneurs des mêmes terres en soufre total [1] (colonnes 2, 3 et 4 du tableau).

Si l'on admettait d'une part que, par suite des réactions physico-chimiques et bactériennes qui s'accomplissent dans le sol, la totalité du baryum se transforme en sulfate, d'autre part que la presque insolubilité de ce sel suffise à immobiliser pratiquement le soufre qu'il renferme, il résulterait de l'examen du tableau ci-dessus qu'il ne manque pas de terres où il y a assez de baryum pour contre-balancer l'action nutritive de 10 à plus de 35 pour 100 du soufre total. Dans la terre de Langlade, ce rapport s'élève même à 80,5 pour 100.

Dans la réalité, il n'est pas sûr que le phénomène atteigne ce degré de simplicité : une partie du baryum est peut-être retenue dans les particules des roches originelles sous d'autres formes que celle de sulfate; les plantes utilisent peut-être, dans une certaine mesure, le soufre combiné au baryum; mais, ce qui ne semble pas devoir être mis en doute, c'est qu'il y a souvent

(1) Voir, pour ces dosages, GABRIEL BERTRAND et L. SILBERSTEIN, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1388, et *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **41**, 1927, p. 950 et 1380.

assez de baryum dans le sol pour exercer un pouvoir inhibiteur notable sur l'absorption du soufre par les racines. Les résultats que nous publions aujourd'hui n'établissent pas seulement ce fait dans sa généralité, ils déterminent la limite supérieure à laquelle son importance peut atteindre.

ÉLASTICITÉ. — *Sur les équations générales des surfaces élastiques.* Note de M. **Louis Roy**.

Nous nous proposons de montrer avec quelle facilité les méthodes régulières de l'Énergétique et l'emploi du trièdre mobile, tel que l'ont considéré MM. Cosserat (¹) en se plaçant à un point différent du nôtre, permettent d'établir les équations les plus générales du mouvement des surfaces élastiques. Ainsi que l'ont fait observer ces auteurs, ce qui montre bien la fécondité de la méthode du trièdre mobile, c'est que la théorie de la surface élastique résulte immédiatement de celle de la ligne élastique par la simple adjonction d'une nouvelle variable géométrique.

Une surface élastique, à l'instant t, est regardée comme suffisamment déterminée géométriquement par la connaissance d'une suite continue de trièdres trirectangles $Muvw$, dont le lieu des sommets M à l'instant considéré est la surface moyenne S et dont les axes sont définis de la manière suivante : l'un des plans de coordonnées, uMv par exemple, est tangent en M à un feuillet matériel arbitrairement choisi passant par ce point, et l'un des deux axes, Mu par exemple, est tangent en M à l'une des fibres de ce feuillet. L'orientation par rapport à S de chaque trièdre $Muvw$, ou pour abréger de chaque trièdre (M), étant arbitraire, la configuration géométrique de la surface élastique, à l'instant t, se trouve complètement définie analytiquement par les coordonnées rectangulaires x, y, z de M relatives à un trièdre fixe et trois autres paramètres, au moyen desquels s'expriment les neuf cosinus directeurs des axes de (M). Ces six paramètres doivent être regardés comme des fonctions de t et de deux variables géométriques ω, ω_1 qui, choisies de la manière la plus simple, seront les arcs d'un réseau de coordonnées curvilignes orthogonales tracé sur S dans son état primitif.

Si, au lieu de laisser arbitraire le feuillet matériel passant par M, on prend pour ce feuillet l'élément dS de la surface moyenne, l'axe Mw devient

---

(¹) E. et F. Cosserat, *Théorie des corps déformables* (Hermann, éditeur, Paris, 1909).

normal à S et l'axe Mu, par exemple, tangent à la ligne ω du réseau. La connaissance de S entraînant alors celle de (M), la surface élastique ne dépend plus que des trois paramètres x, y, z. C'est à cette surface qu'on se limite généralement dans la théorie de l'Élasticité, mais la *surface à six paramètres* a l'avantage de conduire à des formules entièrement symétriques, qui rendent très simple la théorie ultérieure de la *surface à trois paramètres*.

Considérons donc une surface à six paramètres; d'après les principes de l'Énergétique, les équations de son mouvement s'obtiennent en écrivant qu'on a, dans toute modification virtuelle isothermique,

$$\delta\mathfrak{T}_e + \delta J + \delta\mathfrak{T}_v - \delta_T\Phi = 0, \tag{1}$$

$\delta\mathfrak{T}_e$ désignant le travail virtuel des forces extérieures, δJ celui des forces d'inertie, $\delta\mathfrak{T}_v$ celui des actions de viscosité et $\delta_T\Phi$ la variation isothermique du potentiel thermodynamique interne.

Comme pour la ligne élastique, on reconnaît que, pour calculer $\delta\mathfrak{T}_e + \delta J$, on peut très sensiblement traiter chaque tronçon de la surface élastique comme un corps solide, ce qui permet d'effectuer au préalable la réduction, par rapport à chaque point M de S, des forces extérieures et d'inertie appliquées aux divers éléments du tronçon comprenant ce point. On fait ainsi intervenir la force et le couple extérieurs et d'inertie par unité de surface en chaque point de S, la force et le couple extérieurs par unité de longueur en chaque point de son contour.

Le calcul des deux autres termes fait intervenir les douze déformations de la surface élastique

$$\begin{array}{llllll} \xi - \xi_0, & \eta - \eta_0, & \zeta - \zeta_0, & p - p_0, & q - q_0, & r - r_0; \\ \xi_1 - \xi_{10}, & \eta_1 - \eta_{10}, & \ldots\ldots & \ldots\ldots & \ldots\ldots & r_1 - r_{10}, \end{array}$$

définies, comme pour la ligne élastique ([1]), par la translation et la rotation de (M) dans son déplacement élémentaire suivant chaque ligne du réseau et l'indice zéro se rapportant à l'état primitif; d'où il résulte que le potentiel thermodynamique interne doit être de la forme

$$\Phi = \int\!\!\int f(\xi - \xi_0, \eta - \eta_0, \ldots, r_1 - r_{10}, T, \omega, \omega_1)\, d\omega\, d\omega_1,$$

T étant la température absolue au point (ω, ω_1); il correspond à *l'action de déformation*, considérée par MM. Cosserat ([2]).

([1]) L. Roy, *Sur les équations générales des lignes élastiques de la propagation des ondes* (*Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3e série, 18, 1926, p. 123 et 126).

([2]) E. et F. Cosserat, *loc. cit.*, p. 71.

D'autre part, la modification virtuelle isothermique étant caractérisée par les douze variations $\delta\xi$, $\delta\eta$, ..., δr_1, on doit avoir

$$\delta\mathcal{E}_e = -\int\int(\mathcal{F}\,\delta\xi + \mathcal{G}\,\delta\eta + \ldots + \mathcal{R}_1\,\delta r_1)\,d\omega\,d\omega_1,$$

$\mathcal{F}$, $\mathcal{G}$, ..., $\mathcal{R}_1$ étant les *actions de viscosité*, fonctions des quinze paramètres dont dépend déjà la fonction f et des douze dérivées

$$\frac{\partial\xi}{\partial t},\quad \frac{\partial\eta}{\partial t},\quad \ldots,\quad \frac{\partial r_1}{\partial t},$$

avec lesquelles elles s'annulent. En posant alors

$$(2)\quad \begin{cases} \mathcal{R}_u = -(f'_\xi + \mathcal{F}), & \mathcal{R}_v = -(f'_\eta + \mathcal{G}), & \mathcal{R}_w = -(f'_\zeta + \mathcal{H}), \\ \mathcal{C}_u = -(f'_p + \mathcal{P}), & \mathcal{C}_v = -(f'_q + \mathcal{Q}), & \mathcal{C}_w = -(f'_r + \mathcal{R}), \\ \mathcal{R}_{1u} = -(f'_{\xi_1} + \mathcal{F}_1), & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, & \mathcal{C}_{1w} = -(f'_{r_1} + \mathcal{R}_1), \end{cases}$$

il vient

$$\delta\mathcal{E}_e - \delta_T\Phi = \int\int(\mathcal{R}_u\,\delta\xi + \mathcal{R}_v\,\delta\eta + \ldots + \mathcal{C}_{1w}\,\delta r_1)\,d\omega\,d\omega_1.$$

Les expressions (2) peuvent donc être regardées comme représentant les composantes suivant les axes de (M) de deux forces $\mathfrak{R}$, $\mathfrak{R}_1$ et de deux couples $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{C}_1$ par unité de longueur; ces forces et couples correspondent aux actions de liaisons qui s'exercent suivant des coupures normales à S pratiquées suivant chaque ligne ω et ω_1.

Les variations $\delta\xi$, $\delta\eta$, ..., δr_1 se calculent ensuite par les mêmes formules que pour la ligne élastique en fonction des composantes du déplacement virtuel de M et de la rotation virtuelle de (M), de sorte que l'équation (1) fournit aisément les six équations indéfinies du mouvement et les six conditions au contour, que nous ne pouvons songer à écrire ici et qui correspondent aux équations d'équilibre données par MM. Cosserat [1].

Enfin la relation supplémentaire, que nécessite la considération de la température T, s'obtient par la méthode habituelle de l'Énergétique, en exprimant de deux manières la quantité de chaleur dégagée pendant le temps dt par une portion arbitraire de la surface élastique; la première expression étant fournie par la théorie de la conductibilité calorifique, la seconde par le principe de Carnot. On obtient ainsi l'équation connue de la propagation de la chaleur sur une surface, complétée par un terme propor-

---

(1) E. et F. COSSERAT, *loc. cit.*, p. 75 et 76.

tionnel à

$$f''_{T\xi}\frac{\partial\xi}{\partial t} + f''_{T\eta}\frac{\partial\eta}{\partial t} + \ldots + f''_{Tr_1}\frac{\partial r_1}{\partial t} + 2\varpi,$$

ϖ désignant la fonction dissipative et la condition au contour demeurant inchangée. Le problème général du mouvement de la surface élastique se trouve ainsi complètement mis en équations.

M. **J. Costantin** fait hommage d'un mémoire intitulé *La cure d'altitude, son emploi et son efficacité en pathologie végétale. Essai d'une théorie de ce phénomène.*

M. **Ch. Gravier** fait hommage à l'Académie d'un fascicule des *Expéditions scientifiques du « Travailleur » et du « Talisman » pendant les années* 1880, 1881, 1882, 1883; Ouvrage publié sous sa direction et celle de M. **E.-L. Bouvier.** Ce fascicule contient : *Malacostracés* (*suite*). — I. *Sergestidés et Schizopodes*, par H. J. Hansen. — II. *Stomatopodes*, par Ch. Gravier. — III. *Amphipodes,* par Ed. Chevreux.

M. **A. Calmette** fait hommage à l'Académie de la troisième édition de son Ouvrage : *L'infection bacillaire et la tuberculose chez l'homme et chez les animaux.*

NOMINATIONS.

M. **Paul Helbronner** est désigné pour représenter l'Académie à la commémoration que le *Club alpin français* fera, en juillet 1928, de la première ascension du Pelvoux, par le capitaine *Durand*, du corps des ingénieurs géographes.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire d'*Anthropologie* vacante au Muséum d'Histoire naturelle, M. *P. Rivet* est désigné en première ligne par 44 suffrages contre 5 à M. *H. Vallois.*

Pour la seconde ligne, M. *Georges Luquet* est désigné par 29 suffrages contre 16 à M. *Vallois*. Il y a 1 bulletin blanc.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne.............. M. **P. Rivet**.
En seconde ligne............... M. **G. Luquet**.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** prie l'Académie de vouloir bien procéder à la désignation de 14 de ses Membres qui feront partie du *Conseil de l'Office national des recherches scientifiques et industrielles et des inventions* en remplacement des Membres actuels, dont les pouvoirs expirent en mai 1928 et qui sont rééligibles.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Introduction à l'étude des complexes biologiques*, par P. Freundler. (Présenté par M. A. Béhal.)

2° *Valeur papetière de quelques bois africains*, par F. Heim de Balsac, avec la collaboration de J. Maheu, M. Cercelet, G.-S. Dagand, R.-H. Heim de Balsac et L. Lefèvre. (Présenté par M. A.-Th. Schlœsing.)

3° *Conductibilité électrique des métaux et problèmes connexes. Rapports et discussions du Quatrième Conseil de Physique Solvay tenu à Bruxelles du* 24 *au* 29 *avril* 1924.

4° J. Adam. *L'heure de l'Afrique*.

M. **André Paillot** fait don à l'Académie de papiers manuscrits de Berthollet, que celui-ci avait légués à *Jacques-Étienne Bérard*, Correspondant de l'Académie des Sciences pour la Section de Chimie.

GÉOMÉTRIE. — *Sur un système cyclique qui se rattache aux surfaces harmoniques.* Note de M. J. **Le Bel**, présentée par M. Hadamard.

Dans une Note du 4 juillet 1927, j'ai signalé ce fait que si l'on a une fonction analytique $Z = X + Yi$ d'une variable complexe $x + yi$, les deux surfaces (S) et $(\overline{S})$ définies par les deux équations

$$z = X(x, y), \qquad z_1 = Y(x, y)$$

sont telles que les cylindres parallèles à Oz, qui contiennent les asymptotiques de l'une de ces surfaces, découpent sur l'autre un réseau conjugué. L'équation ponctuelle de Laplace relative à ce réseau peut être formée à l'aide de la seule projection sur xOy, et comme il s'agit en même temps de la projection d'asymptotiques, en vertu d'une proposition de M. Kœnigs, *les deux invariants sont égaux*. De plus, nous savons que pour une surface harmonique $(r + t = 0)$ le réseau projection est orthogonal. Nous avons ainsi sur xOy un réseau plan *isothermique*, et dans l'espace un réseau conjugué à invariants égaux.

Partons par exemple des asymptotiques de (S), et soient M un point de cette surface, $\overline{M}$ le point correspondant de $(\overline{S})$, N leur projection commune sur xOy. Le réseau (N) étant orthogonal, et le réseau $(\overline{M})$ conjugué, la sphère de centre $\overline{M}$ tangente en N à xOy touche son enveloppe en un second point N′, et sur cette seconde surface (Σ) les lignes de courbure (Dupin) correspondent aux lignes du réseau (N) ou aux asymptotiques de (S). Le cercle (K) orthogonal en N′ à (Σ) et à xOy en N engendre donc un système cyclique de Ribaucour. L'axe (Δ) d'un pareil cercle est la trace sur xOy du plan tangent à $(\overline{S})$ en $\overline{M}$.

Lorsqu'on ajoute à Z une constante imaginaire pure, cela équivaut à déplacer le plan xOy parallèlement à lui-même. Les rayons des sphères sont altérés d'une constante, et (Σ) est remplacée par une surface parallèle.

Si l'on multiplie Z par une constante réelle, on effectue une transformation homologique qui conserve xOy et altère les cotes dans un rapport constant. L'axe du cercle (K) étant toujours le même, ainsi que la projection N de M, la congruence des cercles n'a pas changé, et l'on a ainsi, *sans intégration*, toute la famille des surfaces (Σ) dont les lignes de courbure correspondent au réseau (N).

Nous allons constater que les systèmes cycliques ainsi définis possèdent

des caractères généraux *indépendants de la fonction analytique d'où l'on est parti.*

I. Les développables de la congruence des droites NN′ correspondent aux lignes de courbure des enveloppes (Σ). Cherchons les points focaux. Chacune de ces droites étant parallèle à la normale à (S), un point quelconque de l'une d'elles a des coordonnées de la forme $x+\lambda q$, $y-\lambda p$, λ. En écrivant que le déplacement est tangent à NN′, on obtient les deux équations

$$(1+\lambda s)\,dx+\lambda t\,dy=0, \qquad -\lambda r\,dx+(1+\lambda s)\,dy=0.$$

On retrouve d'abord, par l'élimination de λ, l'équation différentielle des lignes asymptotiques de (S). Si, d'autre part, on élimine $\frac{dy}{dx}$, on obtient

$$\lambda^2(s^2-rt)=1.$$

La surface moyenne de la congruence est donc un plan confondu avec xOy.

D'après une autre proposition de M. Kœnigs, *les développables de la congruence tracent aussi sur le plan de l'infini un second réseau à invariants égaux.*

II. De même, les coordonnées d'un point de la normale à (Σ) étant de la forme $x+\mu q$, $y-\mu p$, $z_1-\frac{\mu}{2}(p^2+q^2+1)$, si l'on cherche les points focaux, qui sont les centres de courbure principaux de (Σ), on obtient encore l'équation

$$\mu^2(s^2-rt)=1.$$

La surface $(\overline{\mathrm{S}})$ des centres est donc la développée moyenne de (Σ).

Ce résultat se rattache au précédent si l'on remarque que les plans des cercles (K) étant parallèles à Oz ne peuvent envelopper que des cylindres parallèles à cette droite. Si l'on trace dans ces plans des droites engendrant des congruences dont les développables se correspondent, leurs points focaux seront distribués sur les caractéristiques des enveloppes correspondantes des plans, et auront même projection sur xOy.

Cela étant, *quelle que soit la fonction analytique* Z, *les surfaces* (Σ) *sont toujours de même nature.* Ce sont des surfaces dont les lignes de courbure sont représentées sur la sphère par un réseau *isotherme*. Je rappelle que, dans ma Thèse de doctorat, j'ai été amené, à un certain point de vue, à considérer ce caractère comme celui des surfaces limites provenant des couples de surfaces applicables de Bonnet qui tendent à se confondre.

III. Les valeurs précédentes de λ et μ conduisent à une interprétation simple du segment focal dans les deux congruences considérées. Remar-

quons d'abord que si z admet comme premières dérivées $p, q, r, s, t = -r$, celles de z_1 seront $-q, p, -s, -r = t, s$. Donc *les deux plans tangents feront le même angle α avec xOy, et les courbures totales seront égales.*

Soient par exemple R_1 et R_2 les rayons de courbure principaux de (S). Les carrés des deux segments focaux auront respectivement pour valeurs

$$\frac{\lambda^2}{p^2+q^2+1} = -\frac{p^2+q^2+1}{st-s^2} = -R_1R_2\cos^2\alpha \quad \text{et} \quad \frac{4\mu^2}{(p^2+q^2+1)^2} = -4R_1R_2.$$

IV. Enfin on peut montrer que les surfaces (Σ) construites comme il a été indiqué ci-dessus *sont les plus générales qui soient associées à un plan* en tant qu'enveloppes de sphères. Il y aurait lieu, bien entendu, d'étudier celles qui en dérivent par inversion, c'est-à-dire qui sont, sous le même point de vue, associées à une sphère fixe.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Complément à la Note sur les Probabilités relatives aux transformations répétées.* Note de M. B. **Hostinsky**, présentée par M. Hadamard (¹).

1. Le résultat que j'ai obtenu au n° 2 de la Note du 9 janvier 1928 (voir p. 59-61) peut s'exprimer de la façon suivante : Soient p_{ik} ($i, k = 1, 2, \ldots, r$) les coefficients d'une substitution linéaire et homogène S à r variables (le déterminant peut être nul ou non) et P_{ik}^{n} ceux de la substitution $S^{(n)}$ obtenue en itérant S. Si les p_{ik} sont tous positifs et si l'on a de plus, pour $i = 1, 2, \ldots, r$,

$$(1) \qquad \sum_{k=1}^{r} p_{ik} = 1, \qquad \sum_{k=1}^{r} p_{ki} = 1,$$

les P_{ik}^{n} tendent vers la limite r^{-1} quand n augmente indéfiniment. Si l'on regarde les p_{ik} comme des probabilités relatives à des passages d'un état à un autre, toutes les deux conditions (1) doivent être vérifiées.

Je n'ai pas énoncé explicitement la seconde condition (1) dans la Note citée. Mais elle est nécessaire pour la démonstration; cette démonstration est tout à fait analogue à celle que je vais donner plus loin (voir n° 3) dans le cas des variables continues.

2. Une étude complète des cas où plusieurs coefficients p_{ik} seraient nuls

(¹) Note reçue au moment où paraissait notre propre Note du 30 janvier dernier (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 275). J. H.

semble être difficile. Je me permets de signaler un cas qui peut-être ne sera pas sans intérêt pour l'étude des phénomènes de diffusion. Découpons le tableau des coefficients p_{ik} de la substitution S en lignes parallèles à la diagonale principale L_0. Nous obtenons ainsi les lignes $L_1, L_2, \ldots, L_{r-1}$ au-dessus de L_0 et les lignes $L'_1, L'_2, \ldots, L'_{r-1}$ au-dessous d'elle. La ligne L_1 contient les éléments $p_{12}, p_{23}, \ldots, p_{r-1,r}$; et ainsi de suite. Découpons de même le tableau des coefficients $P_{ik}^{(n)}$ en lignes $L_0, L_1, L_2, \ldots$. Si tous les coefficients p_{ik} sont nuls, sauf ceux qui se trouvent sur L_1 et sur L'_1 et qui sont positifs, le tableau des coefficients $P_{ik}^{(2)}$ contiendra des éléments positifs sur les lignes L'_2, L'_1, L_0, L_1 et L_2. Lorsque n augmente, le nombre de lignes L qui contiennent des éléments positifs croît; après un nombre suffisamment grand d'itérations, tous les coefficients $P_{ik}^{(n)}$ seront positifs.

3. L'étude des problèmes réels exige l'emploi des variables continues. Voici comme on peut démontrer le théorème que j'ai énoncé à la fin de la Note précédente, le principe de démonstration est emprunté à la Note de M. Hadamard sur le battage des cartes ([1]). Soit $f(x, y)$ une fonction continue et positive à l'intérieur du carré $a \leq x \leq b$, $a \leq y \leq b$ et supposons que l'on ait, pour toute valeur de x,

$$(1') \qquad \int f(x, y)\,dy = 1, \qquad \int f(y, x)\,dy = 1,$$

les intégrations étant toujours étendues de a à b. Posons

$$(2) \qquad P^{(n)}(x, y) = \int P^{(n-1)}(x, z) f(z, y)\,dz = \int f(x, z) P^{(n-1)}(z, y)\,dz,$$

avec $P^{(1)} = f$. On trouve facilement que

$$(3) \qquad \int P^{(n)}(x, y)\,dy = 1, \qquad \int P^{(n)}(y, x)\,dy = 1,$$

pour toute valeur de x et pour tout indice n. La fonction continue de x, y et y', qui figure au premier membre de l'équation

$$(4) \qquad P^{(n)}(x, y) - P^{(n)}(x, y') = \int f(x, z)[P^{(n-1)}(z, y) - P^{(n-1)}(z, y')]\,dz,$$

admet un certain maximum $\delta(n)$. Choisissons les valeurs de x, y et y' de telle manière que le premier membre de (4) devienne égal à $\delta(n)$. Le facteur $f(x, z)$ au second membre peut être remplacé par $f(x, z) - \omega$, où ω

([1]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 5-9.

représente le minimum positif de $f(x, y)$; car ω sera alors multiplié par un facteur qui est égal à zéro d'après (3). Nous aurons donc

$$\delta(n) < [1-(b-a)\omega]\,\delta(n-1).$$

La quantité positive $(b-a)\omega$ est plus petite que l'unité, donc $\delta(n)$ tend vers zéro quand n augmente indéfiniment. En d'autres termes, $P^{(n)}(x, y)$ tend vers une limite qui ne dépend pas de y. Si, au lieu d'employer la formule (4), on prend la formule

$$P^{(n)}(x, y) - P^{(n)}(x', y) = \int [P^{(n-1)}(x, z) - P^{(n-1)}(x', z)] f(z, y)\,dz,$$

on démontre de la même manière que la limite en question ne dépend pas de x. En réunissant les deux résultats on a

$$\lim_{n=\infty} P^{(n)}(x, y) = \frac{1}{b-a},$$

quelles que soient les valeurs de x et de y.

Pour donner un exemple, considérons le noyau itéré du problème de la chaleur dans une armille. Ce noyau peut s'écrire sous la forme [1]

$$P^{(n)}(x, y) = 1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\cos 2k\pi(x-y)}{(1+4k^2\pi^2)^n} \qquad (a=0,\ b=1),$$

la limite est égale à l'unité, quand n augmente indéfiniment.

4. Si l'on suppose que la première condition (1') seule soit vérifiée, la limite dépend en général de y, comme a montré M. Hadamard dans une Note récente [2]. Si les deux conditions (1') sont vérifiées, la méthode employée par M. Hadamard dans cette dernière Note permet aussi de conclure que la limite ne dépend pas ni de x ni de y [3].

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations $s = q\,f(x, y, z, p)$.* Note de M. R. Gosse.

Dans une Note du 17 octobre 1927 à laquelle je renvoie pour toutes références, M. Lainé fait quelques objections aux résultats que j'ai énoncés relativement aux équations $s = q\,f(x, y, z, p)$.

(1) Voir le livre de M. Kneser, *Die Integralgleichungen*, p. 30.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 187-192.

(3) Dans ma Note du 9 janvier 1928, à la page 60, ligne 12, il faut lire q objets (au lieu de deux objets); dans les lignes 13 et 15, il faut lire q! (au lieu de 2!).

Dans le Mémoire que discute M. Lainé, je n'ai pas en effet signalé, pour l'équation

$$s = pq[l(x, z)p^a + l_1(x, z) + \mu(y, z)],$$

les cas où a est -1 ou $\frac{1}{2}$; mais la méthode que j'ai exposée quand a est $\frac{1}{1-n}$ s'y applique sans modifications. La condition $C_2(\beta)$ de la page 34 donne les deux formes de M. Lainé et si l'on applique à ses équations (3) et (4), qui vérifient la condition (30) de la page 46, la condition en $C(x, y, z, p)$ qui se construit en c comme la condition (30) l'a été en b, on obtient aisément la réponse aux questions que M. Lainé considère comme encore pendantes : l'équation (4) n'admet jamais d'involution d'aucun ordre et l'équation (3) n'en peut admettre que dans le cas connu où X^2 vaut 1.

Les méthodes exposées dans mon Mémoire ne me paraissent d'ailleurs pas susceptibles de laisser subsister des points d'interrogations comme ceux que pose la Note de M. Lainé. En appelant condition nécessaire d'ordre n, pour l'existence d'une involution, toutes celles qui ne font intervenir que les dérivées partielles de f jusqu'à l'ordre n, il est clair que, lorsqu'on a épuisé la vertu des conditions d'ordre 2 que M. Gau et moi-même avons explicitées, on tombe toujours sur une équation très particularisée. Les conditions d'ordre 3, dont j'ai indiqué la formation dans mon Mémoire, sont alors plus aisément maniables et, si elles sont satisfaites, ma méthode permet d'en former aisément d'un ordre plus élevé. Dans tous les cas connus, les conditions d'ordre 3 ont conduit à des formes canoniques assez simples pour qu'on puisse donner une réponse définitive au problème posé.

Dans une seconde Note du 19 décembre 1927, M. Lainé intègre l'équation

$$(\gamma) \qquad s = p\rho(x, y, z) + \frac{\partial g}{\partial x}(x, y, \rho),$$

où

$$q = \rho z + g(x, y, \rho).$$

Je signale qu'elle entre dans le type général que j'ai discuté au n° 12 de mon Mémoire (IIe Partie). En prenant, comme je l'indique, ρ comme inconnue, on trouve que l'intégrale générale de (γ) est toujours

$$zY + X = \int g\left(x, y, -\frac{Y'}{Y}\right) dy$$

que (γ) soit ou non de la première classe.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Rotations permanentes d'une masse fluide hétérogène et géodésie.* Note de M. **R. Wavre**, présentée par M. Hadamard.

Par rotation permanente d'une masse fluide nous entendons que tout se passe comme si les parallèles glissaient sur eux-mêmes avec une vitesse constante, la vitesse angulaire pouvant varier d'un parallèle à un autre.

Dans notre Note précédente ([1]), à laquelle on pourra se référer, nous avons subdivisé les rotations permanentes en :

Mouvements de première espèce. — La masse tourne tout d'une pièce : c'est le cas classique des figures d'équilibre objet des travaux de Clairaut, de Laplace, de Poincaré.

Mouvements de deuxième espèce. — Ils sont caractérisés par l'une quelconque des cinq propositions suivantes qui est équivalente à chacune des quatre autres, comme je l'ai fait voir ([2]) :

1° Les couches d'égale densité sont en chaque point horizontales;

2° La densité ρ ne dépend que de la pression p;

3° La vitesse angulaire ω ne dépend que de la distance l à l'axe;

4° Il existe un potentiel $-Q$ des accélérations;

5° Il existe un potentiel Φ du champ de la pesanteur.

Mouvements de troisième espèce. — Ce sont les rotations permanentes qui ne satisfont à aucune des conditions précédentes, mouvements dont M. Dive a démontré la possibilité.

Les mouvements de deuxième espèce sont régis par l'équation (où U est le potentiel newtonien et K une constante)

$$\Phi = U + Q + K. \tag{1}$$

En prenant le laplacien des deux membres, on obtient l'équation (où ε est la constante de l'attraction)

$$\Delta\Phi = -4\pi\varepsilon\rho + 2\omega^2 + 2l^2\frac{d\omega^2}{dl^2}. \tag{2}$$

Mais on peut exprimer les $\Delta\Phi$ au moyen de la courbure moyenne $\frac{c}{2}$ des surfaces à Φ constant et des dérivées première et seconde de Φ prises suivant la normale intérieure de ces dernières surfaces, tous les éléments précédents

---

([1]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1113.

([2]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 277.

étant calculés en un même point de la masse :

$$\Delta\Phi = \frac{d^2\Phi}{dx^2} - c\frac{d\Phi}{dx}. \tag{3}$$

Remarquons enfin que la dérivée normale de Φ n'est autre que le coefficient g de la pesanteur et que les surfaces à Φ constant coïncident avec les surfaces d'égale pression et, pour les mouvements de seconde espèce, avec les surfaces d'égale densité.

On obtient ainsi la formule exacte, et non plus simplement approximative, de l'accroissement de la pesanteur avec la profondeur :

$$\frac{dg}{dx} - cg = -4\pi\varepsilon\rho + 2\omega^2 + 2l^2\frac{d\omega^2}{dl^2}.$$

Dans le cas particulier des figures d'équilibre, $\omega = c$, le dernier terme disparaît.

M. Dive vient de remarquer que cette relation est encore applicable aux rotations de troisième espèce, pourvu qu'on remplace les surfaces d'égale densité par les surfaces d'égale pression et que l'on prenne la dérivée partielle de ω^2 par rapport à l^2 à la place de la dérivée ordinaire.

La formule est vraie, pour toute relation permanente, sur la surface libre, puisque cette dernière supporte toujours une pression nulle ou constante.

Pour la géodésie d'une planète constituée par un fluide parfait, une mesure de la courbure moyenne équivaut exactement à une mesure de l'accroissement de la pesanteur suivant la verticale.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la constitution de l'atmosphère solaire.* Note (¹) de MM. **Seth B. Nicholson** et **Nicolas G. Perrakis**, présentée par M. H. Deslandres.

Il est établi qu'un grand nombre des éléments connus n'ont pu être rencontrés dans l'atmosphère solaire. Il est intéressant de chercher à se rendre compte si ces absences sont fortuites ou au contraire motivées par des raisons de structure atomique. C'est là l'objet de la présente Note.

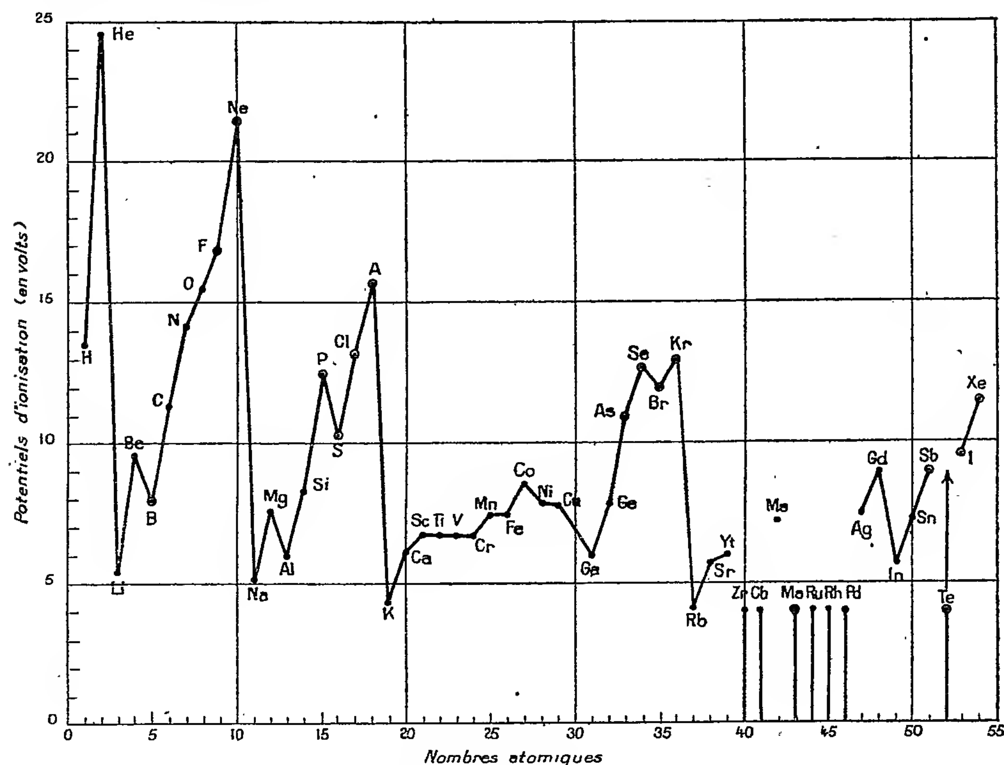
Les potentiels critiques des divers éléments étant en relation étroite avec l'apparition de leurs spectres, nous avons comparé la variation du potentiel

---

(¹) Séance du 6 février 1928.

d'ionisation en fonction du nombre atomique — relation antérieurement établie par l'un de nous ([1]) — à la manière dont les divers éléments présents dans l'atmosphère solaire se succèdent par ordre croissant de nombre atomique.

Dans le graphique ci-dessous, seuls les éléments représentés par des points entourés de cercles n'ont pu encore être rencontrés dans l'atmosphère solaire, d'après MM. Russel, Dugan et Stewart.



Si l'on examine ce graphique, on s'aperçoit immédiatement que les éléments Ne, A, Kr, Xe et tous ceux dont la couche électronique externe est assez chargée d'électrons, F, Cl, Br, I, ..., n'ont pas pu être rencontrés dans l'atmosphère solaire, tandis qu'au contraire l'existence d'éléments à structure assez éloignée du modèle attribué aux gaz inertes, Li, Na, K, Rb, ..., paraît nettement établie.

([1]) N. Perrakis, *Journal de Chimie physique*, 24, 1927, p. 120.

Or les éléments non identifiés, gaz rares et leurs voisins, sont tous des éléments à potentiel d'ionisation élevé.

Il y a pourtant deux exceptions : l'hélium, quoique possédant de tous les éléments le potentiel d'ionisation le plus élevé, entre dans la composition du spectre solaire, tandis que le bore, élément à faible potentiel d'ionisation, n'y entre pas.

En ce qui concerne ce dernier, on sait que son spectre habituel est situé dans l'ultraviolet ; si donc cet élément était présent dans le Soleil il pourrait être identifié par le spectre de ses combinaisons (oxydes, ...) comme il a été le cas pour le carbone et l'azote, ses voisins immédiats dans le tableau de Mendeléef. Les plus fortes bandes des composés du bore étant situées dans la région verte du spectre (4529-5807), leur identification est rendue extrêmement difficile par la présence dans cette région d'une multitude de raies appartenant à d'autres bandes, notamment dans le spectre des taches.

Des raies d'absorption attribuées à l'hélium — dont la présence dans le Soleil n'est manifestée normalement que par quelques lignes chromosphériques — ont pu être observées dans les intervalles des groupes de taches particulièrement actives. La température de ces régions, notablement plus élevée que celle des taches elles-mêmes, n'est pas tout à fait incompatible avec le potentiel d'ionisation de l'hélium, quoique M. Megh Nad Saha situe le maximum de l'absorption de cet élément vers 17000°.

Nous n'avons fait figurer que la partie du graphique qui s'étend de l'hydrogène au xénon, parce que peu d'éléments appartenant à celle qui s'étend du cæsium à l'uranium ont été jusqu'ici rencontrés dans le Soleil.

Dans cette dernière partie, les seuls éléments reconnus sûrement dans le spectre sont Ba, La, Ce, Pr et Eu et les éléments très lourds, le thallium et le plomb.

Quoique tous ces éléments, et surtout ceux de la série radioactive, semblent posséder des potentiels d'ionisation très faibles — on attribue au radium, par exemple, un potentiel d'ionisation de 5 volts — on ne les rencontre pas dans l'atmosphère solaire et rien ne laisse indiquer pour le moment qu'on pourrait les y rencontrer.

Ces éléments, étant extrêmement lourds, peuvent être localisés dans la partie profonde de la couche renversante, ou, encore, être totalement absents de l'atmosphère solaire, la plupart d'entre eux étant sujets à des dissociations. Néanmoins la présence de l'hélium, dans les conditions plus haut exposées, et celle du plomb peuvent avoir quelque signification, s'il n'y a là qu'une simple coïncidence.

En résumé, l'atmosphère solaire, telle qu'elle se présente à nous actuellement, ne contient, à quelques exceptions près, ni éléments extrêmement stables, tels que les gaz rares, ni éléments particulièrement instables, tels que les corps radioactifs.

Ces absences, apparentes ou réelles, se reproduisent — dans le cas des éléments relativement légers — périodiquement et se trouvent localisées dans les extrémités des périodes, occupées généralement par des éléments à potentiel d'ionisation élevé.

L'absence presque totale des éléments lourds paraît pour le moment beaucoup plus difficile à interpréter.

Remarques sur la Communication précédente, par M. **H. Deslandres**.

La Note de MM. Nicholson et Perrakis, et la courbe annexée, font bien ressortir les variations périodiques du potentiel d'ionisation avec les nombres atomiques croissants des éléments, la période étant celle de Mendéleef.

Les gaz rares, de la famille de l'hélium et les éléments qui les précèdent immédiatement ont les potentiels les plus élevés, et l'on comprend que l'émission de leurs raies ultimes soit plus difficile et donc aussi plus rare dans l'atmosphère solaire. L'hélium seul fait exception; il émet avec force son spectre spécial, alors que son potentiel d'ionisation est le plus grand de tous.

Cette particularité de l'hélium apparaît naturelle, si l'on admet les conclusions auxquelles j'ai été conduit récemment pour expliquer les groupes bipolaires de taches, leurs champs magnétiques élevés avec des polarités opposées, et aussi les grands essaims de particules électrisées qui produisent les aurores boréales et les grands orages magnétiques de notre Terre (¹). Ces conclusions sont les suivantes : Les volcans solaires, d'où émanent ces particules, rejettent surtout des corps radioactifs, et donc des particules α et β. Or, la particule α est un atome d'hélium qui a perdu deux électrons; dans ces conditions, l'atome d'hélium arrive déjà ionisé dans l'atmosphère, et même deux fois ionisé, et l'on conçoit qu'il puisse émettre facilement ses radiations propres, en s'unissant aux électrons qu'il rencontre et aussi en augmentant la vitesse de ces électrons par l'attraction de sa charge positive.

(¹) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 105 et 493; et **185**, 1927, p. 626.

NAVIGATION. — *Sur une carte conforme utilisable comme carte orthodromique pour les grands itinéraires.* Note [1] de M. **Louis Kahn**, présentée par M. Paul Painlevé.

I. On sait l'intérêt qu'a pris la connaissance de l'orthodromie depuis le développement de la navigation au long cours, et plus spécialement de la navigation aérienne et de la radiogoniométrie. Cet intérêt a été rappelé et précisé en 1921 par le regretté M. L. Favé [2] faisant hommage à l'Académie des *graphiques destinés à la détermination des routes orthodromiques sur la projection de Mercator*, établis par lui au Service Hydrographique de la Marine. Ces graphiques permettent de tracer sur le planisphère ou les cartes marines à grande échelle, soit une route orthodromique, soit une direction d'écoute. La route peut également être déterminée grâce aux projections gnomoniques (Hilleret, Gernez). Ces dernières ne sont pas conformes et l'on reporte la route sur la carte marine pour déterminer les caps. Enfin la route est souvent encore déterminée par le calcul.

Cependant il serait d'une commodité incontestable pour le navigateur, d'avoir à sa disposition une carte, conforme comme les cartes marines, donc apte à la lecture directe des caps, mais utilisable à vue comme carte orthodromique, c'est-à-dire donnant pour image de la route la plus courte entre deux points la droite qui joint ces deux points, comme image d'une direction d'écoute une droite issue de la station. Il peut arriver en effet que le navigateur se soit écarté de la route initialement prévue et, surtout à bord d'un avion, il dispose de peu de temps pour ses calculs en raison de la rapidité de ses déplacements. Enfin, pour la discussion des routes et la représentation de la région traversée par les itinéraires possibles, une telle carte serait préférable à celle de Mercator dont l'échelle varie rapidement loin de l'équateur : deux routes égales, symétriques par rapport à la plus courte, n'ont plus deux images égales et en apparence la plus longue paraît celle qui passe le plus près du pôle.

II. La réalisation d'une telle carte, orthodromique et conforme, ne comporte pas une solution rigoureuse et valable pour toute la sphère géographique, qui supposerait l'applicabilité de la sphère sur le plan. Mais la suivante paraît satisfaisante pour la navigation.

Le principe consiste à développer un cylindre circonscrit à la sphère

[1] Séance du 13 février 1928.

[2] *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 252.

géographique le long de l'itinéraire à suivre ou plus généralement le long d'un grand cercle qui traverse toute la région à représenter et, pour avoir une projection conforme, à adopter, comme loi de correspondance entre les points du cylindre et ceux de la sphère, la même loi que dans la projection de Mercator bien connue. L'axe de la carte qui est l'équateur terrestre dans la projection de Mercator est ici l'image du grand cercle particulier choisi comme cercle de contact.

Les propriétés essentielles de cette projection, qui ne paraît pas avoir été pratiquée jusqu'ici [1], tiennent d'une part à ce qu'elle est conforme, comme la projection de Mercator, et d'autre part à ce que les images des grands cercles présentent un point d'inflexion sur l'axe. On peut sensiblement les confondre avec leur tangente d'inflexion. La carte est ainsi approximativement orthodromique jusqu'à une distance de l'axe limitée par la précision dont on peut se contenter.

III. Nous allons voir que, pour la navigation, cette distance peut aller jusqu'à 15° de part et d'autre de l'axe, de sorte que la carte, conforme dans toute son étendue, peut être utilisée comme carte orthodromique pour la représentation d'une zone étendue en longueur à toute la circonférence terrestre et en largeur à au moins 3333^{km} environ.

a. Précision dans la détermination de la route orthodromique. — Elle est caractérisée par l'allongement de la route, rectiligne sur la carte, par rapport à l'orthodromie véritable; comme dans la carte de Mercator l'allongement est maximum quand la route est parallèle à l'axe.

Or, si la route est de 5000^{km} à 6° de l'axe l'allongement est de 3560^{m}, soit 0,0712 pour 100. Il atteindrait 1 pour 100 pour une route de 10000^{km} à 15° de l'axe.

b. Précision dans le report d'un relèvement radiogoniométrique. — Nous la définirons par l'angle α entre la direction de la tangente à l'orthodromie et la corde. Si l'on suppose l'observateur sur l'axe et la station sur des cercles de rayon r croissant, on trouve que α s'annule quatre fois dans le tour d'horizon et prend comme valeur maxima $3'$ pour $r = 5°$, $8'30''$ pour $r = 10°$, $18'$ pour $r = 15°$. On voit que α est négligeable devant l'approximation d'un relèvement radiogoniométrique.

---

(1) On connaît la projection dite plate oblique, dérivée de la projection plate carrée des anciens portulans antérieurs aux cartes de Mercator. Elle est obtenue par développement d'un cylindre circonscrit, mais elle n'est pas conforme. On connaît aussi la projection de Lambert ou de Mercator transverse dans laquelle le cercle de contact est un méridien.

A titre comparatif, si l'on reportait les relèvements, sans plus de précaution, sur une carte marine à 45° de l'axe, c'est-à-dire vers nos latitudes, l'erreur ne s'annulerait que deux fois dans le tour et elle pourrait atteindre 2°46′ pour $r = 5°$, et 5°2′ pour $r = 10°$. Aucune de ces erreurs ne peut être négligée.

IV. Le canevas de cette carte est formé, non plus de droites orthogonales comme dans la projection de Mercator, mais des images des grands cercles et des petits cercles dans cette projection. Les formes de ces courbes sont à un seul paramètre, ce qui ramène la construction du canevas au seul placement des images après qu'on les ait calculées ou construites une fois pour toutes. Cette propriété, évidente pour les méridiens et qui, pour les parallèles est une conséquence de la conformité de la projection, simplifie le calcul ou la construction graphique ou géométrique de la carte. Pour les cartes à petite échelle on peut utiliser le calque de Favé. Les détails de la construction sortiraient du cadre de la présente Note.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les espaces vibrants.* Note de M. **Winter**, présentée par M. Hadamard.

La généralisation par M. Louis de Broglie de la relation de Planck,

$$W = h\nu,$$

conduit à se demander s'il n'y a pas lieu de modifier les conceptions géométriques einsteiniennes dans le sens suivant. Chez Einstein, comme il est bien connu, la présence de la matière détermine une courbure riemannienne de l'espace. Si l'on cherche une traduction géométrique au fait que la physique ondulatoire introduit une grandeur fondamentale énergie-fréquence, on est conduit à concevoir l'espace non pas simplement comme courbé, mais comme possédant une *structure ondée*, de le concevoir comme vibrant.

Il s'agit, pour nous borner au cas le plus simple, de savoir comment on pourra introduire effectivement dans les équations du champ de gravitation cette vue générale.

On conserve l'hypothèse fondamentale des physiques riemanniennes, c'est-à-dire qu'on admet que la forme métrique fondamentale est toujours un ds^2 quadratique. Si l'on suppose, de plus, selon les conventions classiques, que les tenseurs qui interviennent dans le membre de gauche des équations du champ de gravitation ne contiennent que les dérivées des deux premiers ordres des g_{ik}, celles du deuxième ordre n'y entrant que linéairement, on sait que R, Rg et R_{ik} sont les seules grandeurs *invariantes* possédant ce

caractère. On ne peut donc modifier R, Rg_{ik}, R_{ik} et l'on doit agir sur la forme des g_{ik} eux-mêmes.

Le caractère ondé de l'espace apparaîtra si l'on introduit des g_{ik} qui soient des fonctions sinusoïdales du temps, tout en restant fonctions des x, y, z. Cette modification dans le membre de gauche des équations

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} = - x T_{ik}$$

entraîne une modification équivalente des T_{ik}. Pour cela il faut introduire des fréquences dans les T_{ik}. Par exemple, on peut remplacer les composantes d'impulsion d'univers par les composantes de l'onde d'univers de L. de Broglie, à un facteur constant près.

MM. Rosenfeld et De Donder dans d'intéressants mémoires parus dans les *Bulletins de l'Académie royale de Belgique* (1927) ont déjà cherché à fondre la mécanique ondulatoire et la théorie de la gravitation einsteinienne, mais la méthode utilisée par ces auteurs nous paraît tout à fait différente de celle indiquée dans la présente Note.

Il y a lieu de remarquer enfin que les espaces vibrants semblent devoir présenter un intérêt géométrique indépendant de leur application à la physique.

MAGNÉTISME. — *Sur les moments magnétiques de l'ion cuivrique.* Note [1] de Mlle **Paule Collet** et M. **Francis Birch**, transmise par M. Pierre Weiss.

Les moments magnétiques du cuivre divalent n'ont été déterminés jusqu'à présent que d'une manière très incomplète. En effet, les expériences de Cabrera [2], de Mlle Jacobsohn [3] et de Cherbuliez [4] ont été calculées en admettant la loi de Curie pour l'ion cuivrique en solution. Or depuis les travaux de Cabrera et Dupérier [5] et ceux de Châtillon dans sa thèse récente sur les solutions des ions Mn'' et Co'', on sait que le coefficient d'aimantation χ obéit à la loi plus générale, $\chi(T - \theta) = C$, où θ est le point de Curie et C la constante de Curie, et que, même dans les solutions très étendues, $\theta \neq 0$ en général. L'étude de la variation thermique de χ est donc nécessaire pour la détermination de C et, au moyen de cette quantité, du moment atomique.

(1) Séance du 13 février 1928.

(2) Cabrera et Moles, *Trab. del Lab. Inv. Fis.*, n° 5, 1914, et n° 83, 1919.

(3) Mlle Jacobsohn, *Thèse*, 1916, Zurich.

(4) Cherbuliez, *Thèse*, 1917, Zurich.

(5) Cabrera et Dupérier, *J. Phys.*, 6, 1925, p. 121.

On connaît la tendance extrêmement marquée du cuivre en solution à former des ions complexes. Ces différents ions peuvent être porteurs de moments différents. D'autre part, on sait que dans les sels solides aussi le même atome peut prendre différents moments. Il y avait donc lieu de craindre, pour le cuivre tout particulièrement, que la simplicité des phénomènes fût masquée par l'effet du mélange, en proportions variables, de différents porteurs.

Le phénomène simple consiste dans la variation linéaire de χ avec la température. Cette variation linéaire est donc une condition nécessaire, mais non suffisante, de l'existence d'un seul porteur de moment ou, en d'autres termes, de la pureté magnétique de la substance. Nous n'avons conservé des expériences que nous avons faites que celles qui satisfaisaient exactement à cette condition dans des intervalles de température suffisants. Nous avons obtenu les résultats suivants :

Résumé des résultats.

Substance.	Intervalle des mesures.	Point de de Curie θ.	Constante de Curie atomique C_{at}.	Nombre de magnétons (¹).
$CuCl^2$ en sol. (8,425 %₀ Cu).	0° à 40°	+10°	0,411	9,01
	40 à 85	−65	0,5047	9,98
$CuCl^2 2H^2O$	−78 à 74	−25	0,5025	9,96
$CuCl^2$ anhydre	10 à 240	−60	0,465	9,59
$CuCl^2$ anhydre (²)	10 à 400	−63	0,4684	9,6[illegible]
	10 à 270	−65	0,420	9,11
	158 à 386	−65	0,465	9,55
$CuCl^2$ anhydre	10 à 420	−60	0,468	9,62
	420 à 500	−60	0,4825	9,76
$CuCl^2$ anhydre	10 à 400	−60	0,4665	9,61
	400 à décomp.	−60	0,483	9,76
$CuSO^4 5H^2O$	−78 à 0	−24	0,5065	10,0
$CuSO^4 H^2O$	0 à 155	−10	0,4995	9,94
	−183 à −78	−21 (³)	0,507	10,0
$CuSO^4$ anhydre	−78 à 125	−60	0,495	9,90

(¹) Le nombre de magnétons se calcule par la formule $n = \frac{\sqrt{3RC}}{1123,5}$.

(²) Après recristallisation dans de l'eau additionnée d'une trace de HCl.

(³) On observe ici le phénomène, souvent rencontré, d'un déplacement de la droite parallèlement à elle-même, avec variation du point de Curie.

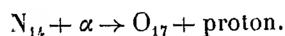
Nous avons trouvé six fois, avec une bonne approximation, le moment de dix magnétons, et une fois le moment de neuf magnétons. Les huit moments déterminés pour $CuCl^2$ anhydre se répartissent en un groupe de cinq mesures très voisines de leur moyenne, 9,60, une valeur aberrante, 9,11, et deux égales à 9,76. On ne saurait dire si 9,60 est réellement l'un des moments de Cu'' ou s'il provient d'un mélange de porteurs de moments différents, par exemple, des moments de neuf et dix magnétons, trouvés dans différentes régions de température pour $CuCl^2$ en solution. L'existence de valeurs aberrantes est favorable à cette dernière interprétation.

En résumé, le moment dominant de l'ion électrique est de dix magnétons. Nous avons aussi rencontré le moment de neuf magnétons.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur les réactions internucléaires*. Note [1] de M. **B. Cabrera**, transmise par M. Pierre Weiss.

Dans une Note récente j'exprimais l'opinion que l'allure de la courbe qui représente la *packing fraction*, a, d'Aston pouvait nous fournir quelques indications sur l'évolution des noyaux atomiques, en admettant, comme il paraît logique, que cette constante a mesure l'énergie interne du système. Au commencement, a diminue quand la masse atomique m croît, de sorte que le noyau qui provient de l'union d'autres plus légers et qui est formé avec émission d'énergie sera plus stable. Par contre, dès que m est supérieur à 60, le phénomène contraire se produit; c'est-à-dire qu'une augmentation de cette variable fait monter aussi a, et par conséquent, la stabilité plus grande correspond alors aux atomes plus légers.

La formation d'un noyau lourd due à la rencontre d'autres plus légers peut être assimilée aux réactions chimiques bimoléculaires. En effet, au cas de la désintégration de l'azote par le bombardement avec les rayons α, Blackett a montré qu'il y a formation de l'isotope de l'oxygène, O_{17}, en même temps que l'émission du proton. D'après ceci on peut écrire la réaction sous la forme



$$N_{14} + \alpha \rightarrow O_{17} + \text{proton}.$$

Ajoutons qu'il est très probable que le phénomène soit analogue dans les autres cas de désintégration par la méthode de Rutherford.

Mais, pour établir l'équation énergétique de cette réaction, il faut prendre

(1) Séance du 6 février 1928.

en considération les énergies cinétiques de la particule α, d'O_{17} et du proton. De ces trois énergies, la première s'ajoute au système, tandis que les deux autres doivent être retranchées. Il y a, en somme, un gain d'énergie de 18.1×10^{-7} erg, quantité équivalente à une augmentation de masse de 2.0×10^{-27} gr.

D'autre part, si nous admettons la validité générale de la loi d'Aston, exprimée par la courbe de la *packing fraction*, on peut prendre pour O_{17} la même valeur de *a* que pour O_{16}. Il doit y avoir alors dans la réaction considérée une diminution d'énergie interne équivalente à une perte de masse de $5,7 \times 10^{-4} \times 23, 1 \times 10^{-24} = 13, 2 \times 10^{-27}$ gr. Si nous ajoutons les $2,0 \times 10^{-27}$ gr obtenus précédemment, il en résulte une quantité d'énergie équivalente à $15,2 \times 10^{-27}$ gr. Cette quantité doit être émise pendant la réaction en question, mais nous n'avons aucune indication là-dessus.

L'hypothèse la plus logique semble celle d'admettre l'existence d'une radiation dont la fréquence est donnée par l'équation $h\nu = \varepsilon$, et dont la longueur d'onde serait $\lambda = 1.44 \times 10^{-11}$ cm. Il est certain qu'une telle radiation aurait passé inaperçue dans toutes les formes actuelles des expériences de désintégration.

Malheureusement, il n'y a pas moyen de répéter ces computations numériques pour les autres cas où Rutherford a prouvé l'existence d'une désintégration, laquelle doit être, comme il a été déjà dit, tout à fait analogue à celle de l'azote. Il se produira toujours notamment la destruction d'un noyau de nombre atomique impair accompagnée de la production d'un autre noyau de nombre pair, et par conséquent il y aura une diminution de l'énergie interne du système. Pour le bore cette diminution est plus grande que pour l'azote, mais pour tous les autres elle doit être beaucoup plus petite en même temps que le proton est émis avec une énergie cinétique plus grande.

Il est intéressant de signaler le fait que dans la transformation par bombardement des atomes de nombre atomique pair il doit se produire des atomes de nombre impair, dont l'énergie interne est plus grande. Il est bien possible que l'énergie de la particule α ne suffise pas, comme pour le cas de la transformation du Be_9 en Be_{12}, pour lequel l'énergie nécessaire, suivant la courbe d'Aston, serait de $11,9 \times 10^{-6}$ erg, tandis que celle de la particule α du ThC est de 9.55×10^{-6} erg. Mais en tout cas, l'énergie disponible pour le proton, même en négligeant toute radiation, devient très petite, circonstance qui explique le résultat négatif, ou tout au moins discutable, des expériences de désintégration avec lesdits éléments de nombre atomique pair.

Dans ce qui précède nous nous sommes bornés au cas de réactions nucléaires qui, nous le pensons, doivent intervenir dans les expériences de Rutherford. Mais ce ne doit pas être la seule forme de réaction à l'intérieur des étoiles, où, à notre avis, les éléments chimiques prennent naissance. Sûrement les collisions directes du proton avec des noyaux déjà formés, et même celles de ces derniers entre eux, sont plus efficaces à ce point de vue, permettant de la sorte l'évolution indépendante des éléments de nombre d'ordres pair et impair. Il est bien probable que l'allure plus rapide de la branche correspondant à ces derniers explique leur évolution et détermine, dans les conditions de notre planète, leur rareté relative, d'accord avec ce qui a été annoncé par Harkins.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la tautomérie des dicétones α. Constitution des deux formes du méthylbenzylglyoxal.* Note de M. **Henri Moureu**, présentée par M. C. Matignon.

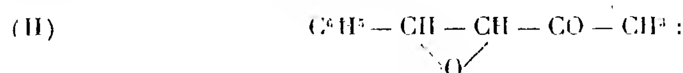
La facilité des transformations réciproques des isomères A et B du méthylbenzylglyoxal (¹)



(I) $C^6H^5-CH^2-CO-CO-CH^3$

laissait supposer, pour ces deux composés, des formules de structure voisines.

La formule oxydo-cétonique. — En dehors d'une isomérie céto-énolique possible, on pouvait envisager, pour l'un des deux composés, la constitution d'un oxyde d'éthylène α-cétonique



(II) $C^6H^5-CH-CH-CO-CH^3$: (O)

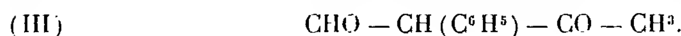
les composés de ce type peuvent, en effet, s'isomériser, dans certaines conditions, en donnant précisément naissance à des dicétones α (²). L'un des deux isomères géométriques du composé oxydo-cétonique (II) ayant été décrit (³), j'ai pu constater qu'il était nettement différent des isomères A et B.

(¹) Henri Moureu, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 380.

(²) O. Widman, *Ber. der chem. Ges.*, **49**, 1916, p. 484. — S. Bodforss, *Ibid.*, **49**, 1916, p. 2795. — H. Jörlander, *Ibid.*, **50**, 1917, p. 406 et 1457.

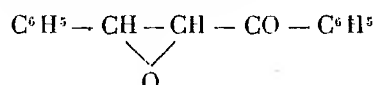
(³) E. Weitz et A. Scheffer, *Ber. der chem. Ges.*, **54**, 1921, p. 2336.

Nature de l'isomère B. — Mais une autre formule pouvait être envisagée. Weitz et Scheffer ([1]) ont obtenu un composé qui m'a paru, à la description, présenter la plus grande ressemblance avec l'isomère B, et auquel ils ont attribué la formule d'un aldéhyde β-cétonique isomérique

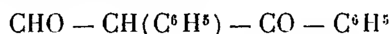

(III) $CHO - CH(C^6H^5) - CO - CH^3$.

Ce corps, qu'ils ont obtenu par isomérisation du composé oxydo-cétonique (II), est bien, en fait, ainsi que je l'ai établi, identique à l'isomère B.

Il restait alors à déterminer si l'isomère B était une dicétone α, comme je l'admettais, ou bien un aldéhyde β-cétonique, comme le pensaient Weitz et Scheffer, en s'appuyant surtout sur le fait que, par une réaction analogue en apparence, le benzoylphényloxydoéthane



conduit à la formyldésoxybenzoïne ([2])


$CHO - CH(C^6H^5) - CO - C^6H^5$

(cette réaction nécessite la migration d'un phényle, tout comme dans la transposition classique de l'hydrobenzoïne).

Par action d'un excès de phénylhydrazine on obtient un composé, fondant à 174°-175°, qui n'est pas un pyrazol (comme devrait le donner un aldéhyde β-cétonique), mais une *osazone* $C^{22}H^{22}N^4$ ([3]). J'ai, en outre, mis en évidence la position α des deux groupements cétoniques de l'isomère B à l'aide de la réaction classique à l'*o*-phénylènediamine, qui conduit à la *méthylbenzylquinoxaline* attendue (F = 57°-58°). *L'isomère* B *est donc bien une dicétone* α.

Nature de l'isomérie des formes A *et* B *du méthylbenzylglyoxal.* — J'ai constaté que la forme liquide (isomère A) conduit aux mêmes dérivés (osa-

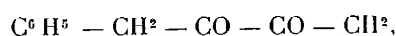
([1]) E. Weitz et A. Scheffer, *Ber. der chem. Ges.*, 54, 1921, p. 2348.

([2]) Dans des conditions expérimentales différentes, il se forme la dicétone α; voir O. Widman, *loc. cit.*

([3]) Par une coïncidence curieuse, la formule de la monophénylhydrazone et celle de l'osazone possèdent, à 1 pour 100 près environ, la même teneur en C et H; seul le dosage de l'azote permet de choisir entre les deux formules : il est donc probable que le corps obtenu par Weitz et Scheffer, et de point de fusion (171°) voisin de celui de l'osazone que je décris, est, non pas la monophénylhydrazone, comme le pensent les auteurs d'après le dosage de C et H, mais l'osazone.

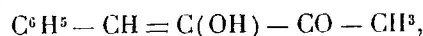
zone, quinoxaline) que l'isomère B; ces deux composés doivent donc être des formes tautomériques de la même dicétone α. Leur isomérie, comme nous allons le montrer, paraît être d'ordre céto-énolique.

Certaines réactions de l'isomère B : oxydabilité à l'air; solubilité dans les alcalis; formation instantanée d'un sel de fer brun intense avec $FeCl^3$, d'un sel d'antimoine cristallisé (F = 184°-185°) avec $SbCl^3$, d'un dérivé benzoylé (F = 82°-83°); dégagement gazeux important (80 pour 100 environ de la théorie) avec le réactif de Grignard, fixation instantanée à froid d'une molécule de brome, mettent en évidence le caractère énolique de ce composé. Traité dans les mêmes conditions, l'isomère A ne fixe pas le brome, ne réagit que lentement avec $FeCl^3$ et avec $SbCl^3$; en outre, le dégagement gazeux observé avec le réactif de Grignard est faible (18 pour 100 environ de la théorie). Il semble donc que l'isomère A soit la forme dicétonique vraie



$$C^6H^5 - CH^2 - CO - CO - CH^3,$$

tandis que l'isomère B constituerait l'un des deux stéréoisomères de l'α-oxybenzalacétone



$$C^6H^5 - CH = C(OH) - CO - CH^3,$$

forme céto-énolique du méthylbenzylglyoxal.

GÉOLOGIE. — *Sur les éléments supérieurs du complexe tectonique cévenol, nappe du Pilat et nappe de Laval, dans le panneau du Pyfara et dans le synclinal de Saint-Marcel.* Note de M. **A. Demay**, présentée par M. Pierre Termier.

L'étude des mouvements antérieurs à la granulitisation m'a permis de distinguer dans le panneau du Pyfara et dans le synclinal de Saint-Marcel *quatre nappes superposées. La nappe des Trois-Dents et la nappe de Pouyardière*, qui ont été définies précédemment, constituent la partie inférieure de ce complexe tectonique. *La nappe du Pilat*, qui semble atteindre souvent 3 à 400^m de puissance, comprend les gneiss œillés du Pilat. Elle forme dans la partie centrale du panneau du Pyfara un *lambeau de recouvrement* long d'une dizaine de kilomètres, large de sept en moyenne, qui flotte sur la nappe de Pouyardière. De même l'érosion a respecté, dans la partie axiale du synclinal de Saint-Marcel, *trois lambeaux de recouvrement de la nappe du Pilat*, le lambeau de la Roche de Vent dont la longueur est d'une dizaine

de kilomètres, le lambeau étroit de Toissieu, allongé sur 4^{km} environ et le lambeau de Saint-Marcel qui s'étend sur 7^{km}. *Le charriage de la nappe du Pilat* est accusé par le laminage habituel des gneiss œillés et par les phénomènes d'écrasement qui ont pu être observés en bien des points près du contact de base. Sur le bord ouest du lambeau du Pyfara les gneiss de Pouyardière de la butte du Tracol, presque entièrement mylonitiques, sont particulièrement écrasés à leur sommet sous les gneiss œillés du Pilat. Entre la Grange de Vidal et le Tracol, on observe d'ailleurs dans la nappe de Pouyardière un écrasement à la base, puis une zone à peu près intacte et au sommet un second écrasement avec les mylonites habituelles, brunes ou verdâtres, et à très petite distance une mylonite blanche, où l'on reconnaît au microscope la biotite bourrée en paquets, les lits quartzeux tordus et lenticulaires et les grands noyaux feldspathiques écrasés. *C'est un gneiss œillé mylonitique de la nappe du Pilat.* De même près de Coirolles, les gneiss de Pouyardière du coin sud-ouest de la feuille de Saint-Étienne, presque partout tranquilles et faiblement inclinés, ont été *broyés à leur sommet par le cheminement de la nappe du Pilat* et transformés, sur la croupe 985, en une puissante masse de mylonite verdâtre. Dans le synclinal de Saint-Marcel, le laminage extraordinaire des gneiss œillés du Pilat et l'écrasement de la nappe de Pouyardière près du contact apparaissent clairement à la bordure sud et est du lambeau de la Roche-de-Vent, et sur les deux bords du lambeau de Toissieu et du lambeau de Saint-Marcel. Près de Petite-Faugère et de Graillon, le laminage a effacé presque complètement la texture gneissique et l'on ne voit plus qu'une accumulation de noyaux feldspathiques pressés les uns contre les autres. Au bord est du lambeau de Saint-Marcel, les gneiss œillés mylonitiques et granulitisés, identifiés au microscope, qui affleurent entre les micaschistes et les gneiss de Pouyardière, représentent sans doute la nappe du Pilat complètement écrasée et réduite à quelques dizaines de mètres d'épaisseur.

Les micaschistes séricitenx de la nappe de Laval ne sont pas connus dans le panneau du Pyfara où ils ont été probablement enlevés par l'érosion. Dans le synclinal de Saint-Marcel, près de Saint-Jullien-Molin-Molette, ils forment le *lambeau de recouvrement du Ternay* qui flotte sur la nappe du Pilat ou parfois directement sur la nappe de Pouyardière. Le charriage est accusé par l'écrasement de base qui a été observé d'une manière à peu près continue sur tout le tour du lambeau. Citons particulièrement la mylonite granulitisée et quartzifiée de la cote 754, les mylonites franches des pentes voisines, enfin la puissante masse mylonitique qui sépare les micaschistes

de la route de Saint-Marcel à Saint-Jullien et la serpentine d'Éteize, élément de la nappe de Pouyardière.

En résumé, dans le panneau du Pyfara et dans le synclinal de Saint-Marcel comme dans le massif du Pilat, les venues de granulite et le développement des faciès granulitiques sont postérieurs aux mouvements essentiels du Cristallophyllien. On y distingue aussi les mêmes zones lithologiques. Le mouvement relatif de ces différents termes et du substratum autochtone et par suite l'existence de quatre nappes superposées ont été démontrés indépendamment pour les deux régions par l'étude des phénomènes de laminage et d'écrasement. La disposition identique des faciès et l'allure onduleuse du complexe tectonique du synclinal de Saint-Étienne au bastion avancé du mont Pilat, à moins de 8^{km} du synclinal de Saint-Marcel, ne permettent guère de douter que les nappes du Pyfara et de la Roche-de-Vent ne prolongent celles du massif du Pilat. L'observation des phénomènes dynamiques à la base des nappes dans ce vaste domaine s'accorde mal avec l'hypothèse de glissements peu importants. D'autre part, l'existence de faciès autochtones gneissiques ou granitiques dans la nappe de Pouyardière, et le renversement probable du Cristallophyllien que j'ai déjà signalé dans le massif du Pilat et qui est accusé dans le panneau du Pyfara et dans le synclinal de Saint-Marcel par la présence du granite au-dessus de gneiss fissiles, démontrent pour l'ensemble des deux nappes inférieures, Pouyardière et Trois-Dents, l'ampleur du charriage. La répétition du faciès des gneiss œillés entraîne pour la nappe du Pilat une conséquence identique. *Dans les deux cas il semble bien que le déplacement tangentiel dépasse* 30 *à* 40^{km}. Enfin pour la nappe de Laval, d'après la position du lambeau du Ternay en avant du domaine principal, le charriage dépasse 15^{km}.

Si l'on met à part la nappe de Laval, *le complexe tectonique cévenol*, qui vient d'être défini, présente par sa composition lithologique l'aspect *d'un pli couché puissant*, dont la nappe du Pilat et la nappe des Trois-Dents seraient le flanc normal et le flanc inverse et dont la nappe de Pouyardière constituerait le noyau. Il faut admettre alors que sous la poussée de la nappe de Laval et des nappes qui la chevauchent ou qui la serrent, *les éléments du grand pli couché des Cévennes septentrionales se sont décollés et ont cheminé les uns sur les autres*. Les nappes cévenoles, qui sont sûrement antéstéphaniennes et presque certainement postdinantiennes, apparaissent ainsi, comme les nappes du massif des Maures, intermédiaires entre les *grands plis couchés* de style alpin et les *nappes du second genre* de M. Pierre Termier.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence du Silurien à l'est et au sud de l'Ahaggar.* Note de M. **Conrad Kilian**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans de précédentes Communications j'ai indiqué quel était le rôle joué par le Silurien au nord de l'Ahaggar : dans l'Immidir et la partie occidentale du Tassili de l'Ajjer.

Au cours de ma nouvelle mission j'ai constaté que le Silurien joue un rôle non moins important au sud et à l'est de l'Ahaggar.

En traversant le Tassili n'Ahaggar, j'ai constaté la présence, à partir des Schistes cristallins et granites qui la supportent en discordance stratigraphique par l'intermédiaire de conglomérats et de poudingues, de la série suivante :

a. Des grès grossiers et des grès massifs, qui forment un premier Tassili par endroits assez fortement en relief sur le Pays cristallin situé plus au Nord. Ces grès ne se sont pas révélés à moi fossilifères.

b. Des schistes argileux, gréseux ou micacés, dont l'affleurement provoque une large dépression et qui forment le soubassement, au sud du précédent, d'un second Tassili généralement peu en relief et dont font partie l'Immerkar et le Harry.

C'est dans ces soubassements schisteux que j'ai eu la bonne fortune de découvrir, à un jour au nord d'In Azooua sur la rive occidentale de l'Oued Tin Turabin un gisement de *Graptolithes diplograptidés*.

c. Des grès formant la partie haute de ce second Tassili; je n'y ai pas trouvé de fossiles.

Dans la partie tout à fait orientale du Tassili de l'Ajjer j'ai rencontré, de l'Ouest à l'Est, à partir des Granites et Schistes cristallins de Djanet :

a. Des grès massifs, reposant en discordance stratigraphique sur ces Granites et Schistes cristallins et formant un tassili qui, s'il est modérément incliné vers l'Est où il va disparaître sous les formations de l'Akakous et du Tadrart sans incident particulièrement remarquable, se termine à l'Ouest et au Sud-Ouest sur le Pays cristallin par une majestueuse falaise dont les escarpements grandioses dominent la région de Djanet, de l'Oued Feini, de l'Oued Abd n'Kefog, de l'Oued Amaiz (amont), et atteignent 1850^m d'altitude, Djanet étant à 1150^m environ.

b. Un complexe schisteux avec intermèdes gréseux reposant sur les grès précédents. Ce complexe schisteux a déterminé, par sa moindre résistance aux agents d'érosion désertique, la violente saillie des formations postérieures gréseuses inclinées vers l'Est qu'il supporte et forme ainsi le fond et

le flanc Est d'un vaste sillon qui va de Rat à Tin Al Koum et Tin el Rada, au pied des grands escarpements de l'Akakous et du Tadrart.

Vers la base de ce complexe schisteux, certains des intermèdes gréseux ont été la cause de *cuestas* secondaires dont certaines sont plaquées sur le flanc Ouest de cette zone déprimée. J'ai eu l'heureuse chance, au pied du versant abrupt d'une de ces *cuestas* secondaires, correspondant à la base du complexe schisteux, de trouver dans des schistes argileux violacés et blanchâtres un abondant gisement de *Graptolithes diplograptidés*. Ce point est situé sur la rive gauche de l'Oued In Djeran, caractérisé par la présence dans l'Oued ou son voisinage de quelques *Tamarix articulata* et *Acacia tortilis*, dernier groupe d'arbres que la piste de Djanet à Inezzan offre dans l'Oued In Djeran aux caravanes se rendant à In Ezzan, Djado et Bilma.

c. Des grès variés surmontant ces schistes et formant les escarpements considérables de l'Akakous et du Tadrart en une grande *cuesta*, dont le plateau incliné vers l'Est disparaît vers l'Erg Tin Merzouga et les formations plus récentes du Menak.

Je n'ai pas trouvé de fossiles dans ces grès.

Il est intéressant de noter que, comme dans les parties précédemment étudiées de ce que j'ai appelé l'Enceinte tassilienne, nous trouvons dans le Tassili n'Ahaggar et l'extrémité orientale du Tassili n'Ajjer la discordance tassilienne, les Tassilis internes, le Sillon intratassilien, les Tassilis externes auxquels correspond la série Schistes cristallins ou Granite, Conglomérats de base, Grès inférieurs, Schistes à Graptolithes et Grès supérieurs, la série décidément fondamentale et typique que j'ai appelée la Couverture tassilienne.

Cette similitude stratigraphique, structurale et morphologique des différents secteurs de l'Enceinte tassilienne me paraît légitimer pleinement la distinction que j'ai faite de cet ensemble structural sous un nom qui lui est propre.

Ainsi est démontrée la présence du Silurien au sud et à l'est de l'Ahaggar, où il n'avait été jusqu'à maintenant que soupçonné. Ainsi s'affirme aussi la thèse que j'ai émise dans des travaux antérieurs, à savoir que le Silurien devait être largement représenté au Sahara sous une forme non métamorphique. Ainsi enfin apparaît de plus en plus net, et par bien des points analogue, tout au moins comparable à d'autres, le vaste bouclier antéordovicien, peut-être antécambrien, de schistes cristallins et de roches cristallines sis en Sahara médian et s'étendant probablement en Afrique Occidentale, que j'ai appelé *Bouclier saharien* ou *Faîte saharien*.

GÉOLOGIE. — *Sur les conditions de formation et de conservation du Pliocène supérieur de la vallée de l'Aujon.* Note ([1]) de M. E. **Bruet**, transmise par M. Ch. Depéret.

Deux hypothèses pouvaient être envisagées pour les circonstances qui ont pu accompagner la formation du Pliocène supérieur de la vallée de l'Aujon : 1° L'hypothèse d'un enfouissement sur place des fossiles et des galets siliceux sans qu'interviennent les eaux courantes; 2° L'hypothèse d'une formation alluviale. La conclusion qui s'impose ressortira d'elle-même des faits que nous allons exposer. Reprenons notre coupe par tranchée au point où nous l'avons laissée dans notre dernière Note ([2]). Une couche plus ou moins épaisse d'ocre jaune repose généralement sur les calcaires marneux noduleux du Callovien et provient vraisemblablement de l'altération de ces calcaires. Puis, ravinant l'ocre jaune, vient l'ocre rouge renfermant avec les fossiles du Pliocène supérieur, quelques fossiles du Callovien, du Bathonien, quelques galets siliceux (quartz filonien ou grès), des galets calcaires plus ou moins altérés, disséminés daus la masse avec des roches plus volumineuses, de formes quelconques, appartenant à la dalle oolithique, et portant des traces très nettes d'altération. Au sommet, une couche de cailloux roulés, galets, graviers et sables calcaires ayant de 20 à 30^{cm} d'épaisseur; enfin la couche de terre végétale. La couche que nous rapportons au Pliocène supérieur a une épaisseur de 2^{m}. Les galets siliceux accompagnent *toujours* les os fossiles du Pliocène supérieur. Les galets calcaires sont répartis dans toute la masse. La couche à galets, graviers et sables est disposée en continuité absolue avec la couche fossilifère, mais la présence du fer (comme des indices d'altération) y est infiniment moins importante. Ces alluvions qui n'ont aucun point commun avec les sables siliceux ou hupper du sidérolithique, décrits par Fleury, ont été classées à l'aide de tamis, puis étudiées, au binoculaire et en plaques minces. La vase résultant de la lixiviation des alluvions a été décalcifiée. Nous avons distingué : 1° des cailloux roulés et des galets de 4 à 1^{cm} de diamètre; 2° des graviers de 1^{cm} à $0^{cm},5$; 3° des sables de 5^{mm} à $2^{mm},5$; de $2^{mm},5$ à 1^{mm}; $< 1^{mm}$; 4° une vase résultant de la lixiviation de ces alluvions. De cette étude il résulte :

([1]) Séance du 13 février 1928.

([2]) E. Bruet, *Sur le contact du Bathonien et du Callovien dans le sud de la Haute-Marne* (*C. R. Société géologique de France*, séance du 23 janvier 1928).

que la grande majorité des alluvions est représentée par des calcaires souvent très arrondis et altérés. Parmi eux se trouvent des calcaires oolithiques et des grains de calcite, ainsi que quelques grains de quartz; le tout très roulé. Signalons également des oolithes ferrugineuses remaniées. Dans la vase apparaissent des éléments clastiques très nets : de nombreux grains de quartz, des éléments de roches cristallines tels que : feldspaths, tourmaline, zircon. Une étude plus poussée de ces alluvions est en préparation.

Des analyses faites sur l'ocre jaune inférieure et l'ocre rouge du Pliocène supérieur ont donné les résultats suivants : *Ocre jaune :* silice totale, 58,75; silice libre, 37,02; silice combinée, 21,73. *Ocre rouge :* silice totale, 40,20; silice libre, 3,28; silice combinée, 36,92. Soit une teneur en silice combinée supérieure pour l'ocre rouge pliocène de 15,19 pour 100 et une teneur en silice libre dans l'ocre jaune plus considérable de 33,74 pour 100. Ce résultat et la stratigraphie du gisement nous empêchent de considérer les ondulations de la couche fossilifère comme de faux ravinements si bien décrits par E. Van den Broeck. En particulier, à l'inverse des faits relatifs au diluvium rouge décalcifié, surmontant le diluvium gris décalcifié du Bassin de Paris (¹), c'est, dans notre gisement, la zone supérieure qui est de beaucoup la moins altérée. Bien mieux, cette altération, qui est surtout très appréciable dans la partie inférieure du Pliocène supérieur, où l'élément calcaire tend à disparaître et où l'on ne retrouve plus que les galets siliceux ou autres qui ont pu résister à son action, masque en grande partie dans cette couche le caractère alluvial. Elle le masque d'autant plus que des éboulis très nets, empruntés au faciès local, accompagnent les galets siliceux. La présence de fossiles du Bathonien et du Callovien dans cette zone signifie simplement l'altération très poussée des roches qui les renfermaient. De chaque côté des zones d'effondrement, le banc limite du Bathonien affleure et n'est plus recouvert que par la terre végétale. Lorsque les limons le recouvrent sur les plateaux, ils ne représentent plus, avec leurs galets siliceux, que des témoins altérés du Pliocène supérieur. A un autre point de vue, on est frappé des analogies profondes qui existent, entre les faits que nous relatons et les découvertes de Bleicher dans les environs de Nancy. Cet excellent observateur écrivait (²) : « Le diluvium des plateaux remplit sur les plateaux lorrains des cavités d'effondrement. Ces cavités d'effondrement ont conservé des traces

---

(¹) E. Van den Broeck, *Mémoire sur les phénomènes d'altération des dépôts superficiels par l'infiltration des eaux météoriques*. Paris, 1881, p. 158.

(²) Bleicher, *Guide du géologue en Lorraine*. Paris, 1887, p. 85.

d'étages géologiques disparus par dénudation. » La faune qu'il avait rencontrée dans ces zones d'effondrement et dans des fissures, jusqu'à 150^{m} au-dessus des thalwegs de la Meurthe et de la Moselle, dans des sables et des argiles ferrugineuses, avec des cailloux roulés de roches diverses des Vosges, était surtout représentée par le cheval, le bœuf, le chevreuil et un éléphant, qui, « en raison de l'écartement des lames dentaires de ses molaires, de l'épaisseur de ses lames d'émail », lui paraissait être plutôt *E. antiquus* Falc. que *E. primigenius* Blum.

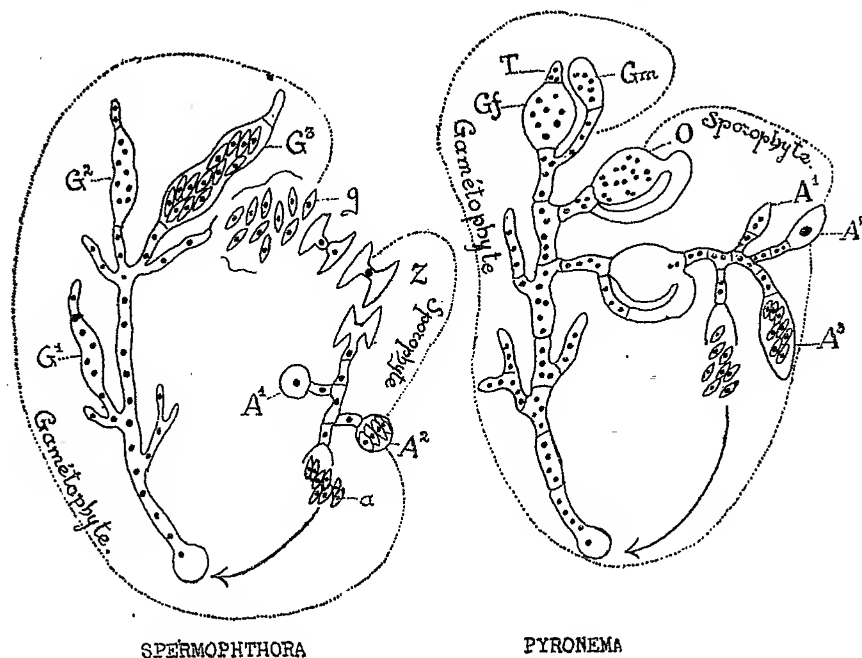
On peut se demander si ces déterminations sont bien correctes et s'il ne s'agit pas d'espèces pliocènes, car ailleurs il ajoutait : « Il est à remarquer que cette même faune se retrouve dans les minières de fer pisolithique d'Autrey (Haute-Saône), d'après des échantillons qui nous ont été communiqués. » Or les argiles, sables et minerais de fer d'Autrey renferment, comme on sait, *Mastodon Borsoni* et *M. Arvernensis*. Il en avait conclu à l'existence sur ces plateaux, à l'époque pliocène, de « rivières qui ne sont nommées par aucune géographie ». Quoi qu'il en soit, le fait de la conservation d'alluvions très roulées du Pliocène supérieur dans la vallée de l'Aujon, seulement dans des zones d'effondrement, dans des fissures ou en rares témoins dans les limons des plateaux, eux-mêmes très réduits en épaisseur, nous montre l'érosion considérable qu'a subie la région depuis la fin des temps pliocènes.

BOTANIQUE. — *Remarques sur la phylogénie des Ascomycètes.* Note de M. A. Guilliermond, présentée par M. Molliard.

L'étude cytologique que nous avons faite du *Spermophthora gossypii* (Ashby et Nowell) apporte une lumière nouvelle dans la question de la phylogénie des Ascomycètes.

Le Spermophthora offre un mycélium primaire dépourvu de cloisons et semblable à celui d'un Siphomycète. La présence dans le cytoplasme de nombreux cristalloïdes de protéine et la production de callose qui, dans les vieilles cultures, obstrue de place en place les filaments sur des étendues parfois considérables, rapprochent, d'autre part, ce Champignon des Mucoracées et des Péronosporacées. Le mycélium primaire donne naissance à des gamétanges qui, à leur origine, se présentent comme des renflements situés un peu au-dessous de l'extrémité des filaments et qui, par leur forme contournée, rappellent l'ascogone des Ascomycètes (voir le schéma, G^{1}).

Ceux-ci se délimitent bientôt par deux cloisons transversales (G^2), dont celle de l'extrémité supérieure isole un court article qui surmonte le gamétange; celui-ci ne tarde pas à dégénérer et pourrait être comparé au trichogyne (T). Ces gamétanges (G^3) forment ensuite de nombreux gamètes uninucléés (g) qui, une fois mis en liberté par déhiscence du gamétange,



SPERMOPHTHORA PYRONEMA

subissent une copulation isogamique. La zygospore (Z) qui en résulte germe immédiatement en un mycélium secondaire ou sporophyte, cloisonné en articles uninucléés et dont les extrémités des rameaux fournissent des asques (A^1 et A^2) à 8 ascospores (a) qui germent en donnant un mycélium primaire ou gamétophyte.

Le *Spermophthora* constitue donc, sans nul doute, un intermédiaire entre les Siphomycètes et les Ascomycètes et sa découverte apporte une confirmation à la théorie de Dangeard qui fait dériver les Ascomycètes des Siphomycètes. Il réalise, en outre, le type ancestral de sexualité supposé par Dangeard à l'origine des Ascomycètes et des Siphomycètes. L'existence de cette sexualité (copulation de gamètes sortis d'un gamétange) dans le *Spermophthora* nous conduit donc à admettre la théorie de Dangeard qui fait dériver d'elle la gamétangie des Siphomycètes, c'est-à-dire la fusion des gamétanges eux-mêmes, accompagnée de la fusion par paire des

gamètes mâles et femelles réduits à l'état d'énergides et aboutissant à la production d'un œuf composé.

D'autre part, le fait que la zygospore du *Spermophthora* germe en produisant un sporophyte qui donne plusieurs asques, paraît difficilement conciliable avec les vues de Dangeard sur la sexualité des Ascomycètes et semble, au contraire, très favorable à la théorie formulée par Claussen et Killian. Si nous adoptons cette théorie, il devient possible d'établir une comparaison très précise entre le développement du *Spermophthora* et celui des Ascomycètes du type *Monascus* et *Pyronema*. Il suffit pour cela d'admettre que dans *Pyronema*, la copulation des gamètes a été remplacée par la gamétangie (Gf, Gm) mais que les noyaux mâles et femelles, au lieu de se fusionner par paires, dans l'œuf (O), s'accouplent simplement en dicaryons et que le sporophyte issu de la germination de l'œuf, au lieu d'être constitué par des cellules à un seul noyau à $2n$ chromosomes, est formé comme dans les Basidiomycètes, par deux noyaux à n chromosomes. La fusion nucléaire serait ainsi reculée jusque dans les cellules mères des asques (A^1 et A^2). Cette interprétation permet de faire dériver les Ascomycètes supérieurs d'une forme voisine du *Spermophthora*.

Le *Dipodascus* considéré par Dangeard comme l'ancêtre des Ascomycètes diffère, au contraire, du *Spermophthora* par son absence de sporophyte; il montre, d'autre part, par son mycélium cloisonné et par son mode de sexualité (gamétangie) des caractères beaucoup plus évolués que le *Spermophthora*. On peut admettre qu'il dérive aussi, de même que les Protoascées, d'une forme voisine du *Spermophthora*, mais dans laquelle le sporophyte aurait été supprimé. Cette manière de voir trouve un appui dans le fait qu'il existe dans le *Spermophthora* de très grandes variabilités dans le degré de développement du sporophyte; dans certains cas même, la zygospore donne directement naissance, par bourgeonnement, à un seul asque et le sporophyte se trouve ainsi presque supprimé.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le rôle physiologique des tannins pyrogalliques.* Note de M. **Michel-Durand**, présentée par M. Molliard.

Dans une précédente Note j'ai montré qu'il y avait lieu de distinguer, dans le gland du Chêne, deux sortes de tannins : 1° Les tannins solubles dans l'acétone qui évoluent comme les sucres simples; 2° les tannins insolubles dans ce liquide qui peuvent être considérés comme des résidus de

l'activité cellulaire. Je me suis demandé si l'existence de ces deux sortes de composés tanniques était un phénomène général chez les plantes supérieures et, dans l'affirmative, s'ils se présentaient toujours avec le même caractère physiologique.

Dans ce but j'ai entrepris une série de recherches sur des organes tannifères variés : tubercules, bourgeons, rameaux, feuilles, fruits, en faisant porter tout particulièrement mes observations sur les phases critiques de la végétation : germination des graines, éclosion des bourgeons, développement des tubercules.

J'ai considéré successivement : les tannins pyrogalliques, les tannins pyrocatéchiques, chacune de ces catégories pouvant, d'ailleurs, comprendre des tannins solubles ou insolubles dans l'acétone.

Dans la présente Note il ne sera question que des tannins pyrogalliques.

Tannins de feuilles de châtaignier. — On voit d'après le Tableau I que les tannins solubles dans l'acétone ou, comme je les ai désignés antérieurement, tannins libres, c'est-à-dire non combinés à une autre substance, se comportent comme les sucres simples et disparaissent en partie des feuilles avant leur chute.

Les tannins insolubles dans la propanone ou tannins adsorbés évoluent en sens inverse et s'accumulent dans les feuilles qui vont tomber. Cependant la somme des tannins libres et adsorbés restant constante pendant le jaunissement des feuilles; on peut donc admettre une simple transformation du tannin libre en tannin adsorbé dans ces organes en sénescence.

2° *Tannins des jeunes chênes étiolés.* — Les résultats des analyses présentés dans le Tableau II et rapportés à 100^g de substance sèche confirment les conclusions obtenues par la considération des variations absolues des composés tanniques et glucidiques de ces akènes.

Les tannins libres disparaissent comme les sucres simples dans les jeunes chênes en inanition prolongée; comme ils ne se retrouvent pas sur la forme de tannins adsorbés qui persistent en quantité constante de juillet à octobre, il semble bien que les tannins solubles dans l'acétone ont été utilisés comme aliments respiratoires.

Tannins des jeunes châtaigniers étiolés. — D'après le Tableau III, les tannins libres et combinés évoluent parallèlement dans ces jeunes arbres. Ces dérivés phénoliques n'ont aucune valeur alimentaire pour la plante qui les contient puisque celle-ci dépérit alors qu'elle en renferme des proportions qui peuvent atteindre 20 pour 100 du poids de la substance sèche.

Conclusions. — On peut conclure des considérations précédentes relatives

VARIATIONS DES COMPOSÉS TANNIQUES ET DES GLUCIDES.

Dates des récoltes.	Poids de la substance		Tannins			Hydrates de carbone		
	fraîche.	sèche.	solubles dans l'acétone.	solubles dans l'eau.	au total.	solubles.	insolubles.	au total.
I. — *Dans les feuilles de* Castanea vesca. (Les résultats des analyses sont rapportés à 3 feuilles, de même surface, appartenant à la région moyenne du rameau.)								
6 septembre	5,200	1,674	48	40	84	39	185	224
28 septembre (début du jaunissement, on a choisi des feuilles vertes)	5,000	2,345	114	40	154	265	275	540
20 octobre (feuilles jaunes, quelques taches vertes)	4,400	1,935	116	108	224	250	300	550
8 novembre (feuilles jaunes à taches brunes sur le point de tomber)	4,800	2,450	54	175	229	89	260	349
II. — *Dans de jeunes chênes se développant dans l'obscurité sur sable lavé. Plantes entières.* (Les résultats rapportés à 100g de substance sèche; moyennes obtenues avec 3 plantes pour chaque récolte.)								
5 juin (tige de 15cm)			5,630	4,830	10,460	7,920	75,390	83,310
20 juillet (tige de 30cm)			7,210	10,300	17,510	4,990	41,560	46,450
1er octobre (tige de 40cm)			1,550	10,000	11,550	2,150	22,750	24,900
III. — *Dans de jeunes châtaigniers se développant dans l'obscurité sur sable lavé. Plantes entières.* (Les résultats sont rapportés à une plante; moyennes obtenues avec 3 plantes pour chaque récolte.)								
1er juin (tige de 10cm)	13,700	2,377	163	200	363	380	784	1164
20 juillet (tige de 30cm)	13,500	3,108	256	264	520	257	960	1217
1er octobre (tige de 30cm)	8,200	1,921	200	190	390	60	296	356

Les cotylédons sont desséchés depuis fin juillet.

aux tannins pyrogalliques, que si l'existence des deux sortes de composés tanniques solubles et insolubles dans l'acétone est générale dans les organes étudiés, on ne saurait attribuer à cette distinction une signification d'ordre physiologique.

Si le rôle d'aliment respiratoire des tannins libres des glands de chêne paraît suffisamment démontré, l'utilité des mêmes tannins dans le cas des feuilles de châtaignier devient déjà discutable, puisque leur insolubilisation vis-à-vis de l'acétone peut être admise.

Ainsi se trouve confirmée l'opinion d'un certain nombre d'auteurs, en particulier de Dekker et de Lloyd, suivant laquelle le rôle des composés tanniques serait aussi varié que leur nature.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *L'essence absolue de Sauge Sclarée.* Note (1) de MM. **Y. Volmar** et **A. Jermstad**, présentée par M. Guignard.

L'essence absolue de Sauge Sclarée (*Salvia Sclarea* L., Labiée), obtenue par la méthode des dissolvants volatils, se présente sous la forme d'un miel très dur, jaune grisâtre, à odeur agréable, à réaction légèrement acide, insoluble dans l'eau, soluble dans les principaux dissolvants organiques.

I. — *Propriétés physiques de l'essence absolue de Sauge Sclarée.*

Indice de réfraction (déterminé au réfractomètre de Féry sur l'essence en surfusion)	$N_D^{20} = 1,5038$
Poids spécifique	0,9826
Point de solidification	35° à 36°
Pouvoir rotatoire spécifique (en solution alcoolique)	$\alpha_D^{18} = 4°,12$

II. — *Principaux indices chimiques de l'essence absolue de Sauge Sclarée* (en milligrammes de potasse pour 1g d'essence).

Indice d'acidité	4,81
Indice de saponification	49,30
Indice d'éthers	44,49
Indice de saponification après acétylation	81,60
Indice d'acétyle, calculé d'après la formule de M. E. André (2)	36,65
Extrait sec, au bain-marie	73,74 %
Substances volatiles	26,21 %

(1) Séance du 6 février 1928.

(2) E. André, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 29, 1921, p. 745.

III. *Composition chimique de l'essence absolue de Sauge Sclarée.* — L'essence absolue de Sauge Sclarée ne renferme ni phénols, ni aldéhydes, ni cétones, ni composés azotés; elle ne contient donc, à côté d'une faible quantité d'acides libres, que des carbures, des alcools et des éthers; elle est surtout caractérisée par la présence d'une proportion considérable d'une substance cristallisée, engluée dans une masse visqueuse.

A. *Identification des acides libres contenus dans l'essence.* — L'essence ne renferme comme acides libres que des acides volatils :

1° *De l'acide acétique* que nous avons pu caractériser par ses réactions et l'analyse de son sel d'argent.

2° *Un acide* non saturé à l'état de traces trop faibles pour permettre son identification.

B. *Analyse générale de l'essence.* — I. 100g d'essence débarrassée au préalable des acides libres ont été soumis à une distillation fractionnée sous une pression de 12mm-13mm, dans un appareil à colonne de Vigreux; nous avons ainsi obtenu :

1° 18g d'un liquide incolore, à odeur agréable de linalol, passant entre 80° et 105°, sous 12mm-13mm que nous avons soumis à un nouveau fractionnement, en recueillant séparément les parties passant de 10° en 10°.

Fractions.	t éb. sous 25mm.	Poids.	n_D^{20}.	Observations.
a.....	80°-90°	0g,28	1,4676	Liquides verdâtres, à odeur aromatique; a et b ont été mélangés = *Mélange* α.
b.....	91-100	0,22	1,4666	
c.....	101-110	3,93	1,4558	Liquides incolores, à odeur de bergamote; c et d ont été mélangés = *Mélange* β.
d.....	111-120	10,17	1,4575	
e.....	121-130	2,15	1,4705	Redistillé sous 20mm. g — éb. 111°-120°, $n_D = 1,4585$ réuni à β. h — éb. 121°-128°, $n_D = 1,4761$ réuni à γ.
f.....	131-138	1,45	1,5122	*Mélange* γ.

II. Un résidu très épais qui a été purifié par plusieurs cristallisations dans l'éther de pétrole bouillant, et dont nous avons pu retirer :

1° 42g d'une substance cristallisée impure.

2° des eaux mères qui ont été privées d'éther par vaporisation au bain-marie; le résidu visqueux, redistillé sous une pression de 13mm-14mm nous a donné :

a. 1g,80 d'un liquide jaune visqueux, à odeur de térébenthine bouillant à 160°-164°;

b. 28g d'une masse, semi-fluide, jaune dorée, très réfringente, bouillant entre 200°-220° (*Mélange* δ).

C. *Identification des principaux constituants de l'essence :*

1° Le mélange α décolore le brome à froid, et est saponifiable par les alcalis; sa

formule brute déterminée par un dosage de C et de O correspond à $C^7H^{12}O^2$; il est formé vraisemblablement d'un éther d'un acide non saturé.

2° Le mélange β, après saponification, ne renferme que de l'acide acétique et du linalol; sa composition, calculée d'après son indice d'éthers qui a été trouvé égal à 230,5, correspond à 80,67 d'acétate de linalyle et 19,33 de linalol.

3° Le liquide γ présente l'odeur caractéristique de l'essence de bois de cèdre, et ses constantes :

$$d_{15} = 0,9123, \qquad \alpha_D^{15} = -40°,1, \qquad n_D^{20} = 1,5122,$$

se rapprochent de celles du cédrène, déjà signalé par Muir (1) dans l'essence de Sauge anglaise.

4° Le mélange δ se présente sous la forme d'un liquide épais, bouillant après plusieurs rectifications, entre 169° et 178° sous 1^{mm}, de densité $d_{15} = 0,9841$ et d'indice de réfraction $n_D^{20} = 1,5138$.

Sa composition, déduite de son analyse, et de sa réfraction moléculaire $R_M = 67,89$, correspond à la formule $C^{15}H^{26}O$; cette substance non saturée dans le pouvoir rotatoire est dextrogyre : $\alpha_D^{20} = +24°,47'$, est un alcool, vraisemblablement un alcool sesquiterpénique.

5° A la substance cristallisée retirée de l'essence dont elle est le principal constituant, nous avons donné le non de *sclaréol*, et nous nous proposons d'en faire une étude ultérieure.

Nous pouvons donc conclure que l'essence absolue de Sauge Sclarée contient :

1° Une petite quantité d'acide acétique et des traces d'un acide non saturé libres.

2° 21,8 pour 100 de substances volatiles constituées, à côté d'une faible proportion d'un éther $C^7H^{12}O^2$, d'un acide non saturé, par 80 pour 100 d'acétate de linalyle et 20 pour 100 de linalol.

3° Une substance ayant les propriétés physiques du cédrène.

4° 42,2 pour 100 d'une substance cristallisée, le sclaréol.

5° 28 pour 100 d'un alcool sesquiterpénique, non cristalisable $C^{15}H^{26}O$. Ces deux dernières substances ne se retrouvent pas dans l'essence officinale de Sauge Sclarée et caractérisent l'essence absolue.

---

(1) MUIR, *in* GILDEMEISTER et HOFFMANN. *Die aetherischen Oele*. 2e édition. 3, p. 488 (Schimmel et Cie, Leipzig, 1910).

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Présence de l'acide glycuronique dans les vins provenant de vendanges eudémisées ou pourries.* Note de M. **D. Chouchak**, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

On sait que les vins provenant de vendanges eudémisées ou pourries ont un extrait sec et une acidité fixe beaucoup plus élevés que les vins normaux. La somme des éléments divers que l'on peut doser dans l'extrait sec est toujours inférieure au poids de cet extrait déterminé dans le vide, ce qui permet de supposer dans ces vins la présence de corps non encore signalés.

C'est vraisemblablement parmi les dérivés du glucose ou les produits de l'altération des parois cellulaires sous l'influence des moisissures variées, qu'il faut chercher l'origine de ces substances; on peut citer comme possible : l'acide glycuronique, l'acide gluconique, l'arabinose, le xylose etc.

Les vins provenant de vendanges eudémisées et pourries ayant un extrait sec élevé (45 à 60^{g} par litre) donnent des quantités très élevées de furfurol lorsqu'on les distille avec de l'acide chlorhydrique, alors que les vins normaux en donnent beaucoup moins. Plusieurs des corps énumérés engendrent cette aldéhyde.

Un essai d'isolement de ces composés (le vin étant déféqué), au moyen de l'acétate de phénylhydrazine, a permis l'obtention de cristaux en aiguilles jaunes étoilées, ou de sphéro-cristaux, solubles dans l'eau chaude, insolubles dans le benzène, et qui, après cristallisation, fondaient à 131-132° et parfois à 114-115°; ces points de fusion correspondent à ceux de l'osazone de l'acide glycuronique (Maquenne).

Cette osazone donne, avec la naphthorésorcine, suivant la technique de Tollens, une matière colorante bleue, soluble dans l'éther en violet; les autres osazones ne donnent pas cette réaction (Neuberg). La réaction avec la naphtorésorcine réussit même directement avec les vins eudémisés.

On peut aussi extraire l'acide glycuronique en traitant le vin, préalablement déféqué avec $HgSO^4$, par le sous-acétate de plomb ammoniacal qui le précipite. Après action de l'hydrogène sulfuré sur le précipité mis en suspension dans l'eau, on obtient un liquide qui donne toutes les réactions de l'acide glycuronique avec l'orcine, la phloroglucine, la naphtorésorcine, le β-naphtol, le sel de quinine caractéristique et réduit la liqueur de Fehling.

Pour caractériser l'acide glycuronique dans les moûts, il faut laver soigneusement, à l'eau ammoniacale, le précipité plombique qui peut retenir des sucres gênant la réaction avec la naphtorésorcine (Roger).

Le dosage approximatif de l'acide glycuronique par la méthode de Chiray ou celle de Brulé dans les vins provenant de différentes régions du département d'Alger a montré qu'on peut trouver de petites quantités de ce corps dans les vins provenant de régions sèches et non eudémisées et ayant une composition normale (de 0 à $0^g,1$ par litre), tandis que dans les vins provenant de régions fortement envahies la dose oscille entre $0^g,3$ et $0^g,8$ par litre.

Pour connaître l'origine probable de l'acide glycuronique, il était intéressant de le rechercher dans des moûts et des vins produits par des vendanges absolument saines.

Dans ce but, on s'est procuré pour faire des moûts :

1° Des raisins sains que l'on triait soigneusement par précaution;

2° Des raisins dont les grains étaient envahis par la pourriture (*Penicilium*, *Sterigmatocystis*);

3° Des raisins provenant d'un foyer très intense d'eudémis et complètement envahis par la pourriture et la fumagine.

Ces différents moûts ont été ensemencés avec des levures sélectionnées et mis à fermenter.

La recherche de l'acide glycuronique a donné les résultats suivants :

		Acide glycuronique par litre.
I. Raisins sains.	Moût...........	traces
	Vin............	traces
II. Raisins envahis par les moisissures.	Moût...........	abondant
	Vin............	$0^g,4$
III. Raisins envahis par l'eudémis, la pourriture et la fumagine.	Moût...........	grande quantité
	Vin............	$1^g,25$

Les moûts et les vins provenant de raisins sains ne contiennent que des traces d'acide glycuronique qui se forme surtout sous l'influence des moisissures attaquant les grains de raisins; on ne peut pas dire, d'après ces essais, si les larves d'eudémis produisent elles-mêmes cet acide.

L'acide glycuronique trouvé dans les vins serait donc apporté par la vendange, et sa dose pourrait dans certains cas servir d'indication sur les soins apportés au triage des raisins avant l'encuvage.

L'acide glycuronique réduisant la liqueur de Fehling tout comme le glucose, sa présence dans le vin fausse le dosage de ce corps. N'étant pas fermentescible par la levure, il reste dans le vin, ce qui explique la teneur, toujours supérieure à la normale, des matières réductrices dans les vins provenant de vendanges eudémisées ou pourries.

Enfin la présence de cet acide peut apporter des perturbations dans le dosage de quelques acides organiques.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur l'efficacité de mélanges de phosphates naturels et solubilisés mesurée par une méthode bactériologique et l'effet sur les plantes supérieures.* Note [1] de MM. **Georges Truffaut** et **N. Bezssonoff**, présentée par M. L. Mangin.

L'assimilabilité de mélanges de phosphates naturels et solubilisés se mesure par le rendement d'une récolte.

L'assimilabilité théorique est ordinairement indiquée par la solubilité dans l'eau et dans une solution de citrate d'ammoniaque.

L'assimilabilité réelle de phosphates contenus dans un milieu peut aussi être mesurée par la masse bactérienne des fixateurs d'azote formée dans ce milieu.

On sait que la teneur en P^2O^5 des corps bactériens est sensiblement constante et que la présence de P^2O^5 assimilable est la condition de tout développement bactérien.

Perfectionnant la méthode déjà utilisée par nous [2] et profitant d'une indication publiée par M. Winogradsky, nous ajoutons par litre de milieu de culture 2 à 6^{mg} d'azote, sous forme d'albumine d'œuf. Cette petite quantité d'azote assure le démarrage simultané des cultures et l'exactitude des résultats. Nous inoculons notre milieu contenant un excès de CO^3Ca et $0^g,4$ de P^2O^5 par litre avec les quatre fixateurs d'azote.

Par cette méthode, nous avons mesuré l'efficacité de divers mélanges de phosphate naturel (34 pour 100 P^2O^5 insoluble) et de phosphate neutre (24 pour 100 P^2O^5 dont 5 pour 100 soluble eau et citrate).

Le premier point de notre graphique (7,6) correspond à la moyenne de 19 déterminations faites avec le phosphate naturel seul. Le dernier (110,9)

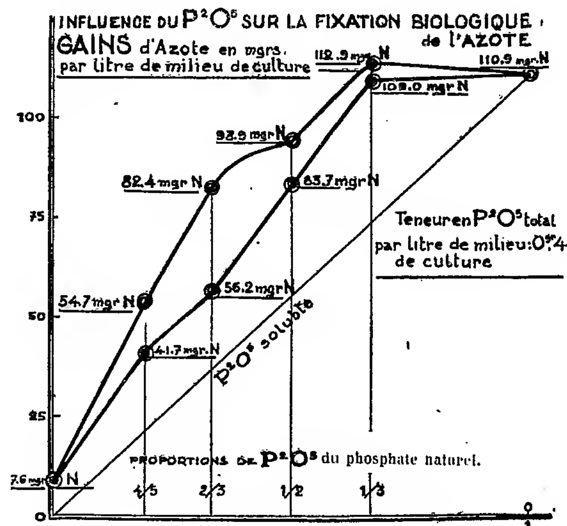
(1) Séance du 6 janvier 1928.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 85.

à 16 déterminations faites avec le phosphate neutre (aucun des résultats ne s'est écarté de plus de 12^{mg} de la moyenne).

Les points intermédiaires correspondent à deux séries d'expériences. Chaque point indique le gain moyen de 3 à 4 fioles de culture.

On constate que l'augmentation du gain en azote n'est pas proportionnelle à la teneur en P^2O^5 soluble des milieux.



La quantité d'azote fixé étant fonction du nombre des bactéries formées dans les cultures, on doit admettre une assimilation importante du phosphate naturel. D'après le graphique, l'optimum de l'influence du phosphate neutre sur l'utilisation du phosphate naturel brut se manifeste quand ce dernier constitue un tiers du mélange. Une teneur plus grande du milieu en P^2O^5 soluble semble être désavantageuse, malgré la présence d'un excès de CO^3Ca. Ainsi, sur 9 fioles ayant reçu $0^g,4$ par litre de P^2O^5 sous forme de superphosphate, la moyenne des quatre meilleurs résultats montre un gain de $88^{mg},4$ d'azote contre $110^{mg},9$, moyenne de tous les résultats obtenus avec le phosphate neutre seul.

Des expériences faites en terre pauvre sur plantes supérieures confirment les résultats bactériologiques.

1° Dans un même engrais, on fit varier la forme du P^2O^5. La teneur de l'engrais était toujours de 9 pour 100 P^2O^5 total.

	Pommes de terre.				Romaines.			
P^2O^5 soluble (%)..	9.	4.	3.	2.	9.	4.	3.	2.
Récolte.......	100	130	122	101	100	95	103	89

2° Dans un même engrais, on fit varier la teneur et la forme du P^2O^5.

	Romaines.	Carottes.	Maïs.	Moy.	Romaines.	Carottes.	Maïs.	Moy.
	Phosphate naturel.				Phosphate neutre.			
P^2O^5 (10 %)...	78	97	109	95	134	124	111	123
	Superphosphate.				Phosphate neutre.			
P^2O^5 (5 %)....	116	112	113	114	133	124	137	131

D'ailleurs, des expériences sur Maïs faites en plein champ par Hall-Webber et Dodds en 1926 ont montré que des mélanges de superphosphate et de phosphate naturel donnent des rendements supérieurs à ceux obtenus avec le superphosphate seul.

Conclusions. — 1° Les méthodes de mesure de l'assimilabilité des phosphates actuellement utilisées seraient avantageusement remplacées par la méthode bactériologique qui vient d'être exposée.

2° Les expériences relatives aux plantes supérieures confirment les résultats donnés par la méthode bactériologique et montrent que l'addition d'une faible quantité de P^2O^5 soluble facilite l'assimilabilité d'un phosphate naturel.

3° La nécessité d'une teneur élevée en P^2O^5 soluble des engrais composés semble inutile pour obtenir le maximum de rendement. Dans certains cas même l'excès de la teneur en P^2O^5 peut être nuisible.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les modifications histopathologiques constatées chez la Pomme de terre* (Solanum tuberosum) *atteinte de dégénérescence (maladie de l'enroulement).* Note de M. **Tsen-Cheng**, présentée par M. Molliard.

L'étiologie des maladies de dégénérescence des Solanées a fait l'objet d'innombrables travaux, mais aucun de ceux-ci n'a résolu le problème, ni même laissé entrevoir de solution. Nous nous sommes proposé d'analyser les modifications survenues dans les cellules de la Pomme de terre atteinte de la maladie de l'enroulement. Avant nous, Beauverie a provoqué, chez

une plante atteinte depuis longtemps d'un fort enroulement, un gonflement et une vésiculation des chloroplates, en montant les coupes dans de l'eau pure; ces images sont tout à fait analogues à celles résultant de la vésiculation des chondriosomes sous l'influence de liquide hypotonique. Or, dans les feuilles des plantes saines, les chloroplastes ne présentent que rarement une telle sensibilité aux liquides hypotoniques; il admet donc que les chloroplastes des feuilles malades sont plus sensibles aux actions hypotoniques que ceux des feuilles saines; et Beauverie trouve une explication de ce fait en considérant que le suc cellulaire des plantes malades, en raison de la faible teneur en sucre (chez les plantes malades les feuilles sont presque totalement condensées à l'état d'amidon, d'où surcharge amylacée des cellules) est hypotonique par rapport à celui des plantes saines.

Les résultats auxquels nous sommes arrivé sont les suivants :

Les cellules d'une plante malade présentent, par rapport à celles d'une plante saine, tout un ensemble de modifications très remarquables et qui n'avaient jamais été signalées. Ces modifications sont au maximum dans les feuilles et, d'une manière générale, d'autant plus accentuées que les signes cliniques de la maladie sont eux-mêmes plus accentués.

D'abord les cellules des feuilles de la plante malade sont très grandes (cellule palissadique : long. 120^{μ}, larg. 24^{μ}); leur cytoplasme, très dense, contient des matières grasses en abondance et un noyau volumineux; il renferme une grosse vacuole extrêmement riche en substances tannoïdes et protéiques; ces substances tanniques donnent lieu, dans les vacuoles colorées *in vivo*, à de très abondants précipités. En même temps, la réaction de ces vacuoles est très acide : nos recherches nous permettent de fixer cette acidité exprimée en pH au voisinage de 3. Enfin, la pression osmotique de la plante à l'état jeune, au commencement de l'enroulement, est très élevée; c'est à peine si les cellules des feuilles sont plasmolysées par une solution de saccharose à 34 pour 100 ou de sel à 20 pour 100. La différence entre les résultats obtenus par Beauverie et les nôtres s'explique, à notre avis, parce que ce savant a étudié des plantes extrêmement atteintes; il est possible en effet que la concentration du suc cellulaire s'abaisse alors dans une forte proportion. Nous n'insistons pas sur le fait bien connu de la surcharge en amidon dans les feuilles enroulées.

Les cellules des plantes saines, au contraire, sont moins grandes (cellule palissadique : longueur 80^{μ}, largeur 14^{μ}); leur cytoplasme peu abondant et peu chargé de matières grasses contient un noyau moins volumineux que celui des cellules des plantes malades. Ces cellules présentent, en outre, une

vacuole contenant peu de composés tanniques et de substances protéiques : le rouge neutre ne détermine que la formation de précipités d'importance insignifiante. Le suc vacuolaire de ces cellules est peu acide (pH = 6); et leur pression osmotique est très inférieure à celle des plantes malades (chez la plante saine une solution de saccharose à 34 pour 100 ou de sel marin à 20 pour 100 provoque une plasmolyse *brutale* des éléments cellulaires). Enfin les cellules des plantes saines ne présentent pas de surcharge amylacée.

D'autre part, les membranes cellulaires de la tige des plantes malades sont généralement plus épaisses que celles des plantes saines; elles sont moins hydratées et plus chargées de composés pectiques. Nous reviendrons d'ailleurs sur cette question dans une Communication ultérieure.

De plus, après avoir constaté ces modifications survenues dans les cellules des plantes malades, nous avons fait l'expérience suivante : Nous transportons une plante très atteinte, ayant germé à la lumière, dans un endroit sombre (température 20 à 25°). Au bout d'un mois, la plante reparaît saine, les feuilles enroulées redeviennent planes, la tige primitivement basse s'allonge très haut. On constate, en outre, une diminution considérable de l'acidité du suc cellulaire et de la quantité de substances tanniques et protéiques ainsi que de l'amidon. Cela prouve que les modifications histochimiques que nous avons décrites chez les plantes enroulées sont intimement liées à la maladie, constituent bien des symptômes spécifiques de celle-ci.

CYTOLOGIE. — *Sur la transformation des cellules sanguines de la Seiche au cours des réactions inflammatoires aseptiques.* Note [1] de M. **A. Jullien**, présentée par M. F. Mesnil.

Les cellules sanguines de la Seiche (*Sepia off.* L.) sont des éléments arrondis ou légèrement ovalaires de 7 à 8μ de diamètre; le noyau, en bissac, est placé excentriquement dans le cytoplasme rempli de petites granulations éosinophiles. Ces formations ne se modifient pas dans le sang circulant. Pour étudier leur évolution possible, on les attire hors des vaisseaux dans le tissu conjonctif, par exemple, en introduisant aseptiquement un fil stérilisé dans le derme de la partie ventrale du manteau. L'animal est sacrifié après un temps variable.

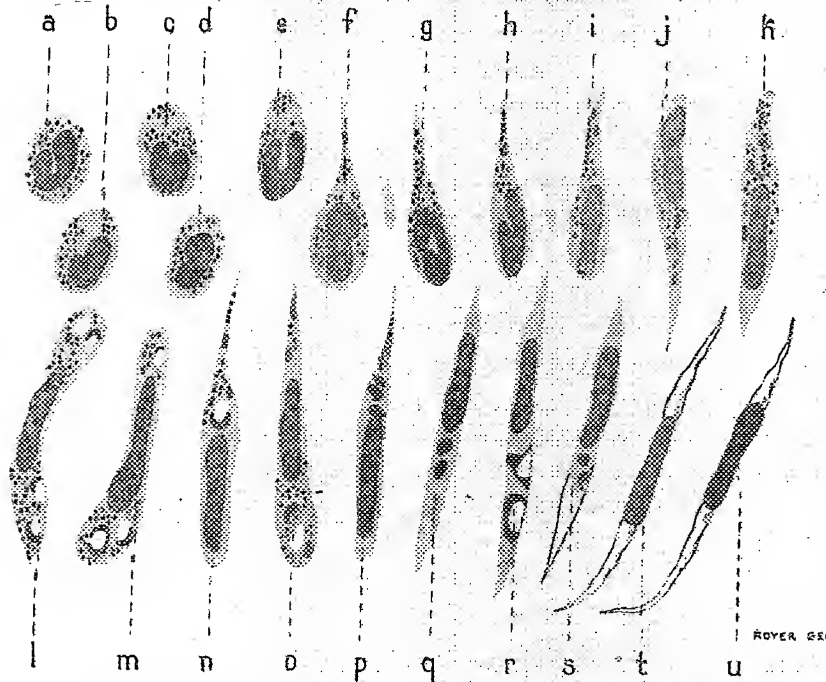
---

(1) Séance du 13 février 1928.

Sur les pièces immédiatement fixées, on observe les faits suivants :

Après 6 *heures*, toute la zone dermique avoisinant le fil est le siège d'une congestion intense.

Après 12 *heures*, les cellules sanguines, après diapédèse, s'infiltrent très nombreuses dans le tissu conjonctif. Quelques-unes conservent la forme présentée dans les vaisseaux (voir *fig. a, b, c, d, e*), mais un certain nombre



Stades successifs de transformation des cellules éosinophiles en fibroblastes. G. : 1140.

se modifient; elles prennent d'abord une forme en limace (*f, g, h, i, j*); leur grand axe mesure de 16 à 20µ; le noyau tend à devenir rectiligne. Le corps protoplasmique se termine par une effilure apicale. Quelques grosses granulations éosinophiles apparaissent, résultant du gonflement et de la fusion de petites granulations précédemment décrites.

Après 18 *et* 24 *heures*, quelques cellules, analogues à celles du stade précédent, arrivent au contact du fil.

Après 2, 3 *et* 4 *jours*, certains éléments pénètrent dans le fil et dégénèrent. Mais d'autres cellules sanguines, devenues fusiformes, mesurant de 20 à 28µ, se disposent en 2 ou 3 strates concentriques dessinant une ébauche de kyste, en certains points de la périphérie du fil. Leur noyau est en

bâtonnet ou en boudin, en position centrale ou périphérique. Le protoplasme montre, à côté de vacuoles et des petites granulations initiales, des granulations éosinophiles plus grosses, arrondies, ovalaires ou en croissant (*k*, *l*, *m*, *n*, *o*).

Après 5 *et* 6 *jours*, on distingue dans la région enflammée :

1° Une *zone centrale* comprenant les éléments sanguins nécrosés de l'intérieur du fil.

2° Une *zone intermédiaire*, adjacente au fil, constituant une paroi kystique formée de 4 ou 5 assises de cellules. On y voit, à côté des formes signalées après 2, 3, 4 jours, de nouvelles formes plus allongées où des granulations grosses et peu abondantes se substituent aux granulations normales, petites et nombreuses (*p*, *q*).

3° Une *zone périphérique* faisant transition entre la précédente et les tissus normaux, où l'on retrouve les formes décrites au cours des premières 24 heures.

Après 9 *et* 14 *jours*, la paroi kystique s'épaissit. Entre cette dernière et l'épiderme, la densité des cellules sanguines tend à s'accroître.

Après 18 *et* 23 *jours :*

a. Dans la paroi kystique, l'évolution des cellules sanguines se poursuit : un certain nombre d'éléments ne montrent plus qu'une ou deux grosses granulations intracytoplasmiques (*r*, *s*). Ailleurs celles-ci ont totalement disparu (*t*, *u*); le protoplasme, légèrement basophile, dessine alors deux languettes effilées qui coiffent dans le sens axial le noyau étroit et allongé; ces derniers éléments, qui mesurent de 30 à 35$^{\mu}$ sur une largeur de 1$^{\mu}$, 5 à 2$^{\mu}$, peuvent être assimilés aux fibroblastes typiques du tissu conjonctif normal.

b. Dans la zone périphérique, les cellules, dont la forme se rapproche de celle des éléments de la paroi kystique, sont disposées en strates parallèles moins serrés, interposés entre les plans conjonctifs. Toutefois la densité de ces strates paraît nettement augmentée dans la région sous-jacente à la surface du corps.

Après 30 *jours*, on constate dans la portion de la zone périphérique sous-jacente à la surface du corps un début de fragmentation des fibres collagènes.

Après 35 *jours*, la zone périphérique sous-jacente à la surface du corps et la portion de la zone intermédiaire correspondante ont disparu. Le fil a été éliminé. On observe alors, en surface, les strates de la partie interne de la zone intermédiaire primitivement sous-jacente au fil disparu. Les cellules qui les constituent, dépourvues de toute granulation, ont, pour la plupart,

réalisé le type fibroblaste; leur ensemble offre la structure d'un tissu néoformé de type mésenchymateux, qui affleure par ses bords l'épithélium normal de revêtement.

En somme, les processus inflammatoires, en provoquant l'arrivée d'un grand nombre de cellules sanguines en un point traumatisé du tissu conjonctif, mettent en évidence une série de transformations qui, partant de l'élément arrondi, au noyau bilobé et à petites granulations éosinophiles, aboutissent à un fibroblaste par allongement progressif du noyau et du protoplasme et par élimination des granulations.

ENTOMOLOGIE. — *Contribution à l'étude de la perte de la faculté du vol chez* Carnus hemapterus *Nitzsch, Diptère à ailes caduques.* Note de M. L. Mercier, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Carnus hemapterus Nitzsch (= *Cenchridobia Eggeri* Schiner) est un Diptère de la famille des *Milichiidæ* qui, comme *Lipoptena cervi* L. (*Hippoboscidæ Melophaginæ*), présente la curieuse particularité de posséder des ailes caduques. A la sortie de la pupe, *C. hemapterus* est pourvu d'ailes normalement développées; puis il se fixe sur un jeune Faucon (en particulier *Falco tinnunculus* L.) dont il suce le sang. A ce moment, les ailes se cassent près de la base se réduisant ainsi à l'état de courts moignons qui atteignent à peine $0^{mm},3$ de longueur.

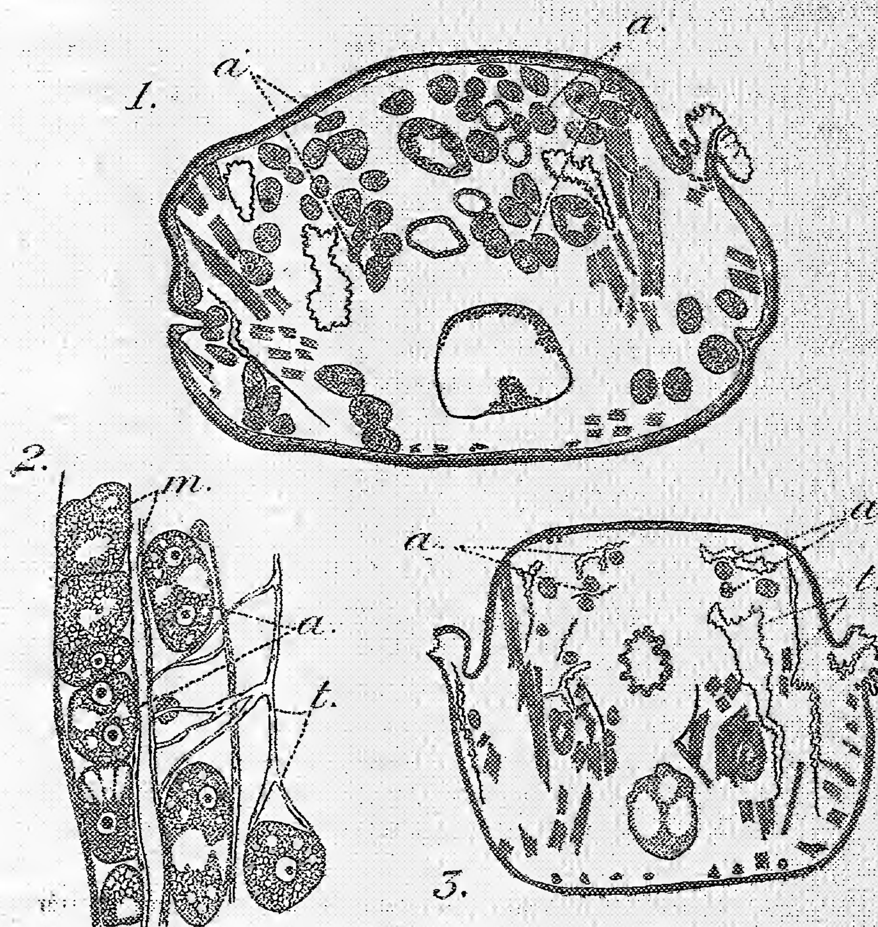
Or j'ai montré (1924) (1) que la musculature thoracique de *L. cervi* présente des modifications remarquables quand l'Insecte ailé devient aptère. Les muscles vibrateurs du vol disparaissent et les vibrateurs longitudinaux, en particulier, sont remplacés par un massif de cellules adipeuses. Il était donc tout indiqué de rechercher si un processus semblable existe chez *C. hemapterus*.

Je n'ai pas eu à ma disposition d'exemplaires ailés de ce Diptère, mais l'étude de coupes favorables du thorax d'individus aptères m'a cependant permis de fixer certains points d'anatomie microscopique qui font l'objet de cette Note.

La figure 1 représente la coupe transversale, légèrement oblique, du thorax d'un *C. hemapterus* aptère; cette coupe est particulièrement démonstrative. On y constate l'absence totale des vibrateurs longitudinaux. L'em-

(1) L. Mercier, *L'atrophie des muscles du vol après la chute des ailes chez* Lipoptena cervi *L.* (*Diptère pupipare*) (*Comptes rendus*, 178, 1924, p. 591).

placement de ceux-ci est occupé par des adipocytes (a), dont la disposition, sensiblement sériale, rappelle celle que présentent habituellement les fibres des vibrateurs longitudinaux des Diptères. Des coupes de thorax, parallèles à l'axe du corps, permettent de constater (*fig.* 2) que les adipocytes thora-



Carnus hemapterus; coupes de thorax. Explication des lettres des figures selon le texte. Fig. 1, × 120; Fig. 2, × 350; Fig. 3, × 120.

ciques (a) présentent, en outre, une disposition linéaire et qu'ils sont logés à l'intérieur de gaines membraneuses (m) auxquelles sont accolées des ramifications trachéennes (t). Or, C. Janet (1907) [1] a observé que chez

---

(1) C. Janet, *Anatomie du corselet et histolyse des muscles vibrateurs, après le vol nuptial, chez la Reine de la Fourmi* (Lasius Niger). (Ducourtieux et Gout, Limoges, 1907).

la Reine de *Lasius niger*, après le vol nuptial, les colonnes d'adipocytes, remplaçant les fibres des vibrateurs histolysés, sont situées à l'intérieur de tubes formés par les enveloppes persistantes des fibres. On peut admettre qu'il en est de même chez *C. hemapterus*, et que les adipocytes sont logés dans le moule qui contenait la substance contractile des fibres des vibrateurs longitudinaux de l'Insecte ailé.

Mais cette disposition caractéristique des adipocytes ne s'observe que chez les exemplaires récemment éclos. Par la suite, les glandes salivaires prennent un grand développement et refoulent les colonnes d'adipocytes dont l'ordonnancement est détruit. D'autre part, chez les vieux individus, en particulier chez les femelles sur le point de pondre, les adipocytes sont vidés de leurs enclaves et leur taille est considérablement réduite. Aussi, les coupes transversales du thorax présentent un tout autre aspect (*fig.* 3). Sur de telles coupes on ne voit plus que quelques adipocytes amaigris (*a*) et des trachées (*t*) largement dilatées qui occupent l'emplacement réservé tout d'abord aux vibrateurs longitudinaux.

En résumé, *C. hemapterus* (*Milichiidæ*) et *L. cervi* (*Hippoboscidæ*) présentent un curieux parallélisme dans les phénomènes qui frappent la musculature du vol, au moment où se produit la chute des ailes. Chez ces Diptères, la disparition des muscles vibrateurs et le remplacement de ceux-ci par des adipocytes sont vraisemblablement la conséquence de modifications du métabolisme général déterminées par les conditions de vie spéciales (hématophagie, température constante?) résultant de la fixation des Insectes à leurs hôtes (Oiseaux, Mammifères).

EMBRYOGÉNIE. — *Sur l'embryologie des Protonémertes.*
Note de M. C. **Dawydoff**, présentée par M. F. Mesnil.

L'ontogenèse des Protonémertes reste jusqu'à présent entièrement inconnue. Mes observations portent sur une petite Carinellide de Banyuls (*Tubulanus notus* Burg.?), dont j'ai eu la chance d'obtenir plusieurs pontes en novembre 1926. Ces pontes se présentent sous forme de masses compactes de substance visqueuse, à contours irréguliers, et dans lesquelles les œufs sont distribués en plusieurs étages, sans ordre apparent. Les œufs sont assez gros, pauvres en deutoplasme et légèrement colorés en orange.

La segmentation suit dès le début le type spiral parfait, le complexe de quatre macromères isolant trois quartettes de micromères. Mais à partir du

stade 28, le processus perd brusquement sa régularité et son caractère spiral dans l'hémisphère végétatif de l'ébauche, où les macromères commencent à se diviser sans ordre. Ainsi on ne peut remarquer la formation du quatrième quartette. Dans la moitié animale, on observe encore quelque temps l'alternance des divisions læo- et dexiotropiques, mais ces divisions des micromères deviennent asynchrones et bientôt la segmentation prend aussi un caractère chaotique. En tout cas, on ne peut remarquer aucune trace ni de la figure en croix ni de la rosette.

Comme suite de la segmentation, on arrive à une cœloblastule presque égale et munie d'un beau blastocœle. Au centre de son hémisphère végétatif, est une aire cellulaire légèrement pigmentée en brun grâce aux granulations dans les cellules. C'est une zone entodermique, constituée par les descendants des macromères 3 A, 3 B et 3 C. Le macromère 3 D ne prend pas part à sa constitution, ayant une évolution particulière. Contrairement à ses congénères, il est resté inactif, ne subissant aucune division et conservant sa taille primitive. Il est nettement reconnaissable parmi les entoblastes, non seulement par ses dimensions, mais encore par sa structure cytologique. En effet, une fois formé, le blastomère 3 D perd ses granulations et devient parfaitement clair.

La gastrulation se fait par prolifération polaire paucicellulaire, accompagnée de l'apparition d'un léger enfoncement blastoporien. Après leur migration dans le blastocœle, les entoblastes se multiplient, mais leur nombre reste toujours assez restreint. Ils conservent pendant longtemps leur structure granuleuse.

Le mésoderme est représenté par deux ébauches : cœloblaste et mésenchyme. Le cœloblaste se forme selon le mode téloblastique, prenant naissance du blastomère 3 D. Ce dernier se divise en deux cellules symétriques, placées dans la région postérieure de la gastrule, des deux côtés du blastopore rudimentaire. Avant de passer sous l'ectoderme, chaque téloblaste cœloblastique isole un complexe de petites cellules (5-7), qui s'associent à l'ébauche de l'entoderme. Ce sont les *entéroblastes*. Chez les embryons vivants, ces entéroblastes clairs sont parfaitement reconnaissables parmi les entoblastes granuleux.

Les recherches de Coe (1899) avaient déjà permis de soupçonner l'apparition des entéroblastes chez *Cerebratulus*. Il n'est d'ailleurs pas douteux que Nussbaum et Oxner [1] ont observé cette formation chez *Lineus ruber*, mais ils l'ont mal inter-

---

[1] Nussbaum et Oxner, *Zeit. wiss. Zool.*, 107, 1913, p. 117, t. IV, fig. 40, 41.

prétée. En effet, ces auteurs ont vu dans la couche entodermique de la gastrule des cellules mésodermiques, mais n'ayant pas observé *in vivo*, les ont interprétées comme des éléments du mésenchyme d'origine entodermique, appelés à émigrer de l'entoderme dans le blastocœle. En me basant sur mes observations chez *Tubulanus*, j'affirme qu'en réalité, chez *Lineus*, a lieu le processus inverse, c'est-à-dire que les cellules que les auteurs polonais ont vues dans l'entoderme sont les entéroblastes *immigrés* dans ce feuillet entodermique.

Le mésenchyme est d'origine ectodermique. Son mode de formation, ainsi que son allure, présentent des particularités très intéressantes. Il se forme très tôt, au cours de la segmentation, et prend naissance par voie téloblastique. Son ébauche est, dès le début, parfaitement radiaire. On voit quatre ectoblastes, appartenant au deuxième quartette, disposés radiairement (c'est-à-dire un dans chaque quadrant), commencer à isoler des cellules, qui passent dans le blastocœle pour y former quatre complexes d'éléments mésenchymateux. Somme toute, on a le même mode de formation du mésenchyme que chez *Malacobdella* (Hammarsten, 1918).

L'évolution des deux ébauches du mésoderme suit des voies différentes. Après la séparation des entéroblastes, les initiales du cœloblaste restent quelque temps inactives. Puis, après la pause, elles émigrent dans le blastocœle et se multiplient. Mais elles ne donnent ni bandelettes mésodermiques, ni cœlome. Le cœloblaste se comporte en cœlenchyme. Sa destinée est très curieuse. Ses éléments s'associent au complexe des entoblastes avec lesquels ils constituent une masse unique compacte et dans laquelle on ne distingue aucune trace de différenciation. Au contraire, l'ébauche du mésenchyme conserve son intégrité, étant toujours représentée par des éléments libres, désordonnés dans le blastocœle.

L'embryon éclôt sous forme d'une larve ovale d'organisation très primitive. Elle porte à son pôle supérieur une invagination ectodermique — plaque syncipitale — sous laquelle est placée une masse ganglionnaire : ébauche des ganglions cérébroïdes. Un tractus musculaire, d'origine mésenchymateuse, réunit cette plaque syncipitale avec la masse cellulaire, située dans la région inférieure de la larve et qui représente l'ébauche compacte de l'entomésoderme. Les larves nagent lourdement, ne montant pas à la surface du bocal. Leur métamorphose reste inconnue.

En résumé, si la première période du développement de *Tubulanus* manifeste des traits palingénétiques indiscutables, l'évolution des feuillets et le développement postembryonnaire montrent des caractères fort modifiés. Sans doute, avons-nous ici le même type aberrant d'ontogenèse que chez *Emplectonema gracilis*, selon Delsmann (1916).

PHYSIOLOGIE. — *Loi quantitative de la dépense azotée minima des Homéothermes, validité intraspécifique.* Note [1] de Mme **Hélène Sohg-Matter**, présentée par M. d'Arsonval.

Dans une étude antérieure [2], M. Terroine et moi, nous avons pu montrer que la comparaison de la dépense azotée minima et de la dépense énergétique minima — métabolisme de base — portant sur des représentants adultes de diverses classes d'Homéothermes dont la calorification varie dans la proportion de 1 à 12, fait apparaître une remarquable proportionnalité entre les deux phénomènes. Nous avons pu ainsi formuler la loi qui régit interspécifiquement la dépense azotée minima des Homéothermes et montrer que la grandeur de cette dépense est sous la dépendance rigoureuse de la grandeur de la dépense d'énergie.

Il est évidemment indispensable de rechercher maintenant si toute variation de dépense énergétique, quelle qu'en soit la cause, entraînera une variation correspondante de la dépense azotée, les deux valeurs restant toujours nécessairement liées. C'est là l'objet de nos préoccupations actuelles.

La première étude qui s'impose à cet égard est celle relative à l'influence intraspécifique de la taille. On sait en effet que la dépense d'énergie, toujours au niveau du métabolisme de base, diminue régulièrement pour un individu d'une espèce donnée lorsque la taille s'élève. En est-il de même de la dépense azotée minima et, si oui, un même rapport se maintient-il entre les deux valeurs pendant toute la durée du développement? C'est ce que nous avons recherché en comparant entre eux des sujets de même espèce, mais de tailles très différentes, et cela pour deux espèces, le rat et le coq.

Notre technique n'a pas varié : chez chaque individu étudié elle comporte la détermination de la dépense énergétique par la méthode de Haldane et celle de la dépense azotée minima par l'étude du bilan azoté pendant une période d'une dizaine de jours lors d'une alimentation couvrant largement les besoins énergétiques, minéraux et de vitamines et ne contenant pas de protéiques.

Les résultats obtenus sont réunis ci-après :

---

(1) Séance du 13 février 1928.

(2) *Arch. int. Physiol.*, 29, 1927, p. 121-132.

Poids de l'animal.	Bilan azoté quotidien moyen.	Dépense azotée par kg-heure A.	Production calorique par kg-heure B.	Rapport $\frac{A}{B}$ pour 1000.
		Rat.		
50g	0g,0316	0g,0263	12cal	2,2
100	0,0553	0,0230	10	2,3
200	0,0759	0,0158	7,8	2,03
		Coq.		
800	0,228	0,0120	5,4	2,2
740	0,2358	0,0135	5,4	2,4
760	0,291	0,0137	5,4	2,5
800	0,2394	0,0132	5,4	2,4
720	0,237	0,0137	5,4	2,5
1802	0,455	0,0105	4,6	2,3

On voit donc que la dépense azotée minima varie non seulement dans le même sens, mais exactement dans la même proportion que la dépense énergétique.

La loi quantitative de la dépense azotée minima, formulée antérieurement par M. Terroine et moi, et fondée sur l'étude comparée des divers homéothermes adultes s'applique donc intraspécifiquement et peut dans ce cas s'énoncer ainsi : *A l'intérieur d'une même espèce, la dépense azotée varie inversement avec la taille de même que la dépense énergétique, elle est rigoureusement proportionnelle à cette dernière.*

PHYSIOLOGIE. — *Analyse du mécanisme de l'hyperallantoïnurie observée après la piqûre du quatrième ventricule.* Note de MM. **Angel Establier y Costa** et **Charles Kayser**, présentée par M. Roux.

Nous montrions dans une Note récente (¹) que l'hyperallantoïnurie signalée par Michaelis après piqûre du quatrième ventricule se retrouvait toujours et s'accompagnait de troubles de la régulation thermique. En doit-on conclure, comme on le fait couramment, qu'on a touché soit à un centre végétatif *spécifique*, présidant au métabolisme de cette substance ou de ses générateurs, soit à des fibres issues de ce centre?

Avant d'invoquer l'existence d'un nouveau centre sympathique on doit,

---

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1310.

à notre avis, examiner les deux hypothèses suivantes, susceptibles d'expliquer de façon simple les phénomènes observés : 1° l'hyperallantoïnurie est un *épiphénomène, simple conséquence* des autres troubles physiologiques produits par la piqûre; 2° la piqûre de Claude Bernard modifie simultanément le métabolisme de plusieurs substances, *non pas qu'elle agisse sur plusieurs centres, mais parce que ces métabolismes se trouvent liés,* et que tout facteur qui modifie l'un modifie l'autre. Dans ce cas on ne saurait parler de phénomène primaire ou secondaire mais de métabolismes couplés.

Partant de ces hypothèses de travail nous avons établi, dans une première série de recherches, les relations qui existent entre la polyurie et l'allantoïnurie, ces deux phénomènes apparaissant toujours simultanément après la piqûre. Nous nous sommes demandé si à elle seule la polyurie ne pouvait déclencher l'hyperallantoïnurie, les faits observés par Ch. Kayser et E. Le Breton à propos du retentissement de la polyurie sur l'élimination des oxypurines nous y incitant.

Nous avons donc fait ingérer à des lapins adultes normaux, soumis à un régime constant et ayant une élimination d'allantoïne fixe pour chacun d'eux, des volumes d'eau importants. L'élimination d'allantoïne a été suivie pendant les 24 heures qui suivent l'expérience (tous les dosages sont faits par la méthode de Wiechowski). Voici quelques exemples pris parmi les résultats obtenus après ingestions massives ou fractionnées d'eau :

Numéro de l'animal.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
1........	66	74,8	175 (en 1 fois)	190	173,2	131
2........	45	26,8	150 (en 1 fois)	115	48,3	81
3........	30	34,7	425 (en 4 fois)	321	209,4	503
2 *bis*.....	42	50,4	3,0 (en 3 fois)	371	171,9	241

I. Volume urinaire des 24 heures en centimètres cubes, avant l'expérience. — II. Allantoïne des 24 heures en milligrammes, avant l'expérience. — III. Volume d'eau ingéré en centimètres cubes. — IV. Volume urinaire des 24 heures, après l'ingestion. — V. Allantoïne des 24 heures en milligrammes, après l'injestion. — VI. Augmentation pour 100 de l'allantoïne.

Par ailleurs nous avons étudié les effets, chez des lapins préparés de la même façon, d'une introduction massive de sérum physiologique dans le

péritoine, ou d'injections intraveineuses de solutions sucrées hypertoniques. Exemples :

Les lapins nos 7 et 8 ayant respectivement des volumes urinaires de 60 et 23cm³ et des éliminations journalières de 36,8 et 45mg d'allantoïne, reçoivent chacun une injection intrapéritonéale de 120cm³ de solution physiologique. Dans les 24 heures qui suivent, leurs volumes urinaires deviennent 140 et 165cm³ et leurs éliminations d'allantoïne 63,4 et 98mg,5. Ceci correspond à une augmentation d'élimination d'allantoïne de 72 pour 100 pour le premier et de 119 pour 100 pour le second.

On voit que dans tous les cas, quelle que soit son origine, *la polyurie s'accompagne toujours d'une hyperallantoïnurie considérable* puisqu'elle peut atteindre une valeur qui représente cinq fois l'élimination journalière normale. La liaison paraît inévitable entre les deux phénomènes, que la polyurie soit due à une excitation nerveuse (piqûre) ou à un apport d'eau venant de l'extérieur.

Fait intéressant, dans toutes ces expériences comme dans celles où nous faisions la piqûre de Claude Bernard, nous avons toujours observé en même temps que la polyurie et l'hyperallantoïnurie une *hypothermie marquée*, bien que l'eau ingérée ou injectée fût toujours portée à la température de 38° (1).

Exemples. — Un lapin (température rectale 37°,4) ingère en 8 heures, et en trois fois, 330cm³ d'eau. Sa température est de 35°,4 après les deux premières ingestions, et de 35° après la troisième. Chez un autre animal recevant (ingestion fractionnée) 25cm³ en 3 heures, la température tombe de 36°,6 à 34°,3 pendant que s'installent polyurie et allantoïnurie.

Devons-nous conclure de ces observations que l'hyperallantoïnurie n'est qu'un phénomène secondaire, conséquence de la polyurie, et qu'il en est de même lors de la piqûre du quatrième ventricule? Cette déduction rendrait vraisemblable la première de nos deux hypothèses, mais il serait prématuré de s'y rallier. Il faut préalablement démontrer que l'allantoïne n'est pas diurétique, pour exclure ainsi la seconde de nos hypothèses qui fait appel à des métabolismes couplés. Nos expériences en cours apporteront la réponse à la question posée.

Dès maintenant, les résultats ci-dessus permettent de nier l'existence d'un centre organo-végétatif *distinct* du métabolisme des purines, situé sur le plancher du quatrième ventricule.

---

(1) L'hypothermie après ingestion d'eau tiède a déjà été signalée par Green et Rowntree (1927) chez le chien.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Action des rayons ultraviolets sur le venin de Vipère aspic.* Note de Mme **M. Phisalix** et M. **F. Pasteur**, présentée par M. L. Bouvier.

Les agents physiques, dont l'action sur le venin de Vipère aspic (*Vipera aspis* Lin.) a été jusqu'ici essayée, lui font perdre, soit son action toxique générale seule, tels le courant électrique continu ou alternatif à haute fréquence, la chaleur, la dialyse...), soit, comme l'émanation du radium, toutes ses propriétés biologiques.

Nous avons recherché quelles modifications l'action ménagée des rayons ultraviolets pourrait faire subir aux composants actifs principaux du venin de vipère, *neurotoxine*, qui détermine les paralysies multiples et étendues et entraîne la mort des sujets par arrêt de la respiration, *hémorragine*, qui crée ces lésions locales et à distance, si impressionnantes de l'envenimation vipérique, et *échidno-vaccin*, capable de créer l'immunité antivenimeuse.

Le venin employé provient d'une même provision recueillie sur des vipères capturées pendant le printemps et l'été de 1926, en une même région de la Bourgogne. Desséché, puis conservé au sec et à l'obscurité, il se montre riche en neurotoxine et en hémorragine; un peu moins que normalement en échidno-vaccin. Sa solution à 1 pour 10000 dans l'eau salée physiologique tue la souris à la dose de 1^{cm^3}, soit $0^{mg},10$, par inoculation sous-cutanée, en l'espace de 4 à 5 heures.

Cette solution a été disposée en couche mince de 3 à 4^{mm} dans des coupelles à fond plat en quartz fondu, d'une surface de 50^{cm^2} environ recouvertes de plaques également en quartz ou en verre renovic, qui laissent inégalement passer les rayons ultraviolets.

La distance des solutions venimeuses à la lampe productrice de rayons a toujours été la même, $0^{cm},50$; mais la durée d'irradiation a varié de 15 à 75 minutes. Dans ces conditions, la température des solutions le plus longtemps exposées, et vérifiée au thermomètre, est restée inférieure à 20°, donc très éloignée de celles qui sont nécessaires (70° et au delà) pour détruire la toxicité globale du venin et le transformer en vaccin.

Les diverses solutions irradiées ont été inoculées chacune à un groupe de 6 souris, à des doses qui ont varié de $0^{mg},10$ (dose sûrement mortelle) à $0^{mg},15$. Les témoins ont reçu, dans chaque groupe, les doses correspondantes de la même solution de venin prélevée avant irradiation. Ce n'est qu'après une durée d'irradiation de 30 minutes que les modifications du venin apparaissent. Les résultats que nous avons obtenus peuvent être résumés dans le tableau suivant :

	Durée de l'exposition.	Doses inoculées.	Durée de la survie des sujets à venin irradié.	Durée de la survie des témoins.
	m	mg	h h m	h h
Exp. 1	30	0,15	1 à 1.20	3 à 5
» 2	45	0,15	5 à 6	3 à 5
» 3	50	0,13	3 à 5	3h10m
» 4	70	0,13	2 à 3.10	3h10m

Ainsi, dans aucune de ces expériences, la toxicité globale du venin n'a été diminuée; même dans les groupes 1 et 4, les symptômes d'envenimation ont évolué d'une manière accélérée, car les sujets ayant reçu le venin irradié sont morts avant les témoins, et dans tous les cas avec la symptomatologie complète, et les lésions caractéristiques de l'envenimation vipérique.

Lorsque la dose employée, inférieure à $0^{mg},10$, n'a entraîné la mort ni des témoins, ni des sujets ayant reçu le venin irradié, ces derniers ont résisté *moins longtemps que les témoins* à l'inoculation d'épreuve, faite avec la dose mortelle de venin entier. Les symptômes et les lésions ont été tout aussi marqués.

Les rayons ultraviolets, dans les conditions où nous nous sommes placés, n'ont donc nullement détruit l'*hémorragine* du venin de Vipère aspic, contrairement à ce que Noguchi a observé en 1906 avec le venin de Crotale soumis à l'action photodynamique de l'éosine et de l'érythrosine; ces rayons n'ont pas altéré non plus la neurotoxine, dont l'action s'est montrée aussi intense et plus rapide; mais *ils ont détruit l'échidno-vaccin*, et il a suffi d'une exposition de 30 minutes pour produire cet effet, contraire à celui obtenu en 1911 par L. Massol avec le venin de Cobra, ce qui nous montre que les rayons ultraviolets ne pourraient être utilisés à transformer le venin de vipère en vaccin.

Voici, pour compléter notre travail, les précisions relatives à l'appareil à ultraviolets employé.

Le brûleur en quartz, de la verrerie scientifique, type 4 ampères, courant alternatif, puissance 402 watts aux bornes du brûleur, a été constamment placé, comme nous l'avons dit, à une distance de $0^{m},50$ de la couche liquide à irradier; et l'on a obtenu à travers : 1° *la lame de quartz*, de $2^{mm},4$ d'épaisseur, un rayonnement s'étendant jusqu'à 2300 angströms, le même qu'avec le brûleur à feu; 2° avec le *verre renovic* de $2^{mm},2$ d'épaisseur, jusqu'à 2803 angströms. Le résultat expérimental, étant le même dans les deux cas, démontrerait l'activité spéciale de l'ultraviolet au-dessus de 2803 A. Cette

constatation a son importance pour la preuve de la sélectivité des ondes dans l'ultraviolet, et pour les déductions qu'elle entraîne même au point de vue médical.

Les mesures énergétiques du rayonnement ont été effectuées avec les mêmes dispositions, à l'aide de la pile de Moll, en excluant tous les rayonnements émis en dehors du brûleur même. La puissance totale, étant ramenée à 100, nous avons :

	watts
88 pour 100 dans l'infrarouge	353,76
5 pour 100 dans le visible	10,10
7 pour 100 dans l'ultraviolet	28,14

La lumière produite par le brûleur de quartz, et qui ne contient pas de rouge, n'a qu'une action négligeable dans les limites de temps de l'expérience, et seuls les 28 watts de l'ultraviolet ont suffi à détruire l'antigène du venin, sans modifier son pouvoir toxique.

MÉDECINE. — *Sur la chaleur dégagée par la d'Arsonvalisation diathermique au moyen d'électrodes spongieuses : graves inconvénients de ces électrodes.* Note [1] de M. **Bordier**, présentée par M. d'Arsonval.

On sait que dans le phénomène découvert par M. d'Arsonval [2] les milieux électrolytiques ou colloïdaux, de même que les tissus vivants, soumis aux courants de haute fréquence, se comportent, d'après l'auteur, à la fois comme une *résistance* et comme une *capacité*, si bien que les indications du milliampèremètre ne sont pas du tout en rapport avec la chaleur dégagée. M. Fabry a expliqué par le calcul que le courant de conduction produisait seul de la chaleur, tandis que le courant de condensation était, au contraire, déwatté.

J'ai cherché à voir ce qui se passait avec les solutions de NaCl qui servent à imbiber les électrodes spongieuses dont l'usage est assez répandu en diathermothérapie. Des expériences préalables m'ont permis de reconnaître que l'échauffement du milieu constituant ces électrodes acquiert une valeur d'autant plus forte pratiquement que la concentration en sel est plus faible : à partir de 25g pour 1000, pourtant, la chaleur dégagée n'est pas trop grande et peut être supportée par le patient. Avec une solution à 100 pour 1000, l'élévation de température est encore moins marquée.

Voici quelques nombres se rapportant à un tissu spongieux pris sous 8 épaisseurs de 8 sur 10cm et imbibé de solutions de NaCl dans l'eau ordi-

(1) Séance du 13 février 1928.

(2) Séance du 18 juillet 1927 de l'Académie des Sciences.

naire, c'est-à-dire dans les conditions mêmes de la pratique électrothérapique.

La quantité de liquide absorbé a été la même (40^{cm^3}) dans chaque expérience. Intensité lue sur le milliampèremètre, 2000 milliampères; durée, 4 minutes.

Titre de la solution (pour 1000).	Échauffement.	Température atteinte.
1,25	36°,5	54°
2,5	29	47
7	12	36,5
25	5	24,5
37,5	4	23
50	3	22
100	2	21

Avec les solutions de 50 à 100 pour 1000, l'échauffement est pratiquement négligeable. En Angleterre, on emploie une solution faite avec deux cuillerées à soupe de sel pour une pinte d'eau, soit environ 40 pour 1000.

Si l'on utilise ces électrodes pour l'application de la d'Arsonvalisation diathermique sur un malade, on arrive à faire passer un courant extraordinairement fort : par exemple en appliquant une électrode spongieuse de 20 sur 22^{cm} imbibée d'une solution à 100 pour 1000, sur la région épigastrique, pendant qu'une large électrode métallique est placée sur la région lombo-sacrée; l'intensité peut atteindre facilement 5000 milliampères sans que le patient accuse une sensation de chaleur bien sensible sous l'électrode humide. Après 40 minutes, la chaleur diathermique dans le corps du malade soumis à l'action des oscillations électriques de haute fréquence n'apparaît pas : le malade ne transpire pas, son pouls ne s'est pas accéléré. Sous l'électrode, la peau n'est même pas rouge. Au contraire, si l'on remplace l'électrode spongieuse par une électrode métallique en étain souple, les effets calorifiques se manifestent après 7 ou 8 minutes, même avec une intensité de 3000 milliampères. Après 20 minutes, la sueur coule abondamment, le pouls devient rapide et les mouvements respiratoires s'accélèrent : il y a donc entre les deux techniques une différence considérable dans les effets physiologiques et par conséquent aussi dans les effets thérapeutiques de la diathermie.

J'ai cherché à voir si les mêmes constatations pourraient être faites en remplaçant le corps humain par un matelas poreux formé de 48 épaisseurs de tissu spongieux imbibé de la solution physiologique à 7 pour 1000 : ce

matelas était placé sur une plaque métallique reliée à l'un des pôles de l'appareil de diathermie et l'électrode spongieuse imbibée de sel à 100 pour 1000 était séparée du matelas par une feuille de papier buvard épais; sur cette électrode on disposait une plaque métallique reliée à l'autre borne de l'appareil et surchargée d'un poids de 500^g. Un thermomètre pouvait être enfoncé au centre du matelas ou de l'électrode spongieuse. L'intensité était portée à 2500 milliampères et maintenue pendant 8 minutes. Dans ces conditions, on a constaté à l'intérieur du matelas, une température de 49°, correspondant à un échauffement de 31°, et sous l'électrode spongieuse, une température de 23° correspondant à un échauffement de 5° seulement.

La même expérience a été faite en supprimant l'électrode spongieuse et en plaçant la plaque d'étain directement sur le papier buvard avec le même poids de 500^g : la température à l'intérieur du matelas était de 78° après 8 minutes avec la même intensité de courant : l'échauffement a donc été ici double de celui de l'expérience précédente.

Il résulte de ces constatations que l'emploi d'électrodes spongieuses imbibées de solutions salines de 50 à 100 pour 1000 ne permet pas d'obtenir, en thérapeutique, des effets comparables à ceux que fournit la d'Arsonvalisation diathermique appliquée à l'aide d'électrodes métalliques souples : l'absence de chaleur dans le milieu spongieux traversé par le courant de haute fréquence s'explique là encore par la prédominance dans ce milieu d'un courant de condensation, courant déwatté. Le milliampèremètre donne donc un renseignement erroné, parce que la loi de Joule ne s'applique pas, c'est-à-dire que les effets calorifiques ne dépendent ni de la résistance électrique du milieu, ni de l'intensité du courant, et ne peuvent être par conséquent ni appréciés ni calculés d'après les indications de l'ampèremètre thermique.

On doit donc, pour obtenir des résultats thérapeutiques marqués, et sur lesquels on peut compter par la d'Arsonvalisation diathermique, se servir exclusivement d'électrodes métalliques souples et abandonner l'usage des électrodes spongieuses humides, conformément aux indications données par M. d'Arsonval dès le début.

MÉDECINE. — *Un test automatique pour la sensibilité de la peau.* Note (1) de M. **Jean Saidman**, présentée par M. d'Arsonval.

L'application médicale des rayons ultraviolets soulève deux difficultés, l'une d'ordre physique, concernant la mesure de l'énergie ultraviolette impressionnant l'organisme humain, l'autre physiologique, concernant l'inégalité des réactions de la surface cutanée. Sans soulever ici le problème de la mesure de ces rayons, nous remarquerons que deux applications identiques, faites avec la même lampe, fonctionnant sous le même régime, tandis qu'un appareil de mesure enregistrerait les mêmes doses, peuvent ne produire aucune modification apparente chez un individu et une réaction cutanée très violente chez un autre, sans qu'un signe clinique puisse faire prévoir la façon dont réagira la peau. C'est l'écueil qui rendait jusqu'à présent peu utile l'emploi en actinothérapie des appareils de mesure pour le rayonnement ultraviolet.

Il n'existe qu'un seul procédé pour connaître la sensibilité des téguments du malade que l'on se propose d'irradier : il consiste à exposer des petites surfaces à l'action de la source utilisée et à observer après quelques heures l'effet produit par le rayonnement. Plusieurs petits tests avaient été imaginés dans ce but : ils comportent 3-6 orifices que l'on ouvre à la main ou avec une tirette. Leurs inconvénients communs sont d'une part l'insuffisance du nombre des orifices (car les variations de la dose érythème d'un sujet à l'autre peuvent dépasser la proportion de 1 à 20) et d'autre part l'obligation d'être à côté du test pour obturer les orifices. Aussi leur emploi ne s'est pas répandu.

Nous avons pensé que la multiplication du nombre des orifices répondrait mieux aux différences individuelles et qu'un obturateur automatique s'imposait, si l'on voulait en rendre l'emploi pratique en n'immobilisant pas une personne pour la manœuvre. C'était d'ailleurs le seul procédé pour explorer simultanément la sensibilité de la peau sur plusieurs parties du corps.

Nous nous sommes arrêté au nombre de 18 orifices, des essais préliminaires avec 10 orifices s'étaient montrés insuffisants. Ils ont été choisis de formes différentes, l'expérience ayant prouvé qu'il est parfois malaisé de reconnaître à quelles durées d'exposition correspondent les orifices ronds précédemment employés.

(1) Séance du 13 février 1928.

Le test sensitométrique comprend donc une plaque mobile (pouvant être stérilisée), creusée à l'emporte-pièce de 18 orifices groupés sur deux cercles concentriques. Ceux placés sur le cercle intérieur disposent ainsi de plus d'espace et sur le cercle extérieur on a pu faire à l'emporte-pièce des chiffres qui indiquent les temps d'exposition correspondants.

Le mouvement d'horlogerie actionne un disque en segment de cercle qui couvre successivement les orifices, le premier après une minute, le second après deux minutes, etc., jusqu'au dernier couvert en 18 minutes. Ce procédé d'obturation a été adopté en raison de sa simplicité, puisqu'il a suffi de remplacer l'aiguille à minutes d'une pendulette par un secteur métallique. Exceptionnellement, pour des temps d'exposition plus variés ou pour des champs d'exposition plus petits, nous faisons déplacer une plaque rectangulaire par l'intermédiaire d'un pignon et de roues dentées permettant d'obtenir plusieurs vitesses.

Le test, muni en outre d'un actinomètre pour enregistrer les doses de rayonnement perçues à son niveau, se prête à de multiples applications :

1° Avant tout traitement par les rayons ultraviolets, on peut savoir à partir de quelle exposition le rayonnement produit un érythème se traduisant par l'apparition de marques rouges (ayant la forme des orifices) sur la peau. Dans les traitements où l'on cherche à éviter toute réaction superficielle, il faut rester au-dessous de cette dose (on commence par exemple avec un tiers ou la moitié du temps d'exposition du seuil d'érythème). Dans les cures où l'érythème est nécessaire, il est facile de choisir parmi les marques du test, les temps qui correspondent à une réaction légère (érythème de premier degré, très fugace), moyenne (second degré, avec prurit, desquamation et pigmentation marquée) ou violente (troisième degré avec vésication), ces réactions ayant chacune leurs indications particulières.

2° Le test permet les recherches physiologiques sur les différences de sensibilité de la peau d'une région à l'autre, d'un jour à l'autre ou pour déceler les modifications produites par divers médicaments. Selon que la dose nécessaire pour provoquer le seuil d'érythème est plus ou moins élevée, on peut tirer certaines conclusions sur le fonctionnement du système nerveux sympathique; selon que les marques du test persistent plus ou moins longtemps on peut être renseigné sur la persistance des réactions vasomotrices.

3° Le test se prête aux recherches sur le pouvoir bactéricide des rayons, en le plaçant au-dessus d'une boîte de Petri. La vitesse de l'obturateur étant convenablement réglée, on obtient tous les degrés entre les microbes nor-

maux et ceux héliocutés (cette expression de D. Berthelot désigne les microbes tués par la lumière).

4° En outre, des temps d'exposition progressive sont utiles dans certains travaux photochimiques sur les colorants et nous ont servi par exemple à mesurer l'intensité d'un rayonnement, d'après le virage d'une solution de nitrate de paraphénylène-diamine, dont la sensibilité à la lumière est sélective dans l'ultraviolet (3200-2500 angströms).

MÉDECINE. — *Technique et résultats du traitement de l'angine de poitrine par la radiothérapie.* Note (¹) de MM. **Barrieu** et **Nemours-Auguste** (²), présentée par M. d'Arsonval.

Poursuivant nos recherches sur le traitement de l'angine de poitrine par la radiothérapie, nous avons mis au point la technique suivante, mais nous devons signaler que celle-ci ne doit servir que de base, car la dose de rayons X qu'il faut utiliser varie selon les cas. Pour les sujets épais, nous augmentons la filtration; et la fréquence ou l'intensité des crises modifiera également la dose.

Technique. — Généralement nous procédons ainsi :

Étincelle	Équivalente à 25cm.
Filtre	5 à 7mm d'aluminium.
Ampérage	2 Ma.
Distance A. P.	30cm.

Nous faisons des applications antérieures et postérieures.

Le champ antérieur est de 10 × 10cm, centré sur la partie interne du deuxième espace intercostal gauche.

Le champ postérieur est divisé en deux : une partie supérieure qui va de la nuque à la sixième cervicale, et une partie inférieure qui va de la première dorsale à la sixième dorsale.

Nous traitons alternativement chaque champ, et la fréquence des séances est de trois fois par semaine, chacune de 20 minutes environ.

Il faut trois à quatre semaines pour obtenir la disparition des crises.

Résultats. — Ils sont immédiats : dès la première ou la seconde séance, le malade éprouve un soulagement. Ils sont durables : notre premier malade n'a plus eu de crise depuis un an.

(¹) Séance du 13 février 1928.

(²) Voir *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 121. Ouverture du pli cacheté n° 9829.

Le traitement est d'une inocuité absolue, la seule précaution à prendre est de protéger le corps thyroïde.

Notre statistique s'élève aujourd'hui à sept cas traités. Nous avons obtenu cinq fois la disparition totale des crises et deux fois un succès partiel mais indiscutable.

La radiothérapie a été employée à l'exclusion de tout autre moyen thérapeutique, et nous avons intentionnellement écarté les toni-cardiaques, les anti-syphilitiques qui, dans trois cas, auraient pu être mis en œuvre; ainsi que les autres modes de traitement comme la d'Arsonvalisation thermo-pénétration dont l'influence sédative aurait pu nous aider dans de notables proportions.

Indications. — Tous les syndromes angineux relèvent de la radiothérapie. Dans les cas traités, trois fois le syndrome était pur, c'est-à-dire que nous n'avons relevé cliniquement et radioscopiquement aucune lésion organique; trois fois il y avait une insuffisance aortique et une fois une aortite.

L'insuffisance cardiaque ne constitue pas une contre-indication à ce mode de traitement, car deux fois il existait une insuffisance ventriculaire gauche marquée, et nous n'avons noté aucune aggravation.

La radiothérapie nous paraît être également indiquée dans certaines arythmies extra-systoliques, dans toutes les sensations douloureuses cardiaques, les palpitations, le syndrome de cœur irritable et la tachycardie paroxystique.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Maladies bactériennes chez les chenilles de la pyrale du maïs* (Pyrausta nubilalis *Hübn.*). Note de MM. **S. Metalnicov** et **V. Chorine**, présentée par M. Roux.

La Pyrale du maïs (*Pyrausta nubilalis* Hübn.), qui s'est introduite dans ces dernières années dans l'Amérique du Nord, s'y est répandue rapidement causant de grands dégâts. En Europe, où son expansion reste généralement limitée, il existe certainement des facteurs gênant son développement comme par exemple : les insectes auxiliaires, les maladies microbiennes, etc. Dernièrement Roubaud [1] a reconnu expérimentalement qu'aux environs de Paris, Pyrausta choisit l'armoise vulgaire (*Artemisia vulgaris* L.) de préférence au maïs.

---

[1] *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1158.

A l'automne (septembre-octobre) de 1927, notre attention a été attirée par le pourcentage assez élevé des chenilles malades et mortes de Pyrausta trouvées à l'intérieur des tiges d'armoise. Nous n'avons pas observé de vraies épidémies et c'est bien compréhensible, parce que les chenilles, depuis leur plus jeune âge, vivent séparément les unes des autres.

De novembre à février, le nombre des chenilles malades diminue sensiblement et nous n'en avons trouvé que quelques-unes sur plusieurs centaines.

Paillot (¹) a observé la maladie chez les chenilles de Pyrausta, provoquée par un protozoaire. Zwölfer (²) de même a trouvé des chenilles malades.

L'analyse microscopique du sang des chenilles malades ou mortes, nous a montré toujours la présence d'un nombre immense de microbes parfois en culture pure, parfois associés deux ou trois à la fois.

En ensemençant le sang des chenilles malades sur la gélose ordinaire, nous avons pu obtenir, parfois du premier coup, les cultures pures des microbes en question. Parmi plusieurs cultures de microbes obtenues, certaines, après l'analyse de leurs propriétés biologiques, ont été trouvées semblables, et il nous reste définitivement neuf espèces différentes, bien définies de microbes, dont nous donnerons prochainement l'analyse complète.

Deux de ces microbes se montrèrent très pathogènes pour les chenilles de Pyrausta par injection, ainsi que par la contamination des chenilles *per os*. Les autres microbes ne les tuent qu'injectés dans le sang.

1° Le premier microbe virulent est un coccobacille, dont la dimension est variable suivant le milieu ; dans la culture sur gélose, il ne dépasse pas 2^{μ}; dans le sang des chenilles infectées, on trouve des éléments à coloration polaire mesurant jusqu'à 4^{μ}. Il ne prend pas le Gram et ne forme pas de spores. Il est anaérobie facultatif. Il liquéfie rapidement la gélatine. Il coagule le lait au bout de 24 heures. Il ne forme pas d'indol. Il provoque l'hémolyse du sang et fait fermenter avec production du gaz : le glucose, le lévulose, le galactose, le lactose, le saccharose, le maltose, la mannite et la glycérine. Ce microbe se rapproche du *Bacterium sphigidir* et *Bacterium noctuarum* de White (³).

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 672.

(²) *Arbeiten aus der Biolog. Reichstanstalt für Land- und Forstwirtschaft*, 15, III, 1927, p. 355.

(³) *Journ. of Agr. Research*, 25, x, 1923, p. 477 et 487 (Washington).

2° Le deuxième microbe est un petit vibrion, mobile non sporulé, Gram négatif dont la dimension ne dépasse pas 3µ. Il est anaérobie facultatif. Il ne liquéfie pas la gélatine, ne coagule pas le lait et n'hémolyse pas le sang. Il ne forme pas d'indol. Ce microbe fait fermenter avec production de gaz : le glucose, le lévulose, le galactose, le lactose, le saccharose, la mannite et la glycérine; sans action sur le maltose. Par certaines de ses propriétés, il se rapproche du *Coccobacillus acridiorum* d'Hérelle (¹); l'analyse sérologique nous montre encore plus de différence; le sérum anti-*coccobacillus acridiorum* ne fait pas agglutiner notre microbe.

Les autres microbes ne présentent pas autant d'intérêt, à cause de leur moins grande virulence et nous en donnerons l'analyse dans la suite.

Nos expériences de contamination des chenilles ont été faites surtout avec le premier microbe. Une culture de 24 heures dans le bouillon ordinaire de ce microbe, injectée dans le sang à la dose de $\frac{1}{200}$ de centimètre cube, tue les chenilles dans la proportion de 100 pour 100, dans l'espace de 3 à 4 heures: l'injection de $\frac{1}{200}$ de centimètre cube de sang pris sur une chenille gravement malade fait mourir les chenilles de Pyrausta en 1 heure et demie à 3 heures, à la température du laboratoire.

Ce qui est plus intéressant, c'est que ce microbe peut infecter les chenilles de Pyrausta *per os*. Les chenilles normales de Pyrausta mises dans un bocal en présence de morceaux de tige d'armoise mouillée par la culture de microbe, perçant les trous à l'intérieur de la tige, s'infectent et 60 à 70 pour 100 meurent au bout de 1 ou 2 jours. Le sang des chenilles malades ou mortes contient une grande quantité de microbes ayant servi à les infecter.

Nous citerons une de nos très nombreuses expériences :

14 *novembre* 1927. — Les morceaux de la tige d'armoise ont été mouillés par une émulsion épaisse de ce microbe (une culture de 24 heures sur gélose émulsionnée dans 2^{cm^3} d'eau physiologique). Ces morceaux ont été mis ensuite dans un bocal contenant douze chenilles de la Pyrale du Maïs; 24 heures après, quatre de ces chenilles ont été trouvées mortes; 48 heures après, trois autres également; cinq chenilles survivent. L'expérience a été faite à la température de 30°. La culture de microbe qui a servi à la contamination a été isolée du sang de chenilles mortes.

Des résultats tout à fait analogues ont été obtenus avec le deuxième microbe.

(¹) *Comptes rendus*, 152, 1911, p. 1413, et *Ann. Inst. Past.*, 28, 1914, p. 280 et 387.

Ces faits nous ont démontré les possibilités d'application de ces microbes dans la lutte contre la Pyrale dans la nature, et nos expériences ont eu pour but de trouver les conditions qui sont le plus favorables à l'infection des chenilles. De même, l'étude des divers facteurs agissant sur la virulence des microbes (passage, divers milieux spéciaux) a été faite et nous avons pu exalter la virulence de nos microbes et augmenter la mortalité des chenilles en les infectant *per os* jusqu'à 95 à 100 pour 100.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Les facteurs de répartition géographique du* Plasmodium vivax *et du* Plasmodium præcox. Note de M. F. **Picard**, présentée par M. F. Mesnil.

En 1918, à propos de la découverte que j'avais faite dans le midi de la France d'un des premiers cas de tierce maligne incontestablement autochtone, j'exposai, en collaboration avec A. Lagriffoul (1), ma façon de comprendre la répartition géographique des deux tierces. Je me proposais de réfuter une opinion très répandue à ce moment, et qui m'avait été opposée, à savoir que le climat de la France était défavorable au maintien du *Plasmodium præcox* dans l'*organisme humain*, et que l'absence de la tierce maligne dans notre pays était la conséquence de la disparition rapide du parasite dans le sang du malade. Pour bien montrer quel état d'esprit régnait chez les spécialistes et combien ils étaient encore loin d'entrevoir la véritable solution de la question, il me suffira de rappeler l'objection que nous faisait M. Marchoux :

« MM. Lagriffoul et Picard sont-ils à même de nous expliquer pourquoi le *præcox* est seul en jeu dans la zone tropicale, pourquoi, malgré les très nombreux cas d'importation en France, cette forme du parasite du paludisme n'existe pas chez nous, et pourquoi, dans la zone subtropicale, les deux, et parfois les trois formes de l'Hématozoaire de Laveran se rencontrent? (2) »

Nous répondîmes à cette question en nous basant, d'une part sur ce que l'on connaissait à ce moment de l'influence de la température sur l'évolution des

(1) A. **Lagriffoul** et F. **Picard**, *Mode d'action du climat sur la répartition géographique du paludisme* (*Bullet. Soc. pathol. exot.*, 11, février 1918, p. 73).

(2) L. **Marchoux**, *Ibid.*, 11, 9 janvier 1918, p. 2.

différents *Plasmodium* dans le Moustique, grâce aux expériences, entre autres, de King et de Mitzmain, d'autre part sur les dates d'apparition des deux tierces suivant les climats. Nous remarquions que le *P. vivax* pouvait se développer dans l'Anophèle par une température assez basse pour tuer les oocystes du *præcox*. Ce dernier trouvait en toute saison, dans la zone tropicale, des conditions favorables, et la tierce maligne ponvait s'y contracter toute l'année. Au contraire, dans la région méditerranéenne, le *præcox* est à la limite de son habitat; ce n'est qu'en été qu'il se développera rapidement. Il donnera surtout des infestations automnales, parfois tardives, parce que les sporozoïtes sont moins sensibles au froid que les oocystes et se maintiennent longtemps vivants à des températures assez basses. Le Moustique pourra donc se maintenir infectant à une période de l'arrière saison où il ne serait plus infectable. Mais le *præcox* n'occasionnera jamais d'infestations printanières. Plus au Nord, les besoins thermiques de ses oocystes seront de moins en moins satisfaits, et l'espèce se maintiendra de moins en moins aisément. Le *P. vivax*, par contre, se contente d'une température plus modérée. Il accompagne le *præcox* dans la zone tropicale, est infectant dès le printemps dans la région méditerranéenne et persiste seul plus au Nord, mais en devenant estivo-automnal, comme l'est le *præcox* en Macédoine ou en Algérie.

Cette théorie, la seule qui soit en rapport avec la répartition géographique, heurtait tellement les opinions reçues en 1918, qu'elle fut aussitôt fortement combattue par Roubaud ([1]).

« Cette interprétation séduisante et *a priori* logique, disait-il, ne me paraît pas, telle qu'elle est formulée, en accord absolu avec les faits expérimentaux. En réalité, il ne ressort pas nettement des expériences réalisées jusqu'ici que le *præcox* ait besoin d'une température moyenne plus élevée que le *vivax*. Dans les expériences que j'ai réalisées dernièrement à Paris, je n'ai observé aucune différence appréciable de la sensibilité absolue du *vivax* ou du *præcox* chez l'*Anopheles maculipennis* à la chaleur. Au point de vue expérimental strict, les conditions de transmission, et par suite d'existence, de cette forme fébrile sont très nettement assurées en France. »

En revanche, cet auteur expliquait l'absence de *P. præcox* en France par une concurrence entre les deux espèces, explication peu nette, et d'ailleurs valable pour tous les climats.

Je suis donc particulièrement heureux de constater qu'après un intervalle

---

([1]) E. Roubaud, *Bullet. Soc. pathol. exoct.*, 11, février 1918, p. 78.

de 10 ans, Roubaud (¹) apporte une confirmation à la théorie que j'ai énoncée pour la première fois sous une forme claire en 1918, et contre laquelle il avait cru devoir s'élever. Je me félicite que ses nouvelles expériences lui paraissent beaucoup plus favorables à ma façon de voir que celles sur lesquelles il s'était basé en 1918. Il se prévaut maintenant des expériences de King et de Mitzmain sur lesquelles je m'étais appuyé, et qui, à cette époque, ne lui paraissaient pas de nature à étayer mon point de vue.

Je ferai seulement remarquer que Roubaud a apporté une précision nouvelle, très importante, c'est l'opposition existant entre les pays où la déviation animale se fait sentir et les autres, au point de vue du rôle pratique de la conservation du virus en hiver dans le corps de l'*Anopheles*.

La séance est levée à 16h30m.

E. P.

(¹) E. Roubaud, *Sur l'inaptitude du* Plasmodium præcox *à l'évolution hivernale chez l'*Anopheles maculipennis, *et ses conséquences épidémiologiques pour l'Europe septentrionale* (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 329).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de décembre 1927 (*suite et fin*).

*L'*Adonis Vernalis; *étude chimique et pharmacodynamique*, par Léon J. Mercier et Fernand Mercier. Paris, *Revue de pharmacologie et de thérapeutique expérimentale*, novembre 1927; 1 vol. 27^{cm}. (Présenté par M. Charles Richet.)

Commission internationale pour l'exploration scientifique de la mer Méditerranée. Faune et flore de la Méditerranée. Paris, Institut océanographique, 1927; 1 cahier de planches, 30^{cm}.

Le chant humain, par A. Thooris van Borre Paris, Amédée Legrand, 1927; 1 vol. 23^{cm}. (Présenté par M. d'Arsonval.)

Experimental Rickets, investigations on the Growth-Promoting, fat-soluble vitamin, specially elucidated by its relation to experimental rickets, par Poul Freudenthal. Copenhagen, Levin et Munksgaard, 1927; 1 vol. 25^{cm},5.

Nouvelle théorie de l'écoulement des eaux pluviales d'un plan incliné, par Alfred Vitols. Riga, Imprimerie d'État, 1927; 1 fasc. 21^{cm},5. (Extrait de *Acta Universitatis Latviensis*, XVI, 1927.)

Nouvelles recherches expérimentales sur le comportement sexuel de « Coprinus Micaceus », par René Vandendries. Bruxelles, Hayez, 1927; 1 vol. 29^{cm},5.

Zahlentheoretische Notizen, von Trygve Nagell, in *Norsk Mathematisk Forenings skrifter*, 1927; I, 17. Oslo, Gröndahl of Söns Boktrykkeri; 1 fasc. 24^{cm}.

Les synthèses totales en chimie organique, par Émile Lenoble, avec une préface de M. C. Matignon. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 27^{cm}.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 FÉVRIER 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Théorie cinétique d'un gaz au voisinage d'une paroi. Position du problème mathématique.* Note de M. **Marcel Brillouin**.

Paroi. — Je suppose que les rayons de courbure mesurable de la paroi sont très grands par rapport aux distances moyennes et aux chemins moyens des molécules du gaz. Cherchant seulement à préciser le rôle de la paroi, je la supposerai grossièrement plane.

La paroi intervient par sa forme géométrique fine, et par le champ de forces moléculaires qui en émane; structure rigoureusement ou statistiquement périodique, suivant qu'il s'agit de faces cristallines de clivage ou de surfaces fondues, avec superposition d'ondulations grossières pour les surfaces travaillées.

Rôle de la paroi. — On peut attribuer à la paroi (x, y), comme l'a déjà proposé Maxwell en 1868, un double rôle.

I. La paroi peut réfléchir, par choc ou action progressive du champ de force, chaque molécule incidente suivant une loi rigoureusement définie; la probabilité de vitesse après réflexion est alors entièrement définie par la probabilité de la vitesse incidente, et les circonstances moléculaires du choc. Pour définir celles-ci, on pourra, dans le cas du choc pur, employer la direction de la ligne de jonction du centre de la molécule mobile au centre de la molécule pariétale qu'elle choque, au moment du renversement de vitesse, ou une donnée analogue dans le cas des rencontres, ce qui fait deux paramètres si les molécules gazeuses et pariétales sont supposées isotropes. Une circonstance qui complique la relation entre la vitesse réfléchie et la vitesse incidente, — sans augmenter le nombre des paramètres néces-

saires — provient de ce que la rugosité moléculaire de la paroi est assez accentuée pour que le changement de signe de la vitesse normale ne se produise *souvent* qu'après un deuxième choc, presque simultané, par une des molécules pariétales *contiguës* de la première choquée.

II. Les molécules gazeuses incidentes peuvent être absorbées (comme par solution), suivre à l'intérieur de la paroi une route prolongée, et ralentie, en un mot prendre, pour une durée que nous ne savons pas définir, le mouvement d'ensemble de la paroi; puis être de nouveau *émises* par celle-ci, suivant une loi de direction entièrement définie par la paroi, sans aucune relation avec celle des molécules incidentes au même instant, sous la seule condition d'égalité de nombre total.

Il faut donc distinguer, pour les molécules dont la vitesse normale à la paroi w' est positive (qui rentrent dans le gaz), deux lois de probabilité, dont l'importance relative caractérise la paroi.

I. Choc ou rencontre : $\Pi_{\mathrm{I}}(u, v, w_-, u', v', w'_+, \alpha, \beta)\, du \ldots du' \ldots d\alpha\, d\beta$.

II. Absorption : $\Pi_{\mathrm{II}}\,(uvw)\, du\, dv\, dw$; émission : $\Pi_{\mathrm{III}}(u'v'w'_+)\; du'\, dv'\, dw'$.

Tout ceci pour $z = 0$, plan auxiliaire *géométrique*, qui définira désormais la paroi.

Nous n'avons actuellement pas de vues suffisantes sur l'absorption superficielle pour pouvoir déterminer Π_{II} ou Π_{III}, sauf quelques indications de symétrie. On peut aller plus loin pour Π_{I} dans le cas du choc.

Couche gazeuse, voisine de la paroi. — Au voisinage immédiat de la paroi, la distribution des vitesses dépend trop de la paroi pour qu'on puisse la définir par *une seule* fonction continue. Il y a, suivant la provenance des molécules, une véritable discontinuité de probabilités à la paroi même; cette discontinuité persiste, en s'atténuant peu à peu à mesure qu'on s'en éloigne (Kundt et Warburg, *Pogg. Ann.*, 1874-1875), pour aboutir au loin à la loi de distribution de Maxwell complétée, pour tenir compte des glissements, et des inégalités de température (Brillouin, *Ann. Ch. Ph.*, 1900; Chappmann, *Ph. Tr.*, 1912, 1916, 1917; Enskog, *Phys. Z.*, 1911, 1917; Jones, *Ph. Tr.*, 1922; Rocard, *Ann. Ph.*, 1927). Le point délicat est de savoir comment écrire ces circonstances de manière à éviter les faux raisonnements de continuité introduits en dérivant, sans trop compliquer les calculs. Voici le mode d'écriture que je propose, laissant à d'autres le soin d'en développer les conséquences.

Je suppose la paroi immobile.

Il faut considérer séparément trois sortes de molécules dans un élément de volume :

1° *Molécules qui arrivent dans l'élément de volume, en tous sens, venant de la masse gazeuse, sans avoir touché la paroi depuis leur dernier choc gazeux.* $\mathbf{F}(u, v, w, x, y, z)\,du\ldots dz$, cette probabilité *n'est pas isotrope*. La probabilité est grossièrement périodique en x, y pour z petit. La probabilité des u, v, positives et négatives peut différer s'il y a un mouvement d'ensemble U, V du gaz (c'est en $u - \mathrm{U}$, $v - \mathrm{V}$ que la symétrie existe).

2° *Molécules qui émanent directement de la paroi, sans avoir choqué aucune molécule gazeuse dans l'intervalle.* Je désigne leur vitesse pour u', v', w'; w' est toujours positif. Le nombre de ces molécules décroît très vite à mesure que z augmente, et les directions probables se concentrent de plus en plus près de la normale à la paroi.

Soient $\mathbf{K}_{\mathrm{I}}(u', v', w', x, y, z, t)\,du'\,dv'\,dw'\,dz\,dt$ et $\mathbf{K}_{\mathrm{III}}$ les probabilités de choc, dans l'épaisseur dz, entre une molécule de l'espèce I, ou de l'espèce III, et les molécules de toute espèce. Ces molécules sont perdues pour l'espèce I, ou III, et vont grossir le nombre des molécules de l'espèce O. Soient $\mathrm{N}_0(z)$, $\mathrm{N}_{\mathrm{I}}(z)$, $\mathrm{N}_{\mathrm{III}}(z)$ les nombres totaux de molécules de chaque espèce à la distance z, à l'époque t.

Il n'y a pas de vitesse d'ensemble dans le sens z, et je suppose la vitesse quasi uniforme dans le sens x ou y.

On aura, dans la tranche dz, en dt,

$$\frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\Pi_{\mathrm{I}}) = -\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\mathrm{Z}\frac{\partial \Pi_{\mathrm{I}}}{\partial w'} - w'\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\Pi_{\mathrm{I}}) - \mathrm{N}_{\mathrm{I}}\Pi_{\mathrm{I}}\mathbf{K}_{\mathrm{I}} \tag{1}$$

pour la vitesse u', v', w'_z. En même temps, le nombre total N_{I} a changé suivant la loi

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{N}_{\mathrm{I}} = -\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\overline{w'}) - \int_0^\infty \mathrm{N}_{\mathrm{I}}\Pi_{\mathrm{I}}\mathbf{K}_{\mathrm{I}}\,dw'. \tag{2}$$

Deux équations semblables pour le groupe III, (3) et (4).

Quant au groupe O les équations sont

$$\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{N}_0 = -\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{N}_0\overline{w}) + \int_0^\infty (\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\Pi_{\mathrm{I}}\mathbf{K}_{\mathrm{I}} + \mathrm{N}_{\mathrm{III}}\Pi_{\mathrm{III}}\mathbf{K}_{\mathrm{III}})\,dw', \tag{5}$$

et pour chaque u, v, w,

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{N}_0\mathbf{F}) = {} & -\mathrm{N}_0\mathrm{Z}\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial w} - w\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{N}_0\mathbf{F}) + \mathrm{N}_0^2\mathcal{K}_{00} + \mathrm{N}_0\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\mathcal{K}_{0\mathrm{I}} + \mathrm{N}_0\mathrm{N}_{\mathrm{III}}\mathcal{K}_{0\mathrm{III}} \\ & + \mathrm{N}_{\mathrm{I}}^2\mathcal{K}_{\mathrm{I},\mathrm{I}} + \mathrm{N}_{\mathrm{I}}\mathrm{N}_{\mathrm{III}}\mathcal{K}_{\mathrm{I},\mathrm{III}} + \mathrm{N}_{\mathrm{III}}^2\mathcal{K}_{\mathrm{III},\mathrm{III}};\end{aligned} \tag{6}$$

$\mathcal{K}_{ij}(u, v, w, z, t)\,du\,dv\,dw\,dz\,dt$ indique suivant une notation abrégée,

presque identique à celle employée dans mon mémoire de 1900 (§ 9 et 10) l'accroissement de probabilité de la vitesse u, v, w par les chocs entre molécules des groupes i et j.

L'ensemble de ces six équations déterminera les distributions **F**, Π_{I}, Π_{III}, et les densités N_0, N_I, N_{III}, dans la couche voisine de la surface, quand on connaîtra en outre les conditions frontières, $z = \infty$, $z = 0$.

Conditions aux limites. — Dans la masse gazeuse, $z = \infty$, $\Pi_I = 0$, $\Pi_{III} = 0$, **F** de Maxwell pour la distribution de vitesses d'ensemble et de températures qui règne à quelque distance de la paroi (par exemple § 14 de mon Mémoire de 1900).

A la paroi $z = 0$

$$\mathbf{F} = 0 \quad \text{pour } w > 0;$$
$$\mathbf{F} \text{ inconnu} \quad \text{pour } w < 0.$$

Choc. — Il faudra écrire l'équation de probabilité de choc entre une molécule incidente (**F** pour $w < 0$) et une molécule de la paroi, *en tenant compte de la rugosité moléculaire de la paroi, et de l'agitation thermique non isotrope des molécules superficielles de la paroi*, telle qu'on peut la tirer de la théorie moléculaire moderne des solides.

Lorsque la vitesse réfléchie sera encore négative ou dirigée vers une molécule contiguë (ce qui arrive pour une fraction importante des incidences), il faudra évaluer, avec les mêmes précautions, l'effet de la seconde réflexion, qui, toujours, donnera une vitesse normale positive.

On obtiendra ainsi la relation entre $\mathbf{F}(w < 0)$ et $\Pi_I(u'v'w', z = 0)$.

Si ce mécanisme intervient seul, on aura en outre $N_I(z=0) = N_0(z=0)$.

Absorption. — On devra se donner, comme propriété du solide, le rapport de $N_{II}(z=0)$ à $N_0(z=0)$ ainsi que la fonction $\Pi_{II}(z=0)$, qui peuvent dépendre de toutes les grandeurs physiques qui définissent l'état du solide et l'état du gaz près de la paroi. On aura ainsi

$$N_{III}(z=0) = N_{II}(z=0), \qquad N_I(z=0) = N_0(z=0) - N_{III}(z=0).$$

On aura ensuite la relation entre

$$[\mathbf{F}(w < 0) - \Pi_{II}](z=0) \qquad \text{et} \qquad \Pi_I(z=0),$$

par les lois du choc des molécules non absorbées contre les molécules pariétales. Enfin on se donne la loi de réémission $\Pi_{III}(z=0)$.

L'ensemble de ces conditions, d'un choix assez délicat dans l'état actuel de la science, suffit évidemment à définir le problème mathématique (périodiquement uniforme dans le sens parallèle au plan limite).

Je ne crois pas qu'il soit nécessaire de subdiviser les molécules renvoyées par la paroi en un plus grand nombre de familles pour que l'on puisse se permettre de dériver la fonction **F** en u, v, w, sans risquer de voir apparaître pour certaines directions de vitesse des dérivées *très grandes* et non maniables. Ce n'est qu'une présomption discutable. On peut penser que c'est seulement après de nombreux chocs gazeux que la molécule émanée de la paroi doit être incorporée dans la famille **F**. Mais, déjà pour deux chocs, l'énumération des familles de molécules à considérer devient trop compliquée pour être utilisable.

La fonction Π_{III} n'est soumise qu'à une condition générale évidente : isotropie autour de la normale.

Les fonctions Π_{II}, $\mathbf{F}(z=0)$ ne sont astreintes qu'à la condition d'avoir pour plan de symétrie le plan $y=0$ de la vitesse d'ensemble U, o, o, du gaz le long de la paroi. Près de celle-ci, on doit regarder *a priori* l'écart entre **F** et la distribution de Maxwell comme extrêmement grand.

M. Émile Borel s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie de deux Ouvrages dont je suis l'auteur et qui font partie l'un et l'autre de la Collection de monographies sur la théorie des fonctions dont la maison Gauthier-Villars m'a confié la direction.

Le premier de ces Ouvrages est la troisième édition des *Leçons sur la théorie des fonctions* dont la première édition a paru en 1898 et la deuxième en 1914. Cette nouvelle édition est augmentée d'une Note étendue relative aux discussions récentes « Pour et contre la logique empirique » auxquelles ont pris part notamment MM. Rolin Wawre, Paul Lévy, Barzin et Errera.

Le second volume est la deuxième édition de mes *Leçons sur les séries divergentes*. Un géomètre distingué, bien connu de l'Académie, M. Georges Bouligand, professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers, a bien voulu me donner sa collaboration pour cette nouvelle édition, qui a été mise au courant des progrès importants accomplis dans la théorie des séries divergentes depuis la publication de la première édition, en 1901.

M. F.-E. Fournier fait hommage à l'Académie de trois brochures qu'il vient de publier : *Résistance de l'eau à la translation des carènes de formes usuelles à toutes leurs vitesses: Projet de conventions internationales urgentes*

et de manœuvres de sécurité pour empêcher les abordages dans la brume, entre deux escadres de nationalités quelconques; Projet de règles internationales précises et complètes pour empêcher les abordages dans la brume entre des bâtiments à moteurs.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des 52 suffrages exprimés, M. **L. Mangin** est élu Vice-Président de l'Académie en remplacement de M. *F. Henneguy*, décédé.

Par l'unanimité des 48 suffrages exprimés, MM. **É. Picard**, **P. Appell**, **H. Sebert**, **P. Painlevé**, **G. Bigourdan**, **L. Lecornu**, **E. Branly**, **Ch. Moureu**, **G. Kœnigs**, **A. Rateau**, **P. Viala**, **P. Janet**, **L. Joubin**, **G. Ferrié** sont réélus délégués de l'Académie au Conseil de l'*Office national des recherches scientifiques et industrielles et des inventions*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Arbres et arbrisseaux utiles ou ornementaux*, par A. Guillaumin et R. Franquet. (Présenté par M. L. Mangin.)

2° *Éléments de Thermodynamique*, par A. Turpain. (Présenté par M. d'Ocagne.)

3° *Le problème de la gravitation*, par Fr. Girault. (Présenté par M. L. Lecornu.)

4° *Le chlorure de sodium, son application dans l'agriculture*, par René de Baritault.

M. **Vincent Nechvile** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les noyaux symétriques et symétrisables généralisés*. Note [1] de M. TH. ANGHELUTZA.

I. *Noyaux symétriques généralisés.* — Dans cette Note nous considérons des noyaux complexes $N(x,y)$, à variables réelles, d'une équation de Fredholm jouissant de la propriété

$$(1) \qquad N(x, y) = \bar{N}(y, x),$$

$\bar{N}$ barré désignant le conjugué imaginaire de N.

On peut écrire

$$N(x, y) = H(x, y) + iK(x, y),$$

et l'on en déduit

$$(2) \qquad H(x, y) = H(y, x), \qquad K(x, y) = -K(y, x).$$

On voit donc que les noyaux symétriques (Hilbert) et symétriques gauches (Lalesco) sont des cas particuliers des noyaux (1) que nous appellerons noyaux symétriques généralisés.

Propriétés. — 1° Tous les noyaux itérés des noyaux (1) sont symétriques généralisés;

2° Aucun noyau itéré ne peut être identiquement nul sans que $N(x, y)$ le soit;

3° La fonction entière $D(\lambda)$ de Fredholm a tous les coefficients réels;

4° Tout noyau symétrique généralisé a au moins une valeur caractéristique;

5° Les valeurs caractéristiques sont réelles;

6° Si $\varphi(x)$ est une solution de l'équation homogène, $\bar{\varphi}(x)$ est une solution de l'équation homogène associée.

En biorthogonalisant les solutions de l'équation homogène et de l'équation associée, on obtient les suites

$$\varphi_1(x), \quad \ldots, \quad \varphi_n(x), \quad \ldots,$$
$$\bar{\varphi}_1(x), \quad \ldots, \quad \bar{\varphi}_n(x), \quad \ldots.$$

On peut développer une fonction suivant les fonctions $\varphi_n(x)$ dans des conditions analogues à celles des noyaux symétriques.

---

[1] Séance du 20 février 1928.

Nous dirons qu'un noyau symétrique généralisé est *défini* si l'intégrale

$$\iint N(x, y)\, h(x)\, \bar{h}(y)\, dx\, dy$$

est différente de zéro. Un tel noyau a ces valeurs caractéristiques de même signe.

II. *Noyaux symétrisables généralisés.* — Si le noyau $N(x, y)$ est symétrique généralisé défini et si $M(x, y)$ est tel que l'intégrale

$$P(x, y) = \int N(x, s)\, M(s, y)\, ds$$

soit un noyau symétrique généralisé, nous dirons que $M(x, y)$ est un *noyau symétrisable généralisé*.

Les noyaux symétrisables de Marty (¹) et de M. Lalesco (²) sont des cas particuliers des noyaux symétrisables généralisés.

Propriétés — 1° Tous les noyaux itérés sont des noyaux symétrisables généralisés.

2° Ils ont au moins une valeur caractéristique.

3° Les valeurs caractéristiques sont réelles.

4° Si $\varphi(x)$ est une solution de l'équation homogène, l'intégrale

$$\psi(x) = \int N(s, x)\, \bar{\varphi}(s)\, ds$$

est une solution de l'équation homogène associée.

Exemple. — Le noyau $A(x)\, B(y)\, N(x, y)$ est symétrisable généralisé si $A(x)$, $B(y)$ sont des fonctions réelles et si $N(x, y)$ est un noyau symétrique généralisé défini.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Opérateurs permutables et groupes de transformations*. Note (³) de M. **A. Buhl.**

Soit, pour groupes finis et continus, le premier théorème de Lie

$$\xi_{ji}(x') = \alpha_{jk}(a) \frac{\partial x'_i}{\partial a_k}. \tag{1}$$

(¹) Marty, *Comptes rendus*, **150**, 1910, p. 1499.

(²) Lalesco, *Bull. Soc. math. France*, **45**, 1917, p. 145.

(³) Séance du 20 février 1928.

Les équations finies du *groupe initial* expriment que des fonctions F, des x' et des a figurant dans (1), sont constantes en vertu de (1). Donc

$$\frac{\partial F}{\partial a_k} + \frac{\partial F}{\partial x'_i}\frac{\partial x'_i}{\partial a_k} = 0. \tag{2}$$

On tire alors de (1) et (2)

$$X'_j(F) = \xi_{ji}(x')\frac{\partial E}{\partial x'_i} = \alpha_{jk}(a)\frac{\partial F}{\partial x'_i}\frac{\partial x'_i}{\partial a_k} = -\alpha_{jk}(a)\frac{\partial F}{\partial a_k} = -A_j(F). \tag{3}$$

On sait qu'on peut imaginer que les X′ ne contiennent que les x' et les A que les a. Des deux derniers membres de (3), on conclut

$$\alpha^{jl}A_j(F) = \frac{\partial F}{\partial a_l}, \qquad \alpha^{jk}A_j(F) = \frac{\partial F}{\partial a_k}. \tag{4}$$

Les deux premiers membres devant être permutables comme les seconds, on a

$$\frac{\partial \alpha^{sl}}{\partial a_k} - \frac{\partial \alpha^{sk}}{\partial a_l} = c^s_{mn}\alpha^{ml}\alpha^{nk}. \tag{5}$$

C'est le *système de Maurer-Cartan*. Soient maintenant des $-\mu^j$ fonctions des a et d'un paramètre auxiliaire t, dont d'ailleurs les a vont dépendre aussi. Tous les membres de (3) étant multipliés par ces $-\mu^j$ et posant

$$\frac{da_k}{dt} = -\mu^j\alpha_{jk}(a), \tag{6}$$

on a

$$\frac{dF}{dt} = \mu^j A_j(F).$$

Considérant les secondes égalités (4) et (6) et écrivant que

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial a_k} = \frac{\partial}{\partial a_k}\frac{dF}{dt}, \tag{7}$$

on a

$$\frac{d\alpha^{sk}}{dt} + c^s_{ij}\mu^i\alpha^{jk} = \frac{\partial \mu^s}{\partial a_k}.$$

Il est clair que cette dernière équation (7_2) et (5), ayant même origine, doivent s'équivaloir. En d'autres termes, l'intégration du système (7_2) doit entraîner celle de (5), ce que j'ai déjà démontré autrement et avec tous les développements nécessaires (¹).

(¹) *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3ᵉ série, 19, 1927, p. 10.

On peut ainsi construire, par (7_2), selon la forme absolument arbitraire des $\mu^i(a, t)$, un ensemble de *groupes paramétriques:* la solution la plus simple est algébrique et correspond à $\mu^i = a_i$, d'où le système bien connu

$$\frac{d\alpha^{sk}}{dt} + c^s_{ij} a_i \alpha^{jk} = \varepsilon^{sk}.$$

Pour des μ^i ne dépendant ni de t ni des a, l'équation (7_2) se rapporte au *groupe adjoint.*

Enfin, pour aller vers le groupe initial, en x' ou x, remarquons que *les opérateurs*

$$(8) \qquad \alpha^{jk} X'_j + \frac{\partial}{\partial a_k} \qquad \text{et} \qquad \mu^i X'_i + \frac{\partial}{\partial t}$$

sont permutables, si les a, les x' et t sont traités en variables indépendantes. Ceci se vérifie immédiatement en s'appuyant sur (7_2): certes, nous n'avons pas ainsi un procédé complet pour atteindre, au delà des groupes paramétriques à r variables a et du groupe adjoint, le groupe initial avec ses n variables x ou x', mais c'est cependant un résultat important de montrer que cette construction définitive est en relation avec l'existence d'opérateurs (8) analogues aux X, mais à $r+n+1$ variables *et permutables.*

Cette synthèse vaut certainement par sa brièveté; toutefois elle ne peut avoir que des prétentions limitées à l'originalité. Ainsi j'associe, avec empressement, l'équation (7_2) à la mémoire de Henri Poincaré. Si l'on pose

$$\alpha^{sk}\, \partial a_k = \omega^s,$$

conformément aux notations de M. Élie Cartan, le système (7_2) peut être remplacé par

$$(9) \qquad \frac{d\omega^s}{dt} + c^s_{ij} \mu_i \omega^j = \delta\mu^s,$$

forme justement utilisée par Poincaré [1] dans un problème général de Mécanique sur lequel M. Četajev [2] vient, très heureusement, d'appeler de nouveau l'attention.

L'apparition des systèmes (7_2) ou (9) me semble avoir de grandes conséquences non pas tant pour la construction des groupes que pour la théorie générale des systèmes différentiels. Pour la construction des groupes,

---

[1] *Comptes rendus*, **132**, 1901, p. 369.
[2] *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1577.

il y a avantage à ne pas les employer dans toute leur généralité, mais si un problème quelconque, de Mécanique par exemple, nous met en présence de tels systèmes, il est capital de savoir que des propriétés de groupes leur correspondent.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Propriétés topologiques de la transformation définie par une fonction uniforme de la variable complexe z.* Note de M. **Octav Onicescu**, présentée par M. Émile Borel.

1. Le point de vue que j'adopte dans l'étude qui suit convient à une fonction continue quelconque de la variable complexe. C'est pour préciser les idées à l'aide de quelques propositions nettes, et sans avoir besoin d'introduire à chaque instant les limitations que la généralité de la fonction nous imposerait, que je vais me borner aux fonctions entières.

2. Soit $Z = F(z)$ une fonction entière; désignons par a_i les zéros de $F'(z)$ et par $A_i = F(a_i)$ les points qui correspondent à ces zéros dans le plan de la fonction Z [1].

Nous prenons comme point de départ, dans l'étude de la correspondance définie par $F(z)$ entre le plan de $z = x + iy$ et celui de $Z = X + iY$, le lemme suivant :

Si Z décrit dans son plan une courbe simple (C) [2], *z décrira dans le sien un ensemble* (*c*) *de courbes simples. Si* (C) *ne passe pas par des points* A_i, *les courbes* (*c*) *décrites par z n'ont pas de points communs; si deux ou plusieurs courbes* (*c*) *ont un point commun, ce point est un* a_i *et* (C) *passe par le point* A_i *correspondant.*

Si Z décrit (C) dans un sens déterminé, on peut, en vertu du lemme précédent, parler du sens dans lequel chacune des déterminations de z décrit son chemin, car, d'un côté, le chemin est simple et, d'un autre côté, le sens de parcours de z ne peut pas changer (la fonction étant uniforme).

Si (C) passe par un point $A_i = F(a_i)$, a_i étant un zéro n^{uple} de $F'(z)$, $n+1$ branches de (*c*) se rencontrent en a_i, deux branches consécutives formant entre elles des angles égaux à $\frac{\pi}{n+1}$. *Les branches de* (*c*) *qui se rencontrent en* a_i *ne se pénètrent pas.*

---

[1] Pour toute cette théorie, l'ensemble A_i et l'ensemble de ses points limites, soit B, jouent un rôle capital.

[2] Les courbes telles que (C) seront toujours des courbes analytiques, limites régulières de lignes polygonales.

(Dans l'étude de la correspondance entre (C) et (c), nous devons avoir en vue le caractère fonctionnel de cette correspondance et non pas celui purement géométrique.)

Pour résumer les résultats précédents nous pourrons dire que :

Les courbes (c) décrites par (z) sont simples si (C) est simple. Si, en plus, (C) ne passe par aucun A_i, la correspondance $Z = F(z)$ conserve la connexion dans le voisinage de ces courbes. Plus généralement encore, même si (C) passe par des points A_i, mais si nous considérons une branche de (c), soit (c_0), qui ne passe par aucun point a_i, la correspondance (Z, z_0) conserve la connexion dans le voisinage des courbes respectives (C), (c_0).

3. Considérons une courbe (C) simple et fermée, limitant un domaine fini, simplement connexe [D].

Supposons que, parmi les courbes qui composent (c), au sens que nous venons de préciser, il y ait une courbe fermée; c'est-à-dire supposons que, Z décrivant toujours dans le même sens un certain nombre entier de fois la courbe (C), z décrive une courbe (c) qui se ferme. Cette courbe sera simple, d'après ce que nous avons déjà dit. L'intérieur [D] de (C) correspond au domaine intérieur [d] limité par (c), les sens de parcours de Z et respectivement de z étant les mêmes sur les deux courbes par rapport à leurs intérieurs respectifs.

Si Z doit parcourir n fois (C) pour que z finisse de parcourir (c) une seule fois nous allons dire que la correspondance (C), (c) est multivalente d'ordre n, selon une expression de M. Paul Montel. Nous démontrons alors les théorèmes suivants :

La correspondance [D] [d] *est multivalente d'ordre n, si elle est de l'ordre n pour les contours* (C), (c).

Si la correspondance est multivalente d'ordre n pour un point M *de* [D] *elle a la même valence entre les contours, donc aussi entre les domaines* [D], [d].

En particulier, si la valence de la correspondance entre (C) et (c) est égale à l'unité, la correspondance [D], [d] sera aussi univalente; il est donc impossible qu'à l'intérieur de [d] se trouve un zéro de $F'(z)$; on a alors affaire à une représentatiou conforme du domaine [D] sur [d].

D'ailleurs le théorème général suivant est vrai :

Si dans le domaine simplement connexe [d], *limité par une courbe simple fermée* (c) *correspondant à la courbe simple fermée* (C), *se trouvent k zéros simples de* $F'(z)$, *la correspondance* (C) (c) *est multivalente d'ordre* $k+1$. Réciproquement :

Si la correspondance entre [D] *et* [d] *a la valence* $k+1$, *le domaine* [d] *contient* k *zéros simples* (*ou des zéros multiples équivalents*) *de* $F'(z)$ [1].

4. J'ajoute deux théorèmes dont la démonstration est immédiate :

Si la courbe simple, fermée (C) *entoure un point* Ω *représentant une valeur exceptionnelle, toutes les branches de* (c) *sont infinies.* Et plus généralement :

Si la courbe (C) *entoure un point* Ω *représentant une valeur asymptotique, la courbe* (c) *contient au moins une branche infinie.*

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Une propriété des séries de fractions rationnelles.* Note de M. **Julius Wolff**, présentée par M. Émile Borel.

Dans cette Note, la proposition suivante sera démontrée. Il existe une constante absolue positive C ayant la propriété : si $\sum_{k=1}^{\infty} |A_k| < \infty$ et si $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{z-\alpha_k}$ égale UN sur une courbe rectifiable Γ, la série étant uniformément convergente sur Γ, alors

$$S = \sum_{k=1}^{\infty} |A_k| \geqq Cd,$$

d étant le diamètre de Γ.

Soient a et b deux points de Γ, tels que $|a-b| = d$. Le cercle C de centre a, passant par b, contient tous les points de Γ dans son intérieur ou sur sa frontière; le cercle D de centre b, passant par a, jouit de la même propriété.

Posons

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{z-\alpha_k} = f(z),$$

où cette série converge, et

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left| \frac{A_k}{z-\alpha_k} \right| = F(z).$$

On voit sans peine que

$$(1) \qquad \int\int_C F(z)\, dx\, dy < 4\pi d S.$$

[1] Voir M. Ålander, *Sur une propriété des fonctions méromorphes à l'intérieur d'une ligne de module constant* (*Comptes rendus*, 184, 1924, p. 1411).

Il en résulte l'existence d'un nombre $\rho > \frac{d}{2}$ et $< d$, tel que

$$(2) \qquad e\int_0^{2\pi} F(a + \rho e^{\varphi i})\, d\varphi < \delta\pi S.$$

De même il résulte de (1) l'existence d'une demi-droite l, issue de a et ne coupant pas Γ sauf en a, telle que sur l

$$(3) \qquad \int_0^d F(z)\, r\, dr < 4\, d S \qquad (r = |z - a|).$$

Soient p le premier point de rencontre de l'arc ab de Γ avec la circonférence $|z - a| = \rho$ et q le point de rencontre de l avec la même circonférence. La série $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k(z-a)}{z - \alpha_k}$ étant intégrable terme à terme sur le contour $apqa$, on a

$$(4) \qquad \int_{apqa} (z - a) f(z)\, dz = 2\pi i \Sigma'(\alpha_k - a) A_k.$$

Σ' étant étendue aux α_k intérieurs au contour $apqa$. On a

$$\left|\int_a^p (z-a) f(z)\, dz\right| = \left|\int_a^p (z-a)\, dz\right| = \left|\frac{1}{2}(p-a)^2\right| > \frac{1}{2} d^2.$$

$$\left|\int_p^q (z-a) f(z)\, dz\right| < \delta\pi S \rho < \delta\pi S\, d \qquad [\text{à cause de } (2)].$$

$$\left|\int_q^a (z-a) f(z)\, dz\right| < 4 S\, d \qquad [\text{à cause de } (3)].$$

Il suit donc de la relation (4)

$$\frac{1}{2} d^2 < (\delta\pi + 4) S\, d + 2\pi S\, d.$$

Donc $S > \frac{d}{20\pi + \delta}$.

La proposition est démontrée, et $C \geqq \frac{d}{20\pi + \delta}$.

Si Γ est un cercle de rayon $\frac{1}{2} d$, il est aisé de trouver une borne plus élevée de C. En effet, γ étant le centre de Γ, on a

$$(5) \qquad 2\pi i = \int_\Gamma \frac{dz}{z - \gamma} = \int_\Gamma \frac{f(z)\, dz}{z - \gamma} = 2\pi i \sum{}' \frac{A_k}{\alpha_k - \gamma},$$

Σ' étant étendue aux α_k extérieures à Γ; donc $1 \leqq \frac{2S}{d}$; par suite, $C \geqq \frac{1}{2}$.

MÉCANIQUE. — *Machine à translations épicycloïdales automatiques pour surfacer les verres d'optique.* Note (¹) de M. **Ch. Dévé**, présentée par M. Ch. Fabry.

L'ouvrier opticien, pour exécuter une surface de précision plane ou sphérique, frotte son verre sur l'outil (ou inversement) en faisant décrire au centre du verre (ou de l'outil) des boucles entrelacées, de telle façon que la pâte abrasive soit régulièrement étendue sur toute la surface de l'outil et qu'il n'y ait pas sur le verre, vers la fin du travail, de région qui s'use plus ou moins vite que d'autres.

Les machines automatiques employées dans les industries de l'optique réalisent, au moyen de bielles, des mouvements de translation moins satisfaisants que ceux de l'ouvrier travaillant à la main; les tours d'optique des modèles les plus courants produisent des déplacements alternatifs sur arc de cercle, à l'aide d'un arbre et d'une bielle commandant un bras articulé. Des tours plus compliqués réalisent des pistes ovales, à l'aide de deux arbres et de deux bielles commandant un bras articulé.

La nouvelle machine, construite par l'Institut d'Optique, réalise des translations épicycloïdales, qui imitent les translations du travail à la main et qui sont obtenues sans aucune bielle. La machine ne comporte qu'un seul arbre qui est vertical et porte l'outil (ou le verre à travailler).

Lorsqu'on pose un verre un peu excentriquement sur un outil tournant (plateau à surfacer les plans, pour fixer les idées) recouvert d'un peu de pâte abrasive, le verre est entraîné avec lui. On peut immobiliser son centre, à l'aide d'une rotule centrale qui, pour vaincre l'adhérence, supporte une certaine force F; on voit alors le verre tourner sur lui-même autour de la rotule fixe, à la vitesse de l'outil. Pour arrêter cette rotation, il faudrait appliquer au verre un certain couple C. Le verre tournant peut donc être considéré comme un organe de transmission à friction capable d'entretenir tout mouvement n'exigeant qu'un couple inférieur à C. Sous cette condition, il devient possible de réaliser la translation du verre sur une piste convenablement choisie, le verre continuant à tourner sur lui-même à la vitesse constante du tour.

Le mécanisme qui assure ce mouvement de translation comprend un

(¹) Séance du 20 février 1928.

pignon fixe excentré de quelques centimètres par rapport à l'axe du tour et porté par une barre horizontale articulée à l'une de ses extrémités et formant un pont basculant au-dessus du verre. Cette barre pèse de son poids sur le verre. Une manivelle folle autour du pignon maintient une roue satellite en prise avec le pignon. Le satellite porte un doigt à rotule, dont la rotule est traversée par un tenon, qui lui donne l'aspect d'une clé capable de transmettre un couple. Si l'on faisait tourner la manivelle, la rotule décrirait une épicycloïde en tournant sur elle-même comme le satellite. La rotule à tenon pénètre dans une crapaudine spéciale pratiquée au centre du porte-verre.

Lorsqu'on met en marche le tour ainsi équipé, le couple C agit sur le satellite en même temps que le couple résultant de la force F et de la résistance de la dent en prise du satellite; si le rayon r du satellite n'est pas trop grand, le couple Fr est plus petit que C, et c'est ce dernier couple qui commande la translation; le verre, en tournant sur lui-même à la vitesse du tour, entraîne le train épicycloïdal; le centre du verre animé du mouvement de la rotule décrit donc une épicycloïde dans l'espace, et sa trajectoire sur l'outil en mouvement s'inscrit virtuellement en lacets sinueux, qui couvrent rapidement la surface de l'outil.

Dans le mécanisme indiqué ci-dessus, le satellite se déplace autour du pignon dans le sens de la rotation du tour. Mais on peut remplacer le pignon par une roue dentée intérieurement fixée encore à la barre-pont et dans laquelle roule le satellite; dans ce cas, le satellite tournant toujours dans le même sens que l'outil se déplace en sens contraire de la rotation du tour, c'est-à-dire en sens contraire de la force F qui tend à entraîner le verre. On est alors surpris de voir le verre sur l'outil tournant remonter en quelque sorte un courant, comme mû par une force intérieure. Il n'en serait plus ainsi, si le couple Fr était supérieur à C. Dans ce cas, le couple C étant incapable d'empêcher le centre du verre de tourner en même temps que le rayon de l'outil auquel il adhère, le verre ne pourrait qu'obéir au courant; comme le courant tend à l'entraîner d'autant plus vite que le centre du verre est plus loin de l'axe du tour, la vitesse de déplacement du satellite serait fonction de sa distance à l'axe; elle serait par conséquent constamment variable. Si même la piste décrite par le centre du verre coupait deux fois le même rayon, la révolution complète serait impossible. Or, tout régime à rotation variable est mauvais, car il produit une plus grande usure des bords du verre que de la région centrale.

D'ailleurs la condition $Fr < C$ est particulièrement facile à réaliser,

même avec des valeurs de r de plusieurs centimètres, car le couple C diminue à mesure qu'on écarte de l'axe du tour la roue fixe sur laquelle engrène le satellite.

Pour permettre le travail des surfaces courbes, le plan du satellite est articulé autour de la tangente commune aux cercles primitifs des roues dentées, et l'angle des plans des deux roues est réglable.

La machine qui vient d'être décrite est d'une fabrication très simple et permet d'obtenir rapidement et sûrement d'excellentes surfaces optiques satisfaisant au contrôle interférentiel. Pour cela, il faut, bien entendu, que la machine soit réglée et conduite en respectant les principes de la cinématique du travail des surfaces de précision.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur les déformations de l'élément de courroie qui aborde la poulie.* Note de M. **Swyngedauw**, présentée par M. G. Kœnigs.

Dans une Note antérieure [1], nous avons montré par la méthode stroboscopique qu'au moment de la prise de contact d'une courroie qui s'enroule sur une poulie, la vitesse de l'élément de sa face externe augmente progressivement à partir de 4 à 5^{cm} avant le contact de la face interne avec la poulie et que l'augmentation de vitesse se poursuit énergiquement au delà de la ligne de contact jusqu'à 2^{cm} environ de cette dernière.

Si nous portons en ordonnée la variation de vitesse de ce point de la face externe, en abscisse le chemin qu'il a parcouru depuis le point de l'espace à partir duquel sa vitesse s'accélère, la courbe ainsi obtenue représente l'excès de la vitesse du point de la face externe considérée sur celle de la lamelle neutre, laquelle reste pratiquement fixe dans la courroie dans les 2^{cm} de parcours envisagés sur la poulie; étant donné que le point neutre varie seulement de quelques millièmes de l'épaisseur pour le parcours de la surface active totale de la poulie, en charge normale.

Si nous ajoutons à ces résultats expérimentaux cette hypothèse vraisemblablement voisine de la réalité, qu'une section plane, normale au mouvement avant qu'elle ne passe sur la poulie, reste plane tout le long de son évolution, l'orientation, la position et la vitesse de chacun de ses points se déduisent alors directement de la position et de la vitesse de celles du point neutre et d'un point de la face externe appartenant à la même section.

---

[1] *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 959.

On a une première approximation de la courbe des vitesses de ce dernier point en fonction du temps en considérant son mouvement comme uniforme. (En opérant ainsi, on ne commet qu'une erreur de 2 à 3 pour 100 pour les variations de vitesse les plus élevées.)

De la surface comprise entre cette courbe et les axes de coordonnées, on déduit l'excès du chemin parcouru par le point externe sur celui du point neutre de la même section.

On peut ainsi faire correspondre, à une position déterminée du point externe, celle du point neutre de la même section, ce qui permet de tracer une courbe plus exacte de la variation des vitesses en fonction du temps; mais on pourra en général se contenter du premier tracé.

Ces considérations aboutissent aux conclusions suivantes :

La position et la vitesse d'un point quelconque d'une section plane, primitivement normale au mouvement de la courroie avant son enroulement, *s'obtiennent en superposant au mouvement de translation de la section (de vitesse linéaire égale à celle du brin avant l'enroulement) un pivotement autour de l'axe neutre* (parallèle à l'axe de la poulie) dont la vitesse angulaire croît proportionnellement à la vitesse linéaire du point correspondant de la lamelle externe, de sorte qu'à une augmentation Δv_e de la vitesse d'un point de la lamelle externe correspond ainsi une diminution Δv_i du point de la lamelle interne appartenant à la même section. Si e est l'épaisseur de la courroie, y_0 la distance du point neutre à la poulie, les valeurs absolues de ces variations sont liées entre elles par la relation

$$\frac{\Delta v_e}{\Delta v_i} = \frac{e - y_0}{y_0}.$$

La courbe de variation des vitesses d'un point de la lamelle externe représente ainsi à une autre échelle la variation de vitesse du point correspondant de la lamelle interne. La variation relative par rapport à la poulie et le frottement sur la face interne de la poulie dans la région étudiée s'en déduisent.

La vitesse relative étant proportionnelle à la distance de la ligne neutre à la poulie, et le coefficient de frottement croissant avec cette vitesse relative, le coefficient de renforcement de la tension à l'enroulement croît plus rapidement que la distance du point neutre à la poulie, ce que l'expérience vérifie nettement sur la courroie cuir [1].

---

[1] *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1316.

Si nous considérons maintenant un élément limité par deux sections transversales normales au mouvement du brin qui s'enroule, les lamelles planes et parallèles dont on peut le supposer composé avant l'enroulement deviennent cylindriques mais gardent leur parallélisme sur la poulie *dont elles épousent la courbure, si la tension est suffisante pour imposer cette condition*, ce qui entraîne cette conséquence *que les deux sections terminales, primitivement parallèles* et normales au mouvement, *s'inclinent progressivement l'une sur l'autre en formant un angle dièdre dont l'arête primitivement à l'infini se rapproche rapidement de l'axe de la poulie, avec lequel il vient coïncider, lorsque l'élément est parvenu sur l'azimut critique.*

Si la tension du brin qui s'enroule est faible, sa face interne ne s'applique sur la poulie que si la pression qui résulte de la courbure et qui s'exerce sur la face interne est supérieure à l'action combinée et antagoniste de la force centrifuge et de la raideur, et dans ces conditions, s'il n'y a pas de glissement d'ensemble, la face interne peut, comme on le suppose habituellement, aborder la poulie sans vitesse relative et par conséquent sans le frottement et le renforcement caractéristiques de la tension à l'enroulement signalés précédemment [1].

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la théorie de l'équilibre des massifs pesants soumis à des sous-pressions et son application à la stabilité des barrages et des talus.* Note [2] de M. E. **Baticle**, présentée par M. A. Mesnager.

Lorsque dans l'intérieur d'un massif pesant s'exercent des sous-pressions, les équations indéfinies de l'équilibre se réduisent à

$$\frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial t}{\partial y} = \Delta \sin i - \frac{\partial p}{\partial x} \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial n_y}{\partial y} = \Delta \cos i - \frac{\partial p}{\partial y},$$

i étant l'angle de la verticale avec Oy. En supposant $p = \mu x + \nu y$ et posant $\Delta \sin i - \mu = a'$ et $\Delta \cos i - \nu = b'$, ces équations seront satisfaites par

$$n_x = \alpha x + \beta y; \qquad n_y = \alpha' x + \beta' y; \qquad t = (b' - \beta')x + (a' - \alpha)y.$$

1. Supposons, en premier lieu, que nous avons affaire à un barrage triangulaire, dont le parement amont, soumis à la pression hydrostatique, à

(1) *Loc. cit.*, p. 1316.

(2) Séance du 20 février 1928.

partir du sommet, est vertical. Prenant pour axe Ox la verticale du parement amont et pour axe Oy l'horizontale passant par le sommet et dirigée vers l'aval, la solution ci-dessus devient

$$n_x = \alpha x + \beta y; \qquad n_y = \alpha' x + \beta' y; \qquad t = (\Delta - \nu - \beta')x - (\alpha + \mu)y.$$

En écrivant que pour $x = 0$ on a $n_x = y$ et $t = 0$ et que sur le parement aval, d'inclinaison j, on a les deux relations

$$n_x \sin j - t \cos j = 0, \qquad n_y \cos j + t \sin j = 0,$$

qui expriment que la force extérieure est nulle, on trouve

$$\alpha = -\mu; \qquad \beta = 1; \qquad \Delta - \nu - \beta' = (-\mu + \operatorname{tang} j)\operatorname{tang} j;$$
$$\alpha' + \beta' \operatorname{tang} j = (\Delta - \nu - \beta')\operatorname{tang} j.$$

Pour qu'il n'y ait pas d'effort d'extension il faut que l'on ait $\beta' \overline{>} 0$. L'inclinaison limite sera donnée par $\beta' = 0$, c'est-à-dire, en vertu de la troisième des équations ci-dessus, par la condition $\operatorname{tang}^2 j - \mu \operatorname{tang} j = \Delta - \nu$.

Envisageons deux cas extrêmes : 1° sous-pression constante dans chaque section horizontale et 2° sous-pression triangulaire, c'est-à-dire décroissant linéairement, dans chaque section horizontale, jusqu'à zéro, du parement amont au parement aval.

1° *Sous-pression constante.* — On trouve le profil de Maurice Levy.

2° *Sous-pression triangulaire.* — On a $\mu x + \nu y = 0$ pour $y = x \operatorname{tang} j$ et, par conséquent, $\mu = -\nu \operatorname{tang} j$. La condition ci-dessus donne

$$\operatorname{tang}^2 j = \frac{\Delta - \nu}{1 + \nu}.$$

Si l'on fait $\nu = 1$ (sous-pression intégrale) on aura $\operatorname{tang}^2 j = 0{,}5(\Delta - 1)$, *l'épaisseur à la base est celle du profil de M. Levy multipliée par* $\sqrt{2}$.

Ces résultats montrent la grande importance des sous-pressions, surtout dans le cas de sous-pressions triangulaires. Ce cas se présente quand des suintements apparaissent sur la surface du parement aval.

Dans ce cas, l'épaisseur nécessaire pour qu'il n'y ait pas d'effort d'extension doit être multipliée, par rapport à l'épaisseur correspondant à une sous-pression constante, par le facteur $\sqrt{1 + \nu}$, ν étant l'augmentation de la sous-pression par mètre linéaire suivant la verticale. Mais si le parement *aval* est étanche, on retombe sur la condition classique de M. Levy.

2. Considérons, en second lieu, un massif pulvérulent indéfini, limité par une surface plane d'inclinaison i sur l'horizon. En prenant pour axe Ox la

trace de la surface libre et en écrivant que pour $y=0$, on a $n_y=t=0$, on trouve $\alpha'=0$ et $\beta'=b'$. Cherchons la condition pour que, soumis à une sous-pression $p=\mu x+\nu y$, le massif soit dans l'état dit d'*équilibre-limite*. La condition de Rankine, qui, dans le cas général, s'écrit

$$(n_x-n_y)^2+4t^2=(n_x+n_y)^2\sin^2\varphi,$$

φ étant l'angle de frottement du massif, devient ici

$$[\alpha x+(\beta-b')y]^2+4(\alpha'-\alpha)y^2=[\alpha x+(\beta+b')y]^2\sin^2\varphi.$$

Elle est satisfaite pour

$$\alpha=0 \qquad \text{et} \qquad (\beta-b')^2+4\alpha'^2=(\beta+b')^2\sin^2\varphi.$$

Or, cette équation du second degré en β n'a de racines réelles que si

$$\frac{\alpha'}{b'}\overline{\gtrless}\tang\varphi \qquad \text{ou} \qquad \frac{\Delta\sin i-\mu}{\Delta\cos i-\nu}\overline{\gtrless}\tang\varphi.$$

Examinons le cas particulier où les isobares sont des horizontales, la sous-pression étant nulle sur l'horizontale passant par l'origine. On a alors $\mu=\nu\tang i$. Admettons d'autre part pour ν sa valeur limite $\nu=1:\cos i$. L'inégalité ci-dessus devient, après simplification, $\tang i\overline{\gtrless}\tang\varphi$. Ce cas correspond à un talus étanche puisque la pression sous la surface libre est égale à la pression hydrostatique (*talus perreyé*) : son talus d'équilibre est φ.

Examinons un deuxième cas. L'eau suinte sur toute la surface libre ; les isobares sont des droites parallèles à la trace de la surface libre. On a alors $\mu=0$. Si l'on admet pour ν sa valeur limite $1:\cos i$ la condition d'équilibre ci-dessus devient $\tang^2 i\tang\varphi+\Delta\tang i-(\Delta-1)\tang\varphi\overline{\gtrless}0$. Si l'on fait $\tang\varphi=\frac{2}{3}$ et $\Delta=1,5$, on trouve, très sensiblement, $\tang i\overline{\gtrless}\frac{1}{5}$.

D'après ces résultats, un massif pulvérulent indéfini, qui, sec, se tient avec un talus de 3 de base pour 2 de hauteur, ne peut être en équilibre, s'il devient *aquifère*, qu'avec un talus de 5 pour 1, si sa surface libre est perméable et laisse suinter l'eau. Par contre il se tiendra avec son talus naturel si sa surface libre est rendue étanche par un revêtement approprié.

Nous ajouterons que l'introduction d'une sous-pression de la forme $p=\mu x+\nu y$ dans les calculs d'équilibre des barrages en terre modifie les conclusions tirées de la théorie ordinaire, telle que l'a exposée M. Pigeaud [1].

---

(1) *Traité d'Élasticité et de Résistance des matériaux* (Gauthier-Villars).

En tout cas il résulte des considérations ci-dessus *la grande importance que présente, au point de vue de leur stabilité, pour les barrages en maçonnerie, ou les digues en terre, l'étanchéité du parement aval.*

Observations de M. **Mesnager** *au sujet de la Note de M.* Baticle.

La rupture du barrage de Perregaux ou de l'Habra sur l'Oued Fergoug en Algérie, survenue le 26 novembre 1927, a mis de nouveau en évidence les dangers que présentent les barrages-poids ou à gravité. D'après les renseignements recueillis, l'eau se serait élevée seulement de 18 pour 100 de la hauteur au-dessus du sommet du triangle formé par les plans limitant la maçonnerie et de 6 pour 100 de cette hauteur au-dessus du niveau prévu pour les crues. D'après cete expérience :

1° Il faut prévoir les crues plus largement. Des études d'ensemble sur les crues des rivières montrent que beaucoup de déversoirs exécutés et en construction sont insuffisants et doivent être augmentés, si l'on a souci de la sécurité publique.

Un travail publié en 1914 par l'ingénieur américain Fuller, d'après les crues observées sur un grand nombre de rivières depuis cent ans, permet de prévoir, pour un bassin versant de

10 km²,	un débit de	60 m³/s,	soit	6 m³/s-km²
100	»	300	»	3
1000	»	1500	»	1,5
10000	»	7500	»	0,75.

On a constaté davantage sur plusieurs points en France. Néanmoins ces chiffres indiquent de nombreuses insuffisances.

2° Le coefficient de sécurité de nombreux barrages-poids est bien faible. Le calcul de M. Baticle sur les sous-pressions donne une explication plausible du désaccord apparent entre la théorie et l'expérience. Il conduit à augmenter les épaisseurs de ces ouvrages dont le cube est déjà excessif, si on le compare notamment à celui des barrages en voûte plus économiques et plus sûrs.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le sens du déplacement du nœud de certaines orbites* [1]. Note de M. **P. Fatou**, présentée par M. Goursat.

Lorsqu'un point matériel, soumis à l'attraction newtonienne d'un centre fixe O, est soumis d'autre part à l'action de masses perturbatrices dont le potentiel est de la forme $\varepsilon F(r, z^2)$, en posant $x^2+y^2+z^2=r^2$, nous avons vu que les nœuds de l'orbite se déplacent dans le sens rétrograde, sous la seule condition que $\frac{\partial F}{\partial (z^2)}$ soit négatif; cette condition est toujours remplie quand εF est le potentiel d'un anneau circulaire homogène de centre O dans le plan xOy. La démonstration est facile et revient d'ailleurs à une propriété connue d'un certain coefficient de Laplace. Le déplacement du nœud dans le sens rétrograde a lieu par conséquent pour toutes les valeurs de l'excentricité et de l'inclinaison ($< 90^\circ$) de l'orbite osculatrice. Lorsqu'on substitue à l'anneau circulaire un anneau elliptique de Gauss, la propriété précédente subsiste dans certains cas, mais n'est plus générale. Considérons par exemple le cas d'un point très éloigné de O; le potentiel, en ce point, de l'anneau de masse m', est donné par

$$\frac{V}{m'} = \frac{1}{r} - \frac{3a'e'}{2}\frac{x}{r^3} + \frac{a'^2}{4r^5}[(x^2+y^2-2z^2)+3e'^2(3x^2-2y^2-z^2)] + \ldots$$
$$+ \frac{a'^n}{r^{2n+1}}\Phi_n(x, y, z) + \ldots,$$

où Φ_n est un polynome harmonique homogène de degré n; ce développement s'obtient aisément en prenant pour variable d'intégration l'anomalie excentrique; a', e' ont leurs significations habituelles, l'axe Ox est dirigé vers le périhélie de l'anneau. Si l'excentricité e' a une valeur notable, $\frac{a'}{r}$ demeurant très petit, on peut ne conserver que les deux premiers termes du développement et poser par suite, pour la fonction de forces,

$$U = \frac{1}{r} - \frac{\varepsilon x}{r^3}$$

avec $\varepsilon = \frac{3a'e'm'}{2}$, en posant $M + m' = 1$ (M, masse placée en O).

---

[1] Voir notre Note *Sur le mouvement des nœuds de certaines orbites* (*Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1535).

Désignons par des accents les dérivées par rapport au temps; appelons P, Q, R les projections du vecteur des aires sur les trois axes (on voit aisément que P est une constante que nous supposerons non nulle), et soit ω l'angle de la ligne des nœuds instantanée avec Ox; on obtient, à l'aide des équations du mouvement,

$$\frac{z\begin{vmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix}}{(xz'-zx')^2+(yz'-zy')^2}=\omega'=\frac{-\varepsilon P}{P^2+Q^2}\frac{z}{r^3}.$$

On peut déduire de là ω par les méthodes usuelles d'approximation; mais on peut également, sans faire aucune approximation, étudier qualitativement le mouvement et en particulier les variations de ω. On utilise pour cela, outre l'intégrale des aires relative au plan yOz $(yz'-zy'=P)$, l'intégrale des forces vives et la combinaison de ces deux intégrales conduit à l'inégalité

$$\frac{2}{r}-\frac{2\varepsilon x}{r^3}-\frac{P^2}{r^2-x^2}>2h,$$

en appelant $-h$ la constante des forces vives (négative). On conclut de là que les orbites, en faisant varier h et P dans des limites convenables, restent comprises à l'intérieur d'un anneau fermé, de révolution autour de Ox, et sont par conséquent stables. On verra, d'autre part, que la ligne des nœuds exécute une infinité d'oscillations dont l'amplitude ne tend pas vers zéro mais reste inférieure à 180°; ce dernier point résulte du fait que, la constante p n'étant pas nulle, la ligne des nœuds ne coïncide jamais avec Ox (1). Le moyen mouvement de l'un des nœuds est donc rigoureusement nul. Le résultat s'applique, en vertu du principe de Gauss pour le calcul des inégalités séculaires, au moyen mouvement du nœud d'un astre P troublé par un astre P', relativement au plan de l'orbite de P', du moins quand la masse de P est négligeable. Ce fait n'a que peu d'importance dans l'étude du système solaire en raison de la faible masse de Mercure, seule planète principale à orbite très excentrique et la plus proche du Soleil; il peut en acquérir dans l'étude de systèmes stellaires triples.

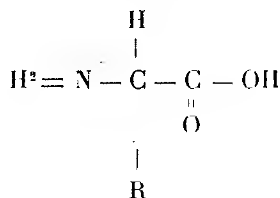
(1) Ce mode de démonstration a l'avantage de s'appliquer dans des cas étendus, mais dans le cas actuel on obtient des résultats encore plus précis en remarquant que le rayon vecteur varie en fonction de t comme dans un mouvement képlérien et que l'intégration s'achève par des quadratures elliptiques.

PHYSIQUE. — *Spécificité moléculaire géométrique.* Note [1] de M. R. **Ferrier**, présentée par M. Paul Painlevé.

Les rapports entre les propriétés physiques des corps et la disposition géométrique que l'on attribue à leurs molécules se dessinent maintenant d'une manière si frappante, qu'il ne semble pas excessif de vouloir trouver cette sorte de correspondance jusque dans les caractères les plus singuliers des substances complexes.

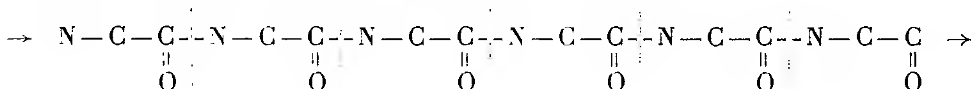
J'ai été amené à considérer sous cet aspect les phénomèues d'adsorption de certaines substances colloïdales, qui se précipitent mutuellement de leurs solutions, avec cette particularité, toutefois, que cette adsorption réciproque est étroitement spécifique, chaque solution ne réagissant que sur certaines autres, sans qu'il soit possible de mettre en évidence la moindre différence dans les propriétés *chimiques* des unes ou des autres.

Les substances pourvues de cette propriété générale appartiennent à une catégorie bien déterminée : ce sont des protéines qui, une fois hydrolysées, se décomposent en acides amidés correspondant tous au schéma suivant :



ces acides ne différant les uns des autres, en définitive, que par la nature du radical R, qui peut être quelconque.

Ces acides peuvent être soudés les uns aux autres, comme l'ont montré successivement Grimaux et Fischer, par élimination d'eau. Le schéma auquel on aboutit alors est vraisemblablement le suivant :



chaque coupure marquant le point où une molécule d'eau peut ultérieure-

---

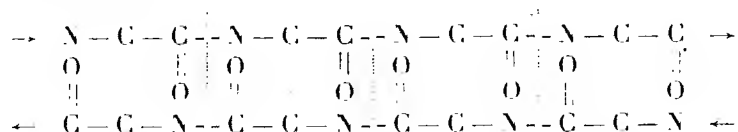
[1] Séance du 20 février 1928.

ment venir se fixer si l'on opère une seconde hydrolyse qui restitue les acides amidés constitutifs.

Il est remarquable que cette *chaîne protéique* constitue un groupement de longueur indéterminée et complètement indépendant, quant à sa nature, de la composition chimique des acides constituants. En outre, cette chaîne est orientée.

Il est tout naturel de penser que les substances capables d'adsorption spécifique sont formées de semblables chaînes, plus ou moins *ramifiées*, et possédant ainsi des *polygones moléculaires* géométriquement définis.

C'est ici qu'apparaît brusquement l'explication du phénomène spécifique : si deux substances différentes sont telles que certains polygones de l'une sont rigoureusement égaux à certains polygones de l'autre, chacune des chaînes étant cependant orientée en *sens inverse* de la chaîne correspondante de l'autre polygone, l'accolement suivant peut se produire sur tout le périmètre des polygones :



Chaque substance est donc incapable de se précipiter *elle-même*, ses polygones étant tous de même sens ; la précipitation n'est possible que pour des substances rigoureusement déterminées. Quant aux propriétés chimiques spéciales dues aux différents radicaux R des acides constitutifs, elles n'interviennent pas dans cette sélection d'ordre surtout *géométrique*. Il est possible toutefois qu'elles puissent l'empêcher si, par exemple, une affinité chimique prépondérante, en quelques points des chaînes en présence, contrarie l'accolement des maillons. Cet accolement ne met, en effet, en jeu que des affinités très faibles, dont la saturation mutuelle fait précisément disparaître le caractère hydrophile d'où résultait la stabilité des suspensions colloïdales.

Enfin ce caractère géométrique général, qui met en évidence la présence, le long des chaînes, d'une disposition *périodique* et *orientée*, pourrait être rapproché de la propriété de certaines fibres protéiques, où l'on remarque la propagation d'une sorte d'*influx* irréversible.

RELATIVITÉ. — *Sur la vitesse de la Terre.* Note M. **E. Brylinski.**

La récente Note [1] de MM. Piccard et Stahel accentue la divergence qui nous sépare, en ce sens qu'elle se base de plus en plus sur des interprétations, qui sont évidemment discutables, alors que nous nous sommes attaché surtout aux résultats expérimentaux, qui constituent des faits matériels.

Le 15 septembre 1925, Miller a obtenu vers 6^h un minimum secondaire de 7,1 km : s [2]. Pour cette vitesse, MM. Piccard et Pictet auraient eu une sinusoïde d'amplitude $\pm 0,0016$ frange. Par le procédé de réduction qu'ils ont employé, et qui a eu vraisemblablement pour effet de diminuer les amplitudes des courbes individuelles, ils ont obtenu une courbe moyenne [3] où l'on trouve des amplitudes de $\pm 0,00088$ et de $-0,00049$. N'est-ce pas le même ordre de grandeur?

Voyons les interprétations : le minimum de 6^h du matin correspond à une déviation *moitié* de celle qui correspond au maximum; peut-on normalement considérer comme sans importance et purement fortuite une variation d'allure systématique réduisant l'ordonnée à moitié? Le contraste entre les courbes journalières obtenues par Miller à l'équinoxe de printemps et à l'équinoxe d'automne nous semble, au contraire, particulièrement caractéristique; il est, d'ailleurs aisé à expliquer.

D'autre part, toutes les courbes publiées par Miller indiquent un minimum profond (déviation réduite à $\frac{1}{10}$) vers 18^h (temps civil); comment peut-on en conclure que le phénomène observé dépend uniquement du temps sidéral et non du temps civil?

MM. Piccard et Stahel extraient de leur courbe moyenne la sinusoïde la plus probable, dont l'amplitude n'est que de $\frac{1}{10}$ de celle de la courbe; n'y a-t-il pas dans ce calcul une importante part d'arbitraire?

Il est regrettable que MM. Piccard et Stahel n'aient pas publié les résultats des essais auxquels ils ont procédé les 16 et 17 septembre 1927 entre 17 et 18^h. Il est vraisemblable, en effet, que les perturbations introduites dans les courbes par le fonctionnement même de l'appareil ont peu varié au cours de ces deux journées, de sorte que la comparaison des résultats obtenus le

(1) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 430.
(2) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1458.
(3) *Comptes rendus*, **185**, 1927 p. 1200.

matin et le soir permettrait des conclusions plus précises et plus sûres que celles provenant des seuls essais du matin.

Signalons enfin que nous avons évité jusqu'à présent d'employer l'expression vent d'éther et même le mot éther. L'explication classique de l'expérience de Michelson est, en effet, indépendante des propriétés et même de l'existence de l'éther. Ce n'est que lorsqu'on se trouve en présence de résultats positifs, mais plus petits que l'effet attendu, que l'hypothèse de l'entraînement de l'éther constitue une explication commode, soulevant d'ailleurs certaines critiques, parmi plusieurs autres possibles, mais également contestables.

RELATIVITÉ. — *Le principe de relativité et la loi de la gravitation.* Note de M. **Girault**, présentée par M. L. Lecornu.

Principe de relativité et équations de la gravitation (*cas d'un astre sphérique*). — En choisissant un mode de représentation euclidienne particulier [mode de représentation conforme au système dit « de coordonnées isotropiques d'Eddington » ([1])], le principe de relativité exige ([2]) que les lois du mouvement libre d'une particule matérielle dans le champ de gravitation d'un astre sphérique soient de la forme

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 + R^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \Phi^2\left[1-(1-v^2)\frac{\Phi^2}{F^2}\right],$$

$$R^2\frac{d\theta}{dt} = c\Phi^2:$$

R, distance de la particule au centre de l'astre, évaluée d'après le mode de représentation particulier considéré;

$F = G$ et $\Phi = \Psi$, coefficients de raccourcissement, dans les sens transversal et radial, des solides et coefficients de variation de la vitesse de la lumière;

dt, élément de temps classique;

v et c, constantes caractéristiques de la trajectoire.

En adoptant, ce qui est facultatif, un mode de représentation euclidienne quelconque, les quantités R, dR, F, G, Φ et Ψ prennent les nouvelles

([1]) Voir J. Becquerel, *Champ de gravitation d'une sphère matérielle et signification physique de la formule de Schwarzschild*, p. 23 (J. Hermann, 1923).

([2]) Voir Fr. Girault, *Le problème de la gravitation* (Gauthier-Villars, 1924).

valeurs r, dr, $f(r)$, $g(r)$, $\varphi(r)$ et $\psi(r)$ liées aux anciennes par les relations

$$F(R) = \frac{R}{r} f(r) = \frac{dR}{dr} g(r),$$

$$\Phi(R) = \frac{R}{r} \varphi(r) = \frac{dR}{dr} \psi(r).$$

En éliminant R, dR, F et Φ, on obtient

$$\frac{f^2}{g^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \varphi^2\left[1 - (1 - v^2)\frac{\varphi^2}{f^2}\right] \qquad \text{et} \qquad r^2\frac{d\theta}{dt} = c\varphi^2.$$

On peut donner à ces équations une forme analogue à celle des équations d'Einstein-Schwarzschild en substituant à l'élément de temps classique dt l'élément de temps einsteinien ds qui est le temps tel que le mesurerait un observateur qui serait entraîné avec son horloge dans le mouvement planétaire considéré.

ds est plus petit que dt du fait que l'horloge entraînée subit un double ralentissement de marche : d'une part $\sqrt{1-v^2}\,\frac{\varphi}{f}$ du fait de sa vitesse, d'autre part $\frac{\varphi}{f}$ du fait de sa proximité de l'astre. Donc :

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{1-v^2}\,\frac{\varphi^2}{f^2}.$$

Nos équations peuvent donc encore s'écrire :

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 = \frac{f^4}{\varphi^4(1-v^2)}\left\{\frac{c^2\varphi^2}{r^2}(\varphi^2 - \psi^2) + \psi^2\left[1 - (1-v^2)\frac{\varphi^2}{f^2}\right]\right\},$$

$$r^2\frac{d\theta}{ds} = \frac{c\,.f^2}{\sqrt{1-v^2}}.$$

Loi d'Einstein-Schwarzschild. — On peut s'assurer que les équations d'Einstein-Schwarzschild sont bien de la forme générale imposée par le principe de relativité en remplaçant $f(r)$, $g(r)$, $\varphi(r)$ et $\psi(r)$ respectivement par 1, $\sqrt{1-\frac{2m}{r}}$, $\sqrt{1-\frac{2m}{r}}$ et $1-\frac{2m}{r}$. Il vient :

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 = \frac{1}{1-v^2}\times\left\{\frac{2mc^2}{r^3} + \left[1 - (1-v^2)\left(1-\frac{2m}{r}\right)\right]\right\},$$

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 = \frac{v^2}{1-v^2} + \frac{2m}{r} + \frac{2mc^2}{r^3(1-v^2)}, \qquad r^2\frac{d\theta}{ds} = \frac{c}{\sqrt{1-v^2}},$$

ou encore, en posant $k^2 = \frac{1}{1-c^2}$, $h = \frac{c}{k}$,

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 = k^2 - 1 + \frac{2m}{r} + \frac{2mh^2}{r^3},$$

$$r^2\frac{d\theta}{ds} = h \qquad \text{avec} \qquad \frac{ds}{dt} = \frac{1-\frac{2m}{r}}{k}.$$

Telles sont bien les équations d'Einstein-Schwarzschild ([1]).

Quelle est la loi la plus vraisemblable? — Quelles sont les formes des fonctions $f(r)$, $g(r)$, $\varphi(r)$ et $\psi(r)$ entre lesquelles le principe de relativité ne fournit qu'une seule relation?

Les observations astronomiques sur l'incurvation des rayons lumineux conduisent à admettre, pour g et ψ, des développements en série commençant par

$$g(r) = 1 - \frac{m}{r} \pm \ldots \qquad \psi(r) = 1 - \frac{2m}{r} \pm \ldots$$

Il est d'ailleurs vraisemblable que g et ψ s'annulent pour $r = 0$ et que

$$\psi(r) = g^2(r) = e^{-\frac{2m}{r}}.$$

La nécessité d'expliquer le mouvement du périhélie de Mercure oblige alors à admettre, pour f et φ, des fonctions commençant par les termes

$$f(r) = 1 - \frac{m}{r} \pm \ldots \qquad \varphi(r) = 1 - \frac{2m}{r} \pm \ldots$$

Il devient alors évident que $\varphi(r) = \psi(r) = f^2(r) = g^2(r) = e^{-\frac{2m}{r}}$.

Quant à la loi d'Einstein, peu satisfaisante à différents égards, elle impliquerait un éther — de l'existence duquel il n'y a nullement lieu de douter — trop invraisemblable pour avoir de sérieuses chances d'être la loi exacte.

([1]) Voir, par exemple, J. Becquerel, *Champ de gravitation d'une sphère matérielle*, p. 7.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'affinité de l'oxygène pour les électrons.* Note [1] de M. **Mario A. da Silva**, présentée par M. Jean Perrin.

Dans une Note précédente [2], on a montré comment les courbes d'ionisation dans l'argon pur sont déformées par addition d'oxygène. Ces expériences ont été reprises dans le cas où l'ionisation est produite dans une couche mince de gaz à la surface de l'un des plateaux du condensateur de mesure. Ce plateau est porté à la tension, et le plateau opposé, distant de 5^{cm}, est relié à un électromètre à quadrants.

La figure 1 montre les résultats obtenus à la pression de 701^{mm} de mercure et à la température de 22°. Les courbes I et III sont relatives à l'argon pur et montrent que le courant qui traverse le gaz dépend énormément du sens du champ appliqué. Quand le courant est transporté par les ions négatifs (courbe I), la saturation est obtenue pour une tension de 3×88 volts, tandis qu'il faut une tension six fois plus grande quand le transport a lieu par les ions positifs. Ceci met en évidence la grande différence de mobilité des deux espèces d'ions et conduit à penser que, dans l'argon pur, les charges négatives sont constituées par des électrons libres.

Si l'on ajoute maintenant de l'oxygène en proportion croissante, on constate que la courbe I se déforme progressivement et que, par contre, la courbe III reste la même. Sur la figure 1, la courbe II montre la grande déformation de la courbe I pour une proportion de 3 pour 100 d'oxygène. Une déformation notable est déjà observée pour une proportion de 3×10^{-4} seulement d'oxygène.

Il ressort nettement de ce résultat que les molécules d'oxygène fixent les électrons avec une très grande facilité, tandis que, ainsi qu'il sera établi dans une prochaine Note, *tous* les électrons restent libres dans l'argon parfaitement pur.

Le fait que la courbe III ne subit aucune déformation donne à penser que les molécules d'oxygène ne se fixent pas sur les ions positifs d'argon pour former des ions complexes.

Il pourrait toutefois se produire que les ions positifs d'argon arrachent un électron aux molécules neutres d'oxygène qu'ils rencontrent, la diffé-

---

(1) Séance du 19 décembre 1927.

(2) Mario A. da Silva, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 65.

rence des mobilités des ions positifs d'argon et des ions positifs d'oxygène étant trop petite pour qu'il en résulte une déformation de la courbe III.

La courbe II montre une autre particularité qui mérite d'être signalée. Elle diffère très peu de la courbe des ions positifs pour les faibles tensions, ce qui indique que la mobilité moyenne des ions négatifs est voisine de celle des ions positifs. On voit cependant que lorsqu'on augmente la tension, les deux courbes se séparent et la courbe II approche rapidement de la saturation. La mobilité moyenne des ions négatifs doit être ainsi *fonction du champ appliqué*. Ceci contredit certains résultats qui ont été obtenus par

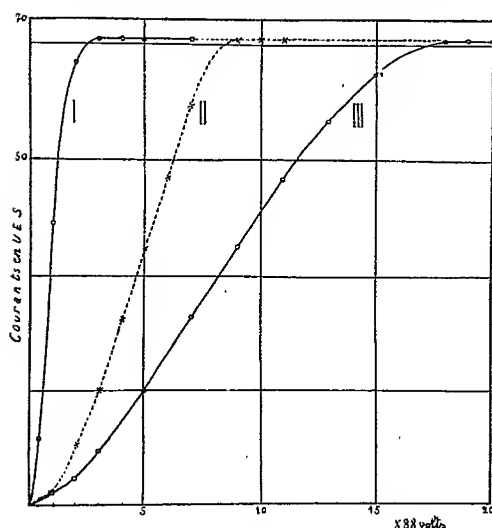


Fig. 1.

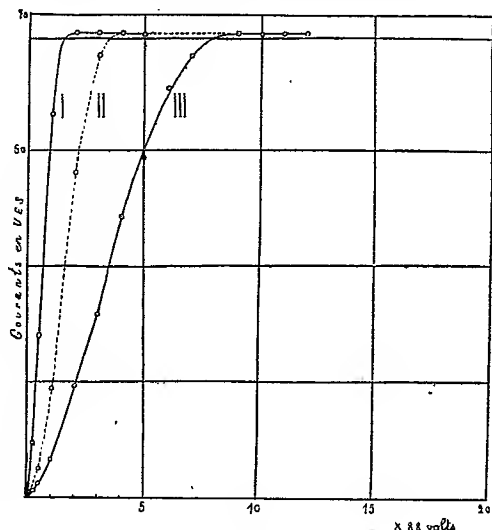


Fig. 2.

d'autres expérimentateurs et qui indiquent que les grandes mobilités qu'on trouve dans l'argon tombent à la valeur normale de la mobilité des ions négatifs dans les gaz pour une certaine proportion d'oxygène, indépendante du champ.

Sur la figure 2, on voit l'effet de la pression sur la déformation relative des courbes d'ionisation. Les courbes I, II et III correspondent à celles de la figure 1, seulement elles ont été obtenues à la pression de 272^{mm}. La proportion de l'oxygène et la valeur du courant de saturation sont les mêmes dans les deux cas. On voit que la déformation est d'autant plus petite que la pression est elle-même plus petite.

Tous ces résultats peuvent s'interpréter si l'on tient compte de la théorie de J.-J. Thomson qui suppose que la formation des ions négatifs dans les gaz dépend d'une constante qui définit la probabilité pour qu'un électron qui rencontre une molécule du gaz se fixe sur elle et forme un ion.

CHIMIE ORGANIQUE. — *αα'-diméthylcyclohexanones.* Note de M. **R. Cornubert**, présentée par M. Ch. Moureu.

Au cours d'un travail qui a fait l'objet d'une précédente Note [1] nous avons eu besoin d'αα'-diméthylcyclohexanone. Nous nous sommes adressé à cet effet à une méthode déjà utilisée par nous, au procédé de Kötz et Blendermann [2] qui consiste à partir d'α-méthylcyclohexanone et à purifier la cétone cherchée en passant par l'intermédiaire de son oxime.

Lors de notre première préparation nous n'avions obtenu qu'une oxime fondant à 119° C. Dans ces nouvelles recherches nous avons pu isoler deux oximes, l'une A fondant à 119°, l'autre B suintant à 63°, fondant à 64-65° en un liquide qui n'a été complètement clair qu'à 69°. Ces deux oximes ont pu être séparées grâce à leur grande différence de solubilité dans l'alcool méthylique, la première étant nettement soluble dans l'alcool bouillant et peu soluble dans l'alcool froid, la seconde étant extraordinairement soluble dans l'alcool froid. Ayant réalisé plusieurs opérations d'oximation, nous avons pu observer que, d'une opération à l'autre, la quantité de l'une de ces oximes par rapport à l'ensemble des deux, pouvait, même avec le même échantillon de cétone, varier presque de 0 à 100 pour 100 sans que nous ayons pu jusqu'ici en trouver la cause exacte.

De ces deux oximes nous avons alors régénéré les cétones qui ont présenté les constantes suivantes : 1° *Cétone* A : $Eb_{41} = 85°$; $d_{18} = 0,914$; $n_D^{18} = 1,4486$. R. M. : trouvé, 36,9; calculé, 36,9. — 2° *Cétone* B : $Eb_{41} = 80°,5$; $d_{18} = 0,911$; $n_D^{18} = 1,4482$. R. M. : trouvé, 37,0. La facilité d'hydrolyse de ces deux oximes n'est pas la même; tandis que l'oxime A ne s'hydrolyse qu'à partir de 60°, l'oxime B est grandement hydrolysée à 25-30°; toutefois elle laisse un louche qui disparaît à 60-65°; cette oxime B doit donc être souillée d'un peu d'oxime A. Nous avons ainsi retrouvé les deux oximes de Zelinsky [3] fondant à 117-118° et 63-67°, obtenues à partir d'une cétone préparée par cyclisation de l'acide diméthylpimélique.

Avec l'aldéhyde benzoïque et l'acide chlorhydrique, ces deux cétones nous ont fourni une combinaison tétrahydropyronique $C^{22}H^{24}O^2$ avec un rendement de 100 pour 100; mais, tandis que dans notre première

(1) Cornubert, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 441.
(2) Kötz et Blendermann, *J. f. prakt. Chem.*, 88, 1913, p. 257.
(3) Zelinsky, *Ber. der chem. Ges.*, 30, 1897, p. 1543.

étude ([1]) la cétone A, la seule dont nous disposions alors, avait engendré une substance fondant à 197-198°, dont nous avons pu de nouveau vérifier l'homogénéité, cette même cétone nous a donné une grande quantité d'une autre « tétrahydropyronique » fondant à 175°, souillée d'une très petite quantité d'un corps d'aspect totalement différent, fondant à 216°, répondant encore à la formule $C^{22}H^{34}O^{2}$. Or la cétone B nous a donné la même substance fondant à 175° accompagnée d'une petite quantité de cette « tétrahydropyronique » 216. Cette « pyronique » 175 a distillé à 271° sous 20^{mm} et, par cristallisation dans l'alcool, a conduit au même point de fusion.

Les deux cétones donnant les mêmes combinaisons tétrahydropyroniques, nous sommes repassé des cétones aux oximes. Par la méthode à l'acétate de sodium la cétone A a engendré 50 pour 100 de chacune des oximes A et B, la cétone B nous a fourni 85 pour 100 d'oxime B et 15 pour 100 d'oxime A. Par la méthode à la soude, cette dernière étant employée en excès, la cétone A nous a donné l'oxime A sans toutefois que nous puissions affirmer qu'il ne se soit pas produit une trace d'oxime B ; la cétone B a conduit à 80 pour 100 d'oxime A à côté de 20 pour 100 d'oxime B. De plus la distillation des oximes A et B n'a respectivement fourni que ces oximes A et B, même après recristallisation.

Enfin les cétones A et B ont donné une semicarbazone fondant à 196-197° (n. corr.) (Zelinsky : A, 183-184°; B, 197-198°) dont le mélange a encore fondu à cette température (tandis que le mélange avec la semicarbazone d'αα-diméthylcyclohexanone, fondant à 195-196°, a fondu à 176°). Nous avons donc obtenu la même semicarbazone avec les deux cétones.

Ainsi on connaît actuellement trois tétrahydropyroniques d'αα'-diméthylcyclohexanones et l'on donne trois points de fusion aux oximes : 64-65°, 86° ([2]), 119° (corr.). L'oxime 64-65° est-elle l'oxime 86° souillée d'un peu d'oxime 119°, c'est ce que nous allons essayer de déterminer. Dans tous les cas, la chimie des αα'-diméthylcyclohexanones semble riche en phénomènes de transposition, et ceci expliquerait les discordances que l'on observe lorsque l'on compare les points de fusion donnés par différents auteurs pour les oximes et les semicarbazones ([3]).

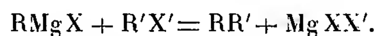
([1]) A. Haller et R. Cornubert, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1988.

([2]) Skita, *Ber. der chem. Ges.*, 56, 1923, p. 2291 (ce serait l'oxime de l'isomère *trans*).

([3]) A. Haller et R. Cornubert, *Bull. de la Soc. chim.*, 4e série, 39, 1926, p. 1635.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la réaction de Houben.* Note de M. L. BERT, présentée par M. Charles Moureu.

Houben ([1]) a institué une méthode de préparation d'hydrocarbures basée sur la réaction suivante :

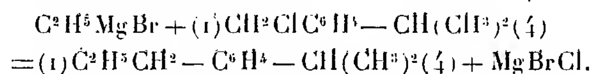


$$RMgX + R'X' = RR' + MgXX'.$$

Cette méthode exige le plus souvent une élévation de température qu'on réalise en distillant l'éther et en le remplaçant par un hydrocarbure à point d'ébullition élevé : benzène, toluène, xylène. Les auteurs qui ont employé ces carbures comme diluants ont obtenu des rendements toujours faibles et parfois nuls.

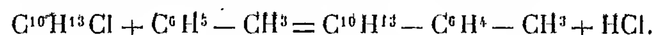
Le but de cette Note est d'indiquer la cause de ces échecs partiels ou complets et par suite les moyens d'y remédier.

En cherchant à préparer le propylisopropylbenzène par réaction du chlorure de cumyle sur le bromure d'éthylmagnésium, nous avons obtenu ([2]), au lieu du produit attendu, un hydrocarbure nouveau, de formule $C^{17}H^{20}$, résultant de la soudure du radical cumyle sur le noyau du toluène. Pour expliquer toutes les particularités de la réaction, il est plausible d'admettre qu'elle se passe d'abord comme Houben l'a montré :



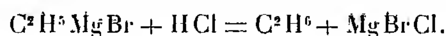
$$C^2H^5MgBr + (1)CH^2ClC^6H^4 - CH(CH^3)^2(4)$$
$$= (1)C^2H^5CH^2 - C^6H^4 - CH(CH^3)^2(4) + MgBrCl.$$

Puis MgBrCl agit, dès qu'il est en quantité suffisante, comme le chlorure d'aluminium dans la réaction de Friedel et Crafts :



$$C^{10}H^{13}Cl + C^6H^5 - CH^3 = C^{10}H^{13} - C^6H^4 - CH^3 + HCl.$$

L'acide chlorhydrique naissant réagit alors sur le magnésien comme le font tous les corps possédant un atome d'hydrogène mobile :



$$C^2H^5MgBr + HCl = C^2H^6 + MgBrCl.$$

Pour vérifier cette hypothèse nous avons répété l'expérience précédente en remplaçant le toluène par un carbure saturé : cyclohexane ou benzine

---

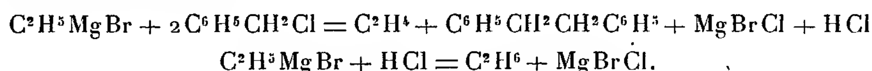
([1]) HOUBEN, *Ber. der chem. Ges.*, 36, 1903, p. 3083.

([2]) L. BERT, *Bull. Soc. chim.*, 37, 1925, p. 1586.

de pétrole, distillant de 70° à 90°. Elle a réussi et nous a donné du *p*-propylisopropylbenzène avec un rendement d'environ 50 pour 100.

La réaction est générale : le chlorure de benzyle réagissant, dans les mêmes conditions, sur les bromures d'éthyl, de *n*-propyl et de *n*-butylmagnésium nous a fourni les *n*-propyl, *n*-butyl et *n*-amylbenzène avec des rendements respectifs de 70, 26 et 47 pour 100.

Il se produit alors une nouvelle réaction secondaire qui a pour effet principal de provoquer la duplication du radical de l'halogénure arylaliphatique condensé avec un magnésien. Par exemple, avec le chlorure de benzyle et le bromure d'éthylmagnésium il se forme, au cours de l'opération, de l'éthane et de l'éthylène qui se dégagent, et du dibenzyle. Les équations suivantes expliquent leur genèse :



$$C^2H^5MgBr + 2C^6H^5CH^2Cl = C^2H^4 + C^6H^5CH^2CH^2C^6H^5 + MgBrCl + HCl$$
$$C^2H^5MgBr + HCl = C^2H^6 + MgBrCl.$$

On pouvait redouter que les halogénures de magnésium ne produisent une transposition moléculaire dans les chaînes latérales à plus de deux atomes de carbone créées, comme le fait le chlorure d'aluminium dans la réaction de Friedel et Crafts. Cette crainte ne nous a pas encore paru fondée ; nous n'avons pas réussi davantage à obtenir de l'acétophénone par réaction du chlorure d'acétyle sur le benzène, en présence de MgBrCl.

En résumé, les rendements faibles ou nuls observés jusqu'ici dans la mise en œuvre de la réaction de Houben paraissent dus à un pouvoir condensant des halogénures de magnésium qu'elle engendre, comparable, dans une certaine mesure, à celui du chlorure d'aluminium dans la méthode de Friedel et Crafts.

On améliore beaucoup ce rendement en opérant au sein d'un hydrocarbure saturé tel que le cyclohexane ou mieux la benzine de pétrole distillant de 70° à 90°.

La réaction de Houben ainsi modifiée présente tous les caractères d'un bon procédé de préparation. Son champ d'application devient vaste, aujourd'hui que l'on sait obtenir commodément les homologues du chlorure de benzyle [1].

---

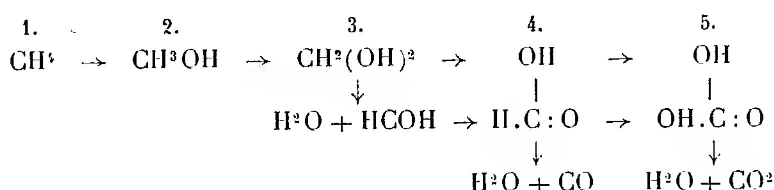
(1) G. Blanc, *Bull. Soc. chim.*, 33, 1923, p. 317.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la combustion lente des hydrocarbures.* Note de M. **Stanislas Landa**, présentée par M. Charles Moureu.

La combustion lente des hydrocarbures a été étudiée surtout par W. A. Bone avec ses collaborateurs (¹).

Le résultat de leurs travaux est condensé dans la théorie d'hydroxylation (*the hydroxylation Theory*) :

Un hydrocarbure quelconque soumis à la combustion lente possède une tendance naturelle à la transformation successive des atomes d'hydrogène en groupes OH avec dégagement de chaleur. La stabilité des molécules formées dépend naturellement de la température et d'autres facteurs. Ainsi Bone considère que la combustion du méthane a lieu selon le processus suivant :



En dehors du méthane, Bone a étudié la combustion lente de l'éthane, du propane, du butane, de l'éthylène, du propylène, du butylène et de l'acétylène. Parmi les produits de la combustion lente il a pu découvrir, en dehors de CO, CO^2, H et H^2O, l'aldéhyde formique et l'aldéhyde acétique.

Récemment H. L. Callendar (²) a soumis à la combustion lente l'hexane et a trouvé qu'il se forme en abondance des aldéhydes : entre autres les aldéhydes formique, acétique et valérique. Mais lui aussi, comme Bone, n'a pu trouver parmi les produits aucune trace d'alcools, et pour cette raison Callendar rejette la théorie d'hydroxylation de Bone et explique la production d'aldéhydes par formation préalable de peroxydes alkyliques.

J'ai soumis à la combustion lente la paraffine blanche fondant à 51° C. suivant le mode indiqué par M. F. Schulz (³) dans l'appareil figuré ci-après à une température de 280 à 300° C. (mesurée dans la paraffine liquide). Les flacons laveurs retiennent les produits solubles dans l'eau et une huile qui surnage.

(¹) *Trans. Chem. Soc.*, **81**, 1902, p. 535; **83**, 1903, p. 1074; **85**, 1904, p. 693 et 1637; **87**, 1905, p. 910 et 1232; **89**, 1906, p. 652, 660, 939 et 1614.

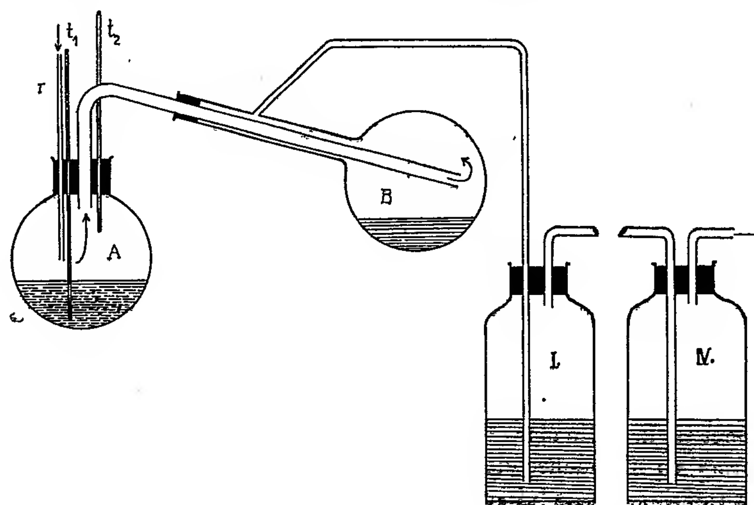
(²) *Engineering*, **123**, 1927, p. 147, 182, 210.

(³) *Chem. Revue über die Fett- und Harz-industrie*, **19**, 1912, p. 300, et **20**, 1913, p. 3.

J'ai séparé grossièrement, par rectification, l'eau des produits; puis par dessiccation au moyen de sulfate de sodium anhydre et une nouvelle rectification j'ai obtenu trois fractions :

Fraction.	°C.
I	45 à 60
II	60 à 70
III	70 à 80

Ayant soumis successivement ces diverses fractions à l'action oxydante du protoxyde d'argent, les aldéhydes seules se sont transformées en acides, tandis que les alcools et les cétones sont demeurés inaltérés.



J'ai pu ainsi déterminer que la première fraction contenait en majeure partie de l'aldéhyde propionique; dans les parties non oxydées de cette première fraction ainsi que dans celles de la deuxième j'ai identifié nettement l'acétone et l'alcool méthylique, non seulement par les réactions colorées, mais en les transformant en dérivés caractéristiques : l'acétone en semi-carbazone, l'alcool méthylique en iodure de méthyle et ensuite en iodure de triméthylphénylammonium, également, au moyen du chlorure de l'acide paranitrobenzoïque, en paranitrobenzoate de méthyle.

J'ai déterminé que la fraction 70-80° C. contenait de l'aldéhyde butyrique; en effet les produits d'oxydation de cette fraction ont donné les sels d'argent et de plomb correspondant à l'acide butyrique. Les parties non oxydées de cette fraction, rectifiées plusieurs fois, soumises à l'action du bisulfite de soude ont donné un dérivé bisulfitique correspondant à celui de la méthyl-

éthylcétone que j'ai pu ainsi isoler et caractériser. Dans la fraction n'ayant pas réagi avec le bisulfite de sodium, j'ai déterminé la présence de l'alcool éthylique que j'ai caractérisé par le même procédé que l'alcool méthylique.

Dans l'huile surnageant les fractions aqueuses provenant de la combustion lente de la paraffine, j'ai caractérisé la présence des aldéhydes : œnanthylique, caprylique, nonylique, caprique et undécylique. Il me reste encore à déterminer dans ces fractions une série de corps, notamment les alcools et les aldéhydes supérieurs.

Dès à présent les résultats que j'ai obtenus, résumés ci-dessus, constituent la première démonstration expérimentale de l'exactitude de la manière de voir de Bone sur la combustion lente des hydrocarbures.

Mes recherches m'ont en effet permis d'isoler et d'identifier les alcools et aldéhydes dont la présence indique ainsi nettement le processus de l'oxydation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Décomposition des anhydrides d'acides. Préparation des anhydrides par déshydratation directe des acides.* Note [1] de MM. **J. Campardou** et **M. Séon**, présentée par M. Sabatier.

I. *Décomposition des anhydrides.* — Perkin et, plus tard, E. Luce ont constaté que l'anhydride acétique pouvait se décomposer au contact de certains catalyseurs, en milieu liquide, pour donner de l'anhydride carbonique et de l'acétone.

Nous avons pensé que les catalyseurs, déjà indiqués par Sabatier et Mailhe pour obtenir, en phase gazeuse, la décomposition des acides organiques en anhydride carbonique, cétone correspondante et eau, donneraient la même réaction.

Effectivement, en faisant passer des vapeurs d'anhydride acétique sur une traînée de *thorine*, suivant la technique indiquée par ces derniers auteurs, nous avons obtenu des résultats semblables à ceux observés par Perkin et E. Luce.

La décomposition des anhydrides est plus facile que celle des acides. Elle est régulière et complète dès 300°. Celle des acides a lieu seulement, comme on sait, à 400-420°. Le gaz dégagé est totalement absorbable par la potasse ; le liquide recueilli à la sortie du tube catalyseur donne, à la distillation, de l'acétone ($T = 56°$). A température plus élevée, il se forme en outre un

(1) Séance du 20 février 1928.

peu d'eau et d'oxyde de mésityle, provenant de la crotonisation partielle de l'acétone.

Dans les mêmes conditions, un mélange d'anhydride acétique et d'anhydride benzoïque, dans les proportions de 2^{mol} du premier, pour 1^{mol} du second, afin de faciliter le passage du mélange dans le tube capillaire, nous a donné aussi un dégagement d'anhydride carbonique et un produit liquide, constitué en majeure partie d'*acétophénone* (T = 202°).

Nous comptons étendre ces résultats aux autres anhydrides d'acides.

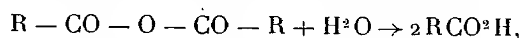
Malgré la thèse invoquée par Perkin et, aussi, par E. Luce, pour expliquer la décomposition de l'anhydride acétique, en milieu liquide, il ne semble pas douteux que la réaction obtenue, dans les conditions exposées, s'explique aisément, si l'on adopte la théorie développée par Sabatier et Mailhe, pour la transformation des acides en cétones. On peut admettre, de la même façon, que l'anhydride se salifie au contact de l'oxyde alcalino-terreux et que le sel formé se décompose ultérieurement en CO^2 et cétone.

Toutefois, il nous semble permis d'élargir cette théorie. Les expériences précédentes nous ont incité à penser que la décomposition des acides pouvait, en réalité, se produire en deux phases. Dans la première, l'acide serait transformé en anhydride par simple déshydratation; puis, l'anhydride se décomposerait à son tour, en donnant de l'anhydride carbonique et la cétone correspondante. Vers 400°, à la température indiquée par Sabatier et Mailhe, les deux phénomènes auraient lieu simultanément, puisque la décomposition de l'anhydride se produit dès 300°.

Ce point de vue offrirait l'avantage d'introduire une unité de vues remarquable dans l'ensemble des catalyses de déshydratation. La déshydratation des acides serait analogue notamment à celle des *alcools*, qui fournissent, comme on sait, les *éthers oxydes* correspondants.

II. *Déshydratation des acides.* — Pour achever de démontrer la réalité de notre interprétation, il nous restait à examiner s'il était possible d'obtenir les anhydrides, par déshydratation directe des acides.

Cette déshydratation n'avait pas encore été réalisée. On pouvait penser, cependant, que la réaction de décomposition des anhydrides, par hydratation en milieu liquide, avec retour aux acides

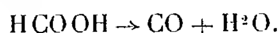


$$R - CO - O - CO - R + H^2O \rightarrow 2RCO^2H,$$

pouvait constituer un équilibre chimique, en phase gazeuse, et qu'elle pouvait devenir réversible entre certaines limites de température. Aussi bien, l'un de nous avait observé, précédemment, la formation de petites quan-

tités d'anhydride acétique, dans la préparation de l'acétophénone, par la méthode Sabatier et Mailhe, en présence d'oxyde de thorium.

Nous avons pensé, d'ailleurs, qu'il était plus logique, pour réaliser la déshydratation seule des acides, de s'adresser à un autre catalyseur : l'*oxyde de titane*. Sabatier et Mailhe ont indiqué en effet que son action se manifeste, sur la décomposition de l'acide formique, dans le sens de la déshydratation pure et simple



$$HCOOH \rightarrow CO + H^2O.$$

Nous avons donc fait passer des vapeurs d'acide acétique cristallisable, pur, sur une traînée de TiO^2, maintenue vers 300°. Le produit condensé a commencé à bouillir, à la température de 105°, nous avons constaté qu'il était formé d'un mélange d'eau, d'anhydride acétique et d'acide non décomposé. Par un titrage acidimétrique d'une partie du produit, il nous a été possible d'évaluer la quantité d'anhydride formé. Elle a été de 12,8 pour 100. Cette proportion constitue évidemment une limite inférieure, puisque l'anhydride doit forcément s'hydrater d'une façon continue, depuis le moment de sa formation et, surtout, pendant le titrage, en présence d'alcali.

Nous espérons obtenir, par la même voie, d'autres anhydrides. Nous comptons, aussi, préciser les conditions techniques, dans lesquelles il conviendrait de se placer, pour éviter, ou diminuer tout au moins, l'action de la vapeur d'eau sur l'équilibre, en absorbant H^2O dans le tube catalyseur lui-même, par un procédé approprié.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Mesures magnétiques dans l'est de la France.* Note de MM. **Gibault** et **P. Rougerie**, transmise par M. G. Ferrié.

Ayant été appelés à prendre part au nouveau levé magnétique de la France (subvention de la Fondation Loutreuil), nous avons pu, au cours de l'été 1926, effectuer 28 séries de mesures dans les départements de la Meuse et de la Meurthe-et-Moselle. Parmi ces 28 stations, une vingtaine ont été visitées autrefois par Moureaux. Les noms des 8 stations nouvelles sont en *italique* dans le tableau suivant qui donnent les valeurs des éléments magnétiques réduites au 1er janvier 1922 pour les différents points :

Meuse (14 stations.)

	D.	I.	H.	Situation magnétique au moment des mesures.
	° ′	° ′		
Bar-le-Duc	10.54,1	64.21,7	0,19894	calme (H), presque calme (D, I).
Clermont-en-Argonne	11. 3,3	64.40,5	0,19713	peu agitée (D, H), agitée (I).
Commercy	10.46,1	64.21,6	0,19917	calme (I, H), peu agitée (D).
Damvillers	10.51,3	64.46,9	0,19619	calme (D), presque calme (I, H).
Demanges-aux-Eaux	10.47,8	64.16,4	0,19915	presque calme (D, H), agitée (I).
Dun-sur-Meuse	11. 3,0	64.53,4	0,19610	calme (D), presque calme (I, H).
Étain	10.42,5	64.44,2	0,19685	calme (H), presque calme (D, I).
Montmédy	10.45,8	64.55,7	0,19582	calme.
Revigny	10.57,1	64.32,8	0,19850	calme (D), presque calme (I, H).
Saint-Mihiel	10.43,5	64.28,7	0,19871	calme (D), presque calme (H), peu agitée (I).
Spincourt	10.41,6	64.50,9	0,19641	calme.
Stenay	10.57,0	64.55,9	0,19573	calme.
Varennes-en-Argonne	10.59,2	64.50,0	0,19643	calme (H), presque calme (D, I).
Verdun	10.52,3	64.44,2	0,19746	calme.

Meurthe-et-Moselle (14 stations).

	D.	I.	H.	Situation magnétique au moment des mesures.
	° ′	° ′		
Avricourt	9.55,7	64.18,9	0,19983	presque calme (I, H), peu agitée (D).
Blainville	10.21,5	64.18,9	0,19988	calme.
Hussigny	10.39,9	64.49,7	0,19589	calme (D), presque calme (I, H).
Jarny	10.36,8	64.42,7	0,19756	calme.
Longuyon	10.47,3	64.53,0	0,19615	calme.
Longwy	10.40,8	64.55,9	0,19565	calme (D, H), presque calme (I).
Ludres	10.17,1	64.23,0	0,19906	presque calme (D, H), peu agitée (I).
Lunéville	10. 9,7	64.18,2	0,19875	presque calme (D), peu agitée (I, H).
Nancy	10.22,7	64.27,8	0,19842	calme.
Pompey	10.22,3	64.27,5	0,19871	calme (H), presque calme (D, I).
Pont-à-Mousson	10.25,4	64.26,7	0,19819	calme (D), presque calme (I, H).
Saulnes	10.33,0	64.52,7	0,19588	presque calme.
Toul	10.24,6	64.23,7	0,19854	calme.
Villerupt	10.31,9	64.56,8	0,19570	presque calme (D), peu agitée (H), agitée (I).

Les variations séculaires moyennes (1896-1922) pour chacun de ces deux départements ont pour valeurs respectives :

	ΔD.	ΔI.	ΔH.
Meuse	−3°,0′	−19′	+0,0009
Meurthe-et-Moselle	−3°,3′	−17′	+0,0008

Le tracé des courbes isomagnétiques dans cette région ne révèle aucune anomalie magnétique marquée. Toutefois, dans le Nord-Ouest du dépar-

tement de la Meuse, la légère déformation des courbes semble indiquer le prolongement de l'anomalie magnétique des Ardennes. Par contre, les gisements de minerai de fer ne paraissent pas avoir d'influence sur la distribution des éléments magnétiques dans ces deux départements.

BOTANIQUE. — *Contribution à l'étude du chondriome d'un Champignon du genre* Saprolegnia. Note (1) de M. **Ph. Joyet-Lavergne**, présentée par M. L. Mangin.

Un des organismes dont la structure cellulaire est aujourd'hui le plus parfaitement connue est un Champignon du genre *Saprolegnia* découvert par Chaze (2) et dont Guilliermond a fait une étude cytologique très complète (3). Grâce à cette étude, cet organisme constitue un matériel favorable pour des recherches sur les qualités physico-chimiques du chondriome. M. Guilliermond ayant bien voulu mettre à ma disposition des cultures de ce *Saprolegnia*, j'ai pu reconnaître dans le chondriome les qualités suivantes :

1° *Le chondriome est le support du glutathion.* — Si l'on traite les filaments de *Saprolegnia* par une solution de nitroprussiate de sodium en milieu ammoniacal, on constate que les éléments du chondriome donnent la coloration rouge caractéristique du glutathion. Des réactions complémentaires, déjà utilisées (4) pour confirmer l'existence du glutathion dans divers tissus, donnent également des résultats positifs. Une solution aqueuse saturée d'acide picrique est diluée dans le double de son volume d'eau ; à cette concentration, l'acide picrique donne une teinte rose sur les éléments du chondriome. Par l'action d'une solution aqueuse du chlorure de fer, les éléments du chondriome apparaissent plus sombres. Cette dernière réaction est inférieure aux deux autres, car elle entraîne pour le chondriome une tendance à la transformation des chondriocontes en chapelets de granules.

2° *Le chondriome a un pouvoir réducteur.* — La réaction de l'acide picrique et l'action du chlorure de fer ne sont pas en réalité des réactions spécifiques du glutathion. Heffter (5) les ayant employées comme réactifs

(1) Séance du 20 février 1928.
(2) J. Chaze, *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1188.
(3) A. Guilliermond, *Arch. anat. mic.*, **23**, 1927, p. 1.
(4) Ph. Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1088.
(5) A. Heffter, *Mediz. naturw. Arch.*, **1**, 1908, p. 81.

de la cystéine, on peut les utiliser comme réactions complémentaires du glutathion, mais la signification véritable de ces réactions est simplement la manifestation d'une réduction; elles démontrent que le chondriome a un pouvoir réducteur.

Le pouvoir réducteur du chondriome peut se manifester par d'autres réactifs. En ajoutant une goutte d'acide chromique à 1 pour 100 à une préparation de *Saprolegnia* sur lame, on constate que le réactif est réduit au niveau des éléments du chondriome, il les fait apparaître en sombre avec un reflet rose. La solution aqueuse de bichromate de potassium à 3 pour 100 est également réduite au niveau du chondriome qui se détache ainsi nettement dans la masse cytoplasmique.

Le *m*-dinitrobenzol qui est incolore prend par hydrogénation une couleur jaune. Si l'on place une goutte de solution saturée de *m*-dinitrobenzol dans l'alcool à 70° sur des filaments de *Saprolegnia*, on constate que les éléments du chondriome prennent une couleur jaune sombre.

3° *Le chondriome a un pouvoir oxydant.* — Ce pouvoir peut se manifester par l'action de réactifs qui se colorent par oxydation. Si l'oxydation de ces réactifs se produit au niveau des éléments du chondriome, ces éléments se détacheront plus nettement dans la préparation. Dans une solution aqueuse de métol à 2 pour 100, les chondriocontes sont noircis et les images obtenues se rapprochent des figures données par Guilliermond [1] dans la recherche du chondriome par la méthode de Regaud (*fig.* 38, 4) pour une autre espèce de *Saprolegnia*.

La solution aqueuse à 2 pour 100 d'acide pyrogallique ou la solution aqueuse à 2 pour 100 de diamidophénol donnent également une coloration noire aux éléments de chondriome. Les résultats obtenus avec une solution aqueuse à 2 pour 100 du chloranol sont un peu moins nets.

Les trois qualités du chondriome : 1° présence du glutathion; 2° pouvoir réducteur; 3° pouvoir oxydant, ont été reconnues par des méthodes distinctes et indépendantes, mais les deux dernières qualités, qui sont des manifestations du pouvoir oxydo-réducteur du chondriome, peuvent être considérées comme des conséquences de la présence du glutathion.

Les réactifs utilisés pour l'étude de l'oxydation : métol, acide pyrogallique, diamidophénol, chloranol, peuvent se colorer en présence de l'oxygène de l'air, mais leur coloration est beaucoup plus lente que celle qui s'opère au niveau du chondriome. La surface du chondriome nous apparaît

---

[1] A. Guilliermond, *Titres et travaux scientifiques*. Lyon, 1921, p. 78.

ainsi comme le siège d'une activation moléculaire; cette activation moléculaire doit jouer un rôle dans les oxydations dont la cellule vivante est le siège. Le changement de couleur du *m*-dinitrobenzol est dû à un phénomène d'hydrogénation, le mécanisme de l'activation moléculaire se manifesterait donc, dans ce cas, par la présence d'hydrogène actif à la surface du chondriome.

Ces constatations peuvent parfaitement s'accorder avec les diverses interprétations du mécanisme d'action du glutathion, toutefois elles ne nous permettent pas encore de décrire le mécanisme moléculaire précis suivant lequel s'effectuent les oxydo-réductions dont le chondriome est le siège dans la cellule vivante.

PHYSIOLOGIE. — *Effets de l'excitation simultanée du vague et du sympathique sur le cœur et sur l'intestin.* Note de M. RAYMOND-HAMET, présentée par M. Charles Richet.

Ayant démontré antérieurement que les substances sympathicolytiques n'agissent pas également sur les différents organes innervés par le sympathique, nous avons été amené à rechercher si l'excitation simultanée des nerfs antagonistes du système nerveux végétatif ne produit pas aussi des effets différents sur les divers organes innervés à la fois par le sympathique et le parasympathique. A dire vrai, les effets d'une telle excitation n'ont encore été que peu étudiés. Des travaux publiés sur l'excitation simultanée des accélérateurs et du vague cardiaque ainsi que de ceux qui ont été consacrés à l'étude de l'excitation de la corde du tympan et du sympathique on ne peut tirer de conclusion définitive. Il est vrai que les auteurs de ces travaux avaient utilisé la méthode de l'excitation électrique des troncs nerveux, méthode à laquelle nous avons préféré une technique pharmacologique.

On sait que l'adrénaline excite le système nerveux sympathique et par conséquent provoque une augmentation d'amplitude et une accélération des contractions cardiaques ainsi que l'inhibition des contractions intestinale; on sait aussi qu'elle provoque secondairement une excitation du centre du vague. Ainsi donc, sur un animal à vagues intacts, l'adrénaline excite simultanément les deux systèmes nerveux autonomes. Ce sont les effets de cette excitation sur un organe à innervation sympathique motrice,

le cœur, et sur un organe à innervation sympathique inhibitrice, l'intestin, qui ont fait l'objet de notre étude.

Après nous être assuré qu'une excitation électrique au niveau du cou du bout périphérique du pneumogastrique calculée pour produire un effet chronotrope négatif sur l'oreillette et le ventricule et un effet inotrope négatif sur l'oreillette, provoque une augmentation considérable de l'amplitude des contractions intestinales (*fig.* 1), nous avons injecté dans la

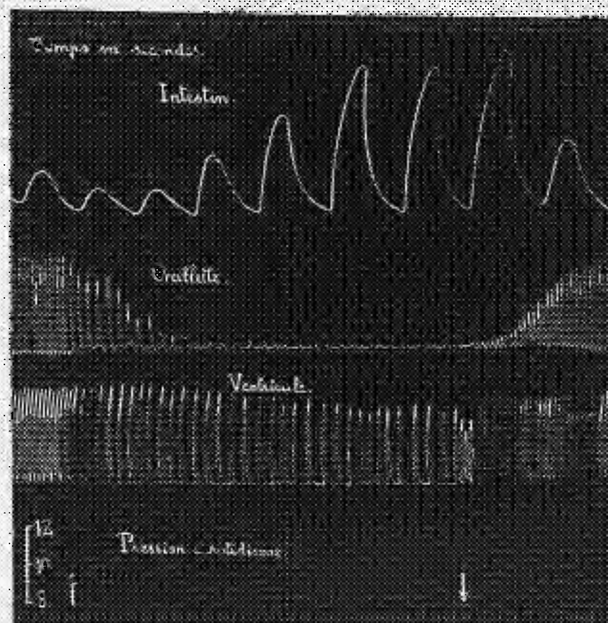


Fig. 1. — Chien de 16^{kg}, choralosé (12^{cg} par kilogramme), thoracotomisé, à vagues intacts. — Contractions de l'intestin enregistrées par la méthode du ballon; contractions de l'oreillette et du ventricule enregistrées par la méthode de suspension; modifications de la pression carotidienne enregistrées par le manomètre à mercure. — ↑ Début de l'excitation du bout périphérique du vague au cou; ↓ fin de cette excitation. — Tracé réduit de moitié.

saphène d'un chien à vagues intacts une dose d'adrénaline provoquant des effets cardiaques analogues à ceux de cette excitation électrique du tronc du vague, et nous avons constaté (*fig.* 2) que pendant toute la durée de l'action de l'adrénaline les contractions intestinales demeurent inhibées. Ainsi donc, alors que pour le cœur c'est l'excitation du vague qui l'emporte sur celle du sympathique, pour l'intestin c'est celle du sympathique qui prédomine sur celle du vague.

On voit donc que les deux systèmes nerveux autonomes ne peuvent pas



Fig. 2. — Chien de 12kg, chloralosé (12cg par kilogramme), thoracotomisé, à vagues intacts. — Mêmes techniques d'enregistrement que pour la figure 1. — Tracé réduit au tiers.

être considérés en bloc, ce qui explique que, comme l'a dit, dès 1913, Lœper, les « syndromes de sympathicotonie et de vagotonie ne se présentent pas aussi franchement » qu'on l'admet généralement.

PHYSIOLOGIE. — *Variations du* pH *sanguin et de la réserve alcaline au cours de la diète hydrique chez le chien.* Note [1] de MM. MAIGNON et E. KNITHAKIS, présentée par M. E. Leclainche.

On est généralement d'accord pour considérer l'acidose du jeûne, chez l'homme comme une acidose compensée, avec fixité du pH sanguin et chute de la réserve alcaline, sauf chez l'enfant où elle peut être franchement décompensée (E. J. Bigwood).

Dans ces recherches nous avons étudié, chez le chien, les variations du pH, de CO^2 total et de la réserve alcaline du sang, au cours de la diète hydrique. Le pH sanguin a été déterminé par la méthode de A.-B. Hastings et J. Sendroy, le CO^2 du sang veineux à l'aide de l'appareil de Van Slyke (extraction du sang sous huile de vaseline) et la réserve alcaline par la méthode du même auteur (saturation en CO^2 du plasma oxalaté par insufflation d'air expiré).

Nous résumons les résultats obtenus dans le tableau suivant :

	pH sanguin.	CO^2 du sang.	Réserve alcaline.
VII. — Chien de 2 ans, 19^{kg} (janvier-février 1927).			
Alimenté	7,40	43,9	–
Diète hydrique. 10e jour	7,33	54,5	–
VIII. — Chien de 18 mois, 8^{kg} (février-mars 1927).			
Alimenté	7,40	51,7	–
Diète hydrique. 8e jour	7,34	47,3	–
Diète hydrique. 20e »	7,29	–	–
IX. — Chien de 15 mois, 13^{kg} (mars-avril 1927).			
Alimenté	7,40	44,0	–
Diète hydrique. 6e jour	7,37	51,3	–
Diète hydrique. 11e »	7,36	52,2	–

[1] Séance du 20 février 1928.

		pH sanguin.	CO^2 du sang.	Réserve alcaline
X. — Chien de 15 mois, 15kg (mars-avril 1927).				
Alimenté		7,38	53,2	–
Diète hydrique.	7e jour	7,37	46,3	–
	13e »	7,37	48,4	–
XI. — Chien de 4 ans, 12kg (avril-mai 1927).				
Alimenté		7,42	48,4	–
Diète hydrique.	20e jour	7,30	42,0	–
XII. — Chienne de 3 ans, 23kg (mai-juin-juillet 1927).				
Alimenté		7,42	–	52,0
Diète hydrique.	13e jour	7,44	–	36,0
	27e »	7,36	–	51,5
	31e »	7,33	–	50,0
	37e »	7,42	–	50,8
	41e »	7,40	–	50,0
	48e »	7,38	–	52,5
XIII. — Chien âgé, 17kg (juillet 1927).				
Alimenté		7,42	57,3	60,0
Diète hydrique.	4e jour	7,33	48,8	52,2
XIV. — Chienne de 2 ans, 18kg (juillet 1927).				
Alimenté		7,43	53,2	55,3
Diète hydrique.	4e jour	7,33	48,0	52,9

Analyse des résultats. — *Modifications au cours des deux premières semaines.* — Dans six expériences sur huit, nous avons constaté une chute importante du pH, tandis que la réserve alcaline ou le CO^2 total ne subissaient que des variations très faibles et demeuraient dans les limites normales.

Il semble qu'avec le CO^2 total on obtienne des chiffres moins homogènes qu'avec la réserve alcaline. Dans quelques expériences nous avons même noté une augmentation de ce CO^2 total. Ces irrégularités ne tiendraient-elles pas à ce que, chez le chien, comme l'a fait remarquer Liégeois [1], l'hyperpnée émotive est fréquente au moment de la prise de sang. L'augmentation du CO^2 total, que nous avons observée quelquefois chez le chien inanitié, pourrait s'expliquer par une diminution de l'émotivité sous l'influence du jeûne.

[1] *Société Belge de Biologie*, 96, 1927, p. 425.

Le chien de l'expérience X s'est comporté comme l'homme au point de vue de l'acidose sanguine : fixité du pH avec diminution du CO^2 total. Il est intéressant de signaler qu'au point de vue cétose urinaire, c'est le seul pour lequel on ait constaté, comme chez l'homme, une augmentation de l'acide β-oxybutyrique et des corps cétoniques totaux, au lieu de la diminution, que nous avons montrée dans une précédente Note, être habituelle chez le chien.

Modifications au cours du jeûne prolongé. — Dans l'expérience XII, la survie a été de 61 jours. On peut y distinguer trois phases correspondant à trois périodes de 15 jours. Dans la première : fixité du pH et forte chute de la réserve alcaline. Dans la seconde, chute du pH et relèvement de la réserve alcaline. Dans la troisième, relèvement du pH. A cette dernière le pH et la réserve alcaline ont repris leur valeur normale. C'est la période d'amaigrissement extrême et d'ammoniurie. L'ammoniaque urinaire, que nous avons dosée à plusieurs reprises, oscille entre 2^g et $2^g,5$ par litre d'urine, alors que chez le chien normal elle est de $0^g,22$; chez le chien qui jeûne, au neuvième jour, de $0^g,88$ et au vingt-troisième jour, de $1^g,17$. La neutralisation de l'acidose sanguine ne serait-elle pas due à la formation d'ammoniaque, à cette période avancée de l'inanition ?

Conclusion. — Tandis que chez l'homme l'acidose du jeûne est presque toujours compensée, chez le chien elle ne l'est presque jamais : le pH s'abaisse, alors que la réserve alcaline ne subit pas de variations importantes.

Dans la diète hydrique prolongée, on peut observer des oscillations d'ordre inverse entre le pH et la réserve alcaline, ainsi qu'un relèvement à la normale de ces deux facteurs, au cours de la période cachectique finale, lorsque la survie est suffisamment prolongée.

BIOLOGIE. — *Le cycle de croissance chez une Planaire,* Planaria gonocephala *Dugès.* Note de M. **M. Abeloos**, présentée par M. F. Mesnil.

La croissance pondérale des Planaires est essentiellement discontinue : ces animaux subissent en effet, au cours d'un seul repas de quelques heures, des augmentations de poids pouvant aller dans certains cas jusqu'au doublement de leur poids initial; d'autre part, durant le laps de temps qui sépare nécessairement deux repas consécutifs, le jeûne se traduit par une chute de poids qui équivaut généralement à plus de la moitié du gain réalisé au cours du repas précédent.

Cependant, si l'on nourrit à intervalles réguliers et dans ces conditions toujours identiques des lots de Planaires *de différentes tailles*, la comparaison des gains réalisés par les divers lots au bout d'une période déterminée indiquera, en quelque sorte, les variations du pouvoir de croissance de l'organisme au cours même de sa croissance, et permettra même de définir, au moins pour les conditions de l'expérience, une véritable courbe de croissance.

Je suis parti de 5 lots de *Planaria gonocephala*, mises en expérience le 20 novembre, 5 jours après leur récolte. Le tableau ci-après indique le poids moyen des individus dans les différents lots. Les quatre premiers lots comprenaient 12 Planaires, le dernier 24. Les animaux, maintenus à une température constante de 20° C., étaient nourris régulièrement tous les trois jours de fragments de Lombric, et pesés avant et après chaque repas. L'expérience a été poursuivie pendant plus d'un mois, temps durant lequel les animaux ont pris successivement 12 repas. En fin d'expérience, la taille finale moyenne était, dans presque tous les lots, supérieure à la taille initiale moyenne du lot précédent.

Poids moyen d'un individu en milligrammes.

Lots.........	I.	II.	III.	IV.	V.
20 novembre 1927	22,3	12	6,6	4	1,3
21 novembre 1927 (fin du 1er repas)........	26	18,7	10,5	7	2,7
Gain du poids initial (pour 100)...........	16	56	59	75	107
9 décembre 1927 (fin du 7e repas)..........	30	21,4	15,4	11,9	5,9
24 décembre 1927 (fin du 12e repas)........	26,7	22,4	20,6	16,5	8,2
Gain du 21 novembre au 24 décembre......	0,7	3,7	10,1	9,5	5,5
Même gain du poids initial (pour 100)......	2	20	95	135	200

On constate à la fin du premier repas une augmentation pondérale très importante, compensant sans doute le jeûne, cependant de courte durée, qui avait précédé l'expérience. Au cours des repas suivants, l'augmentation de poids d'un repas à l'autre est faible, mais cependant sensiblement continue et régulière.

Seul le premier lot s'est comporté de façon aberrante : le poids moyen, qui s'était élevé jusqu'à 30^{mg} à la fin du sixième repas, a repris, en fin d'expérience, sensiblement sa valeur initiale. D'autre part, au cours des 10 jours qui ont suivi la fin de l'expérience, alors que les animaux étaient abandonnés à l'inanition, les 12 planaires du premier lot ont déposé

6 cocons. Il y a donc tout lieu de supposer que le premier lot avait atteint la taille maxima compatible avec les conditions de l'expérience, la fin du cycle de croissance étant accompagnée de la maturité sexuelle.

La comparaison des résultats fournis par les différents lots montre que l'augmentation pondérale absolue présente un maximum pour les individus de taille moyenne, aussi bien si l'on considère le gain au cours du premier repas que le gain réalisé entre la fin du premier repas et la fin du douzième. Au contraire, le gain relatif, rapporté à 100^{ms} de poids initial, décroît régulièrement lorsque la taille augmente. Le pouvoir de croissance de l'organisme s'affaiblit donc constamment au cours même de la croissance. Si l'on raccorde les fragments de courbe de croissance fournis par les différents lots, on obtient une courbe totale qui présente la forme en S typique.

La croissance d'un animal comprend généralement une série de cycles de croissance, correspondant à des phases plus ou moins bien définies de leur développement morphologique. Mes expériences mettent au contraire en évidence chez les Planaires un seul cycle de croissance. Ce fait est sans doute en rapport avec la grande simplicité du développement post-embryonnaire de ces animaux. Il est permis également de penser que les phénomènes si remarquables de réduction par le jeûne, qui conduisent à admettre pour les Planaires une véritable réversibilité de la croissance, sont liés à ce caractère monocyclique de leur développement.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Sensibilité du* Macacus rhesus *au virus de la fièvre jaune.* Note [1] de MM. **C. Mathis**, **A. W. Sellards** et **J. Laigret**, présentée par M. Roux.

Depuis les remarquables résultats obtenus par les Missions américaines et françaises et qui datent de plus d'un quart de siècle, aucun progrès important n'a été réalisé dans l'étude expérimentale du virus amaril. Ainsi que le faisaient déjà remarquer, en 1906, Marchoux, Simond et Salimbeni [2], le manque d'animaux sensibles, autres que l'homme, compliquait

---

[1] Séance du 13 février 1928.

[2] Marchoux, Simond et Salimbeni, *Ann. Inst. Pasteur*, 20, 1906, p. 34.

singulièrement l'étude de la maladie. Durant plusieurs années, sur l'affirmation de Noguchi que le cobaye était l'animal de choix pour la reproduction expérimentale de la fièvre jaune, on crut la difficulté résolue et l'on abandonna généralement l'expérimentation sur les singes dont certaines espèces avaient d'ailleurs été reconnues comme réfractaires au virus amaril par Noguchi.

Cependant il paraissait indiqué de s'engager de nouveau dans cette voie ouverte déjà par Marchoux, Simond et Salimbeni en 1906 (¹), et par H. W. Thomas en 1907 (²). C'est ce que fit Adrian Stokes qui entreprit récemment des expériences de transmission de la fièvre jaune au *Macacus rhesus*, et obtint ainsi les brillants résultats rapportés dans le *British medical Journal* du 1er octobre 1927. Ces recherches, interrompues par la mort prématurée de Stokes, méritaient d'être reprises et c'est ce qui a engagé l'un de nous à se rendre au Sénégal, avec un lot de *Macacus rhesus*, originaires des Indes britanniques et des élevages de *Stegomyia* provenant de la Havane.

Parmi les nombreuses expériences entreprises à l'Institut Pasteur de Dakar, nous n'en mentionnerons que trois relatives à la transmission du virus amaril de l'homme au singe par piqûres de *Stegomyia* et par inoculation du sang d'un malade atteint de fièvre jaune.

Un jeune Syrien, F. M., âgé de 17 ans, est vu le 20 décembre, à midi, au volant de son automobile, se rendant au Lazaret, où sa mère était en traitement pour fièvre jaune. Le même jour, dans la soirée, il est pris de fièvre avec frissons. Nous le voyons le lendemain, à 15h. Il était donc au plus à la 20e heure de la maladie, c'est-à-dire tout à fait au début d'une infection amarile qui évolua d'une façon légère, mais fut caractérisée par deux périodes fébriles séparées par une courte rémission. Les conjonctives légèrement jaunes présentaient des suffusions sanguines, les urines ne montraient que des traces d'albumine, mais au 7e jour de la maladie, avant l'entrée en convalescence, le malade était très abattu, avec hypotension et faiblesse cardiaque très marquée (température 36°,3; pouls à 60).

Le 21 décembre, à 15h, on fit piquer le malade par 16 *Stegomyia* qui furent conservés dans une double cage grillagée. En même temps on préleva du sang que l'on inocula à un *Macacus rhesus* (2^{cm^3} par voie sous-cutanée et 2^{cm^3} par voie intrapéritonéale). Deux jours plus tard, l'animal présenta une légère fièvre et au huitième jour après l'inoculation, il fut trouvé mourant. A l'autopsie, on constata un léger ictère et

---

(¹) *Loc. cit.*, p. 33.

(²) H. W. Thomas, *British med. Journal*, 19 janvier 1907, p. 138.

des lésions ressemblant à celles de la fièvre jaune. Du sang et une émulsion de foie furent injectés à deux jeunes cobayes qui restèrent indemnes, ce qui exclut la présence du *Leptospira icteroides*.

Le 14 janvier 1928, c'est-à-dire 24 jours après le repas infectant, il restait 13 moustiques (3 avaient été sacrifiés pour examen sur frottis) qui furent placés sur un *Macacus rhesus*, en bon état; le singe fut piqué par 11 *Stegomyia*. Après 3 jours d'incubation, la température monta brusquement à 40°,9 dans l'après-midi du 17 janvier. Le 18, la température était à 40°,2. Le 19, l'animal était très abattu, il ne mangeait plus et présentait une forte dyspnée. Il mourut dans la nuit du 19 au 20 janvier. A l'autopsie, on trouva au niveau du foie, en surface et à la coupe, des îlots jaunâtres, indices d'une dégénérescence graisseuse. Une petite quantité d'urine prélevée dans la vessie accusa $2^g,50$ d'albumine par litre. Pas d'ictère des conjonctives ni des téguments, mais la graisse sous-cutanée était nettement plus jaune que normalement, pas de piqueté hémorragique sur la muqueuse de l'estomac qui était en état de vacuité.

Le 23 janvier, les mêmes *Stegomyia*, qui étaient encore au nombre de 12, furent reportés sur un second *Macacus rhesus*. Le 26, au matin, après 2 jours et demi d'incubation, l'animal présenta une forte élévation thermique à 41°,2 qui tomba à 40°,7 dans l'après-midi. Le lendemain, temp. M. 40°,3; S. 40°. Le 28 janvier, dans la matinée, le singe est inerte, les yeux clos, ne réagissant plus que par des plaintes. On compte 40 inspirations par minute et le pouls est à 144. Le singe meurt à 13^h. A l'autopsie, pas de teinte jaune appréciable des téguments, pas d'ictère conjonctival, mais l'estomac contient une petite quantité de liquide de couleur bouillon sale contenant de petits filaments brunâtres et dans lequel l'examen chimique révéla une forte proportion d'hémoglobine. Le foie présentait sur les bords et à la coupe des lésions indiscutables de dégénérescence graisseuse; la vessie était vide.

En résumé, trois *Macacus rhesus* infectés, l'un par l'inoculation du sang d'un malade de fièvre jaune, les deux autres par piqûres de moustiques nourris sur le même malade, ont succombé à une infection que tout permet de considérer comme une fièvre jaune expérimentale.

La séance est levée à 16^h.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de janvier 1928.

Statistique mathématique, par G. Darmois. Paris, Gustave Doin, 1928; 1 vol. 18^{cm}. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Les chemins de fer urbains parisiens, par Louis Biette. Préface de F Bienvenüe. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1928; 1 vol. 23^{cm},5. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Mémento du chimiste. II. — Partie industrielle, rédigé sous la direction de Marcel Boll et Paul Baud, par J. Boisseau, M. Caville, M. Chivoret, L.-P. Clerc, D. Élouard, R. Le Coarer. Paris, Dunod, 1928; 1 vol. 21^{cm}. (Présenté par M. Ch. Moureu.)

Le Botaniste. Série XIX, fasc. I-VI. *Recherches sur l'assimilation chlorophyllienne et les questions qui s'y rattachent*, par P.-A. Dangeard. Paris, 1, rue Victor-Cousin, 1927; 1 vol. 25^{cm},5.

Les problèmes biologiques. X : *L'urée (recherches de chimie analytique, biologique et agricole). Les fonctions dinaphtopyranol, xanthydrol et sel de pyryle (chimie organique)*, par Richard Fosse. Paris, les Presses universitaires de France, 1928; 1 vol. 24^{cm},5.

Traité d'Analyse, par Émile Picard, 3e édition, tome III. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 25^{cm},5.

El Observatorio del Ebro. Idea general sobre el mismo por el Subdirector, par le R. P. Ignacio Puig. Tortosa, Imprenta moderna del Ebro de Algueró y Baiges, 1927; 1 vol. 24^{cm},5.

Déformation des surfaces étudiées du point de vue infinitésimal, par Bertrand Gambier, in *Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. 26. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1927; 1 fasc. 25^{cm},5.

Dictionnaire de Physiologie, par Charles Richet, 3e fasc. du tome X : *Man-Mo*. Paris, Félix Alcan, 1928; 1 vol. 28^{cm},5.

Annuaire pour l'an 1928, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 14^{cm}.

La vie de Bernard Palissy, par Désiré Leroux. Paris, Champion, 1927; 1 vol. 22^{cm}.

Nicolai Copernic *Torinensis de revolutionibus orbium cœlestium*. libri VI. Nuremberg, 1543; 1 vol. 28^{cm}. (Reproduction en fac-similé.) (Présenté par M. Andoyer.)

Faune des colonies françaises, publiée sous la direction de A. Gruvel. *Contribution à l'étude de la faune du Cameroun*, par Th. Monod. Paris, Société d'éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1927; 1 vol. 25^{cm},5. (Présenté par M. Mangin.)

La Géométrie non euclidienne, par P. Barbarin, suivie de notes par A. Buhl. Paris, Gauthier-Villars et Cie (*Scientia*, n° 15), 1928; 1 vol. 19^{cm}.

Principles of Microscopy being a Handbook to the Microscope, by Sir A. E. Wright. London, Archibald constable et C°, Ltd, 1906; 1 vol. $26^{cm},5$.

ERRATA.

(Séance du 13 février 1928.)

Note de M. *Maurice Janet*, Sur un système d'équations aux dérivées partielles :

Page 419, l'équation (2) doit être lue :

$$(2)\qquad A[C(v)B(u)-C(u)B(v)]+C[A(v)C(u)-A(u)C(v)] + B[B(v)A(u)-B(u)A(v)]=0.$$

Page 420, ligne 2, *au lieu de* $x_1 = x$, *lire* $x_1 = x_1^0$.

(Séance du 20 février 1928.)

Note de M. *E. Bruet*, Sur les conditions de formation et de conservation du Pliocène supérieur de la vallée de l'Aujon :

Page 511, ligne 17, *au lieu de* surmontant le diluvium gris décalcifié du Bassin de Paris, *lire* surmontant le diluvium gris non décalcifié du Bassin de Paris.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 5 MARS 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉODÉSIE. — *L'opération des longitudes mondiales* (octobre-novembre 1926). Note de M. **G. Ferrié.**

A la séance de l'Académie des Sciences du 8 novembre 1926, M. Charles Lallemand, au nom du Bureau des Longitudes, exposait les méthodes générales et les buts de la grande opération des longitudes mondiales qui s'exécutait alors. Commencées le 1er octobre, les observations prirent fin le 1er décembre 1926.

Le président de la Commission mixte internationale qui prépara et réalisa l'entreprise est en mesure, aujourd'hui, de faire connaître à l'Académie les principaux résultats obtenus.

Trente et une émissions de signaux radiotélégraphiques étaient faites par 24 heures, sur ondes longues et sur ondes courtes, par neuf postes différents. Cinquante-deux stations astronomiques appartenant à trente nations différentes avaient fait connaître leur intention de prendre part aux opérations. Quarante-cinq d'entre elles ont déjà transmis au président le compte rendu de leurs observations sous des formes plus ou moins détaillées. Parmi celles-ci, vingt-deux ont fourni les éléments permettant de les relier à l'un des trois sommets du triangle fondamental [1] Alger-Zi Ka Wei-San Diego.

---

[2] L'expression triangle fondamental, consacrée par l'usage, laisse beaucoup à désirer à divers points de vue, notamment parce que les angles du triangle n'ont rien à voir dans la question, ceux que l'on mesure étant les angles que forment les méridiens des sommets, c'est-à-dire les angles en un point, le pôle, qui ne fait pas partie de la figure.

La détermination des différences de longitude de ces trois points, avec rattachement à Paris, constituait plus essentiellement l'objet de la participation française aux opérations.

Pour les comparaisons de leurs heures locales, les stations d'Alger, Zi Ka Wei, San-Diégo ont utilisé dans l'ensemble sept émissions radiotélégraphiques quotidiennes. Un ciel favorable a facilité les observations astronomiques. De plus la qualité des pendules à température et pression constantes, leur contrôle répété par les comparaisons avec les garde-temps d'autres stations, Paris particulièrement, grâce aux nombreuses réceptions de signaux horaires, a permis une interpolation sûre. On a pu ainsi faire concourir l'ensemble de tous les enregistrements radiotélégraphiques au calcul des différences de longitude, sans négliger les jours où la détermination astronomique de l'heure locale avait fait défaut. Les valeurs conclues sont les suivantes pour les stations du triangle fondamental :

Différence de longitude	Alger-San Diégo	8ʰ. 0ᵐ.56ˢ,900	±0ˢ,002
» »	San Diégo-Zi Ka Wei...	8. 5.28,731	±0,006
» »	Zi Ka Wei-Alger......	7.54.34,362	±0,006
Somme...........................		23.59.59,993	

D'autre part on a :

Alger-Paris (Méridienne de Cassini)....	2ᵐ.47ˢ,615	±0ˢ,002
Alger-Greenwich.....................	12. 8,529	±0,002
Alger-Washington....................	5ʰ.20.24,275	±0,002

La différence de longitude qui en découle entre *Paris* (*Méridienne de Cassini*) et *Greenwich :* $9^{m}20^{s},914$ ($9^{m}20^{s},912$ par comparaison directe des enregistrements de Greenwich et de Paris), est de $0^{s},02$ plus faible que le chiffre adopté jusqu'ici. Celle de *Paris* (*Méridienne de Cassini*)-*Washington*, $5^{h}17^{m}36^{s},660$, est en accord satisfaisant avec les mesures effectuées en 1913. Si, pour se rendre compte de l'importance des erreurs qui n'auraient pas eu un *caractère permanent*, on associe des observations astronomiques et des émissions radiotélégraphiques sensiblement contemporaines, on obtient :

	Signaux radio-télégraphiques.	Date des observations T. U.	Différence de longitude.
Alger-San Diégo........	Annapolis : 3ʰ,10ᵐ	*t*, 1	8ʰ. 0ᵐ.56ˢ,908
San Diégo-Zi Ka Wei...	Honolulu-Saïgon : 11	*t*, 5	8. 5.28,733
Zi Ka Wei-Alger........	Bordeaux : 20	*t*, 8	7.53.34,368
Somme..................			24. 0. 0,009

La différence de $0^s,009$ entre cette somme et 24 heures représente l'erreur de fermeture.

L'ensemble de ces résultats numériques, la petitesse des erreurs moyennes ou probables, montrent le degré de concordance des résultats individuels et prouvent la haute précision des différences de longitudes ainsi déterminées.

Il convient de rendre hommage à ce propos au précieux concours apporté par le Bureau International de l'Heure ainsi qu'à la science et au dévouement de tous les astronomes et opérateurs français qui ont collaboré à l'opération et dont les noms figurent dans la Note précitée de M. Ch. Lallemand, en ajoutant à ces noms celui de M. R. Jouaust, qui a pris une part prépondérante dans la mise au point des appareils radiotélégraphiques de réception et d'enregistrement. C'est à M. Lambert, astronome à l'Observatoire de Paris, que le Bureau des Longitudes a confié la discussion d'ensemble de la participation française et c'est à lui que sont dus les calculs ayant abouti aux résultats numériques ci-dessus.

En résumé, il ne semble pas exagéré de dire, comme le montrera une discussion détaillée, qu'en faisant la part des erreurs systématiques possibles les positions respectives des stations fondamentales sont connues avec une approximation voisine de $0^s,02$.

En chacun des sommets du triangle et à Paris un astrolabe à prisme avait également été mis en station. Compte tenu des différences d'équations personnelles des observateurs, mesurées à Paris au printemps de 1927, les valeurs précédentes des longitudes données par les instruments méridiens se trouvent ainsi modifiées

Alger-San Diégo........................	$\Delta L = +0^s,02$
San Diégo-Zi Ka Wei..................	$+0,02$
Zi Ka Wei-Alger......................	$-0,04$
Alger-Paris...........................	$0,00$

L'expérience a montré que l'équation personnelle à l'astrolabe est très fluctuante pour certains observateurs. On tirera de cet excellent instrument toutes les ressources qu'on en peut attendre lorsqu'un appareil, actuellement à l'étude, permettra à l'observateur de se contrôler chaque soir.

Le Naval Observatory des États-Unis, qui assurait les observations méridiennes et les réceptions radiotélégraphiques à San Diégo et à Washington, vient de transmettre au Président de la Commission les résul-

tats de ses calculs. Les valeurs trouvées pour les trois stations fondamentales sont :

	h m s	s
Alger-San Diégo..........	8. 0.56,902	±0,0020
San Diégo-Zi Ka Wei......	8. 5.28,731	±0,0025
Zi Ka Wei-Alger...........	7.53.34,365	±0,0029
Somme.............	23.59.59,998	

Des comptes rendus détaillés des opérations seront présentés au Congrès de l'Union Astronomique, à Leyde, en juillet 1928, notamment par M. Lambert en ce qui concerne l'ensemble de la participation française.

M. Dyson, astronome royal d'Angleterre, s'est chargé de relier les sommets d'un second triangle fondamental *Greenwich*, *Tokio*, *Vancouver*. Enfin par les soins de l'U. S. Coast and Geodetic Survey est réalisé un polygone du Pacifique comprenant notamment Manille et Honolulu.

Les buts qu'on s'était assignés ont été pleinement atteints. D'une part on est dès maintenant en possession de résultats cohérents plus précis que la plupart de ceux des entreprises antérieures; puis l'expérience a suggéré des perfectionnements de technique dont profiteront les mesures de l'avenir.

ALGOLOGIE. — *Sur le développement de deux* Asperococcus *Lamx.* Note (¹) de M. C. SAUVAGEAU.

Les *Asperococcus* sont des Phéosporées éphémères dont on ignore complètement l'état adélophycé. En 1877, Reinke a vu les zoospores de l'*A. compressus* fournir un thalle rampant sur lequel se développent des plantules. Peu après, Thuret et Bornet ont suivi l'*A. bullosus* avec plus de précision : les zoospores fournissent un « prothalle » pilifère rampant « filamenteux, qui s'étale en un gazon feutré à la surface des pierres et de diverses Algues », d'où s'élèvent des filaments dressés, d'abord monosiphoniés, qui deviennent autant de plantules. Toutefois, leur description indique mal où s'arrêtent les observations qu'ils ont faites sur des cultures et où commencent celles qu'ils ont faites dans la nature. D'ailleurs, si les zoospores produisent des plantules, on ne conçoit pas pourquoi les *Asperococcus* se rencontrent seulement pendant quelques mois de l'année.

Ces auteurs connaissaient seulement les sporanges uniloculaires. Kylin a montré récemment (1918) que les sporanges pluriloculaires de l'*A. bullosus*

(¹) Séance du 27 février 1928.

peuvent se comporter comme des gamétanges; il a essayé de cultiver les zoospores, les gamètes et les zygotes; mais, moins heureux que ses devanciers, il n'a vu que les tout premiers états du développement.

L'*A. compressus*, la seule espèce du genre qui vive dans le fond du golfe de Gascogne, apparaît en hiver et disparaît en avril et en mai, sans être jamais abondant. Les individus sont groupés comme s'ils avaient une origine commune; ceux que j'ai récoltés le 4 mars 1927 portaient uniquement des sporanges uniloculaires. Les zoospores, très motiles, donnent des embryospores d'environ 5$^{\mu}$, qui germent promptement en un filament rampant ou protonéma grêle, très coloré, plus ou moins ondulé, qui émet des branches semblables à lui. Bientôt des plantules y apparaissent, verticalement dressées, sessiles ou brièvement pédicellées, généralement localisées sur les protonémas courts et peu branchus, tandis que les protonémas vigoureux et touffus, qui étaient aussi les plus nombreux, restèrent pour la plupart stériles. Leur croissance est rapide; dès le 5 avril, les plus hautes atteignaient 5^{mm}.

Pendant tout le mois d'avril et le début de mai, de nouvelles plantules apparurent. A la fin de mai, les plus grands individus dépassaient 4^{cm} sur 0^{mm},5 de plus grande largeur. Certains étaient monosiphoniés à leur sommet, sinon sur une longueur importante, et parfois deux ou trois cellules successives émettaient des prolongements latéraux semblables aux rhizoïdes basilaires; la portion distale subit alors fréquemment un cloisonnement intercalaire et longitudinal, si bien que l'ensemble offre l'aspect de deux plantules superposées dont la distale est parfois la plus large. Un individu de 2^{cm} se composait de quatre plantules superposées; le phénomène n'est pas dû à une action de contact, car on l'observe aussi sur des individus entièrement isolés.

A la même époque, les divers protonémas, stériles ou fertiles, subirent une modification qui s'accentua par la suite. Jusque-là, lorsqu'ils formaient une protubérance, celle-ci s'allongeait en un rameau, si bien que certains prothalles stériles dépassaient 1^{mm} de hauteur. En mai, ils produisirent, sur quelques-unes ou sur l'ensemble de leurs branches, de nombreuses protubérances qui restèrent courtes et arrondies et modifièrent l'aspect général. Cependant, quelques rares plantules nouvelles apparurent encore sur les protonémas; d'autres, adventives, surgirent des plantules anciennes par bourgeonnement d'une cellule quelconque.

Quand je revis mes cultures le 2 août, la plupart étaient aussi vivantes qu'à la fin de mai, sans qu'elles eussent cependant émis de nouvelles plan-

tules. Les protonémas avaient grandi, n'adhéraient plus que faiblement à la lame de verre, étaient devenus raides et cassants; leurs protubérances, plus nombreuses et parfois entassées, s'étaient souvent allongées et partagées en deux ou trois cellules superposées, plus ou moins renflées. Depuis longtemps déjà, les plantules nées sur le protonéma, ou adventives, ne s'accroissaient plus; en certains points, sinon sur toute leur longueur, elles émettaient sur la plupart de leurs cellules un ramuscule cylindrique et raide, ce qui leur donnait un aspect comparable à la chenille des passementiers.

Il en fut ainsi pendant les mois d'août et de septembre, et le tout semblait voué à un dépérissement progressif. Or, le 12 novembre, plusieurs cultures montrèrent qu'une légère poussée de végétation avait dû se manifester vers le début de ce mois. Non seulement quelques nouvelles plantules étaient apparues, mais nombre de courts rameaux des vieux protonémas s'allongeaient en protonémas adventifs souples et onduleux, peu ramifiés. Sur plusieurs individus, certains des ramuscules disposés en chenille avaient évolué en sporange pluriloculaire siliquiforme, simple ou ramifié, dont la déhiscence n'était pas toute récente, car les traces des logettes étaient en partie effacées. D'ailleurs, de jeunes protonémas de seconde génération, fixés sur les parois du vase, avaient déjà fourni des plantules. Les mêmes individus offraient aussi quelques jeunes sporanges uniloculaires.

Le 28 décembre, puis le 20 janvier, il ne m'a pas semblé que de nouveaux sporanges pluriloculaires se soient formés depuis l'examen fait au début de novembre; j'ai observé plusieurs sporanges uniloculaires pleins ou déhiscés : le nombre des protonémas de deuxième génération s'était accru sans qu'ils parussent différer de ceux qui étaient nés en novembre. Tous ces protonémas sont plus fertiles que ceux de première génération. D'ailleurs, la poussée de végétation s'est considérablement accentuée : de nouvelles plantules s'élèvent sur les vieux protonémas du printemps précédent et sur leurs protonémas adventifs; divers ramuscules des vieux individus se sont allongés et ramifiés en protonémas adventifs eux-mêmes producteurs de plantules. Enfin, les nouvelles plantules adventives sont si nombreuses sur les vieux individus normaux ou adventifs que j'en ai compté 49 sur un fragment mesurant à peine $1^{mm},5$. Un renouveau de végétation aussi exubérant ne peut être une coïncidence fortuite et correspond assurément à ce qui se passe en hiver dans la nature, au moment où la plante va réapparaître.

En résumé, à en juger par des cultures, les sporanges uniloculaires de l'*A. compressus* engendrent au printemps, par l'intermédiaire d'un proto-

néma, des individus dont le développement s'arrête bientôt et qui vivent d'une sorte de vie ralentie durant la longue période où la plante n'est plus signalée dans la nature. Puis, à l'approche ou au début de l'hiver, ces individus émettent des sporanges producteurs de nouveaux protonémas, drageonnent de toutes parts, et à profusion; les vieux protonémas drageonnent aussi. Ce réveil de végétation fournit la plante délophycée que l'on récolte sur les rochers.

L'*A. echinatus* Grev. typique vit moins longtemps que l'*A. compressus*. Il apparaît à Cherbourg vers la mi-avril pour disparaître vers la fin de mai. Les cultures se comportent différemment aussi. Les exemplaires que j'ai reçus de M[lle] Doublet, le 5 mai dernier, portaient seulement des sporanges uniloculaires. Plus grosses et moins motiles que celles de l'*A. compressus*, les zoospores émirent de très courts filaments rampants qui, le 8 juin, avaient fourni des sporanges pluriloculaires dont les zoospores avaient elles-mêmes produit des filaments semblables aux précédents; certains de ces filaments portaient déjà des sporanges pluriloculaires. Deux générations de pléthysmothalles s'étaient donc développées en l'espace de quatre semaires. Puis le tout dépérit avant d'offrir des plantules; mes observations sur l'*A. echinatus* sont donc moins complètes que celles qui concernent l'*A. compressus*.

M. E. Mathias fait hommage à l'Académie d'un Mémoire intitulé *Le nouveau réseau magnétique de la France*.

MM. N. E. Nörlund et Torsten Carleman font hommage à l'Académie d'une *Notice* sur la vie et les publications d'*Erik Ivar Fredholm*.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1928, ouvert en la séance du 27 février, est clos en celle du 5 mars.

55 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Poncelet, Francœur*. — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Painlevé, Lecornu, Hadamard, Goursat, Borel, Lebesgue.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Hamy, Kœnigs.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Fourneyron, Boileau, Henri de Parville.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Sebert, Vieille, Lecornu, Kœnigs, Rateau, Mesnager.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Goursat, Breton.

III. Astronomie : *Prix Lalande, Valz, Janssen, La Caille, fondation Antoinette Janssen.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Puiseux, Andoyer.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lebesgue, Cotton.

IV. Géographie : *Prix Delalande-Guérineau, Gay, fondation Tchihatchef, prix Binoux.* — MM. Guignard, Douvillé, Lallemand, Lecomte, Fournier, Bourgeois, Ferrié, Fichot, Perrier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mangin, Termier.

V. Navigation : *Prix de six mille francs, Plumey.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Sebert, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Rateau, Mesnager, Laubeuf, Ferrié, Fichot, Perrier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Émile Borel, Charcot.

VI. Physique : *Prix L. La Caze, Kastner-Boursault, Hébert, Hughes, fondations Danton, Clément Félix.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Villard, Branly, Janet, Brillouin, Perrin, Cotton, Ch. Fabry.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, M. de Broglie.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, La Caze, fondation Cahours, prix Houzeau.* — MM. Schlœsing, Le Chatelier, Moureu, Lindet, Béhal, Urbain, Bertrand, Desgrez, Matignon.

A obtenu ensuite le plus de suffrages : M. A. Lacroix.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Victor Raulin, James Hall.* — MM. A. Lacroix, Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, L. de Launay, Depéret, Joubin, Cayeux.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mangin, Sabatier.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, de la Fons Mélicocq, de Coincy.* — MM. Guignard, Bouvier, A. Lacroix, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard, Gabriel Bertrand, Molliard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Flahault, Viala.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier, fondation Savigny, prix Jean*

Thore. — MM. A. d'Arsonval, Bouvier, A. Lacroix, Douvillé, Marchal, Joubin, Mesnil, Gravier, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mangin, Richet.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon*, *Barbier*, *Bréant*, *Godard*, *Mège*, *Bellion*, *Larrey*, *Charles Mayer*. — MM. A. d'Arsonval, Guignard, Roux, Branly, Richet, Quénu, Widal, Bazy, Mesnil, Vincent, Calmette.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Leclainche, Desgrez.

XII. Physiologie : *Prix Montyon*, *La Caze*, *Pourat*, *Martin-Damourette*, *Philipeaux*. — MM. A. d'Arsonval, Roux, Mangin, Richet, Quénu, Widal, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Gravier, Molliard.

XIII. *Fonds Charles Bouchard*. — MM. A. d'Arsonval, Guignard, Roux, Mangin, Branly, Richet, Quénu, Widal, Bazy, Mesnil, Vincent, Calmette.

XIV. Statistique : *Prix Montyon*. — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Lecornu, Lecomte, Borel, M. d'Ocagne.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Breton, Lebesgue.

XV. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux*. — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Bouvier, Bigourdan, L. de Launay, Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Kœnigs, Janet.

XVI. Ouvrages de science : *Prix Henri de Parville*. — MM. Émile Picard, Appell, A. Lacroix, Hamy, Mangin, Moureu, Janet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Le Chatelier, M. de Broglie.

XVII. *Médailles Arago*, *Lavoisier*, *Berthelot*, *Henri Poincaré*. — MM. Hamy, Mangin, Émile Picard, A. Lacroix.

XVIII. *Prix Gustave Roux*, *Thorlet*, *fondations Lannelongue*, *Trémont*, *Gegner*, *Hirn*, *Henri Becquerel*, *Mme Victor Noury*. — MM. Hamy, Mangin, Appell, Guignard, Émile Picard, A. Lacroix.

XIX. *Prix fondé par l'État* (*Grand prix des Sciences mathématiques*). — MM. Boussinesq, Émile Picard, Appell, Painlevé, Lecornu, Hadamard, Goursat.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Émile Borel, Lebesgue.

XX. *Prix Bordin.* — MM. Guignard, Roux, Bouvier, Schlœsing, A. Lacroix, Douvillé, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Le Chatelier, Molliard.

XXI. *Prix Lallemand.* — MM. A. d'Arsonval, Bouvier, Marchal, Richet, Joubin, Mesnil, Gravier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Widal, Calmette.

XXII. *Prix Vaillant.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Hamy, Villard, Branly, Kœnigs, Émile Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. d'Ocagne, Lebesgue.

XXIII. *Prix Estrade-Delcros.* — MM. Guignard, Roux, A. Lacroix, Douvillé, Le Chatelier, Termier, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bouvier, G. Bertrand.

XXIV. *Prix Houllevigue.* — MM. Guignard, Roux, Bouvier, A. Lacroix, Termier, Lecomte, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Mesnil, Gravier.

XXV. *Prix Saintour.* — MM. Guignard, Roux, Bouvier, A. Lacroix, Termier, Marchal, Mesnil.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. d'Arsonval, Mangin.

XXVI. *Prix Lonchampt.* — MM. Guignard, Roux, A. Lacroix, Mangin, Richet, Leclainche, G. Bertrand.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. d'Arsonval, Marchal.

XXVII. *Prix Wilde.* — MM. Boussinesq, Émile Picard, Guignard, A. Lacroix, Bigourdan, Kœnigs, Émile Borel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Hamy, Moureu.

XXVIII. *Prix Caméré.* — MM. Vieille, Le Chatelier, Lecornu, Kœnigs, Rateau, Mesnager, M. d'Ocagne.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Breton, Séjourné.

XXIX. *Prix Albert Ier de Monaco.* — MM. Hamy, Mangin, Émile Picard, A. Lacroix, et sept membres qui seront désignés ultérieurement.

XXX. *Prix Helbronner-Fould.* — MM. Hamy, Mangin, Émile Picard, A. Lacroix, Blondel, Foch, Janet, Breton, M. d'Ocagne, M. de Broglie, Desgrez, Séjourné, Charcot, Helbronner.

XXXI. *Fondation Jérôme Ponti.* — MM. A. d'Arsonval, Guignard, Bouvier, A. Lacroix, Bigourdan, Le Chatelier, Joubin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Breton, Gravier.

XXXII. *Fondation Le Chatelier.* — MM. Le Chatelier, Rateau, Charpy, Lumière, Laubeuf, Claude, Guillet.

XXXIII. *Fondation Roy-Vaucouloux.* — MM. Roux, Richet, Quénu, Bazy, Joubin, Mesnil, Vincent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. d'Arsonval, Calmette.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE ALGÉBRIQUE. — *Le calcul des matrices.* Note [1] de M. **Luigi Fantappiè**.

1. Dans le calcul des matrices on donne une matrice fondamentale $A \equiv \| a_{rs} \|$ $(r, s = 1, 2, \ldots, n)$ et l'on se propose de coordonner à toute fonction $f(\rho)$, d'un certain champ fonctionnel, une matrice, d'ordre n aussi, qu'on désigne par $f(A) \equiv \| f_{rs} \|$, de façon à satisfaire aux propriétés suivantes :

1° La matrice correspondante à la somme $f(\rho) + g(\rho)$ de deux fonctions est la *matrice somme* des deux matrices $f(A)$ et $g(A)$, qui correspondent aux fonctions $f(\rho)$ et $g(\rho)$ respectivement [c'est-à-dire la matrice dont les éléments sont la somme des éléments correspondants de $f(A)$ et $g(A)$];

2° La matrice correspondant au produit $f(\rho)\, g(\rho)$ de deux fonctions est la matrice qu'on obtient en faisant le produit lignes par colonnes des deux matrices $f(A)$ et $g(A)$;

3° A la fonction constante $f(\rho) = k$ correspond la matrice $kU \equiv \| k\varepsilon_{rs} \|$, où $U \equiv \| \varepsilon_{rs} \|$ est la matrice unitaire ($\varepsilon_{rs} = 0$, si $r \neq s$; $\varepsilon_{rr} = 1$), tandis qu'à la fonction $f(\rho) = \rho$ correspond la matrice fondamentale A;

---

[1] Séance du 20 févier 1928.

4° Enfin nous supposerons que, si $f(\rho)$ est fonction analytique d'un paramètre α, $f=f(\rho,\alpha)$, la matrice correspondante $f(A, \alpha)$ dépend aussi analytiquement de α, c'est-à-dire tous ses éléments sont des fonctions analytiques de α.

L'importance de ces propriétés est due au fait que, si l'on doit effectuer des calculs sur les matrices $f(A)$, fonctions de A, on peut opérer sur les fonctions $f(\rho)$ avec l'analyse ordinaire, et passer enfin des fonctions trouvées aux matrices correspondantes.

2. Supposons maintenant une correspondance établie entre des fonctions analytiques $f(\rho)$ et des matrices $f(A)$, qui jouit des propriétés précédentes; les éléments f_{rs} de la matrice $f(A)$, qui correspond à $f(\rho)$, dépendront de cette fonction, c'est-à-dire qu'ils seront des *fonctionnelles* de $f(\rho)$, $f_{rs}=F_{rs}[f(\rho)]$. Quant à la quatrième propriété, ces fonctionnelles sont *analytiques*, au sens que j'ai défini dans des travaux précédents (voir la conférence *I funzionali analitici,* publiée dans les *Rendiconti del Seminario Matematico della R. Università di Roma*, 2e série, 4, 1925-1926), et aussi *linéaires*, à cause de la première propriété.

En appliquant les résultats généraux de la théorie des fonctionnelles analytiques linéaires, on pourra calculer ces fonctionnelles $F_{rs}[f(\rho)]$ en faisant la somme des résidus des fonctions $-v_{rs}(\alpha)f(\alpha)$ dans les points singuliers des *fonctions indicatrices* $v_{rs}(\alpha)$, définies par $v_{rs}(\alpha)=F_{rs}\left[\frac{1}{\rho-\alpha}\right]$. Mais à cause des propriétés deuxième et troisième, on a nécessairement

$$v_{rs}(\alpha)=\frac{D_{sr}(\alpha)}{D(\alpha)}, \tag{1}$$

où

$$D(\alpha)=\begin{vmatrix} a_{11}-\alpha, & a_{12}, & \dots, & a_{1n} \\ a_{21}, & a_{22}-\alpha, & \dots, & a_{2n} \\ \dots, & \dots\dots, & \dots, & \dots \\ a_{n1}, & a_{n2}, & \dots, & a_{nn}-\alpha \end{vmatrix}, \tag{2}$$

et $D_{sr}(\alpha)$ est le complément algébrique, dans ce déterminant, de l'élément de la $r^{\text{ième}}$ colonne et de la $s^{\text{ième}}$ ligne. Nous concluons donc que *les éléments f_{rs} de la matrice $f(A)$ sont égaux à la somme des résidus des fonctions* $-\frac{D_{sr}(\alpha)}{D(\alpha)}f(\alpha)$, *aux points singuliers de* $v_{rs}(\alpha)=\frac{D_{sr}(\alpha)}{D(\alpha)}$, *c'est-à-dire aux points $\alpha=\rho_i$, racines de l'équation caractéristique*

$$D(\rho)=0 \tag{3}$$

pour la matière fondamentale A.

Comme les fonctions $-\frac{D_{sr}(\alpha)}{D(\alpha)}$ sont des fonctions rationnelles, nulles pour $\alpha=\infty$, on pourra les décomposer en n fractions simples du type $\frac{h_{rs,it}}{(\alpha-\rho_i)^{t+1}}$ [$0 \leqq t \leqq \nu_i - 1$, si ν_i est la multiplicité de la racine ρ_i de l'équation (3)]. Si nous avons

$$(4) \qquad -\frac{D_{sr}(\alpha)}{D(\alpha)}=\sum_{it}\frac{h_{sr,it}}{(\alpha-\rho_i)^{t+1}},$$

nous aurons alors

$$(5) \qquad f_{rs}=\sum_{it}\frac{h_{rs,it}}{t\,!}f^{(t)}(\rho_i).$$

Donc *on peut exprimer les éléments f_{rs} de la matrice $f(A)$ par des combinaisons linéaires des valeurs, aux points $\rho=\rho_i$, de la fonction $f(\rho)$ et de ses dérivées jusqu'à l'ordre $\nu_i - 1$ au plus, si ν_i est la multiplicité de la racine ρ_i de $D(\rho)$. Les coefficients de ces combinaisons linéaires dépendent seulement de la matrice fondamentale A, et l'on peut les calculer par les formules (4) et (5), en décomposant les expressions $-\frac{D_{sr}(\alpha)}{D(\alpha)}$ en fractions simples.*

3. Dans le cas particulier où toutes les racines ρ_i de $D(\rho)$ sont *simples* ($i=1, 2, \ldots, n$), les formules (5) donnent pour les éléments f_{rs} de $f(A)$:

$$(6) \qquad f_{rs}=-\sum_{1}^{n}{}_{i}\frac{D_{sr}(\rho_i)}{D'(\rho_i)}f(\rho_i).$$

et, pour le cas $n=2$, on a

$$(7) \quad f(A)\equiv\left\|\begin{matrix}\dfrac{(\rho_1-a_{22})f(\rho_1)-(\rho_2-a_{22})f(\rho_2)}{\rho_1-\rho_2}, & a_{12}\dfrac{f(\rho_1)-f(\rho_2)}{\rho_1-\rho_2} \\ a_{21}\dfrac{f(\rho_1)-f(\rho_2)}{\rho_1-\rho_2}, & \dfrac{(\rho_1-a_{11})f(\rho_1)-(\rho_2-a_{11})f(\rho_2)}{\rho_1-\rho_2}\end{matrix}\right\|.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe de transformations continues à variation bornée.* Note [1] de M. S. **Stoïlow**.

1. Si X et Y sont des fonctions continues de x et de y dans une région [2] r du plan (x, y), je dirai que la transformation de variables qu'elles définis-

[1] Séance du 30 janvier 1928.

[2] Ce terme désigne ici un domaine *ouvert;* tandis que *domaine*, employé seul, désignera toujours un domaine *fermé*.

sent est *intérieure* si elle satisfait aux deux conditions suivantes : 1° à tout point intérieur d'un domaine quelconque compris dans r correspond un point intérieur du transformé de ce domaine dans (X, Y); 2° il n'y a pas de continu dans r auquel corresponde un point unique. Il est évident que pour une telle transformation, le transformé de r sera encore une région. Soit R cette région.

Considérons un point quelconque dans r. La deuxième condition ci-dessus montre facilement que l'on peut trouver un domaine δ, pour lequel ce point est intérieur, et tel que ses points frontières se transforment en points frontières du transformé Δ de δ. Cette propriété n'a pas lieu en général pour tout domaine de r.

Pour des domaines tels que δ on peut établir la proposition suivante que j'ai énoncée sous une forme un peu différente dans une précédente Note ([1]). Soit Σ un arc simple quelconque compris, avec ses extrémités A et B, dans Δ. Soit a un point de δ se transformant en A. Il existe alors un arc simple σ, situé dans δ, *ayant une extrémité en a et se transformant en Σ d'une manière biunivoque et bicontinue.*

2. Considérons tous les arcs σ de r qui satisfont à ces conditions, Σ et a étant fixes. Ils sont évidemment tous compris dans δ, ne pouvant en franchir la frontière. Je dis que *leur nombre est fini*. Remarquons d'abord que deux σ distincts ne peuvent avoir les mêmes extrémités. En effet il y aurait alors deux arcs, portions de chacun des σ, formant ensemble une courbe fermée simple de Jordan. Le domaine limité par cette courbe (on peut montrer que δ est à connexion simple si on la choisit convenablement) se transformerait en un domaine dont toute la frontière serait sur Σ_1. Cela est évidemment impossible pour un domaine borné. Soient alors $\sigma_1, \sigma_2, \ldots$ une infinité d'arcs σ distincts et soient $b_1, b_2, \ldots$ les extrémités distinctes de ces arcs, qui toutes se transforment en B. Puisque B est dans Δ on peut prolonger Σ par un arc Σ' ayant ses extrémités en B et B' tel que l'ensemble de Σ et Σ' forme encore un arc simple. Comme les b_i ($i = 1, 2, \ldots$) sont dans δ on peut appliquer à Σ' et à tous les b_i successivement la proposition du n° 1; on aura ainsi prolongé les σ_i par des arcs simples σ'_i ayant une extrémité en b_i et une autre en b'_i, ces derniers points se transformant tous en B' et étant encore en nombre infini. Comme tous les b_i et les b'_i sont dans le domaine borné δ, on pourra trouver deux arcs σ'_n et σ'_m distincts, tels que leurs extrémités soient, deux à deux, à une distance l'un de l'autre moindre

([1]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 173.

qu'un nombre positif ε donné arbitrairement. Menons de b_n et de b'_n les plus courtes distances à σ'_m. Ces deux segments avec les deux arcs compris entre leurs extrémités forment une courbe fermée simple. Comme ε peut être pris aussi petit que l'on voudra, un raisonnement analogue à celui fait ci-dessus montre qu'il y a contradiction. Les b_i, et par conséquent les σ_i, ne peuvent donc être en nombre infini.

3. Ceci étant, considérons dans R un point quelconque A et un segment de droite AB assez court. En appliquant à AB les propositions relatives à Σ des deux paragraphes précédents, on démontrera aisément (par un raisonnement analogue) que *les points a qui, dans r, correspondent à* A *sont isolés*. Si (X_0, Y_0) désignent les coordonnées de A, le système

$$(1) \qquad \begin{cases} X_0 = X(x, y), \\ Y_0 = Y(x, y) \end{cases}$$

a donc, dans tout domaine borné compris dans r, un nombre fini de solutions.

On montre de même que l'inversion de (1), au voisinage d'un point a quelconque de r se transformant en A, se fait *par un nombre fini n de fonctions continues dans un cercle de centre* A dont on excepte un rayon fixe choisi arbitrairement.

Les points où l'on a $n > 1$ *sont isolés.*

Ces propriétés classiques des fonctions analytiques sont donc des conséquences de caractères purement *topologiques* de ces fonctions.

4. Il résulte de tout cela que tout domaine compris dans r et borné, peut être divisé en un nombre fini d'ensembles mesurables (B), sans points communs, et dont chacun correspond à son transformé d'une manière biunivoque. Soit M la somme des mesures des transformés de ces ensembles.

Il est facile de voir que la quantité analogue à M, relative à toute autre division du domaine en ensembles mesurables (B) sans points communs, sera au plus égale à M. Les transformations intérieures sont donc des transformations que M. Banach a appelées *à variation bornée* dans son Mémoire sur les lignes rectifiables et l'aire des surfaces. M. Banach a démontré, entre autres, que les solutions de (1) sont isolées pour ses transformations, si l'on excepte un ensemble de points A de mesure nulle. Cet ensemble est vide dans le cas des transformations intérieures.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de M. A. Bloch, et sur les questions d'unicité dans la théorie des fonctions méromorphes.* Note de M. **Henri Cartan**, présentée par M. Goursat.

1. M. A. Bloch (1) a énoncé le théorème suivant, qui semble devoir jouer un certain rôle en théorie des fonctions, et qui est resté, à ma connaissance, sans démonstration : *Soit*

$$g(x) = (x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ldots(x-\alpha_n)$$

un polynome de degré n dont tous les zéros sont intérieurs au cercle-unité. A tout nombre positif $r < 1$ *et à tout nombre positif* γ, *si petit soit-il, on peut faire correspondre un nombre* H *dépendant uniquement de r et de* γ *(nullement des* α *ni de n), tel que l'inégalité*

$$|g(x)| > e^{-Hn}$$

soit vérifiée pour toute valeur de x inférieure à r en module, sauf peut-être pour celles comprises dans des contours de longueur totale au plus égale à γ.

2. Je suis parvenu à trouver une démonstration élémentaire qui donne effectivement une valeur pour H, et qui montre qu'il est inutile de supposer les α inférieurs à 1 en module, ni x inférieur à r en module. Voici la forme précise que l'on peut donner au théorème :

Soient dans le plan des points $P_1, P_2, \ldots P_n$, *distincts ou non, dont le nombre n et la position sont absolument quelconques; soit de plus k un nombre positif arbitraire. Les points* M *du plan pour lesquels on a l'inégalité*

$$MP_1, MP_2, \ldots, MP_n < k^n$$

peuvent être enfermés à l'intérieur de circonférences en nombre au plus égal à n, et dont la somme des rayons est au plus égale à $2ek$ (*e* désigne la base des logarithmes népériens).

Sous cette forme, le théorème se généralise immédiatement pour un nombre quelconque de dimensions, les circonférences étant remplacées par des hypersphères dont la somme des rayons est au plus égale à $2ek$.

3. Je me propose maintenant de compléter les théorèmes d'unicité énon-

(1) *Ann. Éc. Norm.*, 3e série, 43, 1926, p. 321.

cés dans une Note précédente [1]. J'ai indiqué [2] qu'il est impossible de trouver trois fonctions distinctes $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ de la variable complexe x, méromorphes dans tout le plan, et prenant ensemble la valeur a, ensemble la valeur b, et ensemble la valeur c (avec les mêmes ordres de multiplicité). Nous dirons désormais, pour abréger : « prenant ensemble trois valeurs a, b, c ».

La démonstration de ce théorème reposait sur un théorème de M. Borel, qu'on peut énoncer ainsi : lorsqu'on a une identité

$$\sum_i \mathrm{F}_i(x) \equiv 0,$$

où les F_i désignent des fonctions entières sans zéro, les F_i se partagent en un certain nombre de groupes (il peut n'y avoir qu'un groupe), et les rapports mutuels de deux fonctions d'un même groupe sont des constantes.

4. J'ai pu démontrer un théorème plus précis : *Étant donnée une identité*

$$\sum_i \mathrm{F}_i(x) \equiv 0,$$

où les F_i désignent des fonctions méromorphes dans tout le plan, s'il est possible de trouver une infinité de couronnes homothétiques s'éloignant à l'infini, à l'intérieur desquelles les F_i n'aient ni pôle ni zéro, les F_i se partagent en groupes, et les rapports mutuels de deux fonctions d'un même groupe sont des constantes ou des fonctions d'ordre nul.

5. A son tour ce théorème permet d'en démontrer un qui touche directement aux questions d'unicité :

Étant données trois fonctions méromorphes distinctes $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ dont une au plus est d'ordre nul, et une suite infinie quelconque de couronnes homothétiques s'éloignant à l'infini, il existe au plus deux valeurs a et b qui soient toujours prises ensemble par les trois fonctions dans toutes ces couronnes.

De ce théorème on déduit un autre en renversant l'énoncé.

Bien entendu, dans les énoncés précédents, on peut remplacer « fonctions méromorphes dans tout le plan » par « fonctions méromorphes au voisinage du point à l'infini ».

---

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1253. Voir aussi à ce sujet une Note récente de M. R. Nevanlinna, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 289.

(2) Théorème II de la première Note citée.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur les solutions périodiques complètement stables.*
Note de M. G. **Vranceanu**, présentée par M. Hadamard.

Dans son livre *Dynamical Systems* qui vient de paraître, M. Birkhoff démontre que la condition nécessaire et suffisante pour la stabilité trigonométrique complète d'une solution périodique, ayant des multiplicateurs purement imaginaires et non commensurables entre eux, est que le système différentiel soit réversible, c'est-à-dire qu'en changeant t en $-t$, on puisse passer du nouveau système au premier par une transformation du groupe formel. Cela arrive en particulier pour les solutions périodiques des systèmes holonomes conservatifs. Si l'on veut considérer les solutions périodiques des systèmes conservatifs non holonomes, il faut supposer l'existence de multiplicateurs nuls, mais en ce cas j'ai trouvé des exemples qui montrent que la réversibilité ne suffit pas pour la stabilité complète.

Dans ce qui suit, je vais indiquer une classe de solutions périodiques, qui peuvent avoir encore des multiplicateurs nuls, pour lesquelles il est possible de reconnaître directement la stabilité trigonométrique complète. Certaines solutions périodiques des systèmes non holonomes de la dynamique rentrent dans ce cas.

On sait que l'étude de la stabilité d'une solution périodique se peut réduire aux équations de la forme

$$\frac{dy_i}{dt} = Y_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, n), \tag{1}$$

où les Y_i sont des fonctions analytiques en les variables y_i à coefficients périodiques en t. De plus les Y_i s'annulent avec les y_i de sorte que la solution périodique correspond aux valeurs nulles des y_i. Supposons que les équations aux variations, obtenues en considérant seulement les termes du premier ordre, aient $2m$ multiplicateurs purement imaginaires $\pm\sqrt{-1}\,r_i$ $(i = 1, 2, \ldots, m)$ et $n - 2m = p$ multiplicateurs nuls. Par un changement linéaire de variables à coefficients périodiques, on peut donner au système (1) la forme

$$\left\{\begin{aligned} \frac{dx_i}{dt} &= \sqrt{-1}\,(r_i x_i + M_i) + N_i \\ \frac{du_i}{dt} &= -\sqrt{-1}\,(r_i u_i + \overline{M}_i) + \overline{N}_i \end{aligned}\right. \qquad (i = 1, 2, \ldots, m),$$
$$\frac{dz_j}{dt} = \sqrt{-1}\,P_j + Q_j \qquad (j = 1, 2, \ldots, p), \tag{2}$$

où x_i, u_i sont des variables imaginaires conjuguées, z_j des variables réelles et M, N, P, Q sont des fonctions au moins du second ordre en ces variables, à coefficients réels et périodiques. De plus M_i, $\overline{M}_i$ et N_i, $\overline{N}_i$ sont conjuguées, P_j sont alternées et Q_j sont symétriques en les couples x_i, u_i $(i \leq m)$.

Supposons maintenant que M, P soient des fonctions périodiques paires; N, Q, des fonctions périodiques impaires, et qu'aucune relation de commensurabilité n'existe entre les r_i. En ce cas, on peut démontrer que la solution périodique $y_i = 0$ possède la stabilité trigonométrique complète.

On commence par remarquer que la propriété ci-dessus indiquée n'est pas altérée par des changements des variables de la forme

$$(3)\quad \begin{cases} \xi_i = x_i + E_i + \sqrt{-1}\,F_i \\ \mu_i = u_i + \overline{E}_i - \sqrt{-1}\,F_i \end{cases} \quad (i = 1, 2, \ldots, m), \qquad \zeta_j = z_j + G_j + \sqrt{-1}\,H_j \quad (j = 1, 2, \ldots, p),$$

où les E, G et F, H ont respectivement les mêmes propriétés que les M, P et N, Q.

En employant des transformations de la forme (3) où E, F, G, H sont respectivement des polynomes du second degré, puis du troisième degré, etc., on peut réduire tous les termes, comme dans le cas de l'équilibre [1], sauf les termes de la forme $\xi_i \Omega_i$ dans $\frac{d\xi_i}{dt}$, $\mu_i \Omega_i$ dans $\frac{d\mu_i}{dt}$ et Ω_j dans $\frac{d\zeta_j}{dt}$, Ω étant une fonction qui contient seulement les couples $\xi_i \mu_i$ et les ζ_i.

Les coefficients de ces termes peuvent être réduits à des constantes et précisément aux premiers termes des développements en séries de Fourier de ces coefficients. Mais les premiers termes sont purement imaginaires dans les seconds membres des dérivées $\frac{d\xi_i}{dt}$, $\frac{d\mu_i}{dt}$ et nuls dans $\frac{d\zeta_j}{dt}$. En effet N, Q étant des fonctions périodiques impaires ne contiennent pas de termes constants dans leurs développements en séries de Fourier, et P, étant alterné en les couples (ξ_i, μ_i), ne contient pas de termes Ω. Par conséquent le système (2) est formellement équivalent au système

$$(4)\quad \begin{cases} \frac{d\xi_i}{dt} = \sqrt{-1}\,R_i \xi_i, \qquad \frac{d\mu_i}{dt} = -\sqrt{-1}\,R_i \mu_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, m), \\ \frac{d\zeta_j}{dt} = 0 \qquad (j = 1, 2, \ldots, p). \end{cases}$$

(1) Voir la Note précédente *Sur la stabilité trigonométrique de l'équilibre dans la Dynamique* (*Rendic. Ac. Lincei*, 6, 2e semestre, 1927, p. 474).

où R_i est une fonction des couples ξ_i, μ_i et des ζ_i à coefficients réels et constants, ce qui représente une condition suffisante pour la stabilité trigonométrique complète de la solution périodique considérée.

Il faut remarquer que la forme (4) n'est pas nécessaire pour la stabilité trigonométrique complète dans le cas où $p > 1$, mais alors s'introduisent des termes trigonométriques avec des périodes qui deviennent infinies quand le point initial s'approche de l'origine.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la théorie de l'équilibre des massifs pesants soumis à des sous-pressions et son apparition à la stabilité des barrages et des talus*. Note de M. **Jacques Mesnager**, présentée par M. A. Mesnager.

Sous ce titre, dans une Note récente, M. Baticle a attiré l'attention sur les majorations considérables des contraintes que peuvent provoquer les sous-pressions à l'intérieur d'un barrage-poids triangulaire.

Il a montré notamment que pour un barrage en maçonnerie il était nécessaire pour ramener la contrainte maxima à la valeur prévue :

Soit de multiplier l'épaisseur par $\sqrt{2}$;

Soit de rendre rigoureusement étanche le parement aval.

Or il est une autre conséquence des sous-pressions qui peut être beaucoup plus dangereuse encore que la majoration des contraintes.

Supposons en effet qu'une fente ou surface de séparation horizontale ou inclinée vers l'aval existe à travers le barrage. La partie supérieure de l'ouvrage ne sera retenue que par le frottement sur la partie inférieure. Or ce frottement est sensiblement annulé par les sous-pressions, car la partie supérieure du barrage flotte presque.

En effet la densité de la maçonnerie ou du béton est de l'ordre de 2,2; mais, par suite de la forme triangulaire le volume de l'ouvrage n'est que $\frac{1}{2}$ de celui qu'aurait le prisme d'eau dont le poids représente la valeur de la sous-pression. Tout se passe donc comme si le barrage avait une densité de 1,1. Son poids apparent est donc le $\frac{1}{20}$ de son poids réel : le frottement correspondant est négligeable vis-à-vis de la poussée des eaux.

L'existence ou la production de telles fissures est rendue particulièrement probable par :

L'édification des ouvrages par tranches horizontales successives qui produit des plans horizontaux de discontinuité dans la masse;

La présence d'efforts d'extension sur le parement amont, lorsque la condition de Maurice Levy n'est pas remplie;

Les phénomènes de dilatation et de raccourcissement sous l'action des variations de température et du retrait du béton, qui amènent chacun des tronçons compris entre les joints de dilatation à glisser partiellement sur le sol de fondation;

La discontinuité brusque de nature des matériaux et de la répartition des efforts au niveau de la fondation est spécialement favorable à l'établissement d'une sous-pression à ce niveau.

Il n'est d'ailleurs pas nécessaire que la fissure existe sur toute la longueur de l'ouvrage car, dès qu'elle sera amorcée, le taux de la contrainte de cisaillement croîtra notablement dans la partie intacte.

Une conséquence de cette possibilité de ruine de l'ouvrage est qu'il serait particulièrement dangereux d'essayer de limiter l'augmentation des contraintes indiquée par M. Baticle, en rendant rigoureusement étanche le parement aval, car on doublerait les chances de rupture par glissement. Il ne faut donc retenir que le procédé qui consiste à multiplier par $\sqrt{2}$ l'épaisseur de l'ouvrage.

Observation de M. **Mesnager** *au sujet de la Communication précédente.*

Il est étrange de constater que la plupart des ingénieurs en France persistent à ne vouloir construire que des barrages-poids, beaucoup plus coûteux et plus dangereux que les barrages-voûtes.

Le danger des sous-pressions, surtout en cas de crues avec des eaux limoneuses de densité très supérieure à 1, est très grand ainsi que le montre la Note précédente; surtout quand la construction est faite par assises horizontales, comme j'ai vu exécuter un barrage autrefois, avec seulement quelques moellons pénétrant d'un lit dans l'autre, ou avec du béton coulé liquide, par assises horizontales par conséquent, comme je l'ai vu faire récemment hors de France.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Une recrudescence importante des taches solaires dans la deuxième quinzaine de février* 1928. Note de M. **Henri Mémery.**

L'activité solaire, qui avait subi une diminution sensible en décembre 1927, a repris un mouvement ascendant en janvier et surtout en février 1928, comme l'indiquent les chiffres suivants :

	Nombre des taches (¹).	Fréquence (²).
Décembre 1927	14	88
Janvier 1928	27	192
Février 1928	32	193

La recrudescence a été surtout importante pendant la deuxième quinzaine du mois de février 1928 :

Nombre de groupes ou taches isolées visibles chaque jour en 1928 sur la surface du Soleil.

10 février	3 groupes	20 février	10 groupes
11 »	3 »	21 »	14 »
12 »	3 »	22 »	11 »
13 »	3 »	23 »	18 »
14 »	4 »	24 »	8 »
15 »	6 »	25 »	6 »
16 »	6 »	26 »	7 »
17 »	7 »	27 »	8 »
18 »	6 »	28 »	7 »
19 »	7 »	29 »	7 »

D'autre part, 5 *groupes* de taches ont été *visibles à l'œil nu* en janvier et 2 *groupes* en février.

Remarque importante. — L'hiver 1927-1928, très doux dans l'ensemble, a coïncidé avec une activité solaire élevée et n'a présenté qu'une époque froide, celle du 15 au 22 décembre 1927, survenue à la suite d'une diminution sensible de taches solaires à partir du 15 décembre, comme l'indique le petit tableau suivant :

(¹) Chaque tache (ou groupe) n'est comptée qu'une fois pendant sa traversée du disque solaire.

(²) Chaque tache (ou groupe) est comptée autant de fois que de jours où elle a été visible.

Nombre de groupes ou taches isolées (en 1927).

10 décembre...	4 groupes	16 décembre...	2 groupes	
11 » ...	3 »	17 » ...	2 »	Abaissement général de la température en Europe
12 » ...	3 »	18 » ...	1 »	
13 » ...	3 »	19 » ...	1 »	
14 » ...	3 »	20 » ...	1 »	
15 » ...	3 »	21 » ...	1 »	
		22 » ...	1 »	
		23 » ...	3 »	Dégel général
		24 » ...	4 »	
		25 » ...	5 »	

On retrouve ici l'action générale que paraissent exercer les phénomènes solaires sur les températures de l'ouest de l'Europe.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — *Réfraction du pinceau astigmate : La troisième équation de Sturm.* Note [1] de M. **Marcel Dufour**, présentée par M. Pierre Weiss.

Dans une Note présentée à l'Académie le 12 juin 1922, j'ai montré à quels rayons particuliers il convenait d'appliquer la loi de Descartes pour obtenir les trois équations de Sturm qui définissent le pinceau réfracté. On peut donner de la troisième de ces équations une interprétation très simple.

Cherchons à évaluer l'angle $d\omega$ que font entre eux les plans d'incidence en deux points infiniment voisins I et I' pris sur la surface réfringente Σ. Soient IN et I'N' les normales, IR et I'R' les rayons incidents en I et I'. Menons par I des parallèles IN_1 et IR_1 à I'N' et I'R'. L'angle des deux plans NIR et N_1IR_1 est égal à $d\omega$; l'angle infiniment petit NIN_1 est l'angle de torsion géodésique [2] de l'élément $II' = d\sigma$ pris sur la surface Σ, par suite $NIN_1 = \tau\, d\sigma$ en désignant par τ la torsion géodésique; de même, l'angle infiniment petit RIR_1 est l'angle de torsion géodésique de l'élément

$$II_s = ds = \cos i\, d\sigma,$$

pris sur la surface de l'onde incidente S, par suite $RIR_1 = t.ds = t \cos i\, d\sigma$. L'angle $d\omega$ est mesuré par la section droite du dièdre formé par les plans RIN et R_1IN_1 dont l'intersection fait avec IN un angle infiniment petit : à

(1) Séance du 27 février 1928.

(2) Cf. Demartres, *Cours de géométrie infinitésimale*, Paris, 1893, p. 261.

un infiniment petit d'ordre supérieur près, $d\omega$ est égal à l'angle que font entre elles les traces des plans RIN et R_1IN_1 sur un plan perpendiculaire à IN. Par le point N tel que $IN = 1$, menons, parallèlement au plan xIy

tangent en I à la surface Σ, un plan qui coupe IR en R, IN_1 en N_1 et IR_1 en R_1 : i désignant l'angle d'incidence NIR, nous avons

$$IR = \frac{IN}{\cos i} = \frac{1}{\cos i}, \qquad NR = IN \tang i = \tang i,$$
$$NN_1 = IN\tau\, d\sigma = \tau\, d\sigma, \qquad RR_1 = IR\, t \cos i\, d\sigma = t\, d\sigma.$$

Menons par R une droite NP parallèle à N_1R_1 et rencontrant RR_1 en P : à un infiniment petit d'ordre supérieur près, l'angle RNP est égal à $d\omega$. Donc

$$d\omega = \frac{RP}{NR} = \frac{RR_1 - PR_1}{NR} = \frac{RR_1 - NN_1}{NR} = \frac{t-\tau}{\tang i}\, d\sigma.$$

Les deux plans déterminés par la normale, d'une part, et par les rayons incident et réfracté, d'autre part, tournant d'un même angle quand on passe de I à I', $d\omega$ est un invariant optique et l'on peut écrire, en désignant par i' l'angle de réfraction et par t' la torsion géodésique pour la surface d'onde réfractée, $\frac{t-\tau}{\tang i} = \frac{t'-\tau}{\tang i'}$ ou, n et n' étant les indices de réfraction des deux milieux que sépare Σ,

$$n \cos i (t - \tau) = n' \cos i' (t' - \tau).$$

C'est la troisième équation de Sturm, et nous voyons ainsi que cette équation exprime que le rayon réfracté reste dans le plan d'incidence quand on passe d'un rayon du pinceau astigmate au rayon infiniment voisin.

SPECTROSCOPIE. — *Sur divers spectres du mercure.* Note de M. **M. Ponte**, présentée par M. A. Cotton.

Au cours de recherches qui ont été faites dans un autre but (¹), j'ai observé que, avec des oscillations sur ondes très courtes, on pouvait obtenir, dans un gaz raréfié, des gaines lumineuses intenses et longues (40^{cm} parfois), à partir d'une seule électrode qui est placée en un point où le champ de haute fréquence est intense. Cette décharge spéciale a été étudiée au point de vue spectroscopique avec de la vapeur de mercure (ondes d'une dizaine de mètres; électrode de tungstène).

Lorsque la température au voisinage de l'électrode est de l'ordre de 80°, la lueur qui, près de cette électrode, a l'aspect ordinaire de l'arc, est franchement violette dans le réfrigérant où la vapeur a une tension très faible. C'est cette partie de la décharge qui donne aux spectres leur grande richesse en raies; parmi les raies d'arc, les séries $1^1P_1 - m^1D_2$ et $1^1P_1 - m^1S_0$ sont particulièrement renforcées : on peut suivre la première de ces séries jusqu'au douzième terme inclus et la seconde jusqu'au onzième (pose 2 heures; fente : $\frac{2}{100}$ de millimètre). Il y a de plus dans ce spectre une dizaine de raies d'étincelle du premier ordre.

Si la température de la vapeur est plus élevée (150° environ), j'obtiens, en plus d'un spectre de raies, un spectre moléculaire, très riche en bandes et en fonds continus. Une pose de 2 heures, avec une fente de $\frac{2}{100}$ de millimètre, donne déjà de bons résultats au microphotomètre et les mesures, délicates avec ces bandes floues, peuvent être contrôlées par comparaison avec un spectre du fer. L'intensité relativement grande des spectres de bandes est probablement due à la distillation rapide du mercure dans l'appareil employé.

On peut avoir deux modes de décharges : à excitation faible, la lueur est verte; à excitation plus forte, la couleur est plus blanche. Dans le premier cas, le spectre continu vert est, relativement au spectre 3300, beaucoup plus intense que dans le second. Cette observation s'accorde avec les idées de Houtermans (²) qui attribue ces deux spectres continus à des états différents d'excitation de l'un des atomes de la molécule.

Les deux spectres montrent les systèmes de bandes suivants :

(¹) M. Ponte, *Nature*, 121, 1928, p. 243.

(²) Houtermans, *Zeitschrift für Physik*, 41, 1927, p. 140.

1° Le système 2345; on peut distinguer une dizaine de bandes estompées, sans structure à la dispersion employée (0^A,3 serait facilement séparé). Les maxima de ces bandes sont, à 0^A,2 près, sauf peut-être pour les deux dernières :

2345,5 (largeur 7^A)	2333,8	2325,3	2317,6
2338,5 (largeur 3^A)	2329,3	2321,1	

Ces nombres s'écartent de ceux de lord Rayleigh de 1^A environ.

La raie 2270 est présente; elle est un peu plus intense que 2258,9.

2° Une forte bande, à arête nette, de 2476,6 à la raie 2482, bordée du côté des petites longueurs d'onde par une bande plus faible qui débute à 2471. Ces deux bandes, signalées par Stark (1), apparaissent à température plus basse que ne le font les autres.

3° Une suite de bandes semblables à celles de lord Rayleigh; parmi celles-ci, quelques-unes, masquées par des raies, n'ont pu être observées. Au-dessous de 2650, les bandes suivantes, données à 0^A,5 près, sont nouvelles :

2596,2	2607,4	2616,4	2627	2634,9
2599,2	2611,5	2620	2630,9	2645,2

Entre 2650 et 3000, j'ai mesuré trente et une bandes; il y a des désaccords qui atteignent 1^A à 1^A,5 entre les nombres de lord Rayleigh et les miens.

Entre 3000 et 3125, j'ai un plus grand nombre de bandes que n'en donne cet auteur : un autre mécanisme moléculaire doit entrer en jeu. J'ai mesuré, à 1-2^A près :

3010*	3046	3056	3077	3095*	3114*
3035	3052*	3066*	3086*	3105	

Ici, comme plus bas, les bandes marquées d'un astérisque se rapprochent de bandes données par Stark.

4° Entre 3150 et 3450, les bandes suivantes, larges et floues (doubles ?), à 2-3^A près :

3155	3199	3250	3293	3355	3421
3170	3213	3264	3309	3373	
3184	3233	3276	3322	3393	

5° Un système de quatre bandes, d'une largeur de 3^A environ, plus intenses que les autres et qui sont, à 1^A près :

3486	3475	3455	3443

Stark signale quatre bandes dans cette région, mais les longueurs d'onde qu'il en donne sont inférieures à celles-ci de 6^A environ.

6° Entre 3490 et 4916, des bandes floues, parfois formées de bandes plus fines. Leur nature et la petitesse de la dispersion dans cette région ne permettent pas de les donner à mieux que 3^A près :

(1) Stark et Wendel, *Physikalische Zeitschrift*, 14, 1913, p. 562.

3498	3585	3748	3863*	4122* (forte)
3506	{ 3603	3758	3886	4132* (forte)
3515	{ 3609	3773	3914*	
{ 3536	3625	3787	3943*	
{ 3541	3687	{ 3819	3950	
3556	3694	{ 3824*	3974*	
3566	3718 (arête ?)	3829	3992	
3580	3732* (arête ?)	3840	4008	

Il y a encore des bandes de plus grande longueur d'onde.

Ces bandes n'ont pu être identifiées : on peut les attribuer au mercure, avec les réserves qu'implique le peu de précision des mesures.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Le pouvoir-tampon du sérum et l'immunité.* Note [1] de M. **W. Kopaczewski**, présentée par M. d'Arsonval.

Au cours de nos recherches sur l'antagonisme physico-chimique des bactéries [2] nous avons constaté que les variations des caractères physico-chimiques, provoquées dans les milieux de culture artificiels par les microbes pathogènes, vont dans le sens d'une stabilisation du milieu, au point de vue colloïdal : or, le tableau clinique d'une maladie infectieuse aiguë cadre plutôt avec une labilisation du milieu, et, de plus, plusieurs constatations physico-chimiques directes (les valeurs de la tension superficielle, du pH^{+}, de la charge électrique) ou indirectes (sédimentation globulaire, floculation sérique) renforçaient cette supposition de la labilisation humorale.

Nous nous sommes demandé si les valeurs des modifications physico-chimiques provoquées par des microorganismes seront les mêmes dans tous les milieux de culture *in vitro*. Le sérum étant un milieu naturel pour les microbes pathogènes, nous avons cultivé ces microorganismes dans du sérum normal de cheval, prélevé aseptiquement et conservé, avant tout ensemencement, pendant quelques semaines à la température du laboratoire, afin d'éviter les variations spontanées des caractères physiques de ce liquide avec le temps.

La culture des bactéries pathogènes et de quelques saprophytes dans du sérum nous a permis de faire une constatation d'un intérêt certain : *alors que,*

(1) Séance du 27 février 1928.

(2) Ch. Arnaudi, W. Kopaczewski et M. Rosnowski, *Bol. Ist. Sieroter*, Milano, 5, 1927, p. 1.

souvent après quelques heures, les signes organoleptiques permettent indubitablement de se rendre compte de la pullulation des microbes (trouble, précipitation, couleur, odeur, voile, etc.), *les constantes physico-chimiques du milieu n'accusent aucune ou très faible variation, parfois même après* 6 *jours de culture.* Voici à titre d'exemple les valeurs concernant le *Bac. Proteus vulgaris* et le *Bac. diphteriæ :*

Age.	Caract. organolept.	Tens. sup.	Viscosité.	pH+.	Concentr. ionique.	Charge électr.
	Bac. Proteus vulgaris.					
1	Trouble ; odeur	66,1	1,40	7,4	122,1.10⁻⁴	0
2	Précip. grum.	66,1	1,45	7,3	122,8 »	0
4	»	65,4	1,44	7,5	122,1 »	0
6	Dépôt floc. blanc	65,4	1,49	7,6	122,6 »	0
12	»	65,7	1,44	7,8	130,6 »	0
24	»	65,4	1,54	7,6	129,3 »	0
	Bac. diphteriæ.					
1	Trouble	66,4	1,40	7,6	122,8 »	0
2	Quelques grumeaux blancs	65,4	1,40	8,0	122,8 »	0
4	» odeur arom.	65,8	1,45	8,0	122,6 »	0
6	Précip. adhér. parois	64,9	1,49	8,0	122,6 »	0
12	»	63,0	1,49	8,0	125,9 »	0
24	»	63,4	1,52	8,0	122,0 »	0

De l'absence de toute modification physico-chimique du milieu durant le premier stade de la croissance des microorganismes faut-il tirer la conclusion que les facteurs physico-chimiques n'ont aucune importance pour la vie bactérienne ? Certainement non, car nous connaissons l'impossibilité de cultiver ces organismes dans des milieux s'écartant un peu des valeurs déterminées, concernant aussi bien les constantes capillaires que les facteurs électriques ou ioniques (tension superficielle pH+, etc.).

Bien au contraire, le rôle de tampon, le rôle régulateur du sérum et, à plus forte raison, celui du sang vivant, empêche les variations des propriétés physico-chimiques de se manifester, et comme les caractères du milieu humoral sont d'emblée bien propices au développement des microbes, leur croissance se poursuit normalement; c'est au moment où le nombre des microorganismes devient trop considérable et arrive à épuiser les propriétés régulatrices du sérum que nous pouvons commencer à déterminer les variations de facteurs physiques; ce qui arrive avec du sérum après un temps plus au moins variables (4, 6, 12 ou 24 jours après l'ensemencement),

Le rôle de tampon du sérum et du sang a été bien démontré ces temps derniers pour la concentration en ions H^+ ; nous donnons ici la démonstration nette de cette propriété en ce qui concerne, d'une façon générale, toute modification capillaire ou électrique.

Nous sommes bien enclin à y voir une *explication du temps d'incubation des maladies infectieuses* et de *la résistance naturelle de l'organisme vis-à-vis des agents pathogènes.*

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation et propriétés de quelques sels germaneux.* Note de MM. **Jacques Bardet** et **Arakel Tchakirian**, présentée par M. G. Urbain.

Depuis la découverte du germanium par Winkler en 1885, toutes les tentatives faites en vue d'obtenir l'oxyde, l'hydrate et les sels germaneux n'ont donné que des résultats peu satisfaisants. Winkler et les autres auteurs n'ont pu obtenir par des procédés détournés que de médiocres quantités de mélanges [1]. Les deux méthodes suivantes sont directes et d'une application commode. A partir de l'oxyde ou de l'hydrate qu'elles permettent d'obtenir, il est facile de préparer toute la série des sels germaneux.

Réduction des sels germaniques par le zinc et l'acide sulfurique. — Elle se fait facilement lorsque la solution contient 25 pour 100 d'acide. Il se forme alors des flocons d'oxyde germaneux GeO, de couleur brun foncé, qui viennent surnager, très volumineux, la surface du liquide, en même temps que se dégagent de petites quantités d'hydrure de germanium. L'oxyde obtenu, filtré et séché rapidement, est parfaitement stable à la température ordinaire. La sensibilité de cette réaction est extrême et permet de déceler $0^{mg},1$ de germanium. On peut opérer le dosage approximatif du germanium, soit en comparant le précipité obtenu avec ceux que donnent des liqueurs titrées, soit en réduisant, par le protoxyde obtenu, une solution de permanganate ou de bromate de potasse. Le protoxyde de germanium est difficilement soluble dans les acides chlorhydrique ou sulfurique.

Réduction par l'acide hypophosphoreux en solution chlorhydrique. — Elle est totale à 100° en deux heures. A partir de la solution obtenue, il est

---

(1) Leur méthode consiste à décomposer par la soude le germanochloroforme $GeHCl^3$. (Winkler et Mann, *J. prak. Chem.*, 34, 1886, p. 301).

facile de précipiter l'hydrate en la neutralisant à froid par l'ammoniaque, le précipité ainsi obtenu est jaune orangé. Il se dissout facilement dans les acides chlorhydrique et bromhydrique, difficilement dans l'acide fluorhydrique. L'acide sulfurique le déshydrate en donnant l'oxyde brun, qui se dissout lentement. L'acide iodhydrique le transforme en un iodure rouge insoluble dans l'eau. L'acide azotique, l'eau oxygénée, et en général tous les oxydants, le transforment en bioxyde. La soude et la potasse dissolvent l'hydrate, et dans l'ammoniaque on obtient une solution rouge qui s'oxyde lentement.

Par dissolution de l'oxyde ou de l'hydrate germaneux, dans l'acide chlorhydrique, on obtient le chlorure $GeCl^2$. Celui-ci est transformé par l'eau en oxychlorure blanc, qui se transforme lentement en hydroxyde jaune orangé. La solution de chlorure germaneux réduit les sels d'or et d'argent, décolore le permanganate et le carmin d'indigo.

Le bromure se comporte comme le chlorure : le fluorure n'est pas décomposé par l'eau.

Tous ces sels précipitent de leurs solutions, lorsqu'elles sont peu acides, par l'hydrogène sulfuré, en donnant le sulfure GeS, de couleur rouge orangé foncé. La précipitation est totale. Ce sulfure est soluble dans les acides concentrés. Des solutions ainsi obtenues, on peut, après élimination de l'hydrogène sulfuré, précipiter à nouveau l'hydrate germaneux.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Détermination du réseau cristallin des substances microcristallines au moyen des radiogrammes de poudres.* Note [1] de M. G. **Allard**, présentée par M. G. Urbain.

Un radiogramme de poudre étant donné, il est possible, lorsque la substance cristallise dans les systèmes cubique, quadratique, hexagonal ou rhomboédrique, de déterminer la valeur des paramètres et des dièdres par la méthode de Hull [2] dans laquelle on cherche à placer les raies fournies par le radiogramme sur des abaques tracés à l'avance. Ce procédé, qui est quelquefois d'une application délicate, n'est pas général puisqu'il est

---

[1] Séance du 13 février 1928.

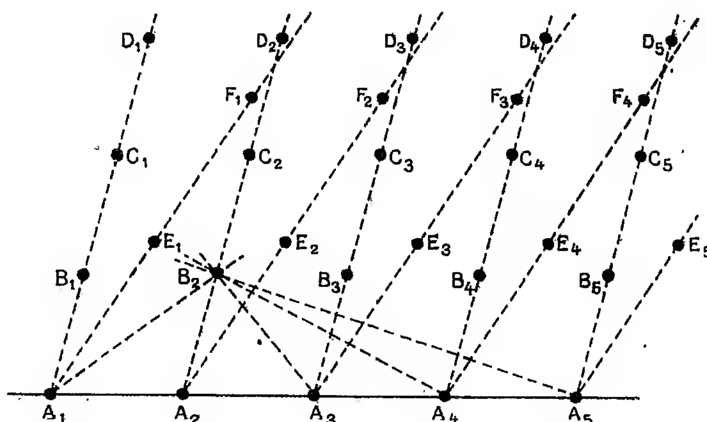
[2] Hull et Davey, *Graphical determination of hexagonal and tetragonal crystal structure, from X Ray data* (*Phys. Rev.*, 2e série, 17, 1921, p. 266-267 et 549-570).

impuissant dans le cas des systèmes orthorhombique, elinorhombique et triclinique.

La Note que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie renferme un procédé absolument général et présentant cet intérêt d'être d'une application aisée, là où la méthode de Hull est défaillante, en utilisant les propriétés des *réseaux polaires* que M. Mauguin (¹) a employés pour l'interprétation des radiogrammes de cristal tournant.

En particulier, les intervalles entre les nœuds successifs d'une même rangée du *réseau polaire* sont inversement proportionnels aux équidistances des plans réticulaires *du réseau réel* et en conséquence directement proportionnels aux sinus des angles de diffraction. Ces angles sont donnés directement par le radiogramme.

Ceci posé, supposons qu'on fasse pivoter toutes les rangées d'un *réseau*



polaire autour de l'une d'entre elles A_1, A_2, ..., A_5, de façon à amener toutes ces rangées sur un même plan. On obtiendra ainsi une série de points dont quelques-uns ont été représentés sur la figure ci-dessus. Les distances d'un quelconque d'entre eux à tous ceux situés sur l'axe de rotation sont des translations possibles du réseau, de sorte que le point B_2, par exemple, se trouvera à l'intersection des circonférences ayant pour centres les points A_1, A_2, ..., A_5 et pour rayons certains des intervalles mesurés sur le cliché.

(¹) Ch. Mauguin, *Réseaux polaires et diagrammes de diffraction des rayons X* (*Bull. de la Soc. franç. de Minéralogie*, 49, 1926, p. 5).

Or, ce sont les plans à grande densité réticulaire (plans importants cristallographiquement d'après la loi de Bravais) qui donnent les raies les plus intenses et les angles de diffraction les plus petits.

Les plans peu importants cristallographiquement ne sont donc représentés sur les clichés que par des taches de faible intensité et en nombre relativement petit.

En fait, sur une vingtaine de raies il n'y aura jamais qu'un nombre très restreint de points déterminés par l'intersection d'au moins quatre circonférences et ces quelques points se trouveront sur les rangées les plus importantes du réseau polaire; les angles de celui-ci, c'est-à-dire les dièdres du réseau réel, seront donc représentés en vraie grandeur sur le graphique, qui fournira ainsi des valeurs très approchées des dièdres et des paramètres.

Comme contrôle, le réseau ainsi déterminé donne, par le calcul, la position de toutes les raies du radiogramme, et assigne, à chacune d'elles, des caractéristiques simples.

Enfin, on augmente la précision de ces mesures, en leur appliquant la méthode des moindres carrés comme le font du reste les cristallographes, à partir des mesures goniométriques.

GÉOLOGIE. — *Une hypothèse concernant le Permien et le Trias du Maroc.* Note de M. **Henri Termier**, présentée par M. Pierre Termier.

A Mechra ben Abbou, point où la route de Marrakech à Casablanca traverse l'Oum er Rbia, il existe un beau développement de couches rouges : argiles (sans gypse ni sel), conglomérats à galets de calcaire viséen, et laccolithe d'andésite; le tout très relevé, de 40 à 70°, discordant sur le Carbonifère plissé, et antérieur au Crétacé tabulaire de Settat.

Cet ensemble ne peut rentrer, parmi les cadres connus, que dans le *Permo-Trias* de L. Gentil. Mais j'éprouve une certaine gêne à penser que le Trias puisse être redressé alors que les collines avoisinantes sont formées de Crétacé horizontal. Il faudrait faire intervenir des mouvements orogéniques d'âge secondaire dont nous n'avons pas jusqu'à présent la moindre preuve.

L'absence à Mechra ben Abbou des formations lagunaires qui sont si fréquentes dans le Trias [1] tend à confirmer cette manière de voir. Aussi, sans

---

[1] F. Daguin, *Contribution à l'étude géologique de la région prérifaine* (*Maroc occidental*), Montpellier, 1927, p. 78 à 108, *passim*.

disposer d'argument péremptoire, j'incline à ranger cet ensemble dans le Permien, puisque nous savons maintenant avec certitude [1] que ce système est représenté au Maroc.

Une comparaison de ces couches rouges avec celles du Pays des Zaïans me paraît pleine d'enseignements. Voici ce qu'on observe à Khenifra :

A. Le vallon de l'Oum er Rbia montre des argiles sans gypse ni sel, une masse de plusieurs centaines de mètres de conglomérats sans galets de calcaires (probablement parce qu'ils sont épuisés), et des grès à *Walchia piniformis* Schlt. sp.; tout cela discordant sur le Viséen et redressé, au bord Sud du synclinal d'Autunien, *jusqu'à la verticale ;*

B. Les flancs de l'Akellal offrent la coupe suivante : un niveau intermittent de conglomérats (quelques mètres seulement), de l'argile rouge, une coulée de basalte doléritique, et, dans le haut, encore de l'argile rouge, cette fois pourvue de gypse et de sel. Tout ceci concordant sous le Lias moyen tabulaire.

L'ensemble A et l'ensemble B sont séparés par des affleurements de Paléozoïque et ne se raccordent que par un étroit pédoncule (au voisinage de l'Oued bou Skour) où ne s'observent que des argiles sans stratification visible.

Faut-il identifier ces deux ensembles ? et alors admettre que le plissement du Permien soit d'âge postliasique, tertiaire en l'occurrence ? Cette hypothèse est peu admissible parce que les mouvements qui ont créé le Moyen Atlas septentrional ne commencent qu'à 30^{km} au nord-est de Khenifra, et que nulle part aux environs je n'ai observé de pli véritable ayant intéressé le Lias.

Ma façon de voir est la suivante :

Les couches rouges du vallon de Khenifra et les couches rouges de Mechra ben Abbou sont comtemporaines, et elles sont permiennes. Ce terrain a été plissé lors d'une phase récente de la chaîne hercynienne (soit, pour cette orogénèse, deux paroxysmes : le premier postviséen, et le second postautunien).

Les couches rouges que l'on peut suivre sur 150^{km} de longueur depuis Kebaah jusqu'à El Hajeb et au delà sont du Trias concordant sous le Lias, horizontal sous les plateaux des Beni M'Guild et des Beni M'Tir, et prenant part à la formation de pli-failles dans la région de Timhadit-Bekrit.

---

[1] HENRI TERMIER, *Sur le Permien du Maroc central* (*Compte rendu somm. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, 28, 1928, p. 29).

J'admets donc une discordance entre Permien et Trias au Maroc, comme cela est d'ailleurs classique en France sur la bordure est du Massif central ([1]).

Ceci n'est encore qu'une hypothèse. Cette discordance sera difficile à observer. Mais je crois qu'on pourra la déduire avec une probabilité croissante en comparant aux contrées déjà décrites les pays nouvellement explorés.

BOTANIQUE. — *Anomalies de l'androcée chez un hybride du genre* Digitalis. Note de M. **Marcel Martz**, présentée par M. Guignard.

La notion relative à la nature foliaire des diverses pièces florales est aujourd'hui classique. Dans le genre *Helleborus*, tous les intermédiaires existent entre la feuille végétative normale et le sépale. Les relations du sépale et du pétale sont apparentes chez de nombreuses plantes et particulièrement chez les plantes à périanthe concolore. Chez *Nymphæa alba*, on constate le passage graduel du pétale à l'étamine. Quant à la parenté de l'étamine et du carpelle, qui m'intéresse particulièrement ici, elle est tout aussi nettement établie. Chez *Sempervivum tectorum* ([2]), l'androcée peut comporter des étamines dont 1, 2 ou 3 sacs polliniques ont été remplacés par 1, 2 ou 3 séries d'ovules. Chez certains exemplaires cultivés de *Narcissus pseudo-Narcissus* la même anthère porte à la fois du pollen et des ovules ([3]). Chez quelques Hellébores, certaines étamines voisines du pistil ont des anthères plus ou moins avortées, des filets dilatés à la base, creux et contenant des ovules. Chez certains Pavots doubles ([4]), les étamines internes peuvent se transformer en carpelles fertiles ou en feuilles sexuelles mixtes (stamino-carpelles). Les Tulipes ([5]) présentent parfois des carpelles dont les séries d'ovules sont remplacées par des sacs polliniques. Chez *Petunia hybrida* ([6]), le placenta porte des ovules normaux et des ovules au sein desquels naissent des cellules mères de grains de pollen.

([1]) Pierre Termier, *État actuel de nos connaissances sur la tectonique du Plateau Central français* (*Congrès Géol. intern.*, 13, Belgique, 1922, p. 586).

([2]) Ph. Van Tieghem, *Traité de Botanique*, 1, Paris, 1891, p. 426.

([3]) M. Molliard, *Homologie du massif pollinique et de l'ovule* (*Revue générale de Botanique*, 8, 1896, p. 277).

([4]) Ph. Van Tieghem, *loc. cit.*, p. 426.

([5]) M. Molliard, *loc. cit.*, p. 278.

([6]) M. Molliard, *loc. cit.*, p. 278.

J'ai eu l'occasion d'observer sur l'hybride *D. purpurea* × *D. lutea* = *D. purpurascens* Roth, var. *D. purpurascens-lutescens* Rouy, des anomalies dans la constitution de l'androcée. L'hybride, rencontré au milieu des parents, présente des caractères se rapprochant beaucoup plus de ceux de *D. lutea* que de ceux de *D. purpurea*. Seules, l'inflorescence qui est plus lâche, la corolle de teinte faiblement purpurine dont les dimensions dépassent à peine celles du même organe chez *D. lutea*, la présence de taches pourpres sur le lobe inférieur de la corolle et sur l'anthère distinguent cet hybride de la forme type de *D. lutea*.

L'androcée, normalement constitué par 4 étamines, se trouve parfois réduit à 3, 2 ou 1 étamine. Les pièces staminales restent fixées sur la corolle ou se soudent au pistil sur une portion plus ou moins grande du filet. Parfois la soudure est complète et l'anthère seule reste libre.

J'ai constaté, aussi, l'avortement assez fréquent d'une loge d'anthère par étamine et quelquefois l'avortement complet de l'anthère qui réduit ainsi l'étamine à son filet. L'anthère, de volume habituellement normal, renferme une très petite quantité de pollen constitué par des grains de volumes très inégaux, plissés ou recroquevillés.

Certaines étamines dont l'anthère est, par ailleurs, normalement constituée, portent des ovules anatropes, disposés irrégulièrement sur tout le pourtour du filet ou localisés en certains points, mais sans ordre apparent. L'examen comparatif de ces ovules et de ceux contenus dans l'ovaire de l'hybride et dans l'ovaire des plantes père et mère ne permet de constater aucune différence.

Des ovules ont été rencontrés aussi : tantôt au niveau de la ligne de déhiscence, tantôt sur la face opposée des anthères d'étamines dont le filet était soudé à l'ovaire. Dans les cas de soudure du filet et de l'ovaire, j'ai pu observer parfois la présence d'ovules dans la région de concrescence.

L'existence d'ovules sur les étamines de *D. purpurascens-lutescens* Rouy constitue donc un nouveau cas de métamorphose ascendante des feuilles florales. Mais alors que, dans les cas rapportés plus haut, un sac pollinique est habituellement remplacé par une série d'ovules, ici, aucune relation de position ou de nombre n'a pu être décelée. Les ovules manquent même, souvent, sur des étamines sans anthère ou pourvues seulement d'une seule loge.

CYTOLOGIE. — *Sur la signification des granulations éosinophiles des cellules sanguines de la seiche* (Sepia offic. *L.*). Note de M. **A. Jullien**, présentée par M. F. Mesnil.

L'examen des cellules sanguines chez l'animal normal ne permet pas de tirer une indication quelconque sur la fonction éventuelle des granulations éosinophiles.

Dans le sang circulant, les cellules sanguines ne se modifient pas et leurs granulations ne subissent pas de changements. Dans les tissus (conjonctif, musculaire, épithélial), il existe des cellules sanguines avec granulations éosinophiles émigrées hors des vaisseaux; un certain nombre présentent des formes de clasmatose avec essaimage progressif des granulations qui disparaissent dans le milieu ambiant. Mais il est impossible de déterminer la nature de la fonction à laquelle ce phénomène est lié, car au point où il se produit, on n'observe pas de modifications tissulaires.

Si l'on injecte une goutte de caustique (huile de croton) dans le manteau de l'animal, on provoque une réaction inflammatoire intense. Les cellules sanguines quittent les vaisseaux par diapédèse et viennent infiltrer toute la région traumatisée. Les premières cellules mobilisées arrivant très près du point lésé sont immédiatement tuées; celles qui suivent s'arrêtent à la limite des zones successivement atteintes par l'infiltration progressive du caustique. Mais cette action toxique diminue peu à peu au fur et à mesure que l'on s'éloigne du point injecté, si bien que, à la limite des tissus sains et dévitalisés, se constitue une épaisse barrière de cellules sanguines : d'un côté, vers la lésion, celles-ci dégénèrent; le protoplasme et les granulations disparaissent; les noyaux pycnotiques apparaissent uniformément basophiles ou acidophiles. Dans l'autre sens, vers les tissus sains, on voit, non des éléments plus ou moins altérés, mais des cellules sanguines allongées dont les granulations sont en voie de disparition.

Le protoplasme ne renferme que des taches éosinophiles peu abondantes (une, deux ou trois par élément), plus ou moins irrégulières, provenant du gonflement et de la fusion des petites granulations normales. Dans certaines cellules, elles ont même totalement disparu. Dans la région moyenne, intermédiaire aux deux précédentes, on rencontre, en quantités à peu près égales, des noyaux pycnotiques et des cellules analogues à celles de la zone contiguë au tissu sain; c'est en ce point, où la densité des cellules atteint

son maximum, que se produit le décollement sous forme d'escarre de toute la partie mortifiée. Ce décollement est précocement indiqué (après quatre jours) par une fissuration du tissu conjonctif bientôt suivie d'une fragmentation en îlots bourrés de cellules et indépendants les uns des autres.

Après six jours, par accentuation des phénomènes précédents, on assiste à la formation d'une ébauche de sillon qui suit le contour très régulièrement circulaire ou elliptique de la partie mortifiée et qui tend ainsi à l'exclure.

Après sept ou huit jours, le sillon a atteint les plans profonds du manteau et la chute de l'escarre se produit; elle aboutit, pour la partie dorsale du sac viscéral, à un découpage ovalaire des téguments avec mise à nu de la coquille; pour la partie ventrale, à la formation d'une cuvette taillée comme à l'emporte-pièce dont le bord et le fond sont respectivement constitués par la peau et le muscle du manteau.

Cette fonte progressive, à la limite de la région mortifiée, du tissu conjonctif, n'est pas ou n'est que pour une faible part d'origine autolytique. Nous voulons dire qu'elle ne paraît pas due à l'action de produits intracellulaires, libérés par la mort des tissus, car, dans le cas actuel, les ferments comme les corps cellulaires qui les contenaient ont été détruits par l'action du caustique. Un autre processus doit donc être envisagé. Si l'on note, d'une part, que le sillon d'exclusion apparaît, non pas dans la zone de nécrose, mais dans la zone la plus richement infiltrée de cellules sanguines. Si l'on remarque par ailleurs les modifications subies par les granulations éosinophiles qui, primitivement intracellulaires, ont disparu sans laisser de traces morphologiquement appréciables, on doit, semble-t-il, établir une relation de cause à effet entre leur disparition et la fonte tissulaire qui conditionne la formation et l'évolution du sillon d'élimination. Cette fonte serait donc due à l'action de ferments protéolytiques dont l'origine est peut-être liée aux modifications subies par les granulations éosinophiles. La mobilisation de ces ferments s'opérerait soit par destruction du cytoplasme à la mort de la cellule sanguine, soit à la suite d'une véritable excrétion par la cellule évoluant peu à peu en fibroblaste dont nous avons parlé dans une Note antérieure.

ZOOLOGIE. — *Le déterminisme du sexe chez un Nématode* (Paramermis contorta), *parasite des larves de Chironomes*. Note de M. **Maurice Caullery** et Mlle **Marguerite Comas**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Il s'avère de plus en plus que la détermination du sexe relève, en général, d'un mécanisme lié à la fécondation et conduisant à l'égalité numérique approximative des deux sexes. Elle ne doit pas toutefois être considérée comme une donnée absolue : on a reconnu, en effet, d'une façon très générale, une certaine bipotentialité sexuelle de l'embryon et même de l'adulte, qui se manifeste notamment dans les cas d'intersexualité.

Il y a donc seulement, en principe, prédominance d'un sexe sur l'autre au début du développement; mais, en fait, cette prédominance équivaut généralement à une sexualité exclusive. Le sexe peut donc être considéré comme une propriété constitutionnelle ou *génotypique* de l'individu, résultant de sa constitution héréditaire, fixée elle-même par la fécondation de l'œuf. Mais, chez quelques espèces, la prédominance génotypique d'un sexe sur l'autre est atténuée et, suivant les circonstances du développement, elle peut être annulée ou même inversée. L'individu peut ainsi avoir définitivement un sexe *phénotypique*, opposé à son sexe génotypique. Pareille particularité se révélera lorsque des populations, produites dans des conditions homogènes et bien définies, présenteront des écarts systématiques dans le rapport numérique des sexes. C'est ce qui a été constaté expérimentalement chez la Bonellie et les Grenouilles, par exemple.

Cobb, Steiner et Christie ont, tout récemment ([1]), par l'observation et l'expérimentation directe, constaté semblable labilité du sexe chez divers *Mermithidæ*, la détermination du sexe y dépendant essentiellement du nombre des parasites hébergés par un même hôte. Nous avons été amenés, de notre côté, par des recherches antérieures ([2]), à examiner la répartition des sexes de *Paramermis contorta* Linst., parasite du ver rouge des pêcheurs (larve de *Chironomus thummi* Kieff.) et nous avons vu s'y vérifier les conclusions des auteurs américains. En effet, en faisant la statistique des sexes, par catégories d'individus trouvés en même nombre dans un Chironome, nous sommes arrivés au tableau suivant :

([1]) *The official Record U. S. Dep. of Agriculture*, 6, XLIII, octobre 1927, p. 6.

([2]) Marg. Comas, *Sur l'intersexualité de* Paramermis contorta (*Bull. Biol. France-Belgique*, 61, 1927, p. 187-190, pl. IV); *Sur le mode de pénétration de* Paramermis contorta *dans la larve de* Chironomus thummi (*C. R. Soc. Biol.*, 96, 1927, p. 673-675).

Nombre de parasites par ver rouge.	Nombre de cas observés.	♀♀.	♂♂.	Rapport ♀/♂.	Inter-sexués [1].	Statistique des divers groupements de parasites.
1	372	255	17	15	68	
2	173	180	166	1,08	41	2 ♀$_2$, 122 ♂♀, 22 ♂$_2$
3	43	47	82	0,57	10	1 ♀$_3$, 7 ♀$_2$♂, 30 ♀♂$_2$, 5 ♂$_3$
4	16	23	41	0,55	5	1 ♀$_3$♂, 7 ♀$_2$♂$_2$, 6 ♀♂$_3$, 2 ♂$_4$
5	6	5	25	0,2		1 ♀$_2$♂$_3$, 3 ♀♂$_4$, 2 ♂$_5$
6	3	3	15	0,2		1 ♀$_2$♂$_4$, 1 ♀♂$_5$, 1 ♂$_6$
7	2	3	11	0,25		1 ♀$_2$♂$_5$, 1 ♀♂$_6$
9	1	1	8	0,125		1 ♀♂$_8$
10	3	4	26	0,154		1 ♀$_2$♂$_8$, 2 ♀♂$_9$
11	1	2	9	0,22		1 ♀$_2$♂$_9$
17	1	2	15	0,133		1 ♀$_2$♂$_{15}$
Totaux......		525	415			

Il apparaît donc nettement que le sexe dépend dans une large mesure du nombre des parasites simultanés et vraisemblablement des conditions de nutrition qui en résultent aux dépens de l'hôte. Dans le cas d'un parasite unique, on ne trouve pour ainsi dire que des femelles, les quelques mâles rencontrés correspondant probablement à des hôtes malingres. On peut admettre que les mâles génotypiques de cette population ont été inversés en femelles phénotypiques, que représentent peut-être les nombreux intersexués de ce lot.

Dans le cas de deux parasites, on a sensiblement égalité numérique des sexes, c'est-à-dire que le génotype de la population n'est pas altéré. A partir de trois parasites, on trouve une prédominance de plus en plus forte des mâles. Pour les nombres élevés, dont les cas sont rares, on peut remarquer que les diverses combinaisons observées se présentent avec une fréquence très supérieure à la probabilité correspondant à leur composition, si les sexes se déterminaient normalement. Il est facile de voir, en effet, que, pour le cas de m parasites, les divers groupements de $(m-p)$ ♀ et p ♂, sur une population totale de N individus ont une fréquence théorique de $\frac{N}{2^m}\frac{m(m-1)\ldots(m-p+1)}{1.2\ldots p}$. Les nombres supérieurs à cette

(1) Le nombre des intersexués indiqués est certainement inférieur à la réalité, car un assez grand nombre de ♀♀ ont dû être examinées avant la dernière mue, où se manifeste seulement l'intersexualité.

probabilité ont été inscrits en caractères gras dans le tableau, les nombres inférieurs, en caractères ordinaires. Le sens général des écarts ressort clairement. Il y a lieu d'ajouter, d'une part, que la production de ♀ ♀ n'est pas complètement supprimée (voir le tableau), à partir d'un certain chiffre, d'autre part, qu'en fait, plus les parasites sont nombreux, plus leur taille est réduite et leur développement précaire.

Des faits constatés par les auteurs américains et par nous, il semble donc résulter que la labilité de la détermination génotypique du sexe est assez générale chez les Mermithidés les moins modifiés par le parasitisme; les formes les plus modifiées (*Allantonema*, *Aproctonema*, *Sphærularia*, etc.) offrent, comme on sait, des dispositions extrêmement spéciales, au point de vue de la sexualité.

Les faits précédents doivent être rapprochés de ceux où le rapport numérique des sexes peut être modifié expérimentalement, — soit sous l'influence d'un facteur externe, tel que, chez les grenouilles, la chaleur (Witschi), ou la surmaturité des œufs (R. Hertwig, Kuschakevitsch), chez la Bonellie, l'action de substances émanées des tissus de la trompe, — soit sous l'influence de croisements raciaux déterminés, comme dans le cas de *Lymantria dispar* (Goldschmidt).

ZOOLOGIE. — *Évolution de l'appareil d'accrochage de l'abdomen au thorax dans la série des Décapodes Brachyures.* Note (¹) de M. **Charles Pérez**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

L'appareil d'accrochage de l'abdomen au thorax présente, dans la série des Décapodes Brachyures, des modalités diverses.

Chez les *Dromia*, que tous les carcinologistes s'accordent à placer à la base du rameau phylétique des Crabes, l'atrophie du pléon est moins accusée que dans tous les autres types : chez le mâle, l'abdomen en adduction recouvre non seulement les plastrons thoraciques, mais encore les articles basilaires des pattes; le sixième segment porte des rudiments d'uropodes, articulés avec lui, et qui s'accrochent de chaque côté, par une exacte coaptation, à une saillie de rétention portée par le coxopodite de la seconde patte ambulatoire. Les Dromies mâles maintiennent donc leur abdomen immobilisé par un mécanisme analogue à celui grâce auquel les Pagures s'arc-

(¹) Séance du 20 février 1928.

boutent au fond de leur coquille par les crampons de leurs uropodes. Cette ressemblance est intéressante à noter, si l'on songe que les Dromies jalonnent le début du chemin évolutif suivi par les Brachyures à partir d'une souche homarienne, dont un rameau voisin a donné naissance aux Pagures.

Il est naturel de penser qu'au cours de l'évolution qui, spécialisant le type Brachyure, a réduit l'abdomen en largeur relative et l'a amené à dégager les bases des pattes et à ne plus s'appliquer qu'aux plastrons thoraciques, la saillie de rétention a émigré du coxopodite de la seconde patte au sternite correspondant; la coiffe complémentaire a émigré en même temps de l'uropode définitivement disparu à la lisière ventrale du sixième segment du pléon; ou, si l'on veut, le rebord de la cavité qui, chez la généralité des Crabes, boutonne l'abdomen au plastron thoracique, n'est peut-être que le dernier vestige de l'uropode évanoui.

Les *Homola* nous retracent une étape intermédiaire de ce rétrécissement de l'abdomen : les bords latéraux extrêmes du pléon en adduction dépassent à peine les jointures d'articulation des coxopodites des pattes avec le thorax, et le sixième segment porte des crans de rétention qui viennent s'accrocher à des saillies correspondantes portées par le bord même du plastron thoracique. Cette saillie est, il est vrai, formée par le bord du sternite correspondant à la pince, et non à la deuxième patte. Les *Homola* ne représentent donc pas un terme exact de passage entre les Dromies et les vrais Crabes.

Une fois établi sous sa forme caractéristique, l'appareil de boutonnage implique la coaptation de deux différenciations distinctes : les boutons ou crochets portés par le plastron sternal correspondant à la seconde patte; les fossettes ou rétinacles portées par le sixième segment du pléon. Et l'accrochage ne peut persister qu'autant que l'évolution morphologique du type considéré a maintenu une correspondance d'application par rabattement du sixième segment abdominal contre le second plastron thoracique. L'*Ovalipes bipustulatus* M. Edw. montre à cet égard une disposition très significative.

C'est ici le telson qui se place contre le second sternite et le sixième segment sur le troisième; il y a cependant boutonnage; mais c'est que le second sternite possède, à son contour transverse postérieur, deux oreilles saillantes qui s'encastrent à l'avant du troisième sternite; ce sont ces oreilles qui portent les crochets, et ceux-ci se trouvent ainsi topographiquement compris à l'intérieur des contours généraux du troisième plastron, tout en restant des dépendances morphologiques incontestables du second.

Le décalage mutuel peut aussi se produire en sens inverse; et si son amplitude est suffisante pour supprimer le contact entre le second plastron

et le sixième segment du pléon, la coaptation typique est supprimée et l'abdomen ne se boutonne plus. Ainsi se résout l'apparente anomalie, déjà constatée sans explication valable par Duvernoy, que chez certains Crabes très spécialisés, les mâles sont dépourvus d'appareil d'accrochage : il est vraisemblable que, phylétiquement, ils l'ont perdu.

Tel est, par exemple, le cas des *Gelasimus* et de quelques genres voisins. Le telson s'avance à peu près jusqu'au bord postérieur des troisièmes maxillipèdes, et le sixième segment s'applique en tout ou en partie contre le sternite correspondant aux pinces; corrélativement, l'abdomen n'est pas accroché.

Un chemin évolutif différent a conduit, dans la famille des Leucosiens (*Ebalia tuberosa* Pennant par exemple) à une disposition analogue. Les mâles ont l'abdomen libre; par contre les femelles acquièrent à la puberté un dispositif d'accrochage tout à fait spécial : les vantaux constitués par les endopodites des troisièmes maxillipèdes présentent alors une saillie de leur bord postérieur sous laquelle la pointe du telson vient s'engager comme un verrou.

PHYSIOLOGIE. — *Hyperallantoïnurie dans les polyuries provoquées et le diabète insipide chez l'homme.* Note de M. **Angel Establier y Costa**, présentée par M. Roux.

En collaboration avec Charles Kayser nous avons montré que la polyurie, provoquée par les moyens les plus divers, entraînait toujours une hyperallantoïnurie chez le lapin.

Chez l'homme, l'élimination d'allantoïne est très faible à l'état normal, 5 à 15^{mg} par 24 heures (Wiechowski), ce corps n'étant pas chez lui, comme chez le lapin ou le chien, la forme principale d'oxydation et d'élimination des corps puriques. Malgré cela un certain nombre de faits que nous avons observés avec Ch. Kayser, et sur lesquels nous aurons à revenir plus tard, nous ont conduits à rechercher les effets de la polyurie sur l'allantoïnurie chez l'homme.

Pour doser l'allantoïne dans l'urine de l'homme les difficultés sont très grandes, vu la faible quantité présente. Nous avons élaboré une technique plus précise et moins longue que celle préconisée par Wiechowski. Nous en publierons ailleurs le détail et la justification, en voici le principe : Dans un premier temps, après défécation de l'urine par l'acide phosphotungstique,

puis l'acétate de plomb, on précipite toute l'allantoïne à l'état de sel de mercure selon Wiechowski. On entraîne de l'urée et quelques impuretés. Pour éliminer ces composés, Wiechowski recommence deux fois toute la série des manipulations, ce qui est très long et entraîne des pertes.

Dans notre procédé, on décompose la combinaison mercurique par l'hydrogène sulfuré ; la moitié du liquide sert à la détermination de l'urée par le xanthydrol. L'autre moitié est hydrolysée par l'acide chlorhydrique à 50 pour 100, pendant 2 heures à l'autoclave sous 5^{atm}. Dans ces conditions tout l'azote de l'urée et 92 pour 100 de celui de l'allantoïne passent à l'état d'ammoniaque (Mörner-Folin). On distille, on déduit l'azote correspondant à l'urée, la différence représente les $\frac{92}{100}$ de l'azote de l'allantoïne. Les autres impuretés azotées entraînées par le mercure ne titrent pas.

Voici les résultats que nous avons obtenus dans trois types de polyurie chez l'homme :

	Volume urinaire des 24 heures avant.	Allantoïne des 24 heures avant.	Volume urinaire des 24 heures après ingestion d'eau.	Allantoïne des 24 heures après ingestion d'eau.	Augmentation du volume urinaire.	Augmentation de l'allantoïne.
1° Polyurie obtenue par simple ingestion d'eau chez deux sujets sains en régime constant.						
	cm³	mg	cm³	mg	%	%
Sujet A.	1150	22,7	3700	46,5	220	104
Sujet B.	445	19,09	2800	83,5	530	336
2° Polyurie provoquée, chez un sujet atteint de cirrhose hépatique, par injection de novasurol.						
Sujet C.	700	21,2	4050	292	480	1300

3° Polyurie du diabète insipide.

Exemple : Dans un cas de diabète insipide où le volume urinaire était de 7470^{cm^3}, l'allantoïne des 24 heures atteignait 452^{mg}, soit une augmentation de 2160 pour 100 par rapport à la normale (20^{mg}). Chez ce sujet une injection d'hypophysine abaissait fortement le volume urinaire et l'élimination d'allantoïne diminuait considérablement du même coup.

Ces exemples montrent que dans tous les cas examinés la polyurie s'accompagne, chez l'homme comme chez le lapin, d'une hyperallantoïnurie souvent énorme. Qu'il s'agisse là d'un mécanisme d'une grande généralité, nous pouvons déjà l'affirmer puisqu'il fonctionne même chez des espèces comme l'homme où l'allantoïne ne joue, à l'état normal, qu'un rôle accessoire dans le métabolisme des purines.

Dans ces polyuries la quantité de purines totales éliminées (acide urique et oxypurines) ne variant pas (Ch. Kayser, E. Le Breton), il nous reste à étudier l'origine des importantes quantités d'allantoïne qui passent dans l'urine.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la présence de grandes quantités d'acides amines dans le sang des Insectes.* Note de MM. **Marcel Duval**, **Paul Portier** et Mlle **A. Courtois**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Nous avons montré ([1]), que la concentration moléculaire du sang des Insectes n'était due, que pour une part relativement faible aux substances salines.

Poursuivant l'étude de cet indosé du milieu intérieur, nous avons pu mettre en évidence une proportion élevée d'acides aminés.

Le tableau ci-dessous résume les résultats obtenus; l'azote aminé est exprimé en grammes par litre de sang. Les dosages ont été faits par la méthode au formol de Sörensen après défécation par l'acide trichloracétique. Le réactif de Nessler n'a montré que des traces d'ammoniaque.

Azote aminé (en grammes par litre).

Insectes parfaits.		Larve.	Chrysalides.			
Dytiscus marginatis.	*Hydrophilus piceus.*	*Cossus cossus.*	*Attachus cynthia.*	*Sphinx ligustri.*	*Saturnia pyri.*	*Saturnia carpini.*
1,34 (moyenne de 3 dosages)	1,46	2,34 (moyenne de 4 dosages)	3,27 (moyenne de 3 dosages)	3,22 (moyenne de 4 dosages)	2,85 (moyenne de 2 dosages)	3,58 (moyenne de 4 dosages)

La présence d'acides aminés dans le sang des larves d'Abeille a d'ailleurs été récemment démontrée ([2]).

La concentration de ces composés azotés dans les liquides que nous avons analysés semble être très supérieure à toutes celles qui étaient connues jusqu'à présent. Elle atteint, en effet, chez certaines chrysalides 4g par litre de liquide. En supposant que l'azote représente le sixième environ du poids

([1]) P. Portier et Marcel Duval, *Concentration moléculaire et teneur en chlore du sang de quelques insectes* (*Comptes rendus Soc. Biol.*, **97**, 1927, p. 1605).

([2]) Bischop, Briggs and Ronzoni. *Body fluids of the Honey-Bee larva. Chemical constituents of the blood and their osmotic effects* (*Journ. Biol. Chem.*, 66, 1926, p. 77-88).

de ces acides, on voit que le liquide interne des chrysalides de *Saturnia carpini*, par exemple, renferme plus de 20g par litre d'acides aminés. C'est une concentration analogue à celle de l'urée dans le sang des Sélaciens.

Rappelons comme points de comparaison que le sang des Mammifères ne renferme pas plus de 0g,1 d'azote aminé par litre et que le sang des Invertébrés atteint rarement ([1]) cette concentration (Recherches récentes de Delaunay). Cette remarquable abondance des « pierres des protides » dans le liquide des chrysalides semble être en rapport avec les phénomènes d'histolyse qui se produisent au début de la vie nymphale. Nous suivons, en ce moment, l'évolution de ces acides pendant la phase d'édification des tissus de l'insecte parfait.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Neurotropisme du* Spirochæta *Duttoni*. Note de MM. **C. Levaditi** et **T. E. Anderson**, présentée par M. Roux.

Levaditi et Marie ([2]) ont soutenu, dès 1914, que les accidents tardifs de la syphilis (paralysie générale et tabès) sont dus à la localisation névraxique de variétés neurotropes du *Treponema pallidum* (innées ou progressivement adaptées au système nerveux). Cette conception s'est trouvée confirmée récemment par les expériences de Buschke et Kroó ([3]) et de Kritschewsky ([4]) concernant les spirilles de la fièvre récurrente ([5]). Ces auteurs montrent en effet que, chez les souris ayant présenté plusieurs accès consécutifs et sacrifiées longtemps après la première crise, le sang est absolument stérile alors que le cerveau continue à être virulent. *Le névraxe peut donc héberger le virus à un moment où le reste de l'organisme s'en est totalement débarrassé*. Par ailleurs, Kritschewsky prouve que, parmi les diverses races de spirochètes de la fièvre récurrente, il en est dont le neurotropisme est éminemment accusé, tel, par exemple, le *Sp. Duttoni*.

Nous avons entrepris la vérification de ces expériences et voici ce que nous avons constaté :

Des souris infectées avec le *Sp. Duttoni* (souche Brazzaville), ayant

([1]) H. Delaunay, *Recherches biochimiques sur l'excrétion azotée des Invertébrés*. Thèse Sciences naturelles, n° 1973; Paris, Bordeaux Imprimeries Siraudeau.

([2]) Levaditi et Marie, *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 1595; *Annales de l'Institut Pasteur*, 33, 1919, p. 741.

([3]) Buschke et Kroó, *Klinische Woch.*, 1, 1922, p. 2470.

([4]) Kritschewski, *Klinische Woch.*, 6, 1927, n° 29, p. 1370.

([5]) D'autres expériences de Kolle et Schlossberger (*Deutsch. med. Woch.*, 54, 1928, p. 129), faites avec le *Treponema pallidum*, ont fourni des résultats analogues.

présenté 3 à 4 accès, ont été sacrifiées 39, 54 et 61 jours après l'inoculation, et 19, 25, 34 et 51 jours après la dernière crise. Leur sang, injecté à d'autres souris neuves, s'est montré dépourvu de virulence. Or l'inoculation de leur cerveau a conféré la fièvre récurrente dans chacun de nos quatre essais. *Il est donc parfaitement exact qu'avec la souche de* Sp. Duttoni *provenant de Brazzaville, le névraxe continue à être virulent chez des animaux dont le sang est devenu stérile.*

Afin de préciser l'état où se trouve le virus dans l'encéphale, nous avons préparé une émulsion de cerveau finement triturée, que nous avons soumise à la centrifugation prolongée. Le liquide surnageant a été divisé en deux parties, dont l'une a été filtrée à travers des bougies Chamberland L_2 et L_3. Le dépôt de centrifugation, le liquide surnageant non filtré et le filtrat ont été inoculés à des souris par voie intra-péritonéale. L'expérience a prouvé que le virus se trouve dans le dépôt de centrifugation, que la plupart du temps (1) il est absent du liquide surnageant et qu'il n'est pas filtrable.

Il en résulte que *le virus neurotrope de l'infection récurrente vit dans le névraxe au contact des éléments figurés, auxquels il semble intimement attaché.* Cependant nous l'y avons recherché par les moyens usuels d'investigation (coupes, frottis) sans pouvoir l'identifier. Aucun spirochète typique n'a été décelé dans des cerveaux dont la virulence a été prouvée expérimentalement. Ainsi tout paraît se passer comme dans les expériences de Ch. Nicolle et celles de Levaditi, Sanchis-Bayarri et Schœn (2) (présence du virus syphilitique invisible dans les ganglions virulents des lapins porteurs de chancres Truffi). Dans les deux cas, il devient vraisemblable que *les parasites comportent un cycle évolutif, dont l'une des phases (formes de résistance) est invisible, quoique non filtrable.*

En outre nous avons établi que *la souche spirochétienne neurotrope n'est pas résistante aux anticorps;* elle se laisse, en effet, agglutiner et lyser par le sérum des rats sacrifiés après la première crise (3) [sérum qui n'agit pas sur les spirilles de la rechute; anticorps-résistance de ces spirilles, démontrée par Levaditi et Roché (4)]. Ajoutons que *la souche neurotrope peut être entretenue par des passages intra-cérébraux* pratiqués sur la souris; inoculée dans l'encéphale, elle apparaît dans le sang circulant.

---

(1) Une seule exception sur 6 inoculations.

(2) Levaditi, Sanchis-Bayarri et Schœn, *Bull. Acad. de Méd.*, 98, 1927, p. 149.

(3) Le mélange de sérum et de cette souche neurotrope, injecté à des souris neuves, se montre avirulent.

(4) Levaditi et Roché, *C. R. Soc. Biol.*, 62, 1907, p. 619 et 815.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Les modifications histo-pathologiques des capsules surrénales et des glandes salivaires des lapins morts d'encéphalomyélite enzootique expérimentale.* (*Maladie de Borna.*) Note de M. **S. Nicolau**, présentée par M. Roux.

1. *Capsules surrénales.* — Des expériences encore inédites nous ont montré que les capsules surrénales provenant des lapins morts de névraxite enzootique expérimentale (maladie de Borna), renferment souvent des quantités suffisantes de virus pour conférer la maladie mortelle aux lapins inoculés sous la dure-mère. Il en est de même chez le singe, ainsi que nous l'avons indiqué dans une Note précédente (¹). L'embryogenèse de la zone médulaire de cette glande pourrait suffire théoriquement pour expliquer le fait; on sait, en effet, qu'elle dérive de l'ectoderme et renferme même des cellules nerveuses dans son parenchyme. Nous avons entrepris de chercher l'explication anatomo-pathologique par les modifications histologiques que le virus parti du névraxe — par voie centrifuge — engendre à ce niveau, chez les lapins d'expérience. Nos recherches ayant porté sur un grand nombre de lapins, nous avons trouvé que les formations ganglionnaires et les filets nerveux se trouvant dans le voisinage immédiat de la glande surrénale ou dans l'épaisseur même de sa capsule fibreuse portent la marque de la présence du virus. On peut y voir des phénomènes de névrite interstitielle au niveau des filets nerveux; des infiltrations, parfois intenses, à mononucléaires, dans les formations ganglionnaires, et des manchons autour des petits vaisseaux du tissu ganglionnaire. Nous n'avons pas rencontré des neuronophagies ou des dégénérescences des cellules nerveuses, mais, par contre, nous avons pu mettre en évidence dans certains neurones, la présence des *corpuscules oxyphiles intranucléaires*, entourés ou non de halo, les inclusions de Joest-Degen, témoins indubitables de la présence du virus à ce niveau. Ces résultats corroborent ceux relatés récemment par Manouelian et Viala dans la rage du chien (²).

Dans le parenchyme glandulaire, près de la limite entre la zone corticale et la zone médulaire, il existe des cellules ganglionnaires. Leur présence dans les capsules surrénales des animaux morts de Borna est souvent

(¹) Nicolau et Galloway, *Brit. J. of Exp. Path.*, 8, 1927, p. 336.
(²) Manouelian et Viala, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 327.

bien mise en évidence par la formation de vrais nodules d'infiltration à cellules mononucléaires — lymphocytes, macrophages et plasmocytes — éléments qui entourent les neurones.

Il suffit de repérer ces nodules, îlots denses de mononucléaires, et l'on y trouve comme dans des nids les cellules nerveuses. A l'intérieur de quelques-uns de ces neurones qui paraissent étouffés par le processus d'infiltration, nous avons réussi à trouver les *corpuscules intranucléaires de Joest-Degen*, formations qui attestent la présence du germe.

La mise en évidence du virus au niveau des capsules surrénales par passages aux animaux ainsi que par la découverte des corpuscules de Joest-Degen dans les cellules ganglionnaires intra et extraparenchymateuses, les modifications tissulaires que le germe y engendre peuvent faire supposer l'existence de troubles dans la fonction de l'organe. Nous sommes porté à croire, en effet, que certains symptômes de la maladie expérimentale pourraient être mis en partie sur le compte d'une déficience fonctionnelle de la glande surrénale, qui serait provoquée par les altérations du système nerveux de la glande.

2. *Glandes salivaires*. — Les expériences de Zwick, Seifried et Witte [1] ont montré que les glandes salivaires des lapins morts d'encéphalo-myélite expérimentale renferment le virus. La parotide des singes infectés par voie cérébrale s'est montrée également virulente dans nos expériences [2]. On sait aussi que la salive des chevaux et des lapins malades est virulente. Existe-t-il des modifications dans les glandes salivaires des animaux, qui puissent révéler de l'activité du virus? Nos études histologiques montrent que les formations ganglionnaires intraglandulaires (tout petits ganglions de 4 à 10 cellules, se trouvant dans les espaces conjonctifs interlobulaires, ainsi que des formations analogues intraacineuses), chez le lapin, présentent des altérations dues au virus de Borna : infiltrations à mononucléaires, *et présence de corpuscules intranucléaires*, oxyphiles, type Joest-Degen. Le tissu parotidien, ainsi que la salive, pourraient emprunter leur virulence à ces neurones infectés. A ce point de vue encore, il y a ressemblance entre ce qui se passe dans l'encéphalo-myélite enzootique et la rage.

Il est intéressant ainsi de constater que le virus de Borna manifeste sa présence partout où il existe des formations nerveuses dans l'organisme.

---

[1] Zwick, Seifried et Witte, *Ztschr. f. Infektionskrank, d. Haustiere*, 30, 1926, p. 42; 32, 1927, p. 150.

[2] Nicolau et Galloway, *loc. cit.*

Ceci montre une fois de plus que la septinevrite ([1]), provoquée par lui dans l'économie, et dont nous avons parlé ailleurs ([2]), peut intéresser *tout* le système nerveux, central, périphérique, ou viscéral.

MICROBIOLOGIE. — *Influence de la concentration en ions* H^+ *du milieu de culture sur la virulence du Coccobacille de la Pyrale du Maïs.* Note de M. **V. Chorine**, présentée par M. Roux.

Dans une Note précédente ([3]) nous avons signalé l'existence de maladies bactériennes chez les chenilles de *Pyrausta nubilalis* Hübn, et la possibilité de les infecter *per os* par certains microbes, que nous avons isolés des chenilles atteintes de Pyrale. Nos expériences ont porté principalement sur un petit Coccobacille; la mortalité des chenilles, quand on les contamine *per os* avec ce microbe, ne dépassait pas généralement 60 pour 100 dans nos premières expériences.

Pour augmenter la mortalité des chenilles, nous avons essayé d'exalter la virulence de notre microbe, et nous avons étudié, en premier lieu, l'influence de la concentration ionique du milieu de culture.

Comme milieu de culture nous avons utilisé le bouillon de viande peptoné, ajusté à différents pH, depuis le pH 6,5 jusqu'au pH 8,2, à intervalle de 0,3 ou 0,4. La détermination de concentration en ions a été faite d'après la méthode colorimétrique de Michaëlis. Toutes les expériences ont été faites à la température de 30°, et la culture du microbe s'est toujours développée à cette température.

Dans cet ordre d'idées, nous citerons une des expériences qui ont été faites sur plus de 450 chenilles de Pyrausta.

Expérience n° 6 : 5 décembre 1927. — Huit lots de morceaux de tige d'armoise commune (*Artemisia vulgaris*) ont été mouillés par les cultures de 24 heures du Coccobacille de Pyrausta faites dans le bouillon peptoné ordinaire à différents pH. Chaque lot a été mis dans un bocal avec 10 chenilles de *Pyrausta nubilalis* Hübn. (Les cultures pures du microbe qui ont servi à infecter les chenilles ont été obtenues en ensemençant sur la gélose le sang des chenilles malades ou mortes.)

([1]) Nicolau et O. Dimancesco-Nicolau, *C. R. Soc. Biol.*, **97**, 1927, p. 1702; **98**, 1928, p. 206.

([2]) Nicolau et Galloway, *C. R. Soc. Biol.*, **98**, 1928, p. 112.

([3]) S. Metalnicov et V. Chorine, *Maladies bactériennes chez les chenilles de la Pyrale du Maïs*, Pyrausta nubilalis *Hübn* (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 546).

Nous avons obtenu les résultats suivants :

Richesse du développement de la culture.	pH.	Après 48 heures.	Après 6 jours.
+ + + +	1° pH = 6,5	2 mortes ; 8 vivantes	0 morte ; 8 vivantes
+ + + +	2° pH = 6,7	2 mortes ; 8 vivantes	0 morte ; 8 vivantes
+ + + +	3° pH = 7,0	3 mortes ; 7 vivantes	3 mortes ; 4 vivantes
+ + + +	4° pH = 7,2	10 mortes ; 0 vivante	– 0 vivante
+ + + (+)	5° pH = 7,6	3 mortes ; 7 vivantes	1 morte ; 6 vivantes
+ + +	6° pH = 7,9	1 morte ; 9 vivantes	0 morte ; 9 vivantes
+ + (+)	7° pH = 8,2	0 morte ; 10 vivantes	0 morte ; 10 vivantes
	8° Bouillon stérile	0 morte ; 10 vivantes	0 morte ; 10 vivantes

C'est cette expérience qui a donné les résultats les plus démonstratifs. Si nous prenons les chiffres moyens de toutes nos expériences, nous obtenons les résultats suivants :

La culture faite dans le bouillon à pH		6,5	fait mourir	65,2 %	des chenilles
»	»	7,0	»	81,5	»
»	»	7,2	»	90,0	»
»	»	7,6	»	76,3	»
»	»	7,9	»	57,5	»
»	»	8,2	»	54,5	»

Ces chiffres nous montrent que la virulence des microbes varie sensiblement dans une zone de pH assez limitée. Mais ce n'est pas la conséquence d'une différence de développement, car depuis le pH 6,5 jusqu'au pH 7,6, il ne varie pas d'une façon appréciable.

D'après les travaux de Gröer, d'Abt et d'autres auteurs, nous savons quelle est l'influence de la concentration ionique du milieu de la culture sur la production de toxine par le bacille diphtérique. Mais notre microbe ne forme pas de toxine soluble : 0,01 - 0,02 de centimètre cube, des cultures de 1 à 10 jours, filtrées à travers bougie de Chamberland et injectées dans le sang, ne causent aucun dommage aux chenilles de *Pyrausta nubilalis* Hübn, ni aux chenilles de *Galleria Mellonella* L. Donc le changement de la virulence ne dépend pas ici de ce facteur. Les résultats négatifs obtenus par plusieurs auteurs (Paillot, White, Chatton, etc.) qui tâchaient d'infecter des insectes de différentes espèces *per os* par divers microbes virulents, ne peuvent-ils pas s'expliquer partiellement par le fait décrit ci-dessus ?

Nos expériences ultérieures nous ont démontré qu'il existe plusieurs autres facteurs qu'il faut prendre en considération quand on contamine les chenilles *per os*.

A 16h, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h 15m.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

PUBLICATIONS PÉRIODIQUES REÇUES PENDANT L'ANNÉE 1927.

Abridged scientific publications from the research Laboratories of the Eastman Kodak company. Rochester.
Académie d'agriculture de France. Rapports sur les récompenses décernées. Paris.
Académie des Sciences (Annuaire). Paris.
Académie des sciences de l'Ukraine (Publications). Kieff.
Académie royale de Belgique; classe des sciences : Mémoires (collection in-8°). Bruxelles.
Académie tchèque des sciences (Bulletin international). Prague.
Academy of natural science of Philadelphia (Year book). Philadelphia.
A. C. F. Automobile-Club de France (Bulletin officiel). Paris.
Acta Academiæ Aboensis; II. *Mathematica*. Åbo.
Acta mathematica. Stockholm.
Acta scholæ medicinalis universitatis imperialis in Kioto. Kioto.
Actas das Assembleas gerais. Lisboa.
Acta phytochimica. Tokio.
Acta Societatis botanicorum Poloniæ. Varsovie.
Acta Societatis scientarium Fennicæ. Helsingfors.
Acta Societatis scientiarum naturalium moraviæ. Brno.
Actes de la Société linnéenne de Bordeaux. Bordeaux.
Actes et comptes rendus de l'Association colonies-sciences. Paris.
Action (L') régionaliste. Paris.

Aéronautique (L'). Paris.
Akadémiai Értesíto. Budapest.
Akademie der Wissenschaften in Wien (Sitzungsberichte). Wien.
Almanaque del Ministerio de Agricultura de la Nacion. Buenos-Aires.
Almanaque nautico. San Fernando.
American ephemeris and nautical almanac. Astronomical Papers. Washington.
American journal of botany. Lancaster, London.
American journal of mathematics. Baltimore.
American journal of philology. Baltimore.
Anales de la Facultad de medicina. Montevideo.
Anales del Instituto geologico de Mexico. Mexico.
Anales del Instituto y observatorio de marina. San Fernando.
Anales del Museo nacional de historia natural. Buenos-Aires.
Annaes do Museu Paulista. Sao Paulo.
Annalen der Schweizerischen meteorologischen Zentral-Anstalt. Zurich.
Annalen van de sterrewacht te Leiden. Haarlem.
Annales Academiæ scientiarum Fennicæ. Helsingfors.
Annales de chimie. Paris.
Annales de la Faculté des sciences de Marseille. Marseille.
Annales de la Société d'agriculture... du département de la Loire. Saint-Étienne.
Annales de la Société géologique de Belgique. Liège.
Annales de la Société royale zoologique de Belgique. Bruxelles.
Annales de la Société scientifique de Bruxelles. Louvain, Paris.
Annales de l'École nationale d'agriculture de Montpellier. Montpellier.
Annales de l'Institut océanographique. Paris.
Annales de l'Institut Pasteur. Paris.
Annales de l'Observatoire astronomique de Zô-Sè (Zi-Ka-Wei). Chang-Haï.
Annales de l'Observatoire de Ksara (Liban).
Annales de l'Office national des combustibles liquides. Paris.
Annales de médecine et de pharmacie coloniales. Paris.
Annales de physique. Paris.
Annales des épiphyties. Paris.
Annales des mines ou recueil de mémoires sur l'exploitation des mines et sur les sciences et les arts qui s'y rattachent. Paris.

(*A suivre*.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 MARS 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime de la façon suivante :

Mes chers Confrères,

Lundi dernier M. **Guignard**, plein d'entrain et de santé, assistait à la séance de l'Académie; deux jours après il n'était plus. Aucun symptôme alarmant ne faisait alors prévoir cette fin soudaine, si cruelle pour ses confrères. Sa mort afflige particulièrement ceux d'entre nous qui, le connaissant de longue date, avaient eu maintes fois l'occasion de l'apprécier et s'en étaient fait un ami. Serviable, excellent, esprit très fin, Guignard personnifiait la modestie, alliée au savoir et à une charmante bonhomie. Sa physionomie, illuminée par un regard très vif, dénonçait le chercheur. Toujours en éveil, sa pensée a ouvert des voies nouvelles et élaboré des idées fécondes auxquelles la botanique est redevable de magnifiques et fructueuses découvertes.

Docteur ès sciences naturelles et lauréat de l'École supérieure de Pharmacie, en 1882 il débuta dans la carrière scientifique comme préparateur de botanique au Muséum. Chargé des fonctions d'aide naturaliste, dans cet établissement, presque aussitôt nommé professeur de botanique à la Faculté des Sciences de Lyon, il était chargé définitivement, quatre ans après, du même enseignement à l'École supérieure de Pharmacie de Paris. Il devint membre de notre Académie en 1895, et il occupa le fauteuil devenu vacant par la mort de Duchartre.

Au début de sa carrière, Guignard s'est attaché à préciser les conditions

anatomiques qui préparent et accompagnent la multiplication des cellules dans les végétaux. Il a apporté des contributions de première importance à l'étude des phénomènes complexes qui se manifestent au cours de cet acte fondamental de la vie des plantes.

La cellule, organisme élémentaire des tissus vivants, se multiplie par voie de segmentation, et le phénomène se produit, en général, après la division du noyau qu'elle renferme et qui joue un rôle capital dans la vie de cet organisme. A l'époque à laquelle remontent les premières recherches de notre confrère, l'étude du mécanisme de cette division était à peine ébauchée.

Les faits suivants, qui se produisent successivement, ont été petit à petit mis en lumière. Isolé par une membrane du milieu vivant semi-fluide, appelé le protoplasme, dans lequel il est plongé, le noyau renferme des nucléoles et un filament à replis multiples, formé d'une substance homogène dans laquelle sont alignées des granulations, possédant la propriété de fixer énergiquement certaines matières colorantes, d'où l'épithète chromatique ajoutée à la désignation de ces organes et de ceux qui en dérivent. Au cours des métamorphoses du noyau, le filament prend l'aspect d'un peloton lâchement enroulé, les nucléoles se résorbent, les granulations chromatiques se coupent et forment deux séries parallèles, le filament se sépare en tronçons ou segments chromatiques dont le nombre est fixe dans certains tissus, la membrane disparaît, le protoplasme envahit le noyau et engendre les fils d'un fuseau à l'équateur duquel les segments chromatiques se disposent en étoile. Ces segments se dédoublent alors dans le sens de leur longueur; puis chacune des séries de granulations se sépare de sa jumelle, glisse le long des fils du fuseau, vers l'un et l'autre pôle, pour former, dans leur voisinage, deux étoiles rayonnantes. De nouveaux fils se produisent, à partir de ce moment, entre les étoiles, constituant une sorte de tonneau à l'équateur duquel se forme l'organe appelé plaque cellulaire, origine de la cloison séparatrice de deux jeunes cellules. Simultanément, près de chacun des pôles, les segments chromatiques secondaires, résultant du dédoublement des segments primitifs, se soudent; la membrane nucléaire et les nucléoles apparaissent. Deux nouveaux noyaux complets sont alors formés.

Communs au règne végétal et au règne animal, ces phénomènes ont nécessité, avant d'être bien connus, de longs et difficiles travaux parmi lesquels ceux de Guignard occupent une place très importante. C'est à lui que l'on doit notamment la démonstration du dédoublement longitudinal des segments chromatiques et la découverte du transport en sens inverse de

chacun d'eux vers les pôles. Ce dédoublement, quelle que soit la longueur relative des segments primitifs, assure l'égalité de la substance chromatique entre les deux nouveaux noyaux. Par là s'est trouvée établie l'analogie complète de la division nucléaire chez les animaux et les plantes.

A ces métamorphoses se rattache la découverte, faite par Guignard, dans le protoplasme entourant le noyau de la cellule végétale, de petites masses sphéroïdales, appelées sphères directrices, qui entrent en activité avant la division du noyau et occupent l'un et l'autre pôles du fuseau, durant la succession des phases caractérisant cette division. Chacune d'elles se dédouble, au moment où les nouveaux noyaux prennent naissance, et se transmettent sans discontinuité d'une cellule à l'autre, comme les segments chromatiques, pendant la vie entière de la plante.

Quelle part le mécanisme des métamorphoses du noyau et les sphères directrices ont-ils dans l'acte de la fécondation. Dans cette recherche, notre confrère a poussé l'investigation aussi loin que possible, s'attachant à reconnaître comment se forment les cellules mâles et femelles, dans les organes spéciaux des plantes, et en quoi elles se différencient des cellules purement végétatives. Comparés aux noyaux de ces dernières, il a vu que ceux des cellules mâles et femelles ne sont que des demi-noyaux, fruits d'un mode de formation particulier. Incapables de se développer isolément, leur union est nécessaire, pour les tirer de cette sorte de léthargie. Mais la fécondation ne résulte pas seulement de cette union, encore faut-il que se réalise la fusion préalable des sphères directrices appartenant à chacun d'eux. Guignard a montré les importantes conséquences attachées à ces phénomènes remarquables, tant au point de vue de la fécondation que de la transmission des caractères. Leur connaissance lui a permis de préciser, chez les hybrides, les causes de stérilité tant de l'organe mâle que de l'organe femelle.

Guignard a étudié le corps reproducteur mâle des Cryptogames, dont les organes génitaux sont dissimulés, en vue de découvrir sa structure et de quelle partie de la cellule mère il tire son origine. Dans les Phanérogames, ou plantes à fleurs, il a cherché la clef des mystères entourant le mode de formation de l'organe femelle ou sac embryonnaire. Ces recherches, couronnées en 1891 par le prix Bordin, laissaient de côté un point obscur dont il est venu à bout quelques années après. On savait que deux cellules mâles sont toujours engagées dans le tube pollénique de l'organe femelle. L'une intervient dans la fécondation, pour créer l'embryon. Ses travaux l'ont conduit à mettre en évidence le rôle de la seconde; tandis que le

savant russe Nawaschin obtenait simultanément le même résultat. Elle a pour fonction de fournir l'albumen, tissu de réserve servant à la nourriture de l'embryon. Cette propriété, découverte chez le *Lilium Martagon*, Guignard l'étendit à un grand nombre de plantes, appartenant aux familles les plus variées, et en tira d'autres conséquences pleines d'intérêt.

Dans le domaine de l'embryogénie végétale, ses recherches sur les Légumineuses lui ont permis, en particulier, d'établir d'une manière définitive le rôle du suspenseur de l'embryon, tantôt purement mécanique, tantôt physiologique. Suivant pas à pas, d'autre part, dans un grand nombre de familles, la transformation de l'ovule en graine, notre confrère a pu mettre en lumière la diversité d'origine de ce tégument et ses nombreuses variations d'une plante à l'autre, fussent-elles de la même famille.

Les organes de sécrétion ont donné lieu, de la part de Guignard, à de fort intéressantes observations concernant l'existence d'un système sécréteur à mucilage particulier, chez les Laminaires. Certaines Légumineuses, donnant des oléo-résines, présentent aussi, d'après ses recherches, des canaux de formation et d'organisation tout à fait spéciales.

L'examen de la localisation des diastases et des glucosides, dans les végétaux, l'a conduit à découvrir leur existence dans des familles où elle était insoupçonnée. Ces principes actifs fournissent les essences propres à certaines plantes et l'acide cyanhydrique dans d'autres dont il a étendu la liste. A cet égard, c'est grâce à lui que le pois de Java a été proscrit, en France, pour l'alimentation, en raison de la dose toxique de ce poison qu'il est susceptible de produire. Ses recherches sur les végétaux à glucosides cyanogénétiques l'ont amené à étudier l'influence réciproque des plantes associées par le greffage. Il arrive que malgré les échanges de matières qui s'effectuent, pour la nutrition et le développement des individus en rapport, certaines substances, telles que les glucosides en question, peuvent rester localisées dans l'un ou l'autre conjoint, chacun conservant son chimisme propre et son autonomie.

Les travaux bactériologiques de Guignard ont été entrepris en vue d'étudier l'action des agents extérieurs, en particulier des substances chimiques ou antiseptiques, sur certains microbes. Dans ces conditions, on peut leur faire prendre presque toutes les formes connues chez les Bactéries. Mais, quand on les replace dans les conditions normales, ils reprennent peu à peu leurs caractères typiques, d'où résulte cette conclusion importante que l'espèce n'est pas moins fixe chez les bactéries que chez les organismes plus élevés.

J'ajouterai que, grâce à Guignard, la botanique a permis, entre autres services, pendant la guerre, d'éventer le secret d'une dangereuse invention de nos ennemis. Des grenades, laissées dans les tranchées abandonnées par eux, éclataient soudain au bout d'un certain temps. Notre confrère en découvrit la cause. Ces engins contenaient un fragment végétal particulier dont le gonflement progressif, sous l'influence de l'humidité, était capable, à un moment donné, de déclencher un percuteur.

Tel est, dans ses grandes lignes, le résumé de l'œuvre de Guignard qui s'étend sur le domaine entier de la biologie végétale.

Désireux de disparaître simplement, comme il a vécu, notre confrère a exprimé la volonté de descendre dans la tombe sans aucun apparat. Ce témoignage suprême de modestie n'a pas surpris ceux qui l'ont connu et dont les regrets, provoqués par sa mort, survenue à 75 ans, ne sont que plus profonds. L'Académie gardera pieusement le souvenir de ce savant éminent qui lui a fait grand honneur.

Je lève la séance en signe de deuil.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur quelques lignes singulières des surfaces admettant un élément linéaire donné.* Note de M. E. **Goursat**.

Dans une Note récente [1], j'ai indiqué le rôle des caractéristiques doubles dans la recherche des surfaces admettant un élément linéaire connu. Je m'étais borné au cas général où le support ponctuel de la caractéristique double $\mathfrak{M}_1$ n'est pas une ligne géodésique de cet élément linéaire. Lorsque le support ponctuel est une géodésique, on est conduit à des singularités d'une nature toute différente.

Soit ds^2 un élément linéaire donné

$$ds^2 = du^2 + C^2 dv^2, \tag{1}$$

où C est représenté par un développement de la forme

$$C = 1 + C_2 u^2 + C_3 u^3 + \ldots + C_n u^n + \ldots, \tag{2}$$

$C_2, C_3, \ldots$ étant des fonctions holomorphes de v dans un certain domaine, dans le voisinage du point $v = 0$, par exemple. La courbe $u = 0$ est une géodésique de toute surface S admettant l'élément linéaire (1) et la multi-

---

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 272.

plicité $\mathfrak{M}_1$ définie par les relations

(3) $$u = 0, \quad z = v, \quad p = 0, \quad q = 1,$$

est une caractéristique double de l'équation du second ordre (E_2) à laquelle satisfait l'une quelconque des coordonnées rectangulaires d'un point M d'une surface S admettant l'élément linéaire (1); c'est aussi une caractéristique pour l'équation du premier ordre (E_1)

(4) $$C^2(1 - p^2) - q^2 = 0,$$

dont toutes les intégrales vérifient l'équation (E_2). Tous les éléments de $\mathfrak{M}_1$ appartiennent à une infinité d'intégrales holomorphes de (E_2) qui sont représentées par des développements de la forme

(5) $$z = v + \varphi_2(v)\,u^2 + \varphi_3(v)\,u^3 + \ldots + \varphi_n(v)\,u^n + \ldots,$$

$\varphi_2, \varphi_3, \ldots, \varphi_n, \ldots$ étant des fonctions de v [on suppose $\varphi_n(v) \neq 0$], qui sont déterminées de proche en proche par une suite d'équations différentielles du second ordre, où l'on peut choisir à volonté $\varphi_2(0)$, $\varphi'_n(0)$. Pour que la série (5) soit convergente dans le voisinage de l'origine, il suffit de choisir ces valeurs initiales de façon que les deux séries $\Sigma\varphi_n(0)\,u^n$, $\Sigma\varphi'_n(0)\,u^n$ aient un rayon de convergence différent de zéro. En particulier, la fonction $\varphi_2(v)$ est une intégrale de l'équation différentielle

(6) $$\varphi_2(v)\varphi''_2(v) - 2[\varphi'_2(v)]^2 + 2C_2\varphi'_2(v) - C'_2\varphi_2(v) = 0,$$

équivalente à l'équation du premier ordre

(7) $$C_2 - \varphi'_2(v) = K[\varphi_2(v)]^2,$$

où K est une constante arbitraire. Si, dans le premier membre H de l'équation (4), on remplace z par une intégrale (5), le résultat de la substitution est nul pour $u = 0$, et son développement commence par un terme en u^2

$$H = 2u^2[C_2 - \varphi'_2 - 2\varphi_2^2] + \ldots,$$

le coefficient de u^2 s'écrit, d'après l'équation (7), $2(K - 2)\varphi_2^2$, de sorte que H reste positif dans le voisinage de la ligne $u = 0$, si l'on a choisi pour la constante K une valeur supérieure à 2.

La forme quadratique $du^2 + C^2\,dv^2 - dz^2$ se décompose alors en deux facteurs imaginaires conjugués

(8) $$(a\,du + b\,dv + ic\,dv)(a\,du + b\,dv - ic\,dv),$$

les coefficients a, b, c ayant les expressions suivantes :

$$a = \sqrt{1-p^2}, \qquad b = \frac{-pq}{\sqrt{1-p^2}}, \qquad c = \frac{\sqrt{\mathrm{H}}}{\sqrt{1-p^2}};$$

a, b, c sont donc des fonctions holomorphes dans le domaine de l'origine, dont la première a n'est pas nulle pour $u=0$, tandis que les développements de b et de c commencent par un terme du premier degré en u. Le produit (8) étant réductible à la forme dx^2+dy^2, les deux facteurs linéaires admettent respectivement deux facteurs intégrants imaginaires conjugués $e^{i\mu}$, $e^{-i\mu}$. En écrivant les équations qui déterminent ces facteurs intégrants, on obtient pour μ une expression de la forme

$$(9) \qquad \mu = \mathrm{C}\log u + \mathrm{F}(u, v),$$

C étant une constante *différente de zéro*, et $\mathrm{F}(u, v)$ une fonction régulière dans le domaine de l'origine. Le calcul s'achève sans difficulté, et l'on trouve pour les coordonnées x et y des expressions de la forme

$$(10) \qquad \begin{cases} y = u[\mathrm{P}\cos(\mathrm{C}\log u) + \mathrm{Q}\sin(\mathrm{C}\log u)], \\ x = u[\mathrm{P}_1\cos(\mathrm{C}\log u) + \mathrm{Q}_1\sin(\mathrm{C}\log u)], \end{cases}$$

P, Q, P_1, Q_1 étant des fonctions régulières dans le domaine de l'origine. La surface S représentée par les trois équations (5) et (10) admet l'élément linéaire donné (1), et l'axe des z est pour cette surface une ligne singulière transcendante, car x et y tendent vers zéro avec u, quel que soit v.

Si l'on prend pour la constante K la valeur $\mathrm{K}=2$, le développement de H commence par un terme en u du troisième degré au moins, et l'on peut choisir les constantes arbitraires dont dépendent φ_3, φ_4, ..., de façon que le développement de H commence par un terme en u de degré aussi élevé qu'on le voudra, pair ou impair. On obtient pour la surface S correspondante une singularité de même nature que la précédente, mais les expressions des coordonnées x et y ont une forme analytique moins simple.

On peut aussi étudier de la même façon le cas où la courbure totale de la surface est nulle sur la courbe $u=0$. Il faut et il suffit pour cela que C_2 soit nul, et l'on obtient pour z une infinité de développements holomorphes commençant par un terme en u^3. L'axe des z peut être pour la surface une singularité algébrique ou transcendante.

Il est aisé d'avoir une vérification du résultat général en supposant que les coefficients C_n sont des constantes, la constante C_2 étant positive. Parmi les surfaces admettant linéaire (1), il existe des surfaces de révolution dont

le parallèle $u = 0$ est une ligne géodésique, et une infinité de surfaces hélicoïdes (dépendant d'une constante arbitraire), pour lesquelles l'axe est une ligne singulière de l'espèce signalée plus haut.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Mesures magnétiques dans la Haute-Marne, la Côte-d'Or et l'Aube.* Note (¹) de M. E. MATHIAS.

Ces mesures font partie de la campagne de 1924 du Nouveau Réseau magnétique de la France (subvention de la Fondation Loutreuil). Elles ont été faites en 42 stations, dont deux appartiennent respectivement au *Saône-et-Loire* et à la *Marne;* 19 sont des stations de Moureaux; 23 sont des stations entièrement nouvelles et leurs noms sont donnés en italiques.

En général, la déclinaison et la composante horizontale sont données par deux barreaux, quelquefois par trois ou quatre; l'inclinaison est donnée quelquefois par deux aiguilles, mais le plus souvent par l'aiguille n° 1 seule, qui est excellente, l'aiguille n° 2 laissant fort à désirer. Ces mesures ont été faites avec les boussoles de voyage de l'École Normale supérieure comparées, avant et après, avec les instruments étalons de l'Observatoire magnétique du Val-Joyeux.

Le tableau suivant donne les mesures ramenées au 1er janvier 1922.

Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
		Haute-Marne.		
1. Bologne	10°.50',5	63°.57',5	0,20106	Calme
2. Bourbonne-les-Bains	10.23,6	63.29,4	0,20280	Calme
3. Brivoines (Langres)	10.46,3	63.37,3	0,20285	Calme
4. Chaumont	10.46,8	63.41,6	0,20164	Calme
5. *Culmont*	10.34,2	63.33,4	0,20381	Calme
6. *Goncourt*	10.33,6	63.51,8	0,20164	Calme ou presque calme
7. Joinville-sur-Marne	10.43,3	64. 2,9	0,19996	Calme ou presque calme
8. *Latrecey*	10.56,7	63.47,5	0,20142	Calme
9. Saint-Dizier	10.55,2	64. 9,9	0,19958	Calme
10. *Vesaignes* (*Saint-Blin*)	10.37,5	63.54,1	0,20145	D un peu agitée; I, H calmes
11. Wassy	10.55,4	64. 6,7	0,20001	Calme puis un peu agitée

(¹) Séance du 5 mars 1928.

Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
		Côte-d'Or.		
12. *Aignay-le-Duc*	10°.55′,1	63°.38′,4	0,20348	Calme
13. *Arnay-le-Duc*	10.55,9	63.14,1	0,20585	Calme ou presque calme
14. Beaune	10.46,4	62.54,2	0,20646	D, H calmes; I agitée
15. Châtillon-sur-Seine	11,04,3	63.27,3	0,20222	Calme
16. *Clomot*	10.57,4	63. 0,6	0,20585	D, I calmes; H agitée
17. Is-sur-Tille	10.40,3	63.25,9	0,20465	D un peu agitée; I, H calmes
18. *Mirebeau*	10.36,3	63. 9,0	0,20515	Calme ou presque calme
19. *Montbard*	11. 1,2	63.18,6	0,20421	D un peu agitée; I, H calmes
20. *Nuits-Saint-Georges*	10.44,3	63. 3,4	0,20586	Calme ou presque calme
21. *Pouilly-en-Auxois*	10.57,2	63. 8,9	0,20550	Calme
22. *Prauthoy*	10.41,4	63.33,5	0,20378	Calme
23. *Recey-sur-Ource*	10.53,9	63.39,1	0,20310	Calme ou presque calme
24. *Saint-Seine-l'Abbaye*	10.54,8	63.30,8	0,20485	Calme
25. Saulieu	11. 0,2	63.24,0	0,20514	Calme ou presque calme
26. Semur-en-Auxois	11. 0,4	63.28,3	0,20427	Calme ou presque calme
27. *Vitteaux*	10.57,6	63. 9,6	0,20500	Calme
		Aube.		
28. Arcis-sur-Aube	11.19,9	64.11,6	0,19997	Presque calme puis agitée
29. Bar-sur-Aube	9.42,2	»	0,20136	Agitée d'abord, calme ensuite
30. Bar-sur-Seine	11.10,8	63.53,1	0,20154	Calme
31. *Brienne-le-Château*	10.58,9	64. 3,7	0,20054	Calme ou presque calme
32. *Chavanges*	11.10,6	64.15,3	0,19867	Calme ou presque calme
33. *Ervy-le-Châtel*	»	»	0,20131	Presque calme
34. *Estissac*	13. 9,1	64. 4,5	0,20036	Calme
35. *Lusigny*	11. 6,3	63.56,1	0,20054	D, H agitées; I presque calme
36. *Mailly*	11.19,3	64.20,7	0,19954	D, H calmes; I agitée
37. Nogent-sur-Seine	11.32,9	64.13,9	0,19969	Calme
38. Romilly-sur-Seine	11.35,6	64. 9,5	0,19979	D, I calmes; H un peu agitée
39. Saint-Julien	11.14,6	64. 0,1	0,20054	D un peu agitée; H, I calmes
40. Troyes	11.16,7	64. 0,8	0,20048	Calme ou presque calme
		Marne.		
41. *Blaise-sur-Arzillières*	11. 6,1	64.17,6	0,19934	Calme
		Saône-et-Loire.		
42. *Torcy (le Creusot)*	»	»	0,20778	Un peu agitée

Ces mesures, comparées aux mesures anciennes de Moureaux, donnent, pour la variation séculaire de D, I, H entre le 1er janvier 1896 et le 1er janvier 1922, des différences très concordantes dont les valeurs moyennes sont respectivement

$$-3^{\circ}, 1', 8, \quad -30', 7 \quad \text{et} \quad +1427.$$

Des causes locales ont altéré la valeur de la déclinaison à Lusigny (Aube) et à Joinville-sur-Marne (Haute-Marne), par excès dans le premier cas, par défaut dans le second.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Diminution de la valeur boulangère des farines au cours de la mouture, par E. Fleurent.

ANALYSIS SITUS. — *Sur la dualité en* Analysis situs. Note de M. **Georges de Rham**, présentée par M. Goursat.

Soit U une variété fermée bilatère à n dimensions. Nous appellerons q-cycle, c^q, toute variété (ou combinaison de variétés) fermée bilatère à q dimensions située dans U. $\sim$ désignera l'homologie avec division ; $\simeq$ l'homologie sans division. Si $c^q \sim 0$, il existe un plus petit entier positif K tel que $Kc^q \simeq 0$, K sera dit l'ordre de c^q ; sinon, c^q sera dit d'ordre infini.

En étudiant les intersections des q- et $(n-q)$-cycles d'ordre infini, Poincaré a montré que si $n = 4p+2$, le nombre de Betti P_{2p+1} est impair. Ensuite M. H. Weyl (1) a montré que cette étude ne peut fournir de nouveaux invariants que si la dimension est un multiple de 4. Voici trois variétés, V_1, V_2 et V_3, qui prouvent que ces invariants sont effectivement nouveaux.

Prenons deux exemplaires, V et V', de la variété formée par les points complexes du plan projectif, et enlevons de chacun d'eux un élément, de

(1) Voir, outre les Mémoires de Poincaré, H. Weyl, *Analysis situs Combinatorio* (*Rev. Mat. Hisp. Amer.*, 5, 1923, p. 12).

manière à leur donner à chacun une frontière simplement connexe F, respectivement F′; puis soudons V à V′ en établissant entre F et F′ une correspondance topologique qui renverse l'indicatrice : on obtient V_1. En prenant une correspondance qui conserve l'indicatrice, on obtient V_2. Enfin V_3 est le produit de deux sphères. Les formes quadratiques attachées d'après M. Weyl à ces variétés sont : x^2+y^2 pour V_1, x^2-y^2 pour V_2 et $2xy$ pour V_3. Comme elles appartiennent à des classes distinctes, nos trois variétés sont deux à deux non homéomorphes, bien qu'elles soient sans torsion et aient mêmes nombres de Betti.

Cela m'a suggéré l'idée de faire, relativement aux cycles d'ordre fini, une étude analogue dont voici les résultats.

Soit $c_1^q, c_2^q, \ldots, c_{r_q}^q$ une base pour les q-cycles d'ordre fini : l'ordre de c_i^q est égal au $i^{\text{ième}}$ coefficient de torsion d'ordre q, ζ_i^q, et tout q-cycle $c^q \sim 0$ est $\simeq$ à une et une seule combinaison des c_i^q, $c^q \simeq \Sigma x_i c_i^q$, où x_i est un reste $[\bmod \zeta_i^q]$. Soit pareillement $c^{n-q-1} \simeq \Sigma y_i c_i^{n-q-1}$; y_i est un reste $[\bmod \zeta_i^{n-q-1}]$, et l'on sait que $\zeta_i^q = \zeta_i^{n-q-1}$. Soient k l'ordre de c^q, k' celui de c^{n-q-1}, et supposons que c^q ne coupe pas c^{n-q-1} et que $k\,c^q$ limite c^{q+1}. On démontre que le reste $[\bmod k]$ du nombre des intersections de c^{q+1} avec c^{n-q-1} ne dépend que de c^q et c^{n-q-1}, et ne change pas si l'on remplace ces deux cycles par d'autres qui leur soient respectivement homologues. Désignons ce reste par $E(c^q; c^{n-q-1})$. On a la relation

$$k' E[c^q; c^{n-q-1}] \equiv (-1)^{q(n-q-1)+1} k E[c^{n-q-1}; c^q] \qquad [\bmod kk'].$$

Pour $q \neq n-q-1$, on peut choisir les bases de manière que

$$E[c_i^q; c_j^{n-q-1}] = 0 \text{ ou } 1 \text{ (suivant que } i \neq j \text{ ou } i = j).$$

Pour $q = n-q-1 =$ entier pair, les coefficients de torsion d'ordre q sont deux à deux égaux, $\zeta_{2i-1}^q = \zeta_{2i}^q$, et l'on peut choisir la base de manière que

$$E[c_{2i-1}^q, c_{2i}^q] \equiv -E[c_{2i}^q, c_{2i-1}^q] \equiv 1 \qquad [\bmod \zeta_{2i}^q],$$

les autres E étant nuls.

Pour $q = n-q-1 =$ entier impair, posons $E[c_i^q; c_j^q] = a_{ij}$. Ces r_q^2 entiers a_{ij} satisfont aux relations $\zeta_j^q a_{ij} \equiv \zeta_i^q a^{ij}$ $[\bmod \zeta_i \zeta_j]$, et ils forment un tableau, que nous dirons attaché à la variété V, dont le déterminant est premier avec les ζ_i^q.

Pour que deux variétés à $n = 2q+1$ dimensions (q pair) ayant mêmes coefficients de torsion soient homéomorphes, il faut que, si $\|a_{ij}\|$ et $\|a'_{ij}\|$ sont leurs tableaux attachés, on puisse trouver deux tableaux d'entiers,

$\|s_{ij}\|$ et $\|t_{ij}\|$, tels que, ε étant l'un des nombres $+1$ ou -1, on ait

$$\zeta_j s_{ij} = \zeta_i t_{ji}; \qquad \sum_{l,m} s_{il} a'_{lm} t_{mj} \equiv \varepsilon a_{ij} \qquad [\text{mod } \zeta_i^q].$$

L'étude de ces restes E ne peut donc fournir de nouveaux invariants que pour les variétés dont la dimension est de la forme $4p-1$. Il existe effectivement des variétés qui peuvent être ainsi distinguées; l'exemple le plus simple est fourni par deux variétés à trois dimensions déjà étudiées par M. Alexander (¹).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions continues d'une variable réelle qui admettent un théorème d'addition algébrique.* Note de M. **Paul Montel**.

1. On dit qu'une fonction $f(x)$ admet un théorème d'addition algébrique lorsque, x, y et $x+y$ étant des valeurs de la variable choisies dans le domaine d'existence de la fonction, les nombres $f(x)$, $f(y)$ et $f(x+y)$ sont liés par la relation

$$(1) \qquad \mathfrak{P}[f(x), f(y), f(x+y)] = 0,$$

P désignant un polynome à trois variables dont les coefficients sont constants. Lorsque $f(x)$ admet un théorème d'addition algébrique, si l'on effectue sur la variable une substitution linéaire à coefficients constants, on obtient une nouvelle fonction admettant aussi un théorème d'addition algébrique. Nous ne considérerons pas comme distinctes deux fonctions se déduisant l'une de l'autre par un tel changement de variable.

Supposons que $f(x)$ désigne une fonction de la variable complexe x. Weierstrass et M. Phragmén, ont démontré (²) que, si la relation (1) est vérifiée lorsque x, y et $x+y$ appartiennent à trois éléments déterminés de cette fonction, $f(x)$ est nécessairement une fonction algébrique de x, de e^x ou de la fonction elliptique px. Nous appellerons fonction W, toute fonction de cette nature.

(¹) J. W. Alexander. *Note on two three-dimensional manifolds with the same group* (*Trans. Amer. Math. Soc.*, 20, 1919, p. 339-342); voir aussi *Proc. of the Nat. Ac. of Sc.*, 10, 1924, p. 99.

(²) E. Phragmén, *Sur un théorème concernant les fonctions elliptiques* (*Acta mathematica*, 7, 1885, p. 38-42).

Supposons maintenant que $f(x)$ désigne une fonction continue de la variable réelle x vérifiant la relation (1) lorsque x et y sont voisins de zéro. On obtient le même résultat que pour une fonction analytique, et l'on peut énoncer le théorème suivant :

Toute fonction continue de la variable réelle x qui admet un théorème d'addition algébrique pour des valeurs de la variable voisines de zéro est une fonction W.

2. Plaçons-nous dans le cas où le polynome $\mathcal{F}$ est du premier degré par rapport à l'une des variables; la relation (1) se ramène alors à l'une des deux formes

$$(2) \qquad \begin{aligned} f(x+y) &= \mathcal{R}[f(x), f(y)], \\ f(x-y) &= \mathcal{R}[f(x), f(y)], \end{aligned}$$

$\mathcal{R}$ désignant une fraction rationnelle de deux variables. Nous dirons, pour la première forme, que $f(x)$ admet un théorème d'addition rationnelle, et, pour la seconde forme, que $f(x)$ admet un théorème de soustraction rationnelle.

Si une fonction $f(x)$ admet un théorème d'addition ou de soustraction rationnelle, il en est de même pour toute fonction déduite de $f(x)$ par une transformation homographique à coefficients constants effectuée sur la fonction et par une substitution linéaire à coefficients constants effectuée sur la variable. De telles fonctions seront considérées comme équivalentes. On peut alors établir la proposition suivante :

Toutes les fonctions continues de la variable réelle x qui admettent un théorème d'addition ou de soustraction rationnelle sont équivalentes à x ou à e^x.

3. Supposons enfin que $\mathcal{R}$ soit un polynome à deux variables; nous dirons dans ce cas que la fonction $f(x)$ admet un théorème d'addition ou de soustraction entière, si elle vérifie l'une des relations (2).

Si une fonction $f(x)$ admet un théorème d'addition ou de soustraction entière, il en est de même pour toute fonction déduite de $f(x)$ par une transformation linéaire à coefficients constants effectuée sur la fonction et par une transformation de même nature effectuée sur la variable. On obtient alors le théorème suivant :

Toutes les fonctions continues de la variable réelle x qui admettent un théorème d'addition entière se déduisent de x ou de e^x par des substitutions linéaires à coefficients constants effectuées sur la variable et sur la fonction.

La seule fonction continue de la variable réelle x qui admette un théorème de soustraction entière est la fonction linéaire.

Dans ce dernier cas, la relation (2) correspondante se ramène nécessairement à la forme

$$f(x+y)=f(x)+f(y).$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un point de vue asymptotique dans l'étude des ensembles de points sur une droite.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

L'étude de la croissance des fonctions m'a conduit à étudier quelques propriétés des ensembles de points sur une droite qu'il peut être utile d'indiquer indépendamment des considérations qui m'y ont conduit. Elles sont relatives au cas où l'on ne considère pas comme distincts des ensembles déduits l'un de l'autre par des modifications ne portant que sur des valeurs de x inférieures à une certaine valeur X; ces ensembles seront dits *identiques à l'infini;* nous dirons aussi qu'ils appartiennent à une même *classe;* précisons bien qu'une infinité d'ensembles déduits de l'un d'entre eux par des modifications portant sur des intervalles dont chacun est fini, mais qui ne sont pas bornés dans leur ensemble, appartiennent à une même classe.

Il y a intérêt à étudier d'une manière systématique les *propriétés à l'infini* ou *propriétés de classes*, c'est-à-dire celles qui ne sont pas modifiées quand on modifie certains ensembles sans changer leurs classes. C'est évidemment une telle propriété que l'on exprime en disant qu'un ensemble contient un autre à l'infini, c'est-à-dire contient tous les points de cet autre d'abscisses supérieures à un nombre déterminé. On définit de même sans difficulté le plus grand ensemble commun à l'infini à plusieurs ensembles donnés si ceux-ci sont en nombre fini; c'est simplement l'ensemble de leurs points communs ou n'importe quel autre ensemble de la même classe. La notion d'*ensemble commun à l'infini à une infinité dénombrable d'ensembles*

$$E_1, \quad E_2, \quad \ldots, \quad E_n, \quad \ldots$$

donne lieu à quelques particularités curieuses.

Remarquons d'abord que ces ensembles, sans avoir de point commun, peuvent contenir à l'infini un même ensemble $\mathcal{E}$; tel est le cas si, se donnant un ensemble $\mathcal{E}$ quelconque, on prend pour E_n l'ensemble des points de $\mathcal{E}$ d'abscisses supérieures à n; tel est aussi le cas en prenant pour E_n l'ensemble des multiples de n et pour $\mathcal{E}$ l'ensemble des valeurs $p!$ (p étant un entier quel-

conque); mais, dans ce dernier cas, $\mathcal{E}$ n'est pas le plus grand ensemble commun à l'infini à tous les E_n.

Dans le cas général, désignons par E'_n l'ensemble des points communs à $E_1, E_2, \ldots, E_n$. Tout ensemble appartenant à l'infini à tous les E_n appartient évidemment à l'infini à tous les E'_n, et inversement; on peut donc, sans rien changer au point de vue qui nous occupe, remplacer la suite des E_n par la suite des E'_n, ensembles dont chacun est contenu à l'infini dans le précédent. Trois cas sont alors possibles.

Premier cas. — A partir d'une certaine valeur n, les ensembles E'_n ne contiennent aucun point, ou sont bornés du côté des x positifs; alors les ensembles E_n ne peuvent contenir à l'infini aucun ensemble commun. Cette circonstance ne se produisant que dans ce cas, on voit que si les E_n n'ont à l'infini aucune partie commune, on peut en trouver un nombre fini qui n'aient à l'infini aucune partie commune. On remarque l'analogie de cet énoncé avec un théorème connu de M. Borel; mais il s'agit de questions bien différentes.

Deuxième cas. — A partir d'une certaine valeur N de n, tous les E'_n appartiennent à la même classe; E'_N est alors le plus grand ensemble commun à l'infini à tous les E_n. Ce cas, qui comprend le précédent comme cas particulier, est le seul dans lequel il existe un ensemble ayant cette propriété. Si donc il existe un ensemble $\mathcal{E}$, appartenant à l'infini à tous les E_n et tel qu'en dehors de $\mathcal{E}$ les E_n n'ont pas de partie commune à l'infini, on peut trouver parmi les E_n un nombre fini d'ensembles sans autre partie commune que $\mathcal{E}$, à l'infini.

Troisième cas. — La seule éventualité qui reste possible, et qui l'est évidemment, est que les E'_n existent indéfiniment (c'est-à-dire ne se réduisent jamais à des ensembles bornés du côté des x positifs), mais soient indéfiniment de plus en plus restreints. On peut alors toujours obtenir un ensemble e commun à tous les E_n en se donnant une suite de nombres x_n indéfiniment croissants et tels que pour tout n l'ensemble E_n contienne des points d'abscisses inférieures à x_n, et en définissant e par la condition de coïncider dans chacun des intervalles (x_n, x_{n-1}) avec l'ensemble E_n de même indice. Inversement, si un ensemble e' appartient à l'infini à tous les E_n, on peut définir une suite de nombres x_n telle que tous les points de e' d'abscisses supérieures à x_{n-1} appartiennent à E_n, et e' est contenu dans l'ensemble e formé avec cette suite comme il vient d'être dit. Or, aucun de ces ensembles ne peut être appelé le plus grand ensemble commun aux ensembles E_n; en remplaçant en effet la suite des x_n par une suite plus

rapidement croissante, on peut obtenir un nouvel ensemble e dont le précédent n'est qu'une partie. L'expression « le plus grand ensemble commun aux E_n » ne peut donc définir qu'un *ensemble idéal*, limite d'une part de la suite dénombrable d'ensembles *décroissants* E'_n (nous entendons par là que chacun est contenu dans le précédent), d'autre part d'une suite bien ordonnée et *non dénombrable* d'ensembles *croissants* e (chacun contenant le précédent), obtenus en prenant des suites de nombres x_n de plus en plus rapidement croissantes.

Ainsi, si l'on prend pour E_n la réunion des intervalles $\left(p, p+\frac{1}{n}\right)$, où $p = 1, 2, 3, \ldots$, l'ensemble e formé par la réunion des intervalles $(p, p+\varepsilon_p)$ appartient à l'infini à n'importe lequel des E_n, si ε_p tend vers zéro pour p infini. Mais on peut prendre des suites de valeurs de ε_p tendant vers zéro de moins en moins rapidement, et l'on ne peut, ni par un ensemble e unique, ni par la réunion d'une infinité dénombrable d'ensembles e, obtenir tout l'ensemble commun à l'infini aux E_n.

La notion d'ensemble formé par la réunion des E_n donne lieu à des remarques analogues; on passe d'ailleurs de la notion précédente à celle-là en remplaçant chacun des ensembles considérés par l'ensemble complémentaire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Intégration des équations aux dérivées partielles par séparation des variables.* Note (1) de M. **N. Saltykow**, présentée par M. E. Goursat.

Les beaux problèmes résolubles par la méthode en question ont conduit d'abord Morera (2) à établir les conditions pour la séparation des deux variables indépendantes. Ensuite M. Levi Cività (3) avait donné les conditions requises pour un nombre quelconque de variables.

En appliquant ces dernières conditions à la recherche des équations de la dynamique, à deux paramètres, intégrables par la méthode considérée, on trouve d'abord immédiatement le cas classique de Liouville.

---

(1) Séance du 5 mars 1928.

(2) *Giornale della Societa di Letture e Conversazioni Scientifiche di Genova*, 10, 2e semestre, fasc. VIII-IX, p. 469. Genova 1888.

(3) *Math. Annalen*, 44, 1893, p. 413.

Ensuite on obtient les trois équations suivantes :

$$(1)\qquad X_1 p_1^2 + 2Y_1\Theta_2 p_1 p_2 + Z_1\Theta_2^2 p_2^2 = U_1 + 2h,$$

$$(2)\qquad X_2\Theta_1^2 p_1^2 + 2Y_2\Theta_1 p_1 p_2 + Z_2 p_2^2 = U_2 + 2h,$$

$$(3)\qquad \frac{X_1^2(aY_2^2 + 2bY_2 + d)}{(Y_1 + Y_2)^2} p_1^2 + \frac{2X_1X_2[aY_1Y_2 + b(Y_1 - Y_2) - d]}{(Y_1 + Y_2)^2} p_1 p_2 + \frac{X_2^2(aY_1^2 - 2bY_1 + d)}{(Y_1 + Y_2)^2} p_2^2 = 2h.$$

où p_1 et p_2 désignent les dérivées partielles du premier ordre d'une fonction inconnue prises respectivement par rapport à deux variables indépendantes x_1 et x_2 ; X_i, Y_i, Z_i, U_i, Θ_i étant des fonctions arbitraires de la variable x_i et h, a, b, d désignant quatre constantes arbitraires.

Morera [1] n'avait obtenu que le seul cas de Liouville. Quant à Stäckel [2] il calcula trois cas particuliers des équations que je viens de donner sous la forme générale (1), (2) et (3).

Il faut y introduire, pour en tirer les équations de Stäckel, les hypothèses particulières suivantes :

$$\theta_1 \equiv 1, \qquad \theta_2 \equiv 1;$$

$$a \equiv d \equiv 1, \qquad b \equiv 0;$$

$$X_1 \equiv \sqrt{1 + Y_1^2} \equiv \frac{1}{\sin\sigma(x_1)}, \qquad X_2 \equiv \sqrt{1 + Y_2^2} \equiv \frac{1}{\sin\tau(x_2)}.$$

Pour séparer les variables dans les deux premiers cas généraux (1) et (2), posons

$$\theta_2 p_2 = C_1 \qquad \text{et} \qquad \theta_1 p_1 = C'_1,$$

C_1 et C'_1 étant des constantes arbitraires.

Grâce à ces dernières équations, les formules (1) et (2) définissent les valeurs des autres dérivées en fonctions de leurs variables conjuguées.

Enfin, on voit immédiatement que les variables sont séparables dans la dernière équation (3), si l'on écrit de la manière suivante :

$$aU^2 + 2bUV + dV^2 = 2h,$$

en désignant

$$U \equiv \frac{X_1Y_2p_1 + X_2Y_1p_2}{Y_1 + Y_2}, \qquad V \equiv \frac{X_1p_1 - X_2p_2}{Y_1 + Y_2}.$$

---

(1) *Atti della R. Accademia di Scienze di Torino*, **16**, 1880, p. 276. Torino.

(2) *Math. Annalen*, **41**, 1890, p. 571.

Effectivement, si l'on pose

$$U = C_1, \qquad V = C_2,$$

C_1 et C_2 étant deux constantes arbitraires, il en résulte les formules

$$p_1 = \frac{C_1 + C_2 Y_1}{X_1}, \qquad p_2 = \frac{C_1 - C_2 Y_2}{X_2},$$

les deux constantes arbitraires C_1 et C_2 étant liées par une équation à coefficients constants,

$$(4) \qquad a C_1^2 + 2 b C_1 C_2 + d C_2^2 = 2h.$$

Les lignes géodésiques définies par l'équation (3) s'obtiennent donc, par une quadrature, de la manière suivante :

$$-t - A\left(\int \frac{Y_1}{X_1} dx_1 - \int \frac{Y_2}{X_2} dx_2\right) = h',$$

$$\int \frac{(1 - BY_1)}{X_1} dx_1 + \int \frac{(1 - BY_2)}{X_2} dx_2 = C_1',$$

où l'on a posé

$$A \equiv \frac{\partial C_2}{\partial h}, \qquad B \equiv \frac{\partial C_2}{\partial C_1},$$

C_2 étant définie par l'équation (4) comme une fonction des deux constantes arbitraires h et C_1, t désignant la variable de temps et h', C_1' étant deux nouvelles constantes arbitraires.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur certains mouvements stationnaires des liquides visqueux incompressibles*. Note [1] de M. **Alfred Rosenblatt.**

Dans deux Notes présentées en 1926 à l'Académie [2] et développées dans un travail intitulé : *Sur certains mouvements des liquides visqueux* [3], j'ai étudié les mouvements plans et les mouvements spatiaux des liquides visqueux qui ont lieu lorsque l'on suppose que l'effet agissant sur un élément du fluide est partout normal à l'élément. J'ai résolu complètement le cas du

(1) Séance du 20 février 1928.

(2) *Sur certains mouvements irrotationnels des liquides visqueux* (*Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 556); *Sur les mouvements plans irrotationnels des fluides visqueux incompressibles* (*Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 489).

(3) *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, **51**, 1927, p. 14.

mouvement irrationnel. Dans la Note présente je voudrais démontrer que l'on peut aussi parvenir à un résultat intéressant dans le cas du mouvement stationnaire et incompressible lorsque l'effort satisfait à la même condition qu'auparavant.

1. L'effort Φ_n agissant sur l'élément du fluide de normale extérieure $\vec{n}$ est donné par la formule

$$\Phi_n = -p\vec{n} - \frac{2}{3}\mu\Theta\vec{n} + 2\mu\frac{d\vec{v}}{dP}\vec{n} - \mu \operatorname{rot}\vec{v}\wedge\vec{n}, \tag{1}$$

dans laquelle p est la pression moyenne, Θ la dilatation, μ le coefficient de viscosité, $\vec{v}$ le vecteur de vitesse, $\frac{d\vec{v}}{dP}$ l'homographie des vitesses. Envisageons un élément du fluide normal à une ligne de flux. Condition nécessaire et suffisante pour que l'effort agissant sur l'élément soit normal à l'élément est que l'on ait la relation

$$\frac{d\vec{v}}{dP}\vec{n} + \operatorname{grad} q = 2\frac{d\log q}{dn}\vec{v}, \tag{2}$$

q étant le module de la vitesse.

Envisageons maintenant les trajectoires orthogonales aux lignes de flux $f = \text{const.}$ en dirigeant la normale positive dans le sens de la vitesse.

Posant

$$\Phi(f) = \int\frac{df}{F(f)} = \varphi(x, y), \tag{3}$$

où F est une certaine fonction (positive) de f, on a

$$\vec{v} = \frac{\operatorname{grad}\varphi}{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}. \tag{4}$$

2. Supposons maintenant le fluide incompressible et soit Ψ la fonction de courant

$$u = -\Psi_y, \qquad v = \Psi_x. \tag{5}$$

On a

$$\operatorname{div}\frac{\operatorname{grad}\varphi}{\varphi_x^2 + \varphi_y^2} = 0, \tag{6}$$

$$\operatorname{div}\frac{\operatorname{grad}\Psi}{\Psi_x^2 + \Psi_y^2} = 0. \tag{7}$$

L'équation (7) n'est autre chose que l'équation

$$\Delta\Psi + 2q\frac{\partial\alpha}{\partial s} = 0, \tag{8}$$

Envisageons x, y comme fonctions des paramètres ψ, φ et posons

$$E = x_\psi^2 + y_\psi^2, \qquad F = x_\psi x_\varphi + y_\psi y_\varphi, \qquad G = x_\varphi^2 + y_\varphi^2.$$

On peut calculer EG au moyen des relations (5), (6), (7). On a

$$\psi_x \varphi_y - \psi_y \varphi_x = 1,$$

donc

$$x_\psi y_\varphi - x_\varphi y_\psi = 1,$$

donc

$$EG = 1. \tag{9}$$

Nous avons ainsi obtenu le théorème suivant :

Théorème 1. — Si, dans un mouvement plan permanent d'un liquide visqueux incompressible, l'effort agit normalement aux lignes de flux, on peut choisir le paramètre des lignes orthogonales aux lignes de flux de manière que les deux familles de courbes $\psi = \text{const.}$ et $\varphi = \text{const.}$ donnent une transformation du plan (ψ, φ) qui *conserve les aires*.

3. Le raisonnement précédent s'applique au cas de l'espace si l'on suppose que les lignes de flux forment une congruence de normales, c'est-à-dire que l'on a

$$\vec{v}\,\text{rot}\,\vec{v} = 0. \tag{10}$$

On a dans ce cas le théorème :

Théorème 2. — Si, dans le mouvement spatial stationnaire d'un liquide visqueux incompressible, les lignes de flux forment une congruence normale, et si l'effort agit normalement aux lignes de flux, on peut choisir le paramètre du faisceau de surfaces orthogonales de manière que le volume découpé d'un tube de lignes de flux par deux surfaces φ_1, φ_2 soit *proportionnel* à la différence $\varphi_2 - \varphi_1$.

ASTRONOMIE. — *Équations personnelles dans les mesures micrométriques d'étoiles doubles.* Note de M. S. DE GLASENAPP, présentée par M. Deslandres.

La détermination des équations personnelles des observateurs est une question des plus importantes de l'Astronomie des étoiles doubles. Les diverses sortes d'erreurs dont sont affectées les mesures micrométriques d'étoiles doubles compliquent beaucoup le problème du calcul des orbites, surtout quand la distance des composantes est inférieure à 3″; la détermination de l'orbite apparente ne peut être, dans ces conditions, obtenue avec quelque exactitude que si l'on possède des mesures nombreuses, faites par de nombreux observateurs et embrassant un arc considérable de l'orbite, et ces circonstances se rencontrent rarement.

Divers astronomes se sont préoccupés de déterminer leurs équations personnelles, notamment Dawes (1) et O. Struve (2). L'emploi des étoiles artificielles, dont les images se forment dans des conditions très différentes de celles qui concernent les images stellaires, n'a pas prévalu. Quant aux prismes à réversion, leur emploi diminue, par suite des réflexions, l'éclat des étoiles et réduit le champ d'application d'un réfracteur donné.

Une méthode plus simple et qui ne possède pas ces derniers inconvénients consiste à comparer les résultats d'observation avec les valeurs, supposées exactement connues, des angles de position θ_0 et des distances ρ_0 pour un certain nombre d'*étoiles-guides*, telles que le déplacement relatif des composantes soit négligeable. Le *General Catalogue of Double Stars* de S. W. Burnham nous fournit un matériel suffisant pour le choix de ces étoiles-guides. Pour en déduire les vraies valeurs θ_0 et ρ_0, il n'y a pas d'autre moyen que l'emploi de la méthode statique, en admettant que les équations personnelles varient d'un astronome à l'autre comme des erreurs accidentelles.

Soient ρ', θ' les mesures obtenues par un observateur pour une étoile-guide. L'équation personnelle étant considérée comme constante pour une étoile donnée, la moyenne d'un grand nombre de mesures fournira les valeurs des équations personnelles p et q pour cette étoile et pour un observateur

(1) *Catalogue of Micrometrical Measurements of Double Stars* (*Mem. of the R. Astr. Soc.*, London, 35, 1867, p. 137.

(2) O. STRUVE, *Observations de Poulkova*, 9, 1898, p. 28.

donné :

$$(a) \qquad p = \frac{\Sigma\theta'}{n} - \theta_0 \quad \text{et} \quad q = \frac{\Sigma\rho'}{n} - \rho_0.$$

Si l'on se propose de déterminer θ_0 et ρ_0, il faut combiner entre elles des moyennes de mesures analogues à $\frac{\Sigma\theta'}{n}$ et $\frac{\Sigma\rho'}{n}$, mais effectuées cette fois par divers observateurs, en nombre aussi grand que possible, soit m, et prendre la moyenne arithmétique de ces m nombres, en attribuant aux mesures des divers astronomes des poids égaux :

$$(b) \quad \theta_0 = \frac{1}{m}\left[\frac{\Sigma\theta'_1}{n_1} + \frac{\Sigma\theta'_2}{n_2} + \ldots + \frac{\Sigma\theta'_m}{n_m}\right] \quad \text{et} \quad \rho_0 = \frac{1}{m}\left[\frac{\Sigma\rho'_1}{n_1} + \ldots + \frac{\Sigma\rho'_m}{n_m}\right].$$

θ_0 et ρ_0 étant ainsi connus, chaque observateur pourra alors, par la comparaison de ses mesures avec ces *valeurs normales* des étoiles-guides, en déduire p et q, valeurs de ses équations personnelles, par les formules (a).

Pour faciliter aux astronomes l'application de cette méthode nous avons choisi des étoiles-guides distribuées uniformément sur la sphère céleste, avec des angles de position variés et des distances inférieures à 3″. Nous donnons à la fin de cette Note un échantillon du catalogue des étoiles-guides pour le fuseau $\mathcal{R} = 2^h - 3^h$.

Si les composantes de l'étoile-guide ont un déplacement apparent sensible, θ_0 et ρ_0 doivent être regardés comme fonctions du temps :

$$\theta_0 = A_0 + A_1\tau + A_2\tau^2 + \ldots, \qquad \rho_0 = B_0 + B_1\tau + B_2\tau^2 + \ldots,$$

où $\tau = t - t_0$, t_0 étant une époque quelconque entre les époques extrêmes des observations. On forme alors pour chaque observateur les moyennes *annuelles* de leurs mesures, puis les moyennes de ces moyennes pour les divers observateurs, soient (θ_1, ρ_1), (θ_2, ρ_2), …, correspondant aux époques t_1, t_2, …. On détermine alors les coefficients A_i et B_i de manière que ces couples de valeurs vérifient les relations précédentes, en utilisant pour ce calcul une méthode de Tchébychev : 1° *Sur l'interpolation par la méthode des moindres carrés ;* 2° *Sur l'interpolation dans le cas d'un grand nombre de données fournies par les observations* (*Œuvres complètes*, Saint-Pétersbourg, 1899 ; in-8°).

Étoiles-guides pour Æ $= 2^h - 3^h$ (échantillon).

Nos.	Étoiles.		α (1880) δ.		θ.	ρ.	Magn.
			$\theta = 0° - 60°$.				
			m s	° ′	°	″	
1150.	Σ	229	6.50	+33.57	1	2,4	8.6–10.0
1254.	Hu	537	18. 9	+48.41	17	1,9	8.2– 9.2
1295.	Σ	272	24.23	+57.56	42	1,7	8.2– 8.2
1288.	β	519	23.38	— 2.48	59	0,8	8.2– 9.7
1229.	Hu	426	15.49	—15. 7	5	0,7	9.1– 9.3
1221.	OΣ	40	14.25	+37.37	56	0,6	7.8– 8.6
1222.	Hu	425	14.26	+21. 2	25	0,4	9.4–10.0
			$\theta = 60° - 120°$.				
			m s	° ′	°	″	
1247.	Ho	313	17.22	— 8.23	76	1,4	8.3– 8.7
1311.	Hu	203	26.29	+52.15	69	0,7	9.5– 9.5
1321.	Σ	278	28.23	+68.47	82	0,4	8.4– 8.7
1299.	OΣ	42	25. 6	+51.47	110	0,4	7.0– 7.5
			$\theta = 120° - 180°$.				
			m s	° ′	°	″	
1275.	Σ	268	20.58	+55. 0	129	2,7	6.9– 8,2
1346.	Σ	285	31.41	+22.54	178	1,9	7.0– 7.7
1351.	β	451	32.21	— 6.30	152	1,5	8.6– 9.8
			$\theta = 180° - 240°$				
			m s	° ′	°	″	
1215.	Σ	2[illegible]9	13.58	+44. 3	195	2,3	7.0–9.0
1342.	Σ	[illegible]83	31.18	+60.58	209	1,8	8.0–8.8
1226.	β	8	14.59	+ 8.20	200	[illegible],0	8.3–9.2
1164.	Σ	[illegible]34	8.34	+60.48	239	0,8	7.8–8.7
1232.	β	758	18. 0	—30.25	183	0,6	7.5–7.5
1349.	β	[illegible]50	32.19	— 1.56	220	0,4	8.0–8.5
			$\theta = 240° - 300°$.				
			m s	° ′	°	″	
1250.	Σ	[illegible]61	17.55	+10.57	249	2,9	8.6–8.7
1378.	OΣ	[illegible]5	34.39	+ 4.21	296	1,6	7.0–9.2
1169.	Σ	[illegible]36	9.16	+51.55	259	0,8	7.5–9.3
1114.	Σ	[illegible]16	2.32	+61.47	271	0,6	7.8–8.7
			$\theta = 300° - 360°$.				
			m s	° ′	°	″	
1309.	Σ	[illegible]76	26.20	+ 5.48	253	2,3	8.8–8.8
1278.	Σ	[illegible]69	21.46	+29.23	340	1,9	7.8–9.8
1337.	Ho	[illegible]5	32.52	— 2. 6	359	1,0	8.0–8.2
1387.	See	[illegible]9	35. 9	—24.39	324	0.6	8.0–8.6

THÉORIE DES MARÉES. — *Sur les marées de la mer Rouge.*
Note (¹) de Mme **E. Chandon**, présentée par M. Fichot.

Dans sa Thèse sur les marées de la mer Rouge (²), A. Blondel avait attribué à l'influence du frottement une divergence considérable qu'il avait cru constater entre la marée théorique et la marée réelle. Mais en vérifiant les laborieux calculs auxquels donne lieu la méthode de Ritz, employée par Blondel, j'ai trouvé qu'à la page 49 de son Mémoire, le coefficient de $|\zeta|$ dans la cinquième équation doit être + 3300 au lieu de — 3300.

Les calculs rectifiés donnent alors pour l'extrémité nord de la mer

(¹) Séance du 5 mars 1928.

(²) *Sur la théorie des marées dans un canal. Application à la mer Rouge* (*Thèse*, Toulouse, 1912).

(Shermsheik) des résultats qui cadrent assez bien avec les observations, surtout en ce qui concerne la marée M_2.

Grâce à l'exploration italienne, dont les résultats sont donnés dans les *Annales hydrographiques de la Marine italienne*, 11, 1923-1924, on connaît maintenant les constantes harmoniques des ondes principales pour plusieurs ports de la mer Rouge, ce qui permet de comparer avec fruit les résultats des calculs à ceux des observations.

Mais le régime de la marée variant très rapidement au voisinage immédiat de Perim, il paraît plus rationnel d'adopter Shermsheik comme point de départ.

La méthode que j'ai employée consiste à assimiler un canal de largeur constante et de profondeur variable, fermé à l'une de ses extrémités, à une suite de canaux ayant même largeur mais dont la profondeur, constante pour chacun, varie d'un canal à l'autre.

On pourra toujours faire cette subdivision de telle façon que dans chacun des canaux partiels, le potentiel générateur $\frac{W_i}{g}$ d'une onde déterminée ait la forme $A_i + B_i x + C_i x^2$, où A_i, B_i, C_i sont des fonctions harmoniques du temps ; x est la distance suivant l'axe du canal, comptée à partir de l'origine fermée.

Dans le canal i, la marée est représentée, avec les notations de Poincaré, par l'expression

$$\zeta_i = U_i \cos\mu_i x + V_i \sin\mu_i x - \frac{2 C_i}{\mu_i^2} = \frac{\lambda^2 \varphi - W_i}{g}.$$

A la jonction, d'abscisse x_n, des canaux i et $i+1$, l'égalité $\zeta_{i+1} = \zeta_i$, jointe à l'équation de continuité, nous permet d'écrire les deux relations suivantes :

$$U_{i+1} \cos\mu_{i+1} x_n + V_{i+1} \sin\mu_{i+1} x_n = \zeta_i + \frac{2 C_{i+1}}{\mu_{i+1}^2},$$

$$-U_{i+1} \sin\mu_{i+1} x_n + V_{i+1} \cos\mu_{i+1} x_n$$
$$= \frac{\mu_{i+1}}{\mu_i}\left[-U_i \sin\mu_i x_n + V_i \cos\mu_i x_n + \frac{B_i + 2 C_i x_n}{\mu_i}\right] - \frac{B_{i+1} + 2 C_{i+1} x_n}{\mu_{i+1}}.$$

Ainsi, de la formule qui donne la marée dans le canal i, on passe aisément à la formule donnant la marée dans le canal $i+1$.

D'après les sondages les plus récents, j'ai pu déterminer approximativement les profondeurs moyennes pour 18 sections perpendiculaires à l'axe de la mer Rouge, ce qui m'a amenée à diviser cette mer en quatre canaux, ayant respectivement comme longueurs : $0^R,1686$, $0^R,0733$, $0^R,0408$, $0^R,0268$, et comme profondeurs : 692^m, 359^m, 146^m, 43^m.

Le tableau suivant permet de comparer les amplitudes des diverses marées, exprimées en centimètres et calculées par la méthode précédente, aux amplitudes observées.

Localités.	Distance à Shermsheik.	M_2. Obs.	M_2. Calc.	S_2. Obs.	S_2. Calc.	N_2. Obs.	N_2. Calc.	K_1. Obs.	K_1. Calc.	P_1. Obs.	P_1. Calc.	O_1. Obs.	O_1. Calc.
	R	cm		cm		cm		cm		cm		cm	
Shermsheik..	0	25		4		8		2		1		1	
Koseir.... .	0,0267	22	24	6	4	7	8	2	2	1	1	2	1
Gidda.......	0,1314	7	5	1	1	2	1	4	1	1	0	2	1
Port Sudan..	0,1533	1	2	1	1	0	0	2	1	1	0	2	1
Massaua.....	0,2322	33	32	12	6	9	10	2	2	1	1	2	2
Kamaran....	0,2665	33	37	9	6	9	11	2	3	1	1	1	2
Assab.......	0,3005	8	7	3	4	2	3	18	2	6	1	6	1
Périm.......	0,3095	37	20	17	1	11	3	35	1	11	0	18	1

On voit que dans la majeure partie de la mer Rouge les résidus Obs.-Calc. ne dépassent guère en moyenne 2^{cm}.

Les heures cotidales calculées pour Périm sont d'accord avec les heures observées.

Nous pouvons conclure que le frottement ne joue pas un rôle appréciable dans les marées de la mer Rouge.

Il n'en joue pas davantage dans le golfe de Suez, pourtant peu profond, ainsi qu'il ressort du tableau ci-dessous, établi en prenant Suez pour point de départ, et adoptant une profondeur moyenne de 45^{m}.

Localités.	Distance à Suez.	M_2. Obs.	M_2. Calc.	S_2. Obs.	S_2. Calc.	N_2. Obs.	N_2. Calc.	K_1. Obs.	K_1. Calc.	O_1. Obs.	O_1. Calc.
	R	cm		cm		cm		cm		cm	
Suez..........	0	56		14		18		5		1	
Zafarana......	0,0144	42	45	13	11	14	15	–	4	1	1
Ras Gharib....	0,0290	18	18	7	4	6	6	3	3	2	1
Tor...........	0,0353	8	4	2	0	3	1	4	3	2	1
Ashrafi........	0,0424	13	13	4	4	4	4	2	2	2	1
Shadwan (ou Shermsheik).	0,0484	25	26	4	8	8	8	2	2	1	1

TÉLÉGRAPHIE SANS FIL. — *Sur la vitesse de propagation des ondes radiotélégraphiques.* Note de M. A. **Lambert**, présentée par M. G. Ferrié.

Malgré les progrès de la technique qui ont permis d'obtenir, dans la mesure des longitudes, les résultats que M. le général Ferrié a exposés à l'Académie ([1]), on ne saurait leur demander de fournir la valeur V de la vitesse de propagation des ondes avec une grande précision. Soient t l'écart entre les valeurs des longitudes relatives de deux stations, calculées respectivement au moyen d'émissions de deux postes radiotélégraphiques éloignés; l la distance utile entrant dans la formule

$$\frac{dl}{l} = \frac{dV}{V} + \frac{dt}{t}.$$

La distance l, comptée à la surface du globe, était de l'ordre de 10000^{km} pendant les opérations des longitudes mondiales et un allongement dl de la course, dû par exemple à une réflexion sur les couches ionisées de la haute atmosphère, donne peu d'importance à la valeur du premier membre $\frac{dl}{l}$. Comme t est de l'ordre de 0^s,05, une approximation de 10000^{km} sur la valeur de V exigerait qu'on connût t à 0^s,002 près, ce dont on ne peut répondre.

Pourtant, un fait qui mérite l'attention c'est que toutes les valeurs ainsi déduites pour V conduisent à des nombres systématiquement et sensiblement inférieurs à 300000 km : sec.

Cette particularité apparaissait déjà dans des mesures effectuées par des savants français entre 1911 et 1914. La méthode des coïncidences auditives, appliquée de Paris à Bizerte par MM. Claude, Ferrié et Driencourt ([2]) en 1911, donne une durée de propagation de 0^s,0065, correspondant à une vitesse de 238000 km : sec. La mesure de la différence de longitude Paris-Bizerte (méthode des coïncidences auditives), effectuée en 1911, conduit M. Renan ([3]) à adopter pour durée de propagation 0^s,007 : d'où V = 221000 km : sec. Enfin MM. Abraham, Dufour et Ferrié ([4]) font une série de mesures par enregistrement photographique entre Paris-Washington (janvier 1912), Paris-Toulon (juin 1913), Paris-Toul (juillet 1913). Ils

([1]) *Comptes rendus*, **186**, 1927, p. 609.
([2]) *Comptes rendus*, **152**, 1911, p. 1152.
([3]) *Annales du Bureau des Longitudes*, **9**, 1913, p. C.107.
([4]) *Comptes rendus*, **159**, 1914, p. 38.

adoptent V = 296000 km : sec, faisant remarquer qu'une erreur systématique est à craindre pour les faibles distances. L'expérience Paris-Washington leur donnait une durée de propagation de $0^s,02122$, d'où V = 289000 km : sec.

Ici, afin d'éliminer toute incertitude sur la *marche* de la pendule, faible en pratique, et de garantir les résultats des erreurs d'origine astronomique, on ne rapproche que des émissions presque contemporaines. En supposant que la propagation des ondes a lieu à la surface du globe le long des grands cercles joignant les stations, on obtient les résultats consignés au tableau suivant :

Stations d'enregistrement.	Postes radiotélégraphiques.	Vitesse de propagation calculée.
San Diégo-Zikawei........	Honolulu $10^h 30^m$ T. U. Saïgon $11^h 30^m$	293000 km/sec.
Alger-San Diégo (1).......	Bordeaux $8^h 1^m$ Annapolis $10^h 10^m$	228000 »
Zikawei-Paris............	Saïgon 19^h Bordeaux 20^h	247000 »
Paris-San Diégo..........	Bordeaux 8^h Annapolis 10^h	239000 »
Paris-Washington........	Bordeaux 8^h-20^h Annapolis 10^h-20^h	210000 »
Alger-Washington........	Bordeaux 8^h-20^h Annapolis 10^h-20^h	242000 »

Puis, pour deux stations comparées à Paris, où les heures de réception des signaux utilisés ont été non plus enregistrées directement, mais déduites de l'écoute :

Stations d'enregistrement.	Postes radiotélégraphiques.	Vitesse de propagation calculée.
Dehra Dun-Paris.........	Saïgon 19^h Bordeaux 20^h	278000 km/sec.
Melbourne-Paris.........	Saïgon 19^h Bordeaux 20^h	242000 »

La moyenne générale donne, pour vitesse de propagation,

$$V = 247000 \text{ km/sec } (\pm 9000^{km}).$$

Ce chiffre est obtenu à partir d'un parcours moyen de 13900^{km} effectué

(1) Les signaux d'un seul poste, Bordeaux, ayant été à la fois enregistrés à Alger et à Zikawei, la différence de longitude de ces deux stations ne fournit pas de valeur de V.

en $0^s,056$. Si la distance augmente du fait que la propagation n'a pas lieu le long des grands cercles de la surface terrestre, la valeur de V augmente.

Mais une vitesse de 300000 km/sec exige un allongement de route de 3000^{km} dont l'importance relative n'est guère admissible; le fait que les expériences de radiogoniométrie trouvent les postes lointains sensiblement dans l'azimut calculé, laisse penser que la direction de propagation des ondes longues s'éloigne peu du plan admis. Ou bien, il faut une erreur systématique de l'ordre de $0^s,01$ sur le temps estimé : les enregistrements et les relevés se font avec une approximation nettement meilleure. Il y a lieu de signaler que des résultats analogues découlent d'une étude faite par M. Hasimoto de l'Observatoire de Tokyo [1]. La vitesse moyenne de propagation qu'on peut conclure de ses chiffres, en octobre-novembre 1926, est de 252000 km/sec.

Si l'on cherche à représenter ce ralentissement apparent par un retard à l'enregistrement, fonction de l'énergie reçue, on trouve, sous l'hypothèse d'un retard proportionnel au carré de la distance, un coefficient de l'ordre de $0^s,0001$ par 1000^{km} de distance, tant pour les installations françaises que pour les installations américaines.

ÉLECTROCHIMIE. — *Électrolyse de l'eau en courant alternatif.* Note de M. **Canaud**, transmise par M. C. Matignon.

Quand un courant alternatif de 50 périodes sous 120 V. passe dans l'eau ordinaire entre deux électrodes de fer électrolytique de $14^{cm} \times 7$, maintenues à un écartement tel que l'intensité efficace soit de 5 ampères, on observe une élévation rapide de la température et un abondant dégagement gazeux entre les électrodes. Si des pièces métalliques, sans relation avec les électrodes, plongent dans la cuve, elles sont aussi le siège de dégagements gazeux de moindre importance. L'analyse des gaz formés au moyen de la potasse, de l'hydrosulfite de sodium, et passage sur de l'amiante palladiée, montre que la majeure partie du volume gazeux est constituée par les gaz dissous dans l'eau et un peu d'hydrogène.

Ces faits ont été signalés dans diverses revues et dans l'*Electrical Review* du 19 mars 1926. Si l'on examine les résultats obtenus, on est frappé par les différences de volume et de composition des gaz recueillis.

---

(1) *Rapport présenté à l'Assemblée générale de l'Union internationale de Radiographie scientifique.* Washington, D. C., U. S. A., 1927.

En opérant avec de l'eau ayant bouilli longuement avant l'expérience, et si aucun objet métallique autre que les électrodes ne plonge dans la cuve, le volume gazeux diminue considérablement. Le gaz est surtout formé d'hydrogène. Au début de l'électrolyse le dégagement est assez intense puis diminue et s'annule si la température ne dépasse pas certaines limites. Pendant ce temps les électrodes se recouvrent d'oxydes où l'oxyde ferreux domine.

Les ions O libérés oxydent donc le fer, ce qui permet le dégagement d'hydrogène qui ne trouve plus l'oxygène formé pendant la phase précédente pour se recombiner. L'enduit d'oxydes soustrait bientôt le fer à l'action de l'oxygène, les ions H et O libérés se recombinent et le dégagement cesse si la température n'est pas trop élevée. La quantité d'hydrogène produite pendant cette période de formation des électrodes est très variable suivant les conditions de l'expérience. Il en est de même du volume d'oxygène recueilli qui est toujours accompagné d'azote. Il semble que les gaz de l'air se dissolvent dans les parties froides de la cuve et viennent se dégager entre les électrodes où la température est plus élevée.

Si l'on maintient la température constante au moyen d'un réfrigérant, la température étant prise entre les électrodes et si l'on ne commence à recueillir les gaz qu'après avoir formé les électrodes, on remarque qu'entre 80 et 90° le dégagement gazeux est extrêmement faible. Il augmente légèrement avec la température puis croît brusquement au voisinage du point d'ébullition.

Voici quelques résultats obtenus en opérant dans les conditions ci-dessous :

Température.	Durée de l'électrolyse (en heures).	Volume gazeux total (en cm³).	Volume d'hydrogène en cm³ total.	Volume d'hydrogène en cm³ par heure.
90°	3	0,15	–	–
91°	3	0,18	–	–
94°-95°	3	1,1	1	–
98°	3	36,6	17,2	5,7
Ébullition	3	53,8	16	5,3
»	3	65,5	16,1	5,3
»	3	46,5	14,3	4,8
»	3	45,3	17,7	5,9
»	2	36,6	11,5	5,75
»	2	31,8	11,5	5,75
»	2	30,1	10,9	5,45
»	1	37,5	5,3	5,3

On voit que le volume de gaz total recueilli est très variable. Par contre, les volumes d'hydrogène formés par l'électrolyse se montrent assez constants et semblent proportionnels à la durée de l'électrolyse quand on opère à une température voisine de l'ébullition ou à l'ébullition.

Le volume moyen d'hydrogène dégagé est environ le $\frac{1}{350}$ du volume que donnerait un courant continu de 4,5 ampères, correspondant à 5 ampères efficaces.

Pour avoir des résultats comparables, il y a donc lieu d'éliminer la période de formation des électrodes et la comparaison ne peut se faire que par les volumes d'hydrogène formés.

RADIOCHIMIE. — *Spectre d'absorption de l'aldéhyde formique en solution.* Note de M. **Svend Aage Schou**, présentée par M. Jean Perrin.

Auerbach et Barschall (1) ont montré que l'aldéhyde formique en solution aqueuse est polymérisée et hydratée. Le spectre d'absorption donne le même résultat : on n'observe aucune absorption dans la région de la bande du carbonyle, même pour une solution aqueuse 12 fois molaire (36 pour 100) sous une épaisseur de 60^{mm} ; elle contient donc certainement *moins* de $\frac{1}{1200}$ de molécules monomoléculaires HCOH.

Les solutions non aqueuses de l'aldéhyde formique doivent être étudiées à une température inférieure à $-21°$. A une température plus élevée une polymérisation aura lieu.

Nous avons obtenu une solution d'aldéhyde formique monomoléculaire dans l'hexane refroidi à $-70°$ par absorption de la vapeur d'aldéhyde formique, faite par dépolymérisation du trioxyméthylène. Immédiatement après, la solution était spectrographiée dans un tube à épaisseur variable, tout en quartz, ayant des fenêtres de quartz sondées, entouré d'un premier manchon refroidissant contenant l'éther + CO^2, et d'un deuxième manchon extérieur bien évacué. Le spectre obtenu montre que la solution d'aldéhyde formique monomoléculaire absorbe d'une façon discontinue. Le spectre est formé d'une série d'au moins 17 bandes de 10 à 40 Å de largeur, distribuée entre 3542 et 2750 Å. Elles correspondent aux états successifs de vibration, observés dans le spectre de vapeur.

(1) *Arbeiten aus dem Kais. Gesundheitsamt*, Berlin, 22, 1905, p. 584.

La table suivante donne la position des bandes, les maxima, l'intensité et les valeurs correspondantes dans le spectre d'absorption de la vapeur (¹):

Aldéhyde formique en solution hexanique. — Bandes sans structure.				Aldéhyde formique à l'état de vapeur. — Bandes avec structure fine.	
Indication des bandes.	Absorption entre	Maximum.	Int.	Absorption entre	Ligne la plus intense.
A.......	3542-3520	3530	2	3567-3517	3530,7
B'......	3443-3430	3435	1	3456-3418	3430,9
B.......	3405-3380	3392	3	3416-3377	3389,3
C'......	3305-3290	3295	2	3324-3288	3294,7
C.......	3278-3250	3265	5	3288-3249	3260,4
D''......	3220-3205	3212	1	3231-3198	3203,3
D'......	3170-3140	3170	3	3198-3164	3170,4
D......		3145	8	3164-3133	3143,4
E''......	3090-3080	3085	2	3102-3082	3088,7
E'.....	3070-3028	3043	9	3075-3049	3054,2
E......	–	–	–	3048-3028	3035,8
F''......	2995-2982	2985	4	2999-2975	2978,9
F'......	2962-2930	2940	10	2969-2948	2951,9
F.......	–	–	–	2948-2928	2935,0
G'''.....	2915-2910	–	1	2919-2902	–
G''......	2900-2880	–	3	2898-2874	–
G'+G..	2864-2830	–	7	2863-2835	–
H''.....	2800-2785	–	2	2801-2786	–
H'+H..	2765-2750	–	3	2775-2743	–

Tandis que ces bandes ont une structure fine dans la vapeur correspondant à la rotation quantifiée de la molécule, dans le spectre de la solution, elles sont continues; la rotation n'est donc plus quantifiée. L'explication de ce résultat est que le temps entre deux collisions d'une molécule d'aldéhyde formique avec les molécules du solvant est plus court que le temps de la rotation de la molécule. Le passage aux états de rotation plus élevés ne peut pas être quantifié — tous les passages sont possibles — et nous trouvons une absorption continue.

Le maximum d'absorption se trouve pour la vapeur à la bande F, la ligne la plus intense est $\lambda = 2935{,}0$ Å. La même bande est, dans le spectre hexanique, la plus intense, ayant son maximum pour $\lambda = 2940$ Å. Il semble ainsi qu'il y a un déplacement faible (environ 5 Å) vers le rouge.

(¹) V. Henri et S.-A. Schou, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1612.

Les expériences montrent que l'aldéhyde formique monomoléculaire est absorbé dans la même région que l'aldéhyde acétique et l'aldéhyde propionique, pour lesquels nous avons trouvé en solution hexanique les maxima d'absorption $\lambda = 2934$ Å et $\lambda = 2900$ Å ([1]).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le dosage des solutions salines étendues par l'opacité de fines suspensions obtenues à partir de ces solutions.* Note ([2]) de M. **A. Boutaric** et Mlle **G. Perreau**, présentée par M. A. d'Arsonval.

1. On a souvent proposé ([3]) de doser les solutions salines étendues en mesurant soit l'opacité, soit le pouvoir diffusif des suspensions réalisées en ajoutant à la solution un réactif susceptible de produire un fin précipité. En réalité, l'intérêt de cette méthode est fortement diminué par l'évolution que subit généralement, avec le temps, la suspension ainsi obtenue, évolution qui se traduit par un grossissement des grains et par un accroissement progressif de l'opacité. Cette évolution est souvent si rapide qu'elle oblige à faire les lectures avec une hâte nuisible à la précision des mesures.

Nous nous sommes proposé de rechercher s'il ne serait pas possible d'accroître cette précision par l'addition de colloïdes dits stables tels que : gomme arabique. dextrine, amidon, gélatine.

2. La suspension réalisée en ajoutant une solution de $AgNO^3$ à une solution de KCl varie beaucoup avec le temps. La variation est à peu près supprimée par l'addition de gomme arabique au mélange. C'est ce que montrent les nombres consignés dans le tableau suivant qui donne, en fonction du temps, l'opacité mesurée au spectrophotomètre de Féry : 1° de la suspension réalisée en ajoutant à 50^{cm^3} d'une solution de KCl 10^{-2}N un mélange de 50^{cm^3} de solution de $AgNO^3$ 4.10^{-2}N et de 10^{cm^3} d'eau (A); 2° de la suspension réalisée en ajoutant à 50^{cm^3} d'une solution de KCl 10^{-2}N 50^{cm^3} de solution de $AgNO^3$ 4.10^{-2}N et 10^{cm^3} d'une solution de gomme arabique à 10 pour 100 (B). (Cuve de 10^{cm} d'épaisseur).

([1]) S.-A. Schou, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 965.

([2]) Séance du 5 mars 1928.

([3]) Voir notamment Cheneveau et Audubert, *Journal de Physique et Le Radium*, 6e série, 2, 1921, p. 19.

Temps.	Opacités suspension A.	Opacités suspension B.
1 minute	30	28,9
3 minutes	40	
5 »	50	29,3
10 »	86	31
25 »	160	
80 »		40,5

Dans la première expérience (sans gomme), l'opacité croissant de 30 à 40, soit 10 unités d'opacité en deux minutes, l'erreur relative résultant d'un retard d'une minute dans la mesure serait, une minute après le mélange des solutions de chlorure et de nitrate, $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$. Dans la deuxième expérience (avec gomme), l'opacité ne varie que de deux unités en 10 minutes, soit 0,2 par minute; l'erreur relative, dans les mêmes conditions que précédemment, est cette fois réduite à $\frac{0,2}{29} = \frac{1}{150}$ environ.

Nous avons étudié l'influence qu'exercent la température, la quantité de réactifs en présence, la quantité de gomme, sur l'évolution des précipités. Les résultats ainsi obtenus seront publiés ailleurs, dans un Mémoire détaillé.

3. L'addition de gomme permet aussi de doser les ions PO^{4---} à l'état de phosphate d'argent, les ions Mg^{++} à l'état de $Mg(HO)^2$.

Dans le cas des précipités de $BaSO^4$, utilisables soit pour le dosage des ions SO^{4--}, soit pour le dosage des ions Ba^{++}, l'addition de gomme n'arrête pas instantanément l'évolution. Mais au bout d'un certain temps (15 minutes environ), l'évolution est pratiquement terminée, la suspension fournie par le précipité est stabilisée. C'est en utilisant cette opacité limite qu'on peut appliquer la méthode au dosage des ions SO^{4--} ou Ba^{++}.

Dans le cas des précipités de $AlPO^4$, utilisables pour le dosage des ions Al^{+++}, l'addition de gomme n'est ni nécessaire, ni même intéressante, car elle accélère l'évolution de la suspension. Dans ce cas, il vaut donc mieux opérer en l'absence de gomme : l'évolution est assez lente pour qu'on puisse effectuer un dosage convenable en observant l'opacité de la suspension.

Dans le cas des précipités de CaC^2O^4, qu'on pourrait espérer utiliser pour le dosage des ions Ca^{++} ou C^2O^{4--}, l'addition de gomme accélère encore rapidement l'évolution du précipité. Comme celui-ci évolue rapidement en l'absence de gomme, la méthode n'est pas applicable.

4. Vis-à-vis des précipités précédents, la dextrine se comporte comme la gomme. L'addition d'amidon ou de gélatine accélère l'évolution de tous ces précipités.

Ainsi, dans beaucoup de cas, l'addition de colloïdes dits stables avant ou après le mélange des réactifs n'arrête pas l'évolution du précipité; elle l'accélère au contraire. Ce sont là des exemples intéressants à signaler à l'encontre de l'opinion généralement admise concernant la protection qu'exerce sur la floculation des suspensions et des solutions colloïdales, l'addition de colloïdes dits stables [1].

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude thermomagnétique de quelques minerais de fer.* Note [2] de MM. **J. Huggett** et **G. Chaudron**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Après avoir montré [3] que les trois oxydes de fer possèdent des anomalies magnétiques caractéristiques, nous avons eu l'idée d'étendre cette étude aux minerais de fer dans lesquels la nature des constituants magnétiques est le plus souvent inconnue.

Nous avons employé l'appareil thermomagnétique enregistreur précédemment décrit. Les produits étudiés étaient soit enfermés dans des ampoules en silice fondue ou en verre pyrex, scellées et vide d'air, soit placés simplement dans la cupule en silice de l'appareil, ce qui permet d'étudier les transformations magnétiques dues à l'oxydation.

Sur les courbes obtenues (voir la figure), les températures sont portées en abscisse et l'aimantation en ordonnée. Sur la figure, on a indiqué le zéro de chaque courbe et la légende mentionne la sensibilité employée; quand on utilise la sensibilité normale de l'appareil, on obtient en ordonnée une déviation de 2cm pour 0g,1 d'oxyde magnétique Fe^3O^4 (vierge de toute aimantation).

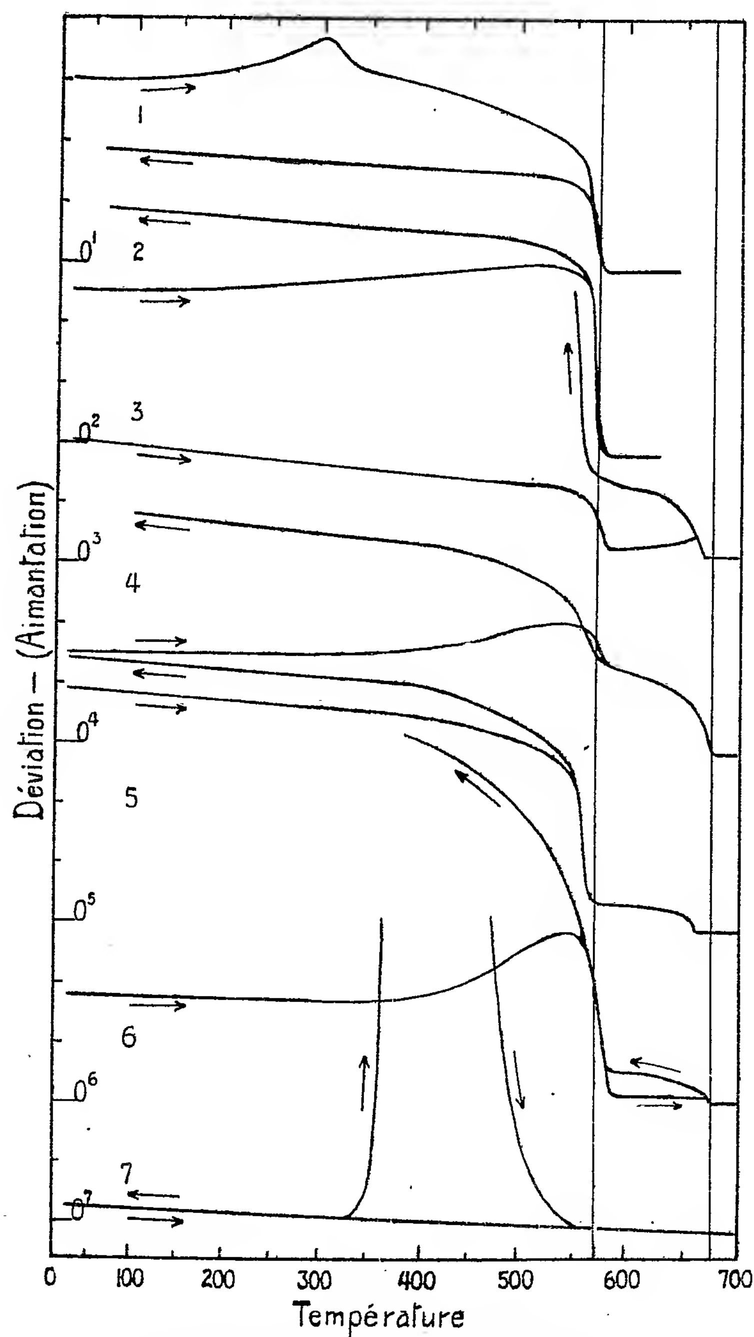
La magnétite (Fe^3O^4) donne la courbe bien connue, présentant le point de transformation caractéristique à 570°. On observe en outre, dans le cas du chauffage à l'air, et seulement sur la courbe d'échauffement (courbe 1),

---

(1) Nous avons établi antérieurement l'influence complexe qu'exerce l'addition des colloïdes dits protecteurs sur la stabilité des solutions colloïdales vis-à-vis des divers électrolytes. Voir : A. Boutaric et Mlle G. Perreau, *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 511; *Revue générale des colloïdes*, 4, n° 28, 1926, p. 33.

(2) Séance du 5 mars 1928.

(3) J. Huggett et G. Chaudron, *Températures de transformations magnétiques dans le système fer-sesquioxyde de fer* (*Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 199).



Courbe 1 Magnétite (à l'air), sensibilité normale.

» 2 Magnétite (dans le vide), sensibilité normale.

» 3 Gœthite (déshydratée, dans le vide) N × 40.

» 4 Oligiste (dans le vide) N × 15.

» 5 Oligiste (recuit à 1000°, dans le vide) N × 7.

» 6 Martite (dans le vide) N × 10.

» 7 Lépidocrocite (à l'air) N × 2,5.

une anomalie positive, correspondant à une oxydation superficielle. On obtient exactement les mêmes courbes avec de la magnétite fondue artificielle.

La courbe (n° 3) de la gœthite (Fe^2O^3, H^2O), préalablement déshydratée à 600° dans le vide, présente une anomalie à 570°, correspondant à une teneur d'environ 0,001 de magnétite, et une autre à 660°, solution solide de 1 pour 100 de magnétite dans le sesquioxyde de fer (¹). Sur la courbe de retour, on observe une forte augmentation de l'aimantation. Si l'on étudie la gœthite avant déshydratation, on voit vers 350° (²), au moment du départ de l'eau, un brusque accroissement de l'aimantation (³); la courbe est alors analogue à celle de la lépidocrocite (courbe 7) qui est une variété de gœthite.

La courbe 4 montre que l'oligiste (Fe^2O^3) contient aussi une petite quantité de magnétite; on retrouve le point du sesquioxyde de fer à 675°, mais son aimantation est particulièrement forte, elle revient à une valeur normale (courbe 5) par chauffage dans le vide à 1000°.

La martite (Fe^2O^3) donne la courbe 6 où l'on observe le point de transformation du sesquioxyde de fer, c'est donc bien une pseudomorphose de la magnétite en oligiste. Comme pour la gœthite et l'oligiste, l'anomalie vers 570° décèle la présence d'une petite quantité de magnétite.

L'ilménite contient un peu de magnétite libre qui lui a fait attribuer des propriétés ferro-magnétiques.

L'ilvaïte, qui est un silicate basique de fer et de calcium, laisse voir, après chauffage à 800°, la présence de magnétite.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Anomalie du recuit après écrouissage du cuivre et des laitons.* Note (⁴) de M. **P. Nicolau**, présentée par M. L. Guillet.

L'essai de dureté par pénétration statique de billes de faible diamètre sous faibles charges, bien connu des micrographes, constitue, moyennant certaines précautions, une méthode extrêmement sensible et précise pour l'étude scientifique et pour le contrôle industriel de l'écrouissage et du recuit après écrouissage sur les échantillons et produits finis de petites dimensions.

(¹) *Loc. cit.*

(²) L. Blanc, *Ann. de Chimie*, 10ᵉ série, 6, 1926, p. 195.

(³) H. Forestier et G. Chaudron, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 787.

(⁴) Séance du 27 février 1938.

Pour le cuivre et les laitons α (tels que 67/33 et 72/28), nous avons adopté l'essai à la bille de $1^{mm},58$ sous la charge de 10^{kg}. La charge est appliquée directement, pendant 15 secondes, à l'aide d'une machine simple, organisée de manière à éliminer les à-coups et les frottements. A l'aide d'un microscope à oculaire micrométrique de grossissement 100 (avec ou sans

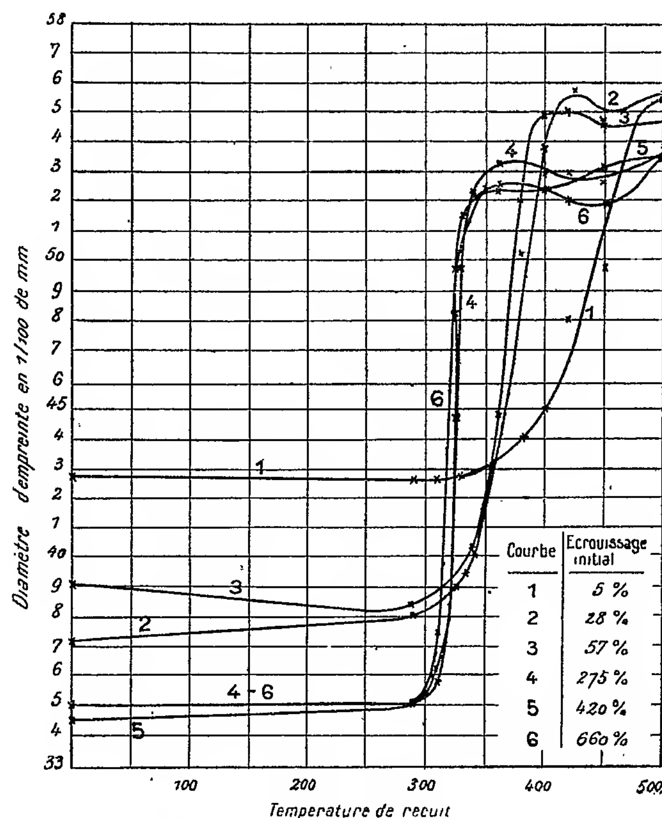


Fig. 1. — Influence du degré d'écrouissage initial sur l'allure de la variation de la dureté du cuivre en fonction de la température de recuit. Cuivre recuit à 700° et écroui par laminage. Degré d'écrouissage donné par la définition de Grard $\frac{S-s}{s} \times 100$.

éclairage vertical), on évalue les diamètres d'empreintes à moins de $\frac{1}{100}$ de millimètre près.

Dans ces conditions, si l'on applique à des barrettes de cuivre (préalablement recuit à 700°) écrouies respectivement à des degrés d'écrouissage divers (5 à 660 pour 100), des recuits au bain de sel d'une durée uniforme de 10 minutes à des températures progressivement croissantes, on constate (*fig.* 1) que les courbes représentatives de la variation des diamètres d'em-

preintes en fonction de la température de recuit présentent, au delà de la zone dite de « germination », une anomalie systématique marquée par un minimum de la dureté (maximum du diamètre d'empreinte).

On est conduit à penser qu'à la fin de la zone de germination, dans laquelle le métal reprend progressivement son équilibre structural, détruit par l'écrouissage, l'état d'équilibre final se trouve en quelque sorte dépassé : dans cette hypothèse, le pointement des courbes de la figure 1 correspondrait à un état de faux équilibre qui paraît d'autant plus accentué que l'écrouissage initial est plus intense.

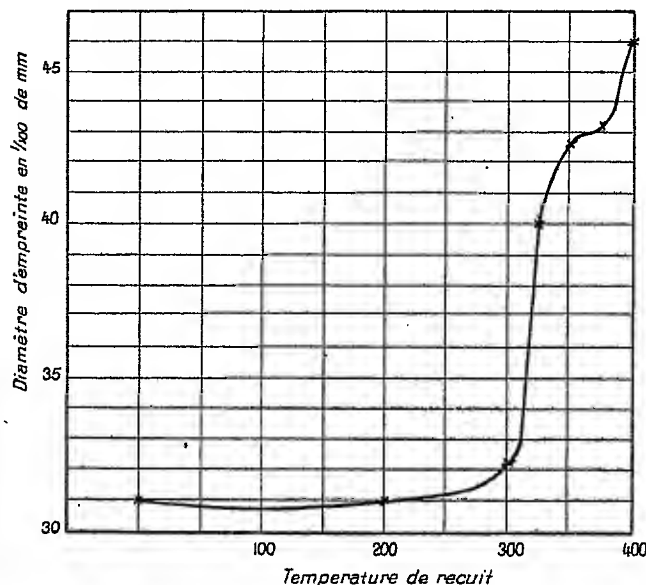


Fig. 2. — Variation de la dureté du laiton 67/33 écroui à 60 pour 100 en fonction de la température du recuit.

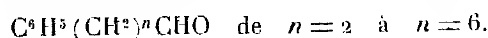
Ce phénomène ne se manifeste pas nettement à l'examen micrographique.

Sur les laitons 72/28 et 67/33, l'anomalie est plus atténuée : elle n'est marquée en général que par une inflexion des courbes de dureté (*fig.* 2). Bien que l'on ait intérêt, en pratique, pour plus de sécurité, à pousser le recuit des produits écrouis par emboutissage dans la région de cette anomalie, il convient cependant de noter que, sur les étuis de cartouches notamment, les tensions internes révélées par immersion dans une solution aqueuse de bichlorure de mercure à $1^g,5$ par litre disparaissent à une température de recuit sensiblement plus faible, qui correspond très exactement au point d'inflexion de la zone de germination proprement dite.

Par ailleurs, les courbes de la figure 1 confirment, illustrent et complètent, pour le cuivre, les modalités de l'influence de l'écrouissage initial sur les effets du recuit ultérieur, indiquées antérieurement pour le laiton, dans leurs grandes lignes, par MM. Charpy et Grard.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un nouveau mode général synthétique de préparation des aldéhydes arylaliphatiques.* Note (1) de M. L. Bert, présentée par M. Charles Moureu.

Le premier essai de préparation systématique des aldéhydes arylaliphatiques est dû à J.-V. Braun et O. Kruber (2)(1912). Après examen expérimental des méthodes nouvelles d'obtention des aldéhydes, et notamment de celles basées sur l'emploi des organomagnésiens, ces savants s'expriment ainsi : « Nous nous sommes persuadés qu'on n'en pouvait attendre grand'chose dans cette série et nous n'avons atteint notre but qu'en tirant de l'oubli une observation de Konovalof sur la formation d'aldoximes à partir de dérivés nitrés primaires. » En transformant ces aldoximes en aldéhydes, les chimistes allemands ont réussi à préparer la série



$$C^6H^5(CH^2)^nCHO \quad \text{de} \quad n=2 \quad \text{à} \quad n=6.$$

Nous avons établi, dans une précédente Note (3), que les chlorures arylaliphatiques $RC^6H^4(CH^2)^nCl$ étaient d'obtention aisée et donnaient, dans certaines conditions, des combinaisons organomagnésiennes mixtes, avec des rendements de 30 à 80 pour 100.

En condensant ces magnésiens avec l'orthoformiate de méthyle ou d'éthyle, suivant la technique de Bodroux (4), nous avons obtenu sans difficulté les acétals des aldéhydes $RC^6H^4(CH^2)^nCHO$, qui, par ébullition de 10 à 15 minutes avec de l'acide chlorhydrique au quart, se transforment, avec d'excellents rendements, en les aldéhydes correspondants.

L'opinion de J. v. Braun et O. Kruber sur la non-valeur des méthodes magnésiennes pour ce but particulier se trouve ainsi ruinée. De plus notre procédé est moins laborieux et surtout bien moins dispendieux que le leur. Voici quels sont nos résultats à ce jour :

1° *Homologues de l'aldéhyde phénylacétique.* — Nous avons préparé les

(1) Séance du 5 mars 1928.

(2) J.-V. Braun et O. Kruber, *Ber. der chem. Ges.*, 44, 1912, p. 384.

(3) L. Bert, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 373.

(4) F. Bodroux, *Bull. Soc. chim.*, 31, 1904, p. 585.

aldéhydes *p*-méthyl et *p*-isopropylphénylacétiques, 1.2.4-triméthylphénylacétique (5), 1.4-méthylisopropylphénylacétique (2) antérieurement connus et les trois homologues nouveaux : (*a*) *p*-éthylphénylacétique, (*b*) 1.3-diméthylphénylacétique (4), (*c*) 1.4-diméthylphénylacétique (2).

2° *Homologues de l'aldéhyde hydrocinnamique.* — (*d*) aldéhydes *o*-méthyl et (*e*) *p*-méthylhydrocinnamiques, (*f*) 1.3-diméthylhydrocinnamique (4), (*g*) 1.4-diméthylhydrocinnamique (2), (*h*) *p*-isopropylhydrocinnamique, (*i*) 1.4-méthylisopropylhydrocinnamique (2).

Ces six homologues sont nouveaux.

3° *Homologues de l'aldéhyde δ-phénylbutyrique.* — Aldéhydes : (*j*) *p*-méthyl-δ-phénylbutyrique, (*k*) 1.3-diméthyl-δ-phénylbutyrique (4), (*l*) 1.4-diméthyl-δ-phénylbutyrique (2), (*m*) *p*-isopropyl-δ-phénylbutyrique.

Ces quatre homologues sont nouveaux.

Les constantes sont les suivantes :

	Point d'ébullition corrigé.	Densité.	Indice de réfraction.	Point de fusion de la semicarbazone [1].
(*a*)....	$Eb_{13} = 108°$	$d_4^5 = 1,009$	$n_D^5 = 1,537$	175°
(*b*)....	$Eb_{25} = 136°$	$d_4^{15} = 0,996$	$n_D^{15} = 1,529$	164
(*c*).....	$Eb_{12} = 105°-106°$	$d_4^5 = 1,004$	$n_D^5 = 1,531$	183
(*d*)....	$Eb_{13} = 120°$	$d_4^{19,5} = 0,998$	$n_D^{19,5} = 1,522$	153
(*e*).....	$Eb_{15} = 122°$	$d_4^{14} = 0,999$	$n_D^{14} = 1,525$	174
(*f*)....	$Eb_{14} = 135°-136°$	$d_4^{16} = 0,994$	$n_D^{16} = 1,525$	188
(*g*)....	$Eb_{13} = 133°-134°$	$d_4^{18,5} = 0,989$	$n_D^{18,5} = 1,523$	182
(*h*)....	$Eb_{16} = 136°$	....	....	158
(*i*).....	$Eb_{17} = 150°$	$d_4^{17} = 0,974$	$n_D^{17} = 1,518$	149
(*j*)....	$Eb_{16} = 124°$	$d_4^{11} = 1,011$	$n_D^{11} = 1,527$	124
(*k*)....	$Eb_{13} = 137°-138°$	$d_4^{10} = 1,001$	$n_D^{10} = 1,529$	135
(*l*).....	$Eb_{16} = 139°$	$d_4^{12} = 0,987$	$n_D^{12} = 1,532$	184
(*m*)....	$Eb_{12} = 132°$	....	....	144

Les aldéhydes arylaliphatiques ci-dessus constituent des liquides incolores, à odeur puissante et tenace.

L'intensité d'odeur est à peine moins grande pour les homologues de l'aldéhyde hydrocinnamique que pour ceux de l'aldéhyde phénylacétique, mais la note en est beaucoup plus agréable ; il se produit, par contre, un affaiblissement marqué de l'odeur pour les homologues de l'aldéhyde δ-phénylbutyrique.

---

(1) Il s'agit du point de fusion instantanée, sur bloc Maquenne, de la semicarbazone recristallisée deux fois dans l'alcool.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des amines sur le bromo-œnanthol.* Note de M. **Albert Kirrmann**, présentée par M. Ch. Moureu.

Les aldéhydes α-bromées, dont la fonction aldéhyde présente une si remarquable aptitude réactionnelle (¹), sont également susceptibles de réagir par leur fonction bromure. J'ai étudié l'action des amines.

I. *Amine secondaire.* — Quand on ajoute une solution de diéthylamine dans l'éther à du bromo-œnanthol également dilué dans l'éther, on observe une réaction instantanée, accompagnée d'un fort dégagement de chaleur. Il se précipite immédiatement une abondante quantité de cristaux en paillettes. L'analyse et le point de fusion montrent que c'est le bromhydrate de diéthylamine.

Si l'on a employé deux molécules et demie de base pour une du corps bromé, on recueille, en filtrant au bout de quelques heures, à peine moins d'une molécule de ce bromhydrate. La solution éthérée donne par distillation un liquide bouillant à 106-107°, sous 11mm. C'est du diéthylamino-œnanthol :



$$C^5H^{11}CH(CHO)N(C^2H^5)^2.$$

Purifié par dissolution dans l'acide chlorhydrique dilué, il a les constantes suivantes : $d^{22} = 0,853$; $n_D^{22} = 1,4352$; réfr. mol., 56,52; théorique, 56,95.

Ce produit, insoluble dans l'eau, soluble dans l'éther, colore en rose puis en rouge violacé le réactif de Schiff, réduit la liqueur de Fehling et le nitrate d'argent alcoolique. Avec le bisulfite et l'éther, il ne tarde pas à donner trois couches, mais ce n'est qu'à la longue que l'on voit se former quelques cristaux.

Le rendement a été d'environ 55 pour 100 en produit rectifié.

L'acide chlorhydrique en solution éthérée donne un précipité de chlorhydrate



$$C^5H^{11}CH(CHO)N(C^2H^5)^2, HCl.$$

Ce corps qui fond à 73° est difficile à purifier. Il est insoluble dans l'éther et l'éther de pétrole, mais très déliquescent à l'air et extrêmement soluble dans l'alcool, l'acétone, le chloroforme. Une fois dissous, l'éther le précipite en liquide. Fait curieux, il est distillable dans le vide.

L'oxydation de l'amino-aldéhyde par l'oxyde d'argent ammoniacal, en

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1482.

présence d'un excès de potasse, ne m'a pas permis d'isoler l'acide aminé. Par contre j'ai identifié deux acides :

1° L'acide $C^5H^{11}CH(OH)COOH$. Ce sont des cristaux fondant à 65°. Une acidimétrie donne un poids moléculaire de 149 (au lieu de 146), son sel de baryum correspond à la formule $(C^7H^{13}O^3)^2Ba.\frac{1}{2}H^2O$. Cet acide semble provenir d'une saponification de l'amine pendant l'oxydation.

2° L'acide caproïque $C^5H^{11}COOH$, identifié par son point d'ébullition (102° sous 15^{mm}) et par son sel de baryum. Cet acide ne peut provenir que d'une oxydation du précédent.

II. *Amine tertiaire.* — La triméthylamine, employée dans les mêmes conditions, agit différemment.

1° La réaction est très lente. Au bout de deux jours on retrouve encore, en distillant, plus de 50 pour 100 de bromo-œnanthol.

2° Le précipité formé contient les éléments du bromo-œnanthol. C'est un bromure d'ammonium quaternaire :



$$C^5H^{11}CH(CHO)N(CH^3)^3Br.$$

C'est un corps insoluble dans l'éther, le bromure d'éthyle, l'éther de pétrole, la benzine et le tétrachlorure, très soluble dans l'eau, les alcools éthylique et méthylique, le chloroforme, l'acétone.

Ce produit fond à 126° et semble se décomposer aussitôt après.

Ces différences dans l'allure de la réaction, suivant que l'amine est secondaire ou tertiaire, font supposer que le mécanisme n'est pas le même dans les deux cas. Dans l'exemple de la diéthylamine qui possède encore un hydrogène mobile, on peut songer à une intervention temporaire de la fonction aldéhyde.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les o-cyclohexylcyclohexanols.*

Note de MM. **Vavon** et **V. M. Mitchovitch**, présentée par M. Ch. Moureu.

L'un de nous a montré en collaboration avec MM. Anziani et Herynk [1] que l'*o*-cyclohexylcyclohexanone donne par hydrogénation deux alcools différents : l'un fondant à 53-54° (phényluréthane, F = 132°) quand on emploie l'alcool et le sodium, l'autre fondant à 60° (phényluréthane, F = 148°) quand on emploie le noir de platine. Le premier de ces alcools

(1) Vavon, Anziani et Herynk, *Bull. Soc. chim.*, 39, 1926, p. 1138.

s'éthérifie plus vite que le second et de même les éthers du premier se saponifient beaucoup plus facilement que ceux du second. Pour cette raison, nous attribuons au premier de ces alcools la structure *trans*, au second la structure *cis*.

Dans la bibliographie on trouve décrits comme *o*-cyclohexylcyclohexanols plusieurs corps dont les constantes physiques ou celles de leurs dérivés sont différentes des constantes précédentes.

Ainsi Wallach [1] par hydrogénation au sodium de l'*o*-cyclohexylcyclohexanone obtient un alcool fondant à 42° et dont la phényluréthane fond à 117°; le cyclohexanol, sous l'action de la potasse, donne à M. Guerbet [2] un *o*-cyclohexylcyclohexanol liquide bouillant à 178°-180° sous 55^{mm}, à M. Bedos [3] un corps liquide dont la phényluréthane fond à 114°.

Par hydrogénation au nickel de l'*o*-phénylphénol, Braun, Gruber et Kirschbaum [4] obtiennent un liquide E_{12} 134°-135° dont la phényluréthane fond à 113-115°.

L'action du chlorure de cyclohexylmagnésium sur l'oxyde de cyclohexène donne à M. Bedos [3] un alcool liquide E_{13} 134-136° dont la phényluréthane fond à 122°.

Devant ces divergences, nous avons repris la préparation de l'*o*-cyclohexylcyclohexanol par des méthodes variées afin de voir s'il existait plus de 2 isomères. Cette question nous a paru d'autant plus intéressante que la théorie de Baeyer, aujourd'hui battue en brèche de différents côtés, ne laisse prévoir que 2 isomères, tandis que la représentation non plane du cyclohexane donnée par Sachse laisse prévoir un nombre d'isomères beaucoup plus grand. Nous avons cherché à préparer l'*o*-cyclohexylcyclohexanol par les trois procédés suivants : hydrogénation de l'*o*-phénylphénol, action du magnésien du chlorure de cyclohexyle sur l'*o*-chlorocyclohexanol, puis sur l'oxyde de cyclohexène.

Par hydrogénation au noir de platine de l'*o*-phénylphénol nous avons obtenu un alcool fondant à 60° et dont la phényluréthane fond à 148°. C'est l'alcool *cis* précédemment décrit.

L'action de magnésien du chlorure de cyclohexyle sur l'*o*-chlororocyclo-

---

(1) Wallach, *Ann.*, **381**, 1911, p. 102.

(2) Guerbet, *Comptes rendus*, **155**, 1912, p. 1156.

(3) Bedos, *Thèse de doctorat*, Montpellier, 1925; *Bull. Soc. chim.*, **39** 1926, p. 473.

(4) Braun, Gruber et Kirchbaum, *Ber. der chem. Ges.*, **55**, 1922, p. 3664.

hexanol ainsi que sur l'oxyde de cyclohexène nous a conduit à un troisième alcool qui, purifié par l'intermédiaire de son dinitrobenzoate, fond à 34°. Nous avons d'abord cherché à bien établir que ce troisième corps était un individu chimique nettement différent des deux précédents. A cet effet, nous avons préparé un certain nombre de dérivés de ces trois alcools dont nous donnons les points de fusion ci-dessous :

	Cis.	*Trans.*	Troisième alcool.
Alcool................	60°	54°	34°
Phényluréthane.........	148°	132°	122°
Phtalate acide..........	126°-127°	123°-124°	92°-93°
Dinitrobenzoate.........	122°,5-123°,5	124°-125°	102°
p-nitrobenzoate.........	112°-113°	87°, 96°-97°	49°-50°

De plus, nous avons fait des mesures de vitesse de saponification de trois phtalates acides. Voici les constantes de vitesse trouvées à 69° dans l'alcool à 96 pour 100 : pour le *trans* 2,2, pour le *cis* 0,20, pour le troisième alcool 0,16. Tandis que les deux premiers alcools, par oxydation au mélange chromique, donnent la cyclohexylcyclohexanone point de départ, l'oxydation du troisième alcool conduit à une cétone différente dont la vitesse d'oxydation est d'environ vingt fois plus lente que celle de l'*o*-cyclohexylcyclohexanone. Tous ces faits montrent nettement que ce troisième alcool est un individu chimique différent des deux premiers et son analyse correspond bien à la formule globale $C^{12}H^{22}O$. Avant de conclure à l'existence d'un troisième *o*-cyclohexylcyclohexanol il nous restait à voir si la réaction du magnésien du chlorure de cyclohexyle sur l'*o*-chlorocyclohexanol ou sur l'oxyde de cyclohexène s'était faite normalement, sans isomérisation de position ni rupture de cycle.

Une isomérisation de position, amenant le radical cyclohexyle en méta ou para, nous parut peu vraisemblable par suite de la lenteur des réactions de ce troisième alcool et de ses dérivés. Guidés par les résultats récemment obtenus par M. Godchot et Mlle Cauquil (¹) dans l'action de CH^3MgI sur l'α-chlorocycloheptanol qui conduit, par rupture du cycle en C^7, au méthylcyclohexylcarbinol, nous avons pensé que notre troisième alcool était peut-être le cyclopentylcyclohexylcarbinol $C^5H^9 - CH.OH - C^6H^{11}$.

En vue de vérifier cette hypothèse, nous avons fait réagir l'aldéhyde hexahydrobenzoïque sur le magnésien du chlorure de cyclopentyle. L'alcool

---

(¹) Godchot et Mlle Cauquil, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 375.

ainsi formé fond à 34°, sa phényluréthane à 122°, son dinitrobenzoate à 102°. Ce sont précisément là les constantes de notre troisième alcool et de ses dérivés; l'épreuve du point de fusion du mélange établit indiscutablement l'identité des deux séries de dérivés.

L'action du magnésien du chlorure de cyclohexyle sur l'o-chlorocyclohexanol ou sur l'oxyde de cyclohexène conduit ainsi, non à un o-cyclohexylcyclohexanol, mais au cyclopentylcyclohexylcarbinol par suite d'une rupture du cycle en C^6, rupture analogue à celle que M. Godchot et Mlle Cauquil ont constaté pour le cycle en C^7, ..., et jusqu'à présent nous n'avons réussi à préparer que deux *o*-cyclohexylcyclohexanols.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la séparation de cétones non saturées stéréoisomères.* Note (¹) de MM. **R. Locquin** et **R. Heilmann**, présentée par M. Moureu.

Dans les cétones α-β non saturées la théorie prévoit l'existence de deux stéréoisomères :

(I)



et

(II)



Chacun d'eux étant capable d'engendrer deux dérivés azotés stéréochimiquement distincts on peut ainsi avoir, par exemple, quatre semicarbazones différentes.

Jusqu'à présent on n'a pas encore, à partir d'une même cétone α-β non saturée, isolé tous les dérivés isomères possibles mais, depuis longtemps déjà, on a souvent obtenu deux oximes, semicarbazones ou phénylsemicarbazones. MM. Heilbronn et J. Wilson sont même arrivés à séparer et à transformer l'une dans l'autre, par action de la lumière ultraviolette, *trois* semicarbazones sur les quatre stéréoisomériquement possibles de la phénylstyrylcétone.

Toutefois nous n'avons pas connaissance que, dans la série grasse et sur des semicarbazones de cétones relativement simples, on se soit attaché à déterminer si l'on se trouvait en présence d'une stéréoisomérie préexistant

(¹) Séance du 5 mars 1928.

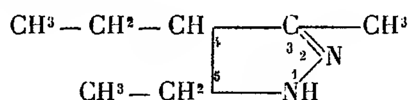
dans le squelette cétonique lui-même [schémas (I) et (II)] ou bien s'il s'agissait d'une stéréoisomérie créée en quelque sorte extérieurement à ce squelette par introduction du groupement azoté.

C'est une détermination de ce genre que nous avons entreprise à partir de la *propényl-2-pentanone-3* $\begin{matrix} CH^3-CH^2 \\ CH^3-CH \end{matrix}\!\!\gg C-CO-CH^3$ d'une part et de la *buténym-4-heptanone-5* $\begin{matrix} CH^3-CH^2-CH^2 \\ CH^3-CH^2-CH \end{matrix}\!\!\gg C-CO-CH^3$ d'autre part, cétones obtenues elles-mêmes par déshydratation des cétones α-hydroxylées correspondantes $(R-CH^2)^2=C(OH)-CO-CH^3$.

I. *Étude de la propényl-2-pentanone-2.* — Cette cétone brute (Eb : 151-153°), traitée par la semicarbazide libre en milieu hydroalcoolique donne une masse cristalline nettement séparable en deux fractions fondant l'une à 201° et l'autre à 161°. Toutes les deux correspondent exactement à la même formule brute $C^8H^{15}ON^3$ et sont facilement hydrolysables par ébullition avec une solution aqueuse d'acide oxalique. Elles sont bien l'une et l'autre constituées par des semicarbazones normales.

Du corps fondant à 201° on libère ainsi une cétone éthylénique en $C^7H^{12}O$ ($Éb_{747}=$ 150-151°; $D_4^{12}=0,8718$) tandis que du corps fondant à 161° on extrait une cétone isomère de la précédente ($Éb_{747}=$ 153-154°; $D_4^{11}=0,8789$). Chacune des cétones ainsi régénérées, traitée à nouveau par la semicarbazide, redonne exclusivement la semicarbazone dont on l'avait extraite, ce qui indique que l'isomérie n'est pas apportée par le groupement azoté, mais qu'elle préexistait dans les cétones elles-mêmes.

D'autre part, sous l'action de l'hydrate d'hydrazine, elles donnent l'une et l'autre la même *pyrazoline* ($Éb_{10}=$ 72-73°) :



caractérisable par un *dérivé benzène sulfoné* fondant à 129-130° et par *deux dérivés parabromobenzène sulfonés* fondant l'un à 110° puis à 125 après resolidification, l'autre à 90-91°.

Dans l'un et l'autre cas on a donc bien affaire à deux cétones non saturées en α-β qui ne peuvent être que stéréochimiquement isomères.

II. *Étude de la butényl-4-heptanone-5.* — Cette cétone brute ($Éb_9=$ 70-72°) fournit deux semi carbazones en $C^{10}H^{19}ON^3$ fondant respectivement à 141-142° et à 110° d'autre part, ce dernier point pouvant s'élever au-dessus de 121° après resolidification.

Par hydrolyse de ces deux semicarbazones on extrait de la première une cétone éthylénique en $C^9H^{16}O$ ($Éb_{11}=$ 71°; $D_4^{15}=0,8620$) et de la seconde une cétone isomère de la précédente ($Éb_{11}=$ 74°; $D_4^{11}=0,8668$). Chacune de ces cétones traitée à nouveau par la semicarbazide redonne *uniquement* le composé cristallisé dont on l'avait extraite. Sous l'action de l'hydrate d'hydrazine l'une et l'autre donne la

3-methyl-4-propyl-5-éthylpyrazoline caractérisable par un *dérivé benzène sulfoné* (P. F. = 107-108°) et par *deux dérivés parabromobenzène sulfonés* fondant respectivement à 155° et à 119-121°.

On voit en somme, qu'aussi bien à partir de la butényl-4-heptanone-5 qu'à partir de la propényl-2-pentanone-3, nous avons séparé et isolé les deux stéroisomères (genre maléique et fumarique) que peuvent fournir chacune de ces cétones éthyléniques, mais nous n'avons pu les transformer l'un dans l'autre.

GÉOLOGIE. — *Sur la géologie du pays Goundafi* (*Haut Atlas marocain*). Note de M. **L. Neltner**, présentée par M. Pierre Termier.

Le synclinal permotriasique de l'oued Nfis divise le pays en deux régions distinctes (comme M. Brives l'avait déjà reconnu) :

Une région Ouest où les plis très serrés ont une direction hercynieme Nord-Nord-Est ;

Une région Est où domine la direction alpine Est-Nord-Est.

Les plis alpins déversés vers le Sud présentent un laminage du flanc inverse allant jusqu'au pli-faille et même au recouvrement local par le Primaire de la bordure crétacée (observé au Mamelon Sud de Laouah n'Guinous).

Le Crétacé m'a donné une faune encore incomplètement étudiée mais où M. Lambert a reconnu : *Hemiaster Batnensis, Goniopygus Meslei* et *Goniopygus Messaoud* du Cénomanien supérieur d'Algérie.

Le Primaire, très peu fossilifère, ne m'a rien donné dans les schistes, mais par contre les calcaires m'ont fourni une assez belle faune d'Archaeocyathidés (*Archaeocyathus, Coscinocyathus, Spirocyathus*, ...) qui, d'après Taylor, seraient du Géorgien. Une bonne coupe de la série géorgienne est fournie par la profonde vallée de l'oued Agoundis :

A la base, des poudingues à galets de roches éruptives, puis une succession de calcaires dolomitiques faiblement spathiques de teinte très variable (du jaune clair au noir) et de calcaires noirs en plaquettes avec quelques bancs de roches éruptives interstratifiées. C'est au sommet de cette série épaisse d'au moins 500^m que j'ai trouvé dans les calcaires dolomitiques le point fossilifère; il se trouve à 100^m environ à l'est du Tizi n'Ouchedenne.

Il est intéressant de noter que sur cette série repose une grosse masse de

grès micacés et chloriteux un peu calcaires, très voisins de ceux signalés par M. Bourcart près de Tiznit dans la même position stratigraphique.

Le Cambrien à *Archaeocyathus*, déjà signalé dans l'Antiatlas et les Djebilets, présente donc au Maroc une très grande extension.

GÉOLOGIE. — *Le Bassin d'Aquitaine à l'époque helvétienne : le golfe marin.* Note de M. J. REPELIN, présentée par M. Pierre Termier.

L'état d'avancement des feuilles *Toulouse* et *Bayonne* à $\frac{1}{320000}$ de la Carte géologique de France nous permet maintenant de tenter un essai de reconstitution du golfe miocène d'Aquitaine, un tracé suffisamment exact de l'extension des divers dépôts de faciès différents.

Le faciès marin est assez étendu; toutefois les faluns véritables n'existent pour ainsi dire que dans la région Nord aux environs de Salles, de Saurats et de Martignas. La limite septentrionale du golfe tracée sur la carte ci-jointe représente un minimum d'extension dans cette direction. Dans le Sud, au delà d'une ligne allant de Xaintrailles à Morcenx, c'est le faciès des sables fauves qui domine, avec des intercalations de calcaires grossiers (mollasse marine), comme à Mont-de-Marsan, ou même des faluns bleuâtres, comme à Orthez.

A l'est du Bordelais, les derniers affleurements de Miocène helvétien sont ceux des environs de Saurats. L'altitude des dépôts éocènes et oligocènes nous permet d'admettre que la mer helvétienne n'a pas dépassé la Garonne. On ne connaît d'ailleurs aucun affleurement miocène en Entre-deux-Mers.

Plus au Sud, les dernières traces laissées par la mer helvétienne sont les sables fauves de Xaintrailles près de Nérac et les argiles graveleuses à *Ostrea crassissima* de la colline portant la métairie de Lauba à l'est de Lectoure. Ces argiles passent immédiatement à l'est de Lauba à des mollasses argileuses d'eau douce à peu près semblables. Le même passage latéral s'observe dans toute la partie comprise entre Lectoure et Aignan et, près de cette localité, l'observation est des plus nettes et des plus faciles. La limite d'extension au Sud des sables fauves passe entre Aignan et Plaisance et, plus au Sud-Ouest, c'est un peu au sud d'Orthez et d'Arzac que l'on voit les sables fauves se charger de plus en plus de graviers et les faluns qui les supportent disparaître, passant eux aussi au faciès graveleux. Dans la région Aire-sur-Adour, Grenade, Mont-de-Marsan, Saint-Sever, Marone,

les dépôts marins sous la forme mollasse marine sont épais, les sables fauves peu importants.

Tel devait être le golfe marin. Les limites en sont indiquées sur la carte jointe à cette Note, sur laquelle j'ai marqué aussi les limites des divers faciès continentaux du même âge, faciès qu'il me reste à définir de façon précise.

BOTANIQUE. — *Sur la localisation cytologique des peroxydases et des oxydases.* Note de M. G. **Mangenot**, présentée par M. Molliard.

Les récentes recherches de Marcel Prenant ont montré (¹) la possibilité d'étudier la localisation des peroxydases dans les cellules animales. Il a semblé qu'il serait intéressant de poursuivre des investigations du même ordre sur les cellules végétales. Cette Note résume les premiers résultats obtenus dans cette voie. La technique employée a été celle de Madelung.

Dans un très grand nombre de végétaux, les corps susceptibles de transporter l'oxygène atomique de l'eau oxygénée sur la benzidine pour oxyder celle-ci en bleu de benzidine (peroxydases) sont situés *dans les vacuoles;* au sein de cellules traitées par les réactifs de Madelung, les éléments colorés en bleu sont, en effet, très souvent, de nombreuses granulations, isolées ou groupées en grumeaux irréguliers, immobiles ou animées de mouvements browniens; ces grains correspondent manifestement à des précipités vacuolaires. On observe de telles images dans les cellules des végétaux chlorophylliens les plus divers : feuilles d'*Elodea*, d'*Iris*, d'*Allium;* pétales de Tulipes, d'*Acacia;* tiges de Ricin, de Fève, de Pois, etc.

Chez divers Champignons, notamment chez *Oïdium lactis* et *Endomyces Magnusii*, la coloration bleue n'apparaît qu'exceptionnellement au niveau des vacuoles; c'est *sur les chondriosomes* que la benzidine est ici oxydée; ces éléments, intacts ou légèrement altérés (transformés plus ou moins complètement en petites vésicules), sont colorés en bleu pur. La netteté des images est extrême et ne permet aucun doute.

Que les vacuoles ou les chondriosomes soient colorés, l'aspect des cellules traitées par la benzidine, puis par l'eau oxygénée, est comparable à celui d'éléments qui auraient été l'objet d'une coloration vitale : le cytoplasma et le noyau ne sont jamais teintés. Mais les mêmes cellules peuvent, si l'action des réactifs de Madelung a été trop brutale (excès d'acide acétique ou d'eau oxygénée; séjour trop prolongé dans les réactifs), donner lieu à des images très différentes : les vacuoles ou les chondriosomes, désorganisés, ne sont plus reconnaissables; le cytoplasma, le noyau et la membrane cellulosopectique sont uniformément colorés en bleu : aspects

(¹) Marcel Prenant. *Études histologiques sur les peroxydases animales* (*Arch. de Morph. gén. et exp.*, fasc. 21, 1924, 144 pages).

comparables à ceux que présenteraient des cellules mortes dans une solution d'un colorant vital.

Ces résultats confirment certaines conclusions des recherches de M. Prenant. Il paraît probable en effet que, chez les Végétaux comme chez les Animaux, il serait « vain de rechercher un rôle général des ferments oxydants en question »; les cellules assimilatrices de la feuille d'*Elodea* ont, sans nul doute, des fonctions fort différentes de celles des cellules parenchymateuses de la tige de Ricin, et les vacuoles de ces deux catégories cellulaires des compositions chimiques fort dissemblables; ces vacuoles ne sauraient être comparées, d'autre part, au point de vue fonctionnel ou chimique, avec les chondriosomes d'un *Endomyces* ou d'un *Oïdium*. Par conséquent, le groupement des corps à fonction peroxydasique est bien « une création artificielle de nos réactifs ». Mais il a été possible de définir la localisation cytologique des peroxydases d'une manière plus précise que ne l'avaient fait les biologistes ayant précédemment étudié cette question : la coloration des substances intercellulaires (membranes) paraît n'être qu'un phénomène secondaire, consécutif à des lésions brutales du protoplasma; de même la coloration diffuse du cytoplasma ou celle du noyau; ce dernier fait doit être rapproché, d'ailleurs, de ceux qui permirent à M. Prenant d'affirmer que l'activité oxydante des noyaux n'est « dans l'énorme majorité des cas au moins, décelable à la benzidine que quelque temps après la mort ». *Les peroxydases sont localisées dans les chondriosomes ou, plus souvent, dans les vacuoles.*

Et il apparaît comme fort probable que la plupart des *granulations peroxydasiques* observées par les auteurs ayant étudié la localisation des peroxydases dans les cellules animales, sont des vacuoles ou des précipités vacuolaires.

Les oxydases sont sans doute, elles aussi, localisées fort souvent dans les vacuoles. Une expérience particulièrement nette, exécutée sur les fleurs de diverses espèces d'*Acacia*, est très suggestive à ce point de vue; chaque cellule des diverses pièces florales possède, chez ces Légumineuses, deux vacuole distinctes : l'une renferme des composés phénoliques, incolores dans les pétales ou de teinte jaune (flavones) dans les étamines; l'autre est absolument dépourvue de telles substances. Or, seules ces vacuoles sans corps phénoliques forment des précipités bleus sous l'influence des réactifs de Madelung; mais si les fleurs sont immergées dans une solution à 1 pour 100 d'hydroquinone, de diamidophénol ou de vitérol, ces phénols pénètrent dans les autres vacuoles, y sont aussitôt oxydés et y donnent lieu à des sphé-

rules de couleur brune ou noire, véritables grains de mélanine [1]. Dans les cellules des fleurs d'*Acacia*, une des vacuoles contient donc des peroxydases, tandis que l'autre renferme des oxydases. Ces faits n'excluent pas, bien entendu, que les chondriosomes puissent, dans certains cas, présenter des fonctions oxydasiques, ainsi que le démontrent les recherches de Chodat et Bach, puis de Chodat et Rouge; certaines observations récentes de Joyet-Lavergne, observations qu'il ne m'a pas été possible de vérifier, se rapportent peut-être aussi à ce même ordre de faits.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les phénomènes de nécrose dans la Pomme de terre atteinte de la maladie de l'enroulement.* Note de M. **Tsen-Cheng**, présentée par M. Molliard.

Les phénomènes de nécrose qui se produisent dans la Pomme de terre atteinte d'enroulement ont été étudiés par : Quanjer (1913), Schouder et Tiesenhausen (1914), Artschwagen (1918), Appel (1918), Esmarch (1919), Ortwijn-Botjes (1920), Foëx (1921), Ducomet (1922), Berhmer (1923). Ces auteurs ne paraissent pas avoir étudié le contenu cellulaire; toute leur attention semble s'être portée sur la membrane, qui est le siège d'une altération qui atteint d'abord les composés pectiques, puis la lignine et la subérine et qui débute par un gonflement des angles de la membrane. Mais tandis que la majorité de ces auteurs admettent que cette nécrose est le symptôme de la maladie, Quanjer en fait la cause de la maladie.

Nous avons indiqué, dans une précédente Note, les modifications histopathologiques qui se produisent dans la Pomme de terre atteinte d'enroulement et qui se traduisent par la présence abondante d'amidon, de substances tanniques, albuminoïdes et de matières pectiques ainsi que par une augmentation de l'acidité et de la concentration des vacuoles. Ces modifications sont accompagnées de phénomènes de nécrose qui feront l'objet de cette Note et qui ne nous permettent pas de confirmer les résultats des auteurs mentionnés. Il ne nous a pas été possible de constater l'existence d'un rapport de cause à effet entre les modifications d'ordre général dont nous venons de parler et les processus localisés de nécrose.

Remarquons d'abord que dans les conditions normales, les tubes criblés

---

(1) Il conviendra de rechercher si les grains de mélanine n'ont pas, chez les animaux, dans certains cas tout au moins, une origine ou une localisation vacuolaire.

dans les Pommes de terre saines, comme dans tous les végétaux vasculaires, sont souvent des éléments éphémères qui disparaissent après un certain temps de fonctionnement. Dans une tige de Pomme de terre saine, on trouve donc constamment un certain nombre de tubes criblés en voie de dégénérescence. C'est pourquoi Esmarch a trouvé des cas de nécrose dans des Pommes de terre saines.

Si l'on compare la disparition des tubes criblés, dans la Pomme de terre saine et dans la Pomme de terre atteinte d'enroulement, on constate que le début de ce phénomène de dégénérescence des tubes criblés est le même dans les deux cas. Mais la suite du processus de nécrose est bien différente dans la Pomme de terre malade. Dans la plante saine, les tubes nécrosés disparaissent complètement sans laisser de trace dans la plupart des cas. Le contenu cellulaire des plantes malades étant beaucoup plus dense que celui des plantes saines, les produits de la nécrose y sont beaucoup plus abondants.

En outre les cellules qui entourent le tube criblé en voie de nécrose présentent toujours dans la Pomme de terre malade des lésions assez appréciables; ces cellules épaississent leur membrane : des réactions microchimiques appropriées nous ont montré que cette membrane est en grande partie de nature pectique et qu'elle est aussi parfois lignifiée et subérifiée comme l'ont constaté tous les auteurs. La dernière couche, qui est en contact avec le protoplasme de la cellule réagissant, ne présente pas les réactions des composés pectiques. On peut admettre que ce phénomène est une réaction des cellules contre les substances provenant du foyer de nécrose autour duquel elles sont situées. Une cellule qui commence à se nécroser, présente un protoplasme très dense au sein duquel la vacuole n'est plus réellement reconnaissable. Colorée vitalement par le rouge neutre, une telle cellule retient presque tout entière le colorant, c'est à peine si, dans certains cas, quelques précipités vacuolaires se teignent avec plus d'intensité que les autres parties de la cellule. Le protoplasme lui-même se colore donc, ce qui semble indiquer que la cellule est morte. Ces phénomènes vont en s'accentuant, et le contenu cellulaire tout entier se trouve bientôt réduit à l'état d'une masse dense. La membrane qui enveloppe cette cellule s'amincit et se contracte en se séparant des cellules voisines; il se produit alors un large décollement d'où les substances du foyer nécrotique fusent, particulièrement dans le méat. En même temps, les membranes des cellules environnantes, qui sont au contact de ces substances, s'épaississent. La cellule en voie de nécrose, désormais réduite à l'état d'un grumeau retenant les colorants et contenant encore quelques grains d'amidon plus ou moins altérés,

se contracte rapidement et devient de plus en plus petite. Elle finit par disparaître presque totalement. Il n'en subsiste que quelques grains brunâtres avec un noyau dégénéré, très chromophile, comprimé dans l'étroit espace laissé entre les cellules environnantes. Lorsque les parties de ces dernières en contact avec les éléments en voie de dégénérescence sont épaissies et modifiées, il semble que dans certaines les substances résultant de la dégénérescence puissent fuser par les méats; à quelque distance du foyer de nécrose et au contact de ces substances les membranes de cellules saines peuvent s'épaissir et subir la transformation pectique. Ce sont ces derniers aspects d'altération par contact que les auteurs ont considérés comme représentant les premiers stades du phénomène de dégénérescence.

On voit que nos conclusions sont entièrement différentes, puisque, pour nous, ces figures ne sont qu'une conséquence ultime et facultative du processus de nécrose. Tandis que pour les auteurs, la nécrose commence par la membrane cellulaire pour se propager seulement ensuite à la cavité cellulaire, produisant de la matière pectique au début, puis ensuite de la lignine et de la subérine. Pour nous, au contraire, la nécrose frappe d'abord le protoplasme et ensuite, mais seulement ensuite, les parties nécrosées sont susceptibles de déterminer sur les cellules vivantes certaines altérations de la membrane au contact desquelles elles se trouvent : elles se lignifient et se subérifient au début, et se modifient ensuite en se surchargeant de composés pectiques.

La nécrose de la Pomme de terre malade n'est donc dans la plupart des cas qu'une exagération de la destruction normale des tubes criblés accompagnée de réactions de défense de la part des cellules voisines.

PHYSIOLOGIE. — *Toxicités comparées des sérums provenant du sang veineux et du sang du cordon ombilical.* Note de M. **Auguste Lumière** et Mme **R.-H. Grange**, présentée par M. Roux.

Il a été établi par l'un de nous que le sérum humain injecté dans la circulation du cobaye provoque parfois un choc mortel ou des accidents plus ou moins graves, alors qu'il est dans d'autres cas complètement inoffensif; cette différence de nocivité n'a pu être rattachée ni à un état pathologique du sujet donneur de sérum, ni à d'autres conditions de l'expérience [1].

Les caractères du choc ou des accidents sériques aigus ont fait attribuer

(1) Auguste Lumière, *Contribution à l'étude des sérums normaux* (*Comptes rendus*, 179, 1924, p. 790).

ces troubles, soit à la présence de floculats préformés dans le sérum, soit à une réaction entre les colloïdes de ce sérum et ceux du plasma de l'animal injecté, réaction conduisant à une précipitation analogue à celle que l'on observe quelquefois quand on procède à l'épreuve de la compatibilité sanguine, avant la transfusion du sang.

Nous avons pensé que l'on pourrait peut-être trouver une nouvelle preuve de l'existence des floculats sériques ou de différences dans la stabilité humorale en comparant les effets des sérums provenant d'une part du sang d'une femme en état de grossesse au moment de son accouchement et, d'autre part, du sang prélevé au niveau de la section du cordon, côté maternel, et ayant, par conséquent, traversé le réseau des capillaires placentaires.

Voici le résultat de l'une de nos expériences les plus typiques :

Un cobaye de 475g reçoit dans le cœur gauche 1cm³ de sérum préparé avec le sang d'une saignée pratiquée au niveau de la médiane basilique, chez une femme, aussitôt après son accouchement. L'animal fortement choqué tombe sur le côté au bout d'une minute; après de violentes convulsions, il se relève, puis retombe de nouveau en présentant les mêmes symptômes; la crise dure dix minutes et l'animal meurt. L'autopsie montre une congestion intense des poumons et de l'intestin grêle.

Le même essai est répété avec le sérum provenant du sang du cordon sans qu'aucun choc se manifeste.

Dans d'autres expériences, il est arrivé que le sérum de la mère étant mortel, celui du cordon ne donne que des troubles légers : prurit, myoclonies ou paraplégies passagères, hérissonnement, etc.

Dans des cas plus rares encore, la toxicité sérique subsiste cependant après le passage du sang dans le placenta. Il est probable alors que ce n'est plus un précipité préexistant dans le sang qui est responsable des accidents, mais une réaction intercolloïdale de floculation entre des éléments sériques et des éléments plasmatiques ; c'est ce que des investigations en cours nous apprendront vraisemblablement.

Quoi qu'il en soit, nous n'avons rencontré aucun cas dans lequel le sang placentaire ait fourni un sérum plus toxique que celui du sang maternel prélevé directement dans la circulation veineuse.

Nous n'avons pas toujours pu nous procurer chez le même sujet et en même temps le sang de la circulation générale et le sang du cordon, car lorsque l'hémorragie obstétricale avait été un peu abondante, il était contre-indiqué de pratiquer encore chez ces parturientes, une saignée, fût-elle seulement de quelques centimètres cubes.

C'est ce qui explique pourquoi notre expérimentation a porté surtout sur

le sang du cordon. Rappelons que dans l'étude antérieure que nous avons faite de la toxicité du sérum normal chez des sujets en bonne santé, nous avons trouvé que 50 pour 100 environ de ces sérums étaient toxiques.

Les nouveaux essais comparatifs qui font l'objet de cette Note se rapportent à 50 échantillons de sérum, dont 13 concernant le sang de la circulation veineuse et 37 le sang du cordon. Or, sur les 13 premiers échantillons, 9 ont donné des chocs mortels, tandis que sur les 37 prélèvements de sang venant du placenta, 2 seulement ont présenté une toxicité suffisante pour tuer le cobaye.

PHYSIOLOGIE DU TRAVAIL. — *Variation du temps de réaction psychomotrice visuelle, en fonction de l'éclairement.* Note (¹) de MM. **Henri Pottevin** et **Robert Faillie**, présentée par M. d'Arsonval.

L'influence de l'éclairage sur le rendement et la fatigue, ainsi que sur la fréquence des accidents dans les travaux professionnels, a fait, au cours de ces dernières années, l'objet de nombreuses publications. Les résultats énoncés, trop souvent discordants, sont toujours d'une interprétation difficile, en raison du grand nombre de facteurs dont ils dépendent.

Nous pensons que la solution de ces problèmes doit être facilitée par l'étude particulière des réactions visuelles qui conditionnent l'activité musculaire.

Les expériences dont nous donnons aujourd'hui les résultats ont eu pour objet de déterminer comment varie, en fonction de l'éclairement, le temps de réaction psychomotrice visuelle. Elles ont été faites à l'aide du chronoscope de d'Arsonval. Une aiguille entraînée par un moteur, synchrone avec un diapason entretenu électriquement, se meut dans un plan vertical, devant un cadran divisé. L'aiguille et le cadran sont de même teinte. L'excitation visuelle est donnée par la mise en mouvement de l'aiguille, et la réaction du sujet se traduit par une pression sur une manette qui détermine l'arrêt.

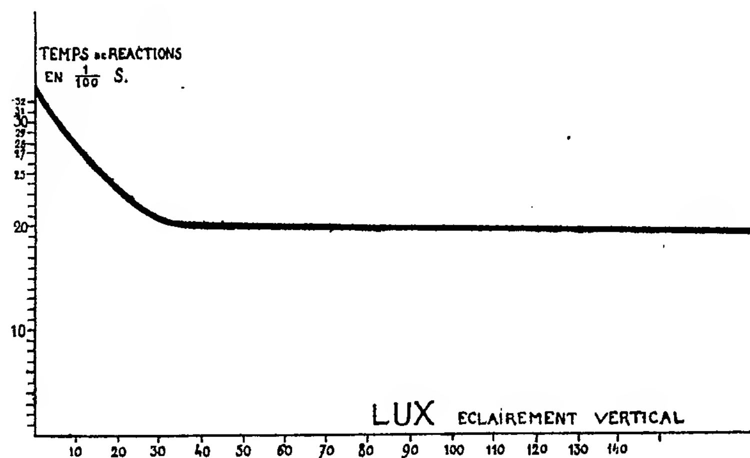
Nous avons opéré au centre d'un laboratoire dont les parois et le plafond sont peints en blanc mat. Il est muni d'un puissant éclairage indirect, constitué par quatre groupes de lampes dont la lumière est réfléchie vers le plafond par des coupes en tôle émaillée.

Par le changement des lampes nous avons pu faire varier l'intensité de

(¹) Séance du 5 mars 1928.

l'éclairement, mesurée sur le plan vertical du cadran, de 0,7 à 140 lux. Les mesures comparatives faites au même point, dans le plan horizontal, ont indiqué des intensités d'éclairement qui sont, avec les précédentes, dans le rapport de 2 à 1.

La courbe ci-dessous traduit les résultats obtenus. Les abscisses correspondent aux éclairements, mesurés en lux, sur le plan du cadran; les ordonnées aux temps de réaction, évalués en centièmes de seconde. Chaque ordonnée est la moyenne de celles qui correspondent aux courbes individuelles des divers observateurs qui ont collaboré aux expériences, sujets à vision normale ou corrigée. Les courbes individuelles s'écartent très peu les unes des autres. La différence entre les temps extrêmes, relevés pour un même éclairement, n'a pas dépassé 4 centièmes de seconde. En outre elles font ressortir que les divers sujets se classent toujours dans le même ordre, quant à leurs temps de réaction quel que soit l'éclairement.



Avec de faibles éclairements, le temps de réaction est long. Il est de 32 centièmes de seconde sous 0,7 lux. Il décroît régulièrement quand l'intensité de l'éclairement augmente, et cela jusque vers 30 lux. Il est alors de 20 centièmes de seconde. Pour des intensités d'éclairement plus grandes il ne décroît plus que de façon insensible, atteignant seulement 19 centièmes de seconde sous 140 lux.

MICROBIOLOGIE. — *Recherches sur la flore microbienne des œufs congelés.* Note de MM. **Jean Verge** et **Edmond Grasset**, présentée par M. E. Leclainche.

Ces recherches ont été effectuées sur des œufs congelés importés de Chine en France. Les prélèvements étaient pratiqués avec un emporte-pièce stérile, dans des bidons étanches à couvercles soigneusement sertis ou soudés. Ces prélèvements intéressaient, autant que possible, toute l'épaisseur de la masse, de telle sorte que l'échantillon soumis à l'examen reflétât la physionomie exacte du contenu total du bidon.

a. Recherches quantitatives. — Les substances prélevées aseptiquement ont été ensemencées sur différents milieux, après dilution au millième, dans les deux heures qui suivirent leur récolte. La numération des colonies microbiennes, obtenues après 120 heures de culture, a donné les résultats exposés dans le tableau ci-dessous :

	Nombre de colonies par gramme de substance	
	sur gélatine à 20°.	sur gélose à 37°.
Blanc d'œuf	5000	1000
Jaune d'œuf	85000	30000
Œuf entier	30000	25000

Ces chiffres, relativement peu élevés, permettent de penser que les œufs congelés, par nous examinés, peuvent soutenir avantageusement la comparaison avec nombre d'œufs en coquille livrés par le commerce, même lorsque ces œufs ont été mirés au préalable.

L'œuf congelé ne semble pas représenter, partant, un milieu de culture très favorable. Nous avons recherché si la décongélation n'améliorait pas les conditions de développement des germes et quelle pouvait être la teneur microbienne des prélèvements laissés durant 24 heures à la température du laboratoire. La moyenne relevée est la suivante, après 120 heures de culture :

	Nombre de colonies par gramme de substance	
	sur gélatine à 20°.	sur gélose à 37°.
Blanc d'œuf	360 000	35 000
Jaune d'œuf	3 600 000	3 500 000
Œuf entier	4 000 000	2 000 000

Les œufs congelés apparaissent donc, après décongélation, comme un produit éminemment altérable : ils doivent être, de ce fait, utilisés dès leur sortie du frigorifique. Signalons enfin, après nombre d'auteurs (Fleming et Allison en particulier), le pouvoir hautement bactéricide du blanc d'œuf cru. Les chiffres des tableaux précédents apportent sur ce point des précisions définitives.

b. Recherches qualitatives. — Des échantillons examinés, les germes suivants ont pu être isolés et identifiés :

1° *Staphylococcus albus* et *aureus;*
2° *Sarcina alba;*
3° Microbe voisin de *B. coli*, mais liquéfiant la gélatine;
4° Entérocoque;
5° Bacille du genre *Corynebacterium*, à granulations métachromatiques abondantes au sein du protoplasma microbien;
6° Germe voisin de *B. pseudotuberculosis rodentium;*
7° *B. coli;*
8° *Proteus vulgare;*
9° *B. fæcalis alcaligenes;*
10° Bacilles du groupe du Paratyphique B, ayant beaucoup d'analogies avec *B. thioaminophilus* de H. Tissier.

c. Conclusions. — Parmi les germes ainsi étudiés, il en est quelques-uns qui semblent dénués de tout pouvoir pathogène. D'autres au contraire, appartenant aux groupes des Paratyphiques ou du Colibacille, peuvent être à l'origine de certaines toxi-infections alimentaires.

Pour restreindre le danger, rare à la vérité, mais toujours possible, il apparaît nécessaire de procéder à un examen bactériologique minutieux et sévère des œufs congelés. Sinon, on ne permettra l'utilisation de ces œufs que pour la préparation de produits soumis, au cours de leur fabrication, à l'action stérilisante de la chaleur.

A 16h l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h15m.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1927 (*suite*).

Annales des ponts et chaussées (Parties technique et administrative). Paris.
Annales des services techniques d'hygiène de la Ville de Paris. Paris.
Annales du Bureau central météorologique de France. Paris.
Annales du Musée colonial de Marseille. Marseille.
Annales du Musée du Congo belge. Bruxelles.
Annales scientifiques de l'Université de Jassy. Jassy.
Annali delle Università Toscane. Pisa.
Annals of Harvard College Observatory. Cambridge, Mass.
Annals of the Astronomical Observatory of Harvard College. Cambridge, Mass.
Année psychologique (L'). Paris.
Annuaire de l'Académie royale... de Belgique. Bruxelles.
Annuaire de la fondation Thiers. Issoudun.
Annuaire de la marée et des fournisseurs de la pêche maritime.
Annuaire de la marine. Paris.
Annuaire de l'Association amicale des anciens élèves de l'École centrale des arts et manufactures. Paris.
Annuaire de l'Institut de physique du globe. Strasbourg.
Annuaire de l'Observatoire royal de Belgique. Bruxelles.
Annuaire du Bureau des Longitudes. Paris.
Annuaire du Collège de France. Paris.
Annual Report of National Academy of Science. Washington.
Annual Report of the Adelaide Hospital. Adélaïde.
Annual Report of the Astronomer royal for Scotland. Edinburgh.
Annual Report of the Board of Regents of the Smithsonian Institution. Washington.
Annual Report of the Director of the Astronomical Observatory of Harvard College. Cambridge (Massachusetts).

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 MARS 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

BOTANIQUE. — *Contribution à l'étude biologique de l'Epicea* (Picea excelsa). Note de M. J. COSTANTIN.

Les recherches sur les fructifications des mycorhizes étant longues et difficiles, il est utile d'être guidé dans cette étude par des observations faites sur le terrain. J'ai pu, en 1923, prévoir que le Bolet granulé devait être en connexion symbiotique avec le Pin sylvestre. A la suite d'expériences qui ont duré trois années, faites en collaboration avec M. Dufour, l'influence du mycelium de Bolet granulé sur la croissance du Pin et sur sa résistance au dépérissement ont pu se manifester nettement (1). Ces résultats s'expliquaient grâce à la symbiose existant avec les racines, fait établi d'abord par M. Elias Melin par la méthode des cultures aseptiques (1923, 1924).

Pour que les observations faites sur place donnent des renseignements de valeur incontestable, de manière à orienter les expériences ultérieures, il est nécessaire que la saison soit favorable et que la poussée des Champignons se manifeste avec intensité et d'une manière générale. Il y a lieu, d'autre part, de grandement tenir compte de l'apparition de ce que j'ai appelé des « étoiles de sorcières », qui dessinent à la surface du sol en fructifications fongiques les racines d'un arbre s'irradiant à partir d'un tronc. Les conditions qui viennent d'être mentionnées ont été remplies en 1927 dans les Alpes de Savoie (vallée de Chamonix) et j'ai porté mon attention sur deux arbres très abondants, le Mélèze et l'Epicea.

---

(1) COSTANTIN et DUFOUR, *Sur les relations du Pin sylvestre et du Bolet granulé* (*Ann. sc. nat.*, *Bot.*, 10e série, 9, 1927, p. 271).

Les études faites sur le terrain dans les forêts exclusivement formées de Mélèzes avaient pour but de vérifier, par des observations faites sur une large échelle, un résultat affirmé à peu près simultanément par M. Melin (1922, 1925) et par M. Hammarlund (1923), que le *Boletus flavus* est le Champignon qui s'associe avec les racines du *Larix europæ*. Ce fait ayant été établi par plusieurs méthodes expérimentales, il paraissait très intéressant de le contrôler par des observations sur place.

Partout dans les forêts uniquement formées de Mélèzes, avec une régularité saisissante, j'ai constaté qu'il n'y avait au pied de ces arbres que le *Boletus flavus* et, de plus, partout des étoiles de sorcières apparaissaient dessinées sur le sol par cette espèce.

Ces constatations confirmatives contribuaient donc à donner aux observations une grande valeur. Aussi m'a-t-il paru très intéressant de mentionner les remarques que j'ai pu faire au sujet de l'Epicea.

Parmi les espèces mentionnées, en 1925, par M. Elias Melin comme vivant en symbiose avec le *Picea excelsa* il note : *Amanita muscaria*, *Cortinarius balteatus*, *Lactarius deliciosus* (méthode aseptique); parmi les types fongiques indéterminés extraits des racines en culture pure à l'état stérile, il a obtenu : *Mycelium radicis Abietis*. *M. radicis sylvestris* α, β, γ.

J'ai observé à plusieurs reprises l'Amanite tue-mouches et le Lactaire délicieux sous les *Picea*, mais jamais d'une manière abondante, et, en aucun cas, je n'ai vu ces fructifications se constituer en étoiles. Ces espèces n'ont probablement qu'une importance très subordonnée comme mycorhizes, au moins dans les Alpes de Savoie.

J'ai eu l'occasion dans trois régions différentes de la vallée de Chamonix (forêt de l'Aiguillette de Balme ou montagne des Posettes; au Planet de Montroc, forêt de Piclère; forêt conduisant au chalet du Plan de l'Aiguille), d'observer au pied de certains Epiceas un développement véritablement extraordinaire du *Polyporus ovinus*. Ce Champignon (appelé vulgairement croquette des sapinières et, dans la région de Chamonix, pied de mouton) formait des agglomérations d'une très grande abondance qui suivaient les racines et adhéraient à elles fortement; cela était très évident sur les racines émergeant du sol. Ces fructifications dessinaient au pied des arbres des étoiles de sorcières et, en même temps, les rayons de ces étoiles étaient réunis latéralement par des ronds de sorcières; on avait donc affaire à des étoiles-ronds de sorcières. L'abondance de ces Champignons était telle que j'ai pu compter, en un cas, près de deux cents fructifications au pied d'un arbre. En un autre point, j'ai récolté la moitié environ des Polypores poussant autour d'un pied et j'ai obtenu 3^{kg} de matière fongique qui, comme on sait, est comestible et consommée dans beaucoup de contrées.

Je dois ajouter que, d'une manière très fréquente, j'ai observé des étoiles de sorcières constituées par des Champignons appartenant au *Pholiota caperata*.

Les caractères qui viennent d'être mentionnés laissent penser que les deux espèces fongiques précédentes peuvent vivre en association avec les racines de l'Epicea. Comme elles n'ont pas été mentionnées jusqu'ici parmi

les espèces susceptibles de faire des mycorhizes, elles méritent d'être signalées en vue d'expériences à entreprendre avec elles pour vérifier si le mycelium de chacune d'elles a une influence sur le développement des arbres.

ÉCONOMIE POLITIQUE. — *Contre la création légale d'un nouveau franc-or de valeur réduite.* Note de M. **Ch. Lallemand.**

De divers côtés, soi-disant pour alléger le poids intolérable de la Dette publique et pour rendre au pays la monnaie stable qu'il réclame, on propose de créer un nouveau franc-or, de valeur réduite, qui remplacerait notre unique étalon monétaire actuel, le franc légal, défini par la loi du 7 germinal, an VI, — partie intégrante du Système métrique à la fondation duquel l'Académie des Sciences s'honore d'avoir largement contribué.

Or, la prétendue *stabilisation* dont il s'agit ne se justifierait en rien, car, moyennant quelques mesures de simple équité, les charges de la Dette peuvent être, sinon allégées, du moins rendues supportables.

Si, en effet, pour chacun des emprunts faits par l'État, avant, pendant et après la guerre, on ramène le montant nominal à la valeur-or correspondante, versée par les souscripteurs et facile à calculer d'après le cours du change de la devise la plus appréciée, on obtient, avec les avances de la Banque de France, un total d'environ 100 milliards de francs-or, dont le remboursement, effectué par exemple, au moyen d'un emprunt-or à 3 $^1/_2$ pour 100, taux courant d'avant-guerre, exigerait une annuité de 3,5 milliards de francs-or.

Sans nouvel accroissement de charges, cette somme pourrait, dans le budget actuel, être prélevée sur les 5 milliards de francs-or affectés aux services de la Dette et de l'Amortissement.

De même, à l'instar de la liquidation des assignats, opérée de la sorte, en l'an VI, sans aucunes difficultés, on réglerait, sur la base équitable des engagements réellement pris, les dettes de toutes natures, ramenées à leur valeur-or d'origine, contractées par les Départements, les Communes, les Établissements publics, les Compagnies, les Sociétés diverses et les particuliers.

Quant à la monnaie stable, on pourrait l'obtenir sans modifier en rien ni les salaires, ni les traitements, ni les impôts, ni le prix des choses et le coût de la vie — en un mot sans troubler aucune habitude. Il suffirait, pour cela, de faire échanger, par la Banque de France, le franc-papier contre les

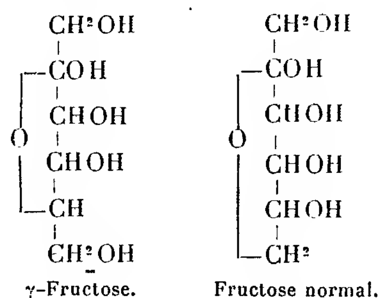
20 centimes-or qui représentent son cours actuel, — opération facile et sans danger puisque, à ce taux, les 60 milliards de francs-papier des billets en circulation seraient couverts et garantis en totalité par les 12 milliards de francs-or de l'Encaisse, du Portefeuille et des Devises achetées à ce jour.

Le double règlement ainsi opéré concilierait, on le voit, « le juste avec le possible », tandis que l'institution d'un nouveau franc-or, de valeur légale ravalée au cours du franc-papier, constituerait, à l'égard des créanciers de toutes natures, une escroquerie sans excuse.

Pour ce qui la touche, l'Académie des Sciences aurait, en ce dernier cas, un double motif de protester : contre l'atteinte ainsi portée au Système métrique et contre la violation flagrante infligée aux volontés des fondateurs de ses legs et aux intérêts des savants qui sont ses lauréats.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse du saccharose.* Note (1) de MM. **Amé Pictet** et **H. Vogel.**

Les belles recherches de Haworth et de Irvine ont montré que le fructose (lévulose) ne possède pas la même constitution chimique lorsqu'il est engagé dans une de ses combinaisons naturelles (sucre de canne, inuline) et lorsqu'il en a été retiré. On doit donc admettre qu'il peut exister sous deux formes isomériques dont l'une, à laquelle on a donné le nom de γ-fructose, est instable et se transforme spontanément dans l'autre, dite fructose normal, dès qu'elle est mise en liberté. Haworth et ses collaborateurs (2) ont rendu très probable que les formules qui doivent être attribuées à ces deux formes sont les suivantes :



γ-Fructose. Fructose normal.

(1) Séance du 27 février 1928.

(2) *Journal of the Chemical Society*, 1927, p. 1513 et 2308.

Il résulte de ces faits que si l'on voulait chercher à réaliser une synthèse du saccharose par l'union de ses deux constituants, le glucose et le fructose, on ne saurait y arriver en utilisant le second de ces sucres sous sa forme normale, la seule qui soit à notre disposition. Il serait nécessaire de le prendre à l'état de l'un de ses dérivés artificiels dans lesquels il se trouve sous la forme γ. On en connaît quelques-uns (dérivés méthylés, éthylés, carbométhoxylés), mais aucun d'eux ne pourrait se prêter à l'opération en question, car les groupes substituants qu'ils contiennent sont trop solidement liés au reste de la molécule pour qu'on puisse espérer les en détacher une fois la condensation avec le glucose accomplie.

La synthèse du saccharose exige donc l'obtention préalable d'un dérivé du γ-fructose ne contenant que des substituants d'une séparation relativement facile. L'observation suivante nous a fourni un corps qui remplit cette condition :

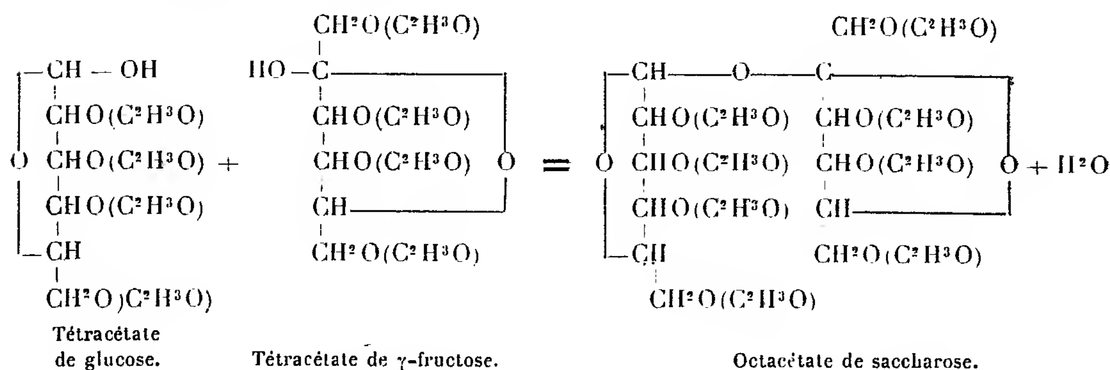
Nous avons trouvé que lorsqu'on prépare le tétracétate de fructose normal selon le procédé de Hudson et Brauns (¹), c'est-à-dire en traitant le fructose, à basse température, par l'anhydride acétique et le chlorure de zinc, et en faisant cristalliser le produit dans l'alcool, il se forme, en petite quantité, un second composé qui reste dans les eaux mères.

En évaporant celles-ci dans le vide, nous avons obtenu un sirop épais qui, au contact de l'eau froide, s'est converti lentement en une masse solide et vitreuse. Nous n'avons pas réussi jusqu'ici à amener ce corps à l'état cristallisé; toutefois son analyse et le fait qu'il réduit facilement la liqueur cupropotassique nous ont montré qu'il constituait un second tétracétate. D'autre part, son pouvoir rotatoire très inférieur à celui du tétracétate normal pouvait laisser supposer qu'il appartenait à la série γ. La formation d'un dérivé de cette nature s'expliquerait en admettant [ce qui a du reste été soupçonné déjà par Ohle (²)], que lorsque le fructose entre en solution, il s'établit un équilibre entre sa forme normale et sa forme γ. Cela aurait lieu dans l'anhydride acétique comme dans tout autre solvant; chacune des formes s'acétylerait ensuite pour son compte. Dans les conditions de notre expérience, l'équilibre semble se faire approximativement entre 97 parties de fructose normal et 3 parties de fructose γ.

Il eût été facile de nous assurer de la nature γ du nouvel acétate en le méthylant, puis en saponifiant le produit ; on devait obtenir ainsi le méthyl-γ-

(¹) *Journal of the American Chemical Society*, 37, 1915, p. 2739.
(²) *Berichte der d. chem. Gesellschaft*, 60, 1927, p. 1168.

fructoside préparé par Irvine. Mais un autre moyen, plus simple encore, se présentait, c'était de le combiner au tétracétate de glucose; il devait alors, s'il dérivait vraiment du γ-fructose, engendrer l'octacétate de saccharose, selon l'équation suivante :



Tétracétate de glucose. Tétracétate de γ-fructose. Octacétate de saccharose.

Nous avons procédé à cette expérience en dissolvant dans le chloroforme des poids égaux de notre tétracétate et de celui du glucose [préparé selon les indications de E. Fischer et Delbrück (¹)], et nous avons agité cette solution pendant 15 heures avec de l'anhydride phosphorique. Évaporée ensuite dans le vide, elle a laissé un résidu sirupeux qui, repris par l'alcool chaud, a abandonné par le refroidissement de beaux cristaux. Ceux-ci ont présenté les principaux caractères de l'octacétate de saccharose :

Point de fusion de nos cristaux.....................	70°
» de l'octacétate de saccharose.........	70
» de leur mélange....................	70
Pouvoir rotatoire en solution dans le chloroforme...........	+ 59°,4
Pouvoir rotatoire de l'octacétate de saccharose	+ 60°,0

Il convient de noter que nous avons obtenu le même corps dans deux séries d'expériences, dans l'une desquelles notre point de départ était un fructose préparé par interversion du saccharose, et dans l'autre un fructose retiré de l'inuline.

La saponification de notre octacétate de synthèse, effectuée selon le procédé de Zemplen, nous a enfin fourni un disaccharide anhydre et non réducteur, de structure cristalline et de saveur très sucrée. La comparaison de ses principales propriétés avec celles du sucre de canne nous a donné les chiffres suivants :

(¹) *Berichte der d. chem. Gesellschaft*, **42**, 1909, p. 2776.

Analyse (pour 100). — C 42,3; H 6,6 (calculé pour $C^{12}H^{22}O^{11}$: 42,1 et 6,5).
Cryoscopie dans l'eau. — Poids moléculaire trouvé : 344 (calculé 342).

Point de fusion de notre sucre		183°
»	du saccharose	184
»	de leur mélange	184
Pouvoir rotatoire en solution aqueuse	de notre sucre ($c = 5,07$)	+ 66°,3
	du saccharose à la même concentration	+ 66,5
	de notre sucre après interversion	— 20,6
	du saccharose après interversion	— 20,7

De la concordance de ces chiffres on doit conclure à l'identité des deux substances.

Il nous restera à préciser quelques points concernant les produits intermédiaires de cette synthèse, ainsi qu'à entrer dans plus de détails sur l'ensemble de nos opérations. Ces indications complémentaires seront publiées dans un autre Recueil.

M. **J. Hadamard** fait hommage à l'Académie de la deuxième édition, publiée en collaboration avec M. Mandelbrojt, de son ouvrage *La série de Taylor et son prolongement analytique.*

NOMINATIONS.

M. **P. Weiss** est désigné pour représenter l'Académie aux fêtes du 25e anniversaire de la *Sociedad Espanola de Fisica y Quimica* de Madrid.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** prie l'Académie de vouloir bien désigner un des membres de la Section de Botanique pour occuper, dans la première section de la *Caisse des recherches scientifiques*, la place vacante par le décès de M. *L. Guignard.*

M. **Henri Coupin** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Botanique par le décès de M. *L. Guignard*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La théorie de la Relativité et la Mécanique céleste*, par Jean Chazy. Tome I. (Présenté par M. M. Brillouin.)

2° Auguste Lumière. *La Vie, la Maladie et la Mort. Phénomènes colloïdaux.*

3° V. Nechvile, *Recherches sur les mouvements propres de* 3802 *étoiles* et diverses notes sur le même sujet.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'ensemble des discontinuités de première espèce*. Note de M. **Alex. Froda**, transmise par M. Émile Borel.

La proposition qui suit généralise une propriété implicitement contenue dans la démonstration d'un théorème de G. Darboux [*Mémoire sur les fonctions discontinues* (art. VI, p. 91, des *Annales de l'École Normale*, 2e série, 4, 1875)] et qu'on pourrait énoncer aujourd'hui :

Une fonction uniforme de variable réelle $f(x)$, qui ne possède que des discontinuités de première espèce, n'en possède qu'une infinité dénombrable, tout au plus.

Voici la proposition, beaucoup plus générale, que nous allons établir :

Une fonction uniforme de variable réelle $f(x)$ ne peut posséder tout au plus qu'une infinité dénombrable de discontinuités de première espèce.

On entend, comme d'habitude, par point de discontinuité de *première espèce* de $f(x)$, un point ξ, tel que $f(\xi+h)$ et $f(\xi-h)$ tendent séparément vers une limite déterminée, lorsque h tend vers zéro par des valeurs positives. Toute discontinuité qui n'est pas de première espèce est dite de *seconde espèce*.

La démonstration de la propriété énoncée s'effectue à l'aide des étapes suivantes :

1° Soit $\omega(x)$ l'oscillation de $f(x)$ au point x. Lorsque x tend vers un point de discontinuité ξ de première espèce, par des valeurs supérieures à ξ, $\omega(x)$ tend vers zéro et de même si x tend vers ξ par des valeurs inférieures à ξ.

2° Tout point ξ, limite des points x, de discontinuité de première espèce, où $\omega(x) \geqq \alpha > 0$, ne peut être qu'un point de discontinuité de seconde espèce (selon 1°), car il est impossible que $\omega(x)$ tende, de quelque manière que x tend vers ξ, vers une valeur inférieure à α positif. Cette impossibilité découle de la simple définition d'une valeur limite.

3° Donnons-nous une suite de nombres positifs décroissant vers zéro : $\alpha, \frac{\alpha}{2}, \ldots, \frac{\alpha}{2^q}, \ldots$. Désignons par E_q l'ensemble des points ξ de discontinuité où $\omega(\xi) \geqq \frac{\alpha}{2^q}$. Si tous les ensembles E_q d'une fonction $f(x)$ étaient dénombrables, l'ensemble E de toutes les discontinuités de $f(x)$ serait dénombrable, en tant que somme des E_q. Si donc E était non dénombrable, l'un au moins des E_q devrait l'être aussi.

4° On sait qu'un ensemble non dénombrable, ouvert ou non, *contient* toujours un noyau de points de condensation (selon Lindelöf), c'est-à-dire un ensemble non dénombrable de points limites.

5° E_q est un ensemble de points x_q de discontinuité de première espèce, où $\omega(x_q) \geqq \frac{\alpha}{2_q}$. Si E_q était non dénombrable, E_q contiendrait sûrement des points limites (selon 4°), points qui seraient de première espèce, comme points de E_q. D'autre part (selon 2°), les points limites de x_q ne peuvent être des points de discontinuité de première espèce, puisque $\omega(x_q) \geqq \frac{\alpha}{2_q} > 0$. Il est donc impossible que E_q et donc E soient non dénombrables.

La démonstration précédente suggère une série de résultats sur la distribution des discontinuités d'une fonction uniforme de n variables réelles.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur quelques généralisations des fonctions presque périodiques*. Note de M. **A. Kovanko**, transmise par M. Émile Borel.

Nous avons énoncé (¹) quelques généralisations de la notion de la presque-périodicité.

Nos définitions (A), (B), (C), (B′), (C′) peuvent être généralisées de la manière suivante :

Nous disons que $f(x)$ $(-\infty < x < +\infty)$ est asymptotiquement (²)

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 354.

(²) Brièvement (a, b).

borné, si, quel que soit $\varepsilon > 0$, il est possible de trouver un nombre $M > 0$, ayant la propriété suivante :

Soit E_n l'ensemble des points, sur $I_n = (n, n+1)$ ($n =$ entier), où l'inégalité $|f(x)| < M$ n'a pas lieu ;

Soit K_m le nombre d'intervalles I_n sur $(0, m)$, où $\text{Mes}\, E_n < \varepsilon$;

Alors il existe un nombre $m_0 > 0$ tel que $\frac{K_m}{m} > 1 - \varepsilon$ pour $m > m_0$.

Conformément aux définitions (A), (B), (C), (B′), (C′), nous prenons les conditions $(\bar{A})$, $(\bar{B})$, $(\bar{C})$, $(\bar{B}')$, $(\bar{C}')$.

Définition $(\bar{A})$. — $f(x)$ est (a, b). Quels que soient $\varepsilon > 0$ et $\tau_0 > 0$ il est possible de trouver deux nombres $l(\varepsilon) > 0$ et $m_0(\varepsilon, \tau_0) > 0$, tels que sur chaque intervalle de longueur l il existe une presque-période τ de la propriété suivante : Soit E_n l'ensemble des points de $I_n = (n, n+1)$ ($n =$ entier), sur lequel l'inégalité

$$|f(x+\tau) - f(x)| < \varepsilon \qquad [\text{pour } |\tau| < \tau_0]$$

n'a pas lieu

Soit K_m le nombre d'intervalles I_n sur $(0, m)$, où $\text{Mes}\, E_n < \varepsilon$, alors $\frac{K_m}{m} > 1 - \varepsilon$ pour $m > m_0$.

Définitions $(\bar{B})$ *et* $(\bar{C})$. — $f(x)$ est (a, b).

Soient $\varepsilon > 0$ et $\tau_0 > 0$ deux nombres quelconques, alors il existe deux nombres $l(\varepsilon)$ et $X_0(\varepsilon, \tau_0)$, tels que dans chaque intervalle de longueur l il existe une presque-période τ de la propriété suivante :

$$\frac{1}{X}\int_0^X |f(x+\tau) - f(x)|^\rho \, dx < \varepsilon \qquad (\text{pour } X > X_0 \text{ et } |\tau| < \tau_0).$$

Si $\rho = 1$, nous avons $(\bar{B})$, et si $\rho = 2$, nous avons $(\bar{C})$.

Si aux conditions énoncées dans les définitions $(\bar{B})$ et $(\bar{C})$ nous ajoutons que $[f(x)]^\rho$ soit uniformément sommable, nous avons alors les définitions : $(\bar{B}')$ pour $\rho = 1$, et $(\bar{C}')$ pour $\rho + 2$.

Tous les théorèmes que nous avons énoncés dans notre Note [1] restent justes conformément aux définitions $(\bar{A})$, $(\bar{B})$, $(\bar{C})$, $(\bar{B}')$, $(\bar{C}')$ au lieu des définitions (A), (B), (C), (B′), (C′). Ces dernières sont des cas particuliers des premières.

---

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 354.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur les solutions périodiques à périodes très longues.* Note de M. G. **Vranceanu**, présentée par M. Hadamard.

Dans une Note précédente [1], j'ai remarqué que, dans le cas où l'équation caractéristique relative au point d'équilibre a au moins deux racines nulles, on peut avoir des solutions périodiques à périodes très longues. Je vais indiquer dans cette Note les résultats qu'on obtient dans le cas de deux équations canoniques

$$(1)\qquad \frac{dx}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial y}, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{\partial F}{\partial x}$$

qui possèdent, par conséquent, l'intégrale première

$$(2)\qquad F = F_m + F_{m+1} + \ldots + F_n + \ldots = c,$$

où F_n sont des polynomes homogènes en x et y du degré n. On sait que si $m = 2$ et F_2 est une forme quadratique définie positive (ou négative), le point d'équilibre s'appelle un « centre » d'après Poincaré, les courbes intégrales $F = c$ étant fermées pour c assez petit. De plus les solutions des équations (1) sont périodiques avec des périodes qui restent finies pour toutes les courbes $F = c' < c$.

1. Pour avoir des centres pour $m > 2$, il suffit que m soit pair et F_m une forme définie. En effet les courbes intégrales $F = c$, pour c assez petit, sont encore des courbes fermées. Quelle est la forme des solutions des équations (1) dans ce cas?

Supposons que $m = 4$ et F_4 est une forme définie qui, par des transformations linéaires à coefficients réels des variables x, y, peut être toujours mise sous la forme canonique

$$(3)\qquad F_4 = (x^2 + y^2)^2 + 4a^2x^2y^2.$$

En introduisant les coordonnées polaires ρ et θ, avec les conditions initiales $\rho = \rho_0$, $\theta = \theta_0$, l'équation (2) s'écrit

$$(4)\qquad \rho^4(1 - \mu\cos 4\theta) + \rho^5 F_5(\cos\theta, \sin\theta) + \ldots = \rho_0^4(1 - \mu\cos 4\theta_0) + \ldots$$

$$\left(\mu = \frac{a^2}{2 + a^2} < 1\right).$$

---

[1] *Sur les solutions périodiques complètement stables* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 626).

L'équation (4) nous permet de tirer

$$\rho = \rho_0(1 - \mu \cos 4\theta)^{-\frac{1}{4}} \varphi(\rho_0), \tag{5}$$

où $\varphi(\rho_0)$ est une fonction holomorphe de ρ_0 à coefficients périodiques en θ et $\varphi(0) = (1 - \mu \cos 4\theta_0)^{\frac{1}{4}} \neq 0$.

En vertu de la formule (5) l'équation qui sert à définir la variable θ s'écrit

$$\frac{d\theta}{dt} = \rho_0^2(1 - \cos 4\theta)^2 \varphi_1(\rho_0), \tag{6}$$

$\varphi_1(\rho_0)$ ayant les mêmes propriétés que $\varphi(\rho_0)$. Il en résulte que pour des valeurs assez petites de ρ_0, θ est une fonction croissante de t. Les variables x et y sont par conséquent des fonctions périodiques en t avec la période

$$2T = \frac{K(\rho_0)}{\rho_0^2}, \tag{7}$$

les coefficients de ces fonctions, de même que $K(\rho_0)$, étant des fonctions holomorphes de ρ_0 et $K(0) \neq 0$. La formule (7) nous dit précisément que la période T devient infiniment grande, quand ρ_0 est infiniment petit [1]. Dans le cas général $m = 2p$, F_{2p} étant une forme définie, les mêmes considérations sont valables, seulement dans la formule (7) au lieu de ρ_0^2 au dénominateur, nous aurons ρ_0^{2p-2}.

ÉLASTICITÉ. — *Cas d'équilibre d'élasticité d'un cylindre creux.* Note de M. **Belzecki**, présentée par M. Mesnager.

Envisageons le cas où les trois rotations sont nulles. La dilatation cubique θ doit être constante ou nulle. Le cas $\theta = \text{const.}$ est connu, il reste à examiner le cas $\theta = 0$. Dans cette condition il existe une fonction des déplacements

$$\Delta F = \theta = 0.$$

Supposons que les forces extérieures ne dépendent pas de φ. La fonction F doit satisfaire à l'équation

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} = 0.$$

---

(1) Voir Paul Appell, *Sur les petites oscillations d'un système autour d'une position d'équilibre stable* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 487).

La solution de cette équation est

$$F = A f(r) \left[q + \int \frac{dr}{r f^2(r)} \right] \left[\sin k \left(\frac{h}{2} - z \right) + \cos k \left(\frac{h}{2} - z \right) \right] = F_r F_z,$$

$$f(r) = 1 + \frac{k^2 r^2}{4} + \frac{k^4 r^4}{4.4^2} + \frac{k^6 r^6}{3^2.4.4^3} + \ldots + a_{2n-2} \frac{k^2 r^{2n}}{4 n^2} + \ldots,$$

A et q étant des constantes arbitraires, $k = \frac{\pi}{2h}$, h est la hauteur du cylindre. Les déplacements et les forces seront

$$(1) \qquad u = F'_r F_z, \qquad v = 0, \qquad w = k F_r F'_z,$$

$$(2) \qquad \begin{cases} R = 2\mu F''_r F_z, \qquad \Phi = \frac{2\mu}{r} F'_r F_z, \qquad Z = -2\mu k^2 F_r F_z, \\ T_{12} = T_{01} = 0, \qquad T_{02} = \mu\, 2 \frac{dw}{dr}. \end{cases}$$

On manque de constantes arbitraires pour satisfaire à toutes les conditions relatives aux surfaces. Néanmoins, on pourra obtenir une solution approximative. En prenant les dérivées successives de l'équation

$$\frac{d^2 F_r}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dF_r}{dr} - k^2 F_r = 0;$$

on verra qu'en général $\frac{d^n F_r}{dr^n}$ est d'ordre $\frac{1}{r_1^n}$ (nous supposons r et h de même ordre).

Annulant R pour r quelconque, assez grand, on rendra approximativement $R = 0$ dans le domaine $r = a$, $r = b$. Nous supposons l'intervalle (ab) petit par rapport à r. Les forces T_{02}, nulles pour $z = 0$, sont constamment différentes de zéro pour $z \neq 0$. Étant équilibrées entre elles sur les surfaces extérieures, elles compriment le cylindre.

Les formules se simplifieront si nous prenons l'intervalle (ab) assez petit pour que l'on puisse, sans erreur sensible, poser $r = nh$. Le nombre n est assujetti à la condition de convergence des séries. Posons, pour fixer les idées, $r = h$.

Dans ce cas, d'après les formules générales (1) et (2), nous obtenons :

$$f(r) = \alpha, \qquad f'(r) = \frac{\pi^2 \beta}{4r}, \qquad f''(r) = \frac{\pi^2 \gamma}{4 r^2},$$

$$F_r = A\alpha \left[q + \frac{\ln r}{\alpha^2} \right], \qquad F'_r = \frac{A}{r} \left[\frac{\pi^2 \beta}{4} \left(q + \frac{\ln r}{\alpha^2} \right) + \frac{1}{\alpha} \right],$$

$$F''_r = \frac{A}{r^2} \left[\frac{\pi^2 \gamma}{4} \left(q + \frac{\ln r}{\alpha^2} \right) - \frac{1}{\alpha} \right].$$

En posant $F''_r = 0$ nous trouvons

$$u = \frac{A}{\alpha r}\left(\frac{\beta}{\gamma} + 1\right) = \frac{A}{\alpha r}\delta, \qquad w = \frac{2A}{\pi\gamma r}, \qquad Z = -\frac{2\mu A}{\gamma r^2} = -\frac{1{,}98\mu A}{r^2},$$
$$R = 0, \qquad \Phi = \frac{2\mu A}{\alpha r^2}\delta = \frac{1{,}94\mu A}{r^2}, \qquad T_{02} = \frac{\mu\pi A\delta}{\alpha r^2} = \frac{0{,}96\mu\pi A}{r^2}.$$

Soient P, — P deux forces qui compriment le cylindre

$$Z_1 = -\frac{P}{2\pi r^2 \ln\frac{a}{b}}, \qquad T_{02} = \frac{0{,}25\,P}{r^2 \ln\frac{a}{b}},$$
$$u = \frac{P\gamma\delta}{4\mu\pi\alpha r \ln\frac{a}{b}}, \qquad w = \frac{P}{2\mu\pi^2 r \ln\frac{a}{b}}.$$

Le terme $r\ln\frac{a}{b}$ est sensiblement égal à l'épaisseur de l'enveloppe cylindrique.

Le cylindre est comprimé par les forces Z appliquées aux bases du cylindre, et par les forces tangentielles appliquées à la surface cylindrique.

L'enveloppe cylindrique sera légèrement fléchie par les forces T_{02}, les rotations restent nulles.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur les figures d'équilibre d'une masse fluide hétérogène.* Note de M. R. **Wavre**, présentée par M. Hadamard.

Nous appellerons *stratification* la répartition des surfaces d'égale densité au point de vue strictement géométrique. Ces surfaces seront de révolution autour de l'axe polaire. Soient ω la vitesse angulaire, ρ la densité, ε la constante de l'attraction universelle et g l'intensité de la pesanteur. Appelons encore *densité transformée* l'expression

$$(1) \qquad f = -4\pi\varepsilon\rho + 2\omega^2.$$

Soient enfin t et θ deux coordonnées curvilignes orthogonales dans un plan méridien; t caractérisera les surfaces d'égale densité et θ les lignes de force de la pesanteur. Quoique ceci n'ait rien d'essentiel, l'axe polaire sera $\theta = 0$ et t sera la distance, comptée sur cet axe, de la surface libre $t = 0$ à la surface t. Soient enfin c le double de la courbure moyenne des surfaces t et dn un élément de normale dirigé vers l'intérieur. Dans notre Note précédente nous avons donné la formule rigoureuse de l'accroissement de la

pesanteur avec la profondeur, formule qui s'écrit dans le cas de l'équilibre relatif

$$\frac{dg}{dt} = (cg + f)\frac{dn}{dt}. \tag{2}$$

D'autre part l'existence du potentiel de la pesanteur implique, comme on sait, la relation vraie quelles que soient les lignes de forces θ' et θ''

$$\left(g\frac{dn}{dt}\right)_{\theta'} = \left(g\frac{dn}{dt}\right)_{\theta''}. \tag{3}$$

Des équations (2) et (3) on déduit facilement l'expression du rapport $\Psi'(t)$ de la densité transformée et de la pesanteur sur l'axe polaire. D'une part, ce rapport ne dépend que de t et, d'autre part, il ne dépend que de la stratification

$$\Psi'(t) = \frac{f(t)}{g(t,\,0)} = -\frac{y_{\theta''} - y_{\theta'}}{x_{\theta''} - x_{\theta'}}; \tag{4}$$

j'ai posé, L désignant le logarithme népérien :

$$x_\theta = \left(\frac{dx}{dt}\right)_\theta, \qquad y_\theta = \left(c\frac{dx}{dt} + \frac{d}{dt}\mathrm{L}\frac{dx}{dt}\right)_\theta.$$

La densité transformée f est donc donnée par l'équation

$$f(t) = g(t,\,\theta)\,\Psi'(t)\left(\frac{dx}{dt}\right)_\theta$$

et cette valeur introduite dans l'équation (2) permet d'écrire

$$g(t,\,\theta) = g(0,\,0)\left(\frac{dt}{dx}\right)_\theta \Sigma(t) \qquad \left(\Sigma(t) = e^{\int_0^t [c(t,0) + \Psi'(t)]\,dt}\right).$$
$$f(t) \;\;\; = g(0,\,0)\left(\frac{dt}{dx}\right)_\theta \Psi'(t)\,\Sigma(t)$$

La pesanteur et la densité sont données à partir de la stratification et de l'attraction au pôle de la surface libre par les formules précédentes qui ne deviennent illusoires que dans le cas banal d'une stratification en sphères concentriques.

La fonction $\Psi'(t)$ donne lieu à l'équation suivante, qui devra être satisfaite quelles que soient les valeurs θ', θ'', θ''' et t :

$$\frac{y_{\theta'''} - y_{\theta'}}{y_{\theta''} - y_{\theta'}} = \frac{x_{\theta'''} - x_{\theta'}}{x_{\theta''} - x_{\theta'}}. \tag{5}$$

Cette condition (5) est nécessaire et suffisante pour assurer l'équilibre relatif.

pourvu que la dérivée $\frac{dx}{dt}$ prenne sur la surface libre la succession de valeurs déduite du théorème de Stokes (¹).

La condition (5) est d'ordre purement géométrique; elle est non seulement indépendante de la densité et de la pesanteur, mais encore, fait remarquable, de la masse totale et de la vitesse angulaire; ces deux derniers éléments et ceux-là seulement interviennent dans la condition à la limite.

En désignant par $D\sigma$ une aire élémentaire de la surface t, par δ une différentielle relative à un déplacement $d\theta$, par d une différentielle relative à dt, on peut représenter le rapport de la densité transformée à la pesanteur d'une manière intrinsèque, en un point quelconque,

$$\frac{f}{g} = \frac{1}{2}\,\frac{\delta d \mathrm{L}\frac{D\sigma}{dn}}{\delta\, dn}.$$

On voit l'importance de ces résultats et de cette méthode pour l'étude rigoureuse des figures d'équilibre, ainsi que le rôle que nous faisons jouer au théorème de Stokes.

ASTRONOMIE. — *Orbite de la comète* 1924 *II* (*Finsler*). Note de M. **V. G. Siadbey**, présentée par M. H. Andoyer.

Pour cette comète on a calculé plusieurs systèmes d'éléments paraboliques et un système hyperbolique. Des orbites paraboliques, celle qui est la plus certaine est l'orbite calculée par J. M. Vinter Hansen et J. Johansen qui est basée sur trois observations embrassant toute la période de temps pendant laquelle on a eu la possibilité d'observer la comète, c'est-à-dire 20 septembre-19 octobre 1924 (²).

Le système hyperbolique a été calculé par F. E. Seagrave pour représenter 10 observations de la comète faites à Washington (³).

Afin d'avoir des éléments plus exacts de la comète, j'ai comparé 44 observations réparties sur tout l'intervalle de visibilité de la comète et effectuées dans divers observatoires, avec une éphéméride calculée à l'aide des éléments paraboliques de Vinter Hansen et Johansen, en vue de les corriger.

(¹) Voir notre Note des *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1113, proposition I.
(²) *Astr. Nachr.*, 223, 1924-1925, p. 199, et *Crommelin's Comet Catalogue*.
(³) *Popular Astronomy*, 33, 1925, p. 563.

J'ai revu soigneusement les positions des étoiles de comparaison en réduisant à nouveau leurs positions à l'équinoxe moyen de 1924,0 à l'aide des constantes d'Oppolzer. A l'occasion de cette revision, j'ai trouvé que l'étoile de comparaison employée dans l'observation de la comète, à Taschkent le 22 septembre 1924 ([1]) est Lpz II 6643 et non Lpz II 6642 telle qu'elle est indiquée par les observateurs.

En comparant les observations à l'éphéméride dont j'ai parlé ci-dessus, on obtient les différences $\Delta\alpha$ et $\Delta\delta$, de valeurs absolues qui n'excèdent pas $1^s,13$ pour les ascensions droites et $8'',4$ pour les déclinaisons; toutefois nous devons excepter les observations de Kiew du 24 septembre ([2]) qui donnent des différences excessivement grandes ($\Delta\alpha = -45^s,76$, $\Delta\delta = -6'12'',7$ dans le sens Obs. — Calcul) ce qui nous amène à supposer qu'on a commis quelque erreur, peut-être dans l'identification de l'étoile de comparaison. Pour la présente discussion, j'ai laissé de côté ces deux observations (l'une est une observation en α et l'autre en δ seulement) et de cette manière le nombre des observations employées a été réduit à 42.

A l'aide de ces 42 observations j'ai formé 4 lieux normaux basés respectivement sur les observations comprises entre 20-24 septembre, 25-29 septembre, 30 septembre-7 octobre, et 16-19 octobre. Ainsi le premier lieu normal est formé de 19 observations, le second de 12 observations et les troisième et quatrième respectivement de 6 et 5 observations.

Les positions des quatre lieux normaux sont :

		Coordonnées moyennes.	
		$\alpha_{1924,0}$.	$\delta_{1924,0}$.
I. Septembre 1924.......	22,5	$213°.46'.4'',5$	$+7°.6'.31'',6$
II. »	27,5	220.19.35,5	+ 0.34.17,7
III. Octobre 1924.........	2,5	225.7.50,9	− 4.36.3,5
IV. »	17,5	234.31.11,9	−14.48.53,9

les corrections de l'éphéméride pour ces époques étant :

		$\Delta\alpha \cos\delta$.	$\Delta\delta$.
I. Septembre 1924........	22,5	$+3'',24$	$+0'',46$
II. »	27,5	−4,01	−0,37
III. Octobre 1924...... ...	2,5	−0,56	−0,65
IV. »	17,5	−1,02	−0,10

([1]) *Astr. Nachr.*, 223, 1924-1925, p. 103.
([2]) *Astr. Nachr.*, 223, 1924-1925, p. 391.

Lors de la formation de ces corrections, j'ai donné des poids égaux à toutes les observations, n'ayant pas égard au nombre de comparaisons faites à l'occasion des observations.

A l'aide des éléments paraboliques à corriger, rapportés à l'équateur, et des corrections de l'éphéméride, en employant la méthode des coefficients différentiels, on trouve pour les corrections des éléments huit équations de condition qui ont reçu des poids égaux au nombre des observations correspondant à chacun des lieux normaux et dont les coefficients ont été vérifiés en donnant de petites variations aux éléments. Ces équations traitées par la méthode des moindres carrés nous donnent après des transformations bien connues, comme éléments les plus probables de la comète, le système d'éléments hyperboliques suivant :

$$T = 1924 \text{ sept. } 4,35296 \text{ (T. m. de Greenw.)}$$

$$\left.\begin{aligned} \omega &= 66^\circ 34' 31'',53 \\ \Omega &= 80^\circ\ 2' 48'',34 \\ i &= 120^\circ\ 7' 59'',14 \end{aligned}\right\} \text{Eq. moy. de } 1924,0$$

$$\log q = 9,6086710$$

$$e = 1,0013168$$

Si l'on calcule les positions de la comète pour les époques des lieux normaux à l'aide de ces éléments, on obtient les résidus donnés ci-dessous dans le sens Obs. — Calcul :

	Calcul direct.		Par les équations de condition.	
	$\Delta\alpha \cos\delta$.	$\Delta\delta$.	$\Delta\alpha \cos\delta$.	$\Delta\delta$.
I............	+0″,5	+0″,3	+0″,5	+0″,2
II............	−1,9	−0,4	−2,0	−0,4
III............	+2,9	−0,4	+2,9	−0,4
IV............	−0,4	+0,6	−0,4	+0,5

De cette manière on voit que la somme des carrés des résidus qui pour les éléments paraboliques était de 28″,7, en employant les éléments hyperboliques donnés ci-dessus, peut être abaissée à 13″,3.

Le temps employé partout dans ce qui précède est le temps moyen de Greenwich commençant à midi.

PHYSIQUE GÉNÉRALE. — *Quelques réflexions sur les fondements de la dynamique. La cinquième dimension.* Note de M. **Al. Proca**, présentée par M. J. Perrin.

1. Considérons le mouvement d'un point. Un phénomène cinématique est complètement déterminé par les coordonnées x, y, z, ct et par les vitesses correspondantes. Un phénomène dynamique est décrit en utilisant les variables x, y, z, ct (coordonnées q) et les variables conjuguées p_x, p_y, p_z, E/c (coordonnées p). Dans les deux cas l'espace-temps semble suffire à la description des phénomènes. Or le passage cinématique-dynamique correspond à l'introduction de *forces* et de *masses*. Dans le schéma classique on tient compte de ces *deux* éléments au moyen d'*une seule* variable, l'énergie E; cela tient à ce qu'on regarde habituellement la masse comme constante. Mais dans le cas général il ne peut en être ainsi. Donc le problème dynamique doit comporter une nouvelle variable, à savoir la masse.

Cette remarque n'est pas nouvelle. En l'appliquant on a, cependant, toujours négligé un point essentiel; en effet, si l'on admet que la masse est une nouvelle variable indépendante du problème dynamique il faut, pour décrire complètement celui-ci, *introduire aussi la variable conjuguée de la masse*, ξ (1).

2. Les variables p, les moments, obéissent à des lois générales de conservation. Or *la masse se conserve;* il n'est donc pas douteux qu'il faille la ranger dans la catégorie des moments p. Le produit de deux variables conjuguées a les dimensions d'une action. Les dimensions de ξ seront L^2T^{-1}, par exemple vitesse $\times$ longueur. On peut donc poser $\xi = c\lambda'$ ou encore $\xi = v\lambda$, c étant la vitesse de la lumière, v celle du point matériel et λ la nouvelle coordonnée, homogène à une longueur. *Si l'espace-temps suffit*

(1) La considération des variables conjuguées se trouve déjà dans un très pénétrant travail de Klein (*Zeitschrift für Physik*, 46, 188, 1927). La variable introduite est la conjuguée de la charge électrique; l'auteur l'appelle la cinquième dimension et l'utilise pour fondre ensemble l'électromagnétisme et la relativité. Nous ferons remarquer que, si l'on attache une importance quelconque au numérotage des dimensions, il conviendrait plutôt de donner le nom de cinquième dimension à la variable ξ, qui se présente déjà dans l'étude de la dynamique, donc avant l'introduction de toute notion de charge électrique. La variable de Klein serait une sixième dimension, à moins que charge et masse ne soient deux aspects d'une seule et même notion.

pour l'étude de la cinématique, il n'en est plus de même pour la dynamique. L'étude complète de celle-ci doit se poursuivre dans un espace à cinq dimensions x, y z, ct et λ.

3. Cherchons une interprétation de λ. Les anciennes dynamiques, où ξ n'intervient pas, ne peuvent plus être utilisées [1]; par contre, la dynamique analytique reste en partie applicable, car elle est indépendante du nombre des variables et basée sur un principe de minimum certainement valable. Supposons donc (ce que l'expérience vérifie) que dans le mouvement uniforme la masse reste constante. L'équation de Hamilton $\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q}$ donne, avec $p = m$, $q = \xi$, $\frac{\partial H}{\partial \xi} = 0$, H indépendante de ξ. L'action, définie par $\frac{\partial S}{\partial t} + H = 0$, peut s'écrire $S = m\xi + w(z\,t)$. Ceci est absolument général. Introduisons maintenant la théorie des quanta sous la forme de Sommerfeld en égalant à nh les périodes de S. Si S a une période due à ξ, celle-ci provient du fait que ξ est elle-même multipériodique, à la façon d'un angle par exemple, $\varphi = 2\pi n + \varphi_1$. Soit Ξ cette période; posons $\Xi = v\Lambda$. On doit avoir

$$m\Xi = nh, \qquad mv\Lambda = nh, \qquad \Lambda = n\left(\frac{h}{mv}\right).$$

Or $\frac{h}{mv}$ représente la longueur d'onde des ondes de de Broglie. Donc, dans les conditions énoncées, *la nouvelle coordonnée λ est une variable angulaire dont la période est un multiple entier de la longueur d'onde des ondes de de Broglie.*

4. Pour $n = 1$ et avec $v = \Lambda.\nu$, $g = mv$, cette égalité devient $g = h\nu/v$. On voit ainsi quelle est l'origine de cette relation, que de Broglie, par une intuition géniale, avait choisie comme hypothèse pour préciser le rapport entre ses ondes et le point matériel. Elle dérive d'une condition de quanta; mais elle ne suppose nullement l'existence d'une *onde* qui remplirait tout l'espace. On est tenté de penser que l'onde de phase n'est pas, *dans le cas général*, l'élément essentiel qui permette de traiter les problèmes dynamiques que nous avons en vue. Ce qui est essentiel pour ces problèmes c'est l'introduction de la nouvelle dimension λ. *Les hypothèses de la mécanique ondulatoire sont donc trop restrictives;* elles introduisent la nouvelle coordonnée λ,

---

(1) Il faut, en particulier, remarquer que le choix de m comme variable indépendante exclut toute relation générale, donnée *a priori*, entre la masse et l'énergie.

mais d'une manière incomplète, comme argument d'une fonction périodique.

La vérification expérimentale de l'existence des ondes de de Broglie ne démontrent pas, en fait, l'existence de ces ondes, mais simplement l'intervention de la nouvelle variable ξ. En effet elles ne confirment pas l'existence d'une fonction périodique, mais bien la relation $mv\lambda = nh$ ou $m\xi = nh$, qui peut se déduire sans faire appel à la théorie des ondes.

Mais, d'autre part, si le mouvement par ondes n'est pas général, il existe certainement un très grand nombre de phénomènes qui suivent cette loi; les succès innombrables de la mécanique ondulatoire le prouvent incontestablement. L'équation de Schrödinger définit, parmi tous les mouvements possibles, celui qui se fait par ondes. Elle n'a pas la généralité des équations hamiltoniennes, comme on le pense souvent aujourd'hui; ce n'est que l'équation d'un mouvement particulier, mais très fréquent. La mécanique ondulatoire occupe, dans une mécanique générale contenant ξ, une place analogue à celle qu'occupait la mécanique céleste dans la dynamique rationnelle classique.

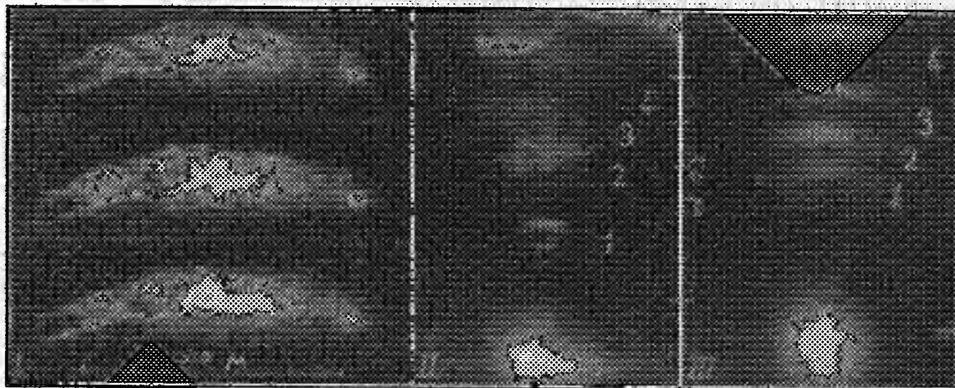
CAPILLARITÉ. — *Sur les ondulations browniennes de lames minces et de filaments dans les formations myéliniques.* Note de M. Nageotte, présentée par M. Brillouin.

Les lames élémentaires qui constituent, par leur juxtaposition, les formations myéliniques à paroi épaisse, ne réfléchissent pas la lumière tant qu'elles ne sont pas dispersées, sauf les lames limitantes, auxquelles ces formations doivent le pouvoir réfléchissant de leurs surfaces. Les reflets des surfaces des tubes et poches à paroi épaisse sont beaucoup plus lumineux que ceux des bulles à paroi mince, surtout de celles formées d'une seule lame élémentaire.

A l'ultramicroscope, ces reflets sont tantôt nets et immobiles, tantôt remplacés par des plages plus étendues de petits éclats vivement agités, qui siègent beaucoup plus près de la surface réfléchissante et qui résultent évidemment de l'ondulation irrégulière et rapide d'une ou plusieurs lames élémentaires superficielles (*fig.* I).

Pour comprendre le mécanisme de ce phénomène, il faut s'adresser à des bulles, isolées ou régulièrement emboîtées, dont la paroi est formée d'une seule lame élémentaire (ordre I). Les bulles isolées ont habituellement des

reflets nets et immobiles. Mais parfois, tout en gardant leur configuration régulière, elles se comportent, d'une façon permanente ou transitoire, comme les tubes à surface ondulante. On peut assister au passage d'un état à l'autre : les images de la lampe, données par les surfaces de la bulle, perdent leur netteté puis disparaissent pendant que ces surfaces se couvrent d'éclats mobiles, ou bien la marche est inverse. Le dessin tracé par les



I. Éclats sur la face convexe d'un tube myélinique à paroi épaisse, au niveau d'un coude; trois images cinématographiques consécutives (dues à Mme François-Franck); arc voltaïque, une image par seconde, pose 0^s^,25. — II. Système de quatre bulles emboîtées à l'extrémité d'un tube; lampe à 2 filaments, pose 3^s^; 1, bulle centrale fixe (reflet caractéristique d'une bulle sphérique); 2, 3 et 4, traces des éclats des trois bulles périphériques ondulantes (l'intensité lumineuse dépend de la mise au point, les éclats des différentes bulles se faisant à des niveaux différents); en bas, tache lumineuse répondant au point où les bulles sont tangentes entre elles; en haut, reflets d'objets situés hors du plan focal. — III. Objet semblable; 1 et 2, bulles centrales ondulant fortement; 3, bulle ondulant faiblement; 4, bulle périphérique fixe (reflet caractéristique d'une bulle aplatie par compression entre les verres).

éclats se tasse, pour l'observateur, en traits concentriques à mesure que la mise au point se rapproche du plan équatorial. Les contours des taches lumineuses et les détails varient plus rapidement que la répartition des masses principales. La lame réfléchissante est donc déformée par des dépressions et des saillies de divers ordres, combinées en complexes irréguliers, les plus petites évoluant plus vite que les grandes. C'est exactement ainsi que l'on pouvait *a priori* se figurer le mouvement brownien d'une lame suffisamment mince pour se déformer sous les chocs moléculaires. Si l'on revient à l'éclairage par transmission, les parois des bulles ondulantes, figurées en coupe optique par des cercles, paraissent immobiles. Les ondulations sont donc très peu profondes.

L'examen des divers types de bulles emboîtées dévoile une condition

nécessaire pour que les ondulations apparaissent : c'est la détente de la paroi. Très souvent certaines bulles d'un système sont fixes et les autres ondulantes (*fig.* II et III); ces dernières ont parfois un contour un peu irrégulier, indiquant un défaut de tension. Mais on peut démontrer directement le fait, sur certains systèmes d'un type figuré précédemment en lumière transmise ([1]), lorsqu'ils sont à la limite de la tension suffisante pour s'opposer aux ondulations : si la convexité est tournée en haut et qu'on l'amène en bas par une rotation de la platine, les lames, plus légères que l'eau, remontent et perdent la régularité de leur courbure; aussitôt il apparaît une vive ondulation de ces lames détendues, qui cesse dès que l'équilibre des pressions se rétablit.

Ces constatations mettent en évidence une variabilité de la pression à l'intérieur des bulles; elles laissent supposer des phénomènes d'osmose qui pourraient résulter de la libération de substances solubles; elles conduisent ainsi à une explication de la formation des bulles et de la dispersion des lames élémentaires en général.

De ces ondulations en surface de lames minces, il faut rapprocher les ondulations linéaires, amples et irrégulières, de certains tubes excessivement minces, qui se comportent comme des filaments.

Enfin je rappellerai les mouvements de totalité des très petites bulles (1[2]), parfois limités à 2 dimensions lorsque, retenues à la surface d'une grande bulle, elles ne s'incorporent pas à la paroi de cette dernière, comme le font certaines bulles moins petites. Toutes les formes de mouvement brownien que l'on peut concevoir se réalisent donc au cours de l'hydratation de l'extrait de cerveau.

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES. — *Sur les oscillations d'ordre supérieur d'un circuit oscillant.* Note de M[lle] **M. Chenot**, présentée par M. A. Cotton.

Dans la *Théorie du son* (I, 2[e] édition, p. 200) Lord Rayleigh a étudié les vibrations d'une corde attachée à une masse ponctuelle M qu'elle peut entraîner, l'autre extrémité de la corde étant fixée à un support immobile. Il montre que les longueurs d'onde λ des diverses oscillations possibles satis-

---

([1]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 44, fig. I: la figure II de la même Note représente, en lumière transmise, un système du même type que ceux représentés ici, en lumière réfléchie, par les figures II et III.

font à la relation

$$\cot\frac{2\pi L}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{M}{\rho},$$

où L est la longueur de la corde et ρ sa masse par unité de longueur. Ces diverses longueurs d'onde ne correspondent pas à une série harmonique.

Il est extrêmement difficile de vérifier ces conclusions avec quelque précision; mais il est possible de le faire sur un cas tout à fait analogue d'oscilations électriques, celui d'une ligne dont les deux fils parallèles sont reliés à l'une de leurs extrémités par un pont et à l'autre aux armatures d'un condensateur. On constitue ainsi un circuit oscillant qui ne satisfait pas à la formule de Lord Kelvin et peut avoir des oscillations d'ordre supérieur.

Le courant en un point d'abscisse x à partir du pont a une intensité

$$i = I\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)\right].$$

La différence de potentiel entre les fils est, en appelant c la capacité par unité de longueur et V la vitesse de propagation,

$$v = \frac{L}{Vc}\left[\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) - \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)\right].$$

La ligne ayant une longueur L et aboutissant à un condensateur de capacité C, pour $x = L$,

$$i = C\frac{\partial v}{\partial t},$$

condition d'où l'on tire

$$\cot\frac{2\pi L}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{C}{c},$$

formule identique à celle de Lord Rayleigh.

Nous avons déterminé de la manière suivante les différentes longueurs d'onde des oscillations possibles d'une ligne de longueur de 272^{cm}, formée de deux fils de cuivre parallèles de $0^{mm},9$ de diamètre, distants de 20^{mm}. A l'origine de la ligne, les deux fils sont reliés par un pont constitué par une plaque de cuivre ($15^{cm} \times 10^{cm}$) qui réalise un pont parfaitement réfléchissant. A l'autre extrémité, les deux fils de ligne aboutissent aux armatures d'un petit condensateur cylindrique de longueur de 10^{mm}, constitué par deux morceaux de tube de laiton de diamètres de 12^{mm} et 10^{mm} séparés par une lame de mica, et à deux plateaux carrés de 10^{mm} de côté entre lesquels est suspendue par un fil de quartz une aiguille d'électromètre (1) en alumi-

(1) C. Gutton et G. Laville, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 292.

nium mince. La capacité terminale est constituée à la fois par le condensateur cylindrique et les plateaux.

On dispose au voisinage de la ligne un oscillateur à lampes et on règle la position du pont de façon à mettre en résonance sur son oscillation fondamentale la partie de la ligne comprise entre le pont et la capacité. On mesure ensuite la longueur d'onde en éloignant le pont jusqu'à trouver une nouvelle position de résonance; la distance des deux positions du pont est égale à un internœud. Les longueurs d'onde se déterminent ainsi à environ $\frac{1}{200}$ près. On a choisi la capacité du condensateur terminal de façon à obtenir sur ce condensateur une réflexion avec un changement de phase très différent de zéro ou de π; il suffit, à cet effet, de choisir la capacité de façon que la longueur de ligne en résonance soit à peu près $\frac{\lambda}{8}$.

Conservant toujours à la ligne la longueur ainsi fixée, on la couple à des oscillateurs de fréquences plus élevées que l'on règle de manière à obtenir les résonances de la ligne sur des oscillations d'ordre supérieur. La résonance étant obtenue, on mesure la longueur d'onde correspondante en déterminant l'internœud. Les longueurs obtenues sont indiquées dans la première colonne du tableau suivant.

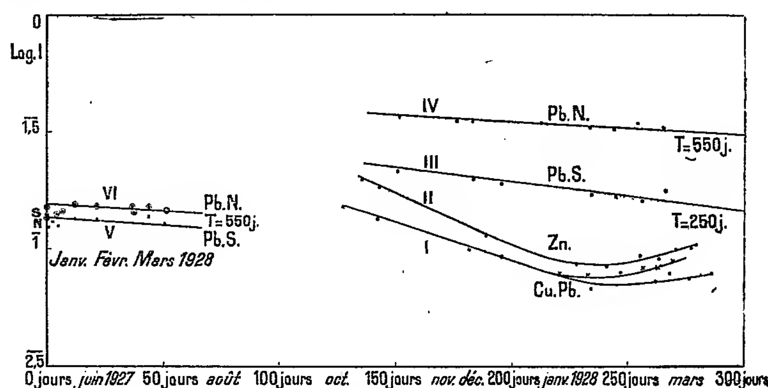
λ^{cm}.	$\lambda \cot \frac{2\pi L}{\lambda}$.	$\frac{2\pi L}{\lambda}$.	$2\pi L$.
1747,0........	1165,8	56°.17	98356
490,6........	1165,2	202.50	99495
269,2........	1166	373	100413
183,3........	1166	548.56	100611

La formule suppose une capacité terminale sans dimensions, or le condensateur avait des dimensions linéaires de quelques centimètres; la longueur de la ligne devrait donc être corrigée d'une perturbation à l'extrémité, dont la grandeur dépend de la longueur d'onde. Afin de vérifier la formule indépendamment de cette correction, nous avons cherché des groupes de cotangentes d'angles dont le produit par la longueur d'onde est constant; on trouve pour le plus petit des angles de l'un de ces groupes une valeur 56°17′ pour laquelle la valeur correspondante de L est 273^{cm}, très peu supérieure à la longueur des fils 272^{cm}. Le produit des angles de ce groupe par la longueur d'onde est constant, comme le montrent les nombres de la dernière colonne du tableau précédent. Ce résultat correspond bien à la loi de répartition des oscillations d'ordre supérieur exprimée par la formule de Lord Rayleigh. Ces dernières seraient pour une ligne complètement ouverte : $582^{cm},3$, $349^{cm},4$ et $249^{cm},6$; pour une ligne fermée : $873^{cm},5$, $582^{cm},3$ et $436^{cm},7$, donc très différentes de celles indiquées dans le tableau.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur les phénomènes, semblables à ceux des corps radioactifs, présentés par les métaux.* Note de Mlle **St. Maracineanu**, présentée par M. H. Deslandres.

Nous avons annoncé ([1]), M. Deslandres et moi, la radioactivité de certaines toitures métalliques de l'Observatoire de Paris. Cette constatation avait été faite en été, par des mesures électrométriques (électromètre Szilard de haute sensibilité); on avait remarqué alors que l'activité variait d'un jour à l'autre avec le Soleil.

Des disques métalliques (de 15^{cm} de diamètre) avaient été découpés en



juin 1927 dans ces toitures et portés au laboratoire pour l'étude de leur variation en fonction du temps. Mais de fâcheux accidents survenus à mes appareils de mesure, indépendants de ma volonté, m'ont empêché d'étudier convenablement cette variation durant les premiers 150 jours. Je n'indique donc pas ces points de début, d'autant que par la suite j'ai utilisé un appareil Szilard de constante un peu différente de la première. Une extrapolation ne pourrait pas non plus indiquer ce début ([2]), car dans l'intervalle il a dû se produire quelques sauts brusques, que j'ai souvent remarqués avec les substances radioactives après leur insolation.

Le Pb Nord par exemple (courbe IV) a dû faire un bond surprenant pendant l'été, ainsi que le Zn et le Pb Sud (courbe III). Il est donc actuellement

([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1321 et 1547.

([2]) Les premiers points donnés par le premier appareil ne diffèrent du reste pas beaucoup de ceux du graphique ci-dessus, ils sont du même ordre de grandeur.

plus actif que le Pb S; il donne un écart de 5 divisions en 15 secondes, alors que l'Al étalon exige 160 secondes.

Ensuite deux autres disques en plomb ont été prélevés au mois de janvier dernier aussi sur la corniche de l'Observatoire (courbes V et VI et mêmes plombs que III et IV) et mesurés dans les 50 jours qui suivent. Ces premiers points sont plus bas que ceux des courbes III et IV 150 jours après le prélèvement de l'été dernier. Les deux plombs prélevés en hiver au Nord et au Sud ont la même activité au début, tandis que l'été dernier le plomb prélevé au Sud était plus fort que celui du Nord ([1]).

D'après les points du début (V et VI), on voit que l'activation n'est pas due à une émanation radioactive de l'atmosphère; car il n'y a pas la décroissance initiale caractéristique, ni l'évolution lente qui devrait la suivre, après que les disques ont été enveloppés dans du papier noir et mis dans des boîtes closes. En plus cette activité du début n'a pas la forte intensité qu'une telle activation impliquerait vis-à-vis du dépôt actif à vie longue, même s'il y avait eu une accumulation de ce dépôt durant très longtemps.

D'autres expériences en cours prouvent encore, ainsi que l'ont prouvé la pierre et le fer mesurés cet été, que cette activation n'est pas due à l'émanation ni aux poussières radioactives de l'atmosphère qui devraient se poser partout.

De plus, d'une série de métaux, achetés dans le commerce, Pb, Cu, Zn, Al, Fe exposés en permanence sous le ciel libre depuis le 20 janvier 1928 et constatés préalablement inactifs, le plomb seul s'est activé très faiblement ([2]) dans l'intervalle 20 ianvier-17 février, sans plus augmenter depuis.

La conclusion intéressante à tirer des courbes I, II, III, IV est que la radioactivité constatée l'été dernier n'est pas éphémère; elle persiste longtemps après, sans aucune chute très rapide, et l'on peut constater une décroissance exponentielle (caractéristique en radioactivité) de longue période, d'un ordre de grandeur, qui fait qu'on ne peut la comparer qu'à celle du polonium. Dans mes expériences sur du plomb, j'ai toujours constaté des périodes de cet ordre de grandeur ([3]) et j'avais pensé à une réinté-

---

([1]) Cela peut s'expliquer par les différences dans les périodes des radioactivités provoquées dans les deux plombs dont l'exposition au soleil a été différente.

([2]) Les faces des disques prélevés des toitures, qui n'avaient pas reçu la lumière durant de longues années, absolument inactives au début (mouvement de l'électromètre nul) au contact de la lumière, se sont activées peu à peu pour arriver à donner environ le même mouvement que l'Al étalon.

([3]) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 345; **185**, 1927, p. 122.

gration du plomb en polonium par l'énergie solaire. D'après la grande valeur de ces périodes, on pourrait supposer une réintégration jusqu'à RaD. Très souvent j'ai pu constater, sans aucune cause apparente, l'apparition d'un rayonnement pénétrant assez important dans des solutions contenant du polonium pur ne donnant au début qu'un rayonnement α. Et c'est peut-être aussi là une des causes de la variation de la constante du polonium (par l'apparition de RaD peut-être).

Les variations que présentent les courbes de ce graphique doivent tenir à la nature du métal, à la durée et à l'altitude de l'exposition aussi bien qu'à l'époque de son prélèvement et des mesures successives. De nouvelles recherches sont évidemment nécessaires.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'existence de l'oxyde d'argent* Ag^4O^3.
Note de M. **A.-P. Rollet**, présentée par M. H. Le Chatelier.

L'existence du sesquioxyde d'argent Ag^4O^3 a été déduite par M. Berthelot [1] d'une étude détaillée de l'action de l'eau oxygénée sur l'oxyde d'argent Ag^2O. Par la suite Mulder [2] d'une part, von Baeyer et Villiger [3] de l'autre, ont contesté la formation de ce sexquioxyde. Seul, Watson [4] admet qu'il se produit par action de l'ammoniaque sur le dioxyde d'argent. L'oxyde d'argent Ag^4O^3 se trouve donc mal caractérisé et Mellor [5] dans son Traité de chimie minérale considère son existence comme improbable.

J'ai pu mettre en évidence la formation d'un peroxyde d'argent répondant à la formule Ag^4O^3 par l'étude d'une cellule électrolytique ainsi constituée :

Mercure — Solution de potasse — Argent.

Si le mercure, quand on électrolyse un tel dispositif, fonctionne comme cathode il se charge en potassium et peut constituer l'électrode négative d'une pile réversible ayant une anode d'argent qui s'est recouverte d'oxyde.

---

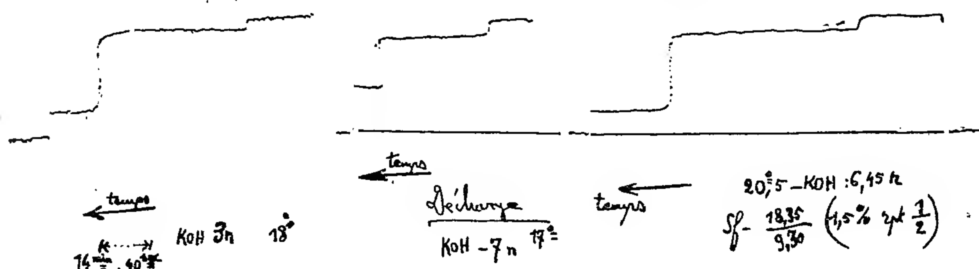
(1) Berthelot, *Comptes rendus*, 90, 1880, p. 572, et 132, 1901, p. 897.
(2) Mulder, *Rec. Trav. chim. Pays-Bas*, 22, 1904, p. 388.
(3) Baeyer et Villiger, *Berichte der chem. Ges.*, 34, 1901, p. 749 et 2769.
(4) Watson, *Journ. Chem. Soc.*, 89, 1906, p. 578.
(5) Mellor, *Treatise on inorganic and theorical Chemistry*, 3, 1923, p. 368.

Dans la pile que j'ai ainsi utilisée, le potentiel de la cathode restait sensiblement constant du fait de la faible variation, de concentration en potassium de l'amalgame (en raison de la faiblesse des courants mis en œuvre et de la grande masse en mercure de la cathode). Dans ces conditions le courant de décharge me traduisait les variations du potentiel de l'anode.

La courbe de l'intensité du courant de décharge en fonction du temps a été tracée automatiquement par un ampèremètre enregistreur. Les conditions des expériences ont été variées comme il suit : pour la concentration de la solution alcaline depuis normale jusqu'à 12 N; pour la température de 0 jusqu'à 30°; pour la densité de courant de 1 jusqu'à 70 milliampères par décimètre carré de surface de l'anode.

J'ai utilisé aussi des anodes de formes différentes. J'ai toujours obtenu des courbes du type de celles représentées par les trois enregistrements reproduits par la figure.

En abscisse est porté le temps, en comptant depuis la droite vers la gauche; en ordonnée l'intensité du courant de décharge.



On distingue, dans chacun des trois exemples, trois paliers successifs qui correspondent à trois forces électromotrices différentes. Les surfaces comprises entre les courbes et l'axe des températures représentent des quantités d'électricité. Dans tous les cas j'ai obtenu avec une approximation de un à deux centièmes, pour les deux premiers paliers, un rapport de quantité d'électricité de 1 à 2. Le premier palier correspond à un peroxyde d'argent qui se réduit intégralement à l'état de Ag^2O. Quand cette réaction est terminée le potentiel de l'anode d'argent tombe brusquement de $+ 0,540$ volt à $+ 0,300$, vis-à-vis d'une électrode normale d'oxyde de mercure. Le second palier se dessine alors et, quand Ag^2O est passé complètement à l'état métallique, il y a nouvelle chute du potentiel et apparition d'un troisième palier qui se prolonge tant qu'il y a du potassium dans le mercure de la cathode.

Comme le second palier correspond à l'oxyde Ag^2O, ce qui a été vérifié par les propriétés chimiques de ce dernier, le premier palier correspond à un peroxyde ayant un demi-oxygène en plus du degré d'oxydation ordinaire Ag^2O, ce qui fait bien un rapport de 1 à 2. On obtient alors la formule Ag^4O^3.

Pour vérifier ce résultat j'ai reproduit l'opération en sens inverse. Partant de l'anode d'argent à l'état métallique j'ai réalisé l'oxydation électrochimique d'abord à l'état de Ag^2O, puis à l'état de peroxyde. Mais ici la fin de la formation du peroxyde n'est plus marquée sur la courbe enregistrée de l'intensité traversant la cellule. Cependant le terme de la transformation en peroxyde est décelé par un dégagement très net d'oxygène sur l'anode. On constate à ce moment que la quantité d'électricité ayant traversé la cellule depuis le début de la peroxydation est bien la moitié de celle qui a été nécessaire pour produire Ag^2O. A ce même instant on voit de plus, en surveillant au potentiomètre le potentiel de l'anode, un saut brusque d'environ $\frac{2}{100}$ de volt. Le tableau suivant indique en e (millivolts) les potentiels de l'anode en fonction de la quantité d'électricité q (milliampères-heure) ayant traversé la cellule depuis l'origine.

Électrode de référence : Hg — HgO — KOH — N — ; température 18° ; électrolyte KOH — 5N.

q..........	10.	20.	30.	36.	40.	50.	54.	60.	70.	120.
e........	295	299	304	saut	542	542	saut	565	567	570

On distingue bien pour 54 milliampères-heure $\left(\text{soit } 36 + \frac{36}{2}\right)$ un relèvement brusque du potentiel. C'est à partir de ce moment que le dégagement d'oxygène se produit. Le potentiel alors ne croît plus que très lentement, ce qui indique qu'il ne se forme plus d'autre état d'oxydation.

Pour conclure, il est possible d'affirmer que l'oxydation anodique de l'argent dans un électrolyte alcalin de concentration supérieure à la normale donne un peroxyde de formule Ag^4O^3, qui est très stable en liqueur alcaline.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la température de transformation du soufre liquide en soufre visqueux.* Note de MM. **Paul Mondain-Monval** et **Paul Schneider**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

L'étude des variations de toutes les propriétés physiques du soufre liquide en fonction de la température met en évidence l'importante modification interne subie par le soufre au voisinage de 160°. Dans une précédente Communication (¹), l'un de nous, en déterminant au calorimètre les chaleurs de refroidissement des soufres liquide et visqueux, a pu constater que la transformation de l'une en l'autre de ces deux variétés s'effectuait vers 160° dans un intervalle très restreint de température. Il nous a paru intéressant de voir dans quelle mesure cette transformation particulière pouvait être rapprochée d'autres transformations classiques telles que les changements d'état et les points de transition et en particulier quelle était l'influence d'une substance dissoute sur la température de transformation.

Pour cette étude, nous avons abandonné la méthode calorimétrique comme trop laborieuse et nous nous sommes adressés à la viscosité.

Nous avons ainsi tracé point par point la courbe de viscosité du soufre pur en fonction de la température et plusieurs courbes relatives à du soufre contenant des proportions croissantes de diverses substances organiques ne réagissant pas chimiquement sur lui aux températures de nos expériences. Nous avons adopté finalement le triphénylméthane qui ne donne de réaction nette avec le soufre que vers 280° alors que nos expériences n'ont pas dépassé 210°.

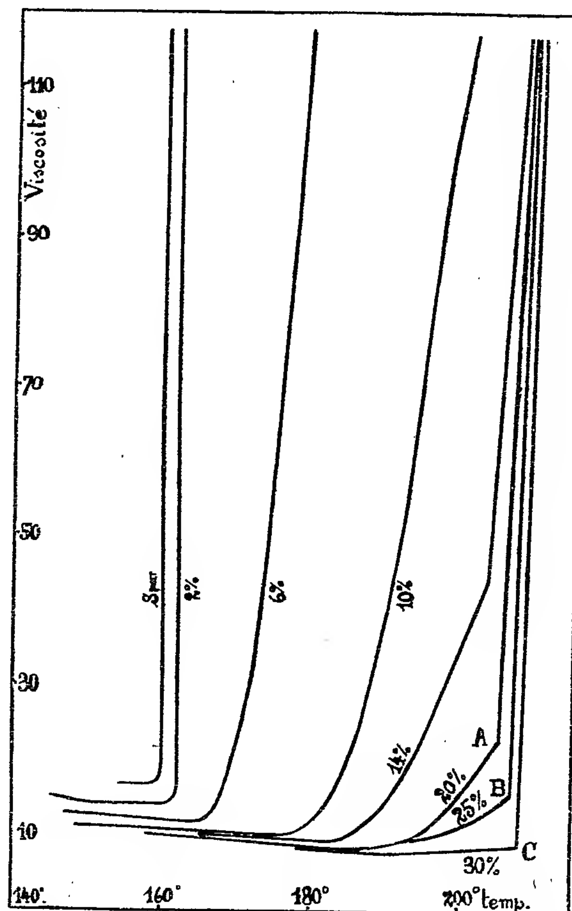
Nous n'avons condensé dans le graphique ci-après que les résultats de nos mesures les plus voisines des températures de transformation afin de ne pas lui donner des dimensions exagérées. Chaque courbe porte l'indication de la concentration en triphénylméthane exprimée en grammes de ce produit dans 100ᵍ de soufre. On voit que l'addition de cette substance déplace très notablement la température de transformation du soufre vers les hautes températures, et cela d'autant plus que la concentration est plus élevée.

De plus, nous avons constaté en expérimentant sur des solutions à 2 pour 100 de diverses substances (triphénylméthane, naphtaline, phénol, camphre) que les élévations correspondantes de la température de transformation

(¹) P. Mondain-Monval, *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 58.

étaient très sensiblement proportionnelles à la concentration moléculaire du corps dissous.

Enfin, cette étude nous a permis de constater que ce déplacement atteint une limite lorsqu'il apparaît dans le système une phase nouvelle. En effet,



Déplacements de la température de transformation du soufre.

vers 170°, le soufre et le triphénylméthane sont miscibles en toutes proportions ([1]). Mais si l'on élève la température de ces mélanges liquides jusqu'à 200°, on les voit se séparer en deux couches, l'une dense très riche en soufre, l'autre légère riche en triphénylméthane, la courbe de solubilité

([1]) H. R. Kruyt, *Zeits. Phys. Chem.*, 65, 1909, p. 509.

réciproque de ces deux substances présentant à cette température un point critique inférieur. La viscosité de la couche inférieure qui s'est appauvrie brusquement en triphénylméthane augmente alors brusquement et sa courbe représentative présente un point anguleux. Tels sont les points A (205°), B (206°,5) et C (208°) des courbes à 20, 25 et 30 pour 100 de triphénylméthane. On voit sur cette dernière que la température de transformation s'est rapprochée jusqu'à se confondre avec celle de la température à laquelle se sépare la couche légère riche en triphénylméthane.

Il résulte nécessairement de cette séparation la transformation immédiate en soufre visqueux à la température où l'on opère de la couche dense appauvrie en triphénylméthane. Par suite, la transformation du soufre liquide en soufre visqueux ne peut s'effectuer à une température supérieure à celle à laquelle apparaît cette nouvelle phase.

En résumé, le soufre pur subit une transformation interne à 160°. En dissolvant dans le soufre des quantités croissantes d'une substance étrangère, la transformation s'effectue à des températures de plus en plus élevées jusqu'à une limite correspondant à l'apparition d'une nouvelle phase. Ceci explique d'abord l'impuissance de plusieurs auteurs à obtenir un point anguleux à 160° dans leurs courbes de solubilité du soufre dans divers solvants organiques. De plus, sans oublier un certain nombre de différences importantes, il y a lieu d'établir un parallèle entre les faits que nous venons d'exposer et les déplacements des points de transition sous l'influence d'une substance étrangère.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'hydroxyde ferrique jaune, résultat de l'oxydation ménagée du sulfure ferreux en suspension.* Note de Mlle **Suzanne Veil**, présentée par M. G. Urbain.

Au cours de précédentes recherches ([1]), nous avons noté que l'hydroxyde ferrique ordinaire (précipité à froid des sels ferriques par les alcalis) change de magnétisme en séjournant dans l'eau chaude, au sein de laquelle il se modifie, selon l'expression proposée naguère par Péan de Saint-Gilles.

Nous avons ensuite reconnu que la non-constance des propriétés magnétiques n'appartient pas exclusivement aux hydroxydes, mais qu'elle s'étend

([1]) *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 101.

aussi à d'autres substances, considérées comme non cristallines, telles que les sulfures précipités. En particulier, selon qu'on l'a précipité et préparé à froid ou à chaud, on obtient le sulfure ferreux, soit ordinaire, soit modifié, les deux formes se distinguant nettement au magnétisme, ainsi que les anhydrides qui en dérivent ([1]).

Nous avons remarqué, en outre, que soit qu'on parte de l'hydroxyde ordinaire, soit qu'on parte du sulfure ordinaire, la calcination amène à un oxyde, dont le magnétisme est toujours du même ordre.

Étant donnée cette correspondance, il importait de savoir si l'hydroxyde qui résulte de l'oxydation ménagée du sulfure ferreux en suspension s'identifie ou non à l'hydroxyde ferrique ordinaire.

L'expérience montre qu'il n'en est pas ainsi. Lorsqu'en effet on oxyde, par l'action d'un courant d'air, du sulfure ferreux en suspension dans l'eau, on aboutit à un hydroxyde ferrique de couleur jaune, se distinguant à première vue de l'hydroxyde ordinaire rouge brun. L'hydroxyde jaune est moins magnétique que l'hydroxyde brun, les coefficients d'aimantation, rapportés au poids de métal, étant en moyenne dans le rapport de 1 à 2.

Entre les oxydes calcinés correspondants, la distinction au magnétisme est encore plus tranchée. Tandis que la calcination de l'hydroxyde brun amène une forte dépréciation magnétique, elle donne lieu au contraire, dans le cas de l'hydroxyde jaune, à une exaltation magnétique marquée. L'anhydride de l'hydroxyde jaune se trouve alors plusieurs fois plus magnétique que l'anhydride correspondant à l'hydroxyde ordinaire ou au sulfure ordinaire.

L'oxydation du sulfure ferreux ordinaire, avec transformation en oxyde Fe^2O^3, offre donc l'intéressant exemple d'une réaction magnétochimique dont le terme final est fonction, non seulement des corps en présence, mais aussi des processus suivis. On parvient, en effet, à un produit beaucoup plus magnétique lorsqu'on calcine directement le sulfure ferreux que lorsqu'on calcine l'hydroxyde jaune, résultat de l'oxydation ménagée du sulfate ferreux.

Par traitement à l'eau chaude, l'hydroxyde jaune se transforme en un hydroxyde modifié rougeâtre, très tassé, partiellement déshydraté, et de magnétisme en général accru, à poids égal de fer. D'autre part, l'oxyde calciné correspondant à cet hydroxyde modifié est moins magnétique que celui qui résulte de la calcination de l'hydroxyde jaune.

([1]) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1286.

Lorsqu'on reprend les opérations après dissolution de l'hydroxyde modifié en milieu acide, reprécipitation et réoxydation par courant d'air, l'hydroxyde et l'anhydride semblent croître légèrement de magnétisme l'un et l'autre, depuis la valeur prise après le premier traitement à l'eau chaude, jusqu'à un maximum plus ou moins accusé. Le tableau suivant récapitule les résultats numériques d'une série d'expériences à diverses températures.

Hydroxyde ferrique jaune et hydroxydes modifiés successifs.
Coefficients d'aimantation, rapportés au poids de métal.

(L'unité, arbitrairement choisie, est le coefficient d'aimantation du sulfure, qui a engendré l'hydroxyde jaune initial.)

	120°.		150°.		180°.		210°.	
	Hydroxyde.	Oxyde.	Hydroxyde.	Oxyde.	Hydroxyde.	Oxyde.	Hydroxyde.	Oxyde.
Initial jaune..	1,85	3,56	2,26	4,11	1,84	3,53	1,92	3,20
1er trait.......	2,55	1,70	2,12	1,46	2,89	2,18	2,90	1,60
2e trait.......	4,45	2,99	3,54	3,45	3,14	2,86	3,60	1,67
3e trait.......	2,14	3,29	3,16	1,61	3,50	1,80	3,95	1,96
4e trait.......	1,78	2,58	3,25	1,69	2,03	2,47	2,74	2,72

En se reportant, pour la comparaison, à l'étude analogue faite sur l'hydroxyde ferrique brun, on voit que, dans le cas présent, les effets sont différents et de beaucoup moins accentués.

L'oxydation ménagée du sulfure ferreux en suspension n'aboutit donc pas à l'hydroxyde précipité des sels ferriques par les alcalis. La discrimination, sans ambiguïté aucune, pourrait avoir son utilité en Géologie, afin de recueillir des données sur la genèse des gîtes ferrugineux.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la composition des déplacements de Kündt dans un spectre d'absorption à plusieurs maxima.* Note (1) de M. P. **Vaillant**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai montré ailleurs (2) que, dans un corps coloré à absorption sélective comme l'érythrosine, le déplacement du maximum d'absorption par changement de solvant prévu par la règle de Kündt a des répercussions lointaines et fait sentir son action, bien qu'atténuée, dans des régions où

(1) Séance du 27 février 1928.
(2) *Journ. de Phys. et Rad.*, 6e série, 8, x, p. 391.

l'absorption est des centaines de fois plus faible qu'au niveau du maximum. Je m'étais d'ailleurs limité à des mesures pour ainsi dire qualitatives, ayant alors uniquement en vue de mettre en évidence l'existence du déplacement à grande distance du maximum. J'ai repris depuis cette étude de plus près, en raison de l'importance qu'elle peut présenter pour l'interprétation des variations des spectres d'absorption et je l'ai étendue de l'érythrosine au cas un peu plus compliqué du vert malachite.

J'ai déterminé au spectrophotomètre Yvon, pour les deux corps et dans deux solvants de pouvoirs réfringents très différents (eau et benzine, cette dernière additionnée de 30 pour 100 d'alcool pour permettre la dissolution), de 100 en 100 angströms, les coefficients β de la formule d'absorption

$$I = I_0 \times 10^{-nl/\beta},$$

I_0 et I désignant les intensités du faisceau avant et après la traversée de l'épaisseur l d'une solution contenant n grammes de corps coloré par litre. Les mesures étaient, pour le vert malachite, étendues à tout l'intervalle 4500-7000 Å [1] et pour l'érythrosine presque complètement transparente dans le rouge, limitées à 6400 Å.

Les résultats sont rassemblés dans le tableau ci-dessous : les symboles e et v désignent l'érythrosine et le vert malachite, les indices 1 et 2 l'eau et la benzine; les λ sont exprimés en centimicrons.

e.	λ...	45.	46.	47.	48.	49.	50.	51.	52.	53.	54.
	β_1...	1,84	2,83	4,85	8,25	13,7	20,0	22,2	36,5	43,4	25,9
	β_2...	1,40	2,00	3,10	4,55	7,90	12,9	17,9	20,3	31,8	46,0
	λ...	55.	56.	57.	58.	59.	60.	61.	62.	63.	64.
	β_1...	12,4	5,45	1,38	0,465	0,210	0,108	0,0713	0,0421	0,0302	0,0208
	β_2...	33,6	18,2	6,35	1,15	0,368	0,176	0,0916	0,0570	0,0385	0,0261
v.	λ...	45.	46.	47.	48.	49.	50.	51.	52.	53.	54.
	β_1...	12,7	5,30	2,34	1,81	2,29	3,35	4,86	7,06	9,56	15,0
	β_2...	18,4	7,04	2,57	0,964	0,694	1,02	1,70	3,11	4,67	8,16
	λ...	55.	56.	57.	58.	59.	60.	61.	62.	63.	64.
	β_1...	22,4	32,9	51,2	67,1	85,3	103	131	164	181	154
	β_1...	11,6	18,7	29,6	46,2	58,9	75,8	88,4	125	169	168.
	λ...	65.	66.	67.	68.	69.	70.				
	β_1...	105	60,3	18,3	9,08	4,92	2,72				
	β_2...	116	88,0	39,3	18,4	6,96	3,33				

(1) Il est difficile de pousser plus loin dans la photométrie visuelle, en raison de l'imprécision croissante des mesures aux limites du visible.

Si, à l'aide de ces données, on construit les courbes d'absorption relatives aux quatre solutions examinées, on arrive aux conclusions suivantes.

La bande d'absorption de l'érythrosine est double et formée de deux bandes chevauchantes d'intensités inégales (1). Par changement de solvant, l'ensemble des deux bandes se déplace sans déformation, en entraînant un glissement général du spectre d'absorption, un peu plus grand du côté rouge où se trouve la bande la plus intense et qui diminue lentement, à peu près en raison directe de la distance au maximum, la loi de diminution du pouvoir absorbant ne paraissant jouer aucun rôle. Vers 6400, où l'absorption n'est plus que le deux-centième de son maximum, le glissement dépasse encore le quart de ce qu'il est au sommet de la bande.

Le vert malachite a deux maxima d'absorption, l'un en deçà de la région étudiée vers l'extrême violet, l'autre vers 6300 Å dans l'orangé (2). Les deux bandes se déplacent simultanément, mais de façon indépendante, en réagissant séparément sur l'ensemble du spectre. Il arrive ainsi que dans la région intermédiaire, région du minimum, les deux déplacements s'ajoutent, le déplacement dans cette région devenant sensiblement double de ce qu'il est au niveau des maxima. Les deux bandes réagissent d'autre part l'une sur l'autre : celle de moindre fréquence cède pour ainsi dire à la poussée de celle qui précède; celle-ci se prolonge plus loin tandis que la branche montante de la première se redresse et que son pied se creuse, de telle sorte qu'au niveau du minimum, l'absorption devient trois fois plus faible quand on passe de l'eau à la benzine.

Ces réactions de bandes relativement voisines, si elles ont un caractère général, aideraient sans doute à expliquer certaines exceptions apparentes à la loi de Kündt qu'on interprète ordinairement par un changement de nature des particules absorbantes accompagnant le changement de solvant.

---

(1) Cette bande double a été signalée par Formanck (*Zs. f. Farben- und Textil. Ch.*, 2, XXIV, 1903, p. 344) qui en localise les maxima vers 5240 et 4890 dans l'eau, 5420 et 5030 dans l'alcool amylique.

(2) D'après Buss (*Dissert.*, Berne, 1896), les deux bandes seraient comprises entre 4480 et 4050 pour l'une, 6320 et 6070 pour l'autre.

RADIOCHIMIE. — *Sur les directions d'émission des photo-électrons.* Note (¹) de M. **Pierre Auger**, présentée par M. Jean Perrin.

1. L'étude, par la méthode de Wilson, de la répartition dans l'espace des directions d'émission des photo-électrons m'a conduit à des résultats, relatifs en particulier à la distribution longitudinale, que j'ai rassemblés dans un article récent (²). D'autres auteurs (³) ont également publié des travaux sur ce sujet, dont les résultats confirment les miens dans l'ensemble. J'ai proposé, avec Francis Perrin, une théorie de ces phénomènes qui permet d'interpréter les mesures avec une bonne précision, tout en réduisant au minimum les hypothèses sur le mécanisme intime de l'absorption et de l'émission.

Des différences notables existant cependant entre les diverses séries d'expériences et le chiffre des statistiques restant en général trop restreint pour permettre des conclusions fermes, j'ai repris l'étude d'un cas particulier bien défini, l'effet photo-électrique produit dans l'argon (dilué dans l'hydrogène) par les rayons $K\alpha$ du tungstène. La statistique comporte actuellement 450 rayons, et est en cours de continuation; mais les résultats acquis dès maintenant sont assez nets pour appeler quelques remarques.

2. La confirmation de la théorie est assez bonne, comme on peut en juger sur la figure 1 où sont indiqués les points expérimentaux et la courbe théorique. [Dans cette figure les valeurs de n (ordonnées) représentent le nombre de rayons émis sous des angles inférieurs à ω (abscisses).] Cependant la différence entre les angles de bipartition (⁴) expérimental et théorique, 72° et 76° 30′ environ, est trop grande pour être expliquée par les fluctuations de la statistique. D'autre part, si l'on calcule le cosinus moyen $\Sigma \cos\omega/N$ des angles d'émission observés, on trouve 0,277, ce qui correspond à une quantité de mouvement moyenne dans la direction du faisceau de rayons X égale à celle du quantum absorbé multipliée par 1,2 environ. Ces valeurs

(¹) Séance du 5 mars 1928.

(²) *Journal de Physique*, 6ᵉ série, 8, 1927, p. 85-92.

(³) Voir la bibliographie de l'article cité.

(⁴) Angle ω_b pour lequel la valeur de n est la moitié du nombre total N de rayons observés. Toutes les théories proposées jusqu'ici pour l'interprétation de ces phénomènes sont d'accord sur la valeur de cet angle, dans le cas particulier étudié ici.

sont naturellement très approximatives, l'écart probable sur ω_0, par exemple pouvant être de l'ordre de 2° (¹).

Ce résultat est à rapprocher de ceux de Loughridge (²), qui trouve un angle d'émission maximum notablement plus petit que celui prévu par

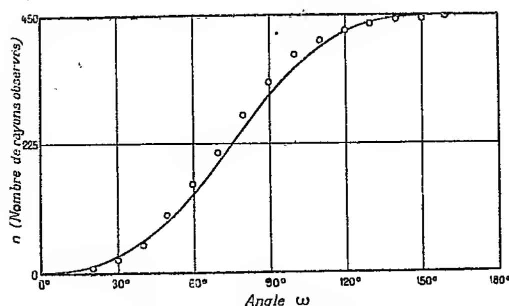


Fig. 1. — Courbe intégrale.

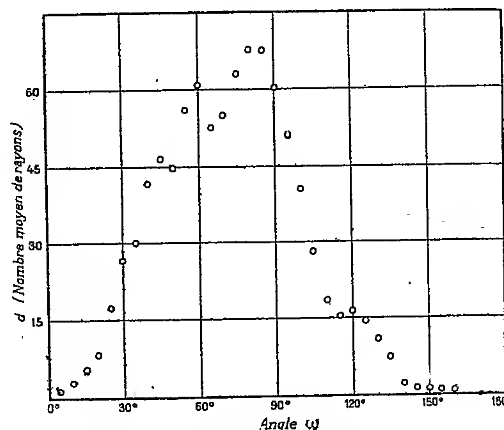


Fig. 2. — Densités d'émission.

notre théorie et également des expériences annoncées, mais non encore publiées à notre connaissance, de Williams (³).

3. Au point de vue de la forme de la répartition, on peut déjà apercevoir sur la figure 1 des différences notables entre la théorie et l'expérience : les points quittent la courbe vers 50°, la suivent ensuite parallèlement jusqu'à 120° où ils la rejoignent. Ces particularités sont bien plus apparentes si l'on adopte une représentation en densités d'émission (*fig.* 2, *d* est ici le nombre de rayons observés entre $\omega - 5°$ et $\omega + 5°$). Les fluctuations sont naturellement plus considérables que dans la figure 1 ; cependant, on peut clairement remarquer que :

a. La répartition n'est pas symétrique.

b. L'émission présente un maximum principal pour 80° (ce qui n'est pas l'angle de bipartition), un maximum secondaire, ou au moins un accroissement notable pour 60° et enfin une petite augmentation aux environs de 120°.

(¹) Une nouvelle série de mesures, portant sur un nombre égal de trajectoires, vient de donner des résultats presque identiques : 71° pour l'angle de bipartition, 0,283 pour le cosinus ω moyen.

(²) *Phys. Rev.*, 30, 1927, p. 493.

(³) *Nature*, 121, 1928, p. 134.

Il ne semble pas que les écarts dus à l'insuffisance de la statistique puissent être rendus responsables de ces particularités; en effet, ce sont exactement les mêmes que celles observées dans mes premières séries de mesures et signalées dans une Note déjà ancienne [1]. D'autre part, la dissymétrie de la répartition a été remarquée par Bothe [2] qui opérait avec une méthode entièrement différente, et récemment par Loughridge (*loc. cit.*).

4. L'interprétation de ces quelques points paraît nécessiter un remaniement assez profond de la théorie proposée. Il n'est pas impossible, en particulier, qu'il faille faire intervenir une sorte d'orientation dans l'atome absorbant, déterminant des directions privilégiées d'émission de photoélectrons.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la composition du peroxyde de Titane.* Note de M. **Maurice Billy**, présentée par M. Georges Urbain.

J'ai indiqué [3] qu'on peut précipiter l'hydrate d'un sel pertitanique en hydrolysant ce sel par un grand excès d'eau vers 15°. J'ai trouvé que dans ce cas la composition de l'hydrate précipité répond à la composition Ti^2O^5 aq.

MM. Robert Schwartz et Walter Sexauer [4] ont répété mes expériences à 0° au lieu de 15°; ils ont trouvé que la composition de l'hydrate, lavé à l'alcool serait $TiO^3, 2H^2O$ ou $(TiO^2, O.2H^2O)$; ils pensent que, si l'on trouve une quantité d'oxygène plus faible, cela proviendrait d'une décomposition de TiO^3 à une température supérieure à 0°.

J'ai répété ces expériences, en maintenant à 0° ou au-dessous tous les réactifs employés, même l'alcool et l'eau de lavage et en conduisant chaque opération commencée, sans arrêt, jusqu'au seuil de l'hydrolyse.

La masse du sel pertitanique lavée à l'alcool et toujours maintenue à 0° est divisée en deux parties : l'une est solubilisée aussitôt dans 150^{cm^3} d'eau glacée et versée dans 6^l d'eau qui sera maintenue à 0° tout le temps que durera l'hydrolyse; l'autre partie du sel est débarrassée de l'alcool dans le

(1) *Comptes rendus*, 176, 1924, p. 1535.
(2) *Zeitsch. f. Phys.*, 26, 1924, p. 59.
(3) Maurice Billy, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 1411.
(4) Robert Schwartz et Walter Sexauer, *Deutsch. ch. Ges.*, 60, 1927, p. 500.

dessiccateur sulfurique dans le vide, ou à l'air libre, pour y déterminer le rapport $\frac{TiO^2}{O}$.

L'hydrate provenant de l'hydrolyse est séparé par décantation d'abord, par filtration ensuite, sur entonnoir refroidi à 0°. Le précipité est lavé à l'eau glacée jusqu'à ce que la liqueur ne donne plus aucune réaction sur le permanganate.

A ce moment il est dissous sur filtre par de l'acide sulfurique au $\frac{1}{5}$, et donne une liqueur orangée qu'on sépare en deux parties égales quelconques : sur l'une on dose l'oxygène actif au permanganate, sur l'autre on précipite l'acide titanique par l'ammoniaque; on lave et l'on incinère pour obtenir TiO^2.

Résultats numériques.

Op à 0°, hydrolyse de 12 heures :

$$TiO^2 = 372^{mg}; \quad O = 47^{mg},2; \quad \frac{TiO^2}{O} = 7,87.$$

Composition correspondante : $Ti^2O^{5,26}$.

Op. à 0°, hydrolyse de 18 heures :

$$TiO^2 = 264^{mg}; \quad O = 34^{mg}; \quad \frac{TiO^2}{O} = 7.77.$$

Composition : $Ti^2O^{5,27}$.

Op. à 0°, hydrolyse de 36 heures :

$$TiO^2 = 190^{mg}; \quad O = 22^{mg},3; \quad \frac{TiO^2}{O} = 8,52.$$

Composition : $Ti^2O^{5,18}$.

Op. à 5°, hydrolyse de 18 heures :

$$TiO^2 = 356^{mg}; \quad O = 40^{mg},4; \quad \frac{TiO^2}{O} = 8,9.$$

Composition : $Ti^2O^{5,13}$.

Op. à 13°, hydrolyse de 18 heures :

$$TiO^2 = 199^{mg}; \quad O = 19^{mg},6; \quad \frac{TiO^2}{O} = 10,1.$$

Composition : Ti^2O^5.

$$\left(\text{Pour } TiO^3 \text{ on a } \frac{TiO^2}{O} = 5; \text{ pour } Ti^2O^5 \text{ on a } \frac{TiO^2}{O} = 10.\right)$$

Conclusions. — Le sel pertitanique étudié (sulfate double de titane et de potassium) contient toujours une proportion d'oxygène voisine du rapport $\frac{Ti}{O^3}$. Qu'il soit préparé à 0° ou à 15°, la température ne semble pas modifier sa composition entre ces limites.

Maintenu dans le vide le sel perd de l'oxygène actif, ce que l'analyse met en évidence.

L'hydrolyse du sel pertitanique faite de 10° à 20° provoque la formation d'un hydrate dans lequel le rapport entre l'oxygène et le titane est voisin de $\frac{Ti^2}{O^5}$; mais lorsque l'hydrolyse se passe à 0°, ce rapport est représenté par $\frac{Ti^2}{O^{5,27}}$ environ, *très éloigné de* $\frac{Ti}{O^3}$.

Il est extrêmement probable que le mécanisme de la fixation de l'oxygène actif sur TiO^2 ou Ti^2O^5 dépend d'un problème d'*équilibre;* les proportions relatives de TiO^2 et d'oxygène pouvant varier avec la température et la concentration.

CHIMIE MINÉRALE. — *Introduction du brome et de l'iode dans les silicates.* Note de M. A. **Dubois**, présentée par M. C. Matignon.

Au cours des recherches qui m'ont conduit à trouver une méthode de synthèse de silicates doubles de potasse et d'autres bases j'avais été conduit à employer comme fondant le chlorure de potassium.

Lors de l'application que j'ai faite de cette méthode à l'oxyde de cobalt j'ai obtenu (1) en même temps qu'un silicate double de cobalt et de potasse un chlorosilicate. Il m'a semblé intéressant de remplacer le chlorure de potassium employé alors par le bromure et par l'iodure correspondants, ce qui donnait l'espoir d'obtenir des dérivés bromés et iodés.

J'ai pu obtenir ainsi un bromo et un iodosilicate double de cobalt et de potasse.

Voici comment j'obtiens ces nouveaux produits. Je traite dans une capsule de platine du fluorhydrate de fluorure de potassium par de l'oxyde de cobalt et j'ajoute le produit de la réaction à du fluorure de potassium fondu dans un creuset de platine, je projette de la silice dans la masse et après quelques heures je laisse refroidir, j'ajoute alors un excès de bromure ou d'iodure de potassium et j'abandonne la masse sur un bec Méker pendant deux ou trois jours. Une partie du produit principal fond, mais en opérant avec des précautions suffisantes on isole après refroidissement lent et reprise par l'eau un produit identique d'aspect au chlorosilicate obtenu antérieurement.

---

(1) *Sur la constitution du smalt* (*Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 972).

Le produit est accompagné du silicate double de potasse et de cobalt que j'avais rencontré précédemment. On l'en sépare facilement par la liqueur dense de Rohrbach.

Le produit obtenu en présence du bromure de potassium a pour densité, à zéro, 2,80, et pour formule



$$KBr,\quad K^2O,\quad CoO,\quad 4SiO^2.$$

Il est facilement attaqué par l'acide chlorhydrique.

	Trouvé.		
	1.	2.	Calculé.
Silice..................	46,07	46,31	45,45
Oxyde de cobalt.........	13,89	14,50	14,20
Potasse.................	25,73	»	26,70
Brome............. ..	»	14,97	15,15
Fluor..................	»	0,11	»

Le produit obtenu en présence d'iodure de potassium a pour densité, à zéro, 2,95, et pour formule



$$KI,\quad K^2O,\quad CoO,\quad 4SiO^2.$$

Il est également attaqué avec facilité par l'acide chlorhydrique.

	Trouvé.		
	1.	2.	Calculé.
Silice..................	41,96	42,00	41,56
Oxyde de cobalt.........	12,93	12,87	13,04
Potasse.................	26,03	»	24,52
Iode....................	»	21,70	22,08
Fluor..................	»	0,28	»

Ces composés donnent une réaction très sensible des sels de cobalt, au point qu'un sel de nickel non purifié donne un produit tout aussi foncé que le sel de cobalt pur.

M. Gaubert a examiné les produits, y compris celui du chlorosilicate.

Les cristaux sont trop petits pour permettre des mesures goniométriques; ceux qui paraissent un peu gros ont de mauvaises faces ou sont formés par un groupement.

Cependant, on peut presque affirmer que les trois composés sont ortho-

rhombiques, qu'ils ont des clivages faciles suivant les faces (001), (010), (100), faces habituelles des cristaux.

L'existence d'une facette constatée sur les trois composés pourrait bien indiquer la symétrie monoclinique. En effet elle existe très souvent seule dans le même cristal, mais cela peut être dû aussi à la position du cristal ayant empêché le développement de toutes les facettes. Dans tous les cas l'angle de cette facette avec la face que j'appelle *p* pour fixer les idées varie de 42 à 44° (42° dans le chlorosilicate).

Donc les trois composés sont certainement isomorphes.

A cause de la forte coloration des cristaux les images en lumière convergente se voient mal.

Voici la valeur approximative des indices de réfraction :

Chlorosilicate...............	1,505 ± 0,003
Bromosilicate...............	1,540 ± 0,003
Iodosilicate.................	1,572 ± 0,003

Les cristaux sont peu biréfringents et les nombres ci-dessus s'appliquent à l'indice moyen.

La facette mentionnée se trouve sur d'autres cristaux avec sa symétrique, par conséquent il est très probable que les cristaux sont orthorhombiques.

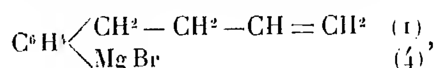
Il est donc possible d'introduire le brome et l'iode dans les silicates. On ne connaissait guère jusqu'ici que la sodalithe bromolithinée. Quant aux iodosilicates, celui de cobalt est le premier qui existe, du moins à ma connaissance.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du magnésium sur quelques dérivés éthyléniques para-bromés du benzène.* Note de M. **Raymond Quelet**, transmise par M. Charles Moureu.

J'ai montré [1], que le para-bromoallylbenzène, le para-bromopropénylbenzène et le para-bromo-Δ_1-buténylbenzène réagissaient facilement sur le magnésium en présence d'éther anhydre, et donnaient naissance à des magnésiens éthyléniques normaux. Le para-bromostyrolène, dans les mêmes conditions, se montre inactif vis-à-vis du magnésium. Le para-bromo-Δ_3-buténylbenzène attaque lentement le métal à la température ordinaire; au sein de l'éther bouillant, la dissolution est plus rapide et

[1] R. Quelet, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1283; 186, 1928, p. 236

après 10 heures de chauffage au bain-marie, le rendement en magnésien, déterminé par un dosage à l'iode, atteint 32 pour 100. Ce magnésien est bien constitué par le complexe éthylénique normal :



car après décomposition par l'eau, il fournit le Δ_3-buténylbenzène (1) avec un rendement voisin de 30 pour 100.

Dans la première Note relative à l'action du magnésium sur le para-bromoallylbenzène et sur le para-bromopropénylbenzène, j'indiquais que les rendements en dérivés magnésiens, calculés d'après le dosage de la magnésie provenant de la décomposition par l'eau du produit de la réaction, étaient respectivement de 60 et de 70 pour 100 par rapport aux rendements théoriques. Par la suite, j'ai constaté que la proportion de magnésien vrai existant dans ces solutions, proportion déterminée par la méthode de Job et Reich, et contrôlée par pesée des carbures obtenus après hydrolyse des complexes, n'était pas en rapport avec le poids de magnésium retrouvé sous forme de magnésie. Ce fait est général pour la série des bromures étudiés; et c'est ainsi qu'après avoir chauffé pendant 6 heures au bain-marie la solution éthérée du dérivé bromé en présence de magnésium, des dosages m'ont donné les résultats suivants :

Dérivé bromé.	Rendement pour 100 en magnésien : déduit du dosage de la magnésie.	déterminé par la méthode Job.
p-bromopropénylbenzène	70	44
p-bromo-Δ_1-buténylbenzène	68	37
p-bromoallybenzène................	60	34
p-bromo-Δ_3-buténylbenzène..........	56	29

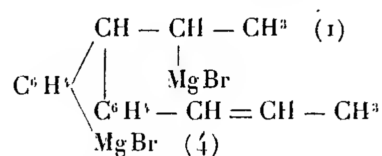
En laissant la réaction se poursuivre à la température ordinaire, on obtient, pour une même proportion de magnésium entrée en combinaison des rendements en magnésien notablement supérieurs :

---

(1) Sur ce carbure, voir Aronheim, *Lieb. An.*, 171, 1874, p. 219; André, *Bull. Soc. chim.*, 9, 1911, p. 193; Riiber, *D. chem. Ges.*, 44, 1911, p. 2391.

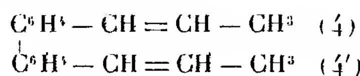
Dérivé bromé.	Rendement pour 100 en magnésien déduit du dosage de la magnésie. Durée du contact. 6 h.	24 h.	3 j.	6 j.	déterminé par la méthode Job. Durée du contact. 6 h.	24 h.	3 j.	6 j.
p-bromopropénylbenzène .	68	71	75	75	52,2	53	55	54,5
p-bromo-Δ_1-buténylbenz..	-	-	74	-	-	-	48	-
p-bromoallylbenzène	-	-	68	-	-	-	40	-

L'écart considérable existant entre les résultats fournis par les deux méthodes de dosage peut s'expliquer en admettant la formation d'un complexe magnésien d'addition, résultant de la fixation d'une molécule du magnésien normal sur la double liaison d'une autre molécule de ce même magnésien. Par exemple dans le cas du *p*-bromopropénylbenzène, il se formerait le composé :



qui ne serait plus un magnésien normal et en particulier ne réagirait pas sur l'iode lors du dosage par la méthode de Job et Reich; par contre, il serait décomposable par l'eau en libérant la totalité de son magnésium sous forme de magnésie, et en engendrant un hydrocarbure. La formation d'un complexe de ce type a été démontrée par Rupe et Bürgin [1], dans l'action du magnésium sur le chlorure de cinnamyle; j'ai établi que, dans ce cas, le produit de la réaction était inactif vis-à-vis de l'iode.

Dans tous les cas, il se produit en outre la réaction secondaire habituelle : duplication du radical, par suite de l'élimination de deux atomes de brome par le magnésium. Et avec le para-bromopropénylbenzène, j'ai isolé le *p*:*p'*-dipropényldiphényle,



paillettes fusibles à 185-186°, très peu solubles dans l'alcool, solubles dans la benzine en donnant une liqueur douée d'une fluorescence bleue. A côté de ce corps solide, j'ai obtenu un produit indistillable et incristallisable, dont la composition centésimale est voisine de celle de l'hydrocarbure résultant

(1) RUPE et BÜRGIN, *D. chem. Ges.*, 43, 1910, p. 172.

de l'hydrolyse du complexe magnésien d'addition; je n'ai pas encore terminé son identification.

En résumé, sauf le para-bromostyrolène, les carbures éthyléniques parabromés envisagés réagissent sur le magnésium en donnant comme produits principaux des dérivés organomagnésiens normaux. En même temps et en plus de la réaction secondaire habituelle, il se produit vraisemblablement un phénomène d'addition qui engendre un complexe doué d'une très grande inertie. Néanmoins, malgré cette complication qui diminue notablement les rendements, les combinaisons organomagnésiennes des homologues du parabromostyrolène permettront d'effectuer la synthèse d'un certain nombre de dérivés éthyléniques para substitués du benzène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la déshydratation de la pinacone de la cycloheptanone.* Note de M. **Marcel Godchot** et Mlle **G. Cauquil**, transmise par M. Moureu.

Meiser [1] a indiqué que la pinacone de la cyclopentanone (1.1'-dioxydicyclopentyl-1.1') se transformait, par action de l'action sulfurique dilué, en une pinacoline, la 1.1-tétraméthylène-cyclohexanone-2. Disposant d'une certaine quantité de pinacone de la cycloheptanone (1.1'-dioxydicycloheptyle-1.1', signalée par Markownikow [2] comme produit secondaire de la réduction de la cycloheptanone et obtenue par nous dans la même réaction, nous avons étudié l'action des déshydratants sur ce composé : la présente Note a pour but d'indiquer les résultats obtenus qui se rapprochent beaucoup de ceux trouvés par Meiser dans le cas précité et examiné par lui.

I. La déshydratation de la pinacone de la cycloheptanone (P.F. 78°) peut s'effectuer par chauffage pendant quelques heures à 125°, en présence soit d'acide oxalique et d'eau (10^g de pinacone + 10^g d'acide oxalique sec + 20^g d'eau), soit d'acide sulfurique dilué (10^g de pinacone + 150^g d'acide sulfurique à 20 pour 100). Dans les deux cas, si l'on abandonne pendant un peu de temps le produit de la réaction, on obtient une masse sirupeuse renfermant des cristaux; ceux-ci essorés et recristallisés dans l'éther constituent de très beaux prismes, fusibles à 72°. L'huile, séparée

---

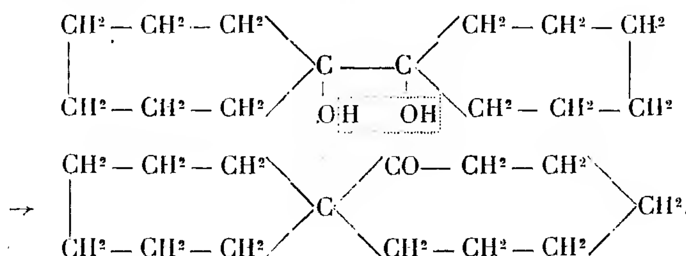
(1) *Berichte der Deuts. chem. Gesellschaft*, **32**, 1889, p. 2055.

(2) *Journ. Soc. phys. chim. russe*, 34, 1902, p. 904.

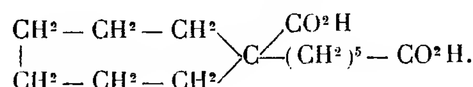
des cristaux, est distillée dans le vide et passe à la distillation vers 149°-150° sous 19^{mm}.

II. Le corps solide (P. F. 72°), analysé, nous a fourni les résultats suivants : C pour 100, 80,98; H pour 100, 11,82. Sa cryoseopie dans le benzène nous a donné, comme poids moléculaire, 194. Ces résultats permettent d'attribuer à cette substance la formule $C^{14}H^{22}O$ (théorie : P. M., 208; C pour 100, 80,76; H pour 100, 11,53). Nous avons reconnu, en outre, que nous avions en mains une cétone, bien que nous n'ayons pu obtenir, sans doute par suite d'empêchement stérique, de semicarbazone ni d'oxime; en effet, réduit par l'alcool absolu et le sodium, ce corps nous a fourni un alcool, $C^{14}H^{24}O$, fusible à 41° et caractérisé par sa phényluréthane cristallisée et fusible à 156°.

Nous attribuons à cette nouvelle cétone la constitution de l'hexaméthylène-1.1-cyclooctanone-2, engendrée par élimination d'une molécule d'eau aux dépens des deux OH de la pinacone, élimination qui est suivie de la formation d'un cycle en C^8 :



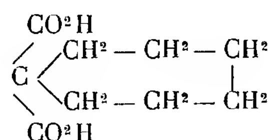
Lorsqu'on oxyde en effet la cétone par l'acide azotique ($d = 1,40$) à 100°, on obtient un acide solide, très peu soluble dans l'acide nitrique; il se dépose spontanément et cristallise dans le benzène en prismes fusibles à 116°. Cet acide est de l'acide 1.1-hexaméthylène subérique :



(Analyse : H pour 100, 9,38; C pour 100, 65,23; théorie pour $C^{14}H^{24}O^4$: H pour 100, 9,37; C pour 100, 65,62; le sel d'argent renferme 46,20 pour 100 Ag; théorie pour $C^{14}H^{22}O^4Ag^2$: Ag pour 100, 45,97.)

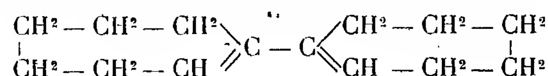
Enfin les eaux mères nitriques distillées dans le vide abandonnent un autre acide huileux qui, examiné, semble être identique à l'acide hexamé-

thylène malonique



déjà signalé par MM. Haworth et Perkin (¹); cet acide nous a fourni, en effet, un sel d'argent dont l'analyse permet de lui attribuer avec assez de certitude la formule $C^9H^{12}O^4Ag^2$. Cet acide hexaméthylène-malonique résulte d'une oxydation plus profonde de l'acide précédent.

III. Le corps liquide, bouillant à 149-150° sous 19^{mm}, isolé par nous comme nous l'avons vu plus haut, est un carbure, le $\Delta_{1,1'}$ dicycloheptène :



($d^{19°} = 0{,}9736$; $n_D^{19°} = 1{,}526$; R. M. trouvée : 59,90; calculée pour $C^{14}H^{22} = 59{,}52$; l'exaltation constatée est due à la présence de deux doubles liaisons conjuguées). Ce carbure résulte de l'élimination de deux molécules d'eau, lors de la déshydratation de la pinacone de la cycloheptanone. Oxydé, à l'aide d'une solution étendue de permanganate de potassium, il fournit surtout de l'acide pimélique.

En résumé, le fait qui nous paraît intéressant est d'avoir obtenu une cétone hydrocyclique en C^8 en partant d'un corps possédant deux cycles en C^7. Meiser avait déjà isolé une cétone hydrocyclique en C^6 en partant d'un corps possédant deux cycles en C^5. Rappelons aussi que M. Tarbouriech (²) a obtenu la 2.2-diméthylcycloheptanone en déshydratant l'isopropylcyclohexylpinacone, passant ainsi d'un cycle en C^6 à un cycle en C^7. Tous ces faits présentent donc un certain caractère de généralité.

MINÉRALOGIE. — *Étude microscopique de quelques minerais métalliques du Pérou.* Note de MM. **J. Orcel** et **Gil Rivera Plaza**.

L'observation des sections polies de minerais au microscope métallographique, particulièrement en lumière polarisée, permet une détermination rigoureuse de leur composition minéralogique et de leur structure. Les

(¹) *Journal of the Chemical Society*, 65, 1894, p. 599.
(²) *Comptes rendus*, 156, 1913, p. 75.

minerais métalliques du Pérou n'ayant pas fait encore l'objet d'une étude microscopique détaillée nous résumerons ci-dessous les résultats de l'examen d'un grand nombre de sections faites dans des échantillons provenant des principales mines.

Les gisements prédominants sont ceux de cuivre, plomb, zinc et argent; les filons qui les constituent sont à remplissage complexe, et il est difficile d'en donner une classification d'après les associations minérales qu'ils présentent. Cependant on peut y distinguer :

1° Des minerais essentiellement cuprifères, où le plomb est presque absent, et renfermant : soit le mélange érubescite, chalcosine et un peu de chalcopyrite; soit l'association chalcopyrite, panabase, énargite, et accessoirement mispickel;

2° Des minerais cuprifères et plombifères où l'on trouve les associations complexes suivantes : blende, panabase, bournonite, boulangérite (mine Caudalosa (prov. de Castrovirreyna, et mine San José, San Antonio de Esquilache (prov. de Lampa) et blende, galène, panabase, énargite (par exemple à la mine Miguel, district de Yauli). Ces minerais sont parfois d'une richesse remarquable en argent;

3° Des minerais d'argent, localisés dans certains filons et constitués par des argents rouges.

La pyrite se rencontre dans tous les filons; elle s'y est déposée la première.

L'*énargite* est extrêmement répandue dans tous les minerais cuprifères du Pérou, particulièrement dans la région d'Huaron, seuls les filons de la région de Casapalca n'en renferment pas; au microscope, elle est facilement reconnaissable à ses propriétés en lumière polarisée et à son comportement vis-à-vis des réactifs d'attaque. Elle se trouve fréquemment en inclusions très fines dans l'érubescite (mine San Expedito, province de Cerro de Pasco), et dans la galène (mine San Juan de Carahuaca, Yauli), où elle forme avec ces minéraux des associations eutectoïdes.

A la mine Ombla (district de Morococha), l'énargite est associée à un minéral de propriétés optiques analogues et présentant entre nicols croisés des macles polysynthétiques très nettes; il faut très vraisemblablement l'identifier avec la *luzonite* que l'on trouve d'ailleurs en masses importantes (toujours maclées) dans la région d'Huaron.

L'*érubescite* forme souvent avec la *chalcosine* des groupements à structure graphique; elle renferme parfois (mine San Expedito) des inclusions d'un

minéral jaune orangé agissant vivement sur la lumière polarisée, probablement identique à la « bornite orangée » signalée par J. Murdoch ([1]).

La *chalcopyrite* ne paraît pas s'être formée aux dépens de la pyrite et l'on doit plutôt lui attribuer une origine primaire au même titre que l'érubescite et la chalcosine. On la trouve aussi en inclusions dans la pyrite (Morococha).

La *panabase* se présente en masses associées aux autres minerais de cuivre ou en beaux cristaux dans les cavités; elle renferme fréquemment des inclusions de blende et de chalcopyrite.

La *blende* se trouve dans presque tous les minerais cuprifères et plombifères péruviens; elle est souvent remplie de fines inclusions de chalcopyrite parfois orientées (mine Miguel).

L'existence de *bournonite* (avec ses macles polysynthétiques caractéristiques) et de *boulangérite* est une caractéristique très spéciale de certains minerais (mines Caudalosa et San José). La *jamesonite*, probablement argentifère, forme à la mine Atlanta (province d'Huari) de fines aiguilles en inclusions dans des nodules de blende.

La *pyrargyrite* et la *proustite* se présentent localement dans certains filons (à la mine San Antonio, district de Casapalca, et dans la région de Caylloma). Elles forment parfois des groupements à structure graphique; elles sont associées à l'argent et à l'or natif (en très rares inclusions) et à un *minéral crème* isotrope probablement nouveau, car ses propriétés optiques et chimiques ne correspondent à celles d'aucune espèce connue. Nous n'avons pu encore en isoler assez pour l'analyse.

L'examen microscopique montre également la complexité des minerais de nickel de la province de La Mar (mine Rapi). Ceux-ci sont constitués par de la *gersdorffite*, de la *nickelite* et de la *chloanthite;* ce dernier minéral est associé à de la *rammelsbergite* qui forme sur le bord de ses cristaux des zones régulières agissant sur la lumière polarisée plus faiblement que la nickelite. La rammelsbergite se rencontre aussi dans la gersdorffite.

Outre les produits d'oxydation habituels (malachite, azurite, chrysocole, cuprite accompagnée de cuivre natif) il faut noter la présence du *cinabre* avec l'azurite dans le chapeau d'un filon de cuivre gris à la mine El Rubi (Lampa). Ce minéral n'était connu que dans le département d'Huancavelica.

([1]) J. Murdoch, *Microscopical determination of the opaque minerals*. p. 64, New-York, 1916.

Signalons enfin, parmi les autres minerais étudiés, la *molybdénite* de Comas (Jauja) en agrégats de lamelles disséminées dans des veines de quartz, et les minerais de manganèse (*acerdèse*) d'Araucana (Puno).

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique de la région comprise entre le Manambao et le Manambolo (Ouest de Madagascar) et sur ses relations avec les phénomènes éruptifs.* Note de M. **Louis Barrabé**, présentée par M. Pierre Termier.

Les formations sédimentaires qui s'étendent entre le Bongo-Lava et le Canal de Mozambique, d'une part, et du Manambolo au Manambao, d'autre part, le long de la côte occidentale de Madagascar, présentent dans leur ensemble une grande régularité avec un pendage général uniforme vers l'Ouest. L'étude détaillée de cette région que j'ai effectuée en 1924 et en 1926 (en partie en compagnie de M. Schnæbelé) m'a permis de me rendre compte qu'un grand nombre d'accidents modifient, dans le détail, cette régularité apparente de la série sédimentaire.

Parmi ces accidents, les failles jouent un rôle prépondérant. Il en existe un grand nombre dans les affleurements situés entre le Bongo-Lava et les plateaux basaltiques ou labradoritiques. Elles ont généralement un rejet faible et une orientation NNW-SSE. On peut en observer : *a.* à la limite du massif cristallin et des grès triasiques (petites failles près d'Ankavandra et au Sud d'Ambatomainty); *b.* en de nombreux points des plateaux calcaires du Bemaraha; *c.* sur le bord occidental de ces plateaux, dans la région de Bekopaka et au Sud-Est d'Andimaka (là, les marnes néocomiennes à *Duvalia polygonalis* viennent buter vers l'Est contre le pied d'une falaise calcaire, haute de 15 à 20^m, qui limite la forêt d'Antsingy; le rejet n'est pas supérieur à quelques dizaines de mètres, car les marnes sont transgressives, en cette région, sur les calcaires bathoniens); dans la haute vallée de la Soahanina et sur le bord occidental du Bemaraha (là, une faille présente une lèvre occidentale relevée et elle est un peu plus inclinée sur le méridien que les précédentes); *d.* à la limite des grès tendres du Crétacé moyen et des marnes néocomiennes, les failles semblent assez fréquentes, mais elles sont généralement difficiles à préciser (j'en ai observé une très nette cependant, avec miroir de faille et à lèvre occidentale relevée, au col situé entre la Soahanina et la Demoka). Dans les plateaux basaltiques et dans les affleurements plus récents les failles semblent rares.

Les plis ne jouent qu'un rôle secondaire dans la structure de la zone sédi-

mentaire étudiée. Les couches présentent un pendage vers l'Ouest de 2 à 4° en moyenne, du Trias au Crétacé moyen compris, et seulement de 1 à 2° pour les basaltes et tufs des plateaux, ainsi que pour les formations plus récentes, jusqu'au Tertiaire compris. Les changements de pendages, fréquents dans les calcaires, sont dus généralement à des failles; parfois cependant on constate l'existence de flexures et même accidentellement d'ondulations anticlinales (gorges du Manambolo). Mais les plis bien définis sont rares : 1° A l'Ouest d'Ankavandra, j'ai observé un anticlinal à direction NNW-SSE qui affecte les schistes et psammites de la base du Trias (c'est probablement son prolongement qui passe près de Maroboaly et de Folakara); 2° Au Nord d'Anjiabe, près d'Antsalova, un anticlinal a été découvert en 1923 par MM. Léon Bertrand et L. Joleaud; en 1924, j'ai observé la présence d'une intrusion doléritique dans sa zone axiale. Cet accident comporte deux branches formant un V; la plus importante présente une orientation WNW-ESE. Des calcaires marneux et glauconieux kimeridgiens affleurent dans l'axe du pli, crevant au milieu des marnes néocomiennes. Le pointement doléritique a durci et métamorphisé les marnes et les calcaires marneux au travers desquels il s'est fait jour. Cette disposition permet de penser que l'intrusion a été l'agent essentiel de la production du pli. En beaucoup d'autres points, les pendages de la série sédimentaire sont également affectés par des intrusions de dolérite, mais sans formation de véritables plis; 3° Un autre anticlinal, dissymétrique, s'étend de la rivière Mahagomba au Manambao, avec une direction SSW-ENE. Sa zone axiale est jalonnée par trois dômes alignés de marnes à *Duvalia polygonalis* qui affleurent au milieu des grès du Crétacé moyen; parfois, les calcaires marneux du Kimeridgien apparaissent dans l'axe du pli. Un petit pointement de labradorite, l'Antongobory, apparaît dans les marnes, au Sud d'Andrafiavelo, mais il ne semble pas que les intrusions aient joué un rôle dans la formation de l'anticlinal. Dans la basse vallée du Manambao, les formations éruptives sont importantes, mais la plupart d'entre elles semblent constituer les restes d'édifices volcaniques qui se seraient établis sur la zone axiale arasée de l'anticlinal (Ambohibe W, collines au Sud d'Ambalatana et à l'Est de Betaboara).

Il est difficile de préciser l'âge des plis et des failles qui viennent d'être passés en revue; cependant il est remarquable que ces accidents n'affectent que des formations sédimentaires antérieures aux épanchements basaltiques, formations qui présentent d'ailleurs, ainsi que je l'ai déjà indiqué, des pendages plus accusés que les niveaux plus récents. Les coulées éruptives sont

assez bien datées, elles sont probablement turoniennes ([1]); il s'ensuit que la *phase orogénique est probablement d'âge cénomanien*, ce qui est conforme à l'opinion déjà admise par MM. Léon Bertrand et L. Joleaud ([2]). Une régression marine importante en est résultée. Les épanchements volcaniques ainsi que les nombreuses intrusions qui les ont accompagnées : dykes (Tsiandro, col de Binary, Brèche d'Ankavandra, etc.) ou laccolites (Beangohy, Bevitiky, Anjiabe, Nord de Dokolahy, Antongobory d'Andrafiavelo, etc.) sont dus à une phase éruptive correspondant à une période de décompression qui a dû suivre immédiatement la phase orogénique. Les mouvements postcrétacés semblent n'avoir eu pour conséquence, dans cette région, qu'un léger relèvement des couches sédimentaires, sans formation de failles importantes.

OCÉANOGRAPHIE. — *Étude densimétrique du courant de Humboldt et de la mer de l'île de Pâques.* Note de M. **J. Thoulet.**

Le *Challenger*, dans la dernière partie de sa traversée du Pacifique, avant d'arriver à Valparaiso, a coupé à peu près perpendiculairement le courant de Humboldt. Les résultats des quinze sondages densimétriques exécutés par lui dans cette région, publiés dans les *Reports* et que j'ai mis en graphiques (diagrammes et profils), quoique bien espacés les uns des autres, ont pu cependant fournir un certain nombre d'informations intéressantes.

Sous la poussée des grandes brises d'Ouest en Est qui soufflent le long d'une bande parallèle à l'équateur et séparant le Pacifique de l'océan Glacial austral, se crée sur la mer la grande dérive d'Ouest en Est des eaux qui vient frapper le sud de la côte occidentale de l'Amérique du Sud et s'y diviser en deux branches. La plus méridionale double le cap Horn et pénètre dans l'Atlantique sud. L'autre branche, relativement tiède, heurtant obliquement le continent américain, est détournée vers le Nord, rencontre la concavité du golfe d'Arica qui l'infléchit vers le Nord-Ouest puis vers l'Ouest. En atteignant la Malaisie et l'Australie, elle y achève son cycle et commence à le renouveler. Sur sa route, le long de la côte du Chili, en rive droite, elle reçoit, surtout au printemps et en été, un énorme afflux d'eau douce très froide provenant de la fonte des neiges qui, pendant l'hiver correspondant à

([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1567.
([2]) *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 715.

l'été de l'hémisphère Nord, ont couvert la chaîne des Cordillères séparée de la mer par l'étroite bande du Chili. Brusquement augmentée de volume et fortement refroidie, ce qui sera désormais sa principale caractéristique, la dérive devient alors le courant de Humboldt.

Il se fait alors une sorte d'épanouissement tourbillonnaire des eaux, dont le centre se trouve vers l'île de Pâques et comparable à la mer des Sargasses de l'Atlantique nord. Cet espace, long d'Est en Ouest de 3000 milles environ, constitue géographiquement et physiquement une parfaite individualité nettement distincte des eaux environnantes plus légères, plus chaudes et plus salées, qui pourrait par conséquent être désigné sous le nom de mer de l'île de Pâques. Son individualité est même confirmée par les sédiments du fond tels qu'ils ont été analysés et décrits par Murray et Renard dans les *Deep Sea Deposits* des *Reports* et par le gisement relatif des dépôts graveleux et des vases, boues et argiles rouges et bleues. Ces divers caractères sont tous marqués sur les graphiques densimétriques et en particulier sur les zones hautes des diagrammes en régime moyen comparées au régime océanique des eaux pacifiques environnantes.

Appauvri par cet épanouissement, vers Païta, le courant de Humboldt, poursuivant sa route, reprend son état de dérive et se confond avec le grand courant sud-équatorial d'Est en Ouest du Pacifique.

HYDROLOGIE. — *Sur la radioactivité de quelques sources de la région pyrénéenne.* Note de MM. **J. Aloy** et **Jacques Averseno**, présentée par M. Charles Moureu.

Nous avons déterminé la teneur en radon de l'eau et des gaz spontanés des principales sources des deux stations d'Ax-les-Thermes (Ariège) et Ussat-les-Bains (Ariège) ainsi que de deux sources sulfurées dans la vallée de la Haute-Ariège, à Merens et à Saillens. Toutes se rattachent, au point de vue géologique, au groupe oriental de la zone axiale des Pyrénées (1).

Ax-les-Thermes. — La station d'Ax-les-Thermes possède un grand nombre de sources thermales; la plupart sont utilisées dans les quatre établissements du Teich, du Modèle, du Couloubret et du Breilh; certaines coulent sur la voie publique. Elles présentent de grandes analogies, au point de vue de la radioactivité et de la sulfuration, avec certaines sources de Luchon, étudiées par M. A. Lepape (2). Seule, la source

(1) P. Urbain, *Introduction à l'étude hydrogéologique des Pyrénées françaises* (*Annales de l'Institut d'Hydrologie et de Climatologie*, 4, 1, 1926).

(2) A. Lepape, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1908.

Viguerie avait été antérieurement examinée au point de vue de la radioactivité. L'eau a été prélevée aux griffons ou le plus près possible des griffons lorsque ces derniers n'étaient pas accessibles. Les mesures ont été effectuées selon la méthode de Moureu et Lepape [1] avec l'appareillage de Chéneveau et Laborde.

Source.	Température. 1926.	Température. 1927.	Radon en millimicrocuries par litre d'eau à l'émergence. 1926.	Radon d'eau à l'émergence. 1927.	Radon de gaz sec à 0° et 760mm. 1927.	Hororadio-activité en micro-curies (eau).	Puissance radio-active en mg-Ra.
			Établissement du Teich.				
Viguerie	73°,8	73°,5	1,18	1,32	19,7	7,5	1
Puits d'Orlu		60		2,82		20,3	2,7
Eau bleue		42		1,42		0,25	0,0035
Pyramide		64,5		1,26		3,6	0,48
St-Roch (à droite)		40		2,17		0,09	0,013
Isabelle		54,5		2,42		0,25	0,035
Quod		52		1,30		1,17	0,16
			Établissement du Couloubret.				
Pilhes		42,5		1,04		1,12	0,15
Gaston Phœbus		42		0,87			
La Basse		21,5		2,28		8,89	1,18
Rossignol Supér.		77,5		2,64	53	15,8	2,11
Bain Fort		17		0,98		2,05	0,27
Montmorency		30,5		0,89		1,22	0,16
			Établissement du Modèle.				
Les Abeilles		49,5		2,32		1,18	0,15
Alcaline	56		0,37			1,33	0,17
Grande Sulfureuse	69		2,27			16,34	2,18
			Établissement du Breilh.				
Longchamp		56		0,24			
Étuve		52		1,53			
Petite Sulfureuse		46,2		1,92			
			Place Publique.				
Rossignol Infér.	77		2,45			3,52	0,47
Étuve de l'Hôpital		69,5		2,31			

[1] *Annales de l'Institut d'Hydrologie et de Climatologie*, 3, 1925, p. 157.

Mérens. — Les sources de Mérens sont mal captées. La source Sicre ou Filhol, située sur la rive droite du Nabre, étudiée jadis par Filhol et Garrigou, a donné 2,06 millimicrocuries de radon par litre, sa température est de 41°. Deux autres sources situées au voisinage, sur la rive droite du Nabre, ont donné respectivement :

Température.	Radon en millimicrocuries par litre d'eau.
42°,5	1,54
48°,5	0,46

Ussat. — Les eaux d'Ussat sont sulfatées calciques. La Station possède deux établissements en service : le Grand Établissement ou Fraxines et Sainte-Germaine.

Source.	Température. 1926.	Température. 1927.	Radon en millimicrocuries par litre d'eau à l'émergence. 1926.	Radon en millimicrocuries par litre d'eau à l'émergence. 1927.	Radon de gaz sec à 0° et 760mm. 1927.	Hororadioactivité en microcuries (eau). 1927.	Puissance radioactive en mg-Ra.
Grand Établissement Fraxines	38°	36°,1	4,16	3,92	28,28	130,7	17,42
Établissement Sainte-Germaine. Source Lombrives		36°,1		3,55			

Saillens. — A quelques kilomètres d'Ax, au delà de Mérens, sur la route de l'Hospitalet, il existe une source sulfurée froide, dite de Saillens, déjà étudiée au point de vue chimique par Garrigou et Carnot. Elle ne dégage pas de gaz spontanés, mais possède 17,5 millimicrocuries de radon par litre d'eau à l'émergence. Sa température est de 14°. Sa sulfuration, d'après Carnot, serait de 0mg,0034 de soufre par litre.

Conclusions. — La radioactivité des eaux d'Ax, faible en valeur absolue, est importante pour quelques-unes d'entre elles si l'on considère l'hororadioactivité, en particulier pour les sources Viguerie, Puits d'Orlu, Rossignol Supérieur et Grande Sulfureuse. L'hororadioactivité des eaux du Grand Établissement à Ussat est également considérable, en raison de leur énorme débit. Les eaux d'Ax et de Mérens, analogues au point de vue de la composition le sont également au point de vue de la radioactivité. La radioactivité beaucoup plus élevée de la source de Saillens, qui se classe parmi les plus radioactives de France, est en accord avec les faits observés par M. Lepape à Bagnères-de-Luchon où les sources tièdes et froides sont beaucoup plus radioactives que les sources chaudes.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs des éléments magnétiques à la station du Val-Joyeux (Seine-et-Oise) au 1er janvier* 1928. Note de MM. **L. Éblé** et **J. Itié**, présentée par M. G. Ferrié.

Les valeurs données ci-dessous des éléments magnétiques au 1er janvier 1928 sont les moyennes de toutes les valeurs horaires relevées au magnétographe Mascart pendant les mois de décembre 1927 et janvier 1928; elles résultent donc de 1488 lectures. On peut espérer éliminer ainsi l'influence des irrégularités qui ont pu se produire aux environs du 1er janvier.

La variation séculaire des différents éléments est déduite de la comparaison entre les valeurs actuelles et celles qui ont été données pour le 1er janvier 1927.

Valeurs absolues et variation séculaire des éléments magnétiques à la station du Val-Joyeux.

(Latitude : 48°49′16″; longitude : 2°0′52″ E. Gr.)

	Valeurs absolues pour l'époque 1928,0.	Variation séculaire.
Déclinaison	11°26′,5	—11′,4
Inclinaison	64°39′,3	— 0′,2
Composante horizontale	0,19654	—0,00003
» verticale	0,41493	—0,00014
» nord	0,19263	+0,00010
» ouest	0,03899	—0,00064
Force totale	0,45913	—0,00013

La variation séculaire de la déclinaison est certainement un peu moins rapide que les années précédentes. Celle des éléments qui ne dépendent pas de la déclinaison (inclinaison, composantes horizontale et verticale, et force totale) est encore très faible.

BOTANIQUE. — *Sur divers stades de la mitose de l'*Hyacinthus orientalis *et, comparativement, de l'*Allium cepa. Note de M. **A. Eichhorn**, présentée par M. Molliard.

Les stades de la caryocinèse qui, aujourd'hui encore, demeurent les plus discutés sont, au début et au terme de la division, respectivement la prophase et la télophase. Aussi est-il souhaitable de porter tout spécialement

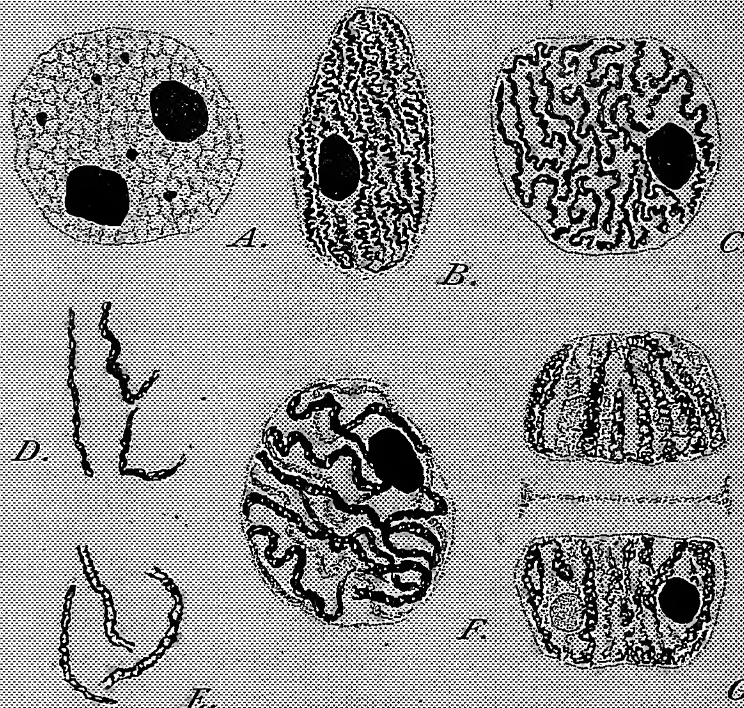
son attention sur ces deux moments de la mitose comme de rechercher si, dans les objets les plus divers, les phénomènes ne sont pas essentiellement comparables. A ce point de vue la Jacinthe et l'Oignon offrent un matériel des plus utiles (¹).

Pour la présente étude on a fixé dans le liquide de Helly, durant 8 heures, le méristème et la partie sous-méristématique des racines de ces plantes poussées en terre; la fixation a été suivie d'une postchromisation de 48 heures dans le bichromate de potassium à saturation et à chaud. La coloration des coupes, enfin, a été pratiquée à l'aide de l'hématoxyline ferrique de Heidenhain.

Au repos les noyaux, dans l'un et l'autre objet, présentent un fin réticulum granuleux (A) dont l'existence réelle a été souvent mise en doute; on a voulu voir là le résultat de la fixation. Cette opinion ne saurait être soutenue, car il est possible de retrouver ce même aspect au cours d'observations vitales, notamment dans les cellules du filet. On peut voir, en outre, deux nucléoles de taille sensiblement égale, renfermant de petites inclusions dont il est difficile de préciser la nature, mais qui ne sont pas des cristaux, fortement teintées en noir par l'hématoxyline après une différenciation très poussée qui laisse le nucléole coloré en gris clair; puis, de-ci de-là sur le réseau, quelques granulations dont le nombre est d'ailleurs des plus inconstants et qui ne jouent pas le rôle de centres de condensation de la chromatine qu'il a été possible d'attribuer à des formations analogues dans le cas du Pin. Si l'on examine un noyau en interphase le réticulum apparaît plus net, les nucléoles souvent sont en voie de fusionnement ou même ont fini par se fusionner en un seul. De fait, ce fusionnement, qui peut n'être que très tardif, finit toujours par se produire et, au dernier stade de la prophase, on ne rencontre jamais qu'un seul de ces éléments qui disparaît à son tour brusquement sans qu'aucun rôle certain puisse lui être attribué dans la formation des chromosomes. Ceux-ci, en effet, prennent naissance, dans les deux objets étudiés, de la manière suivante : le réseau chromatique se découpe en un certain nombre de filaments ténus, sinueux et longs, orientés tous dans un même sens (B). Ces filaments, dont il est

(¹) De nombreuses études ont été consacrées à la mitose somatique de l'*Allium cepa* et les travaux de Grégoire et de Lundegardh, entre autres auteurs, restent fondamentaux. Il n'en va pas de même pour *Hyacinthus orientalis* et le plus récent travail sur ce sujet, celui de Carruthers (1921), appelle de nombreuses rectifications dont la discussion, toutefois, ne saurait trouver place ici.

assez difficile de dire exactement pour chacun d'eux où il commence et où il finit, se raccourcissent en s'épaississant, tout en demeurant, néanmoins,



Images de mitoses dans la racine de l'*Hyacinthus orientalis*. A, interphase; B, C, E, F, prophase; G, télophase; D, fragments de chromosomes prophasiques d'*Allium cepa*. (Gross. 1500.)

très flexueux et sans présenter aucune trace de clivage; celui-ci va apparaître bientôt dès que les filaments, conservant toujours leur même orientation, se seront individualisés davantage (C). Ils se montrent alors nettement distincts les uns des autres ([1]), et l'alvéolisation est évidente (F), elle est très apparente dans le cas de la Jacinthe, où il semblerait parfois qu'un chromosome soit formé d'articles rapportés bout à bout (E), elle l'est moins dans celui de l'Oignon (D).

Par la suite, chaque chromosome se replie en forme de V et, après s'être

---

([1]) Ceci n'implique pas que dans les stades antérieurs les filaments ne sont pas distincts les uns des autres, ou encore qu'ils forment un spirème continu. Ce spirème n'est généralement que le résultat d'une mauvaise fixation et n'a jamais été rencontré dans les préparations obtenues à l'aide du liquide de Helly; on le réalise, au contraire, par fixation au liquide de Bouin.

rangé à la plaque équatoriale, se divise par fissure longitudinale, donnant ainsi deux chromosomes fils qui émigrent séparément à un pôle de la cellule. C'est là que se produit le tassement polaire. A ce moment les chromosomes ne se confondent pas, au contraire : chacun conserve son individualité et cela même plus tard quand se produit l'alvéolisation. On voit alors les chromosomes se creuser et affecter une forme analogue à celle qu'ils présentent au cours de la prophase ; l'alvéolisation s'accentuant leur fait perdre de plus en plus leur structure et ils offrent finalement un aspect déchiqueté sans présenter encore de contact entre eux (G); ce contact se réalise peu à peu cependant qu'apparaissent deux petits nucléoles, situés symétriquement dans les deux noyaux fils. De cette manière le réseau finement granuleux et à mailles serrées est reconstitué après que les chromosomes ont, apparemment, perdu leur individualité qu'ils avaient conservée jusqu'à la fin de la télophase.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La genèse de l'amidon dans les céréales, les glucides des feuilles et des tiges du riz.* Note de M. **H. Belval**, présentée par M. Molliard.

Ce travail entrepris en Chine, dans les rizières des environs de Chang-hai, a malheureusement été interrompu par la guerre civile. On ne trouvera donc ici que les résultats concernant les feuilles et les tiges.

On a montré précédemment [1] : 1° que les céréales indigènes forment deux groupes des plus distincts par la nature des glucides qu'elles renferment : le groupe du blé, comprenant le seigle, l'orge et l'avoine, caractérisé par la présence de substances lévogyres dans la gaine des feuilles, la tige et le grain ; le groupe du maïs où les lévulosanes font constamment défaut ; 2° que, en aucun cas et à aucune période du développement, on ne trouve trace de dextrines : les prétendus principes dextriniformes des auteurs n'étant pas autre chose qu'un mélange de saccharose et de lévulosanes dans le groupe du blé, et dans celui du maïs, du saccharose exclusivement.

A ne considérer que les glucides des feuilles et des tiges, le riz se range à côté du maïs.

---

[1] H. Colin et H. Belval, *Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 1441; **177**, 1923, p. 973. — H. Belval, *La genèse de l'amidon dans les céréales* (*Rev. gén. Bot.*, **36**, 1924, p. 308).

1. *Feuilles.* — Dans l'impossibilité de séparer convenablement, loin de tout laboratoire, la gaine et le limbe des feuilles, on s'est contenté de fixer séparément les limbes; quant aux gaines, l'expérience ayant montré que, par les sucres qu'elles contiennent, elles se rapprochent plus des tiges que des limbes, on les a traitées avec les tiges. Ainsi qu'il est de règle dans les céréales, le saccharose l'emporte de beaucoup sur les sucres réducteurs : les pouvoirs rotatoires avant hydrolyse sont toujours très élevés et, après action de la sucrase, s'écartent fort peu des valeurs théoriques du pouvoir rotatoire du sucre interverti.

2. *Gaines et Tiges.* — Sans doute possible, le sucre de canne, premier produit de l'assimilation chlorophyllienne, émigre vers la tige en se dédoublant en ses deux constituants : tandis que, dans l'ensemble, le pouvoir rotatoire initial est notablement inférieur à celui du limbe, après hydrolyse, tous les pouvoirs rotatoires, ceux des limbes aussi bien que ceux des tiges, sont identiques, ou peu s'en faut. Comme par ailleurs, dans tous les cas, l'inversion diastasique est totale, on peut conclure que le saccharose est le seul glucide soluble non réducteur et que la composition du mélange des sucres réducteurs est très voisine de celle du sucre interverti.

Le tableau suivant contient, avec les valeurs du pouvoir rotatoire avant et après hydrolyse $[\alpha_1]$ et $[\alpha_2]$, le pourcentage des différents glucides, par rapport au poids frais : R, sucres réducteurs; S, saccharose, calculé en sucre interverti; T, sucre total.

Dates des récoltes	Organes analysés.	$[\alpha_1]$.	$[\alpha_2]$.	R.	S.	T.	$\frac{R}{S}$.
16 juin	Plante entière........	+36	−27	0,10	0,34	0,45	0,31
19 juil.	Limbes..............	+60	−17	0,13	1,03	1,18	0,12
	Gaines et tiges.......	+34	−17	0,12	0,30	0,43	0,41
4 août	Limbes..............	+60	−18	0,09	0,87	0,97	0,11
	Gaines et tiges.......	+34	−17	0,13	0,29	0,43	0,44
26 août	Limbes..............	+51	−19	0,19	0,90	1,10	0,21
	Gaines et tiges.......	+39	−19	0,25	0,60	0,85	0,42
14 sept.	Limbes..............	+60	−20	0,18	1,35	1,53	0,13
	Gaines et tiges.......	-	-	0,26	0,94	1,12	0,27
14 oct.	Limbes..............	+60	−13	0,24	1,42	1,67	0,16
	Gaines et tiges.......	+45	−16	0,50	1,23	1,73	0,41
8 nov.	Tiges...............	+50	−19	0,50	1,79	2,29	0,28

A l'encontre de ce qu'on observe dans les autres céréales, le blé en par-

ticulier, les valeurs exprimant la totalité du contingent glucidique apparaissent ici, pour les tiges, inférieures à celles des limbes. Simple question d'hydratation : la teneur en eau des tiges, qui se développent en terrain inondé, oscille entre 80 et 82 pour 100 ; dans les limbes, soumis à l'action d'un soleil intense, elle ne dépasse guère 65 pour 100. En tenant compte de ces données, si l'on ramène les calculs à 100^{g} de matière sèche, on obtient par exemple pour le 26 août : 3,44 au lieu de 1,10 dans le limbe et 4,28 au lieu de 0,85 dans la tige.

Il reste à étudier l'évolution du grain ; ce que nous ferons pendant notre prochain séjour si les circonstances le permettent.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Le sclaréol, principal constituant de l'essence absolue de Sauge Sclarée.* Note de MM. **Volmar** et **Jermstad**.

Le *sclaréol*, que nous avons retiré de l'essence absolue de Sauge Sclarée [1] en faisant cristalliser à plusieurs reprises dans l'éther de pétrole bouillant l'essence débarrassée de ses constituants volatils, se présente sous la forme d'aiguilles ou de prismes incolores, sans odeur ni saveur, fondant à 104°-105° et bouillant sans se décomposer à 182° sous 1^{mm}, insolubles dans l'eau et les alcalis, solubles dans l'alcool, l'éther, l'éther de pétrole, l'acétone, le benzène, le chloroforme, etc.

Sa composition centésimale, déterminée par microcombustion, selon la méthode de Pregl, et son poids moléculaire, trouvé par cryoscopie dans le benzène, égal à 489, permettent de lui attribuer la formule $C^{34}H^{63}O^{3}$. Son pouvoir rotatoire spécifique, en solution dans l'alcool absolu, est

$$\alpha_D^{20} = -6°,12.$$

Le sclaréol ne renferme pas d'azote ; il ne donne pas les réactions des alcaloïdes ; il n'est hydrolysable ni par les acides, ni par la levure de bière ; il ne se combine pas avec l'hydroxylamine ; il n'est pas attaqué par les alcalis, et on le retrouve inaltéré dans l'essence saponifiée : il ne peut donc être ni un carbure, ni une aldéhyde, ni une cétone, ni un acide, ni un phénol, ni une lactone, ni un éther-sel, ni un alcaloïde, ni un glucoside.

Il ne renferme ni groupe méthoxy, ni groupe éthoxy ; il ne peut donc contenir que des fonctions alcooliques ; l'acétylation permet de mettre en

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 517.

évidence, quoique péniblement, la présence au moins d'un oxydrile; le chlorure de benzoïle et l'isocyanate de phényle, par contre, sont sans action. Cette résistance aux réactifs est caractéristique des termes supérieurs de la série alcoolique; il n'est pas attaqué par la potasse fondue, ce qui semble indiquer que ses fonctions alcooliques sont tertiaires.

La détermination de son indice de brome montre qu'il peut fixer quatre atomes de brome, et par suite qu'il renferme deux doubles liaisons.

Le scIaréol est donc un alcool tertiaire, polyatomique, non saturé, voisin des phytostérines et des cholestérines, dont il donne d'ailleurs les principales réactions : avec l'acide trichloracétique fondu, on obtient une belle teinte rouge cerise (réaction de Tchugaeff) en solution chloroformique, il décolore le brome à froid et donne une coloration rouge avec l'acide sulfurique concentré (réaction de Hager-Salkowsky) et une coloration verte avec un mélange d'anhydride acétique et d'acide sulfurique concentré (réaction de Liebermann-Burchard).

Son oxydation par le permanganate de potassium, en solution dans l'acétone anhydre, selon la méthode de Sachs (1), nous a fourni :

1° Un composé non acide, cristallisé, fondant à 97°; sa composition centésimale, déterminée par microcombustion, et son poids moléculaire trouvé par cryoscopie dans le camphre fondu, selon la méthode de Rast (2), égal à 264, permettent de lui attribuer la formule brute $C^{17}H^{30}O^{2}$.

Cette substance, très altérable à l'air et à la lumière, se transforme rapidement, même dans le vide sulfurique, en une masse résineuse jaune.

2° Un acide cristallisé auquel nous avons donné le nom d'*acide scIaréolique;* il se présente sous la forme d'une masse soyeuse, fondant à 160°,5, insoluble dans l'eau, soluble dans les dissolvants organiques, inactive sur la lumière polarisée et douée d'une belle fluorescence bleue.

Sa composition centésimale a été déterminée par microcombustion et son poids moléculaire, par cryoscopie dans le camphre fondu, selon la méthode de Rast (*loc. cit.*), trouvé égal à 325.

Son sel d'argent, obtenu en précipitant par le nitrate d'argent sa solution exactement neutralisée, renferme 24 pour 100 Ag.

Ces résultats obtenus permettent d'attribuer à l'acide sclaréolique la formule d'un acide monobasique $C^{19}H^{36}O^{4}$ ou $C^{18}H^{35}O^{2}CO^{2}H$.

L'acide sclaréolique, pas plus que la substance non acide qui s'est formée

(1) Sachs, *Berichte d. ch. Ges.*, 34, 1901, p. 496.

(2) Rast, *Berichte d. ch. Ges.*, 54, 1921, p. 1979.

en même temps que lui, n'ont pu être identifiés avec des composés connus.

L'oxydation chromique du sclaréol nous a conduits à un composé non acide cristallisé fondant à 125°, différent des précédents, et également inconnu. Sa formule brute, déduite de sa composition centésimale et de son poids moléculaire, trouvé égal à 334, est $C^{18}H^{30}O^{2}$.

L'oxydation nous a donc donné des combinaisons trop riches en carbone et inconnues; les fragments en lesquels s'est dédoublée la molécule sont encore trop grands et, pour pouvoir déterminer leur constitution et passer ensuite à celle du sclaréol, il nous aurait fallu employer des quantités de substances bien supérieures à celles dont nous disposions.

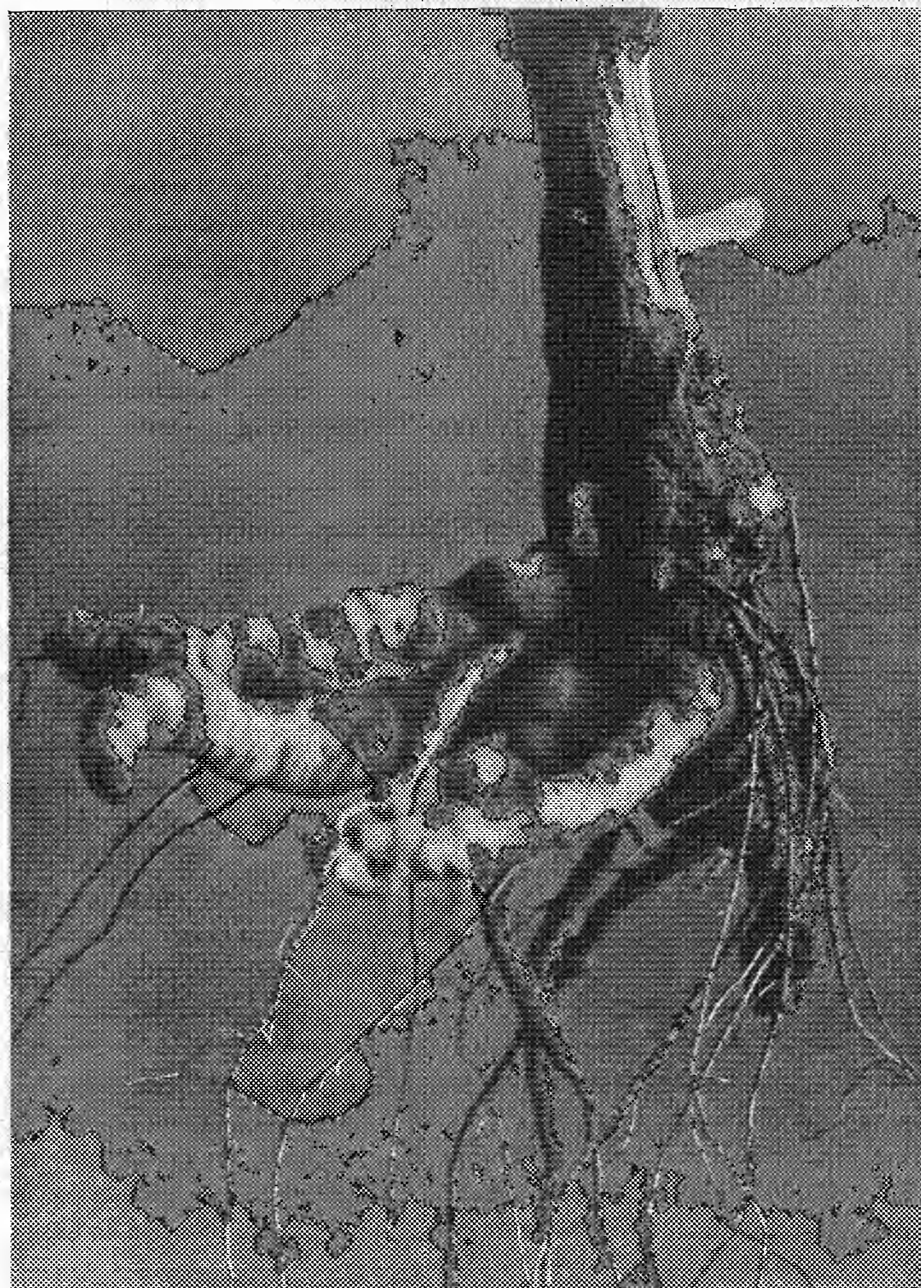
BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles observations sur les variations de la descendance des Topinambours greffés.* Note ([1]) de M. LUCIEN DANIEL, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Les Topinambours de semis dont j'ai, dans une première Note ([2]), entretenu l'Académie, m'ont fourni, à la fin de leur végétation, de nouvelles variations concernant la floraison et le passage à l'état de vie ralentie.

Tous les pieds restés à l'état de rosette n'ont pas fleuri; il en a été de même pour quelques exemplaires à tige aérienne bien développée. Les autres ont donné des fleurs en nombre variable; leur floraison a été soit précoce, soit tardive et il y avait tous les passages entre ces deux extrêmes. Deux pieds ont présenté un début de duplicature; un autre, au lieu d'avoir des demi-fleurons étalés, en possédait qui étaient dressés obliquement et s'enroulaient plus ou moins.

Le passage à l'état de vie ralentie a été également très variable suivant les individus. Sur 368 jeunes plantes, 236 se sont desséchées presque à la même époque que les témoins, quand les types à rosette étaient secs depuis longtemps déjà et les autres restaient verts sur une partie de leurs tiges. Certains de ceux-ci ont supporté sans périr complètement la température de — 15° que nous avons subie cet hiver. Sur 206 pieds, j'ai constaté la présence de racines aériennes en forme de moignons comme il s'en était formé chez les Topinambours greffés sur lesquels j'avais récolté mes graines. 46 portaient des tubercules aériens basilaires et deux de ceux-ci en avaient jusqu'au sommet de l'axe. La plupart présentaient, à la base de

(1) Séance du 12 mars 1928.
(2) *Comptes rendus* 185, 1927, p. 968.



leur tige, un manchon tuberculeux rappelant celui qui se forme à la base de l'épibiote quand on greffe le Topinambour sur le Soleil annuel.

La forme des tubercules souterrains était chez tous différente de celle des tubercules de la variété originelle. Elle pouvait se ramener à deux types reliés entre eux par tous les intermédiaires : les uns étaient fusiformes comme ceux de l'*Helianthus Mangini;* les autres, ovoïdes ou presque sphériques comme ceux de l'*Helianthus Dangeardi*. Leur nombre, leur grosseur, leur couleur, l'état lisse ou rugueux de leur surface, leur distance au collet de la plante etc., était assez variable; cependant tous les exemplaires à vie prolongée et à tubercules aériens portaient de petits tubercules, nombreux et agglomérés à la façon de ceux de l'*Helianthus Dangeardi*. En outre, et c'est là un fait curieux, la plupart d'entre eux étaient pourvus de racines tuberculeuses qui, chez certains exemplaires, étaient plus nombreuses et plus développées qu'à la première génération et rappelaient celles du Dahlia (figure ci-contre).

Des faits que je viens de brièvement exposer découlent les conclusions suivantes : 1° la variété de Topinambour sur laquelle j'opère depuis 1894, sans me laisser arrêter par une longue fixité apparente, s'affole de plus en plus sous l'influence des symbioses répétées et certains caractères nouveaux apparus à la suite du semis des graines fournies par les épibiotes se sont accentués à la deuxième génération sexuée; 2° ces caractères proviennent des réactions consécutives à la lutte pour la vie entre deux espèces à rythmes de végétation et à modes de propagation différents et au changement de milieu amené par leur vie en commun; il y a donc, chez le Topinambour dont je me suis servi, hérédité des caractères acquis par la greffe, puisque ces caractères nouveaux se transmettent par multiplication végétative et par reproduction sexuelle; 3° enfin il est facile de voir par les chiffres ci-dessus donnés que leur transmission s'effectue par un processus particulier, sans rapport avec la loi de Mendel.

AGRONOMIE. — *Sur les écarts que peut présenter la concentration en ions* H^+ *du sol en des points très voisins.* Note de M. **Cl. Fromageot**, présentée par M. Molliard.

L'acidité du sol est considérée comme l'un des facteurs importants de la biologie du sol; mais le sol est un milieu foncièrement hétérogène, où les phénomènes de diffusion ne jouent que difficilement. J'ai pu constater, par

exemple, combien de l'acide sulfurique répandu à la surface d'un terrain d'expérience (limon des plateaux), malgré un travail superficiel (5^{cm}) de la terre, et malgré la neige et la pluie abondante, y pénétrait peu; voici quelques chiffres significatifs à cet égard :

Tableau I.
(300 litres SO^4H^2 à 64 pour 100 répandus les 18-22 janvier sur 300 m^2.)

Dates des mesures.	pH surface.	pH à 18^{cm} de profondeur.
22 janvier 1928..........	3,5	6,9
5 février »	4,2	6,8
3 mars »	5,5	7,1

De multiples causes interviennent dans la nature pour modifier inégalement la concentration en ions hydrogène en certains points. Il m'a donc paru intéressant de me rendre compte, au moins d'une façon relative, du degré d'hétérogénéité que peuvent présenter différents sols, en déterminant l'ordre de grandeur des variations de leur acidité en des points très voisins.

Dans ce but, j'ai taillé sur le terrain à étudier deux surfaces rectangulaires formant un dièdre droit de 30×20^{cm}, l'une verticale, l'autre horizontale. J'ai prélevé, à l'aide d'un tube de verre muni d'un piston, de petits échantillons de sol, au nombre d'une cinquantaine pour les deux surfaces; ces échantillons, suffisamment réguliers, pèsent environ $0^g,7$. Ils sont introduits dans de petits tubes de verre que l'on bouche après y avoir ajouté 2^{cm^3} d'eau distillée.

Il n'est pas inutile de dire quelques mots de la technique suivie pour la mesure : comme ce sont des écarts qui doivent être mis en évidence, il faut que la fidélité du procédé de mesure soit irréprochable dans les limites de précision où l'on opère. Des expériences de contrôle m'ont montré que seule la méthode colorimétrique convient ici. Le mélange sol + eau, plusieurs fois brassé avec une fine baguette de verre, est abandonné pendant 15 à 20 heures; après un nouveau brassage, il est centrifugé; la mesure est faite sur le liquide parfaitement limpide, et le plus rapidement possible après la centrifugation (moins de 1 heure après).

Je donne ci-après quelques-uns des chiffres trouvés pour deux types différents de *sols cultivés* (limon des plateaux).

Sol A } Sol B } Sol travaillé mécaniquement pour la culture des céréales;
Sol C : Sol recouvert de pâturage, non travaillé mécaniquement.

J'appelle acidité moyenne la valeur obtenue en opérant sur un échantillon d'environ 50g.

TABLEAU II.

pH.	Nombre pour 100 d'échantillons. Sol A (acidité moyenne) 6,9.	Sol B (acidité moyenne) 7,0.	Sol C (acidité moyenne) 6,4.
5,9	»	»	5,0
6,0	»	»	5,0
6,1	»	»	2,5
6,2	»	3,1	2,5
6,3	»	3,1	»
6,4	»	3,2	5,0
6,5	»	3,1	15,0
6,6	4,9	6,3	10,0
6,7	14,6	18,7	5,0
6,8	19,5	25,0	10,0
6,9	29,3	6,3	17,5
7,0	19,5	25,0	15,0
7,1	2,5	6,2	2,5
7,2	2,4	»	2,5
7,3	4,9	»	2,5
7,4	2,4	»	»

Il est évident que les chiffres ainsi obtenus n'ont qu'une valeur relative, dépendant de la taille des échantillons prélevés et de leur nombre. Néanmoins, ils montrent que l'acidité d'un sol est susceptible d'éprouver en des points très voisins des variations importantes, et variables suivant les sols : les terrains qui, comme ceux des pâturages (Δ pH = 1,5), ne sont guère remués se différencient nettement comme l'on pouvait s'y attendre des terrains fréquemment travaillés (Δ pH = 0,8 et 0,9).

En groupant les chiffres correspondant à des prises voisines, on peut se rendre compte que l'on a affaire à des zones plus ou moins acides, présentant elles-mêmes des variations :

TABLEAU III.

Sol C. — *Moyenne des échantillons pris :*

A 4cm de profondeur	pH = 6,7
A 18cm de profondeur	6,1

L'ensemble de ces résultats présente un certain intérêt en ce qui concerne l'activité et la répartition des microorganismes du sol, dont certains,

comme ceux qui participent au métabolisme de l'azote, sont étroitement influencés par la réaction du milieu. L'acidité mesurée comme on le fait d'habitude sur de « gros » échantillons ne représente qu'un chiffre moyen, et l'on a là, entre autres choses, une explication du fait que certains terrains, à acidité moyenne très nette, puissent présenter des phénomènes de nitrification encore sensibles, alors que les bacilles nitreux et nitriques ne semblent pas pouvoir fonctionner au-dessous d'une légère acidité.

ZOOLOGIE. — *Absence de strobilisation et persistance du bourgeonnement pendant l'hiver chez des Scyphistomes alimentés artificiellement.* Note de M. **Tchéou Tai Chuin**, présentée par M. Joubin.

On sait que le cycle annuel que parcourt le Scyphistome comprend quatre périodes : 1° en été une période de bourgeonnement, qui cesse à l'entrée de l'automne; 2° une période de repos, prélude de la strobilisation; 3° une période de strobilisation qui s'accomplit normalement dans les mois de novembre et décembre; 4° une période de repos, prélude de la période de bourgeonnement qui, au printemps suivant, recommencera un cycle annuel.

Mais cette régularité de développement peut être modifiée par l'absence de strobilisation et par la persistance du bourgeonnement pendant tout l'hiver. Les conditions spéciales qui provoquent ces phénomènes sont, dans l'élevage, la différence de température et l'emploi prématuré des réserves accumulées, en vue de la strobilisation.

J'ai récolté, dans les bacs du laboratoire de Roscoff, en septembre 1927, des Scyphistomes de *Chrysaora isoceles* de tous âges et je les ai rapportés à Montpellier dans l'eau de la Manche. La plupart de ces Scyphistomes sont de vieilles souches, de grande taille, mais tous étaient en train de bourgeonner. Je les ai nourris régulièrement, soit avec des œufs d'Oursin, soit avec du foie de veau. A partir du 10 octobre, j'ai constaté que les stolons destinés à former les bourgeons se sont, surtout chez les individus de grande taille, de plus en plus réduits et ont repris l'aspect de pseudopodes à l'état stationnaire. C'est ce qui indique d'ordinaire le début de la période de repos précédant la strobilisation.

Au commencement de novembre, les individus de grande taille s'allongèrent et il semblait que la strobilisation commençait, mais le corps dans toute sa longueur resta toujours cylindrique et lisse, jamais il ne s'étrangla

comme cela se produit normalement, et les tentacules, au lieu d'être modifiés dans leurs dispositions relatives, conservèrent toujours l'apparence d'un cercle uniforme. De plus ces Scyphistomes ne refusèrent jamais de manger comme ils le font à l'état naturel à cette période.

Ces faits montrent que la tension de strobilisation se manifeste, mais n'est pas suffisante pour conduire le phénomène jusqu'à son achèvement.

En même temps les individus de taille moyenne persistent à bourgeonner, mais les stolons sont moins longs qu'à l'ordinaire et les bourgeons polypoïdes apparaissent non pas dans la région moyenne de l'étendue du stolon mais à son extrémité terminale.

Les tentacules du bourgeon apparaissent avant que le stolon se soit fixé au sol.

La longueur du stolon peut même être réduite à tel point qu'on peut le considérer comme inexistant, le bourgeon polypoïde se forme alors au contact de la paroi de la mère et l'ensemble prend l'apparence d'un monstre double monosomien hétéradelphe, comme cela s'observe fréquemment pendant la période qui précède la strobilisation.

Parfois le bourgeon stolonial donne naissance à deux bourgeons polypoïdes, qui une fois détachés de la mère forment un monstre double monosomien adelphe.

Ce dernier type se produisit en plus grand nombre dans la période estivale de mon élevage.

Mais j'observai à la fin de janvier 1928, parmi les cent vingt-cinq Scyphistomes de grande taille qui s'étaient allongés auparavant sans s'étrangler, qu'un d'eux commença à strobiliser d'une façon tout à fait normale. C'est un cas exceptionnel.

L'examen histologique comparatif de Scyphistomes strobilisant normalement et des Scyphistomes de mon élevage montre que ces derniers présentent un moins grand nombre de cellules de réserve. Il apparaît donc que l'arrêt de la strobilisation tient à l'absence ou à l'insuffisance du matériel de réserve nécessaire pour permettre au Scyphistome de se transformer en rouleau médusaire, transformation qui correspond à un rapide accroissement de la taille du Scyphistome formateur et nécessite par suite la présence d'un matériel nutritif abondant.

Il me reste à signaler que, d'autre part, la température était favorable au bourgeonnement parce qu'elle a été constamment dans mon laboratoire de 15 à 20°. J'ai observé d'ailleurs qu'au-dessous de cette température le bourgeonnement était sensiblement ralenti.

ENTOMOLOGIE. — *L'anhydrobiose réactivante dans le Cycle évolutif de la Pyrale du maïs.* Note de M. E. **Roubaud**, présentée par M. E. Bouvier.

La Pyrale du maïs (*Pyrausta nubilatis* Hübn) présente, suivant les régions, aussi bien en Amérique (habitat récent) qu'en Europe (habitat ancien), tantôt une, tantôt deux générations annuelles. Les influences qui gouvernent cette dualité évolutive n'ont pas été décelées nettement jusqu'ici, et la question s'est posée de savoir s'il ne s'agit pas de races géographiques distinctes du même insecte. Dans les deux cas, l'hiver est toujours passé à l'état de chenilles au cinquième stade, qui demeurent inactives pour ne reprendre leur évolution qu'au printemps.

Comme l'ont vu Babcock, Parker et Thompson, etc., la température n'est pas en jeu dans ce phénomène d'inertie pseudo-hivernale, qui survient bien avant l'hiver dans les régions où ne se manifeste qu'une seule génération annuelle du parasite. La chenille, hivernant dans les souches des plantes nourricières, ne peut reprendre son activité sous la seule influence de la chaleur. Les observations récentes (Babcock, Zwölfer) tendent à montrer que, maintenue en milieu sec, cette larve ne peut se nymphoser et prolonge indéfiniment son état de latence, tandis que l'humidité, jointe à la chaleur, provoque la reprise du développement.

Mes observations personnelles, qui confirment ces constatations, établissent d'autre part que leur interprétation doit dépasser les apparenees et qu'en réalité c'est l'anhydrobiose, facteur d'arrêt évolutif, qui représente le véritable facteur réactivant obligatoire, sans lequel la chenille ne peut triompher de sa torpeur.

Si l'on place à l'étuve, en milieu complètement sec, des chenilles hivernantes de *Pyrausta*, on constate que leur activité cesse complètement ; celle-ci reprend au contraire d'une façon marquée sous l'influence de la réhydratation : les chenilles attaquent alors vigoureusement les tiges, *sans absorber d'aliment.*

Mais si le temps d'anhydrobiose a été insuffisant, les chenilles en réhydratation repassent bientôt à l'état torpide, malgré la chaleur et l'humidité, ne se transforment pas et meurent ultérieurement. Au contraire, la nymphose et l'éclosion surviennent, d'autant plus rapides et générales que les chenilles ont été soumises, avant la réhydratation, à un dessèchement plus prolongé et plus sévère.

Expériences. — I. Lot de chenilles ayant subi l'anhydrobiose pendant un mois, dans une pièce non chauffée (température inférieure à 16°C.); 50 pour 100 reprennent leur évolution et se nymphosent en 20 à 30 jours, quand elles sont soumises à la chaleur humide (25°).

II. Lot de chenilles ayant subi les mêmes conditions d'anhydrobiose pendant deux mois et demi; la totalité se nymphosent en 9 à 15 jours, quand elles sont remises à la chaleur humide.

III. Lot de chenilles ayant subi l'anhydrobiose pendant deux mois dans une pièce modérément chauffée (16-20°C.); la *totalité* se nymphosent en 10-20 jours à la chaleur humide.

IV. Lot de chenilles ayant subi une *anhydrobiose sévère* à l'étuve à 25-28°C. pendant 22 jours; les deux tiers se nymphosent en 6-7 jours à la chaleur humide.

V. Lot de chenilles ayant subi les mêmes conditions d'anhydrobiose sévère pendant 31 jours; les trois quarts se nymphosent en 5 jours, la totalité dans les 8 jours, à la chaleur humide.

Le desséchement exerce donc sur les chenilles de *Pyrausta* deux influences, en apparence inconciliables, à la fois de sédation et d'excitation de l'activité biologique : c'est la mise au repos forcé de la chenille, imposée par l'anhydrobiose, qui lui permet de récupérer lentement son énergie évolutive. Cette reprise énergétique ne se traduira que sous l'influence de la réhydratation, mais cette dernière, à elle seule, est impuissante à provoquer la reprise du développement.

Les effets réactivants de l'anhydrobiose sur la chenille de la Pyrale, qui se montrent ainsi conformes à ceux que j'ai mis en évidence chez les Muscides, peuvent être suppléés, dans le cycle hivernal du parasite, par ceux de leur équivalent physiologique, l'athermobiose prolongée. Des larves maintenues à basse température pendant plusieurs mois, sans avoir subi l'anhydrobiose, ont pu reprendre leur évolution. Mais dans le cycle d'été de la Pyrale, qui caractérise les régions les plus chaudes, à deux générations annuelles, c'est à l'anhydrobiose que revient le rôle réactivant indispensable : grâce au desséchement estival supporté par les larves âgées dans les chaumes mûrs et déjà secs des plantes nourricières, en juillet-août, le cycle peut reprendre avec l'humidité en septembre et permettre ainsi l'avènement d'une deuxième génération.

La question du dualisme évolutif de l'insecte se ramène donc, pour nous, à l'intervention en temps opportun d'une période d'estivation, chaude et sèche, suivie d'une période chaude et humide assez prolongée.

L'intérêt de ces phénomènes dépasse le point de vue théorique. Il convient de leur accorder une attention toute particulière au point de vue pratique.

CYTOLOGIE. — *Structure des chondriosomes.* Note de M. **A. Giroud**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

La morphologie des chondriosomes ne peut s'expliquer sans faire appel à une structure interne c'est-à-dire à un enchaînement régulier des molécules constitutives. Les formes sphériques (mitochondries) ne demandent pas d'interprétation complexe, mais les formes filamenteuses (chondriocontes) doivent trouver une explication dans des liaisons régulières intermoléculaires. Un cylindre régulier isotrope ne se développe que dans des cas très particuliers et n'a, de toute façon, aucune stabilité, tel est le cas des cylindres liquides, dont j'ai personnellement examiné certains exemples (1).

L'action de forces extérieures régularisant l'orientation de particules chondriosomiales ne permet pas davantage l'interprétation des formes filamenteuses. Seuls les cas où le chondriome est bien orienté pourraient ainsi se comprendre, mais ce ne sont point là des faits généraux. L'analyse de l'ensemble des cas n'autorise pas à concevoir le chondrioconte comme une matérialisation de lignes de force.

Les chondriosomes ressemblent beaucoup au premier abord aux formes myéliniques, ils ne paraissent pas néanmoins posséder leur structure si particulière (2). L'absence de phénomènes de feuilletage au niveau des chondriosomes, qui est un des signes caractéristiques de la structure lamellaire des formes myéliniques, est tout spécialement significative. Au point de vue optique, leur caractère positif est également en opposition avec celui des formes myéliniques qui est négatif.

Il est vraisemblable que les formes chondriosomiales filamenteuses s'expliquent plutôt par une architecture moléculaire comparable à celle des gels fibrillaires, dont la structure semi-cristalline a été établie à la fois par l'étude de la biréfringence et de la diffraction des rayons X.

Voici quels sont les résultats de mes recherches sur la biréfringence des chondriosomes. Elles ont été effectuées sur le chondriome filamenteux des cellules intestinales de l'*Ascaris canis*. Sur les pièces fixées au formol salé, coupées à congélation et examinées en lumière polarisée dans l'eau, le chondriome apparaît légèrement jaune. Dans le baume il s'éteint, tandis qu'il devient blanc brillant dans la glycérine. Sur les pièces fixées au formol et

(1) *Archives d'Anatomie microscopique*, 21, 1925, p. 210.

(2) *Loc. cit.*, p. 215.

montées par l'acétone, la brosse seule est éclairée, le chondriome reste à peu près inactif.

Sur les pièces fixées à l'alcool il est biréfringent comme le confirme l'emploi d'une lame teinte sensible. Dans ce dernier cas, les essais dans des liquides d'indices variés montrent qu'il ne s'agit pas de dépolarisation. Le minimum d'élasticité optique correspond à leur longueur; ils seraient donc uniaxes positifs.

De l'ensemble de ces faits il semble que l'on puisse conclure à une disposition régulière, selon leur axe, des molécules constitutives des chondriosomes.

PHYSIOLOGIE. — *Pouvoir rabicide* in vitro *du venin de Vipère aspic.* Note de Mme **Phisalix**, présentée par M. E. Bouvier.

Nous avons montré que le venin de Vipère aspic, associé au venin muqueux de certains Batraciens et inoculé à doses répétées, et telles que le lapin qui les reçoit, se montre vacciné contre l'action des venins employés, rend l'animal réfractaire au virus rabique fixe, introduit par la voie intracérébrale, qui est la plus sévère; en d'autres termes, les venins de Vipère et de Batraciens sont préventifs ou rabicides *in vivo* (1). M. A. Calmette avait auparavant fait la même constatation avec le venin de Cobra : les lapins, fortement vaccinés contre ce venin résistaient au virus rabique des rues introduit dans la chambre antérieure de l'œil (2).

Dans les deux cas, le sang des animaux vaccinés contre les venins et qui était ainsi devenu antivenimeux (3), était, par surcroît, devenu antirabique.

Cette action antirabique *in vivo* se produirait-elle *in vitro?* En d'autres termes, le virus, mis au contact du venin, serait-il tué par celui-ci, et perdrait-il de ce fait le pouvoir de rabiser le lapin? La réponse exige vérification, car l'action vaccinante résulte d'une réaction de l'organisme, qui met toujours un certain temps à se produire; elle est d'ordre physiologique, tandis que la neutralisation par contact immédiat du venin et du virus est plus rapide, étant d'ordre chimique ou physico-chimique.

Le mode d'essai de neutralisation du virus, qui s'effectue par dépôt direct du mélange venin-virus dans les centres nerveux du lapin vivant, nous

(1) *Comptes rendus*, 158, 1914, p. 111.
(2) *Ann. Inst. Pasteur*, 9, 1895, p. 225.
(3) *Comptes rendus*, 118, 1894, p. 356.

oblige à éliminer d'abord les composants toxiques du venin, en chauffant celui-ci à la température de 75° pendant 15 minutes, car, d'après nos recherches antérieures, le mélange venin-virus se montre rapidement toxique et mortel en moins de 36 heures, à la faible dose de venin qui reste fixée sur le virus, même quand on a eu la précaution de débarrasser le mélange de l'excès du venin par centrifugation et de laver le culot de centrifugation de ce mélange à l'eau salée physiologique. Après le chauffage, le venin de Vipère ne contient plus, d'après les expériences de Phisalix et de Bertrand, que les substances antivenimeuses et vaccinantes qui constituent échidno-vaccin ([1]).

L'expérience suivante montre de plus que le venin chauffé à la température où il garde son pouvoir antivenimeux, manifeste aussi des propriétés rabicides :

Expérience. — 20^{cm^3} d'une solution à 1 pour 1000 de venin de vipère, chauffé à 75° pendant 15 minutes sont mélangés à 20^{cm^3} d'une émulsion centésimale de virus rabique fixe (le virus de l'Institut Pasteur de Paris). Ce mélange est filtré sur batiste et sur papier, et maintenu au frais pendant une vingtaine d'heures. Il est ensuite centrifugé et ramené par décantation partielle à 2^{cm^3}, volume correspondant à l'émulsion décimale de virus. Cette émulsion est inoculée, après trépanation, et à la dose de $0^{cm^3},5$, dans l'encéphale de deux lapins, mâle et femelle, dont le poids dépasse 3800^g. Ces lapins résistent tous deux. D'après ce résultat, ou bien le mélange *venin chauffé-virus* s'est montré neutre pour le lapin, ou bien ces lapins ont tous deux l'immunité naturelle vis-à-vis du virus fixe; ce n'est toutefois pas le cas : éprouvés en effet 35 jours après la première trépanation, avec le virus fixe seul, introduit par la même voie intra-cérébrale, ils sont tous deux morts rabiques au quinzième jour, après avoir présenté un léger retard à l'incubation. C'est donc à la première interprétation qu'il convient de s'arrêter : *le venin de vipère auquel on fait perdre ses composants toxiques, par le chauffage à 75° pendant 15 minutes, se montre non seulement antivenimeux, mais encore rabicide* in vitro.

En répétant l'expérience précédente avec une solution de venin portée pendant 10 minutes à la température de 100°, et ayant ainsi perdu, comme nous l'avons vérifié sur des souris, tout pouvoir antivenimeux, aussi bien *in vivo* que *in vitro*, nous avons obtenu le résultat suivant : des deux lapins ayant reçu, dans l'encéphale, le mélange venin-virus, le dernier ne présente

---

([1]) *Comptes rendus*, 118, 1894, p. 288.

rien d'anormal jusqu'au 28ᵉ jour, où se produit une perte d'équilibre ; il est couché le lendemain, et meurt de paralysie rabique au 33ᵉ jour, avec un retard manifeste sur les témoins.

Le premier lapin n'ayant rien présenté d'anormal, est éprouvé au 43ᵉ jour par inoculation sous-méningée de $0^{cm^3},5$ d'une émulsion décimale de virus fixe ; les premiers symptômes rabiques apparaissent le 10ᵉ jour ; il meurt le 15ᵉ jour, ce qui montre que sa résistance n'était pas due à l'immunité naturelle qu'il aurait pu présenter, mais bien à ce que le virus était neutralisé.

De l'ensemble de ces faits, il résulte que :

1° Le venin de Vipère, chauffé à la température qui détruit sa toxicité, tout en réservant son pouvoir antivenimeux, se montre en outre rabicide *in vitro*. (L'auteur avait précédemment établi son action rabicide *in vivo*.)

2° Le chauffage du venin, à la température qui détruit sûrement son pouvoir antivenimeux, soit 100° pendant 10 minutes, laisse subsister son pouvoir rabicide, ce qui montre l'indépendance de ces deux pouvoirs et, par suite, celle des substances auxquelles ils sont dus.

PHYSIOLOGIE. — *Mesure de l'excitabilité des nerfs vaso-constricteurs chez l'homme.* Note de MM. **A.** et **B. Chauchard** et **J. Hurynowicz**, présentée par M. L. Mangin.

C'est un fait bien connu que les artères se contractent sous l'influence d'un choc; il s'agit là d'une excitation mécanique directe sur les muscles de la paroi artérielle. Le courant électrique provoque le même effet, mais il y a lieu de se demander, dans ce cas, si l'excitabilité musculaire a été mise en jeu directement par l'action du courant ou indirectement par l'intermédiaire des plexus nerveux artériels. Il est possible de résoudre ce problème depuis que Lapicque, étudiant cette catégorie d'appareils qu'il a appelés itératifs parce qu'ils ne répondent pas à l'excitation unique, mais seulement à des excitations réitérées, a établi un dispositif au moyen duquel on différencie d'une part, l'excitabilité du nerf qui est caractérisée par la chronaxie et, d'autre part, l'excitabilité de l'organe que caractérisent les lois de sommation. C'est ainsi qu'il a analysé avec Boigey et Mˡˡᵉ Kœnigs le fonctionnement de l'appareil vaso-constricteur de la Grenouille, recherches étendues plus tard au Chien par A. et B. Chauchard. Lapicque avait émis la théorie que la nécessité de répéter les excitations pour obtenir une

réponse est due à un hétérochronisme entre le nerf et l'organe innervé. Or avec Mme Lapicque, il a vérifié expérimentalement qu'il en est bien ainsi pour le système vaso-constricteur de la Grenouille, dont les filets nerveux présentent une chronaxie de 2 millièmes de seconde, alors que celle des muscles lisses vasculaires est de l'ordre de la seconde. Si donc une seule excitation portée à travers la peau au niveau d'une artère reste sans effet quelles que soient son intensité et sa durée, alors que des séries d'excitations produisent une contraction du vaisseau, c'est que ces dernières agissent sur les nerfs; dans ce cas la chronaxie est courte. La réponse à l'excitation unique indique au contraire qu'on excite directement le muscle et la chronaxie est longue.

Chez l'homme il y a deux manières de déterminer le seuil de vasoconstriction : l'observation du pâlissement sous l'influence de la diminution de volume des vaisseaux, la pléthysmographie. Nous avons adopté ce procédé qui donne des résultats plus sûrs et plus précis. Un vaisseau se prête tout particulièrement à l'exploration électrique; c'est l'artère radiale dans sa traversée de la tabatière anatomique avant l'émergence de la dorsale du pouce. A ce niveau elle est assez superficielle pour que ses battements soient nettement perçus et, dans cette région limitée exclusivement par des tendons (long abducteur et court extenseur du pouce du côté externe, long extenseur du côté interne), il n'existe pas de muscles dont la contraction soit susceptible de troubler l'observation du phénomène.

Le pouce est introduit entre les deux valves d'un pléthysmographe dont les sachets en communication avec un manomètre à eau sont garnis d'eau chaude colorée. L'équilibre du liquide obtenu, on voit très nettement les oscillations rythmiques liées aux variations normales de la pression dans les vaisseaux du pouce dont l'amplitude varie avec les individus. Pour les mesures, nous utilisons la méthode des condensateurs; un cylindre à cames intercalé dans le circuit permet de rythmer les excitations.

La cathode est une électrode impolarisable d'Arsonval-Lapicque que l'on applique sur la peau sans brusquerie de manière à éliminer l'excitation mécanique de l'artère, l'anode étant une plaque d'argent entourée d'une compresse imbibée d'eau salée que l'on applique sur l'avant-bras. L'expérience est faite en chambre chaude pour éviter la vaso-constriction par abaissement de la température ambiante. Le sujet doit s'abstenir de mouvements, d'inspirations profondes, capables de faire subir au niveau du liquide du manomètre des variations étrangères à l'excitation des vaso-moteurs. Dans ces conditions, une série d'excitations fortes donne un abaissement notable dans le manomètre. Le phénomène bien établi on prend comme seuil l'intensité nécessaire pour provoquer dans le tube manométrique un abaissement de 4 à 5^{mm} au-dessous des oscillations normales.

Nous avons noté quelques différences individuelles dans la rapidité de

l'abaissement du liquide et de sa remontée au niveau normal, cette dernière étant parfois précédée d'un temps d'arrêt. L'excitation unique ne provoque aucune réponse pour le voltage dont nous disposons.

Quinze sujets normaux ont donné des chiffres concordants; voici les résultats de quelques-unes de nos expériences.

1° *Mesures de chronaxie* (5 secondes d'excitation à 12 par seconde) :

Sujets.	G.	H.	N.	P.	C.
Rhéobase en volts.............	36	51	32	35	38
Capacité C_p en 10^{-6} farad........	0,27	0,32	0,35	0,30	0,25

2° Chez quelques sujets nous avons déterminé la *loi des voltages en fonction des intervalles entre les excitations* (5 secondes d'excitation; capacité chronaxique) :

Intervalles en seconde.........	$\frac{1}{12}$.	$\frac{1}{8}$.	$\frac{1}{6}$.	$\frac{1}{4}$.
Sujets : H Voltage..................	83	92	98	106
» C »	72	85	93	98
» N »	64	82	94	105

Le calcul de la chronaxie suivant la formule $\tau = R. C_{ch}. 0,37$ (R étant de 10000 à 12000 ohms) donne une valeur d'environ 1 millième de seconde. Le temps de sommation (temps maximum pendant lequel les excitations s'additionnent efficacement est d'environ 3 secondes). La courbe des voltages liminaires, en fonction des intervalles entre les excitations, est beaucoup plus redressée que celle que l'on obtient pour les fibres vaso-constrictrices du grand splanchnique chez le chien. Il est vrai que, dans ce cas, les animaux avaient subi l'action plus ou moins prolongée d'un anesthésique, fait qui n'est peut-être pas négligeable et qu'il y aura lieu d'examiner systématiquement. L'excitation unique durant quelques secondes sous 110 volts a toujours été inefficace; ceci indique bien qu'il ne s'agit pas d'une excitation directe des muscles de la paroi artérielle, mais d'une excitation par l'intermédiaire des plexus nerveux contenus dans la gaine vasculaire, excitation d'ailleurs transmise, autant que nous pouvons en juger, aux artérioles périphériques.

Cette méthode d'investigation que nous sommes les premiers à avoir appliquée à l'étude des nerfs vaso-constricteurs chez l'homme à travers la peau nous paraît appelée à devenir le procédé de choix pour l'examen clinique des malades atteints de troubles du système vaso-moteur.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Recherches morphologiques et expérimentales sur les sclérotes des Myxomycètes calcarées.* Note de M. **Marcel Brandza**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Les travaux sur les sclérotes des Myxomycètes sont très peu nombreux. En dehors des belles recherches de De Bary, A. Lister et de M. C. Jorgensen qui se rapportent à trois ou quatre espèces en tout, nous ne possédons aucun mémoire d'ensemble sur cette question.

Ayant récolté dans les forêts de la Moldavie une trentaine de sclérotes appartenant aux Myxomycètes calcarées, ainsi que leurs plasmodiums, il nous a été possible de faire une étude morphologique et expérimentale sur tous ces sclérotes. Voici nos principales conclusions :

La sclérotisation des plasmodiums représente un état de vie latente qui semble commun à la plupart des Myxomycètes calcarées. Dans sa forme la plus simple, cet état se manifeste par un clivage de la masse plasmodique en une multitude de parties, plus ou moins sphériques et plus ou moins égales, qui englobent, tels qu'ils sont, les éléments constitutifs du plasmodium.

Pour plus de simplicité nous avons donné le nom de *sphérules* aux parties dont le sclérote est composé. On entendra par *sphérulation* ou *sclérotisation* le processus de division de la masse du plasmodium en sphérules.

Suivant le degré de développement du plasmodium, la sclérotisation peut être totale ou partielle.

Dans les plasmodiums très jeunes la sclérotisation est totale et dans ce cas les sphérules retiennent les granules calcaires (*Badhamia capsulifera, Phys. citrinellum, Phys. carneum, Phys. pulcherrimum*, etc.).

Seuls les plasmodiums plus avancés dans leur développement sont susceptibles de sclérotisation partielle qui pourra se produire avant ou après l'apparition du péridium.

Dans le premier cas, le calcaire se concentre à la surface du sclérote pour constituer une couche protectrice formée de granules ou de paillettes cristallines (*Fuligo septica, Badhamia macrocarpa, Didymium complanatum, Cienkowskia reticulata*, etc.).

Dans le deuxième cas, après la formation du péridium qui absorbe la plupart du calcaire, *le contenu du sporange se sclérotise en sphérules d'autant plus petites que le moment de la sclérotisation sera plus tardif.* Ce moment

peut se trouver avant l'apparition du capillitium ou coïncider avec son apparition.

Si la sclérotisation partielle précède la genèse du capillitium, le contenu du sporange nous montrera une seule catégorie de sphérules, assez régulières et presque égales entre elles (*Didymium difforme, Diderma testaceum*, etc.). *On trouvera à l'intérieur du sporange des sphérules de deux sortes, toutes les fois que la sclérotisation et l'apparition du capillitium coïncideront*. De ces sphérules, les unes seront régulières et représenteront la masse sporifère; les autres, très irrégulières, proviendront du capillitium sclérotisé (*Leocarpus fragilis, Phys. psittacinum*).

Les conditions les plus essentielles à la sclérotisation d'un plasmodium sont d'un côté une perte d'eau lente et toujours plus considérable que le minimum d'eau nécessaire au développement normal, et de l'autre côté une atmosphère aussi calme que possible.

La présence ou l'absence de nourriture ne semble jouer aucun rôle important dans ce phénomène. Les températures plus élevées n'ont qu'une influence indirecte, en tant qu'elles peuvent accélérer l'évaporation au delà de l'optimum nécessaire au développement normal. *L'action directe des rayons du soleil conduit à la kératisation du plasmodium sans trace de sphérulation et sans possibilité de retour à la vie active*. Quant à l'action des basses températures sur la formation des sclérotes, il reste à ce sujet toute une étude à faire, dont l'intérêt serait considérable surtout pour la biologie des Myxomycètes nivales.

Les variations de l'état atmosphérique, l'alternance de sécheresse et d'humidité prolongent la durée de la sclérotisation et exercent une influence incontestable sur la régularité et l'égalité des sphérules. Exactement comme les spores d'un sporange, les sphérules d'un sclérote seront d'autant plus irrégulières et inégales que ces variations auraient été plus marquées (*Didymium complanatum, Leocarpus fragilis, Phys. carneum*, etc.).

Même après de longues années, un sclérote peut reconstituer le plasmodium, dont le développement ultérieur peut aller jusqu'à la sporulation finale (*Fuligo septica, Phys. pulcherrimum*). Si la sclérotisation est partielle et tardive, les sphérules par leur dissociation peuvent encore reconstituer le contenu du sporange, mais nous n'avons pas la preuve que ce contenu produira les spores et le capillitium (*Didymium difforme, Leocarpus fragilis, Diderma testaceum*).

En résumé :

Exactement comme les spores d'un sporange, les sphérules d'un sclérote ont

une couleur déterminée, des dimensions variant entre certaines limites et parfois une membrane en tout comparable à l'épispore.

Le processus de la sclérotisation d'un plasmodium est du même ordre que celui de la sporulation d'un sporange. Entre ces deux phénomènes, dont l'un précoce et temporaire (sphérulation), l'autre tardif et définitif (sporulation), l'analogie est évidente. Dans les deux cas, la même propriété fondamentale est mise en jeu pour réagir contre les pertes d'eau : la division du corps en masses plus ou moins sphériques et plus ou moins égales (sphérules ou spores).

BIOLOGIE. — *Action à distance du* Bacterium tumefaciens *sur le développement de l'œuf d'Oursin.* Note de M. **J. Magrou** et M[me] **M. Magrou**, présentée par M. F. Mesnil.

Nous avons montré ([1]) que le *Bacterium tumefaciens* semble agir à distance sur les cellules aptes à se diviser d'une racine d'oignon en y provoquant un excès de mitoses. Cette action à distance n'étant pas entravée, comme nous l'avons montré d'autre part ([2]), par l'interposition d'une lame de quartz entre la racine et les bactéries, nous l'avions attribuée à un rayonnement émis par ces dernières.

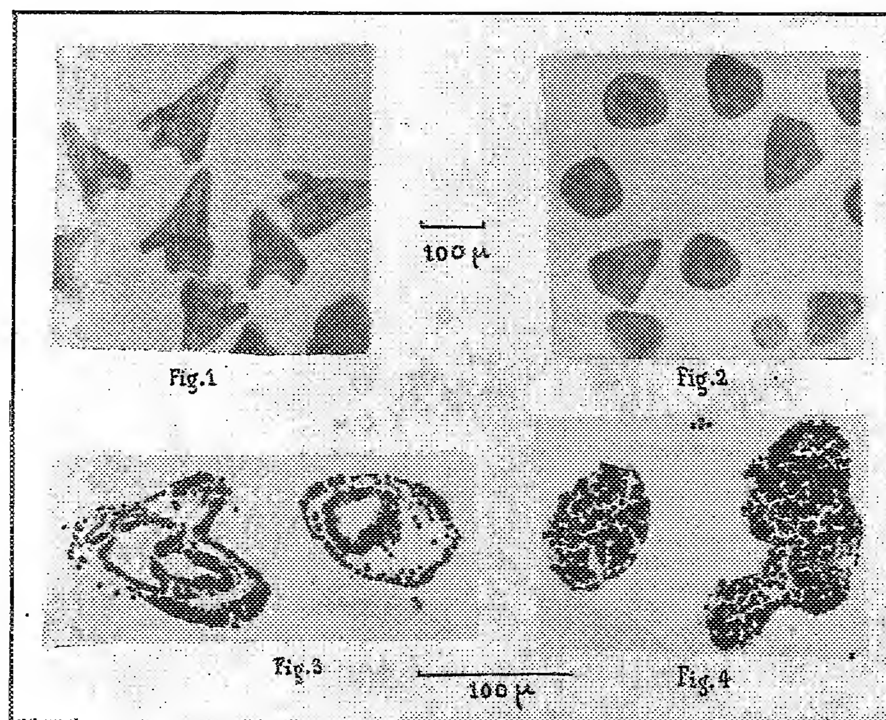
Nous nous sommes proposé d'étudier l'action de ce rayonnement hypothétique sur le développement de l'œuf d'Oursin.

Des œufs de *Paracentrotus lividus* sont placés, immédiatement après la fécondation, dans une cuve formée d'un anneau de verre de 4^{cm} de diamètre, collé à la paraffine sur une lame de quartz de $0^{mm},3$ à $0^{mm},5$ d'épaisseur et recouvert d'une lame de verre. Ce récipient est posé ou scellé à la paraffine sur une autre cuve de même dimension renfermant une suspension de *B. tumefaciens* en bouillon nutritif. Dans les expériences témoins, la lame de quartz est remplacée par une lame de verre, ou la suspension bactérienne par de l'eau de mer, toutes les autres conditions restant les mêmes.

Au bout de deux ou trois jours, suivant la saison, les œufs témoins ont donné des pluteus d'apparence normale (*fig.* 1). Dans le même temps, plusieurs des lots exposés, à travers quartz, au *B. tumefaciens*, ont donné des larves de forme très aberrante (*fig.* 2) : formes pyramidales dépourvues de bras, formes arrondies, en bissac ou ramifiées. Dans d'autres cas, la différence de forme était moins sensible entre les lots témoins et exposés,

([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 905.
([2]) *Bull. Histol. appl.*, 4, 1927, p. 253.

mais en général, les larves irradiées paraissaient plus opaques que les témoins. Dans certains lots, par suite, sans doute, de l'état défectueux des œufs, le développement s'est arrêté au stade *gastrula*, mais ici encore, tandis que les *gastrula* témoins étaient de forme et de transparence normale, les larves irradiées étaient opaques et souvent de forme monstrueuse.



L'examen histologique montre que ces différences d'aspect sont liées à une différence de structure.

Chez les larves témoins, les cellules mésenchymateuses sont clairsemées (*fig.* 3). Chez les larves « irradiées », elles sont beaucoup plus nombreuses et comblent souvent complètement la cavité générale (*fig.* 4). Dans 9 lots irradiés sur 14, cette différence était évidente; elle était moins nette dans les autres lots. Afin de voir si elle se retrouvait constamment, nous avons compté, dans chaque lot, les cellules mésenchymateuses de 50 coupes *prises au hasard* et nous avons calculé la moyenne. Le tableau suivant donne les moyennes ainsi obtenues. Chaque série correspond à des œufs provenant de la même femelle et fécondés avec le même sperme :

Séries.	Lots témoins.		Lots exposés.		Excès %.
1	I	22,8	IV	25,6	17
	II	20,2	V	26,7	21
	III	23,3	VI	35,1	59
	soit, en moyenne,		VII	36,2	64
		22,1	VIII	62,2	181
2 (1).	IX	37,2	X	36,4	−2
	.....		XI	54,5	46
3	XII	23,7	XIV	33,5	36
	XIII	25,5	XV	28,9	17,5
	soit, en moyenne,		XVI	30,7	25
		24,6	XVII	36,5	48
4	XVIII	27,5	XIX	36,7	33
	.....		XX	35,5	29
	.....		XXI	35,7	30

On voit, par l'examen de ce tableau, que si des irrégularités subsistent, dont nous devrons chercher la cause (cas aberrant du lot IX, différences entre des lots exposés de même), néanmoins, les résultats sont, dans l'ensemble, de même sens. Aussi la probabilité d'une action exercée par les bactéries nous paraît-elle assez élevée pour qu'il soit légitime de faire déjà connaître ces expériences préliminaires. Les faits observés suggèrent que le *Bact. tumefaciens* peut provoquer à distance, chez les larves d'Oursin, une prolifération exagérée du mésenchyme. Cette action à distance, non arrêtée par le quartz mais arrêtée par le verre, est, nous semble-t-il, à rapprocher de l'action mitogénétique exercée par la même bactérie sur certains groupes de cellules de la racine d'Oignon.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur une modification spontanée de la viscosité du sérum sanguin.* Note de M. Lecomte du Noüy, présentée par M. Roux.

Dans une Note précédente, nous avons signalé les phénomènes observés lorsqu'on enregistre d'une façon continue les variations de la viscosité du sérum en fonction de la température. Ces expériences, qui ont mis en évidence l'existence d'un minimum de viscosité à une température très voisine

(1) Dans la série 2, les cuves contenant les œufs étaient plus petites (diamètre 1cm,5) et la hauteur d'air entre la surface liquide et le couvercle de verre moindre que dans les autres séries.

de 56°, n'ont pu être réalisées que grâce à un appareil succinctement décrit dans cette Note, et qui permet l'observation continue des variations. La présente Note a pour but de rendre compte des phénomènes observés quand on opère sur un sérum frais (cheval) immédiatement après sa séparation du caillot, à température constante.

Quand le sérum de cheval est recueilli aussitôt formé, sa viscosité est généralement haute, mais elle augmente encore pendant quelques minutes, et atteint une valeur de l'ordre de 3 (exprimée en valeur relative par rapport à l'eau). Elle diminue ensuite rapidement, d'abord presque proportionnellement au temps puis suivant une courbe régulière d'allure logarithmique, qui tend asymptotiquement vers une valeur minima de l'ordre de 1,80 (sérum de cheval normal). La durée totale du phénomène est variable, mais elle est d'autant plus courte que le sérum a été plus manipulé. Ce fait sera expliqué plus loin. Le tableau ci-dessous permet de mieux suivre la marche du phénomène. La viscosité est exprimée en valeur relative.

Chute spontanée de la viscosité du sérum frais.

Sérum N III : Cheval normal.

Temps.	η.	Temps.	η.
0 minute........	2,610	26 minutes........	1,880
5 minutes.......	2,700	30 »	1,850
14 »	2,470	35 »	1,825
15 »	2,400	40 »	1,815
16 »	2,350	60 »	1,805
.. ..	.....	70 »	1,805
22 »	2,010	2 heures..........	1,806

Cette dernière valeur une fois atteinte varie peu, et n'augmente que très légèrement dans les 24 heures qui suivent, quand le sérum est conservé à la glacière.

On sait depuis longtemps que les propriétés physiques et chimiques d'un sérum varient lentement avec le temps, mais ces variations correspondent à des phénomènes différents de celui que nous venons de décrire, puisqu'ils tendent en général à augmenter la viscosité.

Cette augmentation lente en fonction du temps peut être due à l'hydratation des protéines du sérum, et à leur tendance à se former en micelles de plus en plus grosses. D'autre part nous savons depuis les travaux d'Einstein, entre autres, qu'entre certaines limites la viscosité d'une solution ne dépend pas de la dimension des particules dissoutes, mais du rapport

entre leur volume et le volume du solvant. On comprend donc qu'une hydratation, en diminuant le volume du solvant par rapport à celui de la substance dissoute, détermine une augmentation de viscosité. Mais nous ne pouvons admettre pour expliquer la diminution de viscosité décrite ci-dessus, une rapide déshydratation des protéines.

Quelle est donc la cause du phénomène? Il semble qu'on puisse l'expliquer de la façon suivante : dans le sérum très fraîchement préparé, les molécules en solution ont une tendance à adhérer les unes aux autres, de façon à déterminer une sorte de structure réticulaire très fragile, à l'intérieur du liquide. Or ces molécules évoluent chimiquement en fonction du temps, nous le savons, et la première manifestation de cette évolution est précisément de détruire cette tendance à s'organiser réticulairement au sein du liquide, qui survit quelque temps à l'élimination de la fibrine. L'augmentation rapide mais éphémère du début serait simplement due au fait que le sérum après avoir été transvasé au moyen d'une pipette, ce qui a pour effet de détruire les structures, les reconstitue pendant quelques instants dans le viscosimètre jusqu'au moment où l'évolution chimique et sa manifestation physique commencent.

Un fait important existe à l'appui de cette thèse : l'appareil est basé sur le principe des deux cylindres coaxiaux; le cylindre intérieur est suspendu par un fil de galvanomètre très fin, et porte un miroir. Le cylindre extérieur est entraîné d'un mouvement rigoureusement uniforme, par un moteur électrique à vitesse constante. Quand on arrête le moteur, le « spot » revient au zéro mais semble freiné à une certaine distance du zéro qui va en diminuant au fur et à mesure que l'expérience avance; et à la fin de l'expérience, quand la valeur stable est atteinte, le zéro est parfait. Tout se passe comme si, lorsque le couple de torsion du fil de suspension est très faible, par suite de sa proximité du zéro, un réseau extrêmement ténu avait au début une force suffisante pour le contre-balancer. Puis le nombre de ces structures diminue, elles correspondent chaque fois à un couple moindre du fil de torsion, et enfin elles disparaissent : le cylindre suspendu n'est plus freiné, le zéro est parfait, et l'on ne mesure plus que la viscosité vraie.

Ces structures sont invisibles même à l'ultra-microscope. Un phénomène du même genre se produit probablement dans les liquides intra-cellulaires, où l'ultra-microscope révèle l'existence de particules animées d'un mouvement brownien très localisé, sans qu'aucune structure apparente permette de comprendre pourquoi ces particules ne présentent pas la « parfaite irrégularité » caractéristique du mouvement brownien. C'est

qu'elles sont enfermées dans une sorte de cage, dont les barreaux échappent à notre perception en raison de l'identité de leur indice de réfraction avec celui du liquide, ou à cause de leurs dimensions. Il est probable que le protoplasme renferme normalement des structures semblables, et c'est ce qui expliquerait les contradictions rencontrées chez les auteurs qui ont tenté de mesurer sa viscosité.

PARASITOLOGIE. — *Infections parasitaires aiguës.* Note de M. **H. Carré**, présentée par M. E. Leclainche.

A quelques rares exceptions près, les affections sous la dépendance immédiate de parasites zoologiques n'évoluent que sous une forme chronique.

Aussi m'a-t-il semblé intéressant d'attirer l'attention sur des formes cliniques particulières rencontrées chez les jeunes agneaux.

I. Coccidiose aiguë. — Jusqu'alors, la coccidiose du mouton est décrite comme une anémie à marche lente, souvent confondue avec les autres affections parasitaires, uniquement constatée sur les agneaux de quelques mois, après le sevrage. L'autopsie ne révèle que les lésions banales des cachexies : les séreuses renferment des exsudats plus ou moins abondants. L'intestin grêle, seul lésé, paraît parsemé de petites taches blanchâtres, très visibles par transparence, constituées par des amas parasitaires. La coexistence d'autres parasites zoologiques est généralement enregistrée (Strongylinés).

La forme de coccidiose rencontrée par nous à plusieurs reprises est totalement différente par l'âge des sujets, par la rapidité de l'évolution, par les symptômes et les lésions et enfin par la présence exclusive des coccidies et leur abondance.

Symptômes. — Ce sont en effet les agneaux de un à deux mois qui sont trouvés morts, avant d'avoir paru malades, dit le berger. En réalité, un examen patient et suivi du troupeau permet de constater que certains sujets marchent difficilement, tombent sans pouvoir se relever. La simple palpation de l'abdomen provoque des gémissements plaintifs. Il n'y a pas de diarrhée.

On enregistre 70-80 mouvements respiratoires : la respiration est discordante et les battements cardiaques tumultueux. L'animal reste étendu quelques heures en s'agitant de temps en temps, un peu de salive mousseuse apparaît aux lèvres et la mort survient.

Lésions. — Dépouillé de sa peau, le cadavre paraît normal : aucune lésion bien frappante, pas trace d'épanchements dans les séreuses, ni de lésions pulmonaires ou cardiaques.

L'intestin grêle seul, sur une étendue plus ou moins grande, se montre pâle, légèrement jaunâtre : les arborisations vasculaires tranchent nettement à sa surface. Saisi entre les doigts, il paraît rempli; il est ferme et rigide : une coupe transversale fait voir que ses parois ont beaucoup augmenté d'épaisseur au point d'obstruer presque totalement le canal.

Le contenu de l'intestin grêle est constitué par une matière blanchâtre, puriforme, composé uniquement d'ookystes coccidiens et de cellules épithéliales. L'urine est nettement albumineuse.

C'est en vain que j'ai recherché les taches blanchâtres signalées dans la forme chronique. Toute la paroi intestinale est lésée : on constate une infiltration leucocytaire intense du chorion, l'invasion des cellules épithéliales par les parasites et la desquamation de la muqueuse.

La mort, survenant aussi brutalement, pouvait être le fait d'une infection microbienne : le sang du cœur reste stérile, son inoculation à de jeunes agneaux ne provoque aucune réaction locale, ni générale.

La coccidie seule représente bien l'agent pathogène. Les lésions rénales, que la présence de l'albumine trahit, les symptômes si accusés présentés par les appareils pulmonaire et cardiaque, doivent faire admettre une action toxique, sous la dépendance directe de la coccidie, ou due à la résorption de produits toxiques intestinaux que favorise l'altération profonde de la muqueuse.

II. Paraplégie enzootique des agneaux. — Cette affection constitue un véritable fléau et les troupeaux les mieux entretenus en apparence lui paient un lourd tribut.

Ses symptômes sont suffisamment caractérisés : les agneaux de quelques jours ou quelques semaines sont seuls atteints. La marche est pénible; sans raison, ou poussé légèrement, l'animal tombe et ne peut se relever. La mort ne survient qu'après plusieurs jours.

L'autopsie ne révèle, en général, aucune lésion marquante; cependant les reins sont parfois totalement décolorés, jaune grisâtre : l'urine renferme toujours de l'albumine.

Depuis longtemps déjà, cette absence de lésions marquées, la stérilité du sang récolté au moment d'une élévation thermique prononcée, le résultat négatif des inoculations à de jeunes sujets nés et isolés au laboratoire, la

présence de l'albumine dans l'urine nous avait incité à soupçonner une intoxication. L'étude de la coccidiose aiguë des jeunes agneaux nous ouvrait une voie nouvelle d'investigation.

L'examen du contenu intestinal de tous nos malades nous réservait une surprise : la présence d'une quantité extrême de Giardies.

L'intestin grêle renferme un liquide nettement jaune, visqueux ou puriforme qui, en certains endroits, se montre uniquement constitué par une purée de Giardies, très facilement reconnaissables sous leurs formes mobile ou enkystée.

L'emploi de la solutiou de Lugol, si recommandé par les coprologistes, est totalement inutile et même gênant. Les fragments alimentaires sont déjà colorés en jaune, les Giardies apparaissent très nettement, non teintées. On sait que ces organismes, simples commensaux parfois, peuvent donner naissance, chez l'homme, à une entérite particulière. Il est remarquable que nos agneaux, bien que leur contenu intestinal soit constitué à peu près uniquement par des Giardies, ne présentent pas de diarrhée. Le rectum ne renferme, en effet, que des excréments normaux ou presque normaux.

Certes, la plus grande prudence s'impose avant d'accuser la Giardie d'être l'agent de la Paraplégie enzootique (terme d'ailleurs parfaitement inexact), mais, à la lueur des constatations que nous avons faites dans la coccidiose des jeunes agneaux, il est permis de se demander si une sécrétion particulière à la Giardie, agissant sur les centres nerveux et le tissu rénal, résorbée par un intestin plus ou moins lésé, ne donne pas la clef de cette affection.

Nous penchons d'autant plus volontiers vers la réalité d'une action toxique propre au parasite, spécifique en un mot, et non vers celle d'une résorption de produits toxiques intestinaux, que les symptômes constatés, toujours les mêmes pour un parasite donné, Coccidie ou Giardie, diffèrent totalement suivant qu'il s'agit de l'un ou de l'autre d'entre eux.

PROTOZOOLOGIE. — *Sur un parasite nouveau du paludisme des oiseaux.* Note de MM. **Ed.** et **Et. Sergent** et **A. Catanei**, présentée par M. F. Mesnil.

Des canaris élevés en Algérie ont présenté un hémocytozoaire particulier, dont une souche, entretenue au laboratoire à l'état de pureté depuis 8 ans, par quatorze passages d'oiseau à oiseau, a conservé ses caractères. Les treize souches étudiées sont identiques.

Après l'inoculation intrapéritonéale à un canari (reconnu neuf par l'isodiagnostic) de 2 ou 3 gouttes de sang infecté, l'incubation est de 21 jours en moyenne (minimum 11 jours, maximum 48 jours, sur 26 oiseaux). Le début de l'accès de première invasion est marqué par l'apparition de très rares parasites, dont le nombre n'augmente que lentement pour atteindre son maximum au bout de 1 à 3 semaines. Le maximum a été de 40 parasites pour 250 globules rouges (chez 50 oiseaux inoculés). Le nombre des parasites diminue ensuite en quelques jours. Au cours de l'infection chronique qui suit, les parasites se montrent presque en permanence dans le sang périphérique. Des rechutes se produisent avec irrégularité. On n'a jamais vu guérir cette infection chronique, au cours d'observations qui ont duré 2 ans, 2 ans et 2 mois, 2 ans et 3 mois, 3 ans et 8 mois (ce dernier cas terminé par une rechute mortelle). Cette infection est hautement pathogène : 15 morts sur 50 infectés. La splénomégalie est de règle. Pas de lésions des globules rouges.

Le jeune parasite se caractérise par la présence constante de 2 grains de pigment inégaux; en grandissant il prend une forme allongée, sans jamais dépasser le noyau du globule rouge. Les éléments de 2 à 4^{μ} de longueur sur 1^{μ} ou $1^{\mu},5$ de largeur sont toujours les plus nombreux; ils ont le plus souvent, sur les préparations colorées, une forme quadrangulaire remarquable. La longueur maxima du parasite ne dépasse guère 10^{μ}. Il ne se recourbe que rarement et légèrement aux extrémités. Les schizontes comptent quatre mérozoïtes disposés autour du pigment. Leur dimension moyenne est de $3^{\mu},3$ sur $1^{\mu},6$. Les gamètes sont les formes les plus grandes.

L'évolution schizogonique distingue le parasite des canaris algériens des *Hæmoproteus*. Les caractères énoncés le rangent dans le genre *Plasmodium*. Il diffère de *Plasmodium relictum* Grassi et Feletti 1891 [= *Proteosoma* Labbé, = *Plasmodium præcox* Grassi et Feletti 1890 (¹)] par sa morphologie, le fait de ne pas déplacer le noyau du globule rouge et les résultats des inoculations croisées de Laveran et Mesnil : des oiseaux infectés de *Pl. relictum* ne sont pas prémunis contre le parasite étudié, et réciproquement. On a parfois observé, chez les oiseaux ayant les deux infections, que lorsque l'une d'elles est à son stade aigu, les parasites de l'autre disparaissent momentanément du sang périphérique.

(¹) Le nom de *Pl. præcox* Grassi et Feletti doit être réservé au parasite humain de la tierce maligne (*Boll. mens. d. Acc. gioenia di Sc. nat. in Catania*, mars et juin 1890, XIII et XIV, p. 2, et *Centralbl. f. Bakt. u. Paras.*, 9, 1891, p. 430 et 465).

Il n'est pas possible de comparer le parasite des canaris algériens aux deux espèces nouvelles : *Pl. cathemerium* et *Pl. inconstans* de Hartman dont la description publiée est très succincte (1) et que les savants de Baltimore disent avoir confondues jusqu'à présent avec *Pl. relictum*.

Le *Plasmodium* dont se rapproche le plus le parasite des canaris algériens est *Pl. vaughani*, décrit en 1904 par Novy et Mac Neal de *Merula migratoria* (= *Turdus migratorius*), Merle erratique de l'Amérique septentrionale (2). Il s'en différencie non seulement par son hôte vertébré qui est différent, mais par les caractères suivants propres au *Pl. vaughani* : un seul grand grain de pigment; présence d'un grand globule brillant, réfringent, incolore; parasite non pathogène.

Le parasite étudié chez les canaris d'Algérie est donc une espèce nouvelle pour laquelle nous proposons le nom de *Plasmodium rouxi*. L'intérêt de son étude vient de la ressemblance du paludisme des Oiseaux avec le paludisme humain, et de la possibilité d'étendre le champ des essais de la chimiothérapie.

La séance est levée à $16^h 15^m$.

E. P.

(1) G.-G. Huff, *Amer. Journ. of Hyg.*, 7, novembre 1927, p. 706.
(2) *Amer. Med.*, 8, xxii, 1904, p. 932.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de février 1928.

L'œuvre de Marcelin Berthelot, par Eyvind Boedtker. Oslo, Kirste, 1928; 1 fasc. 20cm,5. (Présenté par M. Matignon.)

Notre sixième sens, par Charles Richet. Paris, Ed. Montaigne, 1928; 1 vol. 19cm.

Mouvement des projectiles autour de leur centre de gravité et conditions à remplir pour assurer leur stabilité, par M. de Sparre. Paris, Gauthier-Villars et Cie, et Presses universitaires de France, 1927; 1 fasc. 25cm,5.

Histoire de l'invention de la métrophotographie, par M.-G. Bruel. (Extrait de la *Revue scientifique du Bourbonnais et du centre de la France.*) Moulins, 24 février 1927; 1 fasc. 20cm,5.

Union géodésique et géophysique internationale, section de Géodésie. *Rapports généraux sur les nivellements de précision exécutés, de* 1912 *à* 1924, *dans les cinq parties du monde*, par Charles Lallemand. (Extrait des *Comptes rendus des travaux de la Section de Géodésie.*) Paris, Société générale d'imprimerie et d'édition, 1927 1 fasc. 28cm,5.

In Memoriam N. I. Lobatschevskii. Vol. II. *Collection des Mémoires présentés par les savants de divers pays à la Société physico-mathématique de Kasan à l'occasion de la célébration du centenaire de la découverte de la Géométrie non-euclidienne par N. I. Lebatcheffsky* (12-24 février 1826). Kasan, 1927; 1 vol. 22cm,5.

Ad Annum MCMXXVI centesimum a Geometra kazaniensi N. I. Lobacewski noneuklideæ Geometriæ systematis inventi concelabrandum. Kazan, 1927; 1 vol. 26cm,5.

Anatomie comparée du cerveau, par R. Anthony. Paris, Gaston Doin et Cie, 1928; 1 vol. 23cm,5. (Présenté par M. Bouvier.)

L'Astronomie à Béziers. L'Observatoire. La querelle Cassini-Lalande, par Guillaume Bigourdan. (Extrait des *Comptes rendus des Sociétés savantes* en 1926.) Paris, Imprimerie nationale, 1927; 1 fasc. 25cm.

L'ancien Observatoire de Marseille de 1810 *à* 1821, Rapport présenté au Congrès de Lyon de l'Association française pour l'Avancement des Sciences, par Guillaume Bigourdan. Paris, Association française pour l'Avancement des Sciences, 1926; 1 fasc. 24cm.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 MARS 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le tome 184 (1er semestre 1927) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Épaisseur à donner aux barrages triangulaires, déduite du rapport officiel sur la rupture du barrage-réservoir de l'Oued Fergoug (Perrégaux).* Note de M. **A. Mesnager**.

Ayant reçu dans le courant de la semaine dernière le rapport de la Commission technique chargée de déterminer les causes de la rupture de ce barrage [1], je me permets de revenir à la question.

Dans sa Communication du 5 mai 1924, notre regretté confrère Charles Rabut a affirmé qu'une sous-pression s'exerçant sur les deux tiers amont d'une section horizontale de barrage tend (d'après la règle du trapèze ou de Navier) à produire sur le bord amont de cette section une tension égale non pas à la pression de l'eau en ce même point, mais aux quatre tiers de cette pression.

Effectivement, si l'on étudie le cas du barrage triangulaire à parement amont vertical dans lequel l'eau a pénétré sur les deux tiers amont d'un joint horizontal, en écrivant les moments de toutes ces forces par rapport au tiers aval on obtient, b étant la base, h la hauteur, Δ la densité des maçonneries et δ celle de l'eau,

$$\frac{b}{h} = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\Delta - \frac{4}{3}\delta}}. \tag{1}$$

---

[1] Édité par Jules Carbonel, à Alger.

Tandis que la condition de Maurice Levy donne seulement

$$(2) \qquad \frac{b}{h} = \frac{\sqrt{\delta}}{\sqrt{\Delta - \delta}}.$$

La condition italienne indiquée dans la circulaire du 19 octobre 1923 donne le même résultat ainsi qu'une sous-pression s'étendant à la section entière, pourvu que le déplacement par cisaillement de celle-ci soit empêché et que les maçonneriés ne s'écrasent pas à l'aval.

Devait-on ou non supposer des sous-pressions dans le barrage de l'Oued Fergoug avant rupture ?

Le rapport officiel porte (p. 17) :

« Dans les coupes apparentes des couches de mortier... on distingue de multiples rides qui sont les traces de canaux par lesquels l'eau d'infiltration avait cheminé à travers l'ouvrage, des échantillons de mortier très délavé se réduisent en poudre si on les presse fortement entre les doigts; d'autres échantillons pris plus à l'aval sont moins appauvris et par suite plus résistants. »

Il semble donc que la sous-pression pouvait s'établir dans les deux tiers amont.

D'autre part ce rapport indique (p. 15) que l'eau, chargée de vase, exerçant la poussée, avait une densité voisine de 1,3 et il admet (p. 18) pour densité des maçonneries du barrage 2,09, sans tenir compte, y lit-on, de leur dessiccation. On y lit également ceci :

« ... On trouve que sur le parement amont il y avait un effort de traction supérieur à 1^{kg} par centimètre carré.

» Le mortier étant incapable de résister à cette traction, il a dû se créer dans cette zone particulièrement affaiblie une fissure longitudinale.... »

Il faudra donc, lors de la reconstruction, éviter toute tension dans le nouveau barrage puisque ces tensions sont la cause de sa ruine. Si nous transportons dans la formule (1) les densités indiquées, nous trouvons que, pour rétablir ce barrage avec les mêmes matériaux et dans les mêmes conditions, avec la certitude d'éviter les tensions en cas de crue ne dépassant pas la cote atteinte au moment de l'accident, il faudrait lui donner avec un parement vertical à l'amont une base

$$b = h \frac{\sqrt{1,3}}{\sqrt{2,09 - 1,33 \times 1,3}} = h\,1,9.$$

On sait qu'en inclinant la paroi amont on obtient des épaisseurs qui

croissent avec l'inclinaison. La dimension ci-dessus est donc un minimum. La largeur de base devra donc être voisine du double de la hauteur.

Un barrage-poids ordinaire capable de supporter la poussée de l'eau atteignant $35^m,85$ au-dessus de la base, poussée qui a entraîné l'accident du 26 novembre 1927 (page 9 du rapport), devra avoir à la base, au lieu d'une épaisseur d'une trentaine de mètres, une épaisseur supérieure à 68^m.

Si l'on se basait sur la hauteur d'eau constatée en 1900, $35^m,22$, il faudrait 67^m ($35^m,22 \times 1,9$). Il faudrait vérifier en outre que ce barrage, de poids inférieur à la sous-pression, ne sera pas cisaillé et ne s'écrasera pas à l'aval.

L'accident de Perregaux montre nettement le danger de renoncer, comme l'a fait la circulaire du 19 octobre 1923, à la condition de Maurice Levy. A la veille de la construction d'un grand nombre de barrages en France, en présence du besoin que les agents de l'Administration, à tous les degrés, sauf quelques exceptions, éprouvent d'abriter leur responsabilité derrière un règlement, je crois devoir insister sur le danger des barrages-poids plus coûteux et moins sûrs que les barrages-voûtes non encore réglementés.

Les chiffres du rapport officiel permettent d'affirmer qu'après la rupture la crue, tout en restant dans les prévisions de Fuller, a encore augmenté. Il n'était passé à ce moment que quelques centièmes de l'eau de pluie tombée.

GÉODÉSIE. — *Sur les côtés communs de la triangulation fondamentale italienne et de la description géométrique détaillée des Alpes françaises.* Note de M. **P. Helbronner**.

J'ai pris soin, dans les Chapitres terminant le Tome 1 et le Tome 8 de la *Description géométrique détaillée des Alpes françaises* [Chaîne Méridienne de Savoie (1) et Chaîne Méridienne de Dauphiné-Provence (2)], de comparer les valeurs que j'avais obtenues avec celles des côtés communs de la triangulation fondamentale de l'Institut géographique militaire de Florence. J'avais également, plus récemment (3), présenté à l'Académie les coïnci-

(1) *Description géométrique détaillée des Alpes françaises.* Tome 1 : *Méridienne de Savoie*, p. 487.

(2) *Description géométrique détaillée des Alpes françaises.* Tome 8 : *Méridienne de Dauphiné-Provence*, p. 625.

(3) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1264.

dences qui résultaient de la jonction de mon enchaînement avec les côtés d'aboutissement de la triangulation italienne primordiale dans l'archipel toscan. Ces identifications faisaient ressortir d'ailleurs des écarts très faibles, mais tous dans le même sens, c'est-à-dire mettant en évidence un excès constant de mes longueurs sur celles des Italiens.

J'ai eu l'occasion de m'apercevoir dans ces derniers temps que l'explication de ces écarts, presque rigoureusement proportionnels aux distances, était donnée par le fait que le mètre dont l'Institut géographique militaire italien s'était servi, c'est-à-dire découlant de la toise de Bessel, n'était pas le mètre dit international adopté dans ces dernières années par la plupart des services officiels et, en particulier, par le Service géographique de l'Armée française auquel j'ai rattaché la valeur de ma base initiale par une série de corrections que j'ai exposées (¹), corrections dont la justesse vient d'être démontrée, il y a environ un an, par les heureuses coïncidences trouvées sur les côtés communs, près du littoral méditerranéen, de ma Chaîne Méridienne des Alpes et du Parallèle d'Avignon du Service géographique de l'Armée (²).

« Les bases françaises, écrit en effet notre confrère le général G. Perrier, et par suite les côtés français, sont exprimés en fonction du mètre international, tandis que les bases italiennes, et par suite les côtés italiens, sont rapportés à la valeur admise pour la toise de Bessel jusqu'en 1891, soit $1^m,9490348$. Or l'étude de cette toise effectuée en 1890-1891 par M Benoît au Bureau International des Poids et Mesures a conduit pour elle à la valeur $1^m,9490610$ qui diffère de la précédente de $26^{\mu},2$. La toise de Bessel a donc en réalité une valeur plus longue de $\frac{1}{74000}$ de celle qui lui a été attribuée » (³).

En conséquence, pour rendre comparables les côtés de la triangulation fondamentale italienne tels que les donnent les publications de Florence avec les côtés des triangulations françaises actuelles, il est nécessaire de réduire le mètre des bases italiennes du $\frac{1}{74000}$ de sa longueur, ce qui revient à augmenter de la même fraction tous les côtés de la triangulation du Royaume d'Italie, tout au moins dans la région septentrionale de cet État,

---

(¹) *Description géométrique détaillée des Alpes françaises.* Tome 1 : *Méridienne de Savoie*, p. 47 et suiv.

(²) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1622.

(³) G. Perrier, *Les chaînes primordiales de la triangulation de la Tunisie* (*Bulletin géodésique*, 1925, n° 10, p. 114). Dans son Ouvrage intitulé : *La création du Bureau international des Poids et Mesures et son œuvre*, p. 130 (Paris, Gauthier-Villars, 1927), Ch.-Éd. Guillaume donne l'historique de ces comparaisons.

établis en fonction des bases de Somma (dite aussi du Tessin) et de Piombino.

Il en résulte pour les valeurs des côtés italiens que j'ai eu l'occasion de prendre comme termes de comparaisons des augmentations proportionnelles à leur longueur, qui, ainsi que le fait ressortir le tableau suivant, conduisent à des coïncidences encore beaucoup plus favorables sur les côtés, de la Chaîne Méridienne des Alpes françaises et aussi de la jonction de celle-ci avec les îles de l'archipel toscan, communs avec ceux de l'Institut géographique militaire italien.

Désignation des côtés.	Valeur italienne. publiée, corrections proportionnelles.	Valeur italienne. corrigée.	Valeur dans la description géométrique des Alpes françaises.	Écarts en centimètres.	Écarts proportionnels à la longueur.
	m	m	m	m	
Contrefort Nord de l'Aiguille Rouge-Tête Nord des Fours	21818,30 +0,29	21818,59	21818,60	+0,01	$+\frac{1}{2200000}$
Monnier-Tournairet	26009,85 +0,35	26010,20	26010,22	+0,02	$+\frac{1}{1300000}$
Monnier-Enchastraye	24555,03 +0,33	24555,36	24555,38	+0,02	$+\frac{1}{1200000}$
Monnier-Ténibres	14366,33 +0,19	14366,52	14366,50	-0,02	$-\frac{1}{718000}$
Grand Rubren-Enchastraye	28501,33 +0,39	28501,72	28502,05	+0,33	$+\frac{1}{86000}$
Ténibres-Enchastraye	11423,91 +0,08	11423,99	11423,92	-0,07	$-\frac{1}{163000}$
M^te Capanne-M^te Castello (Ile d'Elbe-Ile Capraïa)	42302,83 +0,57	42303,40	42302,29	-1,11	$-\frac{1}{38100}$
M^te Capanne-Punta Fortezza (Ile d'Elbe-Ile de Montecristo)	49527,48 +0,67	49528,15	49528,90	+0,75	$+\frac{1}{66000}$
M^te Castello-Punta Fortezza	88874,35 +1,20	88875,55	88876,44	+0,89	$+\frac{1}{100000}$

ENTOMOLOGIE. — *Sur les Lépidoptères saturniens de la famille des Hémileucidés.* Note de M. **E.-L. Bouvier.**

Des quatre familles qui constituent le groupe des Lépidoptères saturnioïdes, la plus riche de beaucoup est celle des Hémileucidés. Exclusivement américaine comme deux autres familles du même groupe, les Arsénuridés et les Cératocampidés, elle offre des types variés dont un grand

nombre d'entomologistes ont voulu saisir les traits caractéristiques. Faute d'études comparatives, les essais tentés jusqu'ici dans cette direction ne semblent pas avoir été bien fructueux; on a établi des genres, mais sans jamais les définir d'une manière précise, si bien qu'à l'heure actuelle, en dehors des *Automeris* et *Hylesia*, il est presque impossible de fixer la position générique d'une espèce. Peut-être les observations suivantes mettront-elles fin à cette confusion déplorable.

Les grandes divisions de la famille. — Tout d'abord s'impose la subdivision des Hémileucides en deux sous-familles; d'une part les AUTOMERINÆ qui se distinguent essentiellement par leur pince sexuelle mâle, dont les deux mors (claspers des auteurs) sont très mobiles sur leur base [1], indépendants de l'uncus et armés au moins d'une griffe spiniforme presque toujours puissante ou très longue; de l'autre, les DIRPHIINÆ où la même pince est toujours inerme, plus ou moins ankylosée par sa fusion avec la base qui la porte, et souvent même par la concrescence du lobe interne des claspers avec l'uncus. Il y a là deux types très nets qui doivent correspondre à des modes d'accouplement et à des exigences physiologiques différentes.

La sous-famille des Automérinés. — Les Automériens constituent un ensemble fort homogène où les antennes du mâle sont quadripectinées, les pattes inermes, et où les tibias de la paire antérieure sont munis, chez le mâle tout au moins, d'une épiphyse dont la face appliquée est nue, la face libre munie de poils (et presque toujours de longs poils) dans sa moitié terminale. Cette homogénéité se manifeste en outre par un véritable enchaînement des formes reconnu d'ailleurs par la majorité des entomologistes; entre les *Automeris*, remarquables par le grand ocelle de leur aile postérieure et les *Hylesia* les plus typiques caractérisés par leur vestiture terne et presque sans ornements, on dirait un abîme, alors qu'on observe tous les intermédiaires par les moyens du genre *Micrattacus* et de certains *Hylesia* automériformes. Ce qui n'empêche pas chaque espèce d'être caractérisée merveilleusement par les uncus et la pince du mâle.

La sous-famille des Dirphiinés. — Autrement complexe est la sous-famille

---

[1] L'appareil copulateur du mâle est constitué par une base volumineuse qui me paraît représenter le 9ᵉ segment abdominal; sa partie tergale, de beaucoup la plus développée, se continue en arrière par l'uncus impair, tandis qu'elle porte sur chaque flanc un appendice qui est le mors ou clasper de la pince génitale; en avant, sur la partie sternale, fait saillie le pénis. Sous l'uncus s'ouvre l'orifice anal (souvent au sommet d'un tube) et entre le pénis et l'anus s'avance une cloison chitineuse que je tiens, avec M. Jordan, pour le sternite du 10ᵉ ou dernier segment.

des Dirphiinés, dans laquelle il convient, avant tout, d'établir deux subdivisions : la tribu des Dirphiicæ pour les nombreuses espèces où les antennes du mâle sont quadripectinées, et la tribu de Pseudodirphiicæ pour celles où les mêmes antennes sont réduites à deux branches sur chaque article.

1° Les *Dirphiiciés* ou Dirphiens à antennes quadripectinées. — Dans la majeure partie de ce groupe, les branches antennaires sont longues et les tibias tous inermes. Alors, il y a une épiphyse tibiale, au moins chez le mâle, dans les quatre formes suivantes qui se distinguent d'ailleurs par leurs articles antennaires à peu près dépourvus de carène ventrale et par le lobe interne de leurs claspers qui est large, arrondi et indépendant de l'uncus : *Molippa* Walker où l'uncus est une lame simple ou bifide située dans le plan médian (*basina* Walk., *simillima* Jones, *basinoïdes* Bouv., etc.), *Rhodormiscodes* Packard où l'épiphyse est longuement velue comme dans les *Molippa* mais où l'uncus se termine par un triangle transversal spinuleux (*rosea* Druce), *Ormiscodes* Blanchard qui se distingue des deux genres précédents par son épiphyse qui est nue ou presque chez le mâle, absente chez la femelle (*cinnamomea* Feist. et tous les Catocéphales), enfin le genre nouveau *Prodirphia* dont les espèces sont dépourvues des longs poils lancéolés qu'on observe sur le thorax et parfois sur l'abdomen des trois formes précédentes (*strigosa* M. et W., *caisa* Berg, *arpi* Schaus, toutes trois à épiphyse longuement poilue et rangées jusqu'ici parmi les *Heliconisa*).

L'épiphyse tibiale existe également, au moins chez le mâle, dans les nombreuses espèces qui appartiennent au genre *Dirphia* Hübner (*tarquinia*, Cram., *somniculosa* Cram., *orasia* Cram., *lasiocampina* Felder, *semirosea* Walk, etc.), mais alors, les articles des antennes sont carénés ventralement au moins dans la moitié terminale de l'organe, le lobe interne des claspers se soude plus ou moins à l'uncus, et les poils lancéolés font défaut (sauf toutefois chez *D. lasiocampina* où l'on en trouve encore quelques traces). Ainsi délimité, le genre *Dirphia* comprend quantité d'espèces que les entomologistes rangent au petit bonheur dans les *Plateia* (type *somniculosa* Cram.) et *Phricodia* (type *avia* Cram.) de Hübner, ou dans le genre *Ormiscodes* de Blanchard. On pourra sans doute établir des coupes secondaires dans le genre *Dirphia*, et quelques-unes semblent déjà très évidentes (groupe *semirosea-lasiocampina*, groupe *ursina-calchas*, quelques espèces de l'ancien groupe *tarquinia*, etc.), mais c'est une question qui ne saurait être complètement traitée à cette place.

Le groupe comprend également deux genres qui se distinguent par leurs tibias antérieurs toujours armés d'une forte épine au bout distal : les *Coloradia* Blake (*pandora* Blake, *loiperda* Dyar, etc.) dont l'épiphyse est rudimentaire

ou nulle, et les *Heliconisa* Walker (*Pagenstecheri* Geyer, *venata* Butl., *catharina* Schaus, etc.) remarquables par la réduction à un court stylet des branches antérieures de chaque article antennaire, par leur épiphyse bien développée et le bout cordiforme de leur uncus. Enfin le groupe se termine par une forme inerme et dépourvue de poils lancéolés, qui tient des *Molippa-Prodirphia* par les antennes et la pince sexuelle du mâle, mais qui en diffère en ce qu'elle n'a pas d'épiphyse ; par convergence, cette forme ressemble aux Hémileucidés les plus typiques et fut longtemps confondue avec eux ; c'est l'*Hemileuca venosa* Walk., pour lequel il convient de conserver le terme générique de *Meroleuca* proposé par Packard.

2° Les *Pseudodirphiicés* ou Dirphiens à antennes bipectinées. — Cette tribu comprend deux groupes : l'un qui rappelle les *Meroleuca* par la pince sexuelle et l'absence totale d'épiphyse, l'autre qui fait songer aux *Dirphia* par l'épiphyse, les antennes carénées, et la fusion plus ou moins complète, avec l'uncus, du lobe interne des claspers.

Le premier groupe (*groupe hémileucien*) est représenté par les *Euleucophæus* Packard dont les tibias sont inermes (*tricolor* Pack., *lex* Druce, *norba* Druce, *mania* Druce, *oliviæ* Cock., *Burnsi* Watson, etc.), et par deux autres genres où les tibias antérieurs sont armés comme ceux des *Coloradia* et des *Heliconisa* : le genre *Hemileuca* Walker où les antennes sont à peu près dépourvues de carène ventrale (*H. maja* Drury) et le genre *Pseudohazis* Grote et Rob. où les antennes sont fortement carénées (*hera* Harris, *eglanterina* Boisd.).

Le second groupe (*groupe pseudodirphien*) a pour type le genre nouveau *Pseudodirphia* qui présente deux particularités très frappantes : l'une relative aux ailes antérieures dont la rayure interne part de la base même de la costa pour se diriger obliquement vers le milieu du bord opposé, l'autre particulière au lobe interne des claspers qui est complètement fusionné avec l'uncus (toutes les espèces du groupe *eumedide* Cram., *agis* Cram., *aurora* Vuillot, *obliqua* Bouv., etc.). Je propose de réunir sous le nom de *Dirphiopsis*, un certain nombre de Dirphiens à antennes bipectinées qui se distinguent surtout des précédents par la position transverse plus normale de leur rayure interne (*Dukinfieldi* Schaus, *pulchricornis* Walk., *multicolor* Walk., *epiolina* Feld., *menander* Druce, etc.). Toutes les espèces comprises dans ce second groupe sont actuellement rangées dans les genres *Dirphia*, *Ormiscodes*, etc., avec lesquels, de toute évidence, elles ne présentent aucune affinité ; leur nombre augmentera sans doute quand on aura soigneusement passé en revue toutes les formes jusqu'ici décrites dans la famille des Hémileucidés.

MAGNÉTISME. — *Nouvelle mesure des moments atomiques du fer et du nickel aux basses températures*. Note (¹) de MM. **Pierre Weiss** et **R. Forrer**.

Le moment atomique se déduit de l'aimantation à saturation au zéro absolu. Celle-ci s'obtient à partir de l'aimantation mesurée dans un champ H et à une température T par une double extrapolation vers $H = \infty$ et $T = 0$.

Les mesures d'aimantation ont été faites en extrayant d'une bobine reliée à un galvanomètre balistique un petit ellipsoïde de la substance aimantée par un champ magnétique intense. L'appareil est étalonné en remplaçant l'ellipsoïde par une petite bobine d'aire exactement connue parcourue par un courant connu. La valeur trouvée pour le moment repose donc sur la force électromotrice de l'élément Weston (du Laboratoire central d'Électricité, $e = 1{,}0183$ volt) et sur l'ohm international.

La loi d'approche de l'aimantation σ vers la saturation σ_0 à la température T est donnée par

$$\sigma = \sigma_0\left(1 - \frac{a}{H}\right),$$

où a est une constante (²). Nous avons soumis cette loi à un contrôle précis et établi que la constante a conserve sensiblement la même valeur de la température ordinaire à celle de l'air liquide. Pour le fer $a = 3$, pour l'un des échantillons de nickel (H) $a = 10$, pour l'autre échantillon de nickel (M) $a = 12$. Le champ intérieur à la substance a atteint 16820 g pour le fer et 18550 g pour le nickel. Les différences entre l'aimantation effectivement atteinte et la valeur limite correspondant à $H = \infty$ sont donc 0,18 et 0,54 ou 0,65 pour 1000.

Nous avons établi que l'approche de la saturation σ_0, mesurée à la température T, vers la saturation absolue Σ_0, à $T = 0$, est donnée par

$$\sigma_0 = \Sigma_0(1 - AT^2 - BT^4).$$

Dans le cas du fer $A = 2{,}17 \times 10^{-7}$ et le terme en T^4 est négligeable entre $T = 0°$ et $T = 288°$, pour le nickel (H), $A = 5{,}42 \times 10^{-7}$ et pour le nickel (M), $A = 5{,}34 \times 10^{-7}$, avec, pour les deux nickels, $B = 1{,}3 \times 10^{-12}$. La différence entre la saturation σ_0 déterminée à $T = 100°$ et sa valeur

(¹) Séance du 19 mars 1928.

(²) P. Weiss, *Journal de Physique*, 4ᵉ série, 9, 1910, p. 373.

limite Σ_0 est de 2,2 pour 1000 dans le cas du fer et de 5,4 pour 1000 dans celui du nickel. Ces extrapolations ne donnent donc lieu à aucune incertitude appréciable.

Les mesures ont porté sur un fer de Heraeus, fondu au four électrique dans le vide dont les impuretés étaient au-dessous des quantités dosables et sur les deux échantillons de nickel fondus dans le vide de Heraeus et de la Mond Nickel Co qui, d'après les analyses de A.-P. Rollet, contenaient (pour 100):

	Fe.	Cu.	Co.	Mn.	Autres impuretés.	Ni.
Nickel Heraeus.........	0,01	0,03	$<$0,005	0,005	0,04	99,91
Nickel Mond...........	0,18	0,01	indécelable	indécelable	0,05	99,76

Nous avons corrigé la saturation absolue de l'effet du fer et du cuivre. 1 pour 100 de fer élève la saturation de 3 pour 100 (¹) et 1 pour 100 de cuivre l'abaisse de 1,6 pour 100 (²). Nous avons admis que le Mn et les autres impuretés n'interviennent qu'en remplaçant du nickel par une masse non magnétique.

Nous avons cherché à éviter dans ces expériences toutes les erreurs supérieures à 0,5 pour 1000 et estimons que les nombres trouvés sont probablement exacts, influence des impuretés comprise, à 2 pour 1000 près en valeur absolue. La précision relative est un peu plus élevée. On a trouvé :

	Saturation absolue spécifique.	Masse atomique.	Saturation atomique.
Fer (Heraeus)........	221,9	55,84	12393 $= 11 \times 1126,6$
Nickel (Heraeus)......	57,53	58,69	3376,4 $= 3 \times 1125,5$
Nickel (Mond)........	57,59	»	3379,5 $= 3 \times 1126,5$

Les moments atomiques du fer et du nickel sont donc, avec une haute précision, les multiples entiers 11 et 3 d'un même moment, le magnéton expérimental. La valeur donnée par le fer, 1126,6, nous paraît devoir être préférée comme provenant d'une substance de plus grande pureté et reposant sur des extrapolations moindres. Cette valeur est supérieure de 3 millièmes environ à celle qui a été déduite en 1911 (³) de la saturation absolue des mêmes métaux (⁴).

(¹) Peschard, *Thèse*, Strasbourg, 1925.
(²) Alder, *Thèse*, Zurich, 1916.
(³) P. Weiss, *Comptes rendus*, 152, 1911, p. 184.
(⁴) P. Weiss et Kamerlingh Onnes, *Comptes rendus*, 150, 1910, p. 686.

Les moments des métaux au-dessus du Point de Curie et des ions de la famille du fer, calculés à partir de la constante de Curie C au moyen de la formule classique $\Sigma_0^2 = 3RC$ (R = constante des gaz) sont d'une manière prédominante des multiples entiers du même moment élémentaire. En 1924 la valeur 1126 a été déduite des mesures les plus sûres sur les ions paramagnétiques [1]. Plus récemment Cabrera [2], traitant par la méthode des moindres carrés l'ensemble des constantes de Curie actuellement connues, au nombre de 110, obtient un coefficient qui contient implicitement la valeur du magnéton et donne 1124,7.

L'accord de la commune mesure des moments atomiques provenant de la saturation absolue avec celle des moments que la formule classique permet de calculer à partir de la constante de Curie fournit une preuve expérimentale de la légitimité de ce calcul.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des 48 suffrages exprimés, M. **L. Mangin** est désigné pour faire partie de la première section de la Commission technique de la *Caisse des recherches scientifiques*, en remplacement de M. *Guignard*, décédé.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Spedizione italiana de Filippi nell' Himàlaia, Caracorùm e Turchestàn cinese (1913-1914). Série II, vol. IV : G. Dainelli e O. Marinelli. *Le condizioni fisiche attuali* : vol. VI : E. Fossa Mancini, C. F. Parona, G. Stefanini. *Fossili del secondario e del terziario*.

---

(1) P. Weiss, *Journal de Physique*, 6e série, 5, 1924, p. 129.

(2) *Journal de Physique*, 6e série; 8, 1927, p. 260.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur une formule limite de M. A. Khintchine.* Note de M. A. **Kolmogoroff**, présentée par M. Hadamard.

Soit

(1) $$z_1 z_2 \ldots z_n \ldots$$

une suite de grandeurs éventuelles mutuellement indépendantes. Sans restreindre la généralité, on peut supposer que l'espérance mathématique de z_n est nulle. Dans ce cas nous désignons par b_n l'espérance mathématique du carré de z_n et par S_n et B_n les sommes

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} z_k,$$

$$B_n = \sum_{k=1}^{n} b_k.$$

C'est l'hypothèse de M. Khintchine (¹) que, dans des cas étendus, la probabilité de la relation

(2) $$\limsup. \frac{S_n}{\sqrt{2 B_n \log\log B_n}} = 1$$

est égale à *un*. M. Khintchine lui-même avait démontré cette formule pour quelques cas particuliers importants (²). Notre but est d'énoncer des conditions assez générales dans lesquelles cette formule est vraie. Les voici :

(I) $$B_n \to \infty,$$

(II) $$m_n = \text{borne sup}, |z_n| = o\left(\sqrt{\frac{B_n}{\log\log B_n}}\right).$$

On peut voir sans peine que la première condition est nécessaire, si l'on exclut le cas $z_n = 0$. *Si les grandeurs z_n sont uniformément bornées, la seconde condition est une conséquence de la première, et celle-ci est, dans ce cas, nécessaire et suffisante.*

Si l'on ne veut utiliser que des probabilités des relations, qui peuvent

(¹) Voir son livre *Les lois fondamentales de la théorie des probabilités*, Moscou, 1927, en russe.

(²) *Mathematische Annalen*, 99, 1928, p. 152.

être effectivement observées, on peut expliquer le sens de la formule (2) de la manière suivante :

1° Quels que soient q les nombres positifs η et δ, il existe un entier n tel que la probabilité de l'accomplissement de toutes les inégalités

$$S_k < \sqrt{2B_k \log \log B_k}\,(1+\delta) \qquad (k = n, n+1, \ldots, n+p)$$

est plus grande que $1 - \eta$, quel que soit p.

2° Quels que soient η, δ et m, il existe un entier p tel, que la probabilité de l'accomplissement de toutes les inégalités

$$S_k < \sqrt{2B_k \log \log B_k}\,(1-\delta) \qquad (k = m, m+1, \ldots, m+p)$$

ne surpasse pas η.

La démonstration complète des propositions 1° et 2° n'utilisant que les conditions (I) et (II) paraîtra prochainement dans un autre recueil.

Pour le problème des épreuves répétées, on peut extraire de notre théorème le *corollaire* suivant : soient p_n la probabilité de l'événement ε dans la $(n')^{\text{ième}}$ épreuve et $\mu(n)$ le nombre des cas d'accomplissement de ε dans les n premières épreuves. Dans ce cas, la probabilité de la relation

$$(3) \qquad \limsup . \frac{\mu(n) - \dfrac{p_1 + p_2 + \ldots - p_n}{n}}{\sqrt{2\sum_{k=1}^{n} p_k(1-p_k) \log \log \sum_{k=1}^{n} p_k(1-p_k)}} = 1$$

est égale à *un*, pourvu que la série

$$\Sigma p_n(1-p_n)$$

diverge.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur l'équation intrinsèque d'une surface.* Note de M. **Finikoff**, présentée par M. Hadamard.

M. B. Gambier (¹) a introduit récemment la notion de l'équation intrinsèque d'une surface, qui n'est autre chose qu'une équation entre les rayons de courbure et de torsion R et T et l'arc s de chaque courbe C tracée sur la surface.

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 921. Le procédé de M. Gambier vient d'être simplifié par M. Doubnoff (Moscou), (Communication au *Cercle géométrique*). M. Gambier a publié un Mémoire plus détaillé au *Journal de Liouville*, 7, 1928, p. 75-91.

Le procédé de M. Gambier lui permet seulement de démontrer la nécessité de cette condition sans aucune indication sur la suffisance. Nous obtiendrons la condition, en même temps nécessaire et suffisante, par la voie qui, pour la sphère, conduit à l'équation connue des courbes sphériques.

Considérons l'ensemble de toutes les positions dans l'espace d'une surface S. C'est une famille de surfaces dépendant en général de six constantes arbitraires : les composantes de la translation a, b, c et les trois paramètres qui déterminent la rotation de la surface S, par exemple, les angles d'Euler θ, φ, ψ.

Soit

$$F(u, v, w) = 0 \tag{1}$$

l'équation cartésienne de la famille ; u, v, w étant les seconds membres des formules de la transformation générale des coordonnées.

La surface osculatrice de la famille (1) en un point s à une courbe quelconque C

$$x = x(s), \qquad y = y(s), \qquad z = z(s) \tag{2}$$

est déterminée par la suite des six équations qu'on obtient en égalant à zéro l'expression $F(u, v, w)$ et ses cinq premières dérivées par rapport à s ; les coordonnées courantes étant remplacées par les fonctions (2).

Si la sixième dérivée est nulle aussi et si les sept équations

$$F = 0, \qquad \frac{dF}{ds} = 0, \qquad \ldots, \qquad \frac{d^6 F}{ds^6} = 0 \tag{3}$$

sont satisfaites par les mêmes valeurs de a, b, c, θ, φ, ψ pour toutes valeurs de s, la surface est hyperosculatrice en chaque point à la courbe ; donc la courbe C est située sur la surface S.

Éliminons les six paramètres a, b, c, θ, φ, ψ ; la forme sous laquelle a, b, c entrent dans les expressions u, v, w montre que les fonctions (2) elles-mêmes sont éliminées, de sorte que l'équation résultante ne contient que leurs dérivées par rapport à s.

De plus, en exprimant ces dérivées par les formules de Frenet, nous voyons que la résultante ne contient que R et T et leurs dérivées jusqu'aux ordres 4 et 3 respectivement. En effet, la rotation du trièdre coordonné augmente les θ, φ, ψ des mêmes valeurs que les paramètres analogues du trièdre de Frenet. Les quantités θ, φ, ψ étant éliminées, l'équation résultante ne dépend pas du choix du trièdre coordonné ; donc elle ne contient pas les cosinus directeurs du trièdre de Frenet.

Nous retrouvons ainsi l'équation intrinsèque de la surface

$$(4)\qquad \Phi\left(R, \frac{dR}{ds}, \frac{d^2R}{ds^2}, \frac{d^3R}{ds^3}, \frac{d^4R}{ds^4}, T, \frac{dT}{ds}, \frac{d^2T}{ds^2}, \frac{d^3T}{ds^3}\right) = 0.$$

Réciproquement, si l'équation (4) est vérifiée pour la courbe (2), le système (3) a des solutions communes a, b, c, θ, φ, ψ. De plus, on démontre sans peine qu'elles sont des constantes. Donc la courbe (2) est située sur une surface de la famille (1).

L'ordre des dérivées de R et de T dans l'équation (4) s'abaisse si la famille (1) dépend d'un nombre réduit de paramètres essentiels. Cela arrive si la surface admet des mouvements qui la font glisser sur elle-même. Donc l'ordre de dérivées s'abaisse d'une unité pour les surfaces hélicoïdales, de deux unités pour les cylindres de révolution et de trois pour les sphères.

La généralisation pour l'espace à un nombre quelconque de dimensions et pour la géométrie avec un autre groupe fondamental (qui admet les formules de Frenet) est immédiate.

La détermination de l'équation cartésienne de la surface dont l'équation intrinsèque (4) est donnée est beaucoup plus difficile.

Considérons l'ensemble de toutes les courbes situées sur la surface. En un point d'une de ces courbes les quantités R, T et leurs dérivées prennent des valeurs arbitraires assujetties à la seule condition de satisfaire à l'équation (4). La suite de ces valeurs détermine la courbe et le point sur elle, c'est-à-dire les coordonnées x, y d'un point de la surface (1). Réciproquement, les quantités R, T et leurs dérivées sont des fonctions de x, y et de certains paramètres qui dépendent de la forme de la courbe.

Cherchons l'équation (1) sous la forme résolue par rapport à z, les a, b, c, θ, φ, ψ étant égales à zéro. En éliminant les cosinus directeurs du trièdre de Frenet des équations (3), nous obtenons 3 équations entre les dérivées de z par rapport à x et y et les 8 fonctions R, T, ..., $\frac{d^3T}{ds^3}$, la neuvième étant éliminée à l'aide de l'équation (4).

La fonction z des deux variables x et y et les 8 fonctions R, T, R', R'', ..., T''' de x, y et de 6 autres paramètres sont déterminées par ces 3 équations et par certaines conditions $\frac{dR}{ds} = R'$, etc.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Surfaces fermées convexes; ds^2 de Liouville; antipodes géodésiques.* Note de M. **Bertrand Gambier**, présentée par M. Goursat.

1. Le ds^2 de Liouville

$$ds^2 = (\alpha - \beta)\left[\frac{d\alpha^2}{2F(\alpha)} - \frac{d\beta^2}{2F(\beta)}\right] \tag{1}$$

admet pour courbure totale K

$$K = \frac{2[F(\alpha) - F(\beta)] - (\alpha - \beta)[F'(\alpha) + F'(\beta)]}{2(\alpha - \beta)^3}. \tag{2}$$

Quand α tend vers β, K tend vers $\frac{-F'''(\beta)}{12}$. Ces remarques permettent d'obtenir immédiatement de nombreux exemples explicites de ds^2 définissant, *in abstracto*, conformément aux idées de M. H. Weyl [1], une surface fermée convexe sans singularité : il suffira de prendre

$$F(x) \equiv -2f(x)(x - e_1)(x - e_2)(x - e_3) \tag{3}$$

où e_1, e_2, e_3 sont trois constantes réelles distinctes, $e_1 > e_2 > e_3$ et où $f(z)$ est une fonction de la variable réelle x, définie pour $e_1 \geqq x \geqq e_3$, positive, finie, non nulle, indéfiniment dérivable et, de plus, rendant K positive, finie, non nulle pour $e_1 \geqq \alpha \geqq e_2 \geqq \beta \geqq e_3$. La sphère unité correspond à $f \equiv 2$; l'ellipsoïde à $f \equiv \frac{2}{x}$ avec $0 < e_3$; en prenant $f \equiv 2(\varepsilon x + 1)$, où ε est une constante réelle de module suffisamment petit, on définit une surface fermée de courbure $1 + 2\varepsilon(\alpha + \beta)$ au point (α, β), surface tendant vers la sphère unité si ε tend vers zéro. Toutes les surfaces définies par ce procédé correspondent huit fois au rectangle $e_1 \geqq \alpha \geqq e_2 \geqq \beta \geqq e_3$ du plan (α, β), admettent trois plans de symétrie contenant chacun une géodésique remarquable : $\alpha = e_1$ ou $\beta = e_3$, et la géodésique formée de deux tronçons $\alpha = e_2$ et $\beta = e_2$. Chacune de ces surfaces est immédiatement mise en correspondance conforme biunivoque sur la sphère unité, les coniques *géodésiques* α et β devenant une famille de coniques sphériques homofocales.

Il serait intéressant de fournir des exemples précis de surfaces fermées

[1] *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zurich*, 61, 1916, p. 40-72.

convexes, sans singularité, admettant un ds^2 de Liouville, mais n'ayant pas les symétries indiquées. J'y reviendrai.

2. Si une surface fermée convexe S admet pour chaque point M un antipode géodésique M', la correspondance (M, M') est une auto-application; donc, d'après M. H. Weyl, se réduit à une *égalité* ou une *symétrie par rapport à un point;* si de plus la surface a un ds^2 de Liouville, il me semble à peu près certain que son ds^2 rentre dans la forme précise du numéro précédent : en tout cas, *parmi les surfaces obtenues au numéro précédent, la sphère est la seule surface fermée convexe sans singularité et à antipodes;* c'est donc un cas particulier de la proposition difficile donnée comme vraisemblable par M. W. Blaschke [1], démontrée par M. Carathéodory [2] dans un cas plus particulier que le présent, à savoir celui où les coniques géodésiques de la surface ont pour image une famille de méridiens et parallèles. Nous écrivons l'équation d'une géodésique

$$(4)\qquad \frac{d\alpha}{\sqrt{-f(\alpha)(\alpha-e_1)(\alpha-e_2)(\alpha-e_3)(\alpha-h)}} = \frac{d\beta}{\sqrt{-f(\beta)(\beta-e_1)(\beta-e_2)(\beta-e_3)(\beta-h)}},$$

où h est une constante *quelconque* prise entre e_1 et e_3; pour abréger ici, supposons $e_2 > h > e_3$; on voit d'abord que les géodésiques, si elles sont fermées, sont à antipodes et l'on a la condition *nécessaire et suffisante* (C) que l'intégrale du premier membre de (4), prise de e_2 à e_1, est égale à celle du second, prise de e_3 à h; si l'on fait tendre h vers e_3 on obtient la condition *limite*

$$(5)\qquad \int_{e_2}^{e} \frac{d\alpha}{(\alpha-e_3)\sqrt{-f(\alpha)(\alpha-e_1)(\alpha-e_2)}} = \frac{\pi}{\sqrt{f(e_3)(e_1-e_3)(e_2-e_3)}}.$$

Une remarque curieuse est que, si dans cette relation *limite* (5) nous regardons e_3 comme une variable, nous retrouvons l'équation obtenue par M. Carathéodory (*loc. cit.*) en appliquant la méthode des mouvements tautochrones d'Abel à la condition (C) et cette condition (5) remplace (C). (C'est Darboux qui, au tome 3 de la *Théorie des Surfaces*, p. 4-9, a eu le premier l'idée d'appliquer la méthode d'Abel aux géodésiques fermées et M. Carathéodory a eu le mérite de remarquer que cette méthode d'Abel-

---

(1) *Traité de Géométrie différentielle*, 1, 2e édition, p. 156-159 et 227-233.

(2) *Séminaire mathématique de Hambourg*, 4, 1926, p. 297-312.

Darboux s'applique aussi aux ds^2 de Liouville.) Si donc on pose

$$1 : \varphi^2(x) \equiv (x - e_1)(x - e_2) f(x), \tag{6}$$

l'équation (5) devient

$$\varphi(\beta) \equiv \frac{i}{\pi} \int_{e_2}^{e_1} \frac{\varphi(\alpha)\, d\alpha}{\alpha - \beta}. \tag{7}$$

Mais alors nous retrouvons un genre d'intégrales étudiées par Hermite (voir *Traité d'Analyse* de M. Goursat, 2, 3e édition, p. 258-260 et 272-274); il en résulte que φ est *holomorphe* dans tout le plan complexe muni de la coupure $e_2 e_1$, que $f(x)$ est régulière dans tout le plan complexe, se réduit à une constante d'après le théorème de Liouville : on a donc simplement la sphère unité.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Opérateurs permutables et trièdre mobile.* Note de M. A. **Buhl**.

Considérons la théorie du trièdre mobile de Darboux, notamment le système (1) formé par l'équation

$$\frac{\partial p_i}{\partial t_k} - \frac{\partial p_k}{\partial t_i} = q_i r_k - r_i q_k \tag{1}$$

et les deux qu'on en déduit par permutations circulaires en p, q, r.

Ce système, qui se rapporte aux rotations du trièdre, est un cas particulier des systèmes de Maurer-Cartan repris dans une Note récente [1]; la seule possibilité cinématique de rotations diverses entraîne que (1) est intégrable avec des éléments arbitraires et la méthode générale d'intégration des systèmes de Maurer-Cartan nous permettra, en particulier, d'intégrer (1) avec des constantes arbitraires τ_i.

Soit maintenant un opérateur

$$W = T_i \frac{\partial}{\partial t_i} + U_i \frac{\partial}{\partial \tau_i}$$

où, conformément à l'usage, i, répété deux fois dans un terme monome, est indice de sommation. Les T et les U ne dépendent que des τ_i.

Cet opérateur W est permutable avec les dérivations du premier membre

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 560-563.

de (1); en l'appliquant à (1) et en posant

(2) $$\xi_i = \mathrm{W}(p_i), \qquad \eta_i = \mathrm{W}(q_i), \qquad \zeta_i = \mathrm{W}(r_i),$$

il donne

$$\frac{\partial \xi_i}{\partial t_k} - \frac{\partial \xi_k}{\partial t_i} = q_i\zeta_k + r_k\eta_i - r_i\eta_k - q_k\zeta_i,$$

c'est-à-dire la première équation du système que Darboux adjoint à (1) quand le mouvement du trièdre se complique de translations.

Ainsi il y a des déplacements du trièdre définis simplement par le système (1) *et l'opérateur* W. Ces déplacements ne se réduisent pas à des rotations. Soit l'axe instantané

$$\frac{(\xi_i + zq_i - yr_i)\,dt_i}{p_i dt_i} = \frac{(\eta_i + xr_i - zp_i)\,dt_i}{q_i dt_i} = \frac{(\zeta_i + yp_i - xq_i)\,dt_i}{r_i dt_i}.$$

La valeur commune de ces rapports est le *pas* du mouvement hélicoïdal : or, en tenant compte des expériences (2), ce pas peut prendre la forme

$$\frac{\mathrm{W}(p_ip_j + q_iq_j + r_ir_j)\,dt_i dt_j}{2(p_ip_j + q_iq_j + r_ir_j)\,dt_i dt_j}.$$

Il n'est pas nul, en général, il correspond de manière remarquablement simple à l'opérateur W par combinaison avec une forme différentielle quadratique

$$\gamma_{ij}\,dt_i dt_j = (p_ip_j + q_iq_j + r_ir_j)\,dt_i dt_j,$$

assimilable à un ds^2 de Riemann-Einstein; les γ_{ij} dépendent ici, par les p_i, q_i, r_i, d'un système (1) qui n'est pas sans parenté avec les équations générales d'Einstein déterminant les potentiels gravifiques g_{ij}.

On entrevoit par là la possibilité de rapprocher des théories einsteiniennes les beaux travaux des frères Cosserat (1) sur la synthèse des théories physiques, travaux en lesquels le trièdre mobile joue un rôle fondamental au lieu et place des équations de Maxwell convenablement généralisées.

J'ai déjà donné quelques développements des aperçus précédents (2) pour le cas où (1) n'était intégré qu'avec un seul paramètre τ et W réduit à $\frac{\partial}{\partial \tau}$; il convient de les reprendre avec plus de généralité, l'opérateur W ci-dessus n'étant même pas le plus général qui conduise aux présentes conclusions.

---

(1) *Théorie des Corps déformables*, A. Hermann, Paris, 1909.

(2) *Annales de la Fac. des Sc. de Toulouse*, 3e série, 19, 1927, p. 1-39.

Enfin W est évidemment de ces symboles de transformations infinitésimales permutables à d'autres, symboles avec lesquels on peut construire des équations aux dérivées partielles que j'ai appelées autrefois (1) *équations aux opérateurs* X. Ces équations semblent reparaître à l'heure actuelle chez différents auteurs notamment chez MM. Th. De Donder (2) et M. Janet (3).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Un théorème général pour le passage à la limite sous le signe d'intégrale indéfinie.* Note (4) de M. **Renato Caccioppoli.**

Soit $f(x)$ une fonction sommable, limite des fonctions sommables de la suite $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$, ... Une condition suffisante pour que l'on ait

$$\int f(x)\,dx = \lim_{n \to \infty} \int f_n(x)\,dx \tag{1}$$

est, d'après M. Vitali, l'uniformité de la continuité absolue des fonctions $F_n(x) = \int_a^x f_n(x)\,dx$; mais cette condition n'est aussi nécessaire que si l'on veut que le passage à la limite soit légitime pour tout ensemble d'intégration de l'intervalle (a, b).

J'établirai une condition nécessaire et suffisante pour que la formule (1) subsiste uniformément pour tout sous-intervalle de (a, b), c'est-à-dire pour que les fonctions $F_n(x)$ convergent uniformément vers $F(x) = \int_a^x f(x)\,dx$.

Soit I un ensemble fermé sur lequel la convergence de la suite $f_1, f_2, f_3, \ldots$ est uniforme; on peut supposer la différence $(b - a)$ — mes I aussi petite que l'on veut. Désignons par $f^{(I)}$ la fonction dont la valeur est celle de f sur I et *zéro* en tout autre point de (a, b), et définissons de même $f_n^{(I)}$. Un nombre positif quelconque σ étant donné, on pourra déterminer I de manière que l'on ait dans tout l'intervalle

$$\left| F(x) - \int_a^x f^{(I)}(x)\,dx \right| < \sigma.$$

(1) *Journal de Mathématiques*, 5e série, 10, 1904, p. 85-130.
(2) *Bulletin de l'Académie de Belgique*, 5e série, 13, 1927, p. 851-854.
(3) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 418-420.
(4) Séance du 19 mars 1928.

On a d'ailleurs, si $F_n(x)$ converge uniformément vers $F(x)$ et pourvu que n dépasse une valeur convenablement choisie :

$$|F(x) - F_n(x)| < \sigma, \qquad \left| \int_a^x f^{(1)}(x)\,dx - \int_a^x f_n^{(1)}(x)\,dx \right| < \sigma;$$

il s'ensuit

$$\left| F_n(x) - \int_a^x f_n^{(1)}(x)\,dx \right| < 3\sigma.$$

Réciproquement, si l'on peut établir cette dernière inégalité pour toute valeur de σ (la convergence de la suite $f_1, f_2, f_3, \ldots$ étant uniforme sur I) les fonctions $F_n(x)$ convergent uniformément vers $F(x)$ Ce résultat suggère une définition nouvelle :

La continuité absolue des intégrales $\int f_n(x)\,dx$ n'est pas nécessairement uniforme dans tout l'intervalle, mais elle l'est sur l'ensemble I qui a cette propriété que toute fonction $F_n(x)$, à partir d'un certain indice, a, sur un intervalle quelconque et sur la portion de I qui appartient à cet intervalle, des variations égales à ε près; on dirait aussi bien que l'ensemble I peut *remplacer* l'intervalle complet (a, b) sur tout sous-intervalle, et cela avec une approximation fixée d'avance. Dès lors, la dénomination de *continuité absolue presque uniforme* pour cette propriété des fonctions $F_n(x)$ s'offre d'elle-même.

J'ai esquissé récemment dans le tome 52 des *Rendiconti di Palermo* une théorie générale de l'intégration, dont le point de départ est une définition de l'intégrale fondée sur les principes de M. Borel; ce point de vue conduit tout naturellement à la notion de *sommabilité uniforme* pour une infinité de fonctions dont les intégrales sont uniformément absolument continues; on pourrait définir de même la *sommabilité presque uniforme* pour les fonctions $f_n(x)$ dont les intégrales sont presque uniformément absolument continues.

Nous parvenons ainsi aux théorèmes suivants, dont le second découle immédiatement du premier :

I. *Soit $f_1(x), f_2(x), f_3(x), \ldots$ une suite de fonctions sommables ayant une limite sommable $f(x)$. La condition nécessaire et suffisante pour que l'on ait uniformément*

$$\lim_{n \to \infty} \int_a^x f_n(x)\,dx = \int_a^x f(x)\,dx$$

est que la sommabilité des fonctions $f_n(x)$ soit presque uniforme.

2. *Si les fonctions sommables $f_n(x)$ admettent une limite $f(x)$ et si leur sommabilité est presque uniforme, les intégrales indéfinies $F_n(x)$ de ces fonctions convergent uniformément vers une limite $F(x)$.*

La fonction limite $f(x)$ n'est pas nécessairement sommable. On peut poser en tout cas, *par définition*,

$$\int_a^x f(x)\,dx = F(x) - F(a)$$

et l'on obtient ainsi une *intégrale indéfinie généralisée*.

Cette nouvelle définition de fonction intégrable en appelle une autre, à savoir celle d'*intégrabilité uniforme*.

Si $f(x)$ est intégrable, on peut trouver pour tout ε un ensemble fermé I sur qui $f^{(1)}$ soit sommable et tel que l'on ait dans tout l'intervalle (a, b)

$$\left| \int_a^x f(x)\,dx - \int_a^x f^{(1)}(x)\,dx \right| < \varepsilon.$$

Si I peut être déterminé d'une même manière pour une suite de fonctions, les intégrales $\int f^{(1)}(x)\,dx$ étant uniformément absolument continues sur I, ces fonctions s'appelleront *uniformément intégrables*.

3. *La condition nécessaire et suffisante pour le passage uniforme à la limite, sous le signe d'intégrale indéfinie généralisée, est l'intégrabilité uniforme des fonctions données.*

Cet aperçu prêterait à d'intéressants développements. On pourrait se proposer de construire, se plaçant au point de vue que j'ai indiqué et adoptant une définition analogue à celle donnée par M. Borel, une théorie complète de la totalisation, la douant d'un théorème général de passage à la limite, et la délivrant en même temps de l'emploi du transfini.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur le principe de M. Picard.* Note de M. **Soula**, présentée par M. Hadamard.

M. Bouligand [1] a donné l'énoncé suivant : Soit une fonction harmonique dans Ω, s'annulant en tout point du contour C de Ω autre que A et

---

[1] Bouligand, *Sur les singularités des fonctions harmoniques* (*Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 1366).

restant positive dans ce domaine : cette fonction est déterminée à un facteur constant près.

J'ai étudié ce principe dans le cas des fonctions harmoniques de deux variables. J'ai d'abord trouvé que le principe s'applique à des domaines simplement connexes très généraux pourvu que le point A soit accessible d'une seule manière : il suffit que le contour C soit une courbe de Jordan fermée et sans point double.

Le principe doit être modifié si A est accessible de plusieurs manières, par exemple si le contour C est formé de n courbes fermées et sans points doubles passant toutes par A et ne se coupant qu'en A. La fonction harmonique considérée est dans ce cas une combinaison linéaire de n fonctions harmoniques qui ne dépendent que de Ω. Les choses se présentent de manière bien différente dans le cas des fonctions harmoniques de trois variables; si Ω est le domaine compris entre deux sphères tangentes intérieurement, la fonction harmonique trouvée par M. Bouligand dépend d'une fonction arbitraire.

Le principe peut être complété de plusieurs façons. Dans le cas que je viens de signaler où le contour C est formé de plusieurs courbes, la fonction analytique, dont la partie imaginaire est positive dans Ω et nulle sur le contour sauf en A, prend dans Ω n fois exactement toute valeur dont la partie imaginaire est positive.

Gardons les mêmes hypothèses sur Ω; une fonction harmonique et positive dans la partie de Ω intérieure à un cercle de centre A et qui prend la valeur zéro en tout point du contour de Ω intérieur à ce cercle sauf en A se présente sous la forme

$$U = a_1\beta_1(x, y) + \ldots + a_n\beta_n(x, y) + \gamma(x, y),$$

les a_i étant des constantes positives, les $\beta_i(x, y)$ des fonctions harmoniques nulles sur C sauf en A, γ étant une fonction bornée en A.

Supposons enfin que le point A soit accessible d'une seule manière, le contour étant formé d'une seule ligne de Jordan sans point double. Soit une fonction $f(z) = A + iB$ holomorphe dans Ω et prenant des valeurs limites continues en tout point de C autre que A; si B n'est jamais négatif dans Ω, on a l'inégalité

$$(1)\qquad \frac{c_1}{|\psi(z)|} < f(z) < c_2|\psi(z)| \qquad (c_1 \text{ et } c_2 \text{ constantes}),$$

où $\psi(z)$ est la fonction analytique dans Ω dont la partie imaginaire est

nulle sur C et positive dans Ω. Cette inégalité est valable pour z intérieur à certain domaine que l'on peut choisir arbitrairement voisin de Ω.

Pour les démonstrations, j'utilise la représentation conforme de Ω sur un demi-plan. L'inégalité (1) résulte du lemme suivant : Soit B une fonction harmonique pour $y > 0$ et qui prend des valeurs déterminées et continues en tout point de Ox à distance finie. Si B reste compris entre m et M, la fonction A conjuguée de B vérifie

$$|A| < \frac{M-n}{\pi} L\sqrt{x^2+y^2} + \text{const.}$$

dans un domaine voisin du demi-plan $y > 0$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une notion analogue pour les fonctions entières à celle de famille normale pour les fonctions holomorphes.* Note de M. **Paul Flamant**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Étant donné un type de croissance $t(r)$ (fonction positive croissante de $r = |x|$), j'ai appelé *norme* d'une fonction entière $\varphi(x)$ et représenté par $\|\varphi(x)\|$ ou $\|\varphi\|$ la borne supérieure du quotient $|\varphi(x)| : t(r)$ [1]. Je dis qu'une fonction appartient à $t(r)$ lorsque sa norme est finie. Cette notion reste applicable si $\varphi(x)$ désigne un nombre complexe défini par x, sans aucune condition de monogénéité.

Convergence uniforme relative $t(r)$. — Étant donnée une suite de fonctions entières $\varphi_n(x)$ appartenant à $t(r)$, nous dirons qu'elle converge uniformément par rapport à $t(r)$:

1° Vers une limite $\varphi(x)$ finie en chaque point si $\|\varphi_n - \varphi\|$ tend vers zéro pour n infini [par suite de ce mode de convergence, la limite $\varphi(x)$ est une fonction entière et appartient à $t(r)$];

2° Vers ∞ *par répulsion* si chaque fonction φ_n a une valeur exceptionnelle a_n et si $(1 + |a_n|)\|(\varphi_n - a_n)^{-1}\|$ tend vers zéro;

3° Vers ∞ *par entraînement* si à chaque fonction φ_n on peut associer un nombre b_n tendant vers ∞ avec n et tel que $\|\varphi_n - b_n\| : |b_n|$ tende vers zéro [dans chacun de ces deux derniers cas, $\varphi_n(x)$ tend vers ∞ avec n quel que soit x fixe].

Famille normale par rapport à $t(r)$. — Nous appellerons ainsi une famille

---

(1) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 591.

de fonctions entières appartenant à $t(sr)$ quel que soit $s > 1$ et telle que, de toute suite infinie de fonctions de la famille, on puisse extraire une suite partielle uniformément convergente par rapport à $t(sr)$ quel que soit $s > 1$.

Famille presque bornée. — Une famille de fonctions entières est bornée par rapport à $t(r)$ si les normes de toutes les fonctions de la famille sont bornées supérieurement. Elle est presque bornée par rapport à $t(r)$ si elle est bornée par rapport à $t(sr)$ quel que soit $s > 1$.

Pour qu'une famille de fonctions entières soit presque bornée par rapport à $t(r)$, il faut et il suffit qu'elle soit normale par rapport à $t(r)$ et n'admette pas ∞ parmi ses limites.

Les fonctions d'une telle famille sont *également continues* de la façon suivante : à $\varepsilon > 0$ et à $s > 1$, on peut associer η tel que l'inégalité

$$|x' - x| < \frac{\eta}{t(sr)} \qquad (r = |x|)$$

entraîne pour toute fonction de la famille l'inégalité

$$|\varphi(x') - \varphi(x)| < \varepsilon.$$

Autre critère de famille normale. — Soit une famille de fonctions entières $\varphi(x)$ ayant chacune une valeur exceptionnelle a : associons-leur les fonctions $\theta(x) = [\varphi(x) - a]^{-1}$ qui sont aussi des fonctions entières. Soit d'autre part $f(u)$ une fonction indéfiniment croissante d'une variable positive u. Si la famille des fonctions $\theta(x)$ et $|a|f(|a|)\theta(x)$ est presque bornée par rapport à un type de croissance $t_0(r)$, la famille des $\varphi(x)$ est normale par rapport au type de croissance

$$t(r) = \{t_0[(1+k)r]\}^{2+\frac{2}{k}},$$

k étant une constante positive quelconque. Lorsque l'ensemble des valeurs exceptionnelles a est borné, il suffit que la famille des $\theta(x)$ soit presque bornée. Dans une telle famille normale, la convergence vers ∞ a lieu par répulsion.

Lorsque l'ensemble des a n'est pas borné, on peut encore supposer que la famille des $\theta(x)$ est presque bornée et que, pour toute fonction dont la valeur exceptionnelle dépasse en module un nombre fixe, on a l'inégalité

$$|\varphi(0) - a| < g(|a|),$$

g étant une fonction croissant moins vite que toute puissance. L'inégalité

$$|\varphi(a) - a| < |a|^q \qquad \left(q < \frac{1}{4}\right)$$

conduirait aussi à la conclusion restreinte aux valeurs de $k < \frac{4q}{1-4q}$.

Propriétés des familles normales. — I. *Si une suite infinie de fonctions appartenant à une famille normale par rapport à $t(r)$ converge pour chaque valeur de x vers une limite finie, cette convergence est, quel que soit $s > 1$, uniforme par rapport à $t(sr)$.*

II. *Si une suite infinie de fonctions appartenant à une famille normale tend pour une valeur particulière de x vers ∞, il en est de même pour toute valeur de x*, et, pour chaque valeur de $s > 1$, on peut partager la suite en deux autres tendant vers ∞ uniformément par rapport à $t(sr)$, l'une par répulsion, l'autre par entraînement (l'une de ces deux suites peut naturellement être vide).

III. *Pour qu'une suite de fonctions entières appartenant à une famille normale par rapport à $t(r)$ converge pour toute valeur de x, il suffit qu'elle converge vers une limite finie en une infinité dénombrable de points $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ayant un point d'accumulation à distance finie ou satisfaisant à la condition*

$$\lim_{n \to \infty} r_n u_n^{-\frac{1}{n}} < 1,$$

en posant $r_n = |x_n|$ (ces nombres étant rangés en croissant) et $u_n = |x^n|$ par rapport à $t(r)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la croissance des dénominateurs* D(λ) *de Fredholm.* Note de M. **S. A. Gheorghiu**, présentée par M. J. Hadamard.

Nous avons énoncé [1] plusieurs résultats concernant la transcendante de Fredholm relative aux noyaux obtenus par la composition d'un nombre fini de noyaux intégrables.

Dans cette Note, nous nous proposons de faire voir l'intérêt que présentent les résultats rappelés, pour l'étude de la transcendante de Fredholm relative à des noyaux appartenant à des classes assez étendues de noyaux.

---

[1] Voir *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 864 et 1309.

Considérons un système complet de fonctions

$$\varphi_0(x), \quad \varphi_1(x), \quad \ldots, \quad \varphi_n(x), \quad \ldots,$$

normales et orthogonales entre elles, dans l'intervalle $0 \leqq x \leqq 1$. Supposons de plus que dans le même intervalle ces fonctions sont bornées dans leur ensemble. Soit $K(x, y)$ un noyau réel tel qu'il est possible de déterminer deux constantes positives H et α, cette dernière étant plus grande que l'unité, de manière à avoir

$$\left| \int_0^1 K(s, x)\, \varphi_n(s)\, ds \right| < \frac{H}{n^\alpha}$$

et

$$\left| \int_0^1 K(s, x)\, \varphi_0(s)\, ds \right| < H$$

pour toute valeur de x appartenant à l'intervalle fermé $0 \leqq x \leqq 1$.

L'ordre réel σ du dénominateur de Fredholm relatif à l'équation

$$\varphi(x) = \lambda \int_0^1 K(x, s)\, \varphi(s)\, ds + f(x)$$

est au plus égal à $\frac{1}{\alpha}$.

Supposons, pour le moment, que l'on ait

$$\sigma = \frac{1}{\alpha} + \eta,$$

η étant une quantité positive, et envisageons le noyau symétrique

$$M_\varepsilon(x, y) = \varphi_0(x)\, \varphi_0(y) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\varphi_n(x)\, \varphi_n(y)}{n^{\alpha - \frac{1}{2} - \varepsilon}},$$

ε étant un nombre positif qui vérifie les inégalités

$$\alpha - \varepsilon > 2$$

et

$$\frac{1}{\alpha - \varepsilon} < \frac{1}{\alpha} + \eta.$$

En utilisant un théorème de M. Picard [1], on démontre qu'il est possible de déterminer un noyau $N_\varepsilon(x, y)$ de manière qu'en posant

$$K^*(x, y) = \int_0^1 M_\varepsilon(x, s)\, N_\varepsilon(s, y)\, ds$$

---

[1] Voir E. Picard, *Rendiconti di Palermo*, **29**, 1910, p. 73-97.

on ait

$$\int_0^1 [K(s, x) - K^*(s, x)]^2 ds = 0 \qquad \text{pour} \qquad 0 \leq x \leq 1.$$

On déduit de là, en tenant compte d'une inégalité démontrée dans une Note précédente, que l'on a

$$\sigma \leq \frac{1}{\alpha - \varepsilon} < \frac{1}{\alpha} + \eta,$$

ce que démontre la proposition énoncée.

Par une voie analogue à celle qui vient d'être esquissée et en utilisant certaines généralités concernant l'ordre de grandeur des coefficients des séries trigonométriques, nous avons obtenu les résultats suivants :

Le dénominateur de Fredholm relatif à un noyau continu et à variation bornée est au plus d'ordre un.

Si le noyau continu $K(x, y)$ *possède une dérivée partielle* $\frac{\partial K}{\partial x}$, *cette dérivée étant une fonction de* x *continue et à variation bornée, le dénominateur de Fredholm relatif à ce noyau est au plus d'ordre* $\frac{1}{2}$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur quelques propriétés asymptotiques de la meilleure approximation.* Note de M. **Serge Bernstein**, présentée par M. Hadamard.

1. Soit $p(x)$ une fonction continue sur le segment $(-1, +1)$ satisfaisant à la condition

$$(1) \qquad \lambda < p(x) < L,$$

où λ et L sont des constantes positives. Désignons par E_p *la valeur asymptotique de l'écart minimum*, dans l'intervalle $(-1, +1)$, du produit

$$(2) \qquad p(x)(x^n + c_1 x^{n-1} + \ldots + c_n).$$

En appliquant la méthode donnée au paragraphe 6 de mon livre [1], on trouve que

$$(3) \qquad E_p = \frac{F(p)}{2^{n-1}}$$

[1] *Leçons sur les propriétés extrémales et la meilleure approximation des fonctions analytiques d'une variable réelle* (Paris, Gauthier-Villars, 1926).

où

$$F(p) = \lim_{n=\infty} \frac{p(0)}{2^h} \frac{R_1 \ldots R_h}{|a_1 a_2 \ldots a_h|},$$

en désignant par R_i la demi-somme des axes de l'ellipse, ayant pour foyers ± 1 et passant par la racine a_i d'un polynome $p_h(x)$ ayant pour limite $p(x)$, lorsque $h \to \infty$. Il est aisé d'en déduire la relation générale

$$(4) \qquad F(pq) = F(p) F(q),$$

pourvu que $q(x)$ satisfasse également à la condition (1).

Ainsi, par exemple, on a nécessairement

$$F(p) = 1$$

toutes les fois que $p(x) = \frac{1}{p(x)}$, comme je l'avais montré à l'endroit cité dans le cas particulier, où $p(x) = e^{kx}$.

2. Soit, d'une façon générale, $E_p f(x)$ la valeur asymptotique de l'écart de

$$p(x)[f(x) - P_n(x)]$$

dans l'intervalle $(-1, +1)$, où $P_n(x)$ est le polynome pour lequel cet écart est minimum. Posons

$$(5) \qquad E_p f(x) = F(p, f) E f(x),$$

où $E f(x)$ est la valeur que prend $E_p f(x)$, lorsque $p(x) = 1$.

En combinant la même méthode avec celle du paragraphe 18 du livre cité, on trouve, *dans le cas où $f(x)$ est une fonction analytique ayant un pôle unique réel b sur son ellipse de convergence, que*

$$(6) \quad F(p, f) = \lim_{n=\infty} \frac{\rho_1 \rho_2 \ldots \rho_h}{(b + \sqrt{b^2 - 1})^h} p(0), \qquad \text{où } \rho_i = \left| b - \frac{1}{a_i} + \sqrt{(b^2 - 1)\left(1 - \frac{1}{a_i^2}\right)} \right|$$

(a_i ayant la même signification que plus haut). On retrouve donc la même relation fonctionnelle

$$(7) \qquad F(pq, f) = F(p, f) F(q, f).$$

Il n'est pas douteux que cette relation (sans être absolument générale) subsiste pour des classes de fonctions beaucoup plus étendues. Ainsi, par exemple, on démontre facilement que

$$F[p, (1 - x)^\alpha] = p(1),$$

quel que soit $\alpha > 0$, de sorte que la relation (7) reste exacte pour

$$f(x) = (1-x)^{\alpha}.$$

3. En appliquant des considérations analogues à la recherche du *minimum* A_q de l'intégrale

$$\int_{-1}^{+1} R_n(x)\, q(x)\, dx, \tag{8}$$

où $q(x) \geqq 0$ et $R_n(x) = x^n + c_1 x^{n-1} + \ldots + c_n$, on obtient le théorème général suivant :

Si

$$q(x) = \frac{p^2(x)}{\sqrt{1-x^2}} \tag{9}$$

[$p(x)$ *satisfaisant à la condition* (1)], *le polynome* $R_n(x)$, *qui rend minimum l'intégrale* (8), *donne également la valeur asymptotique minima* E_p *au produit* (2).

Ainsi, les polynomes $R_n(x)$ satisfaisant aux conditions d'orthogonalité

$$\int_{-1}^{+1} \frac{R_n(x)\, R_m(x)\, p^2(x)}{\sqrt{1-x^2}}\, dx = 0 \qquad (m \gtrless n)$$

admettent (à un facteur constant près) les expressions asymptotiques

$$\frac{\cos(n\varphi + \psi)}{p(x)},$$

où $\varphi = \arccos x$, et ψ est une fonction qui dépend de $p(x)$ et reprend la même valeur pour $x = \pm 1$.

Il en résulte que

$$A_q = \frac{\pi}{2} E_p^2, \tag{10}$$

si $q(x)$ *et* $p(x)$ *sont reliés par la relation* (9), *pourvu que* $p(x)$ *satisfasse à la condition* (1).

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur les différences caractéristiques que présente le mouvement de la courroie au déroulement et à l'enroulement.* Note [1] de M. **R. Swyngedauw**, présentée par M. G. Kœnigs.

On a vu dans une Note antérieure [2] comment, de la courbe des variations de vitesse d'un point de la face externe d'une courroie au voisinage du point où elle aborde la poulie, on peut déduire la vitesse et le frottement de la face interne sur cette poulie dans l'*angle critique d'enroulement* (défini par l'arc compris entre la ligne de premier contact avec la poulie et l'azimut critique à partir duquel la courroie est adhérente à cette poulie).

On peut appliquer la même méthode à l'*angle critique de déroulement* qui s'étend sur les 2^{cm} environ de parcours qui précèdent le point où la courroie quitte la poulie (entre l'azimut critique pour le sens de rotation inverse et le point de dernier contact avec la poulie). Si l'on admet qu'une section plane, qui passe à l'azimut critique inverse, reste plane dans l'angle critique de déroulement, *le mouvement de cette section dans cette région peut être considéré comme résultant d'un mouvement de rotation autour de l'axe de la poulie avec la vitesse angulaire du point neutre à l'azimut critique et d'un mouvement de pivotement de la section autour de ce point neutre, de sens tel que la vitesse de la face externe diminue, celle de la face interne augmente.*

L'enroulement et le déroulement sont nettement différenciés :

1° *Dans l'enroulement*, l'allure générale du phénomène est pratiquement identique pour la poulie menante ou menée, à tel point que les courbes de variations de vitesse d'un point de la lamelle externe par rapport à la poulie ou par rapport à un point du brin rectiligne avant l'enroulement se superposent pratiquement, quelles que soient la charge et la fonction de la poulie.

Dans *le déroulement*, au contraire, ces courbes sont nettement différenciées. En un même point de l'espace, la vitesse relative de la lamelle externe par rapport à la poulie est sensiblement plus grande pour la poulie menée que pour la poulie menante, et d'autant plus que la charge est plus forte, quoique les vitesses par rapport à un point du brin rectiligne de la courroie soient nettement plus grandes pour la poulie menante que pour la poulie

(1) Séance du 19 mars 1928.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 569.

menée (la différence est presque de l'ordre du glissement pour les deux vitesses considérées).

2° *Dans l'enroulement*, la variation relative de la vitesse de la lamelle externe étant provoquée par le frottement de la courroie dont la face interne aborde la poulie avec une vitesse supérieure à celle-ci ([1]), cette variation se produit *presque totalement dans l'angle critique* et *très peu* dans la région de la courroie contiguë à la poulie qui précède immédiatement l'enroulement. La variation de vitesse constatée dans cette dernière zone provient des réactions que crée l'accroissement de tension de la face externe dans l'angle critique.

Au déroulement, l'élément de courroie ne peut se redresser qu'après avoir quitté la poulie, mais les éléments des lamelles interne et externe subissent évidemment la réaction des tensions et des contractions de ces faces dans la région de la courroie qui vient de quitter la poulie; aussi la variation de vitesse s'étend-elle *pour moitié seulement* sur cette dernière zone *et moitié sur l'angle critique*, de sorte que le mouvement de pivotement de la section autour de l'axe neutre est d'une efficacité notablement plus faible dans le déroulement que dans l'enroulement.

3° D'autre part, tandis que dans le fonctionnement élastique, sans glissement d'ensemble, la courroie est *adhérente* à la poulie sur l'azimut critique d'enroulement (que la poulie soit menante ou menée), elle *glisse*, au contraire, sur celle-ci en passant à l'azimut inverse pour entrer dans la zone critique de déroulement. Ce glissement est de même sens que celui qu'imprime le mouvement de pivotement si la poulie est menée, de sens inverse si elle est menante; car, au fur et à mesure que l'élément progresse, la tension croît si la poulie est menée et, par suite, l'élément s'allonge et sa vitesse croît dans le sens du mouvement, tandis que la tension décroît ainsi que la longueur et la vitesse si la poulie est menante.

Si l'on considère, d'autre part, que le frottement croît avec la vitesse de glissement, il résulte que, dans l'angle critique de déroulement, *le coefficient moyen de frottement* ([2]) et, par suite, *la variation relative de tension dans l'angle critique de déroulement sont plus grands pour la poulie menée que pour la poulie menante.*

Les considérations précédentes supposent la tension au déroulement

---

([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1316.

([2]) Nous avions admis, en première approximation, que ce coefficient était constant (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 252).

suffisamment élevée pour appliquer la face interne de la courroie rigoureusement sur la poulie et lui en faire épouser la forme cylindrique jusqu'à ce qu'elle la quitte, pour se mouvoir ensuite dans le plan tangent, en sorte que *le rayon de courbure de cette face passe* brusquement *de celui de la poulie à une valeur infinie*. Ces conditions sont *toujours* réalisées pour la poulie menée ; mais il n'en est pas ainsi pour la poulie menante si la tension du brin mou qui la quitte est suffisamment faible. Dans ce cas, en effet, la courroie commence à se détacher de la poulie lorsque la force centrifuge, et ce qu'on pourrait appeler la composante élastique de la raideur, équilibrent la pression exercée par la tension ; le rayon de courbure augmente alors *progressivement* de la valeur R du rayon de la poulie à l'infini, et la zone critique de déroulement s'évanouit totalement.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la théorie des massifs pesants soumis à des sous-pressions et son application à la stabilité des barrages*. Note de M. **Jacques Mesnager**, présentée par M. A. Mesnager.

Dans une Note récente, M. Baticle a développé l'application de l'élasticité aux barrages à gravité soumis à des sous-pressions qu'il a introduites en admettant qu'elles constituaient un champ de forces extérieures de composantes $-\frac{\partial p}{\partial x}$ et $-\frac{\partial p}{\partial y}$.

On peut justifier cette hypothèse en supposant le barrage constitué par une masse poreuse (mortier maigre) :

1° Si l'eau filtre à travers, les vides forment des canaux ininterrompus de l'amont à l'aval où la perte de charge, par suite de la petitesse de la section, est assez élevée pour que la vitesse y soit négligeable. La pression y varie suivant une loi que l'on peut admettre linéaire en moyenne de la pression hydrostatique p à o (Poiseuille).

Un cube élémentaire de volume 1 de la matière du barrage est donc soumis à :

Une force horizontale $-\frac{\partial p}{\partial x}$ due au frottement ou la viscosité de l'eau comme on le voit immédiatement par l'application du théorème de Bernoulli aux filets élémentaires;

Une poussée d'Archimède $-(1-v)\frac{\partial p}{\partial y}$, v étant le pourcentage des vides qui doit être pratiquement négligeable.

2° Si l'eau ne filtre pas à travers l'ouvrage, les cavités en communication avec l'amont sont obstruées à une distance variable du parement amont.

Un cube élémentaire de volume 1 sera donc soumis :

A une poussée horizontale $-p_A \frac{\partial S}{\partial x}$;

A une poussée verticale $-\frac{\partial p_A}{\partial y}\sigma$;

S et σ étant les pourcentages des vides en communication avec l'amont dans ces sections verticales et horizontales du barrage au point considéré et p_A la pression hydrostatique sur le parement amont au même niveau.

Il est naturel d'admettre que les profondeurs des cavités en communication avec l'amont sont uniformément réparties, les pourcentages de leurs sections varient alors suivant des lois linéaires décroissantes de S_A et σ_A à o. Tout se passera donc comme si l'on avait une pression décroissant linéairement avec x de p à o et appliquée à des sections constantes S_A et σ_A. Cette pression exercerait des poussées : $-S_A \frac{\partial p}{\partial x}$ et $-\sigma_A \frac{\partial p}{\partial y}$.

Il est clair que la somme des poussées appliquées aux éléments situés sur une horizontale est

$$-\int \frac{\partial p}{\partial n}\,dx = -p$$

dans le premier cas,

$$-S_A \int \frac{\partial p}{\partial n}\,dn = -pS_A$$

dans le second, c'est-à-dire la pression supplémentaire qu'exercerait l'eau sur le parement amont si celui-ci était étanche. C'est donc l'expression de la pression qui a été transportée du parement amont dans l'intérieur du barrage où elle a été répartie par le mécanisme des sous-pressions. Mais il faut diminuer d'autant la force exercée sur le parement amont, car il s'agit d'une seule et même force extérieure qui ne peut être comptée deux fois.

Dans l'hypothèse du barrage parfaitement poreux : c'est-à-dire où

$$S_A = \sigma_A = 1,$$

il y a donc lieu de modifier le calcul de M. Baticle en écrivant que sur le parement amont $\nu_x = t = 0$. Il vient alors

$$\begin{aligned} \nu_x &= -\mu x, \\ \nu_y &= -\mu x \operatorname{tang}^2 j, \\ t &= \mu x \operatorname{tang} j, \end{aligned}$$

car

$$\alpha = -\mu, \qquad \beta = \sigma, \qquad t = (\Delta - \nu - \beta')x,$$
$$\Delta - \nu - \beta' = \mu \operatorname{tang} j,$$
$$\alpha' x + \beta' y = -\mu x \operatorname{tang}^2 j.$$

Les contraintes ne dépendent plus que de la seule distance au parement amont, à laquelle elles sont proportionnelles.

Les directions principales sont, en tout point, l'une parallèle et l'autre perpendiculaire au parement aval, comme on le voit en écrivant que le cisaillement est nul

$$T = -\frac{\nu_x - \nu_y}{2}\sin 2\alpha + t\cos 2\alpha = 0,$$

d'où

$$\operatorname{tang} 2\alpha = \frac{2t}{\nu_x - \nu_y} = \frac{2\operatorname{tang} j}{\operatorname{tang}^2 j - 1},$$
$$\operatorname{tang}\alpha = \frac{1}{\operatorname{tang} j}, \qquad \operatorname{tang}\alpha = -\operatorname{tang} j.$$

Les tensions principales perpendiculaires au parement aval du barrage sont toutes nulles, car

$$\nu_\alpha = \frac{\nu_x + \nu_y}{2} + \frac{\nu_x - \nu_y}{2}\cos 2\alpha + t\sin 2\alpha = 0 \qquad \text{pour} \qquad \alpha = \frac{\pi}{2} - j.$$

Le cisaillement est donc maximum sur des plans inclinés à 45° sur le parement aval, c'est-à-dire voisins de l'horizontale en pratique.

Ces résultats assez remarquables montrent que la répartition des tensions est profondément modifiée par la sous-pression intégrale.

Par contre, en écrivant qu'il n'y a pas d'extension sur le parement amont, c'est-à-dire $\beta' = 0$ avec $\mu x + \nu y = 0$; on a sur le parement aval $y = -x \operatorname{tang} j$ et $\mu = \nu \operatorname{tang} j$, d'où

$$\operatorname{tang}^2 j = \Delta - \nu.$$

C'est la condition classique de Maurice Levy.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la théorie de l'équilibre des massifs pesants soumis à des sous-pressions, et son application à la stabilité des barrages et des talus.* Note complémentaire de M. **Baticle**, présentée par M. A. Mesnager.

MM. Pigeaud et Mesnager m'ont fait remarquer, fort judicieusement, à propos de la façon dont j'ai introduit la sous-pression dans le calcul des mas-

sifs pesants que l'application faite par moi *aux barrages* ne correspond pas à la réalité. En effet j'ai considéré que les sous-pressions agissaient comme un champ de forces dont les composantes par unité de volume seraient $-\frac{\partial p}{\partial x}$ et $-\frac{\partial p}{\partial y}$. C'est vrai dans le corps du barrage; *mais ce ne l'est plus sur les parois*, où la sous-pression vient se composer avec la pression extérieure. De sorte que les conditions aux limites correctes sont :

1° Pour $x = 0$,

$$n_y = y - p;$$

2° Pour $y = x \operatorname{tang} j$,

$$n_x \sin j - t \cos j = -p \sin j \qquad \text{et} \qquad n_y \cos j - t \sin j = -p \cos j.$$

La première de ces relations donne

$$\operatorname{tang}^2 i - (\Delta - \nu - \beta') = 0,$$

et la condition de non-extension *sur le parement amont* $\beta' \geqq 0$ est bien, comme dans la théorie classique, $\operatorname{tang}^2 i \leqq \Delta - \nu$. Les μ $\left(\text{ou } \frac{\partial p}{\partial x}\right)$ s'éliminent.

Enfin je remarquerai que la théorie que j'ai donnée du *talus perreyé* suppose que la sous-pression μx est annulée sur le parement Oy par la réaction du perré. Celui-ci est ainsi soumis aux pressions normales μx, ce qui permet de calculer ses dimensions.

ASTRONOMIE. — *Sur la théorie des deux courants stellaires et la théorie ellipsoïdale.* Note de M. V. **Nechvile**, présentée par M. H. Andoyer.

Les formules de la théorie des deux courants stellaires d'Eddington et de la théorie ellipsoïdale de Schwarzschild ne sont pas directement applicables à des ensembles d'étoiles dont les mouvements apparents sont plus grands qu'une certaine limite angulaire positive ε''. Le but de cette Note est de donner une généralisation de ces formules pour ce cas, ce que j'ai obtenu par la voie suivante.

A la limite angulaire ε'' correspond, pour chaque grandeur stellaire m_k, une limite de vitesse linéaire ε_k qui peut être calculée au moyen de la paral-

laxe hypothétique d'étoiles de la grandeur m_k (¹). Si nous désignons par ν_k le nombre d'étoiles de la grandeur m_k dans l'ensemble au nombre n d'étoiles, nous aurons, pour le nombre d'étoiles dont le mouvement tombe dans le segment θ, $\theta + d\theta$ de l'angle de position selon la théorie des deux courants,

$$(1)\qquad \rho(\theta)\,d\theta = \frac{h_1^2}{\pi}\,d\theta \sum_1^k \nu_{1k} \int_{\varepsilon_k}^{\infty} e^{-h_1^2(r^2+v_1^2-2rv_1\cos(\theta-\theta_1))}\,r\,dr + \frac{h_2^2}{\pi}\,d\theta \sum_1^k \nu_{2k} \int_{\varepsilon_k}^{\infty} e^{-h_2^2(r^2+v_2^2-2rv_2\cos(\theta-\theta_2))}\,r\,dr.$$

en utilisant la notation d'Eddington (²). En appliquant les mêmes considérations, la théorie ellipsoïdale donne

$$(2)\qquad \rho'(\theta)\,d\theta = \frac{kh}{\pi}\,d\theta \sum_1^k \nu_k \int_{\varepsilon_k}^{\infty} e^{-k^2(r\cos\theta-u_0)^2-h^2(r\sin\theta-v_0)^2}\,r\,dr.$$

Pour passer des vitesses linéaires aux vitesses apparentes angulaires, il suffit de considérer les projections (centrales) de chaque ensemble d'étoiles de la grandeur m_k. La distribution sphérique ou ellipsoïdale étant conservée en projection, ce seront seulement les valeurs des constantes, que nous appellerons désormais h_{1k}, h_{2k}, ..., qui changeront avec la distance et seront facilement calculables dès qu'on se donne une formule des parallaxes hypothétiques, ainsi que les v_{1k}, v_{2k}, ... Nous aurons, pour les deux théories, respectivement

$$(3)\qquad \rho(\theta)\,d\theta = \sum_1^k \sigma_k(\theta)\,d\theta = \sum_1^k \frac{h_{1k}^2}{\pi}\,\nu_{1k} \int_{\varepsilon}^{\infty} e^{-h_{1k}^2(r^2+v_{1k}^2-2rv_{1k}\cos(\theta-\theta_1))}\,r\,dr + \sum_1^k \frac{h_{2k}^2}{\pi}\,\nu_{2k} \int_{\varepsilon}^{\infty} e^{-h_{2k}^2(r^2+v_{2k}^2-2rv_{2k}\cos(\theta-\theta_2))}\,r\,dr.$$

$$(4)\qquad \rho'(\theta)\,d\theta = \sum_1^k \sigma'(\theta)\,d\theta = \sum_1^k \frac{h_k k_k}{\pi}\,\nu_k \int_{\varepsilon}^{\infty} e^{-k_k^2(r\cos\theta-u_{0k})^2-h_k^2(r\sin\theta-v_{0k})^2}\,r\,dr,$$

où toutes les vitesses sont exprimées en valeur angulaire, de même que la

(¹) On aura $\varepsilon_k = \dfrac{\Delta_k \varepsilon''}{a}$ en désignant par Δ_k la distance et par a la durée d'un an sidéral en secondes, $a = 31{,}356.10^6$ sec.

(²) A.-S. EDDINGTON, *Stellar Movements and the Structure of Universe.*

limite inférieure unique ε dans les intégrales. Les $\rho(\theta)$ et $\rho'(\theta)$ étant ainsi des sommes de termes $\sigma_k(\theta)$ et $\sigma'_k(\theta)$ d'une même forme chaque fois, il suffit d'examiner l'allure de deux de ces termes.

Si nous appliquons à $\sigma_k(\theta)$ la transformation

$$x_1 = h_{1k} r - \tau_{1k}, \qquad \tau_{1k} = h_{1k} v_{1k} \cos(\theta - \theta_1),$$
$$x_2 = h_{2k} r - \tau_{2k}, \qquad \tau_{2k} = h_{2k} v_{2k} \cos(\theta - \theta_2),$$

nous obtenons, en supprimant l'indice secondaire k après l'intégration, pour la théorie des deux courants,

$$(5) \qquad \sigma(\theta)\,d\theta = \frac{\nu_1}{\pi} e^{-h_1^2 v_1^2}\,d\theta\left(\frac{1}{2} e^{-h_1^2\varepsilon^2 + 2h_1\tau_1\varepsilon} + \tau_1 e^{\tau_1^2}\int_{\varepsilon h_1 - \tau_1}^{\infty} e^{-x_1^2}\,dx_1\right)$$
$$+ \frac{\nu_2}{\pi} e^{-h_2^2 v_2^2}\,d\theta\left(\frac{1}{2} e^{-h_2^2\varepsilon^2 + 2h_2\tau_2\varepsilon} + \tau_2 e^{\tau_2^2}\int_{\varepsilon h_2 - \tau_1}^{\infty} e^{-x_2^2}\,dx_2\right).$$

L'emploi des formules

$$x = r\sqrt{p_k} - \eta_k, \qquad p_k = k_k^2 \cos^2\theta + h_k^2 \sin^2\theta, \qquad \eta_k\sqrt{p_k} = u_{0k} k_k^2 \cos\theta + v_{0k} k_k^2 \sin\theta,$$

à un terme $\sigma'(\theta)$ de la formule (4) donne, pour la théorie ellipsoïdale, l'indice k étant supprimé,

$$(6) \qquad \sigma'(\theta)\,d\theta = \frac{kh}{\pi}\nu\, e^{-k^2u_0^2 - h^2v_0^2}\frac{1}{p}\left(\frac{1}{2} e^{-\varepsilon^2 p + 2\varepsilon\eta\sqrt{p}} + \eta\, e^{\eta^2}\int_{\varepsilon\sqrt{p} - \eta}^{\infty} e^{-x^2}\,dx\right).$$

Une première discussion des courbes données par les formules (5) et (6), qui représentent la généralisation des formules d'Eddington et de Schwarzschild montre *que les courbes de fréquence données par la théorie ellipsoïdale prennent pour certaines valeurs de ε des formes complètement semblables à celles de la théorie des deux courants*, fait entièrement favorable à la théorie ellipsoïdale.

Une suite des conclusions qui pourraient être énoncées selon l'analyse numérique sera publiée plus tard.

ÉLECTRICITÉ. — *Effet triboélectrique entre les corps solides et les corps gazeux.* Note de M. **Eligio Perucca**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai décrit en 1925 [1] une expérience de triboélectricité (électrisation par frottement) entre un corps gazeux et un corps solide : dans une ampoule où

[1] *Zeits. für Phys.*, 34, 1925, p. 120.

l'on avait fait un vide extrêmement poussé, il y avait un petit morceau de fer (collecteur) en communication avec un électromètre (le système collecteur électromètre avait une capacité de 10^{cm} environ). Vis-à-vis du collecteur on avait une goutte de mercure chaude (100° à peu près) produisant un jet de vapeur contre le collecteur. On observait une électrisation du système électromètre collecteur, le potentiel s'élevant parfois de 0,3 volt par seconde. Le potentiel maximum atteint par l'électromètre a été même 360 volts. Avec un collecteur en platine ou en nickel on a obtenu des résultats analogues.

On a pensé (¹) que l'électrisation observée pouvait être attribuée tout simplement à un effet Volta dû à l'écoulement sur le métal dont le collecteur est constitué des gouttelettes de mercure qui se condensent.

Nous avons donc repris les expériences en les modifiant de plusieurs manières.

Voici les résultats de ces nouvelles expériences :

1° Le collecteur en fer contenant une petite étuve électrique, on pouvait opérer avec le collecteur chaud (jusqu'à plus de 200°). On pouvait, pendant le refroidissement du collecteur, passer avec continuité des conditions où la condensation du mercure sur le collecteur n'avait absolument pas lieu, aux conditions de condensation (point de condensation, comme dans les hygromètres de Regnault). Or l'électrisation observée varie avec la température, le collecteur devenant généralement électronégatif pendant le refroidissement, mais on n'observe ni la disparition de l'électrisation lorsque le collecteur est chaud, ni une discontinuité dans l'électrisation correspondant à une température particulière pour laquelle la condensation commence.

2° Les expériences, prolongées pendant plusieurs jours sur un même collecteur, dans des conditions de température et de vide apparemment inaltérées, ont décelé une grande variabilité dans l'intensité dans le signe de l'effet observé. A partir d'un collecteur à l'état neutre, on a observé des électrisations, par jet de vapeur de mercure sur le fer, qui étaient parfois de -1 volt en 3 à 4 secondes; parfois de $+1$ volt en 3 à 4 secondes.

En même temps, dans la même ampoule, sur la même surface du collecteur, on a produit l'électrisation par écoulement de gouttelettes extrêmement petites de mercure. Cette électrisation (effet Volta par écoulement) n'était pas, elle non plus, très constante bien qu'on ait laissé apparemment inaltérées les conditions du collecteur, des gouttelettes, du vide. Mais, non

(¹) *Zeits. für Phys.*, **46**, 1928, p. 747.

seulement il n'y a pas de concordance entre les grandeurs des variations de l'effet Volta par écoulement et de l'électrisation par jet de vapeur de mercure, mais, bien des fois, les deux phénomènes sont de signes différents.

Par exemple, pendant que l'électrisation par jet de vapeur de mercure changea de — 1 volt en 3 secondes à + 1 volt en 3 secondes, l'électrisation par écoulement passa seulement de — 1 volt en 30 secondes à — 1 volt en 35 secondes.

Une rapide introduction d'air suivie d'un immédiat retour au vide poussé détermina un changement de l'électrisation par écoulement de — 1 volt en 32 secondes à + 1 volt en 10 secondes tandis que l'électrisation par jet de vapeur fut retrouvée inaltérée.

Ni la grosseur des gouttes, ni leur température, ne peuvent rendre compte de différences aussi grandes.

Je pourrais poursuivre la liste des discordances. Ajoutons seulement qu'on en a trouvé d'analogues avec un collecteur en platine, par exemple: l'électrisation par jet de vapeur sur le platine varia de — 1 volt en 5 secondes à + 1 volt en 5 secondes, tandis que l'effet Volta par écoulement passa de + 1 volt en 7 secondes à + 1 volt en 4 secondes.

Avec un collecteur en nickel les changements de signe ont été observés plus rarement. En général, par le jet de vapeur, le collecteur en nickel se chargea positivement; quelquefois on a obtenu une charge négative. L'écoulement a toujours donné une très forte charge positive : + 1 volt en un temps de 1 à 2 secondes.

3° Si l'on échauffe pendant quelques secondes un filament (dans mes expériences : un filament de nickel-chrome) jusqu'à lui faire émettre des ions en présence du collecteur, on peut modifier très fortement les deux phénomènes d'électrisation en question (¹).

Mais, cette fois aussi, les variations observées dans les deux phénomènes ne sont pas concordantes; si bien que, en partant des conditions dans lesquelles les deux phénomènes avaient le même signe, j'ai pu bien des fois parvenir au désaccord des signes.

On est nécessairement porté à la conclusion que l'électrisation par jet de

---

(¹) Une modification de l'effet Volta par l'effluve électrique a été plusieurs fois observée.

L'étude de l'influence d'un flux d'ions thermoioniques sur l'effet Volta (mesuré avec la méthode de Kelvin-Pellat entre deux surfaces métalliques dans le vide) est en cours d'exécution dans mon laboratoire, mais jusqu'à présent les résultats semblent plutôt irréguliers et inconstants.

vapeur de mercure ne peut pas être attribuée au contact de gouttelettes de mercure avec le collecteur, et qu'il faut plutôt penser à une triboélectricité produite par le jet de vapeur.

La réalisation de ce nouveau cas d'électrisation par frottement nous offre pour son étude une voie nouvelle et on peut espérer voir surgir par là quelque lumière sur ce phénomène ancien mais encore obscur.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Théorie électro-optique du quartz.* Note de M. **R. de Mallemann**, présentée par M. A. Cotton.

Nous avons donné, il y a quelque temps, une expression théorique du pouvoir rotatoire du quartz, en faisant remarquer qu'une vérification numérique précise ne pourrait être faite qu'après une étude expérimentale de la *biréfringence électrique* du cristal ([1]). D'autre part nous avions indiqué brièvement la théorie de cette biréfringence ([2]), en expliquant pourquoi, à notre avis, *celle-ci ne devait pas être du type ordinaire du phénomène de Kerr, son signe devant changer avec le sens du champ;* vu le manque de résultats expérimentaux, il nous avait paru prématuré de publier les formules. Cette raison n'existe plus aujourd'hui ; un remarquable travail de M. Ny Tzé Ze, paru tout récemment ([3]), confirme nos prévisions et permet en outre un contrôle numérique des calculs.

1. *Déformation du réseau et orientation des molécules.* — Nous admettons, comme dans la théorie du pouvoir rotatoire, que le quartz cristallisé est formé par la juxtaposition de plans réticulaires, chargés de molécules SiO^2 *anisotropes*, dont les orientations, identiques dans chaque plan, varient de 120° dans les plans de cotes successives; l'anisotropie exceptée, c'est d'ailleurs la structure indiquée par Sohncke et confirmée par l'analyse aux rayons X. Une action mécanique P, exercée suivant un axe binaire, déforme le réseau : il devient monoclinique, mais sa symétrie primitive exige que, pour les *petites* déformations, la variation relative de longueur $\frac{\Delta x}{x}$ soit la même dans deux directions rectangulaires. Notre hypothèse fondamentale est la suivante : les axes des molécules, orientées respectivement à $\pm 120°$ de la direction de la force, *tournent* corrélativement d'un petit

([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1241.

([2]) *Revue générale des sciences*, 38, 1927, p. 472.

([3]) *Journal de Physique*, 9, 1928, 1, p. 13.

angle $\Delta\alpha$, de manière à s'aligner suivant les nouvelles rangées. Désignant par E le module d'Young (normal à l'axe), on a

$$(1)\qquad \frac{\Delta x}{x} = -\frac{\Delta y}{y} = \frac{2\,\Delta\alpha}{\sqrt{3}} = \frac{P}{E}.$$

2. *Piézoélectricité et dilatation électrique.* — Nous supposons que l'action mécanique P ne polarise pas directement les molécules, mais que chacune de celles-ci possède un *moment électrique structural* μ. Dans le cristal non déformé, ces moments sont orientés par groupe de 3 suivant les axes binaires (électriques) et leur résultante est nulle. La rotation $\Delta\alpha$ résultant de l'action P détruit cette compensation et fait aussi apparaître une *polarisation* facile à calculer; sa valeur est $\frac{N}{3}\mu\sqrt{3}\,\Delta\alpha$. Éliminant $\Delta\alpha$ d'après (1), nous pouvons calculer le moment μ, en fonction de la constante de Curie et du module d'Young E :

$$(2)\qquad \mu = \frac{2AE}{N} = \frac{2\times 6{,}4\times 10^{-8}\times 7{,}8\times 10^{11}\times 22{,}8}{6{,}06\,10^{23}} = 3{,}7\,10^{-18}.$$

Cette valeur est comparable à celles qui sont obtenues, d'une manière tout à fait différente, pour les molécules organiques, par l'étude de la variation de leur constante diélectrique; elle est donc d'un ordre de grandeur normal, ce qui semble justifier notre point de départ. Réciproquement, supposons qu'un champ électrique h soit appliqué au cristal dans la direction d'un axe binaire; il produira un couple $\mu h \sin\alpha$, déterminant une *rotation* des molécules avec déformation corrélative du réseau, d'où dilatations et contractions proportionnelles au champ. On aura donc [1]

$$(3)\qquad \frac{\Delta x}{x} = -\frac{\Delta y}{y} = \frac{2\,\Delta\alpha}{\sqrt{3}} = \frac{P}{E} = Ah = 6{,}4\,.\,10^{-8}h,$$

ce qui est conforme à l'expérience. Le produit AE de la constante de Curie par le module d'Young exprime en quelque sorte *l'équivalent mécanique longitudinal du champ électrique dans le quartz.*

---

[1] Il est clair en effet, que les variations de longueur *relatives* $\frac{\Delta x}{x}$ et $\frac{\Delta y}{y}$ dépendent seulement de la force par unité de surface ou du *champ électrique.* L'indépendance apparente de cette variation et de l'épaisseur du cristal, dans la direction de l'axe vient de ce qu'en modifiant cette épaisseur on modifie proportionnellement le champ. Il y aurait intérêt à substituer le champ au potentiel dans les formules de M. Ny Tsé Ze.

3. *Biréfringence électrique.* — La rotation $\Delta\alpha$ des molécules SiO^2, triplement anisotropes par hypothèse, fait apparaître leur biréfringence propre; l'effet sera d'abord *proportionnel au champ* ($\Delta\alpha$), mais dans les champs très intenses il varierait plus vite et tendrait à redonner le phénomène de Kerr habituel par l'intervention de la polarisation *induite* et aussi des termes en $\Delta^2\alpha$. Nous nous occuperons seulement ici de l'effet *linéaire* qui correspond aux expériences de M. Ny Tse Ze. Le calcul donne

$$n_1 - n_2 = 2\pi N\left(\frac{n^2+2}{3}\right)^2 \delta \times 6,4.10^{-8}h, \tag{4}$$

δ étant l'anisotropie de la molécule dans un plan *normal* à l'axe. Les mesures de M. Ny Tse Ze donnent précisément $n_1 - n_2$, d'où nous pouvons déduire δ :

$$n_1 - n_2 = 2,3.10^{-8}h, \qquad \delta = 1,55.10^{-24}.$$

Cette valeur est tout à fait *normale* puisque la réfractivité réduite du quartz est $2,94.10^{-24}$, soit une anisotropie relative de 0,25. Elle permet en outre de calculer le pouvoir rotatoire, mais l'examen de cette dernière question sortirait du cadre de cette Note.

OPTIQUE — *Comparaison d'une optique en verre avec une optique à réflecteurs métalliques.* Note de M. **Jean Rey**, transmise par M. André Blondel.

Le centenaire de Fresnel, inventeur des phares lenticulaires, m'a donné l'idée de comparer une optique de phare bivalve, constituée par deux lentilles annulaires de Fresnel de quatrième ordre ($0^m,250$ de distance focale), à trois éléments dioptriques et sept éléments catadioptriques, embrassant un angle de 160° environ, avec une optique nouvelle à réflecteurs métalliques, constituée par un réflecteur parabolique de $0^m,75$ de diamètre, sectionné par quarts, et pouvant être disposé de manière à donner, soit deux groupes de deux éclats, soit un seul éclat, se succédant à intervalles réguliers, les quatre fractions étant, dans le second cas, réunies en un seul réflecteur.

Dans la première comparaison, l'optique à réflecteurs métalliques effectue une rotation de un tour en 30 secondes; l'intervalle entre deux éclats du même groupe est de $3^s,75$, et entre les groupes de $11^s,25$, soit un rapport de trois, généralement adopté. L'optique lenticulaire comparée fait un tour en $7^s,50$, les éclats se succédant ainsi au même intervalle de $3^s,75$.

Dans la deuxième comparaison, l'optique bivalve est supposée faisant un

tour en 10 secondes, et l'optique à réflecteur métallique, un tour en 5 secondes, les éclats réguliers se succédant, dans les deux optiques, à raison d'un éclat toutes les 5 secondes.

Une même source lumineuse a été placée au foyer des deux optiques. C'est une lampe à incandescence électrique, de 1 kilowatt, dont le filament, disposé en forme de grille plate, donne la répartition la plus avantageuse du flux, pour une optique en verre embrassant presque la demi-sphère. La grille plate était placée normalement à l'axe optique dans l'optique en verre et, parallèlement au plan diamètral moyen, dans l'optique à réflecteurs métalliques, l'expérience ayant montré que cette position correspondait au maximum d'utilisation.

La comparaison des deux optiques a été faite en laboratoire, d'après la méthode que j'ai indiquée précédemment (1), laquelle permet de supprimer les rayons du faisceau que leur divergence empêcherait d'atteindre l'horizon et de tracer ainsi la caractéristique à l'horizon.

En appliquant à ces caractéristiques la loi de Blondel-Rey, on détermine aisément, par la méthode graphique et pour chacun des feux à éclats, l'intensité correspondante au feu fixe équivalent.

Le tableau suivant donne les résultats obtenus par cette méthode et la valeur du feu fixe équivalent pour chacune des optiques :

	Vitesse de rotations (en secondes).	Feu fixe équivalent (en bougies).	Brillance du feu fixe équivalent de la section droite du faisceau (en bougies par cm²).	Rapport des brillances.
	Première comparaison.			
Lentille en verre.......	1 tour en 7s,50	236,000	37,6	5,48
Réflecteur métallique ¼..	1 » 30s	227,800	206,3	
	Deuxième comparaison.			
Lentille en verre......	1 tour en 10s	293,000	46,6	1,33
Réflecteur métallique entier..............	1 » 5s	274,000	62,2	
	Comparaison des faisceaux immobiles.			
Lentille en verre......	zéro	1370,000 (max.)		
Réflecteur métallique entier.............	»	2110,000 »		
Réflecteur métallique ¼.	»	575,000 »		

(1) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 116.

On voit, d'après ce tableau, que, pour le feu à réflecteurs donnant des groupes de deux éclats, le rapport du feu fixe équivalent à l'intensité photométrique maxima est de 0,396. Pour l'optique en verre, faisant une rotation en 7,5 secondes, ce rapport est de 0,1725. Pour le réflecteur unique, faisant un tour en 5 secondes, le rapport en question est de 0,13, et pour l'optique en verre, faisant un tour en 10 secondes, de 0,214.

Si l'on compare maintenant la valeur du feu fixe équivalent à la section droite de chaque optique projetée sur son axe optique, on trouve que la valeur de la brillance du feu fixe équivalent, ainsi définie, est beaucoup plus élevée pour le réflecteur que pour l'optique en verre.

Le rapport pour la première comparaison est de 5,48, et pour la deuxième de 1,33.

En réalité, ce mode de calcul, qui s'applique à chacun des deux faisceaux donnés pour les deux optiques, n'indique pas l'utilisation réelle de tout l'appareil, car dans la deuxième comparaison, il n'y a qu'un seul réflecteur, comparé à deux lentilles.

Si l'on prend ainsi la double surface des lentilles, l'éclat du feu fixe équivalent n'est plus que de 23,3 bougies décimales par centimètre carré, au lieu de 62,2 bougies pour le réflecteur. L'optique à réflecteurs métalliques présente ainsi une utilisation de 2,66 fois plus forte que l'optique en verre.

L'utilisation de l'appareil optique à réflecteurs est donc, dans les deux cas, notablement supérieure à celle de l'optique en verre.

POUVOIR ROTATOIRE. — *Action de la température sur les pouvoirs rotatoires des corps actifs*. Note de M. **René Lucas**, présentée par M. A. Cotton.

Pour expliquer les variations de pouvoirs rotatoires des solutions de certains corps (dérivés tartriques, dérivés du camphre) j'ai proposé [1] le mécanisme suivant : Les molécules des dérivés précédents sont capables d'exister sous plusieurs configurations monomoléculaires, le passage d'une forme à l'autre se faisant de manière *discontinue*. Les solvants et la température agiraient sur ces composés pour modifier les proportions des formes moléculaires en équilibre. En sorte que tout corps présentant des variations de pouvoirs rotatoires selon les solvants (réactions chimiques exclues) doit en présenter sous l'influence de la température. J'ai montré dans ces conditions comment l'étude des dispersions rotatoires pouvait permettre de

(1) *Thèse de doctorat*, Paris, 1927.

déterminer le nombre des formes moléculaires en présence. Dans le cas des éthers tartriques, par exemple, on trouve qu'il suffit d'admettre l'existence de trois formes pour rendre compte de l'influence des solvants et de la température.

Cette Note a pour but de préciser l'influence de la température sur les pouvoirs rotatoires des corps de types précédents.

Supposons que le corps étudié soit capable d'exister sous deux formes A et B d'énergies internes W_A et W_B.

Dans un équilibre thermique (en l'absence de solvants) nous admettrons que les proportions des molécules A et B sont données par la loi de Boltzmann.

Si n_A et n_B sont les concentrations des molécules A et B, K la constante moléculaire des gaz $\left(K = \frac{R}{N}\right)$ et T la température absolue,

$$n_A = n_0 e^{-\frac{W_A}{KT}}, \qquad n_B = n_0 e^{-\frac{W_B}{KT}}.$$

Le pouvoir rotatoire spécifique α du mélange sera, en désignant par α_A et α_B ceux des molécules A et B (pour la même lumière) :

$$\alpha = \frac{\alpha_A e^{-\frac{W_A}{KT}} + \alpha_B e^{-\frac{W_B}{KT}}}{e^{-\frac{W_A}{KT}} + e^{-\frac{W_B}{KT}}} = \alpha_A \frac{m + e^x}{1 + e^x}$$

en posant

$$\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = m \qquad \text{et} \qquad \frac{W_B - W_A}{KT} = \frac{\delta W}{KT} = x.$$

Le pouvoir rotatoire α est alors une fonction *constamment croissante* ou *décroissante* de la température, la courbe $\alpha(T)$ présente un point d'inflexion pour une valeur x telle que $\frac{2}{x} = \operatorname{th}\frac{x}{2}$, ce qui donne $T = \frac{\delta W}{2{,}4K}$. T serait de l'ordre de 300° absolus pour des différences d'énergies internes de l'ordre de 1500^{cal} par molécule-gramme. Inversement, l'observation de ce point d'inflexion fournirait de suite la différence des énergies internes des deux configurations.

Cas de trois formes en équilibre. — Soient A, B, C ces trois formes monomoléculaires. Avec des notations analogues aux précédentes, nous aurions comme expression du pouvoir rotatoire spécifique

$$\alpha = \frac{\alpha_A e^{-\frac{W_A}{KT}} + \alpha_B e^{-\frac{W_B}{KT}} + \alpha_C e^{-\frac{W_C}{KT}}}{e^{-\frac{W_A}{KT}} + e^{-\frac{W_B}{KT}} + e^{-\frac{W_C}{KT}}}$$

en posant

$$\frac{W_B - W_A}{K} = \mu_1, \qquad \frac{W_C - W_A}{K} = \mu_2,$$

$$\frac{\alpha_B}{\alpha_A} = m_1, \qquad \frac{\alpha_C}{\alpha_A} = m_2 \qquad \text{et} \qquad A = \frac{\mu_1(m_1 - 1)}{(m_1 - m_2)(\mu_1 - \mu_2)}, \qquad B = \frac{\mu_2(m_2 - 1)}{(m_1 - m_2)(\mu_1 - \mu_2)}.$$

La dérivée $\frac{d\alpha}{dT}$ s'annule si

$$Ae^{\frac{\mu_1}{T}} + Be^{\frac{\mu_2}{T}} + 1 = 0.$$

Selon les signes de A et B il peut n'y avoir *aucun* maximum de α ou bien il peut exister une ou au plus deux valeurs de la température annulant $\frac{d\alpha}{dT}$. Ces maxima ou minima dépendent d'ailleurs de la radiation employée.

L'existence d'un maximum des courbes $\alpha(T)$ peut s'observer pour les trois composés suivants : le tartrate d'éthyle pur, le tartrate d'isobutyle et le diacétyletartrate d'isobutyle. L'examen des dispersions de ces composés m'avait conduit à rejeter l'hypothèse de deux formes moléculaires pour adopter l'hypothèse de trois formes. On voit comme conséquence des remarques précédentes que l'étude de l'influence de la température oblige à rejeter également l'hypothèse de deux constituants pour rendre compte des anomalies des éthers précédents.

Les conclusions précédentes relatives à l'action de la température seraient applicables à toute propriété physique vérifiant une règle des mélanges (absorption lumineuse, etc.).

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur l'étude, au moyen des rayons X, de la cellulose et des acétates de cellulose.* Note de M. **Jean-J. Trillat**, présentée par M. M. de Broglie.

Un grand nombre de travaux ont été effectués récemment sur la structure de la cellulose et de ses dérivés au moyen de la spectrographie par les rayons X; ces recherches ont été surtout faites en Allemagne (Herzog, Jancke, Katz, Hess, etc.) et ont porté presque uniquement sur la structure cristalline de la cellulose à l'état de fibres, et de certains de ses dérivés.

Nous avons repris ces études et les avons complétées dans une large mesure par l'examen de composés paraissant amorphes (acétates de cellulose) en réalisant un cycle complet de transformations avec retour à la cellulose.

La méthode expérimentale est la suivante : la substance (poudre ou fibre) est placée dans un spectrographe cylindrique et irradiée au moyen d'un fin collimateur. Le rayonnement X utilisé dans nos essais a été soit la raie K_α du cuivre (1,54 Å), soit la raie K_α du chrome (2,28 Å), produites par des tubes Coolidge à fenêtre Lindemann. Les clichés étaient enregistrés sur films à double émulsion; les temps de pose ont varié de 3 heures à 5 heures. Dans les conditions opératoires utilisées, nous avons pu obtenir des diagrammes très fins et riches en raies, permettant des mesures précises; dans le cas de composés amorphes, les halos ont été microphotométrés au moyen de l'appareil enregistreur de Lambert et Chalonge, ce qui permet la détermination de la position du maximum d'intensité.

Les résultats obtenus peuvent se résumer brièvement de la façon suivante :

1° La cellulose (coton Linters) donne un diagramme cristallin de fibres peu accentué; il a été possible de mettre en évidence des raies élargies correspondant à de très petites distances réticulaires (de l'ordre de 1,2 Å) que nous attribuons à la régularité de la disposition des atomes de carbone dans les groupes hexoses constituant la maille élémentaire.

2° Les oxycelluloses et les hydrocelluloses fournissent de très beaux diagrammes cristallins, identiques à ceux de la cellulose; l'orientation des cristallites a disparu dans presque tous les cas (anneaux réguliers). Ceci semble prouver que ces substances sont formées en grande partie des mêmes éléments que la cellulose elle-même, et confirme un certain nombre d'observations chimiques.

3° Les hydracelluloses donnent un diagramme cristallin différent de celui de la cellulose; ce diagramme est le même pour les produits régénérés (soie viscose, acétates désacétylés, nitrocelluloses dénitrées) préparés en phase homogène. Ce résultat correspond à une forme de la cellulose modifiée (sans doute par action physique).

4° L'alcalicellulose possède un diagramme cristallin riche en raies; ce diagramme paraît analogue à celui des hydracelluloses, mais le réseau est agrandi (gonflement); de plus on peut y voir apparaître la formation de combinaisons en proportions stœchiométriques de la cellulose avec les alcalis.

5° Les acétates de cellulose obtenus en milieu insolubilisant (fibreux) possèdent une partie cristalline très nette, dispersée au sein d'une phase amorphe. Leur dissolution et leur transformation en acétates homogènes laisse cette structure intacte, pour les termes à taux élevé d'acide acétique. A mesure que l'hydrolyse fournit des produits moins acétylés, l'aspect des

diagrammes change; la partie cristalline disparaît au profit de la phase amorphe. Les halos ont une structure qui varie également avec la richesse en acide acétique; le halo principal correspond sensiblement comme position aux anneaux cristallins, ce qui indique une parenté entre la phase cristalline et la phase amorphe, la première étant sans doute due à une combinaison définie (triacétate).

6° Il a été possible de suivre, grâce aux microphotométries, les variations de structure des halos avec le taux d'acétylation. On constate que le halo principal correspond à une distance intermoléculaire de l'ordre de 5,2 Å, et le halo extérieur à une distance de l'ordre de 2 Å; au moment du passage à la solubilité acétonique, la partie cristalline disparaît et le halo s'élargit, c'est-à-dire que les molécules sont réparties d'une façon plus irrégulière et plus espacées. Puis, le taux d'acétylation décroissant, les molécules se resserrent et le halo interne devient beaucoup plus aigu, cependant que le halo externe disparaît, et cette structure se conserve jusqu'aux acétates les plus hydrolysés.

7° Nous avons pu fournir une hypothèse de la structure des gels colloïdaux solides constitués par les acétates de cellulose; suivant cette hypothèse, les molécules seraient disposées avec une certaine régularité suivant une disposition analogue à celle admise pour les liquides. Le milieu est extrêmement visqueux dans le cas du colloïde et s'oppose aux effets de l'agitation moléculaire.

8° Enfin, l'examen des diagrammes a permis de confirmer ou d'infirmer des résultats d'analyses chimiques et par suite d'apporter un contrôle intéressant dans la fabrication de ces produits.

RADIOACTIVITÉ. — *Étude de l'action du rayonnement radioactif sur la constante diélectrique des diélectriques.* Note [1] de M. **G. Guében**, présentée par M. G. Ferrié.

Au cours d'une étude sur l'action du rayonnement des corps radioactifs sur les diélectriques, j'ai été amené à rechercher si ce rayonnement, qui, ainsi qu'on le sait, produit une variation de conductibilité des diélectriques solides, provoque aussi une variation de leur constante diélectrique.

(1) Séance du 19 décembre 1927.

MM. Gutton et Clément ([1]) ont montré récemment que la constante diélectrique d'un gaz variait quand on ionisait ce gaz. La question pouvait donc se poser pour un diélectrique solide.

En vue de ces essais, j'ai mis au point une méthode ([2]), dont voici le principe. Dans chacun des circuits de grille et de plaque d'une lampe triode, se trouve un circuit oscillant. Les selfs des deux circuits sont à couplage variable. Un galvanomètre est placé dans le circuit de grille. Pour un sens convenable de connexion des selfs, on obtient une forte déviation du galvanomètre lorsqu'on fait varier la capacité du circuit de plaque, la capacité du circuit de grille restant fixe. J'ai obtenu ainsi une variation du courant de grille de 2.10^{-8} ampère pour une variation de capacité de plaque de 0,0036 $\mu\mu$F.

Sans doute, d'autres méthodes permettent d'atteindre une sensibilité au moins égale, mais, dans le cas actuel, l'irradiation au moyen d'une quantité déjà appréciable de radium (83^{mg} R. E.) nécessitait non seulement le voisinage d'un mur de plomb destiné à protéger l'observateur et les appareils, mais exigeait aussi le déplacement sous le condensateur contenant le diélectrique à irradier d'un bloc de plomb contenant dans une rainure le tube de radium. La méthode proposée convenait malgré ces circonstances défavorables.

On s'est assuré qu'une variation de conductibilité du diélectrique, de l'ordre de grandeur de celle que provoque l'irradiation, serait sans influence sur le résultat observé.

La source de radium était un tube de verre scellé à double paroi épaisse contenant du bromure de radium (83^{mg} R. E. environ).

Les diélectriques suivants ont été étudiés : paraffine, verre, celluloïd, bakélite, orca, paraffine soufrée, soufre additionné de traces de paraffine, soufre pur, cire blanche, cire jaune, ébonite. De chacun d'eux on a préparé une ou plusieurs lames de diverses épaisseurs ([3]). Ces lames constituaient chaque fois le diélectrique d'un condensateur plan, dont l'armature inférieure tournée vers la source radiante était constituée par une feuille d'aluminium de 0^{mm},5 d'épaisseur, ce condensateur étant mis en parallèle avec le condensateur de plaque.

([1]) GUTTON et CLÉMENT, *Bull. Soc. fr. de Physique*, 1927, p. 59.

([2]) G. GUÉBEN, *L'Onde électrique*, 6, août 1927, p. 388.

([3]) Pour les détails, voir *Bull. Clas. de Sc. Ac. Roy. de Belgique*, 5e série, 13, août 1927, p. 509.

Afin de permettre des irradiations pouvant durer une heure et d'être pendant ce temps, dans la mesure du possible, à l'abri de variations pouvant provenir de petites variations des sources d'alimentation de la lampe, le galvanomètre a été shunté au dixième. De cette manière, il ne donnait plus qu'une déviation de une division du galvanomètre pour une variation de capacité de 0,036 $\mu\mu$F.

Cette sensibilité était encore suffisante cependant, cette capacité représentant en moyenne le millième de la capacité d'étude, une déviation de une division devait correspondre à une variation de constante diélectrique de l'ordre du millième de la valeur de celle-ci.

Dans ces conditions, on observait pendant quelques instants la manière d'être du galvanomètre, puis on amenait sous le condensateur d'étude le bloc de plomb contenant le radium et l'on continuait à observer le galvanomètre. Dans tous les cas, on a constaté que l'irradiation ne modifiait pas la manière d'être du galvanomètre. Vingt-deux lames diélectriques différentes ont été étudiées chacune au moins trois fois, chaque fois avec des durées d'irradiations différentes. Toujours on a observé la même indifférence à l'irradiation.

Je crois donc pouvoir conclure que l'irradiation des lames diélectriques par les rayons du radium n'amène pas de variation de la constante diélectrique, ou au moins que, si cette variation existe, elle est inférieure en moyenne au $\frac{1}{1000}$ de la valeur de la constante diélectrique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Propriété nouvelle de certains gels de silice.* Note (1) de M. **Paul Bary**, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

On sait que les gels obtenus par réaction de l'acide chlorhydrique sur le silicate de sodium en solution assez concentrée adhèrent fortement aux parois de verre des récipients dans lesquels on les prépare. Sans qu'il y ait d'évaporation appréciable du liquide, la silice formée se solidifie de plus en plus au point que, après un jour ou deux, il s'établit dans la masse un état de grande tension qu'ont montré les expériences de Holmes, Kaufmann et Nicholas, en 1919.

Lorsqu'on laisse le gel se contracter plus longtemps, la synérèse devient assez grande pour produire des ruptures dans la masse de silice. Si l'on sort

(1) Séance du 12 mars 1928.

alors du vase qui les contient les morceaux de gels, qu'on les plonge dans de l'eau plusieurs fois renouvelée, pour les débarrasser complètement par diffusion de toutes les matières solubles (HCl en excès et $NaCl$), on obtient une silice qui, séchée à l'air libre pendant quelques semaines à la température du laboratoire, possède le même caractère que le quartz avant sa fusion, de se briser en petits morceaux quand on le chauffe dans une flamme.

J'ai constaté que ce corps possède en outre la curieuse propriété de se pulvériser violemment en miettes assez petites quand on le projette dans de l'eau; il se produit ainsi un bruit analogue à celui que donne la cassure du verre. Ce bruit est assez fort pour être entendu de tout un amphithéâtre.

Tous les liquides aqueux agissent de la même manière que l'eau, qu'ils soient neutres, acides ou basiques. Il semble cependant que l'effet le plus intense et le plus régulier soit donné par l'eau légèrement acide (acide sulfurique, 1/1000 N, par exemple). Dans ce cas, la pulvérisation du gel est complète en quelques secondes.

L'éther, à l'état liquide et même de vapeurs, à la température ordinaire, produit le même effet, mais beaucoup moins que l'eau et il n'y a que rupture du petit bloc employé en quelques morceaux; cette séparation se produit cependant avec violence et projection d'éclats jusqu'à 1^m de distance.

Le benzène et le toluène n'ont que très peu d'effet; le tétrachlorure de carbone, aucun.

Dans le but de rechercher si le phénomène était accompagné d'hydratation de la silice, j'ai fait quelques déterminations de la quantité d'eau contenue dans le gel avant et après sa pulvérisation par l'eau et j'ai constaté dans les deux cas à peu près la même proportion d'environ 25 à 30 pour 100 d'eau; plusieurs fois même la quantité d'eau a été trouvée plus faible après la mise en poudre qu'avant. Ce dernier fait démontre que la porosité du gel de silice, qui est prouvée par le dégagement d'air que l'on observe en le mettant dans l'eau sous le vide, est aussi partiellement occupée par de l'eau.

Il semble donc que le phénomène observé est uniquement dû à des actions capillaires faisant pénétrer les liquides dans les pores étroits du gel et troublant ainsi l'équilibre des tensions considérables qui ont été produites dans la transformation de la gelée initiale en gel sec d'hydrate de silice.

M. P. Gaubert a constaté que ces gels se colorent dans les solutions de bleu de méthylène, de violet de gentiane, etc. et finissent par adsorber toute la solution dissoute s'ils sont en quantité suffisante.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'adsorption de l'iode par le charbon dans quelques dissolvants organiques.* Note de M. **Trividic**, présentée par M. Béhal.

L'adsorption de l'iode par le charbon au sein des dissolvants organiques a été étudiée en 1907 par Minty Davis [1], et un peu plus tard par Schmidt [2]. Ces deux auteurs constatent que la formule générale

$$\frac{x}{m} = \beta C^{\frac{1}{p}}$$

proposée par Freundlich [3] en 1906 ne représente pas, dans le cas envisagé, le phénomène d'une manière satisfaisante. En outre, Davis observe une fixation de l'iode sans cesse croissante avec le temps.

Poursuivant actuellement des recherches sur l'adsorption, par le charbon, de l'iode dans les divers liquides organiques ou dans leurs mélanges, nous donnons ci-dessous les résultats de nos premières expériences.

Les dissolvants utilisés sont les suivants : les alcools méthylique, éthylique, isoamylique, benzène, toluène, xylènes (*o*, *m*, *p*), chloroforme, tétrachlorure et sulfure de carbone.

Les adsorbants sont deux charbons activés au chlorure de zinc, lavés, réduits en poudre passant au tamis 45.

A. Tout d'abord, pour vérifier l'opinion émise par Davis, nous avons opéré comme suit :

On agite mécaniquement 50^{cm^3} de solution d'iode de concentration choisie avec $0^g,25$ de charbon sec, pendant des temps croissants, et l'on détermine dans chaque cas les quantités d'iode adsorbé.

Le tableau ci-après donne les poids d'iode fixé par gramme de charbon, en fonction du temps, dans le cas de l'alcool éthylique, du tétrachlorure et du toluène, pour une concentration en iode $\frac{M}{10}$ (M représentant la molécule-gramme). La dernière colonne rappelle les chiffres donnés par Davis dans le cas du toluène.

---

(1) Davis, *J. Chem. Soc. London*, 91, 1907, p. 1666.

(2) Schmidt, *Zeit. f. physik. Chem.*, 74, 1910, p. 689.

(3) Freundlich, *Zeit. f. physik. Chem.*, 57, 1906, p. 385.

Durée de l'agitation.	Iode $\frac{M}{10}$ dans l'alcool à 95°.	le tétrachlorure de carbone.	le toluène.	le toluène (Davis).
	mg	mg	mg	mg
5 minutes...	596,90	736,60	889,0	229,0
15 » ...	609,60	742,95	914,4	237
30 » ...	»	749,30	»	245
1 heure.....	»	»	»	265
2 heures....	»	»	»	293
4 »	»	»	»	299 (5 heures)
6 »	»	»	»	320 (2 jours)

L'examen de ce tableau montre que l'adsorption est totale après une demi-heure d'agitation, au maximum, et nous avons constaté qu'il en est rigoureusement de même avec tous les dissolvants employés,

B. Ce fait étant bien établi, nous avons alors étudié l'adsorption de l'iode en solution dans les différents liquides organiques aux concentrations suivantes : $\frac{M}{100}$, $\frac{M}{75}$, $\frac{M}{50}$, $\frac{M}{25}$, $\frac{M}{10}$: « 50$^{cm^3}$ de solution de concentration déterminée ont été agités mécaniquement pendant une demi-heure avec 0^g,25 de charbon sec. L'adsorption terminée, les concentrations finales des solutions, séparées du charbon, ont été déterminées sur 20$^{cm^3}$, à l'aide de solutions d'hyposulfite de soude titrées. »

Nous donnons à titre d'exemple, dans le tableau suivant, les éléments nécessaires pour construire les courbes d'adsorption de l'iode en solution dans l'alcool éthylique et dans le chloroforme.

Concentrations initiales de l'iode en molécules-grammes.	Iode dans l'alcool éthylique à 95°. log C (¹).	$\frac{x}{m}$ (²).	$\log\frac{x}{m}$ (³).	Iode dans le chloroforme. log C (¹).	$\frac{x}{m}$ (²).	$\log\frac{x}{m}$ (³).
0,005......	$\bar{4}$,54407	118,11	$\bar{1}$,96848			
0,01.......	$\bar{3}$,30103	203,20	0,20412	$\bar{3}$,20412	213,36	0,22531
0,0133.....	$\bar{3}$,56348	245,485	0,28556	$\bar{3}$,51322	255,27	0,30320
0,02.......	$\bar{3}$,89209	309,88	0,38739	$\bar{3}$,87216	318,77	0,39967
0,04.......	$\bar{2}$,36173	431,80	0,53148	$\bar{2}$,35984	434,34	0,53403
0,1........	$\bar{2}$,88081	609,60	0,68124	$\bar{2}$,88360	596,90	0,67210
0,5........	$\bar{1}$,16039	1079,50	0,92942			

(¹) log des concentrations finales.
(²) Iode fixe en milligrammes par gramme de charbon sec.
(³) $\frac{x}{m}$ étant exprimé en millimolécules.

En portant, suivant les indications de Freundlich, en abscisses les log C et en ordonnées les $\log \frac{x}{m}$, on obtient dans tous les cas des droites. La formule proposée par cet auteur se trouve donc vérifiée dans les intervalles de concentration envisagés, et ceci pour tous les dissolvants indiqués plus haut.

En résumé :

1° La fixation de l'iode par un charbon actif au sein des liquides envisagés est rapidement totale, contrairement à ce qu'avait observé Davis.

2° L'adsorption de l'iode en solution dans les liquides organiques est parfaitement régie par l'expression de Freundlich, fait en désaccord avec les opinions émises antérieurement par Davis et Schmidt.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'action de faibles additions d'étain et de cadmium sur les qualités du plomb.* Note de M. **Jean Cournot**, présentée par M. Léon Guillet.

Le plomb pur, couramment utilisé pour la fabrication de tuyaux et l'enrobage de câbles téléphoniques, présente des inconvénients graves : défaut de résistance dans certains milieux corrosifs, et surtout manque de résistance mécanique et d'élasticité avec comme corollaire fragilité sous l'influence de vibrations. Des additions d'antimoine ou d'étain ont déjà été essayées dans l'industrie; mais les premières entraînent des ségrégations importantes, les autres n'apportent pas d'améliorations sensibles.

Je me suis donc proposé d'effectuer quelques recherches dans ce domaine.

Mes études préliminaires, basées sur l'examen des diagrammes et des structures, m'ont orienté vers les additions d'étain et de cadmium; l'antimoine en effet donne des non-miscibilités totales qui sont désastreuses pour une opération comme le filage à la presse, et conduisent d'autre part à une aptitude plus marquée à la corrosion; l'étain et le cadmium entrent au contraire en solution solide dans le plomb, du moins pour les faibles teneurs. J'ai donc essayé, comparativement au plomb pur, des alliages binaires et ternaires, renfermant jusqu'à 3 pour 100 d'étain et de cadmium.

Ces alliages ont été élaborés en creuset de carborundum, les coulées étant effectuées vers 500-550° en moules métalliques préalablement portés vers 150-200°. J'ai fait des essais de traction à 20° (sur barreaux cylindriques à têtes, section utile 150^{mm^2}, distance entre repères 140^{mm}), écrasement à 20 et

à 175° (sur éprouvettes de 17 × 17^{mm} de section et 18^{mm} de hauteur, l'écrasement étant mesuré après application d'une charge de 1500^{kg}), dureté Brinell à 20 et à 175° (avec bille de 10^{mm} de diamètre sous 250^{kg} à 20° et 50^{kg} à 175°), pliages répétés à 20° (à angle droit, sur bandes de section 10 × 3^{mm},5), fusibilité, corrosion à température ordinaire. Les essais de traction, écrasement et dureté ont été exécutés sur métal brut de coulée, les autres sur métal laminé (réduction de section de 50 pour 100) [1].

Le tableau résume les résultats obtenus pour les premières séries d'essais.

Matricules.	Composition chimique cherchée. Cd.	Sn.	obtenue. Cd.	Sn.	Traction. Charge de rupture. kg/mm²	Limite de proportionnalité. kg/mm²	Allongements. %.	Écrasement. Réduction de hauteur à 20°.	à 175°.	Dureté Brinell à 20°.	à 175°.	Nombre de pliages simples.
0..	-	-	-	-	1,5	voisine de 0	31,0	8,5	13,0	4,8	1,1	7
1..	1,5	-	1,74	-	3,4	1,0	15,5	4,5	9,5	8,3	2,1	5
2..	3,0	-	2,89	-	4,8	2,0	13,5	3,0	9,0	11,4	2,4	3
3..	-	1,5	-	1,54	1,9	0,5	33,5	7,0	11,0	5,4	1,8	6
4..	-	3,0	-	2,65	2,3	0,7	30,0	5,5	10,5	6,6	2,0	4
5..	0,5	1,0	0,65	0,95	2,9	0,9	23,5	4,5	10,0	7,6	2,0	5
6..	0,5	2,0	0,66	1,76	3,0	1,1	25,0	4,5	9,5	8,0	2,2	4
7..	1,0	1,0	1,04	0,96	3,5	1,0	23,5	3,5	9,5	9,5	2,2	4
8..	1,0	0,5	1,42	0,48	3,4	1,2	20,0	4,0	9,0	8,6	2,3	4
9..	2,0	0,5	1,98	0,52	4,0	1,0	19,5	4,5	9,0	9,3	2,3	4

Au cours du laminage, les alliages 5, 6 et 7 se sont particulièrement bien comportés. La fusibilité a donné de faibles intervalles de solidification à des températures un peu inférieures à celle du plomb pur, les solidifications étant toutes terminées à 310°. Enfin, au point de vue corrosion, dans l'acide sulfurique concentré, les alliages se comportent comme le plomb pur; dans l'acide chlorhydrique concentré, dans une solution d'acide azotique à 30 pour 100 et dans l'eau de Javel, le cadmium seul donne une légère amélioration, l'étain seul en amène une plus importante à condition de ne pas atteindre 3 pour 100 d'étain, les alliages ternaires procurent une résistance nettement améliorée, surtout les 5, 6 et 7; dans une solution sulfurée

(1) Ceci est à souligner car les alliages s'écrouissent à la température ordinaire, contrairement au plomb pur, ce qui les met dans un état initial défavorable pour la comparaison des résultats de pliages répétés et de corrosion.

ammoniacale, le cadmium est favorable, l'étain n'ayant pas d'influence sensible.

Comme conclusion, on voit que, au point de vue mécanique, seul le cadmium amène une élévation rapide des résistances et de l'élasticité; c'est donc lui qui peut remédier à la mauvaise tenue aux vibrations; mais il entraîne une chute de la malléabilité, laquelle est nettement freinée par une addition d'étain; d'autre part, le cadmium seul rend le bain très oxydable, et l'étain remédie à ce défaut. L'étude de ces considérations et les résultats de corrosion m'amènent ainsi à préconiser les alliages ternaires, l'étain entrant dans une proportion sensiblement double de celle de cadmium, et le total étain + cadmium étant compris entre 1, 5 et 3 pour 100 suivant que l'on recherche une bonne malléabilité et des résistances et élasticité moyennes, ou l'inverse; de toutes façons l'amélioration par rapport au plomb pur est bien nette.

Comme contre-partie au point de vue industriel, il faut noter une légère majoration du prix de revient des matières premières et une dépense de force plus considérable pour le filage; on doit cependant remarquer que les différences de résistance à l'écrasement des alliages, par rapport à celle du plomb pur, s'atténuent sensiblement à chaud.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'acide phényléthylmaléique et son isomère* cis-trans *phényléthylfumarique*. Note de M. **P. Cordier**, présentée par M. Charles Moureu.

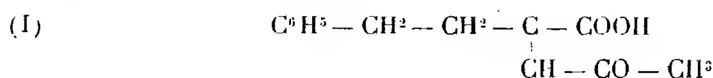
L'acide benzylpyruvique se combine en milieu alcalin, par aldolisation, avec l'acétone, ainsi que l'a montré M. J. Bougault ([1]), soit molécule à molécule pour donner l'acide acétone benzylpyruvique, soit dans la proportion d'une molécule d'acétone pour deux molécules d'acide benzylpyruvique, donnant ainsi l'acide benzylpyruvique-acétone-benzylpyruvique.

L'acide acétone benzylpyruvique, cristallisé avec une molécule d'eau, fond à 61°. Desséché avec précaution, à température modérée, il perd son eau d'hydratation et fond à 98°.

L'acide chlorhydrique étendu déshydrate à nouveau ce composé et donne

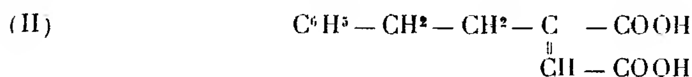
([1]) *Comptes rendus*, 155, 1912, p. 477.

l'acide éthylénique correspondant



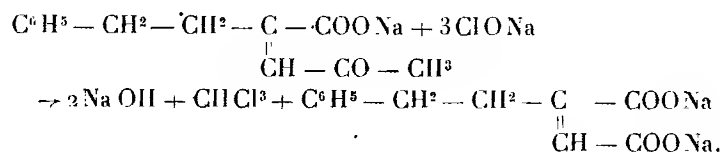
fondant à 95°.

Ce corps nous a servi de point de départ pour l'obtention de l'acide phényléthylmaléique



nécessaire pour une étude en cours.

I. Soumis à l'action de l'hypochlorite de soude, en milieu alcalin, il donne la réaction suivante :

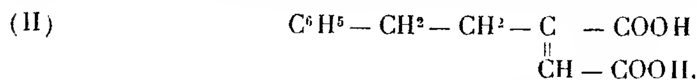


L'acide bibasique qui a pris ainsi naissance est libéré par l'acide chlorhydrique ; mais, afin d'éviter l'action du chlore provenant de l'hypochlorite en excès, il est nécessaire d'ajouter avant l'acide minéral un réducteur tel que le bisulfite de soude.

On obtient ainsi deux acides précipités qu'on enlève à l'éther. Ces deux acides sont isomères. L'un fond à 104°, l'autre à 202°. On utilise pour leur séparation une propriété particulière du premier, celle de donner un sel acide de sodium très peu soluble dans l'eau, précipité par acidulation acétique de sa solution sodique.

Lorsqu'on effectue cette séparation sur le mélange des deux acides le composé fondant à 202° reste dans les eaux mères ; on l'en précipite par l'acide chlorhydrique.

Propriétés de l'acide fondant à 104°. — L'acide de point de fusion 104° est assez soluble dans l'eau, très soluble dans l'éther et dans l'alcool, soluble dans la benzine bouillante. Sa constitution répond à celle d'un acide phényléthylmaléique

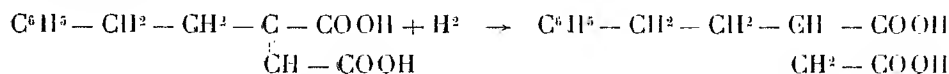


En effet, son poids moléculaire déterminé acidimétriquement est 219 (théorie 220).

Chauffé à 100°, en présence d'un excès d'anhydride acétique, il donne un corps fon-

dant à 74°, ayant les caractères d'un anhydride; insoluble dans l'eau, ainsi que dans les solutions alcalines diluées, mais régénérant facilement à leur contact, par hydratation, l'acide primitif.

L'acide chlorhydrique dilué produit la même anhydrisation. D'autre part, l'hydrogénation par l'amalgame de sodium donne naissance à un acide saturé fondant à 136°, l'acide phényléthylsuccinique



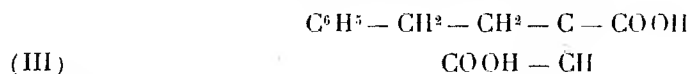
Nous avons comparé le produit de cette hydrogénation avec un échantillon authentique d'acide phényléthylsuccinique.

Propriétés de l'acide fondant à 202°. — L'acide de point de fusion 202° est beaucoup moins soluble dans l'eau que le précédent, très soluble dans l'éther et l'alcool, soluble dans la benzine à l'ébullition.

Son poids moléculaire déterminé acidimétriquement est 222 (théorie 220). L'hydrogénation par l'amalgame de sodium donne aussi l'acide phényléthylsuccinique.

L'anhydride acétique ne donne pas d'anhydride.

On peut donc admettre que cet acide a la formule suivante



(III)

répondant à la constitution d'un acide phényléthylfumarique.

II. Nous nous sommes demandé si ces deux acides se formaient simultanément d'une façon nécessaire ou si la formation était conditionnée par une modalité de la préparation.

Au cours de nos essais, il nous est apparu que le bisulfite pouvait avoir un rôle dans l'isomérisation.

Pour le montrer nous avons, d'une part, vérifié qu'en réduisant l'hypochlorite de soude par l'anhydride arsénieux, au lieu du bisulfite de soude, on n'obtenait que l'acide *cis*.

D'autre part nous avons constaté que l'acide phényléthylmaléique mis en contact, en milieu alcalin, à froid, avec un léger excès de bisulfite de soude était susceptible de se transformer partiellement en acide phényléthylfumarique.

Le contact plus prolongé au bain-marie augmente le rendement en ce dernier.

Conclusion. — L'action de l'hypochlorite de soude, en milieu alcalin, sur l'acide (I) donne, selon les modalités de la préparation, soit uniquement

l'acide phényléthylmaléique, soit ce dernier accompagné de son isomère fumarique.

Le bisulfite de soude est un agent de transformation du dérivé *cis* en *cis-trans*.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les stéréoisomères de la quinite (cyclohexanediol-1.4).* Note (1) de MM. **L. Palfray** et **L. Rothstein**, transmise par M. Ch. Moureu.

L'existence de deux isomères *cis* et *trans* de la quinite a été connue dès l'origine.

Ad. Baeyer (2) préparant le premier la quinite par réduction de la cyclohexanedione-1.4, la traitait immédiatement par l'anhydride acétique et, par cristallisation fractionnée, isolait les acétates *trans* (F = 102°-103°) et *cis* (F = 34°-36°). Par saponification, il mettait en liberté respectivement les quinites *trans* (F = 139°) et *cis* (F = 102°).

R. Willstätter et R. Lessing (3) utilisèrent les différences de solubilité dans l'acétone pour effectuer la séparation directe. Ils ne donnent aucun détail opératoire.

P. Sabatier et A. Mailhe appliquèrent à l'hydroquinone la célèbre méthode d'hydrogénation catalytique Sabatier-Senderens. D'après ces savants on obtient, à 200°-210°, une quinite *trans* pure (4); à *haute température*, il se produit un mélange *cis-trans*, à basse température c'est exclusivement la quinite *cis* (5).

Enfin Senderens et Aboulenc (6) opérant sous une pression de 30^{kg}, soit à 130° en solution alcoolique, soit à 115° en solution aqueuse, obtiennent une quinite fondant à 95°. A 200°, ils obtiennent « une quinite identique, mélange de *cis* et de *trans*, ce qui montre que la transformation en quinite offre une très large marge de température ».

Ayant pu disposer d'importants échantillons (gracieusement mis à notre disposition par les établissements Poulenc) préparés respectivement, par

---

(1) Séance du 19 mars 1928.
(2) Ad. Baeyer, *Ann. der Chem.*, 278, 1894, p. 92.
(3) R. Willstätter et R. Lessing, *Ber. Deutsch. chem. Ges.*, 34, 1901, p. 506.
(4) P. Sabatier et A. Mailhe, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 3, 1908, p. 83.
(5) P. Sabatier et A. Mailhe, *Ibid.*, p. 507 et 801.
(6) J.-B. Senderens et J. Aboulenc, *Comptes rendus*, 173, 1921, p. 1365.

le procédé Senderens-Aboulenc, à 130°, 160°, 180° et 200°, nous nous sommes proposé de rechercher l'influence des conditions sur la composition du produit et, par conséquent, d'élaborer d'abord une méthode pratique de réparation des isomères.

I. *Séparation des isomères.* — L'acétone, comme l'ont utilisée Willstätter et Lessing, a le grand inconvénient d'être très volatile, d'où résultent des variations de concentration au cours de la cristallisation et des transvasements. Si, en vue d'une séparation plus rapide, on essore à la trompe, il se produit un abaissement considérable de la température grâce auquel une certaine quantité de l'isomère *cis*, jusque-là dissous, se sépare et se mélange au *trans* déjà cristallisé. Plusieurs cristallisations successives sont rendues nécessaires; les rendements sont très faibles.

Par addition à l'acétone d'alcool butylique, on en diminue la volatilité et améliore le procédé. En une seule opération on isole, à l'état pur, 50 pour 100 environ de chacun des isomères. Mais ils restent souillés d'alcool butylique et il faut les laver à l'éther.

Ce que nous avons trouvé finalement de plus pratique, c'est l'usage de l'acétone seule, mais à la condition de séparer les cristaux de *trans*, d'abord formés, au moyen d'une essoreuse centrifuge à grande vitesse. Ainsi, à partir de 100^g d'une quinite préparée à 200°, nous avons isolé, du premier coup, 40^g de quinite *trans* (F = 139°). La portion moyenne (15^g) était un mélange. Enfin par distillation de l'acétone, nous avons recueilli 34^g de quinite *cis* (F = 102°). Nous n'avons jamais pu éviter un déficit d'environ 10 pour 100 dont la raison reste à élucider.

II. *Points de fusion et composition des mélanges.* — Partant d'isomères purs nous avons fait systématiquement des mélanges synthétiques. Les points de fusion se répartissent sur une courbe complexe qui sera publiée dans un Mémoire détaillé. A partir de 102° (quinite *cis* pure) la courbe s'abaisse faiblement jusqu'à un minimum signalé par un point de rebroussement correspondant à environ 45 pour 100 de *trans*, puis se relève, repasse à 102° pour une teneur de 60 pour 100 de *trans* et monte alors rapidement jusqu'à 139°.

On peut l'utiliser pour l'étude des mélanges. Mais : 1° elle n'est précise qu'en l'absence d'impuretés étrangères; 2° elle n'est sensible que pour la région riche en trans; 3° entre 0 et 60 pour 100 de trans il y a une ambiguïté qu'on peut lever en additionnant l'échantillon d'une certaine quantité d'isomères cis ou trans pur.

III. *Caractères des isomères purs.* — La quinite est entraînable à la vapeur d'eau. Elle se sublime déjà au-dessus de 100°, mais surtout entre 150° et 200°. Les cristaux ainsi obtenus sont analogues à ceux qu'on obtient par évaporation de l'acétone. Ceux de l'isomère trans ont la forme d'aiguilles aplaties et fondent à 139°. Pour la quinite cis, par solidification après fusion, on obtient deux espèces cristallisées distinctes : l'une isotrope

(cubique), l'autre uniaxe (quadratique), qui, en quelques minutes, se transforment en aiguilles tricliniques, identiques à celles qu'on obtient par évaporation ($F = 102^\circ$).

La phényluréthane trans fond à 262°, la phényluréthane cis, notablement plus soluble, fond à 188°.

Chauffée en tube scellé à 180°, pendant 2 heures, la quinite cis ne subit pas d'altération appréciable. Mais en contact avec le mercure, après 20 minutes de chauffage à 150°, elle est isomérisée, dans la proportion de 95 pour 100 en quinite trans, forme stable. Cette influence du mercure s'exerce de même, quoique à des degrés différents, sur divers dérivés : chlorés, acétylés, benzoylés.

La quinite paraît soluble dans l'eau chaude en toutes proportions, comme les sucres.

Dans l'*acétone pure et anhydre* nous avons trouvé :

Isomère cis..................	$S^{14} = 5,56$	$S^{16} = 5,61$
Isomère trans...............	$S^{14} = 1,86$	$S^{16} = 1,91$

d'où

$$\frac{S^{14}_{cis}}{S^{14}_{trans}} = 2,989, \qquad \frac{S^{16}_{cis}}{S^{16}_{trans}} = 2,937, \qquad \frac{\Delta S}{\Delta t} = 0,025.$$

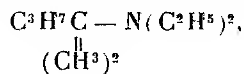
Dans l'*acétone purifiée Poulenc*, de densité 0,802 à 15°,5, correspondant à 5 pour 100 d'eau, on trouve

$$S^{12}_{cis} = 5,10, \qquad S^{17.5}_{cis} = 5,91, \qquad S^{12}_{trans} = 2,55, \qquad S^{17.5}_{trans} = 2,76.$$

$$\frac{S^{12}_{cis}}{S^{12}_{trans}} = 2,000, \qquad \frac{S^{17.5}_{cis}}{S^{17.5}_{trans}} = 2,14, \qquad \frac{\Delta S}{\Delta t}(\text{cis}) = 0,147 \quad \frac{\Delta S}{\Delta t}(\text{trans}) = 0,038.$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelles recherches relatives à l'action des organomagnésiens sur quelques dialcoylamides grasses.* Note de M[lle] **Marthe Montagne**, présentée par M. Béhal.

J'ai signalé ([1]) que, dans l'action de l'iodure de méthylmagnésium sur la N-diéthylbutyramide, il se forme, à côté de la base tertiaire attendue



$$C^3H^7C - N(C^2H^5)^2,$$
$$(CH^3)^2$$

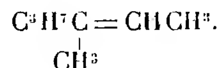
([1]) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 216.

une quantité assez importante d'une deuxième base tertiaire possédant un CH^2 de plus sur la chaîne carbonée. La présente Note a pour objet de préciser les conditions de formation de ce produit anormal et sa constitution.

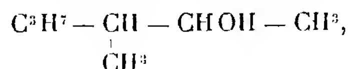
J'ai pu établir que la formation de cette base anormale est due à l'action de l'iodure de méthyle libre dans le milieu réactionnel.

Le rendement en bases est faible lorsque la condensation est effectuée dans l'éther, il s'accroît par chauffage en milieu benzénique. Si, après la préparation du méthyliodure de magnésium, on ajoute du benzène et qu'on distille l'éther au bain-marie avant d'introduire l'amide, on obtient uniquement la base normale : le méthyl-2-diéthylamino-2-pentane. Mais lorsque l'amide N-diéthylbutyrique est ajoutée, en même temps qu'une molécule d'iodure de méthyle, au dérivé organomagnésien dissous dans le benzène, il se forme exclusivement et avec un bon rendement la base tertiaire dont la chaîne carbonée contient 7 atomes de carbone. C'est un liquide mobile bouillant très bien à 81° sous 16^{mm}; le picrate fond à 78; le perchlorate, fondant à 154°, permet une purification parfaite de la base : chloroaurate, F : 84°; chloroplatinate, F : 199°.

La constitution de cette base a été établie à la fois par analyse et par synthèse. Le chlorhydrate, chauffé au bain métallique à 170-180°, se décompose quantitativement en chlorhydrate de diéthylamine et en un carbure éthylénique bouillant à 93-97°, qui n'est autre chose que le méthyl-3-hexène-2 :

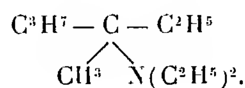


En effet ce carbure, oxydé par le permanganate en milieu sulfurique fournit la méthylpropylcétone. Il donne un nitrosate difficile à purifier et une nitrolaniline très caractéristique, fondant à 122°, identique à celle de l'heptène obtenu par déshydratation du méthyl-3-hexanol-2

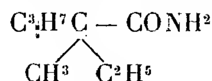


préparé synthétiquement.

Ces résultats nous conduisent à attribuer à la base anormale de la condensation la constitution d'un méthyl-3-diéthylamino-3-hexane



La synthèse effectuée à partir de l'αα-méthyléthyl-*n*-valérylamide

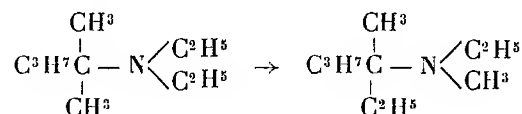


établit de façon certaine cette constitution.

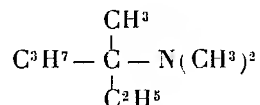
Ainsi donc l'iodure de méthyle détermine sur le carbonyle de l'amide la fixation non plus de deux radicaux méthyle, comme en l'absence de CH^3I, mais d'un radical éthyle et d'un radical méthyle.

On aurait pu envisager, pour expliquer ce phénomène, une action particulière de l'oxyde d'éthyle qui sert à la préparation de l'organomagnésien; mais la condensation réalisée dans l'oxyde de propyle conduit aux mêmes produits.

Il faut rejeter également l'hypothèse d'un échange entre l'un des deux radicaux méthyle fixés sur le carbonyle dans la base normale, et l'un des deux radicaux éthyle de la diéthylamine :



En effet l'hydratation par l'acide bromhydrique de toutes les fractions non directement identifiables montre l'existence unique, dans tous les produits de réaction, du radical symétrique — $N(C^2H^5)^2$. Enfin l'argument décisif qui écarte cette hypothèse est celui-ci : l'iodure de méthylmagnésium agissant en présence d'iodure de méthyle sur la N-diméthylbutyramide fournit, auprès du méthyl-2-diméthylamino-2-pentane décrit précédemment [1], une autre base :



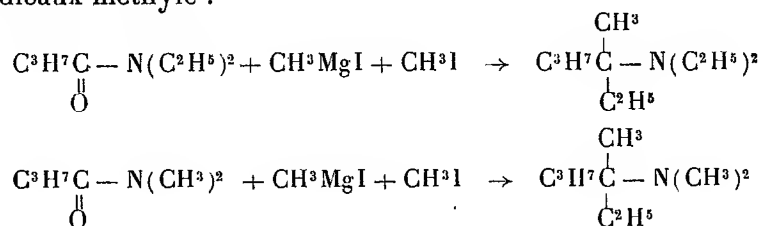
possédant la même chaîne carbonée que le méthyl-3-diéthylamino-3-hexane décrit plus haut.

Il s'agit donc, non pas d'un échange de radicaux, mais de la soudure de

---

[1] *Loc. cit.*

deux radicaux méthyle :



Il est difficile d'imaginer le mécanisme d'une telle réaction. Les essais d'interprétation qui out été tentés, soumis au contrôle de l'expérience, sont restés jusqu'ici sans résultat.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Appareil pour mesurer l'angle vrai des axes optiques.* Note de M. C. **Gaudefroy**, présentée par M. Wallerant.

L'angle des axes optiques des cristaux ne se mesure pas jusqu'à présent, mais se calcule à l'aide d'autres constantes telles que l'angle apparent des axes, les indices principaux, les biréfringences principales. J'indique ici une méthode pour mesurer directement leur angle vrai.

Au lieu de tailler dans le cristal à étudier une lame perpendiculaire à l'une des bissectrices des axes optiques comme on le fait lorsqu'on veut mesurer leur angle apparent, on prend une lame parallèle au plan des axes optiques; on l'immerge dans un liquide dont l'indice de réfraction est supérieur au moins à l'indice médian n_m du cristal, et on l'observe en lumière convergente, en l'inclinant fortement sur l'axe de l'appareil.

Supposons d'abord cette lame infiniment mince. Parmi les rayons qui convergent vers elle, il en est dont l'incidence est assez faible pour qu'ils soient transmis partiellement; d'autres plus obliques ne sont pas transmis, mais réfléchis totalement. Pour un plan d'incidence donné, il y a un angle limite des rayons transmis, lequel d'ailleurs est évidemment égal à l'angle limite des rayons totalement réfléchis.

Il existe deux plans d'incidence remarquables à ce point de vue, ce sont ceux qui contiennent des axes optiques. Dans un tel plan, les rayons qui tombent sous l'angle limite entrent dans le cristal en donnant naissance à des ondes qui se propagent normalement à l'axe optique ou axe de réfraction conique interne, et sortent suivant l'angle limite. Rayon limite et axe

optique sont ici dans un même plan normal à la lame. Aux deux axes optiques correspondent donc deux plans de réfraction remarquables dont le dièdre mesure précisément l'angle des axes.

Une lame d'épaisseur finie ne transmet pas les rayons limites, mais des rayons voisins, et cela suffit pour reconnaître les plans remarquables, ou plans de réfraction axiale.

Pour cela, on observe le plan focal du collecteur. Les nicols étant croisés à angle droit et la lame suffisamment inclinée pour que le rayon limite sorte suivant l'axe de l'appareil, on voit le plan focal du collecteur divisé en deux parties, l'une sombre, l'autre couverte de franges d'interférence coupées par une ligne neutre.

La trace du plan de réfraction axiale peut déjà être localisée approximativement par la disposition des franges d'interférence : elles partent d'une même région et forment deux faisceaux divergents de chaque côté d'une bande médiane. Or la surface de Bertin permet de prévoir que les courbes d'égal retard, dans les conditions présentes, doivent partir de la région qui avoisine le pôle apparent d'un axe optique, et former deux faisceaux divergents de chaque côté du plan de réfraction axiale.

La ligne neutre se prête à un repérage plus précis. Elle change de forme lorsqu'on tourne les nicols, mais passe toujours par les pôles apparents des axes optiques. Spécialement, si les plans de polarisation des nicols ont des orientations symétriques à 45° du plan d'inclinaison de la lame, les branches neutres ont des formes symétriques semblables à des branches d'hyperboles équilatères, et la tangente au sommet de chacune d'elles coïncide avec la trace du plan de réfraction axiale correspondant. En fait, la lame ayant une épaisseur finie, on n'aperçoit pas les sommets des branches neutres, mais seulement des points très voisins. La tangente en ces derniers points se confond sensiblement avec la tangente théorique.

Ceci dit, l'opération est toute simple : une rotation de la lame dans son plan amène successivement deux branches neutres à être tangentes à une même droite du champ. L'angle dont on a tourné est l'angle cherché.

J'ai réalisé un dispositif pour mesurer ainsi l'angle vrai des axes optiques.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude des micas (non fluorés) au moyen des rayons X*. Note de M. **Ch. Mauguin**, présentée par M. Wallerant.

Tschermak et beaucoup d'autres après lui ont cherché à expliquer les variations importantes de la composition chimique des micas par le mélange isomorphique de molécules différentes, sans parvenir à s'accorder sur la nature exacte de ces dernières. Peut-être s'est-on placé à un point de vue trop exclusivement chimique. Il s'agit en somme de substances que nous ne connaissons qu'à l'état cristallin, qui selon toute vraisemblance n'existent que sous cet état. Le problème à résoudre est plutôt un problème de structure cristalline qu'un problème de constitution chimique et semble pouvoir être abordé utilement par les méthodes d'analyse de Laue-Bragg. Comme premier pas dans cette voie, je me suis proposé de déterminer les dimensions de la maille cristalline de micas choisis parmi les types les plus variés ([1]). Les résultats obtenus sont les suivants (voir le tableau ci-après).

Les micas sont formés de feuillets élémentaires d'une épaisseur d_{001} toujours voisine de 1 millimicron (10 Å). Un feuillet est engendré par la répétition indéfinie d'un groupe d'atomes, le *motif cristallin*, au moyen des translations d'un réseau plan ayant pour maille un losange dont les diagonales a, b sont entre elles comme $1:\sqrt{3}$. Les feuillets superposés sont en général identiques, un feuillet quelconque se déduisant du feuillet sous-jacent par la translation $\vec{c}$ (normale à b, inclinée sur a d'un angle voisin de 100°). La maille cristalline est le prisme clinorhombique défini par les paramètres a, b, c.

La *muscovite* ([2]) et la *margarite* font exception. Les feuillets n'y sont identiques que de deux en deux. Pour réaliser la coïncidence des atomes d'un feuillet avec ceux du feuillet sous-jacent, il faut combiner la translation $\vec{c}$ avec un mirage suivant le plan 010 (plan de symétrie translatoire).

([1]) Je laisse de côté dans cette Note les micas à haute teneur en fluor dont je poursuis l'étude.

([2]) Voir ma Note antérieure (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 288). Pour faire ressortir l'analogie de la muscovite avec les autres micas, je choisis ici un peu différemment sa maille primitive.

La maille cristalline à cheval sur deux feuillets contigus a son arête latérale égale à $2c$.

La *biotite* présente une particularité d'un autre ordre : le paramètre de la rangée 010 n'y est plus égal à b mais à $\frac{b}{3}$, de sorte que la maille adoptée ici par analogie avec les autres micas est triple de la maille élémentaire véritable.

Composition du motif cristallin. — Il est facile, connaissant les dimensions de la maille, de calculer le poids des divers éléments qui entrent dans le motif cristallin, si l'on a par ailleurs déterminé la densité et la composition centésimale du minéral (1). En divisant par le poids absolu des atomes, on aura le nombre d'atomes de chaque sorte constituant le motif cristallin. Voici ce qu'on trouve :

	Margarite. (Chester).	Muscovite.	Lépidolite (Maharitra).	Phlogopite (Ambatoabo).	Biotite (Tschebarkoul).
d_{001}........	9,56 Å	9,94 Å	9,88 Å	10,08 Å	10,03 Å
a..........	5,12	5,17	5,20	5,32	5,30
b..........	8,90	8,94	8,95	9,21	9,21
c..........	9,73	10,06	10,06	10,24	10,16
(a, c)	100°,8	98°,6	100°,8	100°,2	99°,3
Si.........	2,12	3,00	3,70	2,79	2,80
Ti.........	-	-	-	0,04	0,09
Al.........	3,80	2,84	1,26	1,49	1,17
Fe'''.......	0,12	0,05	0,001	-	0,40
Fe''.......	-	0,07	-	0,14	0,80
Mg........	0,03	0,04	0,01	2,60	1,49
Ca.........	0,71	0,015	-	-	-
Mn........	0,01	-	0,02	-	-
Li.........	0,08	0,05	1,58	-	-
Na.........	0,24	0,08	0,28	0,12	0,06
K.........	-	0,74	1,05	0,94	1,07
H.........	2,02	2,22	2,44	2,08	1,75
F..........	-	0,03	0,2	-	-
O.........	12,04	11,99	11,9	12,2	11,85

1° Quelle que soit la composition chimique du mica (non fluoré) le motif cristallin comprend toujours 12 atomes d'oxygène (seul élément électro-négatif présent). Les petits écarts peuvent s'expliquer par des

(1) M. Orcel a exécuté ces déterminations en ce qui concerne la lépidolite, la phlogopite, la biotite.

défauts de l'analyse; l'oxygène n'étant pas déterminé directement, on totalise sur lui les erreurs de dosage de tous les autres éléments.

2° Le nombre des atomes d'un élément autre que l'oxygène contenus dans le motif cristallin est essentiellement variable, généralement fractionnaire (2,12 à 3,70 pour le silicium, 1,17 à 3,80 pour l'aluminium). Naturellement, ce résultat ne concerne pas une maille isolée où les atomes ne sauraient être en nombre fractionnaire. Il signifie que les mailles d'un mica ne sont pas toutes identiques entre elles et que l'expérience n'atteint que leur composition moyenne. Les atomes électropositifs se substituent les uns aux autres suivant des lois difficiles à préciser.

3° Si l'on compte ensemble tous les atomes électropositifs du motif cristallin, on trouve encore un nombre variable, éventuellement fractionnaire (9,10 pour la muscovite, 10,34 pour la lépidolite). Il faut donc admettre que les substitutions d'une maille à l'autre ne se font pas à nombre d'atomes constant.

Un rôle particulier paraît dévolu aux atomes d'oxygène qui forment dans l'édifice une sorte de charpente invariable non seulement dans toutes les mailles d'un même cristal, mais dans le groupe des micas tout entier. Les atomes électropositifs se placent dans les intervalles vides de cette charpente, suivant un mode qui n'est pas toujours rigoureusement le même, que les recherches ultérieures permettront sans doute de préciser.

GÉOLOGIE. — *Le Bassin d'Aquitaine à l'époque helvétienne : les formations continentales.* Note de M. **J. Repelin**, présentée par M. Pierre Termier.

La lagune s'étendait fort loin au delà des limites du golfe marin [1]. Dans l'Agenais, c'était plutôt un véritable lac. Les calcaires blancs à *Helix Larteti* qui couronnent les buttes et qui sont séparés des sédiments de l'Aquitanien le plus supérieur par une forte épaisseur de marnes blanchâtres crayeuses (Burdigalien) se retrouvent jusqu'aux environs de Villeneuve-sur-Lot, de Tournon d'Agenais et de Moissac.

Aux abords de la Lomagne, le faciès devient de plus en plus argileux et passe d'une part aux environs d'Auch à des dépôts à peu près entièrement formés de calcaires à taches rousses, puis à des mollasses graveleuses dans la région de Simorre, Lombez, Boulogne-sur-Gesse.

---

[1] *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 708.

Vers l'Ouest, les mêmes dépôts se retrouvent presque identiques dans la région de Mirande, de Bassoues et de Lembeye. Enfin, plus au Sud encore, les dépôts deviennent de plus en plus grossiers et constituent une sorte d'énorme cordon littoral aux abords de la chaîne pyrénéenne. J'ai tracé, sur la carte jointe à ma précédente Note (¹), une limite approximative de l'extension de ce faciès détritique. C'est vers le fond de la lagune que le faciès calcaire d'eau douce atteint son plus beau développement; mais, au delà des limites indiquées sur la carte pour la lentille calcaire d'Auch, les mollasses renferment encore à divers niveaux et assez loin de cette région des bancs calcaires fossilifères. On en trouve en particulier à Sansan connu d'autre part par son gisement célèbre de Mammifères, et dans les environs de Mirande, Montesquiou, Bassoues, ainsi que dans la vallée du Gers près de Masseube. Au surplus, les mollasses argileuses elles-mêmes renferment une certaine proportion de calcaire et des bancs argilocalcaires se retrouvent même plus au Sud, sporadiquement, dans la masse des mollasses sableuses ou graveleuses, comme à Simorre où ces bancs nous ont fourni des fossiles terrestres (*Helix Larteti*, etc.) et aux environs d'Aurignac et de Saint-Gaudens où l'on trouve fréquemment les nodules à *Melania aquitanica*.

Dans l'Agenais, il n'existe pas de faciès détritique et vraisemblablement les eaux qui se chargeaient de carbonate de calcium sur les plateaux du Quercy et du Périgord s'écoulaient sans mélange d'apports torrentiels dans le fond du lac entre Tournon d'Agenais, Moissac et Aiguillon, et déposaient leur calcaire comme aux époques précédentes (Aquitanien et Burdigalien). Tandis que des Pyrénées miocènes descendaient de véritables gaves formant des cônes de déjection comme dans la région de Lannemezan ou charriant leurs eaux chargées de graviers et de vases argilocalcaires jusqu'aux abords du golfe marin, si bien que des dépôts chimiques analogues à ceux de l'Agenais n'étaient possibles que loin de la chaîne, dans la partie centrale de la lagune (calcaires de l'Armagnac).

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la visibilité et la teneur de l'air en poussières à Paris.* Note de M. **Louis Besson**, présentée par M. Bigourdan.

Depuis 1895, la visibilité est observée régulièrement plusieurs fois par jour du sommet de la Tour Saint-Jacques, au centre de la ville. Au début

(¹) *Loc. cit.*, p. 709.

de 1920, j'ai publié un résumé succinct de ces observations ([1]). J'ai montré que la transparence de l'air avait diminué lentement au cours des vingt premières années, puis brusquement et considérablement pendant la guerre. A partir de 1919 elle est devenue meilleure, mais est restée notablement moindre qu'avant 1915.

Ces variations ne peuvent être attribuées qu'à des changements du nombre ou du volume des particules solides ou liquides en suspension dans l'air. Pour mieux analyser le phénomène, il m'a paru utile de comparer les observations des huit premières années (1896-1903) et des huit dernières (1919-1926), en tenant compte, non seulement de la saison et de l'heure, mais encore du degré d'humidité de l'air.

Quelques explications sur la méthode employée sont nécessaires. A la Tour Saint-Jacques, pour estimer la visibilité les repères abondent jusque vers 6000^{m}, mais sont trop espacés et trop rares au delà. J'ai cru devoir, pour la présente recherche, réunir ensemble toutes les visibilités supérieures à 6000^{m}. Au-dessous, j'ai classé les visibilités suivant une progression géométrique. Les humidités relatives l'ont été ainsi : inférieures à 55 centièmes, comprises entre 55 et 60, entre 60 et 65, etc.

A titre d'exemple, à 12^{h}, dans le semestre d'octobre à mars des huit années 1896-1903, par humidité de 90 à 95, on a observé 8 visibilités supérieures à 6000^{m}; 29 de 3000 à 6000^{m}; 46 de 1500 à 3000^{m}; 27 de 800 à 1500^{m}; 7 de 400 à 800^{m}; 2 de 200 à 400^{m} et 3 de 100 à 200^{m}. Total : 122.

On en tire facilement la *médiane*, c'est-à-dire la visibilité de part et d'autre de laquelle les observations sont en nombre égal. Dans le cas considéré, elle est de 1800^{m}. Naturellement, on ne peut la déterminer que si elle n'est pas supérieure à 6000^{m}.

Ses valeurs, exprimées en hectomètres, sont les suivantes :

Visibilité relative (en Hm).		Humidité relative. 55.	60.	65.	70.	75.	80.	85.	90.	95.	100.
		Octobre à mars.									
1896–1903.	9^{h}.....		41	48	57	40	44	30	27	18	6
	12.....		-	-	-	(60)	(60)	53	36	22	12
	15.....		-	-	-	-	(60)	54	39	26	16
1919–1926.	9.......		36	25	28	24	22	18	17	13	6
	12.....		47	44	31	35	32	26	21	14	7
	15.....		55	51	47	44	42	30	25	17	8

([1]) *Comptes rendus*, **170**, 1920, p. 123. Voir aussi, pour plus de détails, *Annales des Services techniques d'Hygiène de la Ville de Paris*, **1**, 1920, p. 267-280.

Visibilité relative (en Hm).		55.	60.	65.	70.	75.	80.	85.	90.	95.	100.
						Humidité relative.					
						Avril à septembre.					
1896-1903.	9^h.....		–	–	–	–	–	(62)	49	36	22
	12.....		–	–	–	–	–	–	(63)	65	–
	15.....		–	–	–	–	–	–	–	60	(30)
1919-1926	9.....		–	–	60	(63)	49	45	37	25	25
	12.....		–	–	–	–	–	60	50	30	26
	15.....		–	–	–	–	–	60	49	36	40

On voit que dans la même saison, à la même heure et pour une même humidité, la visibilité a été plus faible en 1919-1926 qu'en 1896-1903. La diminution de transparence de l'atmosphère parisienne est donc confirmée.

Dans des circonstances identiques, la visibilité augmente quand l'humidité diminue, mais, à humidité égale, elle est plus grande à 12^h qu'à 9^h et à 15^h qu'à 12^h. A la même heure, elle est plus grande en été qu'en hiver. En somme, elle augmente avec le temps écoulé depuis l'heure où l'humidité de l'air a commencé à décroître (lever du Soleil).

On est conduit, d'après cela, à admettre avec Henriet (¹) que l'atmosphère contient en tout temps de petites gouttelettes d'eau, formées autour d'un centre de condensation, qui, à Paris, est presque toujours un grain de poussière ou de fumée.

La grosseur de ces gouttelettes serait maximum le matin, elles diminueraient de volume par évaporation dans le cours de la journée. A égalité de grosseur, la visibilité doit être à peu près inversement proportionnelle au nombre des particules. Leur nombre a donc augmenté dans l'air de Paris. Essayons de savoir dans quelle proportion.

Si la saison, l'heure et l'humidité sont les mêmes, la grosseur des gouttelettes sera la même et leurs nombres respectifs dans les deux périodes considérées seront inversement proportionnels aux visibilités correspondantes. Faisant par saison et par heure la moyenne du rapport des visibilités en 1895-1902 et en 1919-1926, compte tenu du nombre des observations de chaque degré d'humidité, on trouve : pour l'hiver, 1,43 à 9^h; 1,73 à 12^h et 1,64 à 15^h; moyenne, 1,56; pour l'été, 1,96 à 9^h; 1,54 à 12^h, 1,32 à 15^h; moyenne, 1,85. Moyenne générale, 1,58.

(¹) H. Henriet, *Contribution à l'étude de l'air atmosphérique*, Thèse de doctorat publiée dans les *Annales de l'Observatoire de Montsouris*, 7, 1906, p. 272.

Ces résultats, plus concordants qu'on n'aurait pu l'espérer, paraissent indiquer que le nombre des particules de fumée ou de poussière a augmenté dans l'air de Paris d'environ 50 pour 100 en un quart de siècle.

BOTANIQUE. — *Phénomènes de fatigue des plastes pendant l'amylogénèse.* Note de M. A. **Maige**, présentée par M. Marin Molliard.

Le rôle actif du plaste dans la condensation amylogène a été mis nettement en évidence par Schimper, qui a montré que lorsque le stroma plastidal affecte la forme d'une calotte latérale, les nouvelles zones amylacées se forment exclusivement de ce côté, ce qui donne au grain un aspect parfois très fortement excentrique.

Il y a lieu de se demander, dans ces conditions, si pendant toute la période de la condensation, le plaste garde le même tonus physiologique, ou s'il se modifie en présentant des phénomènes de fatigue.

Pour étudier cette question il est nécessaire de comparer des plastes dont le stroma a fonctionné pendant un temps différent; on y parvient, en particulier, en s'adressant aux plastes tardifs des cellules cotylédonaires des légumineuses, qui apparaissent vers la fin de la période de synthèse à des moments successifs, et atteignent de ce fait des dimensions variées, mais toujours plus faibles que celles des plastes amylifères primitifs, dont ils se distinguent par leur forme sphérique nettement différente de l'aspect ovoïde des premiers.

Si l'on soumet au début de l'hydrolyse les cellules cotylédonaires d'une graine fraîche de Haricot à l'action d'une solution de glucose à 5 pour 100, on obtient une réaction amylogène variable d'une cellule à l'autre mais portant en général presque uniquement et souvent exclusivement sur les plastes tardifs. Cette réaction s'obtient facilement si l'on s'adresse aux cellules cotylédonaires de la région voisine de l'insertion qui ont une excitabilité amylogène plus grande que celles du milieu du cotylédon.

Dans le cas où l'on réussit à obtenir une réaction amylogène des plastes amylifères de ces dernières cellules, elle est toujours non seulement réservée aux plastes tardifs, mais elle n'affecte jamais parmi ces derniers les gros plastes dont le fonctionnement a été le plus prolongé.

Ces résultats montrent nettement que les plastes qui ont peu fonctionné au point de vue amylogène sont restés plus excitables que les autres, et

indiquent que l'écorce plastidale se transforme physiologiquement au cours de l'amylogénèse dans le sens d'une diminution de son excitabilité.

La même conclusion peut être tirée de l'étude des plastes amylifères de l'hypocotyle de Haricot.

Si l'on observe en effet la réaction amylogène de ces plastes dans un hypocotyle prélevé sur une graine en voie de dessiccation ou à peine sèche, et placé sur du buvard humide, on constate que seuls les plastes amylifères réagissent par production d'une calotte ou d'une couronne de nouvelles loges, ce qui indique chez eux une excitabilité amylogène plus accusée que celle des plastes non amylifères. Cette réation amylogène ne tarde d'ailleurs pas à disparaître et les cellules ne renferment plus que les plastes non amylifères et les anciens plastes amylifères uniloculaires en voie de dissolution. Si à ce moment on détermine une nouvelle réaction amylogène en transportant les embryons sur une solution de glucose à 2,5 pour 100, on peut constater que ce sont maintenant les plastes non amylifères qui réagissent les premiers, et l'on peut observer de nombreuses cellules où les plastes amylifères n'ont pas réagi. Ce sont donc les plastes non amylifères qui, pendant cette deuxième période de la germination de l'hypocotyle, possèdent l'excitabilité amylogène la plus accusée, et il s'est produit ainsi une inversion des excitabilités amylogènes respectives des plastes amylifères et des non amylifères, les premiers qui possédaient primitivement la plus forte excitabilité voyant, du fait de leur réaction amylogène, leur excitabilité s'abaisser au-dessous de celle des seconds.

Il résulte nettement de l'ensemble de ces faits que le stroma plastidal se modifie physiologiquement au cours de l'amylogénèse en présentant des phénomènes de fatigue qui se traduisent par une diminution de son excitabilité amylogène.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence du système oléifère dans les organes de multiplication des Jungermanniacées.* Note de M. **Pierre Gavaudan**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Nos observations ont porté sur les Jungermanniacées suivantes : *Lophocolea bidentata, Chiloscyphus polyanthus, Radula complanata, Scapania nemorosa, Pellia epiphylla*. Dans les quatre premiers cas, nous n'avons pu étudier que des spores relativement encore jeunes ayant conservé leur groupement en tétrades; en outre, pour *Scapania nemorosa,* il nous a été donné

de pouvoir étudier les propagules. Chez *Pellia epiphylla* au contraire, nous avons observé des états plus âgés à partir du moment où les spores se séparent des tétrades.

Les cellules des parois des sporogones renferment des oléocorps normaux du même type que ceux que l'on trouve dans le thalle, ou d'autres d'aspect aberrant, composés d'un nombre réduit d'éléments; en dehors des oléocorps proprement dits, ou trouve de très nombreuses inclusions grasses dans le cytoplasme; elles sont colorables comme les oléocorps par le bleu d'indophénol naissant. Les jeunes spores et les élatères sont très riches en inclusions oléagineuses ou grasses se colorant également à l'indophénol, noircissant à l'acide osmique, et demeurant insensibles à l'action des colorants vitaux. Toutes ces enclaves très abondantes n'ont aucun rapport avec le système des oléocorps, leur forme peut ne pas être sphérique, mais leur constitution est simple et homogène. En somme, à cet état de la spore, il n'existe pas d'éléments oléifères proprement dits.

Les propagules unicellulaires prélevés à l'extrémité d'une tige feuillée de *Scapania nemorosa* renferment des oléocorps incolores et réfringents de la taille des chloroplastes, au nombre de 4 à 5 en général : ces oléocorps ont l'aspect de disques ou de verres de montre et sont en tous points semblables à ceux que l'on rencontre dans les tissus embryonnaires de la même hépatique; plus rarement, on en rencontre de mûriformes analogues à ceux des tissus adultes. La coloration vitale au rouge neutre montre leur fixité dans le cytoplasme; le colorant précipite des endochromidies violacées, tandis que les oléocorps ne se colorent que plus tard et en rose : il ne s'agit pas d'une coloration vitale dans le second cas.

Nous avons étudié enfin des sporogones de *Pellia epiphylla* non encore mûrs dont le pédicelle n'avait pas encore commencé sa croissance. A cet état voisin de la maturité, les sporogones renferment de petites masses ovoïdes pluricellulaires (improprement nommées spores selon un usage établi, puisqu'elles ont déjà la valeur d'un petit thalle doué de polarité ainsi que le révèle l'étude cytologique). Les chloroplastes sont discoïdaux et à structure filamenteuse; ils renferment en outre des inclusions amylacées, ainsi que des globules gras révélés par l'indophénol et accidentellement par l'imprégnation argentique. Dans les préparations obtenues par cette dernière méthode, les plastes apparaissent comme ponctués d'une foule de sphérules noires. Le vacuome est représenté par un nombre variable de petites vacuoles disposées sans ordre, très tannifères et fournissant des endochromidies volumineuses : noires au Flemming sans acide acétique, jaune d'or au Regaud.

Le vacuome est particulièrement développé dans une des cellules polaires à chloroplastes dégénérés et où il affecte la forme d'une calotte : c'est précisément cette cellule qui engendre le premier rhizoïde lors de la germination.

A l'exclusion de cette cellule, toutes les autres possèdent des ébauches primitives d'oléocorps, se présentant sous des aspects variables selon l'état d'avancement de leur évolution s'effectuant d'ailleurs sans aucun synchronisme dans les différentes spores d'un même sporogone. Les aspects peuvent être ceux de sacs plissés ou de verre de montre ou même mûriformes. Les colorants vitaux sont sans action sur eux mais permettent toutefois de les situer dans le cytoplasme ; les fixateurs usuels les altèrent et les détruisent rapidement. D'autre part, là encore le système oléifère se montre indépendant des nombreuses inclusions réfringentes osmiophiles ou prenant l'indophénol.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Variations dans la teneur en alcaloïdes chez le lupin sous l'influence de l'alimentation.* Note de M. ALBERT GUILLAUME, présentée par M. Molliard.

Nos expériences ont porté sur *Lupinus mutabilis*, cultivé dans un sol pauvre en éléments fertilisants.

La plante a eu comme aliments : 1° *des engrais et agents chimiques variés :* sels ammoniacaux, de potassium, de magnésium, sulfates de fer et de manganèse, engrais complet. La récolte fut effectuée alors que tous les pieds avaient des fleurs : époque reconnue comme se rapportant à la plus forte teneur en alcaloïdes dans la plante. Nous avons dosé les alcaloïdes par pesée, à l'aide de l'acide silicotungstique, dans les feuilles jeunes et dans les tiges.

La lecture du tableau ci-après montre qu'aucun des produits chimiques ajoutés au sol n'a paru nuire au développement des lupins, puisque les poids de récolte sont supérieurs à celui du témoin. Le classement des engrais d'après les poids de récolte et d'après la teneur en alcaloïdes n'est pas le même : ce qui signifie que la teneur en alcaloïdes dans les organes examinés n'est pas en fonction du développement de la plante; autrement dit, les variations en principes actifs ne sont pas parallèles aux différences de poids des récoltes.

Nous pouvons interpréter les résultats ainsi :

1. Certains engrais ou produits chimiques agissent à la fois sur le développement de la plante et sur la teneur en alcaloïdes : il semble que dans les lupins un plus grand développement de l'appareil végétatif amène le protoplasme cellulaire à augmenter la proportion d'alcaloïdes. Une exception pour le carbonate de magnésium, dont le poids de récolte est très élevé, avec un rendement d'alcaloïdes faible (0,9) dans les feuilles.

2. Le silicate de magnésium colloïdal a des coefficients de rendement très faibles et ne peut être considéré comme engrais.

3. Les sels de potassium augmentent les poids de récolte; par contre, ils diminuent la teneur en alcaloïdes.

2° *Influence d'un engrais gazeux : le gaz carbonique.* — Nous avons cherché si, à une augmentation de développement de l'appareil végétatif dans une atmosphère plus riche en anhydride carbonique que l'air normal, correspondait également un rendement plus élevé en alcaloïdes. Pour cela, nous avons fait croître la plante dans des conditions particulières, depuis sa germination jusqu'à la floraison, dans une atmosphère ne dépassant pas 6 pour 100 de CO^2.

Nous avons constaté une augmentation du poids de récolte (coefficient, 1,6), mais non accompagné d'une augmentation absolue en alcaloïdes (coefficient égal à l'unité). Relativement au poids de récolte, le coefficient de la teneur en alcaloïdes atteint 1,7.

Conclusions. — Il résulte de nos expériences avec les deux groupes d'engrais envisagés que, dans tous les cas, le poids de la récolte augmente; pour certains, la teneur en alcaloides en valeur absolue est supérieure à l'unité, pour d'autres, très voisine de l'unité.

Par contre, en rapportant la teneur en alcaloïdes au poids des récoltes (et ceci peut être intéressant pour la culture de certaines plantes à alcaloïdes), nous obtenons des rendements qui, pour certains engrais, sont relativement élevés.

	Récolte (substance sèche).			Alcaloïdes.			
				Feuilles jeunes.		Tiges.	
Nature des engrais.	Plante entière.	Feuilles.	Tiges.	(1).	(2).	(1).	(2).
Engrais complet........	3,8	4,4	3,5	1,2	5,5	2,0	7,0
Carbonate de magnésium.	1,8	3,1	1,9	0,9	3,0	1,6	3,1
Phosphate d'ammonium.	1,7	2,3	1,1	1,2	2,8	1,5	1,8
Chlorure de potassium .	1,4	2,9	0,8	0,7	2,0	0,9	0,8
Sulfate de manganèse...	1,3	1,7	0,9	1,1	1,9	1,5	1,5
Silicate de magnésium..	1,0	1,1	0,8	0,9	1,0	1,0	1,0
Témoin (sans engrais)..	1	1	1	1	1	1	1

Les chiffres portés dans ces colonnes représentent les coefficients de rendement par lesquels il faut multiplier le poids de la récolte ou le poids de la teneur en alcaloïdes du témoin pour obtenir les poids respectifs des récoltes ou des alcaloïdes correspondant aux différents engrais; (1) se rapporte à 100 parties de poids sec; (2) au poids de la récolte par pied.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Une nouvelle plante à maltose*, Schizopepon Fargesii *Gagnepain*. Note de MM. **H. Colin** et **R. Franquet**, présentée par M. Molliard.

Cette plante, plus connue sous l'appellation erronée d'*Actinostemma paniculatum* Maxim., est une Cucurbitacée grimpante, originaire de Chine et remarquable par son tubercule, sorte de bulbe issu d'une rosette d'écailles [1] qui se gorgent de réserves, d'amidon notamment et de sucre réducteur. L'abondance de ce dernier coexistant avec l'amidon avait attiré notre attention; son pouvoir rotatoire élevé, les transformations produites, par hydrolyse, sous l'action des acides *forts* ou de la maltase, l'invertine et l'émulsine étant sans effet, tout indiquait qu'il s'agissait de maltose, comme c'est le cas pour le rhizome de Mercuriale [2] et le tubercule d'Ombilique [3].

Nous avons retiré en effet des tubercules de *Schizopepon* un sucre cristallisé qui est du maltose authentique comme le prouvent son mode de cristallisation [4], son pouvoir réducteur, son pouvoir rotatoire, + 130, sa mutarotation faible et positive, de 115 à 130, son osazone soluble à chaud, son hydrolyse facile et totale par la maltase des Mucédinées.

Les tubercules adultes renferment, à l'automne, jusqu'à 7 pour 100 de maltose alors qu'il n'y a pas plus de 12 pour 100 d'amidon; le sucre de canne et le glucose ne sont présents qu'à très faible dose; les produits intermédiaires entre le maltose et l'amidon se réduisent à rien; on ne saurait

(1) D. Bois, *J. Soc. Hort.*, **1**, 1900, p. 123.

(2) P. Gillot, *J. Pharm. Chim.*, **28**, 1923, p. 148.

(3) M. Bridel, *Bull. Soc. Chim. biol.*, **7**, 1925, p. 181.

(4) M. Gaudefroy qui a bien voulu procéder à l'examen des cristaux a obtenu sans peine, par recristallisation, la forme typique en triangles isoscèles décrite par Longchambon (*Bull. Soc. Min.*, **48**, 1925, p. 367); toutefois l'angle au sommet mesure généralement plus de 120° et peut atteindre 135°; les angles aigus sont souvent tronqués perpendiculairement à la base; celle-ci est allongée suivant l'indice n_p du cristal.

regarder comme tels les matières amylacées solubles et colorables par l'iode qui passent en petite quantité dans l'eau froide après épuisement des sucres; elles résultent uniquement de l'action de l'alcool aqueux à l'ébullition sur les grains d'amidon, particulièrement délicats dans l'espèce en question; elles ne préexistent nulle part dans le suc de la plante.

Réduit-on les tubercules en bouillie, on assiste à l'hydrolyse rapide de l'amidon (1), sans que le stade disaccharide soit dépassé; dans la pulpe intacte, le maltose et l'amidon subsistent ainsi côte à côte en dépit de la présence de l'amylase. C'est en vain qu'on essaye de reculer, en faveur de l'amidon, la limite de cette sorte d'équilibre; dans les tubercules desséchés à la température ordinaire, le maltose disparaît progressivement et se trouve remplacé par un mélange de saccharose et de monoses, la teneur en amidon n'ayant pas sensiblement varié.

La physionomie des tubercules en voie de maturation diffère peu de celle des tubercules adultes, sauf que le sucre de canne et les hexoses y sont relativement plus abondants. Dans les cordons souterrains sur lesquels se développent les tubercules, on ne trouve pour ainsi dire que des monoses et un peu d'amidon, le maltose fait complètement défaut. Durant la période de repos, les glucides subissent des transformations profondes; dès la mi-décembre, on constate que les teneurs en amidon et en maltose ont fortement baissé, tandis que le saccharose, les hexoses surtout, ont pris de l'importance; à l'époque du bourgeonnement, le maltose a totalement disparu.

Nous ne pouvons relater ici qu'un petit nombre d'analyses; dans le tableau qui suit, sous les rubriques $[\alpha_1]$, H, S, M, A, figurent le pouvoir rotatoire direct du contingent glucidique soluble, les teneurs en hexoses, sucre de canne, maltose, amidon, pour 100 du poids frais.

Glucides des tubercules de Schizopepon Fargesii.

	$[\alpha_1]$.	H.	S.	M.	A.
Août : stolons	+ 51	0,51	0,05	0	0,37
Septembre : tubercules jeunes	+105	0,55	0,76	1,19	4,25
Octobre : » adultes	+130	0,13	0,14	6,87	12,64
» » desséchés	+ 61	3,76	3,27	0	12,40
Décembre : » au repos	+ 56	4,33	2,37	2,95	8,08
Mars : » en germination	+ 28	1,05	traces	0	1,35

(1) Le rhizome de Mercuriale et le tubercule d'Ombilique ont cette même propriété que ne possèdent pas ou à peine des organes à réserve amylacée mais dépourvus de maltose tels que le tubercule de Pomme de terre.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur le dégagement d'iode libre chez les algues marines.* Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

La présence d'iode libre chez les algues a été constatée pour la première fois en 1894 par Golenkin chez une petite Floridée le *Bonnemaisonia asparagoides* et récemment Sauvageau reprenant la question, a établi que de l'iode, accumulé dans des organes spéciaux ou *ioduques*, existe aussi, à l'état libre, chez l'*Asparagopsis armata* et le *Falkenbergia Doubletii*, petites Floridées d'origine australe (1).

Nos observations montrent que la production d'iode libre n'est nullement exceptionnelle chez les algues. Il résulte en effet d'expériences que nous venons de poursuivre sur les Laminaires et sur diverses Fucacées, que ces algues et principalement les premières ont la propriété de rejeter au dehors, *durant leur vie normale*, des quantités très importantes d'iode libre.

Nous avons d'abord remarqué, en préparant des *Fucus vesiculosus* frais, recueillis à Quiberon, qu'ils tachaient le papier en bleu, après avoir été mis sous presse 24 heures; la coloration avait lieu en face de certains points des frondes, ceux qui étaient appliqués plus étroitement au papier et ne se manifestait pas au niveau des réceptacles encore jeunes. De nouvelles émissions d'iode eurent lieu pendant plusieurs jours et cessèrent un peu avant le complet desséchement de la plante.

Une deuxième série d'expériences fut alors réalisée sur un envoi d'algues de Roscoff. Parmi celles-ci, des *Fucus vesiculosus*, mis sous presse, se sont comportés comme ceux de Quiberon, avec cette différence que la coloration avait lieu au niveau des réceptacles, chaque conceptacle étant marqué par un point bleu; le phénomène se révélait irrégulier et n'intéressait que certains réceptacles, les autres demeurant inactifs. En même temps des *Fucus serratus* montraient de la même manière une production d'iode au niveau des frondes et des extrémités fructifiées; l'*Ascophyllum nodosum* produisait le bleuissement du papier au niveau des frondes et des aérocystes et un exemplaire de *Laminaria saccharina* présentait le même dégagement en plusieurs points du stipe.

Après quelques essais qui prouvèrent que des stries ou des blessures artificielles ne favorisent pas l'émission d'iode, bien au contraire, nous avons

(1) C. Sauvageau, *Sur quelques algues Floridées renfermant de l'iode à l'état libre* (*Bull. de la Stat. biol. d'Arcachon*, 22, 1925, p. 3-43).

constaté que les *Fucus* de Roscoff, non pressés, mais seulement maintenus au contact du papier sensible, étaient capables de bleuir ce papier ou de colorer l'empois d'amidon. Le papier bristol utilisé, naturel, étant légèrement acide, nous l'avons rendu neutre ou légèrement alcalin par lavage à l'eau courante et, dans ces conditions, le bleuissement a été aussi marqué. D'ailleurs, fait décisif, nous observions bientôt le *bleuissement à distance*, sans contact avec l'algue émettrice et *sans interposition de liquide,* ce qui prouve que la plante dégage bien, à sa surface, de l'iode libre.

Une nouvelle étude des algues en place s'imposait et nous fîmes à Quiberon, sur la côte, l'expérience suivante : un papier bristol est intercalé au milieu d'une grosse touffe de *Fucus vesiculosus* en place; une pierre plate, placée sur le tout, assure un contact suffisant sans produire d'écrasement : au bout d'une demi-heure quelques points bleus s'observent au-dessus et au-dessous du bristol, au niveau des frondes.

Désireux de poursuivre les essais sur les Laminaires, nous cherchions à installer une expérience du même genre sur la fronde d'un *Laminaria flexicaulis*, quand nous avons eu la surprise de voir le papier bleuir quasi instantanément au contact de la fronde et du stipe. En quelques secondes, si le contact est bien maintenu, la coloration est déjà manifeste. Le bleuissement se produit aussi lorsque la plante est entièrement immergée. Avec un matériel aussi favorable, il est facile de montrer que c'est bien de l'iode libre qui se dégage à la surface de l'algue, puisque l'on peut obtenir la coloration caractéristique du papier sensible, de l'empois ou de grains d'amidon, à une distance de plusieurs millimètres de la plante non mouillée. L'odeur de l'iode est très sensible au voisinage des régions actives.

La réalité d'une émission d'iode libre par certaines Fucacées et par les Laminaires durant leur vie normale étant ainsi démontrée, résumons les premiers résultats auxquels nous sommes arrivé : le dégagement d'iode libre a été observé jusqu'ici chez les *Fucus vesiculosus*, *F. serratus*, *Pelvetia canaliculata* (fronde), *Ascophyllum nodosum* (fronde); parmi les Laminaires, le dégagement est intense, décelable presque instantanément, chez les *Laminaria flexicaulis*, *L. saccharina* et *L. Cloustonii;* jusqu'ici, aucun résultat appréciable n'a été obtenu chez plusieurs autres algues, Phéophycées et Floridées.

Il est bon toutefois de remarquer que l'influence des saisons est sans doute importante et qu'elle devra être envisagée dans la suite pour expliquer les différences de comportement, et, d'autre part, que les résultats négatifs ne sont vraiment tels que dans les limites de précision de la méthode. Il

résulte déjà de nos essais que l'*iodovaporisation* est en relation directe avec la teneur en iode donnée par l'analyse. Il est permis de supposer que les algues inactives en apparence émettent cependant des traces d'iode, auquel cas la fonction d'iodovaporisation aurait un caractère général; le cas des algues à ioduques en serait une manifestation particulière.

L'influence de l'âge existe chez les Laminaires où les très jeunes plantules dégagent peu ou pas d'iode, et chez le *Laminaria saccharina*, des individus de même taille sont parfois très différemment actifs.

Enfin le phénomène est d'une intensité variable suivant les régions de la plante et la zone stipo-frondale se distingue par son intense pouvoir iodogène, mais l'émission d'iode peut se rencontrer partout, même sur les crampons.

La production d'iode est due à l'activité spéciale des cellules corticales périphériques : une coupe fraîche dans un stipe de *L. flexicaulis* placée sur un papier donne rapidement une ligne bleue circulaire, comme un décalque et, au microscope, dans une goutte d'eau de mer, en présence de grains d'amidon, on voit que le bleuissement n'a lieu qu'à l'extérieur de la coupe, et d'abord au contact de la membrane périphérique. Aucune trace n'est produite au niveau des cellules de la moelle ou de l'écorce et même au niveau des petites cellules du pourtour, sinon du côté extérieur.

ZOOLOGIE. — *Sur les montées restreintes des Civelles dans la partie orientale de la Méditerranée*. Note de M. G. **Athanassopoulos**, présentée par M. L. Joubin.

On admet ordinairement ([1]) que le manque des anguilles dans la mer Noire et ses affluents est dû au fait que, au fond de cette mer presque entièrement fermée, abondent les substances sulfureuses. « It is not found, écrit Boulenger, in the Black Sea nor in the rivers flowing into it, owing no doubt to the sulphurous nature of the bottom of the sea, to which, as we now know, these Fish would have to resort for breeding. »

En nous basant sur nos observations sur les montées restreintes des Civelles en Grèce, nous croyons que la cause de l'absence de l'anguille dans la mer Noire, est un cas bien démonstratif du mode de multiplication

---

([1]) *Cambridge Natural History*. *Fishes*. Boulenger. Macmillan. 1910.

des anguilles, qui est resté pendant des siècles mystérieux et qui n'a été éclairci que tout dernièrement par les travaux de Schmidt.

Nous avons déjà observé depuis longtemps [2] que la montée des Civelles en Grèce est restreinte. Des observations ultérieures nous ont amené à établir que cette restriction est générale pour les pays situés dans le bassin oriental de la Méditerranée.

Nous croyons pouvoir dire *que la valeur des montées des Civelles dans la Méditerranée diminue de l'Occident vers l'Orient, à partir de Gibraltar.* En Espagne et en France on trouve des montées abondantes; en Italie les montées sont encore remarquables. Mais en Grèce la montée est très réduite comme nous l'avons observé plusieurs fois.

Aucune embouchure d'aucun fleuve de la Grèce n'est connue comme présentant une montée de civelles, je ne dis pas remarquable, mais même appréciable. En outre, la quantité même des anguilles pêchées dans nos eaux est fort restreinte. Selon nos observations le total annuel n'atteint pas 150000^{kg} dans tout le pays.

Nous pensons pouvoir expliquer ces restrictions de la façon suivante, qui s'accorde avec ce qui a été découvert ces derniers temps sur la reproduction des anguilles :

Les civelles faisant route depuis leur éclosion dans la région des îles Bermudes vers l'Orient arrivent à l'entrée de la Méditerranée; après avoir franchi le détroit de Gibraltar, elles suivent les côtes méditerranéennes et surtout la côte septentrionale; elles se trouvent obligées de parcourir la côte de la péninsule italienne. Durant ce long voyage supplémentaire en Méditerranée leur nombre diminue sérieusement, soit par les montées dans les eaux douces espagnoles, françaises et italiennes, soit par les destructions causées par de nombreux animaux marins. Ainsi un nombre relativement fort restreint de civelles subsiste encore après le passage par les côtes italiennes. Ce ne sont que des débris des masses compactes des civelles arrivées à Gibraltar, qui finissent par atteindre les côtes grecques et entrent péniblement dans les eaux de la péninsule balkanique. C'est ainsi qu'il n'y a plus à cette place de civelles capables de continuer le voyage et de pénétrer par les Dardanelles jusqu'à la mer Noire. La quantité des anguilles dans les îles de l'Archipel grec est quasi nulle. Ici et là on trouve quelques vestiges de passage d'anguilles. D'autre part le fleuve d'Evros (Maritza)

---

(1) V. G. Athanassopoulos, *Quelques observations sur les Civelles* (*Bull. Musée océanographique, Monaco*, n° 383, 1921).

n'est pas fréquenté par les anguilles et les mares environnant ce fleuve assez important de la Thrace sont privées d'anguilles presque entièrement. Et pourtant on n'est pas encore là à la mer Noire.

D'après ce qui précède nous croyons pouvoir dire que la diminution de la quantité des anguilles, progressive de l'Ouest vers l'Est de la Méditerranée, est un fait dû à la situation des lieux de ponte de l'anguille européenne. Et que, par conséquent, il ne faut pas espérer trouver des quantités importantes d'anguilles dans le bassin oriental de la mer Méditerranée.

PHYSIOLOGIE. — *L'influence du taux de la glycémie sur la grandeur des échanges et les problèmes de l'action dynamique spécifique et de la consommation de luxe.* Note (1) de MM. **E.-F. Terroine** et **R. Bonnet**, présentée par M. d'Arsonval.

La doctrine de l'action dynamique spécifique formulée par Rubner, défendue par nous à quelques modalités près, voit l'explication de ce phénomène dans une perte d'énergie au cours de la transformation des protides et des lipides en la ou les substances, glucose ou corps voisins, seules utilisées par la cellule pour ses travaux chimiques et mécaniques. Une telle doctrine comporte nécessairement l'absence de toute action dynamique du glucose. C'est là cependant une question qui reste débattue ainsi que l'un de nous (2) l'a montré dans une étude antérieure.

Qu'il y ait une légère augmentation de la dépense énergétique après ingestion de sucre c'est ce que ni Rubner, ni nous-mêmes n'avons jamais songé à nier. Mais cette augmentation, extrêmement faible, nous paraît être le fait des processus digestifs, non d'une variation du métabolisme intime. Et s'il en est bien ainsi, l'introduction directe du glucose dans le sang ne devra provoquer aucune modification. Or des études ont bien été faites sur ce point, mais elles aboutissent à des résultats contradictoires. Tandis que dans ce cas Boyd, Hynes et Leese (3) observent chez le chien une augmentation de 50 pour 100 de la production calorique; dans des expériences très bien conduites Stricker et Bouckaert (4) en triplant le taux de la glycémie

(1) Séance du 13 février 1928.

(2) Terroine, *Le métabolisme de base* (Presses Universitaires), Paris.

(3) *Am. J. of Physiol.*, 74, 1926, p. 656-673.

(4) *C. R. Soc. Biol.*, 91, 1924, p. 97.

provoquent une légère diminution des échanges. Doit-on trouver la cause de cette contradiction dans le fait que Boyd, Hynes et Leese ont largement dépassé la limite de tolérance de l'animal pour le sucre? Y a-t-il à distinguer entre les espèces? Quoi qu'il en soit il nous a paru indispensable de reprendre ces essais.

Reprise d'autant plus utile que les résultats acquis nous renseigneront en même temps sur une question toute différente : celle de la consommation de luxe. Nous avons précédemment montré que, chez les microorganismes la grandeur des échanges n'est nullement influencée par la concentration des aliments dans le milieu sur lequel ils se développent. Une surcharge de l'organisme en glucose mettra-t-elle en évidence le même phénomène chez les êtres supérieurs ou provoquera-t-elle au contraire une augmentation des échanges? Et si une telle augmentation ne s'observe pas pour une surcharge unique n'apparaîtra-t-elle pas, par une sorte d'adaptation, si l'on répète cette surcharge à de nombreuses reprises chez le même animal? C'est à ces multiples questions que nous avons tenté de répondre.

Des dosages par la méthode de Hagedorn nous ont montré que la concentration en sucre du sang passe de 0,9 à 1 pour 1000 chez le lapin normal à 4 pour 1000 après administration sous-cutanée de 20^{g} de glucose en solution à 10 pour 100. Nous réunirons ultérieurement dans un Mémoire étendu la totalité des données expérimentales. Dès aujourd'hui on trouvera ci-dessous quelques valeurs à titre d'exemple, permettant de dégager les résultats essentiels.

Espèce animale.	Quantité de glucose administrée en gr.	Quotient respiratoire au jeûne.	Quotient respiratoire après l'absorption du sucre.	Intensité des échanges par kg-heure, en calories au jeûne.	Intensité des échanges par kg-heure, en calories après l'absorption du sucre.	Variation des échanges provoquée par l'absorption en %.
		Ingestion unique.				
Lapin.........	22,75	0,75	0,98	4,49	4,70	+4,6
Pigeon........	8	0,92	0,99	6,45	6,66	+3,2
		Injection unique.				
Lapin........	30,42 (limite de tolérance)	0,99	0,99	3,57	3,57	±0
Cobaye........	6,70	0,81	1,0	4,00	5,11	+2,7
Pigeon........	5,34	0,94	0,97	6,33	6,33	±0

Espèce animale.	Quantité de glucose administrée en gr.	Quotient respiratoire au jeûne.	Quotient respiratoire après l'absorption du sucre.	Intensité des échanges. par kg-heure, en calories au jeûne.	Intensité des échanges. par kg-heure, en calories après l'absorption du sucre.	Variation des échanges provoquée par l'absorption en %.
			Injections répétées.			
Lapin, 6 mai...	0	0,99	–	3,57	–	–
» 11 » ...	14,64	–	1,00	–	3,34	–
» 12 » ...	18,30	–	0,92	–	3,99	–
» 16 » ...	24,40	–	0,91	–	3,47	–
» 18 » ...	18,11	–	0,88	–	3,46	–
» 19 » ...	28,80	–	0,88	–	3,39	–
» 24 » ..	13,40	–	0,89	–	3,69	–
» 27 » ...	26,80	–	0,90	–	3,53	–
» 1er juin...	30,42	–	0,99	–	3,57	–
» 2 » ...	12,17	–	0,85	–	3,74	–
» 7 » ...	28,00	–	0,87	–	3,31	–
» 9 » ...	30,42	–	0,88	–	3,57	–

Des valeurs observées, nous croyons qu'on peut tirer les conclusions suivantes :

1° Une augmentation considérable du taux de la glycémie, quelle que soit l'espèce animale étudiée, ne modifie en rien la grandeur des échanges; observation qui confirme de tout point celle faite par Stricker et Bouckaert sur le lapin.

2° Il n'y a aucune action dynamique spécifique du glucose dans le sens réel qu'il convient d'attribuer à cette expression; la légère augmentation des échanges observée après l'ingestion de sucre disparaissant lors de l'injection montre bien qu'il s'agit de la conséquence des processus digestifs, non d'un phénomène de métabolisme.

3° Pas plus que les cellules des microorganismes, celles des organismes supérieurs ne règlent leur consommation sur la concentration des aliments qni leur sont offerts et aucune adaptation n'apparaît à cet égard.

Il résulte de ce fait : d'une part que la conception qui voit dans l'action dynamique une action excitante de masse est indéfendable ; d'autre part que la consommation de luxe, parfois observée chez les homéothermes, ne paraît pas devoir s'expliquer par une influence immédiate de la quantité des aliments offerts sur le métabolisme cellulaire.

PHYSIOLOGIE. — *Lois d'éducation physique*. Note de M. **Jules Amar**, transmise par M. d'Arsonval.

Au moment où l'*éducation physique* prend un nouvel essor, même en France, il devient nécessaire d'en préciser *les lois fondamentales*.

I. *Au point de vue névro-musculaire*, il faut conduire parallèlement le jeu des muscles et celui des poumons, leur intime dépendance étant établie définitivement. Le manque d'usage des uns entraîne la déchéance des autres, et les animaux les plus musclés ont un thorax bien développé.

Il faut *que l'entraînement soit progressif et continu*, et il n'est efficace que s'il débute avec l'enfance. Il ne sera pas exclusif, mais s'adressera à des groupes de muscles à la fois, « l'action isolée n'étant point dans la nature » (Duchenne de Boulogne). Il ne sera pas brutal, nos *petits muscles* (des doigts, de la face) se constituant plus tard que les gros et se fatiguant plus rapidement.

Dans l'enfance, cellules et fibres, soit nerveuses, soit musculaires, se prêtent plastiquement à tous les modes de mouvement; leur trame s'affine et se spécialise, s'adapte; c'est un prodigieux ensemble de récepteurs aux enseignements de la vie de relations. *Cette éducation peut commencer à l'âge de six ans*. Elle bénéficie aussi de l'hérédité.

L'entraînement bien conçu *accroît la résistance physique et mentale*. J'ai montré (voir *Le Moteur humain*) que le sauvage est moins endurant que le civilisé. Je trouve, à l'encontre d'un préjugé reçu, que les étudiants et hommes d'études les plus forts d'esprit pratiquent les sports. Enfin, Suk-Schück, examinant les écoles tchécoslovaques, vient de nous le confirmer. La vigueur des écoliers augmente avec leur degré d'instruction.

II. *Au point de vue respiratoire*. — Nos expériences, et déjà celles de d'Arsonval, Gautiez et moi-même [1], établissent nettement l'*importance de l'activité respiratoire dans les exercices physiques*. Ceux-ci doivent toujours favoriser le libre épanouissement des poumons, et davantage par le relèvement des côtes que par les coups de piston du diaphragme. Ainsi *un tiers d'oxygène en plus* circulera dans le sang, y apportant son effet énergétique et antitoxique.

Les respirations doivent également s'effectuer en profondeur; sinon, elles

(1) Jules Amar, *Organisation et Hygiène sociales*, p. 430 et suiv. (Dunod, éditeur, Paris, 1927).

fatigueraient les centres nerveux et le cœur, ce dernier étant déterminé, par *le rapport hémopnéique* (Amar, *loc. cit.*), à venir *compenser* le tirage défectueux des poumons; il se contracte alors à fond et surmène l'*élasticité* des vaisseaux sanguins. Autre preuve que l'éducation physique est meilleure dans le jeune âge.

Somme toute, *pas de culture physique sans bonne respiration*.

III. *Au point de vue du rythme*. — Enfin la contraction musculaire doit être suivie d'un repos réparateur, c'est-à-dire accomplie à *un rythme physiologique*. Dans tout exercice, il y a, selon l'effort et la vitesse, un rythme optimum, et *une durée totale limite*. C'est à l'expérience à donner ces renseignements, comme nous en avons fournis dans les Ouvrages ci-dessus.

Ajoutons que le fonctionnement du cœur obéit au rythme que nous voudrions, et que l'accélération de ses battements ne saurait être que momentanée sous peine de *surmenage*, d'intoxication cellulaire. Dans les conditions normales, un cœur adulte, qui pèse 250^{g}, se contracte en 0,33 seconde et se repose en 0,53 seconde, soit *un rapport de* 5 *à* 8; et son travail est de $0^{kgm},360$, environ $1^{kgm},50$ *par kilogramme de muscle cardiaque*. A ce même rythme physiologique d'infatigabilité, on calculerait le travail des muscles jambiers dans la marche. Leur poids moyen est de $1^{kg},800$; leur travail sera donc

$$1,800 \times 1,50 = 2^{kgm},70.$$

Chez un homme de 65^{kg}, cela fait un déplacement vertical de

$$2,70 : 65 = 0^{m},04.$$

Le centre de gravité du corps humain oscille de cette hauteur de 4^{cm} dans *la marche ordinaire*, normale, celle de 100 pas à la minute ou 4^{km} *à l'heure*.

L'expérience a vérifié cette application de ce que j'appellerai *la loi cardio-dynamique*. Le sens profond de toute l'éducation musculaire est dans la recherche de cette loi cardio-dynamique que la nature met en valeur automatiquement, par un mécanisme physiologique protecteur.

PHARMACODYNAMIE. — *Dosage biologique des quantités de glucosides cardio-actifs fixées par le cœur de grenouille.* Note [1] de MM. **E. Rothlin** et **Th. Oliaro**, présentée par M. Charles Richet.

La méthode biologique seule permet de déterminer la quantité d'un glucoside nécessaire pour arrêter le cœur de grenouille. Nous avons appliqué cette méthode aux glucosides de la scille. Stoll et ses collaborateurs ont décrit, sous le nom de scillarène A, un glucoside cristallisé ($C^{36}H^{52}O^{13}$) et, sous celui de scillarène B, un complexe amorphe constitué probablement par un mélange de deux glucosides.

Nos expériences ont porté sur le scillarène A, le scillarène B et le complexe glucosidique naturel de la drogue que nous appellerons Sq 1005. Nous avons cherché, pour ces trois produits, à déterminer la quantité de chacun d'eux fixée, d'après Straub, par le cœur isolé de la *Rana temporaria*.

Nous avons déterminé la concentration minima de glucoside, nécessaire pour provoquer l'arrêt du cœur. Ce fut pour le scillarène A, 1 : 900000; pour le scillarène B, 1 : 1 300000 et, pour le Sq 1005, 1 : 1 000000.

Ces résultats nous ont servi de base pour déterminer les quantités de substances nécessaires pour arrêter le cœur isolé de grenouille. Nous avons appliqué ici le procédé dit de passage, en opérant comme suit. On soumet un premier cœur à l'action d'une concentration supérieure à la concentration limite; une fois l'arrêt de ce cœur obtenu, on soumet un second cœur à l'action du contenu de la même canule et ainsi de suite jusqu'à ce que le dernier cœur ainsi traité ne soit plus arrêté par le contenu de la canule. Nous pouvons admettre que la concentration de la solution glucosidique correspondait, à la fin de l'expérimentation (dernier cœur), à la concentration minima déterminée au préalable.

Connaissant la quantité de substance en présence aux concentrations initiale et finale (minima), nous avons pu calculer la quantité en poids de glucoside nécessaire pour intoxiquer chaque cœur. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-après:

(1) Séance du 20 février 1928.

Produit.	Dose initiale. Concentration.	Dose initiale. Quantité en mg.	Dose minima. Concentration.	Dose minima. Quantité en mg.	Quantité de substance adsorbée pendant l'expérience en mg.	Nombre de cœurs arrêtés successivement.	Quantité de glucoside adsorbé par cœur.
Scillarène A..	$\frac{1}{600000}$	0,000815	$\frac{1}{900000}$	0,00055	0,000265	3	0,00009
Scillarène B..	$\frac{1}{600000}$	0,000815	$\frac{1}{1300000}$	0,00038	0,000435	3	0,000145
Sq 1005......	$\frac{1}{600000}$	0,000815	$\frac{1}{1000000}$	0,0005	0,000315	3	0,000105
	$\frac{1}{700000}$	0,00072	$\frac{1}{1000000}$	0,0005	0,00022	2	0,00011

Ainsi, il y a des différences notables entre l'activité des trois produits étudiés. Le scillarène B s'est révélé plus actif (dilution limite $\frac{1}{1300000}$) que le scillarène A (dilution limite $\frac{1}{900000}$). Mais, dans l'expérience de passage au contraire, la quantité fixée par chaque cœur a été plus faible pour le scillarène A ($0^{mg},00009$) que pour le scillarène B ($0^{mg},000145$).

L'explication de ce résultat inattendu nous paraît devoir être cherchée dans les différences de propriétés physico-chimiques de ces deux substances. Le scillarène B, de poids moléculaire plus petit et de solubilité plus grande que le scillarène A, est fixé probablement par le myocar dedans une proportion plus élevée que celle qui est nécessaire pour provoquer l'arrêt du cœur.

Nous avons ensuite cherché à savoir si l'intoxication du cœur dépend de la concentration ou de la quantité absolue de glucoside qu'elle contient. En faisant varier le volume du liquide dans la canule de $0^{cm^3},5$ à 3^{cm^3} et en déterminant la concentration minima correspondant à chaque volume, nous avons trouvé pour le scillarène A les résultats suivants :

Volume du liquide (en cm³).	Concentration limite.	Quantité absolue (en mg).
0,5....................	1 : 900 000	0,00055
1,0....................	1 : 1400 000	0,00071
2,0....................	1 : 1800 000	0,00110
3,0....................	1 : 2250 000	0,00132

On le voit, l'intoxication du cœur isolé de grenouille par le scillarène A dépend, dans nos conditions d'expériences, d'autant plus de la quantité de glucoside par centimètre cube, que le volume utilisé est plus petit.

Ce résultat correspond aux observations de Clark (¹) sur la digitoxine.

(¹) CLARK, *Proceedings of the Royal Society of Medicine*, 5, 1912 (*Therapeutical and Pharmacological Section*), p. 181-197.

ÉLECTROPHYSIOLOGIE. — *Excitation transcérébrale du système pyramidal chez l'Homme. Mesures de chronaxies normales et pathologiques.* Note de M. **Georges Bourguignon**, transmise par M. d'Arsonval.

Dans une série de travaux antérieurs sur le traitement de l'hémiplégie, j'ai montré qu'on peut faire pénétrer le courant continu dans la masse cérébrale en plaçant une électrode sur un œil et l'autre électrode sur l'interstice occipito-vertébral. J'ai pu ainsi, avec une électrode positive imbibée d'une solution de $CaCl^2$ à 1 pour 100 placée sur l'œil du côté de la lésion cérébrale, obtenir des améliorations, souvent remarquables, chez les hémiplégiques contracturés.

Ces résultats thérapeutiques constituaient ainsi une démonstration de la pénétration du courant à l'intérieur du crâne par cette méthode.

J'ai alors pensé que, si mes déductions étaient exactes, je devrais, en substituant au courant continu un courant interrompu, obtenir des excitations des voies motrices centrales en utilisant la même disposition des électrodes.

L'expérience a pleinement confirmé ces prévisions. Chez l'Homme normal, en fixant une électrode indifférente à la nuque au niveau de l'interstice occipito-vertébral, et en mettant une petite électrode d'électrodiagnostic sur l'œil d'un côté, les paupières étant fermées, j'ai obtenu à chaque fermeture brusque du courant, lorsque l'intensité est suffisante, des contractions dans le membre supérieur du côté opposé. Quand l'intensité est très grande, on obtient des contractions des deux côtés, mais plus fortes du côté opposé que du côté de l'œil sur lequel est placée l'électrode.

En déplaçant la petite électrode à la surface de l'œil, on trouve, par tâtonnement, des points pour lesquels on obtient la flexion des doigts et d'autres pour lesquels on obtient l'extension et l'on peut ainsi produire des contractions localisées dans les différents muscles du membre supérieur droit avec l'électrode placée sur l'œil gauche, et du membre supérieur gauche avec l'électrode placée sur l'œil droit.

Je n'ai pas encore exploré le membre inférieur, dont les voies motrices centrales paraissent plus difficiles à exciter de cette manière que celles du membre supérieur et de la face.

Chez le Lapin, j'ai pu obtenir, de la même manière, l'excitation du système pyramidal pour les quatre membres.

Ces faits étant bien établis, j'ai pratiqué des mesures de chronaxie du système pyramidal de l'Homme.

Chez cinq sujets normaux (3 hommes et 2 femmes), j'ai trouvé, pour l'extension des doigts et leur flexion, *la même chronaxie que pour les muscles correspondants*, soit $0^{\sigma},44$ à $0^{\sigma},72$ pour l'extension et $0^{\sigma},20$ à $0^{\sigma},36$ pour la flexion.

Chez l'Homme normal, les systèmes pyramidaux intraencéphaliques sont donc isochrones avec les systèmes neuro-musculaires correspondants.

Je n'ai pas trouvé les grandes chronaxies qu'on trouve souvent dans les excitations cérébrales après trépanation chez le chien (travaux de M. et Mme Chauchard et de Rizzolo). On peut se demander si ces grandes chronaxies ne sont pas pathologiques et liées au traumatisme de la trépanation.

A l'état pathologique, j'ai eu récemment l'occasion d'examiner deux blessés du crâne avec trépanation, ne présentant que de légers troubles fonctionnels du côté opposé à la trépanation. J'ai pu constater chez ces deux blessés que, malgré la conservation presque complète des mouvements volontaires, il y avait un *hétérochronisme* important entre le système pyramidal et le système moteur périphérique. Chez l'un d'eux même, atteint d'une blessure du crâne à gauche, il y avait en même temps une atteinte directe des nerfs du trapèze cervical gauche avec dégénérescence partielle de ce muscle. Il y avait ainsi un hétérochronisme bilatéral compatible avec l'existence de mouvements volontaires, d'origine centrale pour le trapèze cervical et le sterno-cleido-mastoïdien droits, d'origine périphérique pour le trapèze cervical gauche. Voici les chiffres :

Muscles.	Chronaxie du point moteur du muscle.	Chronaxie du système pyramidal correspondant.	Chronaxies périphériques normales.
	σ	σ	
Trapèze cervical gauche	1,48	0,10	$0^{\sigma},08$ à $0^{\sigma},16$
Trapèze cervical droit	0,24	0,52	
Sterno-cleido-mastoïdien gauche	0,12	0,12	
Sterno-cleido-mastoïdien droit	0,20	2,40	

Le sterno-cleido-mastoïdien gauche montre l'*isochronisme normal*.

Les deux muscles droits montrent l'*hétérochronisme*, allant jusqu'à 10, d'origine centrale; les muscles droits ont en outre une chronaxie double de la normale, par répercussion de la lésion pyramidale, comme je l'ai montré antérieurement.

Le trapèze cervical gauche montre l'hétérochronisme d'origine périphérique, dépassant 10.

De ces faits on peut donc conclure :

1° Chez l'Homme, l'isochronisme paraît être la règle à l'état normal;

2° Le fonctionnement du système moteur total admet un hétérochronisme entre le système central et le système périphérique beaucoup plus grand (10) que celui (2 à 3) qu'admet le fonctionnement du système moteur périphérique entre le nerf et le muscle.

Il paraît donc y avoir entre le neurone moteur central et le neurone moteur périphérique un lien du même genre, *mais plus lâche*, qu'entre le nerf et le muscle.

ÉLECTROPHYSIOLOGIE. — *Sur une nouvelle expression théorique des intensités liminaires en fonction des durées des stimuli.* Note de MM. **Henry** et **Édouard Lassalle**, transmise par M. d'Arsonval.

Selon une convention énoncée par Lapicque ([1]), nous nommerons *excitation* l'ensemble des modifications physico-chimiques réalisées dans un organe excitable par le passage d'un courant électrique. Sans préciser autrement la nature de l'entité ainsi définie, nous pourrons la mesurer sous la condition de spécifier sa dimension. Si l'on considère cette grandeur comme la résultante des travaux élémentaires accomplis dans le protoplasma par l'excitant électrique, il est logique de l'homologuer à une énergie. Nous admettrons donc, *par hypothèse*, que l'excitation élémentaire dE est proportionnelle à l'énergie électrique apportée par le courant constant d'intensité i pendant la durée élémentaire dt de son passage :

$$dE = mi^2\,dt.$$

D'autre part, on ne peut concevoir que cette grandeur E croisse indéfiniment avec le temps, comme l'impliquerait l'intégration de l'expression ci-dessus, puisque l'expérience montre que tout stimulus qui n'a pas atteint le seuil dans un temps inférieur *au temps utile* est toujours inefficace. Il apparaît, par suite, que la valeur de l'excitation doive passer par un maximum [Strohl ([2]), Ozorio de Almeyda ([3])]. Pour exprimer analytiquement cette deuxième hypothèse, le mode *le plus simple* consiste à poser :

$$dE = mi^2\,dt - pt\,dt.$$

où m et p sont des constantes.

([1]) L. Lapicque, *Annales de Physiologie*, 1, 1925, p. 133-158.

([2]) Strohl, *C. R. Soc. de Biol.*, 88, 1923, p. 1277.

([3]) Ozorio de Almeyda, *Annales de Physiologie*, 3, 1927, p. 129.

Cette équation différentielle donnera immédiatement E si l'on suppose que sa valeur est nulle pour $t = 0$. Or, une réaction minimale est observée quand E atteint le seuil de l'excitation S. La durée et l'intensité d'un stimulus liminaire devront donc satisfaire à la condition

$$S = mi^2 t - \frac{p}{2} t^2, \qquad (1)$$

équation qui aura des racines en t quand le discriminant sera positif, c'est-à-dire dans le cas où l'intensité sera supérieure à la valeur minima

$$a = \sqrt[4]{\frac{2pS}{m^2}}.$$

Pour cette valeur limite de i, l'équation admet la racine (double) $T = \sqrt{\frac{2S}{p}}$. On reconnaît immédiatement en a l'*intensité rhéobasique* et en T le *temps utile*, de sorte que l'on peut tirer S et p des deux formules précédentes et les exprimer en fonction de a et de T, grandeurs directement données par l'expérience. Portant ces valeurs de S et de p dans l'équation (1) et résolvant par rapport à i, il vient :

$$i = \frac{a}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{t}{T} + \frac{T}{t}}.$$

La simplicité et la précision de cette expression permettent de l'utiliser en pratique, dans les limites de temps où elle a été définie, c'est-à-dire pour des durées inférieures au temps utile E, dont la valeur théorique, tirée de la formule, est de 7,87 chronaxies. En comparant les valeurs calculées aux chiffres expérimentalement déterminés sur des préparations neuro-musculaires diverses, on relève une remarquable coïncidence ; les écarts n'atteignent pas 3 pour 100 de la rhéobase et restent par conséquent dans les limites de l'approximation des mesures correctes.

Pour des durées supérieures à T, la formule cesse d'avoir un sens physiologique, puisque l'intensité liminaire est égale à la rhéobase.

L'expression des quantités liminaires comporte, dans la représentation graphique, l'inflexion initiale des courbes expérimentales. L'expression des énergies est une fonction élémentaire du second degré du temps.

Nous sommes portés à croire que ces diverses formules des valeurs de l'excitant liminaire, auxquelles conduit la théorie, pourront dans de nombreux cas être utiles aux chercheurs, grâce à leur souplesse mathématique et à leur degré d'approximation.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *L'évolution d'un tropisme.*
Note de Mlle **Goldsmith**, présentée par M. E. Bouvier.

Le mode d'existence et de nutrition, très particulier, de *Galleria melonella*, microlépidoptère parasite des ruches d'Abeilles, a depuis longtemps attiré l'attention des biologistes, mais les réactions de cet insecte aux influences extérieures n'ont été que peu étudiées. Elles offrent cependant un certain intérêt, en raison même de la réduction et de la simplification qu'elles subissent du fait de l'uniformité et de la constance du milieu. Les observations exposées ici se rapportent uniquement aux réactions à la lumière. La vie de *G. melonella* dans l'obscurité de la ruche, tant au stade larvaire qu'au stade d'imago, ferait supposer qu'elle doit présenter un phototropisme négatif. On constate cependant que l'insecte adulte montre à l'égard de la lumière une complète indifférence : ni l'éclairement brusque, ni l'obscurcissement brusque ne le font sortir de l'immobilité dans laquelle il se tient habituellement. Les chenilles, au contraire, sont douées d'un phototropisme négatif très net et qui présente ce trait particulier qu'il ne se manifeste pas dès l'éclosion, mais se développe à mesure que la chenille avance en âge et atteint son maximum à la période qui précède immédiatement la nymphose. L'apparition d'un tropisme au cours de l'existence d'un animal ou le changement de signe d'un tropisme existant est un fait bien connu, mais ces changements sont ordinairement concomittants avec une modification soit dans le régime alimentaire, soit dans le mode d'existence général. Ici, rien de semblable ne se produit : depuis son éclosion jusqu'à la nymphose, la chenille vit dans le même milieu et se nourrit de la même façon.

A l'éclosion, la chenille de *Galleria melonella*, malgré sa grande mobilité, ne réagit aucunement ni au changement brusque d'éclairement, ni au passage d'un milieu éclairé à un milieu obscur. Il en est de même pendant assez longtemps. Dans les expériences ici exposées il n'a pas été établi exactement à quelle époque cet état de choses change : la rapidité de la croissance dépend essentiellement de la température; dans les élevages considérés ici la température variait de 25 à 35°, et le moment où une certaine sensibilité pour la lumière se révélait correspondait à un âge de 15 jours à 1 mois et à une taille des chenilles de $0^{cm},5$ à 1^{cm}. Placées dans un cristallisoir dont une moitié est éclairée et l'autre obscurcie à l'aide d'écrans, les chenilles de cet âge, tout en circulant librement partout,

séjournent notablement plus longtemps à l'ombre qu'à la lumière. Si l'on tourne le cristallisoir de façon à éclairer la moitié précédemment sombre et vice versa, on observe un lent mouvement des chenilles vers l'ombre, mouvement d'autant plus net que les chenilles sont plus grandes. Les écrans enlevés, elles recommencent à circuler librement en tous sens. A partir de cet âge approximatif, le phototropisme négatif s'accentue de plus en plus. L'observation d'une population de chenilles d'âges différents montre bien les stades successifs de cette évolution.

I. De nombreuses chenilles vivent, enfoncées dans la cire, dans des bocaux placés dans une étuve à 32°. Elles sont bien visibles, car elles tissent leurs tubes de soie en contact avec les parois de verre, qui leur offrent un fond solide. Si, en ouvrant la porte de l'étuve, on projette brusquement la lumière sur les chenilles, on les voit immédiatement sortir de leur immobilité et s'agiter. Les plus âgées (elles ont ici 2 à 3^{cm} de longueur) s'enfoncent rapidement dans la cire et disparaissent; même parmi celles qui étaient déjà immobilisées dans leurs cocons pour la nymphose, quelques-unes sortent de leurs cocons et s'enfoncent, d'autres s'agitent sur place.

Les chenilles plus jeunes (longueur de 1 à 2^{cm}) manifestent leur excitation par des mouvements en avant et en arrière dans leurs tubes, mouvements inutiles, car ils ne les font pas sortir de la zone éclairée. Il est probable que la force de leurs mandibules n'est pas suffisante pour leur permettre de percer le tissu, très résistant, du tube immédiatement et à n'importe quel endroit, mais, à force de mouvements, elles y parviennent et s'enfoncent à leur tour. Quelques minutes après, aucune chenille grosse ou moyenne n'est plus visible. (Et ce n'est pas là un effet du choc, car on peut laisser les choses en état aussi longtemps qu'on voudra sans voir ces chenilles reparaître.) Par contre, le nombre de chenilles jeunes (longueur $0^{cm},50$ à 1^{cm}) visibles augmente : en plus de celles qui se tenaient près de la paroi et que la lumière a laissées indifférentes, on en voit d'autres sortir des profondeurs. Il est probable que ce déplacement a été provoqué par les secousses produites dans la masse de cire par les grosses chenilles au moment de leur enfoncement. Arrivées à la surface éclairée, ces jeunes chenilles continuent à avancer sans être gênées par la lumière.

II. Dans les mêmes conditions d'expériences, de nombreuses grosses chenilles (1 à 2^{cm}) se trouvent, dans un bocal, au-dessus de la masse de cire dans un abondant enchevêtrement de toile tissée par elles. Sous l'influence de la lumière brusquement projetée, elles descendent immédiatement et s'enfoncent dans la cire, tandis que les chenilles plus petites, placées contre la paroi du verre, restent encore visibles.

III. Des chenilles de tailles différentes ($0^{cm},8$ à $2^{cm},5$) sont placées dans un récipient dont une moitié est rendue obscure. Toutes, après quelques mouvements de va-et-vient, se placent dans la partie obscure, mais on constate des différences : les mouvements des plus âgées sont plus rapides, plus rectilignes, comportant moins de zigzags.

L'intérêt de cette apparition tardive et de cette accentuation graduelle d'un tropisme réside dans l'analogie avec ce qui se passe dans l'évolution de

certains instincts. Ces faits nous confirment dans l'idée qu'il est impossible de tracer une ligne de démarcation entre l'instinct et le tropisme, de même qu'entre ces deux phénomènes et celui du réflexe. Les différences ne sont ici que dans le degré de complexité.

BIOLOGIE. — *Rôle du poisson vivipare américain* Gambusia Holbrooki, *dans la lutte contre le paludisme en Corse.* Note de M. E. Brumpt, présentée par M. L. Joubin.

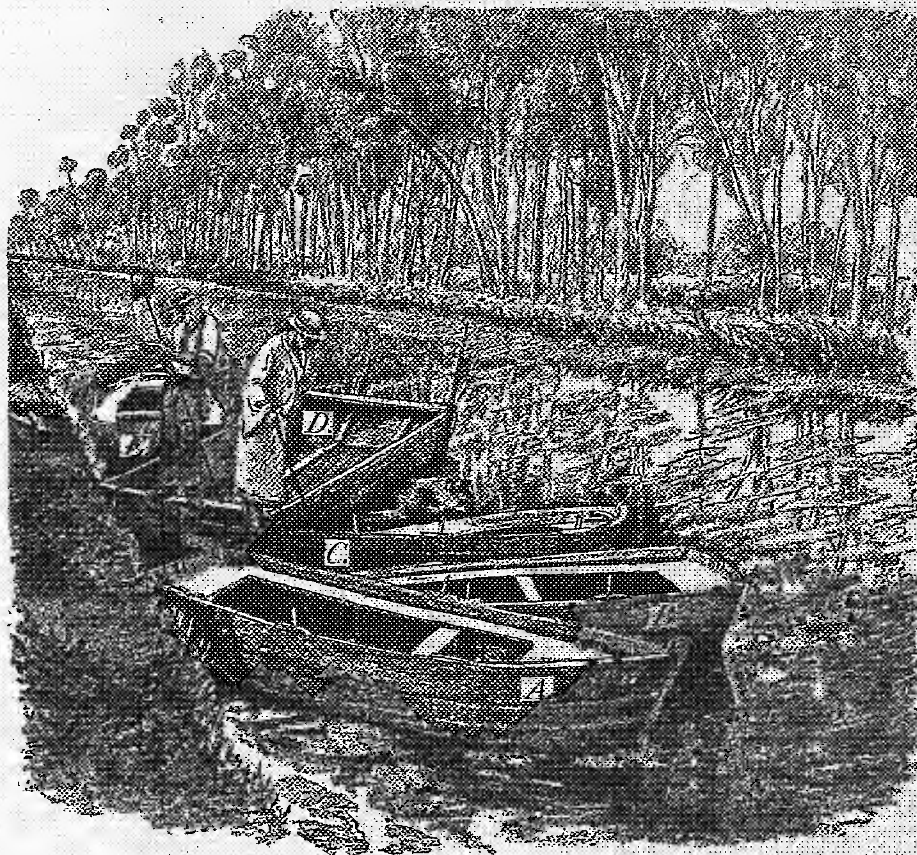
Malgré les merveilleux résultats obtenus dans certains pays par la destruction des larves de moustiques, l'application des diverses méthodes mécaniques et chimiques de lutte antilarvaire, utilisées dans la prophylaxie du paludisme, se heurte trop souvent soit à la mauvaise volonté des intéressés, soit à la faiblesse ou à l'inertie des pouvoirs publics, soit, et plus souvent encore, au prix élevé des travaux à effectuer pour réaliser cette lutte.

C'est la raison pour laquelle nous devons toujours nous efforcer d'utiliser des méthodes biologiques, en particulier celles qui sont basées sur la voracité de certains poissons, exotiques ou non, ayant une prédilection marquée pour les larves de moustiques. Ces méthodes présentent en effet l'avantage d'être peu coûteuses et de ne déranger en rien les habitudes de la population des régions impaludées.

Presque tous les caractères morphologiques et biologiques que doivent présenter les bons poissons larvivores : petite taille, agilité, voracité, résistance et multiplication dans tous les milieux où se développent les larves de moustiques, très grande fécondité, existent chez les diverses espèces [1] de *Gambusia* originaires de l'Amérique du Nord. L'espèce importée en Espagne en 1921 dans un but antipaludique est le *Gambusia Holbrooki*. Elle avait été envoyée par le Bureau of Fisheries des États-Unis, sur la demande de M. Sella, à l'Institut océanographique de Barcelone. Après un séjour de quatre mois à cet Institut les poissons furent répandus dans des mares naturelles à Fuente del Roble, en Estramadure, par Pittaluga, Sella et Sadi de

[1] Jusqu'à ces dernières années on a confondu sous le nom de *Gambusia affinis* 3 espèces différentes. Le véritable *G. affinis* habite le sud des États-Unis depuis la Floride jusqu'à la frontière mexicaine et le Mexique jusqu'à Tampico; le *G. Holbrooki* se rencontre depuis la Virginie jusqu'à l'Alabama, enfin le *G. patruelis* vit depuis la Floride jusqu'au Texas.

Buen. Les *Gambusia* se multiplièrent si bien qu'en 1922 il fut possible d'en exporter de nombreux exemplaires en Italie. C'est de ce dernier pays que M. Boyer, directeur des services agricoles en Corse, en rapporta, en mai 1924, 28 exemplaires qui furent répartis dans un bassin de l'École d'Agriculture de Castelluccio, près d'Ajaccio, et à Vaccaja, près de Cateraggio, dans un bassin bétonné et dans un bras mort du Tavignano.



C'est seulement à partir de mai 1926 que, chargé d'une mission antipaludique par l'International Health Board de la Fondation Rockfeller, ces poissons, qui me furent donnés par MM. Boyer et Luisi, ont été répandus par mes soins en divers points de Corse, où des résultats inespérés furent obtenus. C'est ainsi qu'en de nombreux endroits où, avant l'emploi des *Gambusia*, on récoltait, de juillet à septembre 1926, une moyenne de 300 à 500 larves d'Anophèles au mètre carré, il était impossible d'en récolter

plus d'une à la même époque en 1927. La reproduction ci-contre d'une photographie prise au Grand Fossone en août 1927 permettra de se rendre compte de la grande efficacité des poissons importés. En effet, dans ce canal, les *Gambusia* ont pullulé et les larves d'Anophèles sont rarissimes; par contre, on peut capturer 200 à 300 larves d'Anophèles au mètre carré et de nombreuses larves de Culex dans les barques A, B, E renfermant de l'eau, cependant impure. Mais dans la barque C, qui a coulé au cours d'un orage et qui renferme quelques *Gambusia*, il n'existe aucune larve de culicidé.

Ces faits d'observation, qui devront être reproduits expérimentalement dans d'autres circonstances afin d'évaluer l'importance de tel ou tel autre poisson larvivore, montrent donc que l'extrême rareté des larves de moustiques dans le Grand Fossone en 1927 n'est pas due à des conditions météorologiques moins favorables que celles existant en 1926.

L'efficacité de la lutte antipaludique que je poursuis en Corse avec divers collaborateurs de mon laboratoire, d'accord avec les services départementaux, est certaine et elle contribuera à améliorer dans l'avenir l'état sanitaire et l'état social de ce magnifique pays.

BIOLOGIE. — *Sur la réversibilité des processus du développement. Les phases extrêmes de la réduction des Némertes.* Note de M. C. **Dawydoff**, présentée par M. F. Mesnil.

En 1924 j'ai publié deux Notes [1], concernant les résultats de mes recherches sur la réduction de *Lineus lacteus* de la Mer Noire. Pendant ces cinq dernières années, j'ai entrepris une nouvelle série d'expériences analogues avec *Lineus ruber* de Roscoff, *L. lacteus* de Banyuls et plusieurs espèces de *Cephalothrix* (*C. linearis*, *bipunctatus* et *rufifrons*). Après une série d'échecs, j'ai réussi à obtenir, avec *L. lacteus* de la Méditerranée et *C. rufifrons*, des résultats encore plus importants qu'avec *L. lacteus* de Sébastopol.

Mes expériences avec *L. ruber* restent jusqu'à présent peu satisfaisantes. J'explique mon insuccès par la saison défavorable de la récolte du matériel (plein été). J'incline à croire que c'est en hiver que les Némertes se trouvent dans l'état physiologique le plus favorable pour la réduction. Ainsi, pour un nombre total de 2870 individus de *Cephalothrix rufifrons*, 27 exemplaires seulement ont dépassé le stade de 20 mois et

(1) *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1222, 1361.

tous ces individus appartenaient à une seule culture, soumise au régime du jeûne en hiver.

Les résultats de mes recherches confirment complètement les conclusions formulées dans mes Notes précédentes. Les fragments céphaliques de Némertes en question se transforment d'abord en Némertes minuscules et complets qui, au bout d'un an environ, acquièrent une structure absolument embryonnaire. J'insiste de nouveau sur ce point. Il s'agit de *vrai retour d'un organisme à son état embryonnaire*, les Némertes réduits ne différant en rien, ni par la taille, ni par la structure, des vrais embryons.

Ce stade qu'on peut nommer le stade larviforme est généralement la phase finale de la réduction, les Némertes en inanition commençant à régresser très vite. Ceux qui survivent continuent à se réduire et l'on arrive alors au même stade moruliforme que j'ai observé déjà chez *L. lacteus* de la Mer Noire.

Cependant, tandis que chez ces derniers le stade en question se présentait sous forme d'un complexe cellulaire très peu serré, chez *L. lacteus* de Banyuls, on obtient un organisme, fait aussi d'éléments très gros, tous pareils et d'aspect embryonnaire, mais ils sont assemblés en une masse sphérique tout à fait compacte; en un mot, une véritable morula. Chez *Cephalothrix*, le stade de réduction correspondant se distingue fortement de celui de *Lineus*. On a ici une masse cellulaire constituée d'éléments très petits et extrêmement nombreux. Ainsi la ressemblance avec la morula embryonnaire est fortement effacée.

Le passage du stade larviforme au stade moruliforme n'a pas été suivi pas à pas; on le comprend. Dans de telles recherches, il faut compter avec une énorme mortalité des animaux en expérience. Aussi préférons-nous toujours les conserver vivants le plus longtemps possible. Toutefois, nous avons à notre disposition une série de stades intermédiaires très démonstratifs.

Chez *Cephalothrix*, le stade moruliforme est précédé d'une phase non moins remarquable, l'organisme en réduction ne montrant plus d'organes. Ces derniers sont dédifférenciés et transformés en complexes cellulaires d'aspect embryonnaire, disposés en trois couches concentriques. Ainsi le Némerte se présente sous forme de deux vésicules emboîtées l'une dans l'autre, l'espace compris entre elles étant rempli par une masse désordonnée de cellules libres. Les parois de la vésicule interne n'ont pas le caractère d'un épithélium régulier, mais sont faites d'éléments très peu serrés. On assiste à la dislocation complète de ces éléments. Il n'est pas douteux que la

vésicule interne soit le dernier vestige du tube digestif du Némerte et la couche externe, le rudiment de ses téguments. Mais puisque toutes les traces de différenciation ont disparu, nous ne pouvons nous refuser à la tentation de comparer les trois couches de l'organisme triploblastique en question aux équivalents morphologiques des trois feuillets germinatifs.

Revenons au stade moruliforme. On a l'impression qu'il est de longue durée et représente en quelque sorte une phase critique de la réduction. En général les Némertes ne le dépassent pas, la morula se résolvant en cellules isolées, destinées à régresser. Mais j'ai eu la chance d'obtenir maintenant des stades encore plus avancés. Notons tout de suite que chez *Lineus*, ainsi que chez *Cephalothrix*, la morula en question se transforme toujours en plasmode. Chez *Lineus*, ce plasmode garde tous ses noyaux bien individualisés, intacts et conservant leurs dimensions primitives. Chez *Cephalothrix*, on a la fusion progressive de cellules en plusieurs masses plasmodiales d'abord isolées. Ces territoires plasmodiaux renferment des noyaux vraiment gigantesques, par comparaison avec ceux qu'on observe dans les cellules encore individualisées. Le processus de la fusion s'étendant peu à peu à tout le territoire de la morula, cette dernière se trouve enfin transformée en un seul plasmode possédant des noyaux géants. D'ailleurs, ce plasmode conserve pendant longtemps dans son sein des cellules individualisées à noyaux minuscules.

Le stade le plus avancé de la réduction que j'ai observé chez *Cephalothrix* (stade de 30 mois) présente un intérêt tout à fait spécial. Il s'agit d'une masse plasmodiale sphérique et dans laquelle tous *les noyaux géants manifestent une tendance évidente à se fusionner en une seule masse nucléaire* à contours irréguliers. Mes préparations sont tellement convaincantes que je n'hésite pas à interpréter le stade en question comme le dernier effort de l'organisme pour réaliser la phase finale de sa réduction : stade d'une seule cellule.

Somme toute, plus que jamais j'incline à croire que le retour de Némertes au stade œuf n'est plus une utopie biologique, mais un problème abordable. C'est une question de grande abondance de matériel, de méthodes techniques et surtout de connaissance des conditions physiologiques les plus favorables à l'organisme pour la réduction complète. Il faut chercher tout cela empiriquement, ce qui rend le problème fort difficile.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *L'action physiologique immédiate d'une vitamine*

Note de M. N. Bezssonoff, présentée par M. Gabriel Bertrand.

C'est en vain qu'on a cherché à établir un lien direct entre la modification initiale que provoque une avitaminose dans l'organisme et les symptômes qui se manifestent si elle est prolongée plusieurs semaines. Choisissant des vecteurs adéquats, et limitant la durée des épreuves à 48 heures, il devient possible de préciser l'effet physiologique immédiat de la vitamine C. On expérimenta sur des cobayes *adultes*, soumis successivement, par périodes de 48 heures, au régime scorbutigène strict : avoine, levure, jaune d'œuf, et au même régime additionné d'une substance antiscorbutique. Comme unité de vitamine C fut choisie la dose expérimentale nécessaire pour préserver le cobaye du scorbut : $0^{g},6$ de chou, $0^{cm^3},8$ de jus de citron ou 20^{mg} de préparation C [1] pour 100^{g} de cobaye. Pour chaque lot on nota le poids et la quantité de brome fixée par l'urine, recueillie après 48 heures d'avitaminose ou de traitement à la vitamine C. On utilisa la méthode Koppeschaar avec la principale modification suivante : 100^{cm^3} du liquide à doser, contenant 10^{cm^3} SO^4H^2 et 5^{cm^3} CH^3COOH, étaient additionnés de 15 à 20^{cm^3} d'une solution dégageant 120 à 160^{mg} de Br. Cette quantité devant être $2\frac{1}{2}$ à 4 fois supérieure à celle fixée par les matières bromables. 48 heures de repos séparaient toutes les épreuves du lot 1 et précédaient les périodes d'avitaminose des autres lots. Les déterminations furent faites journellement, mais les données des Tables se rapportent à 48 heures.

Nature du produit antiscorbutique.	Chou.				Préparation de vitamine C.				Citron.	
Nombre des doses :	0.	2.	0.	4.	0.	3.	0.	6.	0.	2.
					Lot 1 (10 cobayes, poids initial 4875^{g}).					
Variation du poids des lots (en gr.).............	+95	+360	−110	+185	− 40	+185	+150	+210	+105	+105
Urine récoltée (en gr.)...	41,5	70,1	34,8	107,5	50,0	94,6	98,2	93,8	69,8	70,1
Brome pris par l'urine (en mgr.)............	214	446	195	485	351	589	333	722	361	492
Influence de la Vitamine sur : le chiffre en Br (en millig.).		+232		+290		+238		+389		+131
Influence de la Vitamine sur : le poids des lots (en gr.).		+265		+295		+225		+ 60		0

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 259.

Nature du produit antiscorbutique.	Chou.				Préparation de vitamine C.				Chou.	
Nombre des doses :	0.	1.	2.	6.	0.	1.	0.	3.	0.	2.
	Lot 2. (14 cob., p. init. 6990^{g}).				Lot 3. (14 c., 8090^{g}).		Lot 4. (14 c., 7910^{g}).		Lot 5. (6 c., 4800^{g}).	
Variation du poids des lots (en gr.)	−70	− 50	− 15	+140	−380	− 10	−270	+ 10	−425	+ 45
Urine récoltée (en gr.)	6,5	20,3	»	90,0	40,5	117,7	50,5	42,3	109,8	73,1
Brome pris par l'urine (en mgr.)	80	158	»	493	394	665	450	560	630	645
Influence de la Vitamine sur : le chiffre en Br en (millig.)		+ 78	»	+413		+271		+110		+ 15
Influence de la Vitamine sur : le poids des lots (en gr.)		+ 20	+ 55	+210		+390		+280		+470

La quantité de brome fixée par les urines varia de 4 à 36^{g} par litre. Ces variations ne correspondaient aucunement à celles de la quantité de brome fixée par l'urine excrétée en 48 heures. Chez tous les lots, cette quantité augmenta sous l'action de la vitamine C. Ceci ne peut être expliqué par la bromuration des substances antiscorbutiques : 1° le calcul le démontra dans le cas de la préparation C, qui fixait 80^{mg} de brome par gramme; 2° l'urine étant en partie retenue sur les grillages et les parois, la quantité récoltée représentait un tiers environ de celle excrétée; donc les différences absolues de brome fixé par les urines devaient être d'autant plus grandes; 3° la même quantité de chacune des substances antiscorbutiques provoquait, chez des lots de poids égal, des augmentations très différentes du chiffre en brome. Ajoutons que l'âge semble être un des facteurs dont dépendent les variations de ce chiffre. La bromuration porte directement sur certains phénols, mais en outre, elle varia parallèlement à la teneur de l'urine en carbone total. L'analyse de 4 échantillons très différents par la micro-méthode Nicloux montra que, pour 1^{g} de brome fixé, il y avait 2^{g} de carbone. Donc, la vitamine facilite l'excrétion du paracrésol et du phénol, corps qui provoqueraient les phénomènes du vieillissement (Metchnikoff et Wollman, 1912) et aussi l'excrétion du carbone non bromable. En 1925, Mme Randoin et Mlle Michaud ont déjà indiqué que l'avitaminose C entraîne une augmentation de la teneur en urée du sang. L'action positive de la vitamine, par rapport au poids des lots, se manifeste en 48 heures. Elle fut confirmée par trois expériences complémentaires. Le poids diminue ou augmente, suivant que le lot consomme moins de 5^{g} ou plus de 5^{g},5 d'aliment par 100^{g} de cobaye.

L'action immédiate de l'avitaminose B sur l'appétit fut déjà constatée par Drummond (1926-1927). D'après mes données relatives aux premières 24 heures d'expérience, l'action sur l'excrétion urinaire précède celle sur le poids des animaux. L'avitaminose diminue l'excrétion des phénols, d'où probablement l'intoxication, le manque d'appétit et la baisse de poids. L'inanition partielle déclenche l'hydrolyse protéique des tissus et la production abondante des dérivés phénoliques. C'est pourquoi les pigeons, soumis à l'avitaminose B et gavés de nourriture et ceux inanitiés recevant la vitamine B, subissent les mêmes accès de polynévrite (Drummond et Marrian, 1927). Notons enfin que la réaction bleue de l'urine avec mon réactif, absente pendant l'avitaminose C, devenait constante et nette seulement quand la dose en vitamine C était quintuplée. Ce fait, les indications fournies par le poids des animaux et la bromuration, montrent que la dose optimale en vitamine C est au moins 5 fois plus grande que la dose stricte. Un tel écart semble exister dans le cas de toutes les vitamines. Aussi leur teneur, dans la nourriture de l'homme, paraît être très au-dessous de l'optimale. L'effet immédiat de l'avitaminose, même partielle, consiste à réduire l'élimination des substances toxiques, et en général du carbone urinaire. Prolongée des années, elle doit contribuer aux phénomènes de dégénérescence qui caractérisent la vieillesse.

MÉDECINE. — *Nouvelle méthode d'auscultation dite auscultation binaurale différentielle et appareillage en permettant la réalisation.* Note [1] de Mlle **Suzanne Guery**, présentée par M. d'Arsonval.

L'auscultation binaurale différentielle est basée sur un principe différent de l'auscultation actuellement pratiquée.

Elle consiste essentiellement dans la création d'une base d'écoute, orientable en tous sens, permettant :

D'une part l'obtention de l'égalité des deux écoutes indépendantes aux deux oreilles pour situer et analyser toute source de bruits, normaux ou pathologiques, d'où son nom de binaurale.

D'autre part la comparaison qualitative et quantitative de deux foyers sonores distincts, d'où son nom de différentielle.

Cette écoute binaurale différentielle s'obtient en réunissant chaque

---

[1] Séance du 19 mars 1928.

oreille à un écouteur *distinct, indépendant acoustiquement et mécaniquement*. Les écouteurs n'ont aucune liaison rigide entre eux, et chacun d'eux est orientable dans tous les sens. L'écoute binaurale ne découle pas, en effet, de l'emploi de deux écouteurs, mais d'une certaine façon d'employer ces deux écouteurs.

L'auscultation binaurale différentielle réalise, ainsi, une auscultation *normale, naturelle*, qui met en jeu les avantages que nous possédons grâce au fait que nous avons deux oreilles séparées, indépendantes.

Il est évident que l'on peut, pour utiliser la méthode d'auscultation binaurale différentielle, employer deux écouteurs quelconques : stéthoscopes, téléphones, microphones, à la seule condition expresse qu'ils soient indépendants. Mais la mise au point de cette nouvelle méthode d'auscultation nous a conduite à modifier écouteurs et conduits actuellement employés.

Les stéthoscopes, pour avoir de la sensibilité, doivent présenter une surface réceptrice assez grande. Pour passer de cette grande section à la section du conduit de caoutchouc qui transmet le bruit à l'oreille, on est contraint à une variation de section toujours nuisible, quantitativement et qualitativement, à la propagation de l'onde. On est donc amené à répartir uniformément les variations de section sur toute la hauteur du stéthoscope, c'est-à-dire à rendre constant, pour toute valeur de l'ordonnée, le rapport de la variation de surface dS à la surface variable S. On est, ainsi, rationnellement contraint à donner aux stéthoscopes une *section exponentielle* pour avoir une écoute fidèle et sensible.

Mais, dans certains cas, il est nécessaire de pratiquer une auscultation plus ponctuelle. Pour répondre à ce but, le stéthoscope exponentiel est coupé à une hauteur telle que sa base d'écoute, en ce point, n'excède pas $2^{cm},5$. Les deux parties ainsi obtenues s'emboîtent l'une dans l'autre pour constituer le stéthoscope décrit. On a donc la possibilité d'ausculter avec une grande surface réceptrice (5^{cm} de diamètre) ou avec une base réduite ($2^{cm},5$).

Un court tube en Y permet de réunir les deux oreilles à un même stéthoscope pour employer, à volonté, l'auscultation actuelle.

Enfin l'étude des conduits réunissant les stéthoscopes indépendants aux oreilles, nous a amenée à une augmentation du diamètre des tuyaux actuels qui est de 4^{mm} environ. Nos tuyaux ont un diamètre de 8^{mm}.

Les tuyaux étroits absorbent, en effet, étouffent, les bruits aigus et les sons élevés dont on sait l'importance en auscultation pulmonaire.

L'auscultation binaurale différentielle permet, en définitive :

1° *D'ausculter un même foyer sonore* et, dans ce cas, elle a l'avantage :

— De procurer une écoute plus fidèle due à la forme spéciale des stéthoscopes exponentiels, et une sensibilité plus grande due, à la fois, aux stéthoscopes exponentiels et au grand diamètre des conduits;

— De permettre de mieux apprécier les caractères des bruits auscultés, et, en particulier, d'avoir la sensation de profondeur, de relief, de la source sonore;

— De permettre enfin une localisation précise, parfois utile, de cette source sonore.

2° *D'ausculter deux foyers sonores distincts*, de les comparer et de les différencier en qualité et en intensité, ce qui est susceptible de rendre service en auscultation pulmonaire et en auscultation cardioartérielle.

Tels sont les avantages de la nouvelle méthode d'auscultation proposée, des stéthoscopes exponentiels réalisés, des conduits employés, avantages déjà sanctionnés par une assez longue expérimentation clinique.

HYGIÈNE. — *Sur la composition de l'air des rues de Paris.* Note de MM. **R. Cambier** et **F. Marcy**, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

Nous avons, au cours de l'année dernière, cherché à mesurer l'influence que pouvait exercer le développement de la circulation des voitures automobiles sur la composition de l'atmosphère des rues de Paris. Les résultats de cette étude n'ont pu être publiés qu'en fin d'année 1927 [1] alors que M. Florentin, dans une Note légèrement antérieure [2] avait déjà indiqué les résultats qu'il avait obtenus sur le même sujet. Nous sommes entièrement d'accord avec cet auteur sur l'ordre de grandeur des doses d'oxyde de carbone existant dans l'air des rues, lesquelles ne dépassent guère $\frac{3}{100000}$ à $\frac{4}{100000}$ dans les rues les plus fréquentées et restent souvent inférieures à $\frac{1}{100000}$ dans les rues les moins passagères. Ces chiffres sont relatifs à des prélèvements effectués sur les trottoirs à $1^m,60$ au-dessus du sol, c'est-à-dire qu'ils représentent bien la teneur en oxyde de carbone de l'air respiré par les passants.

Nous n'envisagerons dans la présente Note que les chiffres notés dans quelques cas particuliers non encore étudiés, notamment dans le cas des barrages établis par mesure de police, pour régulariser le flot des voitures

(1) R. Cambier, *Annales des Services techniques d'Hygiène de la Ville de Paris*, 8, 1927, p. 37.

(2) Florentin, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1538.

en certains points encombrés, et qui immobilisent momentanément sur une surface restreinte un grand nombre de véhicules, moteurs au ralenti, c'est-à-dire dans des conditions favorables à la production de quantités importantes d'oxyde de carbone. Les prélèvements ont été effectués par l'opérateur circulant le plus vite possible entre les voitures arrêtées par le service d'ordre; l'oxyde de carbone a été dosé par la méthode au sang suivant la technique de Nicloux.

Barrages.	En litres par mètre cube. CO.	CO^2.	Nombre de voitures à l'heure (environ).
A,			
17 février, 15h rue Mogador-boul. Haussmann...	0,08	0,52	800
2 mars, 15h, rue Mogador-boul. Haussmann.....	0,50	0,60	800
17 février, 14h, place Opéra-rue Auber.........	0,08	0,54	2600
2 mars, 15h, place Opéra-rue Auber...........	0,13	0,51	2600
28 mars, 16h, Porte Saint-Martin..............	0,10	0,34	1500
4 avril, 15h, boul. St-Denis-boul. Strasbourg....	0,10	0,36	1800
B,			
2 mars, 15h, rue Mogador-boul. Haussmann....	0,02	0,51	800
11 mars, 16h, place Opéra-boul. Capucines....	0,01	0,40	1400
28 mars, 15h, Porte Saint-Martin............	0,04	0,36	1500
26 avril, 16h, rue du Faubourg-Saint-Denis....	0,02	0,30	1900
26 avril, » » »	0,05	0,31	1900
26 avril, 16h, boul. Strasbourg-boul. St-Denis...	0,01	0,30	1300
26 avril, 16h, boul. Sébastopol-boul. St-Denis..	0,05	0,30	1300

A, prélèvements effectués à 0m,20 au-dessus du sol. B, prélèvements effectués à 1m,60 au-dessus du sol.

Voici maintenant la variation horaire de la teneur en oxyde de carbone de l'atmosphère d'une rue étroite, à sens unique, empruntée par un assez grand nombre de voitures et où à certaines heures un barrage régulateur est établi :

Rue Mogador, angle du boulevard Haussmann (prélèvements effectués dans la journée du 17 juin 1927, sur le trottoir, à 1m,60 au-dessus du sol) :

	Heures.	En litres par mètre cube CO.	CO^2.	Nombre de voitures à l'heure (env.).
Circulation libre	7h	<0,01	0,36	160
	8	<0,01	0.36	360
Barrage	9	0,01	0,36	790
	10	0,02	0,40	720
	11	0,02	0,40	720
	12	0,06	0,47	1000
Circulation libre	13	<0,01	0,38	600
	14	0,02	0,38	960
Barrage	15	0,02	0,44	1000
	16	0,05	0,45	1100
	17	0,05	0,45	1100
	18	0,06	0,46	1400
	19	0,02	0,41	900
Circulation libre	20	<0,01	0,37	600
	21	<0,01	0,32	520

En résumé, pour des conditions météorologiques normales, ce n'est que dans les échantillons d'air recueillis au milieu des barrages, presque au niveau des tubes d'échappement des gaz brûlés des moteurs, qu'on trouve une teneur d'oxyde de carbone de l'ordre du $\frac{1}{10000}$; une seule fois, cette teneur s'est élevée à $\frac{1}{2000}$, l'atmosphère aurait pu être considérée comme toxique, et encore à condition d'être respirée pendant plusieurs heures consécutives.

Dans tous les prélèvements effectués au milieu des barrages établis dans les voies larges, mais à une hauteur de 1m,60, la teneur en oxyde de carbone n'a jamais excédé 4 à 5 cent-millièmes.

Enfin, même dans une rue étroite et très passagère, les teneurs de l'air en oxyde de carbone de 5 à 6 cent-millièmes observées assez exceptionnellement au droit des barrages se dissipent rapidement et tombent à moins de $\frac{1}{100000}$ dès que la circulation redevient libre.

Armand Gautier avait établi en 1877 que la teneur de l'air de Paris en oxyde de carbone était de l'ordre du $\frac{1}{100000}$; quant à l'acide carbonique,

Albert Lévy en avait fixé la dose à $\frac{324}{10000}$. On peut conclure que, dans l'ensemble, ces proportions n'ont pas été sensiblement modifiées par le prodigieux développement de l'automobilisme.

M. G. **Bidault de l'Isle** adresse, par l'intermédiaire de M. Ch. Lallemand, une Note *Sur la rotation de la planète Mercure*.

La séance est levée à 17h.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 6 février 1928.)

Note de M. *Michel Plancherel*, Sur le rôle de la transformation de Laplace, etc. :

Page 352, ligne 20, *au lieu de* III, *lire* II; ligne 22, *au lieu de* $D r z$, *lire* D_r; ligne 23, *au lieu de* $\frac{u_0}{\lambda} - \frac{u_1}{\lambda^2} = O\left(\frac{1}{\lambda^3}\right)$, *lire* $\frac{u_0}{\lambda} + \frac{u_1}{\lambda^2} + O\left(\frac{1}{\lambda^3}\right)$.

Page 353, ligne 4, *au lieu de* Φ_q, *lire* Φ_p; ligne 8, *au lieu de* $p \pm q$, *lire* $p \neq q$.

(Séance du 19 mars 1928.)

Note de Mlle *Suzanne Veil*, Sur l'hydroxyde ferrique jaune, résultat de l'oxydation ménagée du sulfure ferreux en suspension :

Page 754, ligne 9 en remontant, *au lieu de* plus magnétique, *lire* moins magnétique.

Note de M. *Marcel Godchot* et Mlle *G. Cauquil*, Sur la déshydratation de la pinacone de la cycloheptanone :

Page 768, ligne 6, *au lieu de* $C^{14}H^{22}O$, *lire* $C^{14}H^{24}O$; ligne 11, *au lieu de* $C^{14}H^{24}O$, *lire* $C^{14}H^{26}O$.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE FÉVRIER 1928 (*suite et fin*).

La télémétrie monostatique in *Mémorial des Sciences physiques*, fasc. II, par ARMAND DE GRAMONT. Paris. Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. 25cm,5. (Présenté par M. Fabry.)

Éléments de Thermodynamique, par CHARLES FABRY. Paris, Armand Colin, 1928; 1 vol. 17cm.

Comptes rendus des travaux du Laboratoire Carlsberg. Tables des volumes I à XVI, 1876-1927. Copenhague, Hagerup, 1927; 1 fasc. 24cm,5.

L'heure de l'Afrique, par J. ADAM. Paris, Banque coloniale d'études et d'entreprises mutuelles, s. d; 1 fasc. 18cm,5.

Introduction à l'étude des complexes biologiques, par P. FREUNDLER. Paris, Eugène Belin, 1928; 1 vol. 18cm. (Présenté par M. Béhal.)

L'infection bacillaire et la tuberculose chez l'homme et chez les animaux, par A. CALMETTE. Paris, Masson et Cie, 1928; 1 vol. 25cm,5.

Ministère des colonies. Travaux du service d'études et du laboratoire des productions coloniales. *Études sur les plantes et matières premières coloniales propres à la fabrication du papier*, par F. HEINE DE BALSAC et divers; 2e vol. fasc. I. Melun, imprimerie administrative, 1926; 1 vol. 24cm. (Présenté par M. A. Th. Schlœsing.)

Institut international de Physique Solvay. *Conductibilité électrique des métaux et problèmes connexes*. Rapports et discussions du quatrième Conseil de Physique tenu à Bruxelles du 24 au 29 avril 1924. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1927; 1 vol. 25cm.

La cure d'altitude, son emploi et son efficacité en pathologie végétale in *Annales des sciences naturelles, séries botanique et zoologie*, publications reçues par J. COSTANTIN. Paris, Masson et Cie, 1927.

Expéditions scientifiques du *Travailleur* et du *Talisman* pendant les années 1880, 1881, 1882, 1883. *Malacostracés* (suite). — I. *Sergestidés et Schizopodes*, par H. J. HANSEN. — II. *Stomatopodes*, par CH. GRAVIER. — III. *Amphipodes*, par ED. CHEVREUX. Paris, Masson et Cie, 1927.

Le chlorure de sodium, son application dans l'agriculture, par RENÉ DE BARITAULT. Port-Louis, Ile Maurice, The General printing et Stationery Company Limited, 1927; 1 vol. 20cm.

Résistance de l'eau à la translation des carènes de formes usuelles à toutes leurs vitesses, par F.-E. FOURNIER. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1927; 1 fasc. 23cm.

Projet de conventions internationales, urgentes et de manœuvres de sécurité pour empêcher les abordages dans la brume, entre deux escadres de nationalités quelconques, par F.-E. FOURNIER. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. 22^{cm},5.

Projet de règles internationales précises et complètes pour empêcher les abordages dans la brume entre des bâtiments à moteurs, par F.-E. FOURNIER. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. 23^{cm}.

Glozel et sa signification. Questions de chronologies et origines gauloises, par E. CARTEREAU. Paris, J. Gamber, 1928; 1 fasc. 25^{cm},5.

La mise au point de Glozel après le rapport de la Commission internationale de l'Institut d'Anthropologie, par E. CARTEREAU. Paris, J. Gamber, 1928; 1 fasc. 25^{cm},5.

Éléments de Thermodynamique, par A. TURPAIN. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1927; 1 vol. 25^{cm},5. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Le problème de la gravitation, par FR. GIRAULT. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1924; 1 fasc. 23^{cm},5. (Présenté par M. Lecornu.)

Guides aux collections de plantes vivantes au Muséum national d'histoire naturelle, publiés sous la direction de D. BOIS. — III. *Arbres et arbrisseaux utiles ou ornementaux*, par A. GUILLAUMIN, avec la collaboration de R. FRANQUET. Paris, Muséum d'histoire naturelle, 1928; 1 vol. 17^{cm}. (Présenté par M. Mangin.)

Leçons sur la théorie des fonctions (Éléments et principes de la théorie des ensembles : applications à la théorie des fonctions), par ÉMILE BOREL. Troisième édition. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 25^{cm},5.

Leçons sur les séries divergentes, par ÉMILE BOREL. Deuxième édition, revue et entièrement remaniée avec le concours de GEORGES BOULIGAND. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 25^{cm},5.

PUBLICATIONS PÉRIODIQUES REÇUES PENDANT L'ANNÉE 1927 (*suite*).

Annual report of the director of the Geodetic Survey of Canada. Ottawa.
Annual report of the director of the Mount-Wilson Observatory. Pasadena.
Annual report of the meteorological Committee to the Air Council. London.
Annual report of the naval Observatory. Washington.
Annual Report of the Smithsonian Institution. Washington.
Annual report of the work. General Department of Scientific Research Saito Ho-On Kai (The Saito gratitude Foundation). Sendai.
Annuario della Società italiana delle scienze. Rome.
Annuario demographico, São Pau'o.
Annuario pûblicado pelo Observatorio nacional do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro.
Anthropologie (L'). Paris.
Anuario de la real academia de ciencias exactas, fisicas y naturales. Madrid.
Anuario del Observatorio astronómico de Madrid. Madrid.
Anuario del Observatorio astronomico nacional de Tacubaya. Mexico.
Anuario meteorologico de Chile. Santiago.
Anuario-Universidad nacional de La Plata. La Plata.
Arbeiten aus dem Anatomischen Institut der Kaiserlich-Japanischen Universität zu Sendai. Tokio, Sendai.

Arbre (L'). Paris.
Archives de l'Institut Pasteur d'Algérie. Alger.
Archives de l'Institut Pasteur de Tunis. Tunis.
Archives de médecine et de pharmacie militaires. Paris.
Archives de médecine et pharmacie navales. Paris.
Archives des sciences biologiques (en russe). Leningrad.
Archives des sciences physiques et naturelles. Genève.
Archives néerlandaises de physiologie de l'homme et des animaux. La Haye.
Archives néerlandaises des sciences exactes et naturelles. La Haye.
Archives of dermatology and syphilology. Chicago.
Archiv Für Das Eisenhüttenwesen. Dusseldorf.
Archivio di scienze biologiche. Napoli.
Archivio italiano di scienze mediche coloniali. Tripoli.
Archivio storico-civico di Milano. Milano.
Arkiv för astronomi, botanik, fysik, matematik, mineralogi, zoologi. Stockholm.
Årsbok-Statens meteorologisk-hydrografiska Anstalt. Uppsala.
Association amicale des élèves de l'École nationale supérieure des mines. Paris.
Association amicale des ingénieurs anciens élèves de l'École nationale des Ponts et Chaussées. Corbeil.
Association de documentation scientifique, industrielle et commerciale (Bulletin). Paris.
Astronomical journal (The). Albany.
Astronomical Papers prepared for the use of the American Ephemeris and Nautical Almanac. Washington.
Astronomie (L'). Paris.
Astronomische Mitteilungen. Zurich.
Astronomiska iakttagelser och undersökningar à Stockholms observatorium. Stockholm
Atti della Pontificia Accademia delle scienze. Nuovi Lincei. Roma.
Atti della reale Accademia delle scienze di Torino. Torino.
Atti della reale Accademia di archeologia, lettere e belle arti. Napoli.
Atti della reale Accademia nazionale dei Lincei (Rendiconti). Roma.
Atti. Reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Venezia.
Australian Journal of Experimental Biology and Medical Science (The). Adelaïde.
Australian science abstracts. Sydney.

Banque de France. Assemblée générale des actionnaires. Paris.
Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz. Bern.
Benjamin (Revue mensuelle). Paris.
Bergens Museum. Aarsberetning. Bergen.
id. Aarbok. Bergen.
Bibliografia general española e hispano-americana. Madrid.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 AVRIL 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 11 avril au lieu du lundi 9.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau la brochure publiée par la Société française des Électriciens à l'occasion de la *Remise de la médaille Mascart* à Sir J.-J. Thomson.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce que le tome 2 du *Catalogue des Archives de Chantilly* est, au Secrétariat, à la disposition des membres de l'Académie.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Préparation, par la bactérie du sorbose, d'un nouveau sucre réducteur à 7 atomes de carbone.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Georges Nitzberg**.

La bactérie du sorbose est un réactif remarquable pour étudier les substances du groupe des sucres et les services que l'on peut en attendre sont loin d'être épuisés. C'est ainsi que, l'ayant fait agir sur une heptite artificielle, préparée d'abord par E. Fischer à partir du glucose, l'α-glucoheptite ([1]), nous avons obtenu un nouveau sucre réducteur cristallisé, à 7 atomes de carbone, l'α-glucoheptulose.

([1]) *Liebig's Ann.*, 270, 1892, p. 64. Voir aussi Philippe, *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, 26, 1912, p. 289.

Pour arriver à ce résultat, il faut commencer par préparer l'α-glucoheptite : utilisant la réaction de Schützenberger-Kiliani, on fixe d'abord de l'acide cyanhydrique sur du glucose ordinaire ; il se fait, comme l'a montré E. Fischer, un mélange de deux nitriles stéréoisomères α et β ; on les transforme par hydratation à l'aide de baryte en heptonates de baryum dont on prépare les lactones ; par concentration et repos, la forme α cristallise seule ; on la recueille et on la réduit successivement en α-heptose, que l'on isole, puis en α-heptite. En partant de 3^{kg} de glucose, nous avons ainsi préparé plus de 100^g d'α-glucoheptite cristallisée, tout à fait pure, fondant à + 129-130°, soluble à + 18° dans la proportion de 1^g,70 dans 100$^{cm^3}$ d'alcool à 80 pour 100, et complètement dépourvue de pouvoir rotatoire.

La mise en culture a lieu exactement comme lorsqu'il s'agit de transformer la perséite en perséulose ([1]). On opère sur une solution à 3 pour 100 d'heptite dans une décoction de bonne levure de bière à 5^g d'extrait par litre. On doit ensemencer largement, avec une bactérie très active ([2]). Après six semaines à deux mois, l'oxydation biologique n'augmentant plus, on sépare le liquide des zooglées, on le réduit par distillation dans le vide à 15 ou 20 pour 100 de son volume primitif et l'on l'additionne d'alcool fort, de manière à obtenir un titre final de 80 à 85°. On décante après 24 heures. Le précipité brun est redissous dans l'eau, reprécipité par l'alcool, et cela une ou deux fois, pour en extraire complètement le sucre réducteur. L'ensemble des liquides décantés est distillé dans le vide pour en chasser l'alcool, on défèque la solution restante par le sous-acétate de plomb et l'hydrogène sulfuré, et l'on concentre à consistance de sirop : l'α-glucoheptulose cristallise en masse. On l'essore, on le lave à l'alcool un peu étendu et on le purifie par de nouvelles cristallisations.

L'α-glucoheptulose cristallise avec facilité, un peu à la manière du sorbose, en prismes durs et transparents, tantôt isolés, tantôt réunis en sphérocristaux.

Sa saveur est nettement sucrée.

Il se dissout dans un peu plus de son poids d'eau, à la température ordinaire, beaucoup moins dans l'alcool. Par exemple, à + 21°, à raison de 12^g,07 dans 100$^{cm^3}$ d'alcool à 60 pour 100, de 3^g,35 dans l'alcool à 80 pour 100 et de 0^g,37 dans l'alcool à 95 pour 100.

D'après l'analyse élémentaire, l'α-glucoheptulose est anhydre et répond à la formule brute $C^7H^{14}O^7$. Cette formule a d'ailleurs été confirmée par la cryoscopie : une solution de 2^g,500 de glucoheptulose dans 48^g,25 d'eau a donné

$$\text{P. M.} = \frac{1890 \times 2,500}{0°,503 \times 48,25} = 194,7,$$

le chiffre calculé étant 210.

Les cristaux du nouveau sucre fondent nettement à + 173°,5, ce point

([1]) Gab. Bertrand, *Comptes rendus*, **147**, 1908, p. 201, et *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 5, 1909, p. 629.

([2]) On trouvera les détails dans une autre publication.

ayant été déterminé sur des préparations purifiées à plusieurs reprises, jusqu'à constance de la température de fusion.

L'α-glucoheptulose est lévogyre, sans mutarotation. En solution aqueuse, à 10 pour 100 à la température de + 22°, on a trouvé, sans aucune variation avec le temps, $[\alpha]_D = -67°8'$.

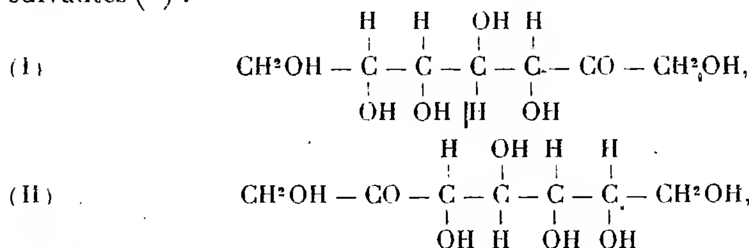
Le pouvoir réducteur est d'environ 88 pour 100 de celui du glucose (¹).

Chauffé avec l'acétate de phénylhydrazine, le glucoheptulose donne une osazone cristallisée en petites aiguilles jaune d'or, identique à celle fournie par l'α-glucoheptose. Purifiée par une recristallisation dans un mélange bouillant d'eau et d'alcool, cette osazone fondait au bloc Maquenne vers + 209°-210°, et donnait à l'analyse des chiffres correspondant bien avec la formule $C^{19}H^{24}N^4O^5$.

	Trouvé.	Calculé.
Carbone	58,69	58,76
Hydrogène	6,29	6,18
Azote	14,48	14,43

Ajoutons que l'α-glucoheptulose ne subit pas la fermentation alcoolique. Dans deux essais sur 40^{mg}, dont le second en présence d'un poids égal de glucose, il restait dans le moût, après 48 heures de contact avec de la levure de bière, un pouvoir réducteur correspondant à 39^{mg} et à 38^{mg},5 de sucre.

De tous ces faits, il résulte que l'α-glucoheptite peut être transformée par oxydation sous l'influence de la bactérie du sorbose en un nouveau sucre réducteur de formule brute $C^7H^{14}O^7$, présentant avec l'α-glucoheptose une étroite parenté. Il est probable, d'après les recherches antérieures sur l'action biochimique de la bactérie du sorbose (²) que ce nouveau sucre est de nature cétonique et qu'il possède l'une des formules développées suivantes (³) :



(¹) Déterminé par la méthode de Gab. Bertrand (*Bull. Soc. chim.*, 3ᵉ série, 25, 1906, p. 1285).

(²) GAB. BERTRAND, *Ann. Chim. Phys.*, 8ᵉ série, 3, 1904, p. 181.

(³) Les formes oxydiques naturellement mises à part.

Les expériences en cours permettront prochainement d'éclairer cette question.

M. **Pierre Viala** fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée *Recherches sur les maladies de la vigne. Nouvelles observations sur l'*Esca.

NOMINATIONS.

M. **H. Lebesgue** est désigné pour représenter l'Académie à la célébration du Jubilé professoral de M. **Ch. de la Vallée Poussin**, le 13 mai 1928, à Louvain.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Fabrication industrielle des porcelaines. Matières premières utilisées et leurs traitements, par Marc Larchevèque. (Présenté par M. Matignon.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *De l'analyse statistique des différences successives d'écarts.* Note [1] de M. **Constant Lurquin**, présentée par M. Émile Borel.

1. Dans plusieurs travaux antérieurs : *Sur le critérium de Tchebycheff* (*Comptes rendus*, 175, 1922, p. 681; *Sur des algorithmes stables de probabilité* (*Bulletin de la Classe des Sciences de l'Académie de Belgique,* 1926, p. 287); *Sur les valeurs moyennes* (*Mathesis*, Bruxelles, 37, 192?, p. 69), nous avons fait l'étude mathématique de la valeur moyenne d'une ou plusieurs variables éventuelles. Dans les théories modernes de probabilité, cet algorithme se présente comme élément essentiel et fondamental des raisonnements et des résultats.

---

(1) Séance du 27 décembre 1927.

Soit une variable éventuelle α dont les valeurs possibles $\alpha_i (i = 1, 2, \ldots, \mu)$ ont pour probabilités respectives $p_i (i = 1, 2, \ldots, \mu)$. Par suite, on a la condition

$$\sum_{1}^{\mu}{}_i p_i = 1.$$

Les valeurs moyennes absolues V.M des différentes puissances de α sont définies par les relations

$$\text{V.M}(\alpha) = \sum_{1}^{\mu}{}_i p_i \alpha_i; \qquad \text{V.M}(\alpha^2) = \sum_{1}^{\mu}{}_i p_i \alpha_i^2 \ldots \text{V.M}(\alpha^n) = \sum_{1}^{\mu}{}_i p_i \alpha_i^n.$$

Dans le cas de la variation continue, les sommes sont remplacées par des intégrales définies appropriées. La valeur moyenne est un paramètre stable au sens du calcul des probabilités.

L'écart moyen quadratique est la valeur moyenne

$$(a) \qquad \text{V.M}(x_i^2)$$

du carré de l'écart absolu simple

$$x_i = \alpha_i - \text{V.M}(\alpha) \qquad (i = 1, 2, \ldots, \mu).$$

2. La présente Note se rapporte aux valeurs moyennes des différences successives d'écarts simples. En considérant les différences premières, on a

$$\Delta\alpha_i = \Delta x_i = \alpha_i - \alpha_{i+1} \qquad \text{et} \qquad \text{V.M}(\Delta x_i) = 0 \qquad [i = 1, 2, \ldots, (\mu - 1)],$$

et l'expression correspondante pour l'écart moyen quadratique,

$$\text{V.M}(\Delta x_i^2) = \sum_{1}^{\mu-1}{}_i p_i x_i^2 + \sum_{2}^{\mu}{}_i p_i x_i^2.$$

Le calcul de cette valeur moyenne est élémentaire, mais ne présente aucun intérêt. Pour rattacher directement les écarts moyens quadratiques, relatifs aux différences successives des écarts x à l'expression canonique de l'écart moyen quadratique normal, il faut adopter un schéma particulier de probabilité.

En considérant l'espérance mathématique [1] $M(\alpha_i)$ relative à chaque valeur de la variable α, soit une répartition statistique telle que

$$(b) \qquad M(\alpha_1) = M(\alpha_2) = \ldots = M(\alpha_\mu) = \text{const.} = M(\alpha).$$

[1] Cette notion est donnée par la définition classique : l'espérance mathématique d'une quantité est le produit de cette quantité par la probabilité qui lui correspond.

Dans ce cas, le paramètre de probabilité corrélatif à (a) peut être conçu comme l'espérance mathématique de l'expression

$$\frac{\sum_1^\mu{}_i[\alpha_i - M(\alpha)]^2}{\mu} = \frac{\sum_1^\mu{}_i y_i^2}{\mu} = y^2.$$

D'où l'écart moyen quadratique $\underset{(2)}{E}^2(\alpha)$ pour le schéma probabilitaire (b)

$$\underset{(2)}{E}^2(\alpha) = M(y^2) = M(\alpha^2) - [M(\alpha)]^2.$$

Il en résulte

$$\underset{(2)}{E}^2(\Delta\alpha) = M\left\{\frac{\sum_1^{\mu-1}{}_i[\Delta\alpha_i - M(\Delta\alpha_i)]^2}{\mu - 1}\right\} = M\left[\frac{\sum_1^{\mu-1}{}_i(y_i - y_{i+1})^2}{\mu - 1}\right] = 2\underset{(2)}{E}^2(\alpha).$$

Pour les autres différences d'écarts élémentaires, on a la formule générale

$$(c) \qquad \underset{(2)}{E}^2(\Delta^h\alpha) = \frac{(2h)!}{(h^2)!}\underset{2}{E}^2(\alpha).$$

3. L'hypothèse (b) et celle de l'indépendance mutuelle des valeurs α_i permettent donc de généraliser, d'une manière simple et élégante, la notion d'écart moyen quadratique pour les différences d'écarts d'ordre quelconque.

La formule (c) permet de modifier l'intervalle des limites du théorème de Bienaymé Tchebycheff relatif à la probabilité du module de l'écart simple, inférieur à un multiple de l'écart moyen quadratique. Enfin ce résultat (c) peut être étendu aux séries de quantités fournies par les valeurs de plusieurs variables éventuelles indépendantes.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions polygènes d'une variable complexe.* Note de M. **Georges Calugaréano.**

1. Nous appellerons *fonction polygène* de z une fonction continue telle que

$$f(z) = P(x, y) + iQ(x, y),$$

P et Q étant continues et une fois dérivables par rapport à x et y. Cette dénomination est justifiée par la généralisation suivante que nous apportons

à la notion de dérivée : le fait que la dérivée $\lim \frac{\Delta f}{\Delta z}$ dépend de la direction limite de Δz ne nous force pas à dire que cette dérivée *n'existe pas;* elle existe et dépend de cette direction d'une façon très simple. On a, en désignant par φ l'angle limite du segment Δz avec Ox,

$$\frac{df}{dz} = \delta[f] + e^{-2i\varphi}.\rho[f]$$

avec

$$\delta[f] = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + i\left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right)\right],$$

$$\rho[f] = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial y} + i\left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y}\right)\right],$$

comme Riemann le remarquait déjà dans sa dissertation inaugurale, sans être conduit aux mêmes conclusions.

Nous appellerons $\delta[f]$ *dérivée moyenne* de f; elle se réduit a $f'(z)$ lorsque $f(z)$ est monogène. La quantité $\rho[f]$, envisagée par M. Pompeiu (¹) d'un point de vue un peu différent, a été appelée alors *dérivée aréolaire*; elle est identiquement nulle pour toute fonction monogène. Le changement de variables

$$x = \frac{z + \bar{z}}{2}, \qquad y = \frac{z - \bar{z}}{2i} \qquad (\bar{z} = x - iy)$$

est de nature à simplifier beaucoup tous les calculs suivants. On a, en considérant $f(z)$ comme fonction des deux variables complexes z et $\bar{z}$,

$$\delta[f] = \frac{\partial f}{\partial z}; \qquad \rho[f] = \frac{\partial f}{\partial \bar{z}}.$$

Lorsque P et Q sont analytiques en x et y on est conduit à envisager des fonctions analytiques en z et $\bar{z}$. Cette classe est importante par le fait qu'elle jouit de la propriété de quasi-analyticité, en ce sens que, si une telle fonction polygène est connue dans un domaine d'aire non nulle, elle est complètement déterminée dans tout son domaine d'existence. Cette propriété résulte du prolongement analytique dont les séries

$$\Sigma a_{ij} z^i \bar{z}^j$$

sont susceptibles.

(¹) D. Pompeiu, *Rendiconti del Circolo mat. di Palermo*, 33, 1912, p. 112, et 35, 1913, p. 277.

2. Ces fonctions polygènes analytiques sont susceptibles d'applications à l'intégration des équations différentielles. On a

$$\frac{df}{dz_\varphi} = \frac{\partial f}{\partial z} + e^{-2i\varphi}\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}$$

et, par itération,

$$(1) \qquad \frac{d^n f}{dz_\varphi^n} = \left(\frac{\partial}{\partial z} + e^{-2i\varphi}\frac{\partial}{\partial \bar{z}}\right)^{(n)} f.$$

Dès lors, soit

$$(2) \qquad \Phi(z, y, y', \ldots, y^{(m)}) = 0$$

une équation différentielle. Remplaçons $y', \ldots, y^{(m)}$ par leurs expressions (1) et exprimons que l'équation est satisfaite *quel que soit* φ. On obtiendra, selon la forme de Φ, un système fini ou infini de conditions qui seront compatibles si Φ a une forme convenable. L'équation différentielle (2) admettra *des solutions polygènes*. L'existence effective de telles solutions peut être vérifiée très facilement sur l'exemple de l'équation linéaire du second ordre

$$A(z)y'' + B(z)y' + C(z)y + D(z) = 0,$$

qui admet des solutions polygènes, faciles à déterminer complètement, toutes les fois que l'on a

$$B^2 - 4AC = 2\begin{vmatrix} A' & B' \\ A & B \end{vmatrix},$$

A, B, C, D étant monogènes en z.

L'étude générale des équations linéaires prouve que les solutions polygènes de ces équations ont une forme simple; ce sont des polynomes en $\bar{z}$, à coefficients monogènes en z. La considération d'équations non linéaires, algébriques en y', y'', ..., introduit des fonctions moins banales, qui ne sont plus des polynomes en $\bar{z}$.

Nous avons démontré un théorème général, reliant ces solutions polygènes d'une équation différentielle quelconque, à des solutions monogènes de la même équation :

Si $f(z, \bar{z})$, analytique en z et $\bar{z}$ (donc polygène analytiquement en z), satisfait à une équation différentielle, la fonction monogène analytique obtenue par le changement de $\bar{z}$ en $z - C$ est solution analytique en z de la même équation.

La recherche des solutions polygènes d'une équation différentielle est donc de nature à nous fournir des solutions analytiques de la même équation.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques propriétés des racines des fonctions méromorphes*. Note (¹) de M. **Henri Milloux**, présentée par M. Jacques Hadamard.

I. Certaines études récentes sur le nombre des racines des fonctions méromorphes ont montré l'importance du passage d'un domaine (couronne circulaire, secteur de couronne, etc.) à un domaine plus petit (cercle, etc.). La proposition suivante, dont la démonstration est immédiate, peut servir de base à ce passage.

I. *Étant donnée une fonction méromorphe dans un domaine* D, *on considère* k *domaines* $C_1, \ldots, C_k$ *tels que tout point intérieur à* D *soit intérieur à l'un de ces domaines. Si, dans* D, *le nombre des racines de l'équation* $f(z) - a = 0$ *est au moins égal à* N, *sauf peut-être pour des valeurs de* a *dont les points représentatifs sur la sphère de rayon un sont intérieurs à deux cercles de rayon* $\frac{1}{10}$, *il existe au moins un domaine partiel* C_i *dans lequel l'équation* $f(z) - a = 0$ *admet au moins* $\frac{N}{k}$ *racines, pour deux valeurs de a dont la distance sphérique est supérieure à* $\frac{2}{\sqrt{k}}$.

2. Dans le cas où les C_i sont des cercles, j'ai démontré le théorème suivant :

II. *Dans le cercle concentrique à* C_i *et de rayon quadruple, l'équation* $f(z) - a = 0$ *a au moins* $\alpha \frac{N}{k}$ *racines, sauf peut-être pour des valeurs de a dont les points représentatifs sur la sphère de rayon un sont inclus dans deux cercles de rayon inférieurs à* $e^{-\beta \frac{N}{k}}$.

α et β sont des constantes numériques, respectivement supérieures à $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{10}$.

Dans la démonstration de ce théorème, j'utilise les inégalités fondamentales dues à M. R. Nevanlinna, et un théorème de P. Boutroux, limitant le minimum du produit $MP_1 \times MP_2 \times \ldots \times MP_n$ lorsque le point M se trouve à l'extérieur de couronnes circulaires de centre O et entourant les points $P_1 P_2 \ldots P_n$ (²).

(¹) Séance du 26 mars 1928.

(²) Je dois à M. G. Valiron l'idée de l'utilisation du théorème de Boutroux. Ma démonstration primitive était basée sur un théorème récent énoncé par M. Henri Cartan; le théorème de Boutroux, moins précis, est suffisant dans cette étude.

3. Dans l'étude d'une fonction méromorphe $f(z)$, la correspondance de la fonction caractéristique $T(r)$, du nombre N et de certaines couronnes circulaires prises comme domaines D, a été fixée par M. Valiron. L'application du théorème II permet de préciser les résultats quantitatifs obtenus récemment [1] par cet auteur, en ce qui concerne les limites inférieures du nombre des racines des équations $f(z) - a = 0$ dans des cercles dont le rapport des rayons aux distances des centres à l'origine tend vers zéro avec les inverses de ces distances. Dans le cas des fonctions méromorphes d'ordre fini par exemple, les limitations inférieures obtenues par application du théorème II sont exactes à un facteur numérique près, ce qui constitue une notable amélioration des limitations dues à M. Valiron.

D'autres résultats nouveaux peuvent être déduits du théorème II en ce qui concerne l'étude des fonctions entières d'ordre fini ρ, dans des secteurs de couronne circulaire d'ouverture supérieure à $\frac{\pi}{\rho}$, entourant certains points où la fonction entière est d'ordre ρ. J'utilise, dans cette étude, une méthode indiquée dans une Note récente des *Comptes rendus* [2] et je précise les propriétés qui ont conduit M. G. Valiron à la démonstration de l'existence de « courbes de M. Borel ».

Enfin, dans le cas d'une fonction méromorphe $f(z)$ d'ordre nul, le théorème II montre l'existence des cercles de remplissage, et fixe une limite inférieure du nombre des racines de l'équation $f(z) - a = 0$, dans le cas où la fonction caractéristique $T(r)$ de $f(z)$ satisfait à la condition

$$\overline{\lim} \frac{T(r)}{(\log r)^2 \varphi(r)} = \infty,$$

$\varphi(r)$ est une fonction de r tendant vers l'infini avec r, moins rapidement que $\log_p r$, quel que soit l'ordre p d'itération du logarithme.

La méthode employée ne permet pas d'arriver tout à fait aux fonctions méromorphes exceptionnelles de M. Ostrowski.

---

(1) G. Valiron, *Recherches sur le théorème de M. Borel dans la théorie des fonctions méromorphes* (*Acta mathematica*, 52, 1928, p. 67-92).

(2) Voir H. Milloux, *Sur la théorie de fonctions entières d'ordre fini* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1436).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques propriétés des fonctions méromorphes*. Note [1] de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Hadamard.

1. M. Milloux vient de compléter certains de mes résultats antérieurs [2] en introduisant le théorème de Boutroux sur le minimum du module d'un polynome. En utilisant cette idée de M. Milloux et le procédé qui m'avait conduit à ces résultats, puis une représentation conforme d'un cercle sur lui-même, j'ai obtenu le théorème suivant qu'on rapprochera de théorèmes de MM. Montel et Ostrowski sur les familles normales :

Si $f(z)$ est méromorphe pour $|z| < 1$ et ne prend que n fois au plus les valeurs $0, 1, \infty$, le nombre des zéros de $f(z) - x$ dans le cercle $|z| < r < 1$ est moindre que

$$\frac{An + B}{(1-r)^{\alpha}} + \frac{1}{(1-r)^{\beta}} \log \frac{1}{\delta},$$

sauf au plus pour les x représentés sur la sphère de Riemann à l'intérieur d'un cercle $C(r, f)$ de rayon $\delta < 1$. A, B, α, β sont des constantes absolues.

On peut prendre $\beta = 2$, $\alpha > 2$, soit en employant le résultat de Boutroux, soit celui donné récemment par M. Henri Cartan [3].

2. Dans l'application de ce théorème à l'étude des fonctions méromorphes, il y a avantage dans certains cas à modifier ma méthode : on découpe tout le cercle $|z| < R$ (sauf le voisinage de l'origine) en quadrilatères de dimensions εr proportionnelles à la distance r à l'origine, on a environ $\varepsilon^{-2} \log R$ quadrilatères. Ceci permet d'étendre mes résultats aux fonctions méromorphes pour lesquelles

$$\frac{(\log r)^2 \log T(r)}{T(r)}$$

tend vers zéro, sans faire appel à des considérations de croissance.

3. Dans le Mémoire cité plus haut, j'ai donné explicitement des théorèmes (II et XIV) qui peuvent se déduire directement de propositions connues au moyen de représentations conformes. Par exemple, on sait que, si $f(z)$ est holomorphe pour $|z| < 1$ et si son module maximum $M(r, f)$

---

(1) Séance du 26 mars 1928.

(2) Voir la Note de M. Milloux qui précède celle-ci et G. Valiron, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 26-28, et *Acta mathematica*, 52, 1928, p. 67-92.

(3) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 624-625.

vérifie la condition

$$\overline{\lim}\,(1-r)\log M(r,f)=\infty, \tag{1}$$

le théorème de M. Picard s'applique. Mais, il existe une direction $\arg z=\gamma$ telle que, dans tout secteur du cercle l'admettant pour bissectrice, la condition (1) est encore réalisée en remplaçant $M(r,f)$ par le maximum restreint au secteur. En représentant un tel secteur sur un cercle, la condition (1) est encore réalisée; *le point* $z_0=e^{i\gamma}$ *est donc un point singulier de Picard : $f(z)$ prend toute valeur sauf une au plus une infinité de fois dans tout cercle de centre* z_0. Mais la méthode du Mémoire cité montre en réalité qu'il existe *un point singulier de Julia*, avec la suite des petits cercles de remplissage tendant vers ce point, dès que l'ordre moyen de la fonction méromorphe est positif. En combinant des fonctions déduites de fonctions invariantes par la substitution (z, zs) avec une fonction admettant $|z|=1$ comme coupure mais continue sur cette circonférence, on voit qu'il existe des fonctions prenant une infinité de fois toute valeur dans le cercle unité, mais n'admettant pas de point de Picard; des fonctions avec point de Picard, mais sans qu'il y ait en ce point ce que j'ai appelé ailleurs direction de Picard; des fonctions avec point de Picard muni d'une direction de Picard, mais sans point de Julia.

Des considérations analogues peuvent être développées en ce qui concerne l'exposant de convergence. Ce que j'ai dit ci-dessus montre qu'il y a toujours un point de Borel, d'exposant ρ pour une fonction d'ordre total $\rho>1$; ce que j'ai dit dans le Mémoire cité s'applique aux points d'exposant $\rho-1$ munis d'une suite de cercles de remplissage dans lesquels l'exposant est encore $\rho-1$.

4. Dans le paragraphe 3 d'une Note précédente (185, 1927, p. 1439-1441) j'ai affirmé qu'un théorème énoncé par M. Fatou pouvait être déduit du théorème de Schottky. Ma démonstration est erronée, et la question de savoir si le théorème de M. Fatou a lieu sans restriction dans le cas de l'ordre infini reste pendante.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un point fondamental dans la théorie des séries de Dirichlet.* Note ([1]) de M. S. MANDELBROJT, présentée par M. Hadamard.

On sait combien il est difficile d'étudier la fonction représentée par une série de Dirichlet $\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}(s = \sigma + it)$. Ceci provient de la présence des deux suites de nombres a_n et λ_n. Il est donc avantageux de connaître le rôle que joue chacune de ces suites prise séparément dans l'évaluation des singularités de la série $\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$. Nous allons montrer comment dans des cas généraux, on peut ramener l'étude de la série précédente à celle de deux autres dont une est une série de Taylor et l'autre une série de Dirichlet dont tous les coefficients sont des unités.

Je vais commencer par établir le théorème suivant :

THÉORÈME. — *Soit*

$$n \leq \lambda_n < n + 1. \tag{1}$$

Supposons que la fonction

$$f(s) = \Sigma e^{-\lambda_n s}$$

n'admet que des points singuliers dont les projections sur les axes sont isolées et supposons qu'il existe une quantité $\mu < 1$ telle qu'en excluant les singularités de $f(s)$ par des cercles arbitrairement petits on ait

$$f(\sigma + it) = O\,|\,t^{\mu}\,|.$$

Supposons qu'on ait

$$\lim(\lambda_n - n)^{\frac{1}{n}} = 0. \tag{2}$$

Supposons enfin que la série de Taylor

$$\Sigma a_n x^n = \Sigma a_n e^{-ns} \qquad (e^{-s} = x)$$

n'admet que des points singuliers isolés.

En désignant par α les points singuliers de $\Sigma e^{-\lambda_n s}$ et par β les points singuliers de $\Sigma a_n x^n = \Sigma a_n e^{-ns}$ (dans le plan s), alors les seules singularités possibles de $\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ sont les combinaisons $\alpha + \beta$ et les points α.

([1]) Séance du 26 mars 1928.

Comme on sait, le théorème de multiplication des singularités de M. Hadamard ne s'applique pas immédiatement aux séries de Dirichlet ([1]).

J'ai pourtant introduit l'intégrale de la forme

$$\int P(s)\,Q(x-s)\,\frac{ds}{s^{P+1}},$$

où $P(s) = \Sigma a'_n e^{-\lambda_n s}$ et $Q(s) = b_n e^{-l_n s}$ (λ_n et l_n étant des quantités réelles croissantes quelconques), étendue sur une courbe propre aux séries de Dirichlet et qui partant du théorème de Hadamard-Schnee

$$\frac{1}{2\pi i}\int \frac{Q(s)\,e^{l_n s}}{s^{P+1}}\,ds = \sum_{\lambda_m < l_n} (l_n - \lambda_m)^P a'_m$$

devait donner comme je l'ai prévu un théorème semblable au théorème de M. Hadamard concernant les séries de Taylor. Un tel théorème a été démontré par M. Widder à qui j'ai proposé cette méthode ([2]).

J'emploie ce théorème. En outre je suis conduit à l'équation intégro-différentielle

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{\varphi\left(\frac{x}{z}\right)}{1-\frac{x}{z}}\,\psi(z)\,\frac{dz}{z} - \frac{\varphi'(x)\,x}{1-x} = \theta(x),$$

où $\varphi(x)$ est la fonction inconnue : je demande que si $\psi(z)$ s'annule à l'origine ainsi que $\theta(x)$, toutes les deux holomorphes à l'origine, alors il existe une $\varphi(z)$ holomorphe à l'origine, ici $\psi(z) = \Sigma\lambda_n z^n$. C est une courbe fermée.

D'autre part, d'après (2), on voit que la fonction

$$\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda_n - n)\,\rho_n x^n$$

est une fonction entière, où $\Sigma\rho_n x^n = \varphi(x)$.

Ces faits nous permettent de conclure que la fonction $\varphi(x)$ peut être remplacée par $\Sigma a_n x^n$ dans nos considérations.

Le théorème que j'ai énoncé n'est qu'un cas particulier d'un théorème

---

(1) Voir Soula, *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 9e série, 4, 1925, p. 340.

(2) Voir Widder, *Journal of Math.*, 49, 1927, p. 321; *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1038.

plus général. La condition (1) n'est pas essentielle. Si l'on suppose qu'entre n et $n+1$ il existe k_n termes de la suite λ_m, la série $\Sigma k_n x^n$ interviendra dans la recherche des singularités de la fonction $\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$. De même on n'a pas besoin de supposer $\mu < 1$, on serait alors ramené à des équations intégro-différentielles plus compliquées. Mais on peut déjà conclure du théorème énoncé la conséquence :

Conséquence importante : *La condition $n < \lambda_n < n+1$ peut évidemment être remplacée par la moins restrictive qu'entre deux entiers consécutifs il a au plus un seul λ_n. D'autre part, la condition (2) peut être remplacée par la suivante* $\lim(\lambda_n - n - K)^{\frac{1}{n}} = 0$, $1 > K > 0$.

La fonction $\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ peut alors avoir comme points singuliers au plus les points α, $\alpha + \beta$ et $\alpha + \log\left(\frac{K}{K+1}\right)$ en prenant toutes les déterminations du logarithme.

La condition $\overline{\lim}(\lambda_n - n - K)^{\frac{1}{n}} = A > 0$ suffit pour pouvoir dire que les singularités spécifiées sont les seules possible dans un demi-plan défini par A et la croissance de $\psi(x)$.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur la détermination des efforts internes dans les cylindres circulaires métalliques.* Note [1] de M. **Portevin**, présentée par M. H. Le Chatelier.

La détermination expérimentale des efforts internes longitudinaux dans les cylindres circulaires métalliques a été faite jusqu'à présent en enlevant, par tournages ou alésages successifs, des couches concentriques au cylindre et déterminant les variations de longueur correspondantes.

D'après Heyn et Bauer [2], l'effort longitudinal λ_n dans la couche de rang n se calcule d'après la formule

$$\lambda_n = \frac{E}{l_0} \frac{S_n(l_n - l_0) - S_{n-1}(l_{n-1} - l_0)}{S_{n-1} - S_n},$$

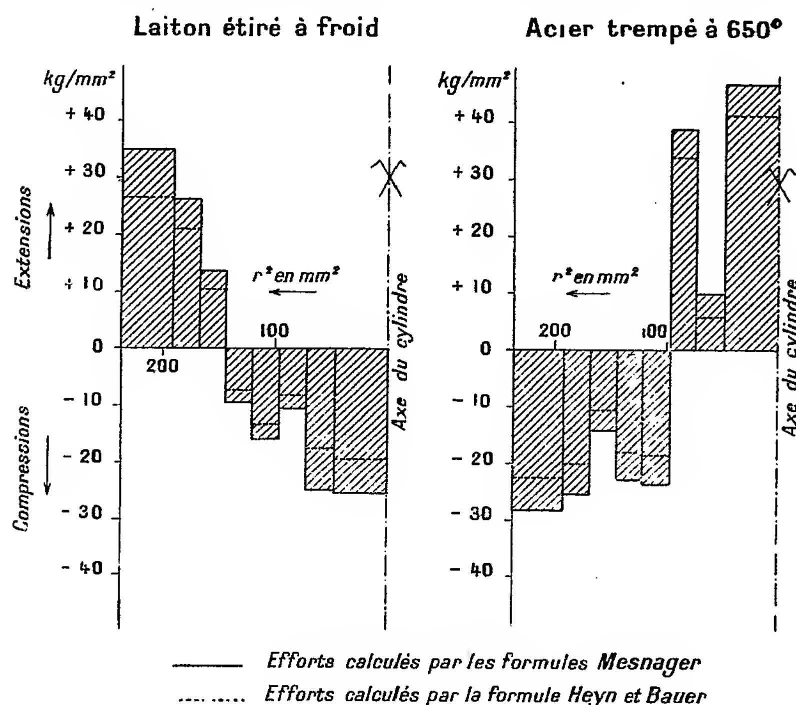
l_0 étant la longueur initiale, l_n et S_n la longueur et la section après enlèvement de la $n^{\text{ième}}$ couche, E le module d'Young.

---

(1) Séance du 26 mars 1928.

(2) Bien antérieurement Kalakoutski avait déterminé d'une manière analogue les tensions circulaires et radiales par mesure des variations de diamètre dans des disques découpés dans les cylindres.

M. Mesnager (1) a signalé que cette méthode de calcul ne tenait pas compte des efforts circulaires γ et radiaux ρ dont la disparition entraîne également des variations de longueur, le coefficient de Poisson σ n'étant pas nul, et il a donné un groupe de quatre équations permettant de déterminer les valeurs *exactes* des efforts internes en mesurant simultanément les variations de longueur et de diamètre extérieur accompagnant l'enlèvement par alésages successifs de couches concentriques au cylindre. De ces



équations, on déduit les formules suivantes utilisables directement pour le calcul des efforts longitudinal λ_n et radial ρ_n, pour la couche de rang n, en adoptant les mêmes notations que précédemment et désignant par D_0 et D_n les diamètres extérieurs initiaux et après enlèvement de la $n^{\text{ième}}$ couche, d_n le diamètre intérieur :

$$\lambda_n = \frac{E}{(1-\sigma^2)(S_{n-1}-S_n)}\left[\left(\frac{l_n-l_0}{l_0}+\sigma\frac{D_n-D_0}{D_0}\right)S_n-\left(\frac{l_{n-1}-l_0}{l_0}+\sigma\frac{D_{n-1}-D_0}{D_0}\right)S_{n-1}\right],$$

$$\rho_n = \frac{E}{2(1-\sigma^2)}\,\frac{D_0^2-d_n^2}{d_n^2}\left[\frac{D_n-D_0}{D_0}+\sigma\frac{l_n-l_0}{l_0}\right].$$

(1) *Comptes rendus*, 169, 1919, p. 1391.

Nous avons procédé de cette façon pour la détermination expérimentale des efforts internes dans des barres de 31^{mm} de diamètre en laiton étiré à froid et en acier trempé à 650°, ce qui, d'après nos déterminations antérieures (¹), fournit deux types de répartition inverse des efforts longitudinaux. Les longueurs ont été mesurées sur quatre génératrices au micron près avec un comparateur à trait; les diamètres extérieurs au demi-micron près sur deux diamètres rectangulaires dans deux sections droites avec un comparateur à bout; toutes ces mesures étant effectuées à $21° \pm 1$.

Les résultats figurant dans le graphique ci-contre montrent que la répartition des efforts internes longitudinaux présente la même allure quelle que soit la méthode de calcul; mais les efforts exacts calculés par les formules de M. Mesnager sont supérieurs en valeur absolue d'environ 30 pour 100 à ceux calculés par la formule d'Heyn et Bauer. Cet écart est notable, quoique de même ordre de grandeur que les variations accidentelles expérimentales que l'on constate parfois d'une couche à l'autre. Il faut donc recourir à la méthode de M. Mesnager toutes les fois que cela est pratiquement possible, mais les comparaisons générales et conclusions qualitatives (²) que l'on déduit des résultats du calcul des efforts par la formule Heyn et Bauer demeurent valables dans les deux cas envisagés : tensions d'étirage et tensions de trempe.

ASTRONOMIE. — *Sur les erreurs dues à l'équation personnelle dans les observations de position angulaire d'étoiles doubles.* Note de M. **Pierre Salet**, présentée par M. Maurice Hamy.

Nous avons indiqué en 1908 (³) une méthode permettant d'éliminer ces erreurs par la combinaison de mesures faites avec et sans prisme de réversion. M. de Glasenapp ayant écrit (⁴) : « Quant aux prismes de réversion, leur emploi diminue, par suite des réflexions, l'éclat des étoiles », nous devons faire remarquer que la diminution d'éclat par suite des réflexions est théoriquement de un dixième (0,11 grandeur stellaire pour un prisme hypoté-

(¹) A. Portevin, *Comptes rendus*, **167**, 1918, p. 1033.

(²) A. Portevin, *Comptes rendus*, **167**, 1918, p. 531, 1033; **169**, 1919, p. 955, et **175**, 1922, p. 959.

(³) *Bulletin astronomique*, **25**, 1908, p. 18. Dans le *Journal des Observateurs*, **11**, 1928, p. 1, nous avons étudié les travaux faits depuis vingt ans au sujet de cette méthode.

(⁴) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 681.

nuse d'indice 1,5). Ce chiffre suppose des surfaces propres et bien polies; il suffit pourtant à montrer combien seront rares les cas où l'étoile se trouvera trop près de la limite de visibilité, pour être observée par la méthode du prisme.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Relation entre les oscillations régulières des champs électriques et magnétiques terrestres, et les foyers solaires diamétraux.* Note (¹) de M. **Albert Nodon**, présentée par M. Deslandres.

L'observation paraît démontrer que des perturbations électriques et magnétiques, caractérisées par des oscillations régulières des champs électriques et magnétiques terrestres, d'une durée totale de 7 secondes environ, se manifestent pendant l'évolution de foyers solaires diamétraux conjugués. Ces foyers, composés de taches et de facules, sont en transformation continuelle, l'accroissement de l'un paraissant correspondre à la diminution de l'autre.

Les oscillations magnétiques furent étudiées à l'aide d'une petite boussole, dont l'aiguille aimantée, de 8^{mm} de longueur, était légère et très mobile. Cette aiguille était orientée dans une direction différente de celle du méridien magnétique, à l'aide d'un aimant directeur. Les oscillations étaient de grande amplitude et facilement observables. Les oscillations électriques furent étudiées à l'aide d'un électromètre à feuille d'aluminium, soigneusement isolé de l'atmosphère extérieure, par une caisse métallique formant cage de Faraday et reliée à la terre. La feuille d'aluminium bien isolée était maintenue sous une charge constante de plusieurs centaines de volts. Les mouvements de cette feuille étaient mesurés à travers une petite fenêtre percée dans la cage de Faraday, au moyen d'une lunette micrométrique. On constate que les élongations de la boussole et de l'électromètre furent parfaitement concordantes, et que leur durée totale fut de 7 secondes environ. Ces instruments furent déjà décrits dans nos recherches antérieures (²); ainsi qu'un magnétographe basé sur un principe analogue à celui de la boussole précédente, et ils sont utilisés d'une façon courante à l'Observatoire

(¹) Séance du 26 mars 1928.

(²) Albert Nodon, *Observations sur l'action électrique du Soleil et de la Lune* (*Comptes rendus*, **145**, 1907, p. 521); *Observations sur les perturbations électromagnétiques terrestres* (*Ibid.*, **163**, 1916, p. 14); *Revue générale des Sciences*, **27**, 1916, p. 422; *Essai d'Astrométéorologie*, 1920, p. 181 à 190; etc.

del Salto à Santiago de Chili où ils permettent d'obtenir, depuis avril 1927 principalement avec le magnétographe à enregistreur photographique, d'importantes indications journalières à l'approche des troubles atmosphériques et sismiques. Nous avons constaté que les principales perturbations électromagnétiques enregistrées au Chili furent semblables à celles enregistrées en France. Ces faits paraissant confirmer une origine commune extra-terrestre de tous ces phénomènes.

Voici le résumé des observations faites de juin à octobre 1927, puis en janvier et en février 1928. En premier lieu, deux foyers conjugués diamétralement opposés persistèrent de la fin de mai au 28 septembre 1927. Ces foyers passèrent au méridien central, dans chacun des deux hémisphères, aux dates suivantes : 25 juin, 11 et 22 juillet, 5 et 19 août, 2 et 14 septembre. L'apparition de chacun d'eux au méridien central, dans l'hémisphère visible, correspondit à la durée d'une demi-révolution solaire. Leur disparition simultanée eut lieu du 25 au 28 septembre. Un second foyer diamétral conjugué apparut du 15 au 30 septembre. D'autres foyers conjugués analogues furent observés du 10 janvier au 25 février 1928. Ces derniers passèrent successivement au méridien central, dans l'hémisphère visible, aux dates du 12 et du 27 janvier, du 8 et du 22 février.

D'autre part les oscillations électriques et magnétiques isochrones furent enregistrées, presque sans interruption, du 26 juin au 26 septembre 1927; des arrêts eurent lieu du 12 au 14 juillet, du 26 au 27 septembre, et les oscillations cessèrent le 28 septembre, date de la disparition des deux foyers diamétraux conjugués. Des oscillations analogues furent observées du 10 janvier au 25 février 1926 avec des interruptions du 15 au 16 et du 17 au 19 février.

Les troubles électromagnétiques les plus importants eurent lieu aux époques de formation et de transformation de foyers passagers, principalement pendant les passages des foyers diamétraux conjugués au méridien central. Ces périodes furent situées à la fin de juin et à la fin de juillet, puis au début et à la fin d'août et pendant presque toute la durée de septembre.

En comparant au moyen de graphiques la position relative des foyers conjugués diamétraux avec les variations des champs électrique et magnétique pendant les périodes précédentes, on constate que les actions électrique et magnétique ont été plus intenses pendant les passages des foyers diamétraux au méridien central, et les actions les plus faibles aux passages simultanés de ces foyers aux bords est et ouest du Soleil. Les troubles les plus importants eurent lieu aux époques précédemment indiquées, correspondant à celles des transformations des foyers passagers.

La propagation des ondes électromagnétiques fut également étudiée pendant les mêmes périodes à l'aide des postes récepteurs radiophoniques. Le graphique représentatif de cette propagation semble indiquer d'étroites relations entre celle-ci, les variations des champs électrique et magnétique et l'évolution des foyers diamétraux conjugués.

Il paraît nécessaire de confirmer ces premiers résultats par de nouveaux, avant d'en tirer des conclusions fermes. Toutefois, il semble qu'on peut admettre provisoirement qu'il paraît exister d'étroites relations entre l'activité des foyers diamétraux conjugués solaires, les variations des champs électrique et magnétique terrestres (caractérisées par des oscillations régulières et concordantes de ces deux champs) et la propagation des ondes électromagnétiques.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la vitesse de propagation de l'attraction.* Note de M. E. **Kogbetliantz**, présentée par M. Hadamard.

L'hypothèse de propagation de l'attraction newtonienne avec une vitesse finie V a été souvent envisagée par les astronomes qui ont essayé d'en tirer des conclusions relatives au mouvement des planètes. En remplaçant, par exemple, la loi de Newton par celles de Weber ou de Riemann avec $V = 180000$ ou 250000 km/sec respectivement, on parvient à expliquer le mouvement du périhélie de Mercure. Le but de cette Note est de proposer une expérience de laboratoire qui permettrait, semble-t-il, de mesurer V, si elle est comparable à la vitesse c de la lumière. Soit donc $V = \alpha c$.

Supposons qu'un élément de masse $dm = \sigma dv$, se trouvant au moment t au point M de coordonnées ρ, θ, z, tourne avec la vitesse angulaire ω autour de l'axe vertical $\overline{OZ}$. L'attraction exercée au moment t par dm sur l'unité de masse placée en un point P de coordonnées $x = 0$, $y = b$, $z = H$ est dirigée suivant la ligne $\overline{PM'}$, M' étant la position qu'occupait dm au moment $t' = t - \Delta t$ et Δt désignant l'intervalle du temps mis par l'attraction pour parcourir la distance $\delta' = \overline{PM'}$. Soient ρ, θ', z les coordonnées de M'; alors $\delta' = \sqrt{(H - z)^2 + \rho^2 + b^2 - 2b\rho\cos\theta'}$.

L'intensité de l'attraction au moment t est égale à $\frac{f\,dm}{\delta'^2}\cdot$ On a $\Delta t = \frac{\delta'}{\alpha c}\cdot$

Donc $\theta - \theta' = \omega\Delta t = \frac{\omega\delta'}{\alpha c}\cdot$ Le rapport $\frac{\omega}{c}$ étant extrêmement petit, nous allons négliger son carré.

En posant $\delta = \mathrm{PM} = \sqrt{(\mathrm{H}-z)^2+\rho^2+b^2-2b\rho\cos\theta}$, on trouve, à $\frac{\omega^2}{c^2}$ près,

$$\delta' = \delta + \frac{b\omega}{\alpha c}\rho\cos\theta.$$

Les composantes de l'attraction au moment t sont, à $\frac{\omega^2}{c^2}$ près,

$$dX' = \frac{f\sigma\, dv}{\delta'^2}\frac{\rho\cos\theta'}{\delta'} = \frac{f\sigma\, dv}{\delta^3}\left(1 - 3\frac{b\omega}{\alpha c}\rho\cos\theta\right)\left(\rho\cos\theta + \frac{\rho\,\delta\omega}{\alpha c}\sin\theta\right)$$

et similaires pour dY' et dZ'. En les comparant aux composantes dX, ..., de l'attraction non retardée ($\omega = 0$), on en déduit les composantes $d(\Delta X) = dX' - dX$, ..., de l'effet dû à la rotation ω :

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} d(\Delta X) &= \frac{f\sigma\omega}{\alpha c}\frac{\rho\, dv}{\delta^2}\left(\sin\theta - 3\frac{b\rho}{\delta^2}\cos^2\theta\right), \\ d(\Delta Y) &= -\frac{f\sigma\omega}{\alpha c}\frac{\rho\, dv}{\delta^2}\left[\cos\theta + 3\frac{b(\rho\sin\theta - b)}{\delta^2}\cos\theta\right], \\ d(\Delta Z) &= 3\frac{f\sigma\omega}{\alpha c}\frac{\rho\, dv}{\delta^2}\frac{b(\mathrm{H}-z)}{\delta^2}\cos\theta. \end{aligned}\right.$$

Supposons que le corps C qui tourne autour de $\overline{\mathrm{OZ}}$ et dont dm est l'élément de masse soit de révolution autour de $\overline{\mathrm{OZ}}$. L'intégration par rapport à θ donne $\Delta Y = \Delta Z = 0$. ΔX n'est pas nulle et sa valeur est exprimée par l'intégrale triple

$$\Delta X = -\frac{f\sigma\omega}{2\alpha c}\iiint\frac{\rho\sin\theta\, dv}{\delta^2}.$$

Suspendons au-dessus de C une balance de torsion, le fil de torsion étant sur le prolongement de l'axe de rotation $\overline{\mathrm{OZ}}$. Soient m, $2b$, H le poids de deux masses du balancier, la longueur du dernier et la distance des masses au plan XOY. Le couple K, dû à la rotation uniforme du corps C et qui fait dévier le balancier d'un angle φ à partir de la position d'équilibre pour $\omega = 0$, est égal à

$$\mathrm{K} = 2m(x\,\Delta Y - y\,\Delta X) = -2mb\,\Delta X = \frac{mbf\sigma\omega}{\alpha c}\iiint\frac{\rho\sin\theta}{\delta^2}dv.$$

D'autre part, $\mathrm{K} = \tau\varphi$, τ étant le coefficient de torsion du fil, d'où

$$\alpha = \frac{mbf\sigma\omega}{\mathrm{K}c}\iiint\frac{\rho\sin\theta}{\delta^2}dv = \frac{mbf\sigma\omega}{\tau\varphi\, c}\iiint\frac{\rho\sin\theta}{\delta^2}dv.$$

On emploie actuellement pour les balances de torsion du type Eötvös

des fils avec $\tau = 0,027$ pour une longueur de 1^{m}. Posons $m = 30^{6}$, $b = 1^{m}$, $\sigma = \frac{22}{3}$ (densité de l'acier), $\omega = 100\,\pi$ (3000 tours par minute). On a $c = 3.10^{10}$ et $f = \frac{2}{3}\,10^{-7}$. Soit l la longueur du fil de torsion en mètres. Alors $\frac{mbf\sigma\omega}{\tau c} = 0,57.l.10^{-9}$. Si la partie optique est celle employée couramment par les constructeurs des balances d'Eötvös (deux réflexions) et si l'unité de l'échelle est le quart de millimètre, le rayon lumineux par courant après la dernière réflexion au miroir du fléau d mètres, on trouve pour le déplacement linéaire D du spot lumineux observé $D = 1,6.10^{4}.d.\varphi$. Par conséquent

$$\alpha = 0,9.10^{-5}\,\frac{d.l}{D}\int\!\!\int\!\!\int \frac{\rho \sin\theta}{\delta^{2}}\,dv = 0,9.10^{-5}\,\frac{d.l}{D}\,I,$$

les longueurs l et d étant exprimées en mètres. Pour un corps C cylindrique de rayon R, de hauteur h et dont l'axe coïncide avec $\overline{Oz}$, on a

$$I = \frac{\pi}{2b}\int_{0}^{h} f(z)\,dz,$$

où

$$f(z) = \sqrt{(R^{2}-b^{2})^{2} + 2(R^{2}+b^{2})(z-H)^{2} + (z-H)^{4}} - [R^{2}+b^{2}+(H-z)^{2}]$$
$$+ 2b^{2}\log\frac{R^{2}-b^{2}+(H-z)^{2}+\sqrt{(R^{2}-b^{2})^{2}+2(R^{2}+b^{2})(H-z)^{2}+(H-z)^{4}}}{2(H-z)^{2}}.$$

Pour $R = 4^{m}$, $h = 50^{cm}$, $H = 55^{cm}$ et $b = 1^{m}$, on trouve facilement que

$$I > 1,7.10^{5}.$$

Donc, pour une masse de $\pi R^{2} h\sigma = \pi\sigma\, 400^{2}.50^{6} = 184$ tonnes environ, l'effet D ne serait pas inférieur à $1,5\,\frac{d.l}{\alpha} = 1,5\,\frac{d.l}{\alpha}$ (divisions de l'échelle).

Si l'on réalise une balance de torsion avec $d = l = 4^{m}$ on peut espérer de mesurer la vitesse $V = \alpha c$ dans les cas où $\alpha \leq 48$. Observons que les gyroscopes employés dans les grands bateaux comme antiroulis ont des masses supérieures à 184 tonnes et tournent avec des vitesses de l'ordre de $\omega = 100\,\pi$. Nous n'insistons pas sur les précautions évidentes à prendre pour assurer une température constante et l'absence des trépidations pour la balance de torsion.

TÉLÉPHONIE. — *Sélection des communications de départ et d'arrivée dans les réseaux téléphoniques à batterie centrale.* Note (¹) de MM. **Conti, de la Ville le Roulx** et **Coret**, présentée par M. Rateau.

Dans les réseaux téléphoniques à batterie centrale, simple ou intégrale, à commutation manuelle ou automatique, la signalisation des communications allant d'un poste particulier vers l'organe commutateur est basée sur l'existence *permanente* d'une différence de potentiel *continue* aux bornes de la ligne qui les relie, tandis que la signalisation des communications établies en sens inverse repose sur l'envoi d'un courant alternatif dans cette ligne; l'agencement du poste récepteur suivant le système de la séparation des circuits rendant compatibles ces deux procédés.

Il résulte de cette différence, qui constitue l'une des caractéristiques des systèmes à batterie centrale, que le processus des courants dans la ligne n'est pas le même suivant qu'il s'agit d'une communication de départ ou d'une communication d'arrivée; d'où la possibilité, par l'utilisation d'un organe approprié, d'une sélection entre ces deux catégories de communications.

Le dispositif propre à assurer cette sélection sera, d'une manière générale, un relais dont l'organe meneur obéira seulement au courant alternatif (et, par suite, ne sera mis en action que par les communications d'arrivée) et dont l'organe mené opérera une commande appropriée au but poursuivi.

Un tel dispositif pourra être employé, par exemple, pour obtenir, dans les installations dont la faible importance ne justifie pas l'emploi d'un standard, un aiguillage des appels du réseau vers un poste secondaire spécialisé dans leur réception en en affranchissant le poste principal.

Ajoutons que, par une conception adéquate de l'organe meneur du relais limitant ses conditions de fonctionnement, il serait en outre possible d'obtenir que seules fussent reçues les communications pour lesquelles l'appel serait effectué sous une forme préalablement arrêtée; méthode de protection susceptible de recevoir des applications dans les réseaux de sécurité utilisant des systèmes à batterie centrale.

Dans le domaine courant, l'application pratique d'un dispositif reposant sur le principe de sélection exposé précédemment est illustrée par la réalisation industrielle d'un appareil permettant le verrouillage *unilatéral* des

(¹) Séance du 26 mars 1928.

postes téléphoniques particuliers. La plus intéressante particularité de cet appareil consiste dans l'emploi conjugué d'un relais électromagnétique, conçu pour que son introduction dans les circuits téléphoniques n'apporte aucune perturbation dans la propagation des courants qui y circulent, et d'un tube contacteur à mercure, à rupture retardée, de réalisation très simple.

En résumé il est possible, dans tous les réseaux téléphoniques à batterie centrale, d'effectuer sur les lignes desservant les postes particuliers une sélection des communications d'après le sens dans lequel elles sont établies, et parmi celles qui émanent de l'organe de commutation, d'après la forme de l'appel qui les précède.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la réversibilité d'une réaction provoquée par l'étincelle ou le courant électrique.* Note de MM. **Pierre Jolibois, Henri Lefebvre** et **Pierre Montagne**, transmise par M. H. Le Chatelier.

Dans une série de Notes précédentes (¹), nous avons montré que l'étincelle électrique provoque une décomposition limitée du gaz carbonique à basse pression. Nous avons également comparé la dissociation thermique de ce composé à sa décomposition par les étincelles. Pour voir si l'assimilation complète de ces deux phénomènes était légitime, il importait d'étudier en outre la réversibilité du second; il fallait voir si, dans des conditions électriques identiques, la limite de décomposition du gaz carbonique était la même que la limite de combinaison d'un mélange formé de deux molécules d'oxyde de carbone et d'une molécule d'oxygène, les pressions initiales étant choisies de manière que les pressions finales soient égales.

Nous avons donc introduit dans un tube muni de deux électrodes de l'anhydride carbonique sous la pression de 17^{mm}, et nous y avons fait jaillir l'étincelle de décharge d'un condensateur de 0,1 microfarad. Après le passage de 1000 étincelles environ, la limite de décomposition était atteinte, et égale à 74 pour 100 (voir Tableau).

(¹) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 608; **182**, 1926, p. 1026 et 1145; **183**, 1926, p. 784; **184**, 1927, p. 323 et 522.

TABLEAU I.

Nombre d'étincelles Capacité 0,1 microfarad.	$CO + O$ (25^{mm}) fraction non combinée.	CO^2 (17^{mm}) fraction dissociée.
20	92 %	2,5 %
50	87	6,5
100	82	13
200	76	26
500	74	57
800		72
1000		74

Nous avons d'autre part recommencé exactement la même expérience après avoir rempli le tube d'un mélange d'oxyde de carbone (2^{mol}) et d'oxygène (1^{mol}) à la pression de 25^{mm}, correspondant sensiblement à la décomposition complète du même volume de gaz carbonique sous la pression initiale de 17^{mm}. Après passage de 500 étincelles, il reste 74 pour 100 du mélange non combinés. On peut considérer que la limite est alors atteinte (voir Tableau I). La réversibilité du phénomène est donc parfaite.

L'étude de l'action du courant continu conduit à la même conclusion. Que l'on introduise dans le tube du gaz carbonique sous la pression de 9^{mm}, ou le mélange d'oxyde de carbone et d'oxygène sous la pression de 15^{mm}, un courant de 350 microampères provoque une dissociation ou une combinaison partielle dont la limite commune, atteinte dans les deux cas après 200 minutes environ, correspond à un taux de dissociation du gaz carbonique de 32 pour 100 (voir Tableau II).

TABLEAU II.

Durée du passage du courant en minutes.	$CO + O$ (15^{mm}) fraction non combinée.	CO^2 (9^{mm}) fraction dissociée.
25	72 %	13 %
50	55	21
100	39	28
150	35	31
200	33	32

Il faut remarquer qu'à ces faibles pressions, la combinaison sous l'influence des étincelles ou du courant continu du mélange d'oxyde de carbone et d'oxygène se produit d'une manière très progressive. Il faut, pour arriver à

la limite de combinaison, fournir une quantité d'énergie importante. Le phénomène ne se présente pas comme un allumage instantané de ce mélange thermodynamiquement instable, mais comme une combinaison lente dans laquelle l'étincelle sert à détruire les frottements chimiques.

Ces expériences mettent en évidence le double rôle que peuvent jouer l'étincelle et le courant électriques dans les réactions chimiques :

1° un rôle de catalyseur pour ramener à la stabilité les systèmes instables ;

2° un rôle de transporteur d'énergie pour faire évoluer un système stable vers un état moins stable.

On voit, dans les cas que nous avons considérés, que pour des conditions électriques données et des pressions initiales correspondantes, les deux phénomènes tendent vers une limite commune.

En rapprochant ces résultats de ceux que nous avons publiés antérieurement relatifs à l'influence de la capacité du circuit de décharge sur la limite de dissociation du gaz carbonique, on arrive à une conclusion que nous avons vérifiée expérimentalement.

Si, dans un tube contenant le mélange d'oxyde de carbone et d'oxygène, on fait jaillir l'étincelle de décharge d'un condensateur de grande capacité, la combinaison est faible ; au contraire, une étincelle continue correspondant à un courant de faible intensité provoque, pour une même dépense d'énergie, une combinaison bien plus importante (voir Tableau III).

En dissipant 380 joules dans un tube contenant le mélange considéré à la pression de $3^{mm},3$, on combine 17 pour 100 par les décharges d'un condensateur de 15 microfarads, tandis qu'on en combine 38 pour 100 par passage d'un courant continu de 350 microampères correspondant à la même énergie utilisée.

Tableau III. — *Combinaison du mélange* $CO + O$ (*pression* : $3^{mm},3$) *sous l'influence du courant continu ou de l'étincelle condensée.*

Joules dissipés.	Fraction combinée		
	Courant continu 350 microampères.	Étincelles condensées 5 microfarads.	Étincelles condensées 15 microfarads.
125	15 %	9 %	6 %
250	26	16	12
380	38	21	17

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'influence de la température sur la formation de l'onde explosive.* Note de M. P. LAFFITTE, transmise par M. H. Le Chatelier.

J'ai déjà étudié l'influence de la température sur la *propagation* de l'onde explosive [1]. Dans ces recherches le mélange gazeux était enflammé, par une étincelle électrique, dans un tube à la température ordinaire dans lequel se formait l'onde explosive. Celle-ci se propageait ensuite dans un tube chauffé. Dans les recherches rapportées dans la présente Note, le mélange gazeux était directement allumé, par une étincelle électrique, dans le tube chauffé. La formation de l'onde était étudiée dans ce tube même par la méthode d'enregistrement photographique déjà décrite [2]. Le chauffage était réalisé électriquement, par la même méthode que celle employée dans les recherches sur l'influence de la température sur la propagation de l'onde explosive.

Les expériences ont porté sur les mélanges d'hydrogène et d'oxygène ($2H^2 + O^2$) et de méthane et d'oxygène ($CH^4 + 2O^2$), à la pression atmosphérique et à des températures variant depuis la température ordinaire jusqu'à 350°. Dans tous les cas on mesurait, sur les photographies obtenues, la longueur au bout de laquelle s'établissait l'onde explosive (longueur de combustion). Les tubes de verre avaient une longueur de 100^{cm} et un diamètre intérieur de 13^{mm}.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus :

Mélange $2H^2 + O^2$.		Mélange $CH^4 + 2O^2$.	
Température initiale (en °C.).	Longueur de combustion (en cm).	Température initiale (en °C.).	Longueur de combustion (en cm).
15 ..	60	15 ...	55
120-130..	73	160-180...	74
160-180..	78	290-310...	90
300-320..	Pas d'onde explosive (tube de 100^{cm} de longueur)	340-360...	Pas d'onde explosive (tube de 100^{cm} de longueur)
340-360..	Pas d'onde explosive (tube de 100^{cm} de longueur)		

Les photographies reproduites ici se rapportent au mélange $CH^4 + 2O^2$. La première (*fig.* 1) a été obtenue à la température ordinaire; l'onde explosive se forme dans ce cas à 55^{cm} de l'étincelle d'allumage. La seconde

(1) *Ann. de Phys.*, 10e série, 4, 1925, p. 639.
(2) *Ann. de Phys.*, 10e série, 4, 1925, p. 605.

(*fig.* 2) a été obtenue à 280-300°; l'onde explosive se forme à 90^{cm} de l'étincelle d'allumage. Dans les deux cas on voit très nettement l'onde rétrograde, lancée en arrière, au moment de la naissance de l'onde explosive. Les stries que l'on voit sur la seconde photographie proviennent des fils d'attache de la matière calorifuge qui entourait le tube de verre sur la plus grande partie

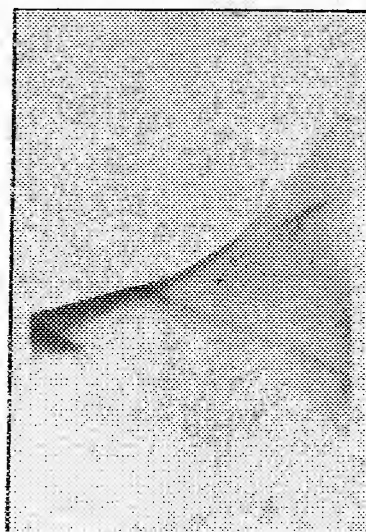


Fig. 1.

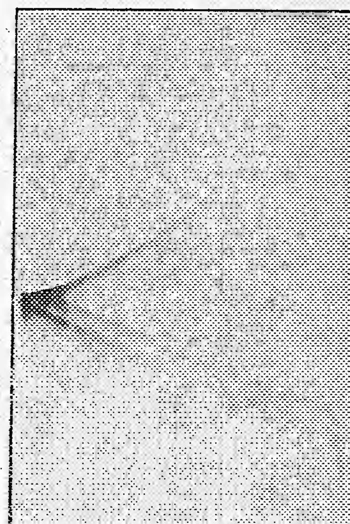


Fig. 2.

de sa circonférence, de manière à laisser seulement une fenêtre horizontale du côté faisant face à l'objectif photographique.

De ces expériences on peut conclure qu'*une élévation de la température initiale d'un mélange gazeux combustible retarde la formation de l'onde explosive*. Ce résultat peut être rapproché de celui obtenu en étudiant l'influence de la pression : l'augmentation de la pression initiale facilite la formation de l'onde explosive ([1]). Dans les deux cas l'accroissement de densité du mélange gazeux produit le même effet.

En outre dans les expériences précédentes nous avons noté que, plus la température initiale est élevée, moins le mélange est lumineux. De même les effets de l'explosion sont moins intenses aux températures élevées qu'à la température ordinaire : le tube de verre, qui est complètement brisé à la température ordinaire, n'est brisé que sur les 20 derniers centimètres

---

([1]) Dumanois et Laffitte, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 284.

dans les expériences à 300°, et est retrouvé intact, après l'explosion, dans les expériences à 350°. Quant au bruit de l'explosion qui est relativement fort à la température ordinaire, il est très faible lorsque la température initiale est de 350°. D'une manière générale, *l'élévation de la température produit les mêmes effets qu'une dilution du même mélange gazeux initial* par un gaz inerte.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de la lumière sur les dérivés diazoïques.* Note [1] de MM. **A. Seyewetz** et **D. Mounier**, transmise par M. V. Grignard.

Les dérivés diazoïques sont tous décomposés à des degrés variables par la lumière solaire ainsi que par les rayons ultraviolets, mais on ignorait jusqu'ici les conditions qui favorisent, retardent ou empêchent cette réaction, ainsi que la nature des produits qui prennent naissance dans cette décomposition.

Nous avons étudié l'action des rayons ultraviolets sur des solutions de diazoïques placées dans des tubes minces en verre « Pyrex » qui absorbe faiblement les rayons ultraviolets.

Dans nos premiers essais, nous avons choisi comme type de diazoïque l'*acide diazosulfanilique* qui peut être obtenu facilement à l'état pur et sec et qui est stable à la température ordinaire. La marche de la décomposition était suivie en mesurant le volume d'azote dégagé après des durées d'exposition croissantes, et en évaluant la quantité de diazoïque restant dans la solution par le volume d'azote recueilli après ébullition.

Nos expériences ont d'abord porté sur 20^{cm^3} d'une solution à 4 pour 1000 d'*acide diazosulfanilique*. Un essai témoin, préservé de l'action de la lumière, était maintenu à la même température. Les mesures, effectuées à des intervalles de temps suffisants pour avoir des quantités d'azote appréciables, nous ont montré que le dégagement gazeux est sensiblement proportionnel à la durée d'insolation jusqu'à ce qu'il corresponde à 90 pour 100 environ du diazoïque initial.

A ce moment, il n'existe plus de diazeïque dans la solution, la fraction déficitaire ayant servi vraisemblablement à former une matière colorante par copulation avec le phénol produit dans la décomposition.

Nous avons étudié l'influence de l'acidité ou de l'alcalinité sur la vitesse

---

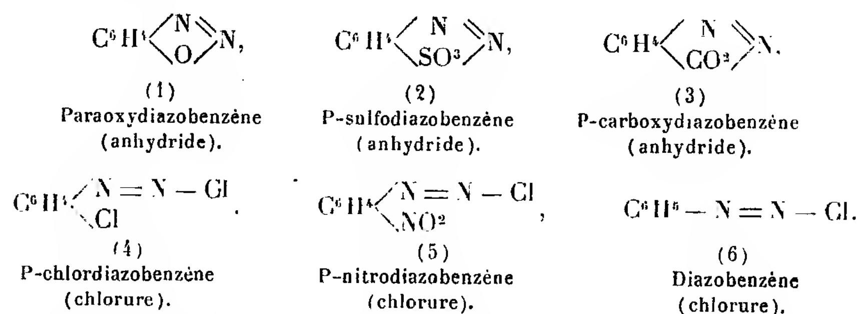
[1] Séance du 26 mars 1928.

de décomposition du diazoïque en opérant sur des solutions d'*acide diazosulfanilique* et de *diazonaphtolsulfonate de sodium* (1.2.4) à des degrés d'acidité et d'alcalinité variables. Ces essais nous ont montré que pour les pH inférieurs à 7. c'est-à-dire pour une réaction acide de la solution, celle-ci présente une grande sensibilité à la lumière, tandis qu'elle est relativement stable à la chaleur. Par contre si le pH est supérieur à 7 (réaction alcaline) la sensibilité à la lumière devient très faible, tandis que la sensibilité à la chaleur est fortement augmentée.

Les essais de décomposition par des rayons ultraviolets à différentes températures (35, 56, 80 et 100°) nous ont conduits à des résultats analogues. La sensibilité augmente peu avec la température, mais lorsqu'on se rapproche de la limite de décomposition du diazoïque par la chaleur, l'action de celle-ci devient prépondérante et celle de la lumière est alors très faible.

Nous avons examiné, d'autre part, si, de même que pour l'action de la chaleur, les substitutions électronégatives dans le noyau aromatique exercent une influence protectrice sur la sensibilité à la lumière.

Ces essais montrent que les radicaux électronégatifs, introduits dans le noyau, exercent, pour les radiations ultraviolettes, un effet inverse de celui qu'ils produisent vis-à-vis de l'action de la chaleur. On peut, en effet, classer comme suit les différents diazoïques dérivés de l'aniline et de ses produits de substitution en para, par ordre de sensibilité décroissante aux rayons ultraviolets :



Il semble, en outre, que l'anhydrification entre le groupement diazoïque et le radical substitué favorise l'instabilité à la lumière. D'autre part, il est à remarquer que la décomposition, qui est totale dans les deux premiers cas, n'est que partielle dans les autres. On arrive à un état d'équilibre au

---

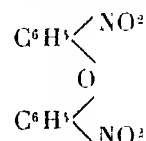
(1) Ces températures ont été obtenues en opérant dans la vapeur d'éther, d'acétone, de benzine et d'eau.

delà duquel la lumière ne produit plus de dégagement d'azote appréciable.

Nous avons examiné si la position du groupement substitué a une influence sur la décomposition due à la lumière en utilisant dans ces essais l'*ortho*, la *méta* et la *paradiazonitraniline*. On a obtenu dans les trois essais sensiblement le même volume d'azote dégagé, ainsi que la formation d'un composé brun insoluble. Nous avons enfin déterminé la nature des produits qui prennent naissance dans les décompositions précédentes. Pour l'*acide sulfanilique*, le *paraminophénol* et le *chlorure de diazobenzène*, les produits formés sont les mêmes que dans la décomposition par la chaleur, c'est-à-dire dégagement d'azote et formation du phénol correspondant.

Avec le dérivé diazoïque de l'*acide paraminobenzoïque*, nous avons obtenu un composé de couleur brune d'où nous avons isolé l'*acide paraoxybenzoïque* $C^6H^4\begin{cases}OH & (1)\\ COOH & (4)\end{cases}$ et de l'*acide parachlorobenzoïque* $C^6H^4\begin{cases}Cl & (1)\\ COOH & (4)\end{cases}$ en quantités à peu près égales.

Enfin, avec les *nitranilines*, le précipité brun qui prend naissance est insoluble dans la plupart des solvants organiques. Nous avons pu toutefois le faire cristalliser dans un mélange à parties égales de nitrobenzène et d'alcool. Il renferme des groupements nitrés et sa teneur en azote, qui est de 10,7 pour 100, correspondrait à celle d'un oxyde de phényle dinitré



provenant de l'anhydrification de 2[mol] de nitrophénol.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transposition moléculaire dans la série du cycloheptane*. Note (1) de M. **Marcel Godchot** et M[lle] **G. Cauquil**, présentée par M. Charles Moureu.

Dans une récente Communication (2), nous avons indiqué que l'action de l'iodure de méthylmagnésium sur l'α-chlorocycloheptanol donnait naissance au méthylcyclohexylcarbinol, $C^6H^{11}.CHOH.CH^3$, par suite d'une transposition moléculaire rompant le cycle en C^7 et le ramenant à un cycle en C^6.

Nous avons tenu à généraliser ce fait assez curieux en mettant en œuvre,

(1) Séance du 26 mars 1928.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 375.

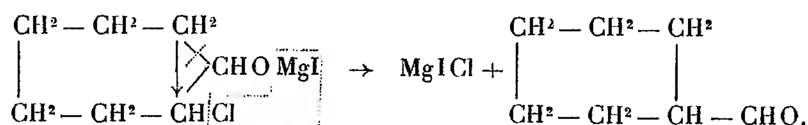
à la place de CH^3MgI, le bromure de phénylmagnésium, toujours en présence de l'α-chlorocycloheptanol et en suivant la même technique. Si la réaction s'accomplit, suivant le même mécanisme, nous devons obtenir le phénylcyclohexylcarbinol, $C^6H^{11}.CHOH.C^6H^5$; l'expérience a très nettement démontré qu'il en était bien ainsi.

En effet, nous avons isolé, avec un bon rendement, parmi les produits de la réaction, un alcool bouillant vers 160°-162° sous 15mm; régénéré de son phtalate acide (P.F. 163°), cet alcool cristallise et fond à 48°-49°; sa phényluréthane est fusible à 146°-147°.

Pour identifier cet alcool et bien montrer qu'il était identique au phénylcyclohexylcarbinol, obtenu pour la première fois par MM. Sabatier et Mailhe (¹) par action de l'aldéhyde benzoïque sur $C^6H^{11}MgCl$, nous avons préparé à nouveau cet alcool. Il est fusible à 49° (MM. Auwers et Troppmann indiquent 50°). Sa phényluréthane est fusible à 146°-147° et son phtalate acide à 163°. Il y a donc identité d'autant plus certaine entre l'alcool issu de l'α-chlorocycloheptanol et le phénylcyclohexylcarbinol que le mélange des alcools des deux origines, des deux phtalates et des deux phényluréthanes fondent toujours au même point.

Nous avons isolé aussi dans notre réaction une certaine quantité d'un carbure éthylénique, $C^{13}H^{16}$, bouillant vers 140-141°, sous 15mm et résultant de la déshydratation partielle de l'alcool; ce carbure a déjà été signalé par MM. Sabatier et Mailhe et étudié par MM. Auwers et Troppmann (²).

Dans notre précédente Communication (³), nous avions indiqué que la transposition moléculaire qui fournit un corps possédant un cycle en C^6, en partant d'un composé ayant un cycle en C^7, pouvait peut-être s'expliquer par un certain mécanisme. Depuis, M. Tiffeneau, très aimablement, et nous tenons à l'en remercier ici, a bien voulu nous faire savoir qu'il était beaucoup plus normal de croire que le mécanisme de transposition était le suivant :



L'aldéhyde hexahydrobenzoïque qui aurait pris ainsi naissance réagirait

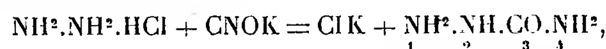
(¹) *Comptes rendus*, **139**, 1904, p. 343.
(²) *Berichte der Deutsch. chem. Ges.*, **48**, 1915, p. 1220.
(³) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 376.

ensuite sur la deuxième molécule d'organomagnésien pour donner normalement $C^6H^{11}.CHOH.R$. M. Tiffeneau [1] a en effet démontré que par action du nitrate d'argent sur l'iodhydrine du cyclohexène on obtenait l'aldéhyde cyclopentanique. Nous sommes donc portés à croire que le mécanisme de transposition conseillé par M. Tiffeneau est probablement celui qu'il convient d'adopter dans ce cas et nous pensons pouvoir le vérifier.

Enfin, s'inspirant des résultats obtenus par nous, MM. Vavon et Mitchovitch [2] viennent de démontrer que, par l'action du chlorure de cyclohexyle sur l'o-chlorocyclohexanol, ou sur l'oxyde de cyclohexène, on obtenait le cyclopentylcyclohexylcarbinol et non un o-cyclohexylcyclohexanol, par suite d'une rupture du cycle en C^6. Avant l'annonce de ce fait intéressant, et à la suite de ceux découverts par nous, nous avions déjà entrepris de nouvelles recherches afin de savoir si l'un de nous en collaboration avec M. Bedos [3], n'aurait pas attribué à tort la constitution d'un orthométhylcyclohexanol (cis) au produit résultant de l'action de l'iodure de méthylmagnésium sur l'oxyde de cyclohexène? Nous espérons faire connaître bientôt nos résultats.

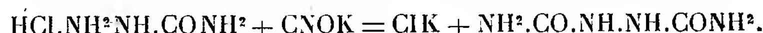
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les semicarbazides substituées en 1 et en 2. Benzyl-1-semicarbazide et benzyl-2-semicarbazide.* Note [4] de MM. **J. Bougault** et **J. Leboucq**, présentée par M. Charles Moureu.

L'hydrazine réagissant, à l'état de sel, sur le cyanate de potassium donne, comme on sait, la semicarbazide :



$$NH^2.NH^2.HCl + CNOK = ClK + \underset{1}{NH^2}.\underset{2}{NH}.\underset{3}{CO}.\underset{4}{NH^2},$$

en employant un excès de cyanate, la semicarbazide réagit à son tour, suivant le même mécanisme, pour donner l'hydrazodicarbonamide :



$$HCl.NH^2NH.CONH^2 + CNOK = ClK + NH^2.CO.NH.NH.CONH^2.$$

Dans ces deux réactions, le cyanate se fixe sur un groupement NH^2.

---

(1) *Comptes rendus*, 159, 1914, p. 771.
(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 702.
(3) *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 461; et *Bull. Soc. ch. France*, 37, 1925, p. 1458.
(4) Séance du 26 mars 1928.

C'est encore le même mode d'action qui intervient lorsque, comme l'a indiqué Fischer (1), on fait réagir un sel de phénylhydrazine sur le même réactif; on a la phényl-1-semicarbazide $C^6H^5.NH.NH.CO.NH^2$. Depuis, d'autres semicarbazides du même type ont été préparées (2) (tolyl-1-, naphtyl-1-, etc.).

Dans toutes ces réactions, on voit que le cyanate porte toujours son action sur le groupe NH^2 de l'hydrazine qui lui est opposée. Par analogie, on pouvait donc prévoir que les autres hydrazines substituées, telles que la méthylhydrazine, l'éthylhydrazine, etc., donneraient, dans les mêmes conditions, des semicarbazides substituées en 1. Aussi, lorsqu'il effectua cette réaction, Brüning (3) adopta-t-il sans contrôle la formule $CH^3NH.NH.CONH^2$ pour le corps obtenu, c'est-à-dire qu'il crut être en présence de la méthyl-1-semicarbazide.

Cependant, quelques années plus tard, Young et Oates (4), par une étude plus approfondie, montrèrent que cette méthylsemicarbazide était en réalité la méthyl-2-semicarbazide; en effet, elle fournit avec les aldéhydes et les cétones des semicarbazones, réaction impossible avec les semicarbazides-1.

On voit donc que le processus de la formation d'une semicarbazide substituée semble conditionnée par la nature du groupe substitué de l'hydrazine; il est probable qu'ici, comme dans beaucoup de cas en chimie organique, c'est le caractère plus ou moins électronégatif du substituant qui influence la réaction.

En nous basant sur les expériences précédentes, on peut conclure que les groupements électronégatifs (phényl, tolyl, etc.) orientent l'action du cyanate sur le groupe NH^2, le groupe NH restant n'étant plus susceptible de réagir, tandis que les groupes moins électronégatifs (méthyl, éthyl, etc.) déterminent la fixation du cyanate d'abord sur le groupe NH, le groupe NH^2 pouvant ensuite entrer en réaction pour donner une hydrazodicarbonamide substituée.

S'il en est ainsi, on doit s'étonner que Curtius ait obtenu, par action du cyanate de potassium sur la benzylhydrazine, une benzyl-1-semicarbazide ainsi qu'il l'annonce (5); en effet le groupe benzyl est beaucoup plus rap-

---

(1) E. Fischer, *Liebig's Ann.*, 190, 1877-1878, p. 113-114.

(2) A. Pinner, *D. Ch. G.*, 21, 1888, p. 1221-1223. — G. Young et B.-M. Stockwell, *Chem. Soc.*, 73, 1898, p. 368.

(3) Brüning, *Liebig's Ann.*, 253, 1889, p. 10-11.

(4) G. Young et W.-H. Oates, *Chem. Soc.*, 79, 1901, p. 659-668.

(5) Th. Curtius, *Journ. prakt. Ch.*, 2e série, 62, 1900, p. 97.

proché, comme activité réactionnelle, du groupe aliphatique que du groupe arylique.

Nous avons tenu à vérifier ce fait et, pour cela, nous avons repris le travail de Curtius.

Partant de la benzaldazine [1] $C^6H^5CH = NN = CHC^6H^5$, nous avons obtenu par hydrogénation la benzylalbenzylhydrazone [2]



$$C^6H^5CH^2NH - N = CHC^6H^5$$

qui, hydrolysée en milieu chlorhydrique, conduit au chlorhydrate de benzylhydrazine [3].

La semicarbazide correspondante est obtenue en mélangeant deux solutions concentrées et chaudes de chlorhydrate de benzylhydrazine et de cyanate de potassium, elle fond à 135°.

Pour décider du point qui nous intéressait nous nous sommes appuyés sur les deux réactions suivantes :

1° Les semicarbazides substituées en 2 donnent avec les aldéhydes et les cétones de semicarbazones, les semicarbazides substituées en 1 ne réagissent pas.

2° En présence d'un excès de cyanate de potassium, les semicarbazides substituées en 2 donnent une hydrazodicarbonamide correspondante, insoluble dans l'eau et à point de fusion généralement élevé, les semicarbazides substituées en 1 ne donnent pas cette réaction.

Or, avec la benzylsemicarbazide de Curtius ces deux réactions ont été positives, montrant, sans doute possible, que nous avions affaire à la benzyl-2-semicarbazide.

a. Avec la benzaldéhyde, nous avons obtenu la benzalbenzylsemicarbazone $C^6H^5CH^2N(CONH^2)N = CHC^6H^5$, P. F. = 159°,5-160°, régénérant par hydrolyse de la benzaldéhyde.

b. Avec le cyanate de potassium en excès il s'est formé la benzylhydrazodicarbonamide $C^6H^5CH^2N(CONH^2)NHCONH^2$, P. F. = 256°.

Conclusion. — La benzylsemicarbazide de Curtius, fondant à 135°, n'est pas la benzyl-1-semicarbazide mais la benzyl-2-semicarbazide. Ce fait,

---

(1) TH. CURTIUS et R. JAY, *Journ. prakt. Ch.*, 2e série, 39, 1889, p. 44-46.

(2) TH. CURTIUS, *Journ. prakt. Ch.*, 2e série, 62, 1900, p. 90-92. — TH. CURTIUS et E. QUEDENFELDT, *D. Ch. G.*, 28, 1895, p. 2345-2348. — A. WOHL et C. OESTERLIN, *D. Ch. G.*, 33, 1900, p. 2736-2741.

(3) TH. CURTIUS et A. DARAPSKY, *Journ. prakt. Ch.*, 2e série, 63, 1901, p. 431-433.

joint à ceux déjà connus, confirme l'interprétation donnée plus haut au sujet de la formation des semicarbazides substituées : c'est le caractère plus ou moins électronégatif du radical substitué de l'hydrazine qui oriente la réaction.

GÉOLOGIE — *La nature et la succession des éruptions postpaléozoïques en Chine septentrionale.* Note de M. **P. Teilhard de Chardin.**

Au cours d'un voyage dernièrement accompli en Chine septentrionale (voyage réalisé grâce à l'appui de l'Académie, du Ministère de l'Instruction publique et du Muséum national) j'ai pu généraliser et préciser, notamment en ce qui touche les roches éruptives, les observations géologiques faites, lors d'une première mission, dans la partie du Tchéli située au nord de la Grande Muraille (pays de Jehol, massif du Wei-tchang, bordure orientale du Dalai-noor).

Dans cette région, les principaux plissements reconnaissables (ils sont d'âge mésozoïque) ont affecté une zone où le socle paléozoïque semble avoir subi, aux débuts du Secondaire, une pénéplainisation supprimant, en beaucoup de points, les dépôts carbonifères et triasiques qui surmontent d'habitude (en concordance angulaire) le Sinien, le Cambrien et l'Ordovicien, en Chine du Nord.

Les mouvements orogéniques ont dû s'effectuer d'abord d'une manière lente (phase I), donnant naissance, entre des rides anticlinales, à des séries de bassins (de direction NE-SW), où s'accumulaient des conglomérats (conglomérats andésitiques), des couches à Poissons (*Lycoptera*), d'âge jurassique supérieur ou crétacé. A ces mouvements lents paraît avoir succédé une phase plus brusque (phase II), au cours de laquelle les anticlinaux ont déchiré et percé le manteau mésozoïque nouvellement formé. Entre les couches détritiques mésozoïques, et les roches dures siniennes et ordoviciennes en effet, on observe régulièrement une surface de contact fortement broyée. Cette deuxième phase, comme la première, a été accompagnée par la formation de puissants conglomérats (conglomérats rhyolitiques).

A la phase I sont liés des épanchements d'andésites et de dacitoïdes (dykes ou coulées intercalées dans les couches à Plantes et à Poissons). A la phase II correspondent surtout des venues de rhyolites et de microgranites, localisées d'ordinaire en bordure des anticlinaux diapirs, ou le

long de leur axe. La postériorité des rhyolites aux andésites est établie par de nombreux faits : pénétration des andésites par les rhyolites, enclaves d'andésite dans les rhyolites, superposition (parfois en discordance angulaire, Jehol) des conglomérats rhyolitiques aux conglomérats andésitiques, etc. Les rhyolites sont fréquemment accompagnées ou même suivies d'intrusions granitiques et dioritiques. Au SE du Dalai-noor (K'ing-pang) ces intrusions, postérieures aux conglomérats rhyolitiques eux-mêmes, ont localement imprégné de tourmaline le système enchevêtré des andésites et des rhyolites.

Ces diverses éruptions, celles de la série rhyolitique surtout, sont remarquables par leur ampleur; et elles supposent que les mouvements de plissement ont été accompagnés de phénomènes de fissuration intenses. Dans le Wei-tchang, par exemple, des masses intrusives de rhyolite paraissent atteindre plusieurs kilomètres de largeur.

Après les temps secondaires, une longue phase d'érosion a formé la pénéplaine (de 1500 à 1800^m d'altitude) dont la dissection a donné toutes les chaînes actuelles du pays de Jehol. Puis diverses fractures, localisées surtout en bordure du Gobi, ont permis de puissants épanchements basaltiques, dont l'âge (à préciser par des empreintes végétales encore à l'étude) n'est probablement pas beaucoup antérieur au Pliocène. Les limburgites quaternaires sont surtout développées auprès du Dalai-noor.

Une étude minéralogique et chimique détaillée de ces diverses roches (andésites et dacitoïdes, rhyolites et granites, basaltes et limburgites) a permis à M. A. Lacroix d'établir que leur ensemble constitue une série calco-alcaline remarquablement homogène, dépourvue de toute anomalie.

ANTHROPOLOGIE PRÉHISTORIQUE. — *Un cas unique de paléopathologie. Pointe de flèche dans une vertèbre dorsale humaine.* Note de MM. M. Baudouin et Morel, présentée par M. Charles Richet.

L'un de nous (Morel) a trouvé dans une grotte de Sainte-Énimie (Lozère) un ossuaire de l'époque néolithique, où la plupart des os longs portent des traces de décarnisation. Les fémurs et les tibias présentent d'ailleurs des indices de Platymérie et de Platycnémie, caractéristiques de cette époque.

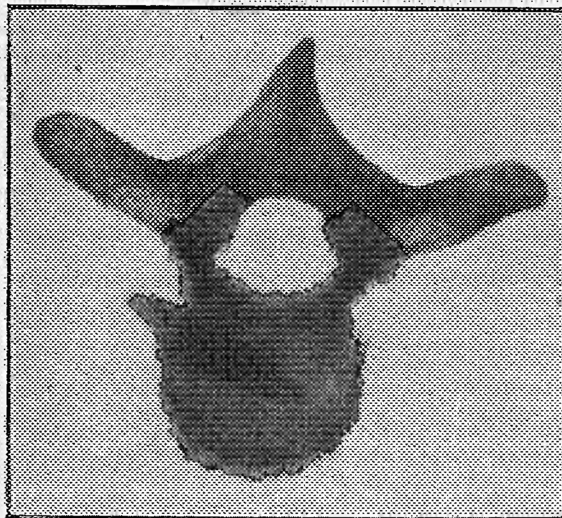
Au milieu de ces ossements brisés, un fémur et un os iliaque en connexion présentaient des traces manifestes, et très accentuées même,

d'*Ostéoarthrite déformante chronique*, dont peu de cas sont connus jusqu'à présent dans la science.

Enfin l'existence a été reconnue d'une vertèbre entière qui présente une lésion très exceptionnelle, due à un traumatisme exercé pendant la vie du sujet et qui montre un corps étranger en pierre *fixé* dans sa substance spongieuse.

Nous avons constaté :

1° Qu'il s'agissait d'une *seconde vertèbre dorsale*, d'un sujet jeune n'ayant pas atteint l'âge de 20 ans; 2° que le corps étranger était une *pointe de*



Deuxième vertèbre dorsale humaine, avec flèche en silex taillé, ovalaire, récluse dans le corps de l'os.

flèche, de forme ovalaire, pourvue d'une soie et d'une ébauche de deux barbelures, intacte.

C'est le seul cas connu de ce genre en *Paléopathologie*, toutes les autres observations analogues publiées se rapportant à des vertèbres *lombaires* et non pas à une dorsale aussi élevée : ce qui entraîne des conséquences spéciales.

La flèche a pénétré par le côté droit, non pas horizontalement à travers le douzième espace intercostal, mais obliquement à 45°. Elle s'est enfoncée jusqu'au centre du corps vertébral, dans le tissu spongieux duquel elle s'est fixée solidement. Cette pénétration a fait éclater l'os à sa face supérieure, l'inférieure étant restée intacte.

Aucune trace de cicatrisation ni de manifestation inflammatoire. Le blessé a donc *succombé* tout de suite *à sa blessure*, quoique cette lésion ne soit pas mortelle (moelle indemne).

Une radiographie pratiquée par en haut, la vertèbre étant à plat, donne une idée parfaite de la pénétration, le silex inclus dans les os se distinguant facilement du tissu osseux sur les différentes épreuves négatives ou positives (¹). Elle montre que la pointe de la flèche n'a dépassé que de très peu le centre du corps vertébral.

Le corps étranger est un silex patiné, admirablement *taillé*, à très fines retouches correspondant à un travail qui caractérise le sol néolithique supérieur. L'os est d'ailleurs très bien conservé aussi et absolument intact. Il a été durci à la paraffine fondue, comme d'ordinaire, si bien qu'il sera aisé de conserver ce remarquable spécimen.

Cette vertèbre a été déterminée par une méthode spéciale, l'âge a pu être spécifié, grâce à l'absence de soudure des épiphyses principales et de certaines épiphyses secondaires, qui ne se soudent qu'après 20 ans (²).

(¹) Recherches exécutées par M. Baudouin (cf. *Thèse Fac. méd. Paris*, Rouillon, 1923).

(²) La grotte de Sainte-Énimie s'ouvre au bord même de la route en construction de Mende à Sainte-Énimie, à 2^{km} au nord de ce village et sur les pentes des gorges du Tarn. À ce niveau, les calcaires blancs sublithographiques sont partagés par une petite faille verticale très nette, qui a formé trois grottes superposées. La grotte supérieure renfermait un ossuaire néolithique. Elle a été découverte par les ouvriers travaillant à la construction de la route et elle était antérieurement complètement fermée par des blocs de pierres; c'est d'ailleurs en extrayant ces pierres pour les utiliser que les ouvriers l'ont découverte.

Informé assez rapidement de cette trouvaille, l'un de nous s'y est rendu le surlendemain, c'est-à-dire le 6 juillet 1927.

La grotte a comme dimensions : hauteur 3^m, largeur $0^m,80$ (à l'entrée) et profondeur 4^m. Les os gisaient pêle-mêle dans une couche de sable épaisse de $0^m,70$ et paraissant formée de Dolomie pulvérulente. Immédiatement au-dessous se trouvait une couche stérile de terre rouge des Causses avec pierres calcaires (remplissage habituel des cavernes de la région).

Malheureusement, avant notre arrivée, de nombreux os avaient disparu ou étaient déjà incorporés au ballast de la route en construction; cependant, d'après les pièces en notre possession, nous estimons que l'ossuaire devait renfermer les restes de quatre adultes et d'un enfant.

A noter que la même région des gorges du Tarn a donné deux grottes célèbres en Anthropologie : les grottes des Baumes-Chaudes et de l'Homme-Mort, découvertes par Prunières et étudiées par Broca. Comme la grotte de Sainte-Énimie, la grotte de l'Homme-Mort était fermée par des murs en gros moellons.

VOLCANOLOGIE. — *Sur les phases de l'éruption parasitaire de Fouqué-Haméni (Santorin) en 1928.* Note de MM. **Const.-A. Kténas** et **P. Kokkoros.**

Depuis la période explosive violente du 17 au 22 mai 1926 (¹), le volcan des Kaménis était rentré dans la phase solfatarienne. Au cours de deux voyages de la Mission de l'Université d'Athènes à Santorin, au mois de juillet 1926 et au mois de mars 1927, nous avons pu constater que la température des fumerolles en activité sur le conodôme et sur le champ de laves 1925-1926 s'affaiblissait d'une façon constante.

L'éruption parasitaire a commencé le 23 janvier 1928. Depuis, la station météorologique à Phira nous a donné, dans son bulletin quotidien, une image complète sur le développement de l'activité explosive. L'un de nous a suivi, sur place, les phénomènes du 29 janvier au 2 février, et du 11 au 15 mars. Notre exposé sommaire (²) est basé, en outre, sur les renseignements fournis par le chanoine de Phira, M. P. Syrigos, qui, sur notre demande, a visité les Kaménis, le 20 février, les 7 et 15 mars.

Les phénomènes éruptifs sont concentrés sur la branche méridionale de Fouqué-Kaméni (³). On doit distinguer deux phases dans leur développement.

Première phase. — Elle est signalée par l'absence de magma neuf. L'activité était puremeut explosive, et elle se manifestait, jusqu'au 2 février, par quatre cratères d'explosion situés à la base du conodôme de 1925. Depuis, trois autres bouches explosives ont été couvertes, dans le même secteur.

Le paroxysme a présenté trois périodes explosives dont chacune a débuté par une explosion plus violente ultravulcanienne. Les produits de projection appartenaient à la couverture de cendres rejetées lors de l'eruption de 1925-1926. Du 7 février jusqu'à la fin du mois, la manifestation explosive était extrêmement faible.

Deuxième phase. — Le 28 février, les explosions deviennent de nouveau d'assez forte intensité. Mais ce n'est que la nuit du 3 au 4 mars qui marque le début de la période effusive. Dès le 4, commence à se montrer sur la

(¹) Const.-A. Kténas, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 798.

(²) Cf. les journaux d'Athènes (29 janvier, 2 février et 14 mars), et Notes présentées à l'Académie d'Athènes, aux séances des 9 février et 22 mars (à l'impression).

(³) Voir le croquis, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 518.

branche méridionale un dôme parasitaire. Sa forme est régulière; il ressemble à un cône arrondi vers sa partie supérieure, d'une hauteur de 10^m, et dont le diamètre de base atteint 70^m.

A partir du 3, les poussées de vapeurs ont été suivies de petits blocs incandescents et de détonations violentes. Les explosions se répétaient, le 12 mars, toutes les demi-heures. Mais depuis cette date, on signale un affaiblissement lent et constant de tous les phénomènes éruptifs.

La deuxième phase, qui se caractérise par la formation rapide du dôme parasitaire du 4 mars, a donc été précédée d'une période exclusive ultravulcanienne. La lave éjectée est similaire au point de vue minéralogique à celle de 1925.

MÉTÉOROLOGIE. — *Le rayonnement nocturne à Lausanne.* Note de M. **P.-L. Mercanton.**

Il y a un intérêt évident à multiplier les mesures de l'énergie perdue par la surface terrestre vers l'espace par rayonnement, en les étendant à des laps de temps suffisants pour que les incessantes irrégularités que l'on constate n'affectent pas trop les moyennes. A défaut de pyrgéomètre enregistreur, on peut obtenir, moyennant quelques précautions, des mesures à la fois satisfaisantes et commodes par l'emploi du tulipan de K. Angström. Je rappelle que dans cet instrument une masse d'éther distille au prorata de l'énergie radiée par une surface noire strictement délimitée et tournée vers le ciel zénithal. Un étalonnage préalable, au pyrgéomètre, a fourni la constante de l'appareil, dont les indications se traduisent, comme d'usage, en calories par centimètre carré et minute.

Dès 1925 et au cours de quelque 120 nuits choisies parmi les plus sereines ou, au contraire, tout à fait couvertes, j'ai pu recueillir les observations ci-après, pour Lausanne (lat. 46°,5 N; long. 6°,6 E Gr.). Le poste d'observation était à l'altitude de 430^m; il dominait d'une soixantaine de mètres la nappe du Léman, dont il n'était pas éloigné de 1^{km}. On observait thermomètre et hygromètre conjointement avec le tulipan.

I. *Nuits sereines.* — J'ai retenu 70 séries de lectures faites par des temps tout à fait sereins, ou tout au moins sans nuages discernables, et réparties au long de l'année 1926. La température de l'air au sol a varié entre $-8°,8$ et $+19°,7$ autour d'une moyenne de $+7°,5$. Le degré d'humidité a été de 40 à 100 pour 100. Quant aux vents, ils ont été, en général, faibles, de directions diverses, souvent nuls aussi. Parfois, cependant, la

bise (NE ou NNE) soufflait fortement. Notons aussitôt que la comparaison aux autres observations des relevés faits par la bise n'a décelé aucune influence propre de ce vent sur le rayonnement.

J'ai exprimé celui-ci de deux manières : directement en calories par cm²-minute et aussi en *fraction du rayonnement intégral* du corps noir, à la température ambiante dans le vide au zéro absolu. Cette fraction permet de mettre mieux en évidence le rôle protecteur de l'atmosphère. (En vérité, la température du corps déperditeur est légèrement inférieure à celle de l'air ambiant utilisée pour le calcul, mais la différence est pratiquement négligeable, et il suffit de noter que les fractions de rayonnement calculées sont ainsi un peu trop faibles.)

Avec des rayonnements réels compris entre un minimum de 0,070 cal/cm²-min et un maximum de 0,157 et qui, dans 41 pour 100 des cas, ont atteint ou dépassé 0,100 cal/cm²-min, la « fraction de rayonnement » a été en moyenne 20,9 ± 0,2 pour 100. Son minimum est descendu à 15,2 pour 100 et son maximum est monté à 30,8 pour 100, dans un cas d'ailleurs exceptionnel certainement. L'écart moyen d'un résultat a été de l'ordre de ± 2,5 pour 100.

Quelques séries de lectures ont été faites d'heure en heure durant toute la nuit; elles montrent, fait d'ailleurs attendu, une décroissance assez régulière du rayonnement avec la température ambiante, mais ce parallélisme ne se retrouve pas pour la fraction de rayonnement qui parfois même grandit un peu.

J'ai cherché une corrélation possible entre ladite fraction et la teneur en vapeur d'eau décelée par l'hygromètre. Le coefficient de corrélation calculé par le procédé Montessus de Ballore a été — 0,38; il y aurait donc décroissance de la fraction de rayonnement quand l'humidité absolue au sol croît, mais la corrélation est si incertaine qu'on ne peut assigner à ce facteur un rôle important. Il faut chercher plus haut dans l'atmosphère les influences dominant le rayonnement nocturne.

II. *Nuits couvertes*. — Durant l'hiver le Plateau Suisse est volontiers couvert d'une nappe nuageuse tenace, épaisse de quelques centaines de mètres avec un ciel serein au-dessus. Cette nappe débute vers 700^{m} d'altitude. J'ai observé le tulipan au cours de neuf nuits semblables et j'ai constaté, comme il fallait s'y attendre, une énorme diminution du rayonnement. Sa moyenne a été 0,0035 cal/cm²-min pour une température moyenne de + 0°,9. A deux reprises et notamment au cours entier de la nuit du 6 au 7 décembre 1926, la déperdition d'énergie a été *nulle*.

Pour l'ensemble des séries la fraction de rayonnement n'a été que de 0,8 pour 100.

Il faudra mettre toutes ces observations en regard des situations météorologiques générales de leur époque; ce travail considérable n'a pu être fait jusqu'ici : il prendra du temps et il convenait peut-être de donner sans plus attendre ces résultats d'observation.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur les feuilles ensiformes de quelques Cypéracées.* Note de M. **H. Chermezon**, présentée par M. Henri Lecomte.

La disposition ensiforme de la feuille a été étudiée par de nombreux botanistes chez une douzaine de familles de Monocotylédones; elle n'a fait l'objet d'aucune recherche chez les Cypéracées, bien que les systématiciens aient depuis longtemps signalé la présence de telles feuilles chez certaines espèces des genres *Cladium*, *Lepidosperma* et *Chrysithrix;* Pfeiffer (1), qui a examiné la structure foliaire de ces trois genres, ne mentionne pas cette disposition, sauf et très brièvement chez *Chrysithrix*.

En ce qui concerne la morphologie externe, les feuilles ensiformes que j'ai observées chez les Cypéracées sont toutes, comme ailleurs, des feuilles distiques-équitantes, fortement comprimées dans le plan vertical, possédant par conséquent deux faces latérales, un bord supérieur et un bord inférieur.

Au point de vue anatomique, une coupe transversale de la feuille de *Cladium flexuosum* montre que les deux faces ont une structure identique. L'épiderme, sur toute son étendue, est formé de petites cellules, avec de nombreux stomates, et a les caractères qu'on rencontre habituellement, chez les Cypéracées, dans l'épiderme inférieur des feuilles du type normal.

Le tissu palissadique, constitué par deux assises de cellules, est interrompu par des cordons de sclérenchyme sous-épidermique, correspondant les uns aux faisceaux qu'ils atteignent, les autres aux intervalles des faisceaux. Le parenchyme incolore médian est creusé de canaux aérifères lysigènes, placés dans l'intervalle de chaque paire de faisceaux, en une série occupant le plan de symétrie de la feuille. Les faisceaux sont en nombre égal sur chaque face, leur liber tourné en position normale vers l'extérieur; ils se correspondent très régulièrement d'une face à l'autre, comme place et comme

(1) H. Pfeiffer, *Berichte Deutsch. botan. Gesellsch.*, 38, 1920, p. 6-10; *Botan. Archiv.*, 12, 1925, p. 460-461; *Beihefte botan. Centralbl.* (*Abt.* I), 44, 1927, p. 140-141, 143-144, 151.

taille, formant ainsi à chaque niveau de la coupe une paire de faisceaux opposés semblables; dans l'angle inférieur, se trouve un faisceau impair, de taille moyenne, qui représente le faisceau médian et a, par conséquent, une orientation perpendiculaire à celle de tous les autres; l'angle supérieur est, par contre, dépourvu de faisceau. Les autres *Cladium* à feuilles ensiformes que j'ai examinés ne diffèrent que par des caractères sans grande importance.

Le genre *Lepidosperma* possède un type de structure analogue, mais avec quelques traits propres, assez variés dans le détail, suivant les espèces. Chez *Lepidosperma resinosum*, par exemple, le sclérenchyme est plus abondant, les canaux aérifères sont moins nombreux mais plus vastes et chaque face présente, non plus une seule ligne de faisceaux, mais bien deux, au moins en certaines régions; l'angle inférieur montre trois faisceaux superposés les uns aux autres dans le plan de symétrie, et dont l'ensemble représente la nervure médiane.

Chez *Chrysithrix capensis*, qui appartient d'ailleurs à une autre tribu, la correspondance des faisceaux de chaque face est moins régulière, ainsi que la disposition des canaux aérifères; le faisceau médian, de petite taille, est un peu déjeté latéralement, comme dans bien des Cypéracées à feuilles normales.

Parmi les diverses interprétations de la structure des feuilles ensiformes, celle de Goebel (¹) me semble s'appliquer parfaitement aux Cypéracées ci-dessus étudiées : ce seraient des plantes à feuilles complètement hypotrophes (face inférieure très développée, face supérieure nulle), ayant subi en outre une forte compression latérale.

De nombreuses espèces de Cypéracées, appartenant à divers genres, nous montrent en effet un développement plus ou moins prononcé de la face inférieure, au détriment de la face supérieure de plus en plus réduite. J'ai moi-même (²) signalé, chez *Fimbristylis miliacea*, un état très avancé de cette réduction, accompagné de compression latérale : la face supérieure de la feuille, dans cette plante, est insignifiante par rapport aux deux moitiés de la face inférieure, devenues les faces latérales exactement comme dans les feuilles ensiformes.

Il est possible, d'ailleurs, que la disposition ensiforme ait été réalisée, dans d'autres familles, par des procédés différents, pour lesquels d'autres interprétations seraient alors valables.

(¹) K. GOEBEL, *Organographie der Pflanzen*, 1, 1913, p. 278-290.
(²) H. CHERMEZON, *Bulletin Soc. botan. France*, 73, 1926, p. 260-269.

ANATOMIE. — *L'urohyal des Poissons de la famille des Soléidés.* Note de M. **Paul Chabanaud**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Dans sa forme la moins spécialisée, c'est-à-dire la plus voisine de celle qu'affecte ordinairement cet os chez les Poissons symétriques, forme présentée par *Synaptura lusitanica* Cap., de l'Atlantique oriental, l'urohyal est constitué par une lame verticale, longitudinalement subrectangulaire, un peu élargie postérieurement, à bord ventral subrectiligne et dont chacune des extrémités est épaissie par deux courts bourrelets longitudinaux. Relié dorsalement aux basi-branchiaux 2 et 3, par une membrane conjonctive, l'urohyal est attaché, par de puissants ligaments fixés à son extrémité antérieure, au 1er basibranchial, qui est fortement dilaté inférieurement, en forme de patin à glace. Deux paires de muscles s'insèrent sur l'extrémité postérieure de cet urohyal : une paire dorsale, prenant point d'appui sur le bourrelet supérieur et s'attachant, d'autre part, aux cleithra, et une paire ventrale, soudés au bourrelet inférieur et reliés aux pubis.

Chez *Austroglossus microlepis* Blkr (Afrique australe), l'extrémité postérieure de l'urohyal se dilate énormément, tandis que son bord ventral devient largement concave; l'ensemble de l'os prenant la forme d'une raquette.

L'urohyal de *Dicologlossa cuneata* Mor. (Atlantique oriental) prend l'aspect d'une fourche, par suite de la séparation en deux branches de son extrémité postérieure. On peut dès lors distinguer trois branches : une branche antéro-supérieure (branche parabranchiale), une branche postéro-supérieure (branche cardiaque) et une branche postéro-inférieure (branche pelvienne); cette dernière formant, avec la branche parabranchiale, un angle de 155° d'ouverture.

Chez un certain nombre d'espèces (*Dicologlossa azevia* Cap. et *hexophthalmus* Benn., *Solea vulgaris* Quens. et *senegalensis* Kp, *Bathysolea profundicola* Vaill., *Microchirus boscanion* Chab., de la région atlanto-méditerranéenne; *Synaptura panoides* Blkr, de l'océan Indien), la branche pelvienne s'allonge aux dépens de la branche cardiaque et forme, avec la branche parabranchiale, un angle de 90°. Cet angle se ferme davantage dans les espèces suivantes : *Monochirus hispidus* Raf., 70°; *Echinosolea ocellata* L., 60°; *Microchirus variegatus* Donov., 55°; *Pegusa lascaris* Risso et *Kleini* Bonap., 45°; *Heteromycteris capensis* Kp, 40°; *Pardachirus marmoratus* Lac., 35°; *Microchirus minutus* Parn., 25°).

Dans le genre strictement américain *Achirus*, l'ouverture de l'angle n'excède généralement pas 25° et la branche pelvienne s'allonge au point d'atteindre, voire même de dépasser en avant (*Achirus fasciatus* Lac.) l'extrémité rostrale de la branche parabranchiale. Il en est de même pour *Gymnachirus nudus* Kp (type).

La rotation vers l'avant de la branche pelvienne de l'urohyal atteint son maximum dans le groupe, également américain, des Apionichthyidés (*Apionichthys Dumerili* Kp (¹); *Achiropsis Nattereri* Stdr et *Normani* Chab.). Dans ce groupe, la branche pelvienne devient parallèle à la branche parabranchiale, dont elle se rapproche considérablement; cette branche pelvienne entraîne en outre, par son allongement, les nageoires pelviennes dont elle soutient le cartilage ptérygophore, de telle sorte que le rayon le plus antérieur de ces nageoires pelviennes vient s'insérer presque sous l'aplomb même de la symphyse mandibulaire.

Encore que l'angle de l'urohyal n'atteigne, chez aucun des rares Soléidés fossiles connus, un degré de fermeture inférieur à 90°, on observe, dans les formes du Néogène, une graduation analogue à celle des espèces vivantes. Le fossile le plus ancien de cette famille, *Solea kirchbergana* H. M., de l'Unterkirchberg (mollasse vindobonienne du Wurtemberg), possède un urohyal tout à fait comparable à celui de *Dicologlossa cuneata* Mor. J'ai noté encore les ouvertures d'angle suivantes : *Microchirus abropteryx* Sauv., du tripoli de Licata, espèce retrouvée depuis par Arambourg dans le Sahélien d'Oran, 105°; *Solea proocellata* Aramb., 90°, et *Achirus mediterraneus* Aramb., 90°; ces deux dernières espèces également du Sahélien d'Oran.

Deux conclusions s'imposent :

1° Le degré d'ouverture de l'angle de l'urohyal des Soléidés varie indépendamment de la forme des autres parties du corps. Les trois espèces vivantes, européennes, classées dans le genre *Microchirus* (*M. boscanion* Chab., 90°; *variegatus* Donov., 55°, et *minutus* Parn., 25°) en donnent un exemple typique.

2° Le degré d'ouverture de cet angle, dont la constance paraît absolue pour une espèce donnée, doit être considéré comme l'indice d'une spécialisation d'autant plus avancée que ce degré est lui-même plus faible; ce que démontre, entre autres, la morphologie des espèces du groupe si remarquable, à tant d'égards, des Apionichthyidés.

(¹) *Apionichthys Ottonis* Stdr, dont j'ai examiné les types, appartient indubitablement à l'espèce décrite par Kaup et n'a été signalé de la Méditerranée que par suite d'une erreur commise dans la mention d'origine.

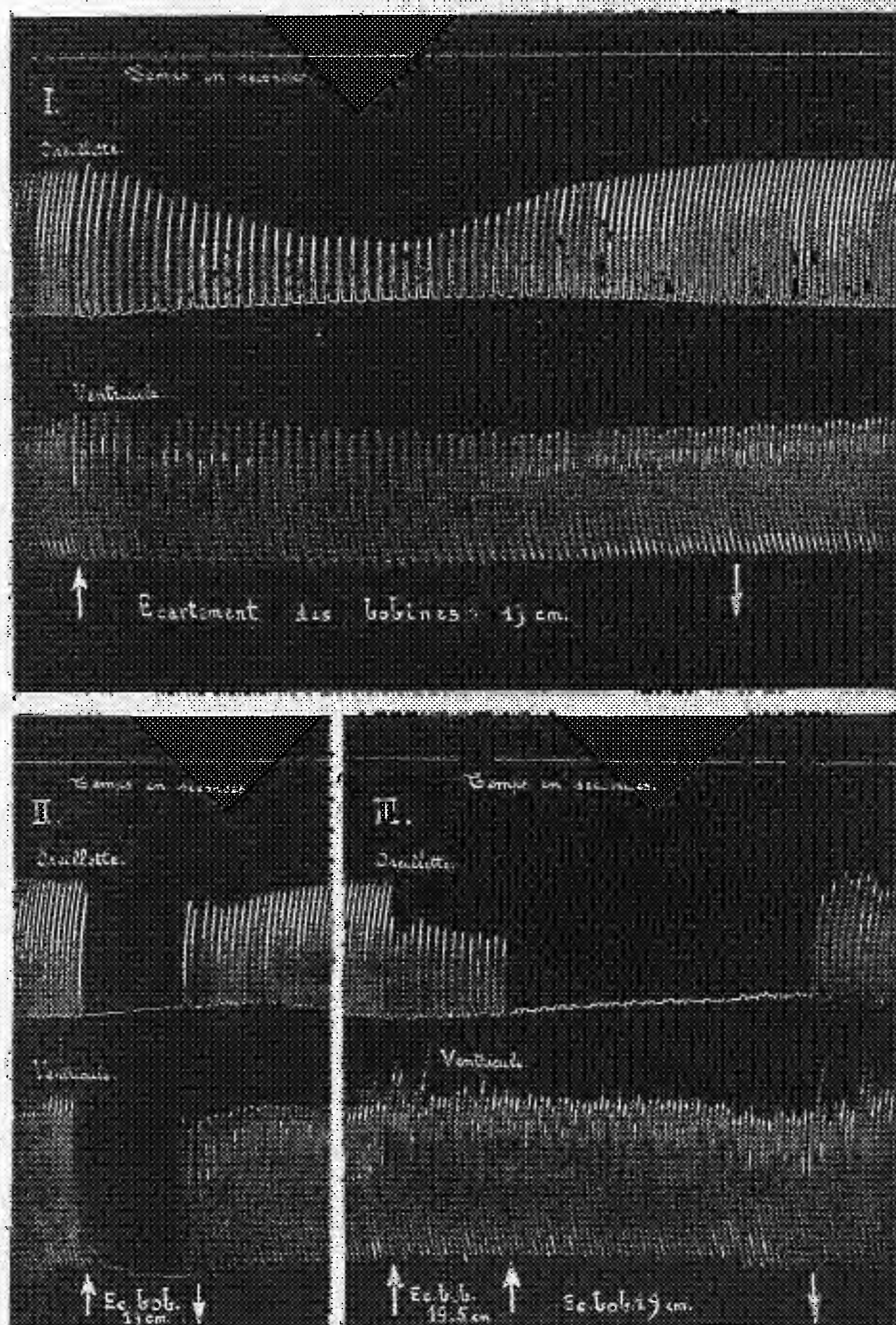
PHYSIOLOGIE. — *Sur la pseudo-inexcitabilité du pneumogastrique cardiaque provoquée par l'uzarine et l'extrait d'uzara.* Note de M. RAYMOND-HAMET, présentée par M. Charles Richet.

Nous avons montré qu'on observe, au premier stade de l'action de l'uzarine et de l'extrait d'uzara, les manifestations d'une excitation du pneumogastrique cardiaque qui disparaissent à la suite de la vagotomie. De tels effets s'observant au stade initial de l'action des substances digitaliques, nous avons été amené à rechercher si, comme ces dernières, l'uzarine et l'extrait d'uzara provoquent, à la période subterminale de leur action toxique, une inexcitabilité ou plutôt une pseudo-inexcitabilité du vague cardiaque.

Ackermann, qui découvrit ce phénomène, ne l'avait observé qu'avec la digitale, mais on constata bientôt que les autres substances digitaliques peuvent aussi provoquer l'inexcitabilité apparente du vague cardiaque. Certains auteurs, et tout récemment encore Beco et L. et F. Mercier, ont affirmé qu'il s'agissait là d'une inexcitabilité réelle et totale du pneumogastrique cardiaque. Il n'en est rien cependant. Les travaux de Rihl, Cushny, Rothberger et Winterberg ont en effet démontré que si, chez l'animal soumis à l'action des doses toxiques de substances digitaliques, l'excitation au cou du bout périphérique du pneumogastrique n'a plus d'action sur le ventricule dont les contractions sont devenues automatiques, elle exerce toujours sur les oreillettes ses effets chronotrope et inotrope négatifs.

Nos tracés montrent que l'uzarine — glycoside cristallisé et à constantes chimiques bien déterminées — qui, au stade initial de son action, augmente l'excitabilité du pneumogastrique cardiaque (*fig.* II) provoque, à la période subterminale de son action toxique, l'inexcitabilité apparente de ce même pneumogastrique (*fig.* III). Sur le ventricule, en effet, l'excitation au cou du bout périphérique du vague est alors inefficace, cependant que, sur l'oreillette, elle agit plus fortement que sur l'animal normal.

Ces faits peuvent surprendre ceux qui, comme Tournade et Giraud, admettent avec les auteurs français (Morat et Doyon, Arthus, etc.) que l'excitation du vague touche d'abord et surtout le ventricule. En réalité, comme l'ont déjà constaté plusieurs auteurs et comme nos propres recherches nous l'ont montré, les effets des excitations subliminales du pneumogastrique s'exercent surtout sur l'oreillette (voir *fig.* I).



Expérience du 21 mai 1927. Chien de 5kg, chloralosé (12cg par kilogramme), thoracotomisé et soumis à la respiration artificielle. 1re ligne : temps en secondes; 2e ligne : contractions de l'auricule enregistrées par la méthode de suspension; 3e ligne : contractions du ventricule enregistrées par cette même méthode. — ↑ Début de l'excitation au cou du bout périphérique du pneumogastrique droit, au moyen du chariot de Du Bois Reymond; ↓ fin de cette même excitation. — Tracés réduits de moitié. — Fig. I. Enregistrement avant injection d'uzarine. Ecartement des bobines du chariot de Du Bois Reymond : 19cm. — Fig. II. Enregistrement 20 minutes après une première injection dans la saphène de 1mg d'uzarine en solution dans 2cm³ de sérum physiologique. Ecartement des bobines : 19cm. — Fig. III. Enregistrement 1 minute après une seconde injection également intraveineuse de 5mg d'uzarine en solution dans 10cm³ de sérum physiologique. Ecartement des bobines : d'abord 19cm,5 puis 19cm.

De tout ce qui précède, ainsi que de nos recherches antérieures, nous pouvons conclure que l'uzarine, plus soluble que la digitaline et beaucoup moins toxique que l'ouabaïne, mérite de prendre place à côté de ces glycosides dans la thérapeutique cardiaque. Les essais cliniques qui sont actuellement poursuivis confirmeront, nous le pensons, cette assertion.

PHYSIOLOGIE. — *Variations de la teneur du sang en acide urique suivant l'état de la fonction respiratoire; l'hyperuricémie asphyxique.* Note (1) de MM. **Léon Binet** et **René Fabre**, présentée par M. F. Widal.

L'élévation de l'acide urique dans le sang des asthmatiques a été signalée par plusieurs auteurs et récemment F. Bezançon, Ch.-O. Guillaumin et J. Célice (2) ont insisté sur une augmentation de l'acide urique plasmatique chez les dyspnéiques. Cette réaction humorale a été diversement interprétée; invoquée dans le déclenchement du paroxysme dyspnéique par certains, elle nous apparaît au contraire comme une conséquence de l'asphyxie, si l'on en juge par l'étude expérimentale faite sur le chien dont on perturbe la respiration.

Nos recherches ont été poursuivies sur 10 chiens chloralosés : des prises de sang ont été faites dans une grosse artère (carotide ou fémorale), d'abord en période de respiration normale, ensuite en période asphyxique, déclenchée par l'oblitération mécanique de la trachée. A la cinquième minute d'asphyxie, la respiration artificielle était établie, jusqu'au retour de la respiration normale et l'on pouvait recueillir du sang au bout de 15, 30 et 60 minutes après le retour de la respiration spontanée. D'autre part, voulant étudier l'acide urique du sang total, nous avons eu le soin d'enlever la rate d'un certain nombre de nos animaux au début de l'expérience : on sait en effet que les globules sanguins contiennent de l'acide urique, que l'asphyxie élève le nombre des éléments figurés du sang par splénocontraction et que les variations numériques de ces éléments sont supprimées par splénectomie antérieure [Léon Binet, H. Cardot et R. Williamson (3)].

Nous avons effectué les dosages d'acide urique dans le sang total en utilisant la méthode de A. Grigaut.

(1) Séance du 26 mars 1928.

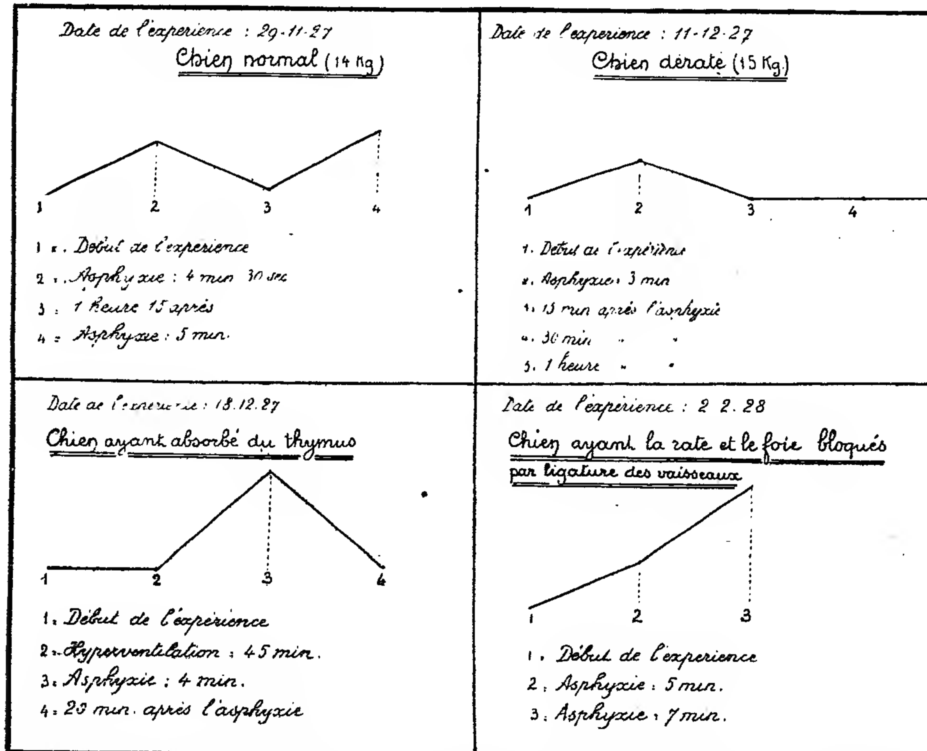
(2) Jean Célice, *Thèse de Doctorat en médecine*, Paris, 1927.

(3) *C. R. Soc. Biol.*, 95, 1926, p. 262.

Le taux d'acide urique, ou pour être plus exact, de produits réagissant comme l'acide urique sur le réactif de Folin, a varié, chez le chien normal, dans les proportions suivantes :

Pour le sang total....................	$0^{g},09$ à $0^{g},16$ pour 1000^{cm^3}
Pour le plasma......................	$0^{g},03$ à $0^{g},06$ »
Pour les éléments figurés du sang.....	$0^{g},18$ à $0^{g},25$ »

Les résultats des expériences entreprises (voir la figure) nous permettent de tirer les conclusions suivantes :



Parmi les expériences effectuées, quatre sont rapportées sur le graphique ci-dessus, dans lequel les abscisses correspondent au temps et les ordonnées au taux d'acide urique par litre de sang. L'ordonnée au point 1 indique le taux d'acide urique au début de l'expérience. Pour ces différents animaux nous avons eu successivement les chiffres suivants :

Chien normal : $0^{g},098$, — $0^{g},114$, — $0^{g},102$, — $0^{g},120$.
Chien dératé : $0^{g},120$, — $0^{g},135$, — $0^{g},120$, — $0^{g},120$.
Chien ayant absorbé du thymus : $0^{g},130$, — $0^{g},130$, — $0^{g},185$, — $0^{g},130$.
Chien ayant une ligature sur les vaisseaux spléniques et hépatiques : $0^{g},111$, — $0^{g},132$, — $0^{g},200$.

L'asphyxie mécanique, réalisée chez un chien, détermine une élévation nette du taux de l'acide urique dans le sang : cette élévation est de 17 à 18 pour 100 en moyenne avec des variations assez étendues.

Cette hyperuricémie dépend du degré de l'asphyxie et elle est d'autant plus accentuée que l'asphyxie est poussée plus loin.

Elle est générale et porte sur le plasma et sur les globules du sang.

Elle est passagère et le taux d'acide urique est revenu au taux primitif 15 minutes après le retour de la respiration normale.

Elle est renouvelable; si l'on détermine une nouvelle crise asphyxique une heure après une première crise, on enregistre une nouvelle poussée d'hyperuricémie.

Elle n'est pas fonction d'une élévation numérique des hématies et s'observe avec les mêmes caractères chez le chien splénectomisé.

Elle se retrouve également chez le chien dont le foie a été, en même temps que la rate, privé de ses connexions vasculaires.

Ajoutons que l'hyperventilation pulmonaire, réalisée pendant 30 à 45 minutes chez les chiens normaux, ne modifie pas le taux d'acide urique dans le sang total.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Les rayons ultraviolets détruisent le pouvoir rabicide du venin de la Vipère aspic* (Vipera aspis *L.*). Note de Mme **M. Phisalix** et M. **F. Pasteur**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

L'un de nous a récemment mis en évidence le pouvoir que possède le venin de Vipère de tuer, dans ses émulsions, le virus rabique auquel on le mélange; et d'en prévenir ainsi le développement dans l'organisme des animaux (1).

L'objet de la présente étude est de rechercher ce que devient le pouvoir rabicide, quand le venin a perdu son pouvoir toxique, par le chauffage, et son pouvoir antivenimeux, par l'exposition aux rayons ultraviolets (2). Conserve-t-il, dans ces conditions, son pouvoir rabicide?

Pour répondre à cette question, nous avons institué la technique suivante :

Expérience. — Une solution de venin de Vipère, à 1 pour 1000, dans l'eau salée physiologique, est chauffée au bain-marie, en pipette close, à la température de 75° pendant 15 minutes; puis elle est répandue dans une coupelle de quartz fondu, à fond plat, sur une épaisseur de 2 à 3mm. La coupelle est recouverte d'une plaque de verre

---

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 538.
(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 795.

Renovic, perméable aux rayons ultraviolets, et placée à une distance de 50^{cm} de la source productive de ces rayons. L'action de ceux-ci est maintenue pendant 30 minutes.

La solution de venin ayant ainsi perdu sa toxicité générale par le chauffage (condition indispensable en raison de la sensibilité très grande au venin de l'encéphale du lapin sur lequel seront pratiqués les essais), et son pouvoir antivenimeux par exposition aux rayons ultraviolets, est mélangée à volumes égaux (20^{cm^3}) avec une émulsion centésimale de virus rabique fixe (celui de l'Institut Pasteur de Paris). Le mélange est filtré sur batiste et sur papier, et ensuite conservé au frais pendant une nuit. Le lendemain, il est centrifugé, et, par décantation partielle, ramené au volume de 2^{cm^3} qui correspond à l'émulsion décimale de virus rabique.

Deux lapins, l'un mâle pesant 3200^g, l'autre femelle pesant 4900^g sont alors trépanés, et reçoivent chacun, dans l'encéphale, $0^{cm^3},5$ de cette émulsion : tous deux présentent au 11e jour les premiers symptômes de stupeur et d'incoordination motrice; ils sont couchés le lendemain; le premier meurt le 15e jour, le second au 17e jour.

Ainsi *le venin irradié, dans les conditions mêmes qui lui font perdre son pouvoir antivenimeux, et que nous préciserons plus loin, perd également son pouvoir rabicide.*

Ce résultat, considéré isolément, semblerait indiquer que les pouvoirs antivenimeux et rabicide du venin de Vipère sont dus à un seul et même antigène, plus sensible à l'action des rayons ultraviolets que les substances toxiques qui, elles, restent inaltérées. Mais cette interprétation ne peut être retenue, en raison du fait suivant, mis récemment en évidence par l'un de nous, à savoir que « le chauffage du venin à la température de 100° fait disparaître totalement, *in vitro* et *in vivo*, le pouvoir antivenimeux, et laisse subsister le pouvoir rabicide.

La seule conclusion qui s'accorde avec les faits observés est donc la suivante :

Les rayons ultraviolets ont une action destructive élective sur les pouvoirs antivenineux et antirabique du venin de Vipère, ou, plus exactement, sur les antigènes distincts qui conditionnent ces pouvoirs.

Pour préciser les conditions expérimentales en ce qui concerne les rayons ultraviolets employés, nous ajouterons les données suivantes :

Le brûleur en quartz de la Verrerie scientifique, type 4 ampères, courant alternatif, puissance 402 volts, et placé pendant 30 minutes à une distance de 50^{cm} de la couche liquide à irradier, a donné, à travers la lame de verre Renovic de $2^{mm},2$ d'épaisseur, un rayonnement de 2803 angströms. Les mesures énergétiques du rayonnement ont été effectuées avec les mêmes dispositions, à l'aide de la pile de Moll, en excluant tous les rayonnements émis en dehors du brûleur même. La puissance totale étant ramenée à 100, nous avons :

	watts
88 pour 100 dans l'infrarouge.........	353,76
5 pour 100 dans le visible...........	10,10
7 pour 100 dans l'ultraviolet.........	28,14

La lumière produite par le brûleur, et qui ne contient pas de rouge, n'a pas d'action appréciable dans les limites de temps de l'expérience; seuls les 28,14 watts de l'ultraviolet ont suffi à détruire le pouvoir rabicide, aussi bien que le pouvoir antivenineux, c'est-à-dire les deux antigènes correspondants du venin.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Action des colloïdes minéraux sur les sérums sanguins normaux et syphilitiques.* Note de MM. **R. Douris** et **J. Beck**, présentée par M. d'Arsonval.

Les méthodes de séro-diagnostic de la syphilis consistent essentiellement à apprécier directement ou indirectement (à l'aide de systèmes hémolytiques) une floculation produite avec les sérums syphilitiques alors que dans les mêmes conditions expérimentales les sérums normaux restent sans action.

Le réactif employé est toujours une solution colloïdale (improprement désignée sous le nom d'antigène) généralement une suspension d'extrait d'organes. La floculation produite est considérée comme résultant de l'union de deux colloïdes. Dans une précédente Note, nous avons montré que les réactifs agissaient à la fois par leur pH (acide) et leur nature colloïdale. Or il est difficile d'obtenir un réactif dans un état colloïdal toujours identique. Le mode de préparation, en effet, dépend d'un grand nombre de facteurs [2]. Nous avons donc songé à éviter cette difficulté en formant le colloïde [3] au sein même du sérum à examiner.

Pour cela, le sérum dilué dans de l'eau physiologique (9 pour 1000 de NaCl)

---

(1) *L'origine de la vie*, *L'universion*, et *Contribution à l'étiologie du cancer* (Gauthier-Villars).

(2) R. Douris, Ch. Mondain et J. Beck, *C. R. Soc. Biol.*, 98, 1928, p. 507.

(3) Nous nous sommes adressés à des substances colloïdales minérales possédant une charge électrique négative, c'est-à-dire identique à celle des extraits d'organes couramment employés.

était additionné successivement de deux réactifs qui, par leur mélange, devaient donner naissance au colloïde choisi.

Nous avons obtenu : le soufre colloïdal, au moyen de l'hyposulfite de sodium et de l'acide chlorhydrique; le sulfure de cadmium, par l'action du sulfure de sodium sur le sulfate de cadmium; le ferrocyanure de cuivre, au moyen de ferrocyanure de potassium et du sulfate de cuivre; l'acide tungstique par décomposition du tungstate de sodium et de l'acide chlorhydrique; enfin l'acide silicique en partant du silicate de sodium et de l'acide chlorhydrique.

Nous avons naturellement examiné tout d'abord l'action sur le sérum de chaque réactif pris séparément. Certains d'entre eux, à doses convenables, sont susceptibles de déterminer la formation d'un précipité. C'est le cas de l'acide chlorhydrique, du sulfate de cadmium, du sulfate de cuivre. Pour éviter l'influence de ces réactions secondaires, nous avons employé les réactifs dans l'ordre suivant : réactif sans action directe, puis réactif précipitant.

Dans des tubes contenant $0^{cm^3},2$ de sérum et 1^{cm^3} d'eau physiologique à 9 pour 1000, on ajoutait les deux réactifs employés chacun, sous le même volume de 1^{cm^3}, à des concentrations progressivement décroissantes comprises entre N/10 et N/1000 en ayant soin de bien mélanger après chaque addition de réactif. Nous avons noté les quantités de précipités formés dans des séries parallèles faites avec des mélanges de sérums normaux ou syphilitiques [1] ainsi qu'avec des sérums de qualité connue pris isolément.

La floculation apparaît immédiatement après l'addition du deuxième réactif et le trouble formé s'accentue généralement avec le temps. Nous avons examiné les résultats immédiatement, au bout de 1 heure, de 2 heures et de 24 heures.

Dans toutes ces expériences, le précipité formé dépend essentiellement des proportions de réactifs et de sérum. On peut constater une précipitation aussi bien avec les sérums normaux qu'avec les sérums syphilitiques, il n'y a alors de différences que dans la quantité de précipité formé ou dans les temps nécessaires à l'apparition du précipité.

Enfin, pour d'autres proportions on se trouve dans des conditions expérimentales où l'on observe une différenciation entre les sérums normaux et les sérums syphilitiques, le *précipité n'apparaissant qu'avec ces derniers.*

C'est ce qui se produit avec le soufre colloïdal formé au sein même du

---

(1) R. Douris, *C. R. Soc. Biol.*, 96, 1927, p. 515.

sérum pour une concentration de réactifs N/40 ($S^2O^3Na^2$ N/40 et HCl N/40) lorsqu'il s'agit de sérums frais.

Avec le sulfure de cadmium pour des concentrations comprises entre N/80 et N/160, le sérum syphilitique se trouble immédiatement, tandis que le sérum normal reste parfaitement clair.

Le ferrocyanure de cuivre donne des résultats moins intéressants. Le précipité est presque toujours perceptible avec les sérums négatifs, mais on observe toutefois des différences dans l'intensité de la précipitation pour des concentrations comprises entre N/80 et N/320.

L'acide tungstique agit énergiquement, il faut arriver également à de faibles concentrations comprises entre N/160 et N/320 pour lesquelles seul le sérum syphilitique donne un trouble léger.

L'acide silicique est, parmi ces réactifs colloïdaux, celui qui différencie d'une manière plus constante les sérums normaux des sérums syphilitiques. Pour une concentration N/10 on a immédiatement une différence nette entre les quantités de précipités formés. Pour une concentration N/160 le précipité apparaît seulement avec les sérums syphilitiques au bout de 24 heures.

Conclusions. — Aux réactifs colloïdaux instables employés pour le sérodiagnostic de la syphilis par précipitation, nous avons voulu substituer des colloïdes présentant le même état physique et une composition chimique constante. Nous sommes arrivés au résultat en ajoutant successivement au sérum les deux réactifs nécessaires à la formation du colloïde. Celle-ci résulte d'une double décomposition chimique au sein même du liquide à examiner. Le colloïde se trouve ainsi intimement réparti dans le sérum sur lequel il est appelé à agir. Les résultats intéressants de cette Note ayant trait à des substances minérales (soufre, sulfure, ferrocyanure, acides colloïdaux) nous engagent à poursuivre les mêmes études avec des substances d'une affinité plus marquée pour le sérum sanguin.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Mesure de l'épaisseur de lames minces protoplasmiques.* Note [1] de M. **Fauré-Fremiet** et Mlle **Choucroun**, présentée par M. Jean Perrin.

De nombreuses cellules peuvent s'étaler au contact de certaines interfaces : eau-verre, eau-huile ou eau-air par exemple, en développant des

(1) Séance du 26 mars 1928.

lames minces et adhérentes de protoplasma hyalin; le reste de la masse cellulaire, granuloplasma et noyau, bien que déformé par cet étalement, demeure plus ou moins hémisphérique. Ce phénomène (stéréotropisme de Harrison) est particulièrement caractéristique des cellules conjonctives : amibocytes des Invertébrés, histiocytes des Vertébrés ([1]).

Nous avons pensé que l'épaisseur des lames protoplasmiques étalées, trop faible pour être déterminée par une mesure micrométrique, pouvait l'être approximativement et de façon aussi directe si l'on utilisait les propriétés optiques des lames minces examinées par réflexion; on sait en effet que la coloration d'une lame mince renseigne exactement sur son épaisseur si l'on connaît l'indice de la matière qui la constitue. Dans le cas d'une cellule étalée sur une lame de verre porte-objet, le protoplasma possédant un indice inférieur à celui de son support, chacun des deux rayons renvoyés par les faces parallèles de la lame se réfléchit avec changement de signe; les colorations obtenues sont donc celles de l'échelle des teintes de Newton correspondant aux interférences à centre blanc.

En examinant avec un appareil auto-collimateur comportant un objectif à immersion à eau, soit des monocytes de Lapin, soit des amibocytes d'Astérie, d'Arénicole ou de Lombric étalés sur une lame de verre porte-objet, nous avons constaté que les lames protoplasmiques périphériques, souvent invisibles par transparence, montrent par réflexion des colorations plus ou moins vives disposées en plages plates irrégulières ou en anneaux concentriques ([2]).

La détermination de l'ordre des teintes observées a été faite par comparaison directe avec les colorations d'ordre bien connu que présentent les lames stratifiées d'eau de savon; à cet effet, les images respectives d'une lame d'eau de savon et d'une lame protoplasmique d'intensités comparables étaient juxtaposées dans le champ d'un même oculaire.

Les amibocytes d'Astérie observés dans l'eau de mer ou dans une solution isotonique de NaCl ou de $MgCl^2$ nous ont montré toute une série de colora-

---

([1]) Fauré-Fremiet, *Bull. d'Histologie*, 4, 1927, p. 321, et *Arch. d'Anat. Micr.*, 23, 1927, p. 97.

([2]) La masse principale de la cellule constituée par du granuloplasma apparaît généralement en blanc plus ou moins brillant, mais présente quelquefois des irisations superficielles particulièrement vives au niveau de vacuoles tangentes à la surface cellulaire.

tions, depuis les teintes du deuxième ordre jusqu'aux blancs d'ordre supérieur; en tenant compte de l'indice relatif moyen de ces cellules (¹), on trouve pour l'épaisseur de ces lames protoplasmiques des valeurs variant entre 0µ,13 et un peu plus de 1µ.

Les teintes les plus fréquemment observées sont des bleus et des pourpres violacés du deuxième ordre, les épaisseurs correspondantes variant entre 0µ,13 et 0µ,3 pour les bleus; entre 0µ,3 et 0µ,38 pour les pourpres violacés.

Les amibocytes d'Astérie et de Lombric présentent des teintes de même ordre et les calculs indiquent des épaisseurs comparables pour leur film protoplasmique périphérique.

La lame protoplasmique développée plus ou moins symétriquement autour d'une même cellule montre des variations irrégulières d'épaisseur : il ne semble pas que l'épaisseur de cette lame décroisse progressivement depuis la masse cellulaire proprement dite jusqu'à la périphérie, on observe même souvent la répétition périodique d'anneaux colorés exactement comparables, indiquant qu'un même niveau supérieur d'épaisseur est atteint en des points successifs de la même lame.

De plus, la zone colorée étroite, à bords lisses ou déchiquetés, qui dessine le contour apparent de ces lames indique un épaississement, une sorte de bourrelet marginal.

C'est ainsi que sur une longueur de 15µ on peut trouver, suivant un même rayon coupant une lame protoplasmique, les épaisseurs successives suivantes :

0µ,25 0µ,21 0µ,25 0µ,36 0µ,35 0µ,45 0µ,51.

Cette distribution irrégulière des épaisseurs semble indiquer que dans les conditions de stabilité compatibles avec la persistance de l'intégrité cellulaire, les effets d'étalement protoplasmique sont équilibrés par la cohésion interne du protoplasma; dans d'autres cas (cellules dites « explosives » de Hardy et certains Protozoaires), les phénomènes capillaires sont beaucoup plus importants et l'étalement se poursuit jusqu'à la destruction complète de la cellule. Avec Ephrussi et Rapkine, l'un de nous (²) a montré que

(¹) Indice mesuré suivant la méthode imaginée par Vlès en utilisant chaque cellule comme une lentille sphérique pouvant donner l'image d'une source lumineuse et dont on peut mesurer directement le rayon et la distance focale.

(²) Voir Fauré-Fremiet, Ephrussi et Rapkine, *C. R. Soc. de Biol.*, 94, 1926, p. 153.

dans ce cas l'épaisseur moyenne de la lame mince obtenue tombe entre 57 et 42 Å, c'est-à-dire atteint l'ordre de grandeur moléculaire.

Remarquons enfin que nos mesures sont en parfait accord avec les estimations indirectes tentées par Policard (1) qui a calculé pour les lames protoplasmiques des histiocytes du Rat des épaisseurs comprises entre $0^{\mu},11$ et $0^{\mu},32$, avec une moyenne de $0^{\mu},18$.

La séance est levée à 16h.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1927 (*suite*).

Bibliographie agricole. Paris.
Bibliographie de la France. Paris.
Bibliographie des sciences géologiques. Paris.
Bibliographie scientifique française. Paris.
Bibliothèque nationale suisse. Rapport. Berne.
Biblos. Organo de la Biblioteca nacional. Mexico.
Bidrag till Kännedom of Finlands natur och folk. Helsingfors.
Biological Board of Canada. Bulletin. Ottawa.
Birmingham natural history and philosophical society (Proceedings. Annual report). Birmingham.
Boletim bibliográfico da Biblioteca da Universidade de Coimbra. Coimbra.
Boletim do Instituto Brasileiro de sciencias. Rio de Janeiro.
Boletim do Museu nacional. Rio de Janeiro.
Boletim hebdomadario de estatistica demographo-sanitaria. São-Paulo.
Boletim magnetico do Observatorio nacional. Rio de Janeiro.
Boletim mensal de estatistica demographo-sanitaria de São-Paulo. São-Paulo.

---

(1) Policard, *C. R. Soc. de Biol.*, 94, 1926, p. 106.

Boletin de la Associación Argentina de electrotécnicos.
Boletin de la real Sociedad española de historia natural. Madrid.
Boletin de la real Sociedad geografica. Madrid.
Boletin del cuerpo de ingenieros de minas del Peru. Lima.
Boletin del Observatorio del Salto. Santiago de Chile.
Boletin del Observatorio nacional. Habana.
Boletin de pescas. Madrid.
Boletín mensual de estadistica agro-pecuaria. Buenos-Aires.
Boletin oficial de marcas y patentes. Habana.
Bollettino della società italiana di biologia sperimentale. Napoli.
Bollettino dell'Istituto agrario di Scandicci. Firenze.
Bollettino ufficiale della R. Stazione sperimentale per l'industria delle essenze e dei derivati dagli agrumi. Reggio Calabria.
Bristish Astronomical Association. Handbook. London.
Brooklyn Museum Science Bulletin. Brooklyn.
id. *Quarterly.* Brooklyn.
Bulletin administratif de la Cochinchine. Saïgon.
Bulletin de l'Académie de médecine. Paris.
Bulletin de l'Académie des sciences de l'Union des Républiques soviëtiques socialistes. Leningrad.
Bulletin de l'Académie malgache. Tananarive.
Bulletin de l'Académie royale de médecine de Belgique. Bruxelles.
Bulletin de la Commission géologique de Finlande. Helsingfors.
Bulletin de l'Association amicale des anciens élèves de l'École centrale des arts et manufactures. Paris.
Bulletin de l'Association amicale des élèves de l'École nationale supérieure des mines, Paris.
Bulletin de la Section scientifique de l'Académie roumaine. Bucarest.
Bulletin de la Société belge de géologie. Bruxelles.
Bulletin de la Société d'agriculture, sciences et arts de la Sarthe. Le Mans.
Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale. Paris.
Bulletin de la Société des agriculteurs de France. Paris.
Bulletin de la Société des amis des sciences naturelles de Rouen. Rouen.
Bulletin de la Société des sciences historiques et naturelles de l'Yonne. Auxerre.
Bulletin de la Société des sciences naturelles du Maroc. Rabat.
Bulletin de la Société géologique de France. Paris.
Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse. Mulhouse.
Bulletin de la Société industrielle de Rouen. Rouen.
Bulletin de la Société philomatique de Paris. Paris.
Bulletin de la Société physico-mathématique de Kazan. Kazan.
Bulletin de la Société royale de botanique de Belgique. Bruxelles.
Bulletin de la Société scientifique du Dauphiné. Grenoble.
Bulletin de la Société vaudoise des sciences naturelles. Lausanne.
Bulletin de l'Association amicale des anciens élèves de l'École centrale. Paris.
Bulletin de l'Association amicale des anciens élèves de l'École des mines. Paris.

Bulletin de l'Auvergne. Clermont-Ferrand.
Bulletin de l'École supérieure d'agronomie. Brno.
Bulletin de l'Institut catholique de Paris. Paris.
Bulletin de l'Institut océanographique (fondation Albert Ier, prince de Monaco). Monaco.
Bulletin de l'Observatoire de Lyon. Saint-Genis-Laval.
Bulletin de l'Observatoire de Nice. Nice.
Bulletin de l'Observatoire de Toulouse. Toulouse.
Bulletin des sciences mathématiques. Paris.
Bulletin des travaux de la classe des sciences mathématiques et naturelles de l'Académie des sciences et des arts. Zagreb.
Bulletin du Comité géologique de Leningrad. Leningrad.
Bulletin du Jardin botanique. Buitenzorg.
Bulletin du Ministère du travail et de l'hygiène. Paris.
Bulletin du Service géologique de l'Indochine. Hanoï.
Bulletin économique de l'Indochine. Hanoï.
Bulletin économique; Madagascar et dépendances. Tananarive.
Bulletin géodésique de la section de géodésie de l'union géodésique et géophysique internationale. Paris, Toulouse.
Bulletin géophysique de l'Institut de recherches géophysiques. Léningrad.
Bulletin international de l'Académie polonaise des sciences et des lettres. Cracovie.
Bulletin mensuel de l'Observatoire météorologique de l'Université d'Upsala. Upsala.
Bulletin mensuel de l'Office national météorologique de France. Paris.
Bulletin mensuel de l'Office permanent de statistique. La Haye.
Bulletin officiel de la propriété industrielle et commerciale. Paris.
Bulletin of the Chemical Society of Japan. Tokyo.
Bulletin of the Earthquake Researche Institute. Tokyo Imperial University. Tokio.
Bulletin of the Geological Institution of the University of Upsala. Upsala.
Bulletin of the Geological Survey of China. Péking.
Bulletin of the Hydrographic Department. Tokio.
Bulletin of the National Research Council. Washington.
Bulletin of the Terrestrial Electric Observatory of Fernando Sanford. Palo Alto (Calif.).
Bulletin of the University of Kansas. Lawrence (Kansas).
Bulletin pluviométrique. Observatoire central de l'Indochine. Phu-Liên.
Bulletin quotidien d'études de l'Office national météorologique de France. Paris.
Bulletin quotidien de renseignements de l'Office national météorologique de France. Paris.
Bulletins de la Société chimique de Belgique. Gand.
Bulletins de la Station biologique de la Société des amis des sciences naturelles, d'anthropologie et d'ethnographie. Moscou.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 11 AVRIL 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

LITHOLOGIE. — *La composition des laves basaltiques de l'Indochine.* Note (¹) de M. A. LACROIX.

Dans une Note récente (²), M. F. Blondel a montré le très grand développement des formations volcaniques tertiaires ou récentes dans le sud de l'Annam, dans la Cochinchine et le Cambodge. J'ai parcouru avec lui notre grande colonie d'Extrême Orient et ainsi a pu être recueillie une abondante collection de laves qui, sans exception, sont de nature basaltique. Je viens d'en terminer l'étude. Les roches constituent une série intéressante, en ce qu'elles montrent quelle diversité peut se cacher sous une grande monotonie de composition minéralogique qualitative. Il s'agit d'une série calco-alcaline. Au point de vue pratique, il était important de déterminer la composition chimique exacte de ces roches en raison du rôle qu'elles jouent au point de vue agronomique; c'est en effet leur décomposition qui donne naissance à la *terre rouge* sur quoi sont établies les plantations d'Hevea et de Caféier, l'une des principales richesses de l'Indochine.

Les basaltes indochinois renferment les minéraux habituels; quelques mots seulement sont nécessaires sur certains d'entre eux. On verra plus loin que cette série basaltique s'étend de types à silice libre virtuelle, jusqu'à d'autres, caractérisés par un déficit de silice suffisant pour faire apparaître une quantité importante de néphéline virtuelle. Dans les types

---

(¹) Séance du 26 mars 1928.

(²) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1569.

à silice libre, le pyroxène est une augite très magnésienne (pigeonite), caractérisée par un angle des axes optiques très petit, parfois même nul; à l'extrémité opposée de la série, l'augite est titanifère. La bronzite n'a été observée que dans deux gisements de l'Annam (Tambot et Plei Ku); elle y forme des phénocristaux parfois cerclés d'une très mince zone de pyroxène monoclinique orienté sur eux. L'ilménite, en grandes lames, est abondante dans la pâte des basaltes doléritiques. Quand il existe du verre, celui-ci est assez fréquemment transformé en un produit fibreux assez biréfringent, à allongement positif, comparable à la bardolite.

Je ne connais d'enclaves de *nodules à olivine* que dans les puys récents de la vallée du Nam Theun (Nord Annam) et de ses affluents, ainsi qu'à l'île des Cendres (éruption sous-marine de 1923).

Les basaltes indochinois sont peu riches en minéraux colorés; la somme de ceux-ci (Σ_b) varie entre 31 pour 100 (lave de Tambot, qu'il serait plus exact d'appeler andésite labradorique, si elle ne passait à un basalte), et 58 pour 100; ce sont là des valeurs calculées qui doivent être un peu augmentées pour représenter la réalité exprimée; il n'existe pas de types mélanocrates.

En ce qui concerne la structure, le type le plus fréquent est le doléritique, de grain variable, mais pouvant atteindre celui d'une véritable dolérite holocristalline. Ceci peut s'expliquer par l'intensité de l'érosion et de l'altération en terre rouge qui ont entamé et décapé des nappes basaltiques, faisant disparaître les matériaux pyroclastiques et les portions superficielles des épanchements, laissant à vif surtout leurs parties profondes, refroidies lentement. Les types compacts ne sont pas rares, d'ailleurs; ils sont porphyriques ou non. Les formes scoriacées se rencontrent dans les puys à structure conservée du Haut Annam et dans leurs cheires, ainsi que dans les produits de l'éphémère volcan sous-marin de l'île des Cendres.

La coulée de Tambot demande que l'on s'y arrête plus longuement; elle est [1] intrusive dans une randannite au kilomètre 122 de la route de Dalat à Phan Thiet. Elle permet d'étudier tous les stades de la cristallisation d'un magma basaltique.

La roche constituant la masse principale de l'intrusion est une andésite labradorique passant au basalte; sa structure est doléritique; les phénocristaux de bronzite y abondent. Par sa composition minéralogique et sa structure, cette lave rappelle celles de la région rhénane désignées sous le nom de palatinite. Les petits fragments anguleux et bulleux, morcelés dans la randannite et caractérisant une pépérite, sont constitués par un verre noir, à facies obsidiennique, brunâtre et transparent en lames

(1) A. Lacroix et F. Blondel, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1145.

minces; au microscope on n'y distingue parfois que quelques aiguilles filiformes pyroxéniques, rayonnant de la paroi des bulles et par suite formées sur place. Ce verre résulte du refroidissement très brusque du magma, encore dépourvu de cristaux; d'autres fragments renferment de petits cristaux automorphes d'olivine et quelques cristaux plus grands de bronzite. Sur la périphérie des blocs accompagnant ces menus fragments et sur le bord de la dolérite, se voit, sur 1 ou 2^{cm}, le même verre, puis progressivement celui-ci perd son éclat et prend l'aspect pierreux. L'olivine a disparu, mais des microlites d'andésine y apparaissent, entourés par une auréole plus colorée que le verre par suite d'une concentration du fer, mais sans individualisation minéralogique. Quand on s'éloigne davantage de la surface, ces microlites et leur gaine gagnent en importance; enfin le fond de la roche devient presque opaque et vaguement sphérolitique, en même temps que les microlites feldspathiques augmentent en nombre et en taille, l'augite en grains apparaît, puis l'on passe peu à peu, par éclaircissement de la pâte, à la forme doléritique. La magnétite et l'ilménite sont de formation tardive; elles n'apparaissent que dans la roche déjà cristalline et manquent dans le verre brusquement refroidi. C'est la reproduction de ce que j'ai signalé jadis dans les laves de l'Etna (¹) et de la Réunion (²); cela est d'ailleurs presque général dans ce stade d'évolution des laves. Ainsi s'explique l'observation faite par M. Washington (³) et qui se vérifie dans les analyses données plus loin, à savoir que les verres volcaniques sont plus pauvres en fer ferrique que les laves cristallines qui en dérivent.

Comme dernière particularité structurale, je signale dans les basaltes indochinois la fréquence des associations gloméroporphyriques de phénocristaux d'olivine, d'augite, de bronzite; dans les formes doléritiques, l'olivine se présente en grains xénomorphes, tandis que dans les types moins cristallins de refroidissement brusque ou rapide (Tambot, île des Cendres, etc.) abondent des cristaux très nets d'olivine, aux formes communes, mais avec fréquentes macles suivant *m* (110) par entre-croisement.

Les analyses, effectuées par M. Raoult, ont été ordonnées de façon à mettre en évidence la continuité indiquée plus haut. Un premier tableau renferme les *basaltes* α, à silice libre pouvant atteindre 8,7 pour 100.

(¹) *Comptes rendus*, 147, 1908, p. 99.
(²) *Ibid.*, 154, 1912, p. 251.
(³) *Amer. J. of Science*, 50, 1920, p. 458.

1. *Andésite labradorique* α passant à *basalte*.
   Tambot (Annam) (forme doléritique)..... II[(4)(5).'4.(4)5][2.1.2.(2)3]
2. *Id.* (forme vitreuse)....... II(III)[(4)(5).4.4(5)][(1)2.1.'2.3]
3. *Basalte doléritique* α Yabak (S. Annam).. 'III['5.'4.4(5)]2.1.2.2(3)].
4. *Id.* Lienh Khanh » . III[5.3.4][2.1.2.'3].

	1.	2.	3.	4.
SiO^2..........	53,86	53,82	51,74	50,34
Al^2O^3.........	16,67	15,12	14,91	12,85
Fe^2O^3.........	2,76	1,76	3,18	3,78
FeO...........	5,37	8,91	6,86	7,72
MgO...........	4,91	5,58	7,02	5,71
CaO...........	9,00	9,06	8,90	8,98
Na^2O..........	3,05	2,39	2,65	2,80
K^2O...........	0,57	0,57	0,72	1,36
TiO^2..........	1,74	1,42	1,60	2,08
P^2O^5..........	0,34	0,23	0,30	0,42
H^2O (+).......	0,66	0,65	1,22	1,83
» (—).......	0,79	0,64	1,13	2,11
MnO..........	0,12	0,15	0,19	0,25
	99,84	100,30	100,42	100,23
SiO^2 libre.......	8,7	7,7	4,8	3,5
An %..........	54	58	54	43
Σ_b............	30,6	38,8	40,1	42,7

L'olivine est donc réactionnelle; on a vu qu'à Tambot elle ne se rencontre que dans les portions refroidies brusquement et manque dans les types doléritiques riches en bronzite où elle a été résorbée, ce qui est conforme au résultat des expériences de MM. Bowen et Andersen. Ces laves sont les plus riches en molécules d'anorthite (54 à 58 pour 100), elles sont *labradoriques*, alors que les *andésiniques* (43 pour 100) sont exceptionnelles.

Les *basaltes* β, à silice déficitaire, prédominent en Indochine; ils sont riches en olivine. Dans un premier groupe (analyses 5 à 11), le déficit de silice ne porte que sur les métaux bivalents. L'analyse 5 montre que dans le basalte de la plantation Suzannah, qui est fort péridotique, la plus grande partie de l'olivine est réactionnelle comme dans les basaltes α; le calcul n'en montre en effet que 3,3 pour 100, alors que l'examen microscopique en met en évidence plus de 15 pour 100. C'est d'ailleurs un cas exceptionnel, ainsi que le fait voir la comparaison de son antepénultième paramètre [1(2)] et de celui [2(3) à 3] des autres basaltes du même tableau. La teneur en anorthite calculée du plagioclase moyen oscille entre

41 et 48 pour 100; c'est une andésine, voisine du labrador; ce dernier est exceptionnel. Le $\Sigma_b = 37$ à 42 pour 100.

5. Suzannah (Dan-giai), E. Cochinchine........ 'III[5.3'.4][2.1(2).2.(2)3]
6. Djiring, S. Annam.......................... (II)III[5.3.4][2.2'.2.(2)3]
7. Hon-quan, W. Cochinchine................... 'III[5.3.4][2.3.2.2(3)]
8. Km.69 de Kompong Cham, E. Cambodge....... 'III[5.3.4][2'.2(3).2.2]
9. Km.62 de Lao Bao à Dong Ha, Annam........ III[5.3.4][2.'3.2.2']
10. Km.95 de Phnom-Penh, Cambodge........... 'III[5.3.4]['2.3.2.(2)3]
11. Ban Houei Sai, sur Mékong, Haut Laos........ 'III[5.3(4).4][2.3.'2.2']

	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
SiO^2	50,46	48,62	47,88	48,08	46.02	48,14	45,44
Al^2O^3	15,00	15,51	14,47	14,75	14,14	14,32	16,14
Fe^2O^3	3,06	3,16	2,82	5,70	4,08	2,12	3,89
FeO	7,96	7,18	8,32	5,59	7,27	8,71	7,22
MgO	7,32	6,40	8,84	7,79	8,28	8,09	9,02
CaO	8,72	8,48	8,76	9,14	10,24	10,52	8,98
Na^2O	2,93	3,15	3,17	3,34	3,11	3,06	3,02
K^2O	1,45	1,99	1,57	1,73	1,51	1,53	1,63
TiO^2	1,82	2,40	1,81	2,16	2,44	1,88	2,22
P^2O^5	0,44	0,51	0,46	0,49	0,52	0,53	0,32
H^2O (+)	0,76	1,07	1,43	0,55	0,83	0,47	1,15
» (—)	0,24	1,55	0,37	0,58	0,76	0,19	0,72
MnO	0,18	0,16	0,22	0,20	0,23	0,07	0,23
	100,34	100,18	100,12	100,10	100,01 (1)	100,53 (3)	100,12 (2)
An °/₀	48	45	44	41	46	45	58
Σ_b	42,5	37.1	42,4	40.7	43,6	42,5	40,3

(1) CO^2 0,58. (2) Cl 0,07; SO^3 0,07. (3) CO^2 0,90.

Dans le dernier groupe (analyses 12 à 17), la teneur en silice déficitaire plus élevée a un retentissement sur le mode de combinaison des alcalis; le calcul met en évidence une quantité de néphéline virtuelle qui devient assez grande dans le terme ultime de la série pour le rattacher aux basanites (analyse 17), mais dans aucun cas, cette néphéline n'est exprimée minéralogiquement; c'est là ce que j'appelle des *basaltes basanitoïdes;* la roche de Pailing est une véritable *limburgite*. On voit dans le tableau suivant que Σ_b reste voisin de 50 pour 100, que ces basaltes sont *labradoriques* (51 à 58 pour 100 d'anorthite) ou exceptionnellement *andésiniques* (île des Cendres, 40 pour 100); ils sont riches en P^2O^5.

12. Giarai, S. Annam .... III[5'.3.(3)4][2.3.2.2]
13. Km. 17, Kompong Cham à Skoun .... III[5(6).3.4]['2.(2)3.2.2']
14. Vallée Nam Noi, S. Vinh, N. Annam ...... III[5(6).3.4]['2.3.2.'3]
15. Ile des Cendres, côtes de l'Annam .... (II) III[(5)(6).2(3).4][2.3.2.'3]
16. Dran, S. Annam .... III[(5)6.'3.4][2.'3.2.2]
17. Pailing, W. Cambodge .... III['6.3.'4][2.'3.2.2(3)]

	12.	13.	14.	15.	16.	17.
SiO^2	41,86	46,98	45,92	48,12	43,88	43,50
Al^2O^3	11,71	13,67	13,43	15,86	12,08	13,91
Fe^2O^3	3,92	3,01	2,63	2,93	4,13	3,62
FeO	8,36	8,46	11,16	8,02	7,54	8,50
MgO	10,73	9,73	8,84	6,33	10,67	8,48
CaO	10,58	10,38	9,42	7,58	10,28	10,78
Na^2O	2,32	3,18	2,95	4,53	2,95	3,30
K^2O	2,07	1,59	1,78	2,44	1,92	2,20
TiO^2	2,53	1,98	2,24	2,80	2,82	2,82
P^2O^5	0,84	0,51	0,53	0,66	0,85	0,84
H^2O (+)	2,71	0,44	0,62	0,42	1,25	0,78
» (—)	0,97	0,25	0,15	0,23	1,33	0,43
MnO	0,17	0,17	0,25	0,20	0,18	0,15
	100,19 (1)	100,35 (2)	99,92	100,12	100,40 (3)	100,34 (4)
An. %	56	52	52	40	51	58
Σ_b	49,4	50,1	49,8	37,8	51,7	46,9

(1) CO^2 1,42. Calcite localisée dans les pores de la roche. (2) Cr^2O^3 néant.
(3) CO^2 0,52. (4) CO^2 1,03.

J'ai fait analyser des échantillons choisis dans les différentes parties de l'Union Indochinoise (1) et, de leur examen, il résulte qu'il n'y a pas de localisation dans l'espace des diverstypes basaltiques. Quand les travaux entrepris par le Service géologique de l'Indochine seront plus avancés, il sera utile d'étudier pour chaque centre volcanique l'évolution de la composition de ces laves dans le temps.

La série basaltique indochinoise est comparable à celle de la Chine septentrionale (2), mais elle est plus complète, car cette dernière ne renferme

(1) Aux échantillons recueillis en Annam, j'ai joint (analyse 11) l'étude d'un basalte recueilli par MM. Jacob et Dussault dans un gisement isolé dans le lit du Mékong à la frontière du Haut Laos, du Siam et de la Birmanie. J'ai rapporté aussi de Tin So près de Yunnanfou, dans le Yunnan, un basalte α sans olivine de la forme III [(4)5.(3)4.4][2.1.2.3(4)] du même type que ceux de l'Annam ; les caractères de la province pétrographique se maintiennent donc loin dans le Nord, au delà de l'Indochine.

(2) A. Lacroix, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 733.

que des basaltes β. Comme elle, elle se termine par des types à néphéline virtuelle, mais ceux-ci sont moins développés en Indochine qu'en Chine.

PROTISTOLOGIE. — *Sur la présence au Maroc du spirochète de la fièvre récurrente espagnole.* Note (¹) de MM. **Charles Nicolle** et **Charles Anderson.**

Sadi de Buen a montré l'existence, dans les provinces méridionales de l'Espagne, d'une fièvre récurrente particulière. L'agent de transmission de cette spirochétose nouvelle est une tique, *Ornithodorus marocanus*, découverte au Maroc, étudiée et dénommée par H. Velu. Cette tique paraît être, dans la nature, en relation, sinon obligatoire, du moins ordinaire avec le porc. Les malades, atteints de la récurrente espagnole, sont les habitants ou les voisins des porcheries. Cependant le porc est réfractaire au virus de la tique qu'il nourrit. Ayant bien établi cette immunité, nous en avons déduit qu'il fallait chercher le réservoir du virus chez les petits mammifères, commensaux des étables, en particulier chez les rongeurs. Jusqu'à présent, l'existence de la récurrente espagnole n'a pas été reconnue au Maroc.

Dans un but de recherches expérimentales, nous nous sommes adressés à M. Velu afin qu'il nous fasse parvenir des ornithodores. Nous avons reçu de lui trois envois, tous en provenance du même endroit, le sol d'une porcherie des environs de Casablanca, abandonnée depuis plus de six ans et rasée. L'abandon de l'élevage aurait été précisément causé par la pullulation des ornithodores. Il fallait creuser jusqu'à 20 et 40^{cm} pour récolter ces acariens.

Les tiques de chaque envoi ont été étudiées par nous au point de vue de la présence, toujours à suspecter, d'un spirochète pathogène. Les deux premiers envois, constitués par 20 et 30 exemplaires, avaient été reçus en juin et en juillet 1926; aucune tique n'en avait été reconnue infectée. Un troisième envoi nous a été adressé en décembre 1927. Les soixante tiques qui le composaient ont été divisées en cinq lots.

Quatre (au total cinquante tiques) étaient indemnes. Le cinquième lot, comprenant dix exemplaires, a infecté un rat par piqûres. Il y avait donc, sur cet envoi, une à dix tiques infectées.

L'étude expérimentale de ce spirochète nous a montré une ressemblance presque parfaite avec la souche de spirochète espagnol que nous entretenons.

Pouvoir pathogène. — *Souris blanche.* Récurrente à rechutes (2 à

(¹) Séance du 26 mars 1928.

3 accès) avec présence de spirochètes bien visibles, jamais extrêmement nombreux. — *Rat blanc*. Récurrente à rechutes (2 à 3 accès), spirochètes bien visibles, un peu plus nombreux que chez la souris. — *Cobaye*. La maladie expérimentale du cobaye est une *récurrente fébrile* de 3 à 4 accès. Les spirochètes sont bien visibles, souvent nombreux. Généralement disparus avant le 30e jour, ils peuvent être rencontrés encore les 33e et 34e. — *Singe*. Un seul singe inoculé (*Macaccus cynomolgus*) a présenté un accès fébrile de 7 jours de durée avec spirochètes très nombreux et mort au 9e jour de l'inoculation.

Immunités croisées. — Le spirochète marocain vaccine contre lui-même, dans des délais d'épreuve de 15 jours à 1 mois. Dans les mêmes délais, il ne vaccine pas contre les spirochètes de la fièvre des tiques (Dutton) et de la musaraigne (de Dakar) ni contre *Sp. Normandi* des terriers tunisiens. Ces trois spirochètes ne vaccinent pas contre le spirochète marocain. Le spirochète espagnol confère une certaine résistance vis-à-vis du spirochète marocain et celui-ci vaccine parfois contre le spirochète espagnol.

Conclusions. — Par le fort pouvoir pathogène vis-à-vis du cobaye qu'ils sont seuls à posséder parmi les spirochètes sanguicoles connus, et par leurs réactions d'immunité croisée, les spirochètes espagnol et marocain, tous deux convoyés dans la nature par une même tique, doivent être considérés comme appartenant à la même espèce; la souche marocaine est peut-être un peu plus virulente que l'espagnole pour le cobaye.

Corollaires. — 1. Il y aura lieu de distinguer désormais parmi les fièvres récurrentes du Maroc celles qui relèvent de la récurrente mondiale (à poux) et celles qui appartiennent à la récurrente espagnole. On devra chercher celle-ci de préférence chez le personnel ou au voisinage des porcheries.

2. Il y aura, d'autre part, à chercher, soit au voisinage des porcheries, soit en dehors d'elles, la présence de spirochètes chez les ornithodores et, celle-ci reconnue, l'existence du virus récurrent espagnol chez les petits mammifères (rongeurs, insectivores) de l'endroit. Il est infiniment probable que, chez les ornithodores que M. Velu nous a adressés, les spirochètes ne provenaient pas d'une infection, conservée héréditairement depuis six années dans l'espèce, mais d'une infection acquise récemment sur de petits mammifères existant sur l'emplacement de la porcherie abandonnée et constituant le réservoir du virus que ne réalisent ni le porc ni l'homme.

CORRESPONDANCE.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la courbure géodésique moyenne.*
Note [1] de M. R. COENEN.

1. Rapportons les points d'une surface (S) à un système de coordonnées curvilignes obliques tel que l'élément linéaire de (S) soit déterminé par l'équation

$$ds^2 = A^2\,du^2 + 2\,AC\cos\alpha\,du\,dv + C^2\,dv^2,$$

avec

$$H = AC\sin\alpha \neq 0. \tag{1}$$

Suivant les notations de Darboux, appelons ρ_u et ρ_v les rayons de courbure tangentielle des lignes de paramètres respectifs u et v. Nous nommerons courbure géodésique moyenne G_m l'expression

$$\frac{1}{\rho_u} + \frac{1}{\rho_v}.$$

En tenant compte des valeurs classiques de r et de r_1, nous aurons

$$\frac{r}{A} = \frac{-1}{A}\frac{\partial n}{\partial u} - \frac{1}{H}\left(\frac{\partial A}{\partial v} - \frac{\partial C}{\partial u}\cos\alpha\right),$$
$$\frac{r_1}{C} = \frac{-1}{C}\frac{\partial m}{\partial v} + \frac{1}{H}\left(\frac{\partial C}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v}\cos\alpha\right),$$

et nous obtiendrons, après quelques transformations,

$$G_m = \frac{-1}{A}\frac{\partial\alpha}{\partial u} + \frac{1}{C}\frac{\partial\alpha}{\partial v} + \frac{\cot\frac{\alpha}{2}}{AC}\left(\frac{\partial C}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v}\right).$$

Si α est une constante, pas nécessairement égale à $\frac{\pi}{2}$,

$$G_m = \frac{\cot\frac{\alpha}{2}}{AC}\left(\frac{\partial C}{\partial u} - \frac{\partial A}{\partial v}\right). \tag{2}$$

La formule précédente, si l'on tient compte de (1), montre que

$$G_m = 0 \tag{3}$$

---

[1] Séance du 2 avril 1928.

entraîne

$$\frac{\partial A}{\partial v} = \frac{\partial C}{\partial u}, \tag{4}$$

et réciproquement.

Les deux courbes coordonnées qui se coupent, en un point M de (S), sous un angle constant α et dont les courbures géodésiques vérifient la relation (3), seront dites associées.

Conclusions. — *a*. Sur toute surface (S) pour laquelle on a la relation (4), il existe une famille (F_1) de courbes à laquelle on peut adjoindre une autre famille (F_2) formée de trajectoires sous un angle constant α des courbes de (F_1) et telle que les courbes de (F_1) aient pour associées celles de (F_2).

Réciproquement, pour toute surface (S) qui possède deux familles de courbes associées, on aura la relation (4).

b. Si (F_1) se compose de géodésiques, (F_2) jouira de la même propriété. La formule de Liouville

$$\frac{RR'}{H} = \frac{\partial}{\partial v}\left(\frac{A}{\rho_u}\right) - \frac{\partial}{\partial u}\left(\frac{C}{\rho_v}\right) + \frac{\partial^2 \alpha}{\partial u\, \partial v}$$

montre que la surface considérée est, dans ce cas, développable (Liouville).

c. Si (F_1) ne comporte que des cercles géodésiques, les courbes associées seront des cercles géodésiques.

d. En coordonnées rectangulaires sur (S), ces conclusions subsistent. La dernière toutefois appelle une remarque intéressante. Le système coordonné orthogonal est, en même temps, isotherme et les surfaces (S) sont à courbure totale constante positive ou négative.

2. Pour la courbure tangentielle d'une ligne quelconque (l), tracée sur (S), nous pouvons poser

$$\frac{1}{\rho_g} = \frac{d\omega}{ds} + \frac{\cos\omega}{\rho_u} + \frac{\sin\omega}{\rho_v}.$$

a. Si (l) est une géodésique, trajectoire sous un angle constant ω des courbes coordonnées orthogonales, on aura

$$\frac{\cos\omega}{\rho_u} + \frac{\sin\omega}{\rho_v} = 0,$$

relation qui, pour $\omega = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$, deviendra

$$G_m = 0.$$

La réciproque est immédiate.

Les surfaces (S) caractérisées par la relation fondamentale (3) jouissent donc, en outre, de la propriété que tout système rectangulaire constitué par les lignes coordonnées admet comme première bissectrice une géodésique de la surface.

b. Si (*l*) est un cercle géodésique ($\rho_g = a\sqrt{2}$ par exemple), on aura, toujours moyennant la constance de l'angle ω,

$$\frac{\cos\omega}{\rho_u} + \frac{\sin\omega}{\rho_v} = \frac{\sqrt{2}}{2a},$$

et, en particulier pour $\omega = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$,

$$G_m = \frac{1}{a}.$$

Cette relation a lieu sur la surface pseudosphérique qui, rapportée à ses méridiens et à ses parallèles, présente un élément linéaire de la forme

$$ds^2 = a^2(du^2 + e^{2u}\,dv^2).$$

3. Pour obtenir des surfaces (S), il suffira d'intégrer l'équation (4), dont (3) est l'interprétation géométrique. On voit immédiatement que la classe des surfaces de translation, les surfaces minima exceptées, fournit des surfaces qui répondent à la condition (4). Les deux familles orthogonales de courbes associées seront ici les deux familles de lignes de courbure de (S).

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Sur quelques tenseurs dans les variétés non holonomes.* Note [1] de M. G. **Vranceanu**, présentée par M. Hadamard.

Dans deux Notes précédentes [2], j'ai introduit la notion de variété non holonome, en faisant voir comment on peut appliquer le calcul différentiel absolu à l'étude de ces variétés.

Je vais indiquer dans cette Note quelques tenseurs situés dans V_n^m et je trouve l'occasion de revenir sur les formules (4) et (5) de la seconde Note.

Supposons, comme toujours, que les déplacements dans V_n^m sont donnés par les formules

$$(1) \qquad dx_i = \sum_1^m {}_h \lambda_h^i\, ds_h \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

(1) Séance du 2 avril 1928.

(2) *Sur les espaces non holonomes* et *Sur le calcul différentiel absolu* (*Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 852, 1083).

c'est-à-dire que, dans V_n^m, les dx_i sont liées par les $n-m$ formes de Pfaff

$$\sum_1^n {}_i \lambda_{k'/i}\, dx_i = 0 \qquad (k' = m+1, \ldots, n), \tag{2}$$

où $(\alpha\lambda)(\alpha = 1, 2, \ldots, n)$ sont n congruences orthogonales dans V_n. Les conditions d'intégrabilité des équations (2) sont exprimées par les formules

$$w_{hl}^{k'} = \gamma_{k'hl} - \gamma_{k'lh} = 0 \qquad (k' = m+1, \ldots, n);\ (h, l = 1, 2, \ldots, m),$$

les $\gamma_{k'hl}$ étant les coefficients de rotation de Ricci relatifs aux congruences λ.

Si les $w_{hl}^{k'}$ ne sont pas tous nuls, ils forment évidemment $n-m$ $(k' = m+1, \ldots, n)$ tenseurs du second ordre, par rapport aux transformations des congruences de la forme

$$\left\{\begin{array}{ll} \bar\lambda_h^i = \sum_1^m {}_\alpha c_h^\alpha \lambda_\alpha^i & (h = 1, 2, \ldots, m), \\ \bar\lambda_{k'}^i = \lambda_{k'}^i & (k'' = m+1, \ldots, n), \end{array}\right. \tag{4}$$

les m^2 quantités c_h^α étant les coefficients d'une transformation orthogonale

En cherchant à mettre en évidence le caractère invariantif des équations aux variations d'une géodésique en V_n^m, on arrive à considérer $n-m$ tenseurs du troisième ordre

$$\begin{aligned} V_{hkl}^{(r')} = {} & \frac{d\gamma_{hkl}}{dsr'} - \frac{dw_{kr'}^h}{ds'} + \sum_{m+1}^n {}_{k'} w_{kk'}^h w_{lr'}^{k'} \\ & + \sum_1^m {}_i (\gamma_{hki} w_{er'}^i + \gamma_{hil} w_{kr'}^i - \gamma_{ikl} w_{ir'}^n) \\ & (r' > m,\ h, k, l \leqq m), \end{aligned} \tag{5}$$

correspondant aux $n-m$ valeurs de r' et (ce qui est plus important) le tenseur du quatrième ordre ayant les composantes [1]

$$\lambda_{hk,lr} = \gamma_{hk,lr} + \sum_{m+1}^n {}_{k'} w_{kk'}^h w_{rl}^{k'} \qquad (h, k, l, r \leqq m). \tag{6}$$

Les $\gamma_{hk,lr}$ sont les coefficients de Ricci relatifs aux m congruences (γ_α) $(\alpha \leqq m)$ seulement.

---

(1) Voir ma Note, *Sopra lo scostamento geodetico...* (*Rend. dell'Accademia dei Lincei*, séance du 18 décembre 1927).

D'après la formule (6), on voit que dans le cas où les tenseurs $\varpi_{hl}^{k'}$ [formule (3)] sont nuls, les composantes du tenseur $\lambda_{hk,lr}$ se réduisent aux $\gamma_{hk,lr}$, mais en général les $\gamma_{hk,lr}$ ne sont pas les composantes d'un tenseur en V_n^m. Il en résulte que les formules (4) et (5) de ma Note précédente sont valables seulement dans le cas où les tenseurs $\varpi_{hl}^{k'}$ sont nuls le long du parallélogramme infiniment petit considéré. Sans doute la courbure de V_n^m doit être liée au tenseur $\lambda_{hk,lr}$, mais la considération du parallélogramme infiniment petit n'est plus applicable aux V_n^m, au moins dans la forme habituelle.

PHYSIQUE SOLAIRE. — *Observations de la radiation solaire et de l'opacité atmosphérique, faites à Jokkmokk pendant l'éclipse de Soleil du 29 mai 1927.* Note (¹) de M. **Edward Stenz**, présentée par M. Bigourdan.

1. Pendant une expédition qui a été organisée par le président de la Société astronomique de Pologne, M. Th. Banachiewicz, pour l'observation de l'éclipse totale du Soleil du 29 juin dernier, en Laponie Suédoise, j'ai pu effectuer durant l'éclipse des mesures de l'intensité de la radiation solaire.

Dans ces mesures on s'est servi d'un actinomètre thermo-électrique du système de MM. Moll et Gorczynski, donnant des indications rapides et relativement exactes. Comme instrument absolu, j'ai appliqué le pyrhéliomètre d'Ångström (n° 200). Malheureusement le temps, pendant ces mesures, n'était pas favorable, la nébulosité au cours de l'éclipse étant assez grande, variable et l'atmosphère troublée.

Parmi les nombreuses valeurs observées et calculées nous en avons choisi quelques-unes que nous donnons ci-dessous à titre d'exemple.

Jokkmokk, 29 juin 1927. $\varphi = 66°36'N$; $\lambda = 19°51'E$; $H = 255^m$.

Temps.	Phase.	Grandeur de la surface.	Masse atmosph.	Q calor.	Remarques.
h m					
5.44,9	0,00	1,000	2,65	0,83	Ier contact.
6.00,0	0,25	0,855	2,49	0,73	
10,0	0,42	0,697	2,39	0,58	
30,0	0,75	0,314	2,23	0,25	
45,1 / 45,8	1,00	0,000	2,11	0	Totalité
6.55,0	0,85	0,182	2,04	0,12	
7.10,0	0,63	0,474	1,95	0,41	
30,0	0,30	0,810	1,85	0,77	
7.49,1	0,00	1,000	1,76	0,99	IVe contact.

(¹) Séance du 6 février 1928.

Remarque. — Les temps d'observation sont des temps moyens de l'Europe centrale; la grandeur de la surface rayonnante est calculée en adoptant par le rapport des rayons $\frac{r_{☾}}{r_{\odot}} = 1{,}01$; les masses atmosphériques sont calculées d'après les tableaux de M. Bemporad et la radiation Q est exprimée dans l'échelle d'Ångström.

En éliminant la variation de la radiation causée par le changement de la hauteur du Soleil et en exprimant la radiation observée par rapport à celle du Soleil entier, on obtient une courbe de radiation de forme régulière et symétrique par rapport à la totalité.

On a calculé, en outre, la marche théorique de la radiation en appliquant les variations de la surface du croissant rayonnant et en se basant sur les données d'Abbot concernant la distribution de la radiation sur le disque solaire.

La comparaison des deux courbes montre que la radiation observée au cours de l'éclipse restait inférieure par rapport à la radiation calculée. On a obtenu ainsi les diminutions suivantes de la radiation, exprimées en p. c. : 5^h48^m : 0,5; — 6^h00^m : 2,3; — 6^h10^m : 5,0; — 6^h30^m : 2,1; — 7^h33^m : 2,9; — 7^h40^m : 1,3.

Les radiations rouge et infrarouge, qui ont été mesurées au moyen de filtres colorés, présentent des diminutions semblables.

2. Quant aux propriétés optiques de l'atmosphère, on peut les déterminer en calculant le facteur d'opacité atmosphérique T d'après la formule de Lambert-Bouguer, transformée par M. F. Linke :

$$Q_m = Q_0 . q^{mT}.$$

Dans cette équation Q_m est l'intensité de la radiation traversée par la masse atmosphérique m; Q_0 est la *constante* solaire, et q le coefficient de transmission d'une atmosphère sèche et pure. Dans le cas de l'éclipse, la valeur Q_m correspond évidemment à la radiation théorique du disque solaire entier.

La marche de l'opacité calculée et des éléments météorologiques pendant l'éclipse du 29 juin 1927 fut la suivante :

Temps.	Tension de la vapeur d'eau.	Température.	Facteur de l'opacité.
h m	mm	°C.	
5.45	9,6	»	2,90
5.54	»	»	2,96
6.00	9,5	21,0	3,01
6.09	9,6	20,5	3,12
6.30	9,2	19,6	3,05
7.11	10,4	16,9	3,37
7.33	9,1	19,0	3,25
7.40	9,6	20,3	3,18
7.50	»	»	3,14

Les nombres ci-dessus montrent qu'après la totalité l'humidité de l'air s'est accrue de 9,5 à 10,4 et que la température a baissé de 4°.

L'opacité accuse une marche caractéristique, mais discontinue, à cause de la nébulosité. Au commencement de l'éclipse, l'opacité s'accroît assez vite; après un passage de nuages elle ne dépasse qu'une valeur presque normale, mais après la totalité elle atteint de nouveau une valeur maximum, en s'affaiblissant jusqu'à la fin de l'éclipse.

En considérant l'accroissement du facteur T de 2,90 à 3,14 comme la marche diurne normale de l'opacité, on obtient un excédent de l'opacité égal à 0,35 environ. Nous croyons que cette perturbation a été provoquée par l'éclipse même.

Des perturbations optiques semblables ont été observées aussi le 21 août 1914 par MM. Moll et Van der Bilt [1] à Hernösand, et le 8 avril 1921 par M. A. Ångström (*Meteor-Zeitschr.*, 1921, p. 244), à Stockholm. Il faut cependant remarquer qu'il y a quelques observations d'éclipses (par exemple 30 août 1905 et 17 avril 1912) qui ont donné une courbe de radiation entièrement régulière et exacte [2].

---

(1) *Bull. Astr. Inst. Netherl.*, n° 30, 1922, p. 170.

(2) W. H. Julius, *Astrophysic. J.*, 23, 1906, p. 312; 37, 1913, p. 225.

MAGNÉTISME. — *Recherches expérimentales sur l'aimantation des roches volcaniques du département du Puy-de-Dôme.* Note [1] de M. **Ch. Jacquet**, transmise par M. Pierre Weiss.

Nous avons prélevé environ 300 échantillons en divers points des nombreuses coulées volcaniques de la Chaîne des Puys et du Massif du Mont-Dore et déterminé leurs propriétés magnétiques.

Jusqu'ici on avait mesuré des aimantations dans des champs faibles et souvent mal définis. Nous avons au contraire, pour cette étude, mesuré l'aimantation à saturation, en utilisant la balance à translation de MM. Foëx et Forrer. Comme substance-étalon, nous avons employé la magnétite dont l'aimantation à saturation σ a été bien déterminée et trouvée égale à 92,7 unités absolues [2].

Les plus fortes valeurs de σ sont données par des enclaves; nous avons trouvé $\sigma = 9{,}20$ pour une enclave dans l'andésite du puy d'Allou, soit le dixième de l'aimantation de la magnétite.

Neuf échantillons ont une aimantation à saturation supérieure à 4 unités; 17 échantillons ont une aimantation comprise entre 3 et 4 unités; les autres échantillons ont une aimantation inférieure.

Les valeurs trouvées pour σ sont assez variables, non seulement suivant les régions, mais au sein même d'une coulée. En un même point, la concordance des mesures faites sur plusieurs échantillons est généralement bonne à 2 pour 100.

Nous avons étudié les variations thermiques à l'aide du dispositif ci-après : la substance soumise à un champ magnétique est enfermée dans une ampoule portée par un levier relié à un fil de torsion. Une palette portée par l'autre extrémité du levier assure l'amortissement. L'ampoule est recouverte d'un four à résistance et la température est repérée au moyen d'un couple thermo-électrique. Le levier porte un miroir et les déviations sont lues sur une échelle verticale. Ce dispositif se prête directement à l'enregistrement photographique.

Tous les échantillons, dont l'aimantation est supérieure à 4 unités, donnent un point de Curie de 550°, voisin de celui de la magnétite; les

---

(1) Séance du 2 avril 1928.

(2) Kopp, *Thèse*, Zurich, 1919.

échantillons d'enclaves donnent exactement celui de la magnétite (580°); l'échantillon du puy d'Allou renferme donc 10 pour 100 de magnétite.

Tous les autres échantillons donnent des points de Curie qui se groupent autour d'un petit nombre de valeurs. Cela suggère l'idée que les constituants magnétiques sont en petit nombre dans ces roches qui renferment d'ailleurs toujours les mêmes constituants chimiques, toutefois en proportions variables. Il ne nous est pas possible de dire actuellement quels constituants ces points de Curie sont applicables. Certains d'entre eux pourraient être des solutions solides de concentrations globales invariables de différents oxydes dans la magnétite.

Nous poursuivons nos recherches sur cette question.

MAGNÉTISME ET MAGNÉTO-OPTIQUE. — *Recherche de la variation thermique du pouvoir rotatoire magnétique, dans un cas où le coefficient d'aimantation est positif et indépendant de la température.* Note [1] de M. **H. Ollivier**, transmise par M. Pierre Weiss.

On sait que les corps paramagnétiques peuvent être divisés en plusieurs groupes, d'après la façon dont varie, en fonction de la température absolue T, le coefficient d'aimantation massique χ; certains de ces corps suivent la loi de Curie : $\chi T =$ const.; d'autres, plus nombreux, la loi de Weiss : $\chi(T - \Theta) =$ const.; d'autres, des lois plus compliquées; il existe aussi des corps pour lesquels χ, positif, est indépendant de T (paramagnétisme constant). Bien que les mesures des constantes de Verdet, qui peuvent être positives ou négatives, de ces corps aient été nombreuses, les travaux théoriques de H. Becquerel, Lorentz, Siertsema, Darwin, de Mallemann [2], Ladenburg [3] appellent d'autres recherches expérimentales. D'après la théorie de Langevin, les atomes paramagnétiques tendent à s'orienter dans le champ et J. Becquerel, puis Ladenburg ont montré qu'il doit en résulter une *rotation paramagnétique* du plan de polarisation proportionnelle à χ. On peut penser que cette rotation doit varier en fonction de T suivant la même loi que χ : *cette loi n'est pas nécessairement la loi de Curie.* C'est à peu près la loi de Curie qui est suivie, et la constante de Verdet varie à peu près en raison inverse de T, comme le fait χ, dans le cas de divers cristaux (xénotime, tysonite) renfermant des éléments paramagnétiques et étudiés jusque dans le domaine de l'hélium liquide par MM. H. K. Onnes, J. Becquerel et de Haas [4].

---

[1] Séance du 2 avril 1928.

[2] *J. de Phys. et le Radium*, 6e série, 7, 1926, p. 295.

[3] *Ztschr. f. Phys.*, 34, 1925, p. 898; 46, 1927, p. 168.

[4] *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 838; *Comm. Leiden*, 1926, n° 177.

En vue d'étudier d'autres cas, nous avons utilisé une forte bobine à circulation d'eau, pouvant donner en régime permanent un champ de 1200 gauss. Le tube polarimétrique, de 50^{cm} de longueur, placé dans un manchon où l'on peut faire circuler un liquide de température réglable, est logé dans son intérieur. Le polariseur est un glazebrook; l'analyseur, un appareil de Chaumont modifié, permettant de faire les lectures à $10''$ près. Ce dispositif vient d'être utilisé par Mlle J. Pernet pour la mesure de diverses constantes de Verdet, notamment dans le cas d'une solution d'iodure de zinc sans iode libre (densité 2,482 à 0°). Cette solution, très réfringente, transparente jusque vers $\lambda = 0^\mu,3$, peut, comme corps de comparaison, remplacer avec divers avantages le sulfure de carbone. A 16° sa constante de Verdet est plus grande que celle du sulfure de carbone, dans le rapport de 1,36 à 1, aussi bien pour la lumière jaune que pour la lumière verte du mercure.

Parmi les corps doués du paramagnétisme constant se trouvent le bichromate de potassium (solide ou en solution) comme l'ont montré M. P. Weiss et Mlle P. Collet [1] et le bichromate de sodium dont M. Birch vient d'étudier une solution concentrée en utilisant l'appareil de MM. Weiss, Foëx, Forrer [2]. Le paramagnétisme de ce corps est faible et indépendant de T, à moins de 1 pour 100 environ, de 12° à 66° C.

Une solution utilisée avait pour densité : 1,614 à 0°; 1,601 à $18^o,1$; 1,589 à $34^o,5$; 1,566 à $62^o,5$. Elle était légèrement diamagnétique, très transparente dans l'orangé, et les rotations qu'elle donnait étaient petites et positives. Elle a été étudiée principalement à 7°, à $13^o,9$ et à 61° C. Le pouvoir rotatoire magnétique γ relatif à 1^g de sel anhydre a été calculé d'après la simple loi d'additivité, qui sera discutée, exprimée ici par la relation

$$\gamma = \frac{1}{l\mathrm{S}}\left[(\mathrm{S}+\mathrm{E})\frac{\theta}{d} - \mathrm{E}\Delta\frac{\alpha}{e}\right],$$

l, longueur du tube; Δ, variation du potentiel magnétique le long du tube, calculable d'après les constantes de la bobine, la position du tube et l'intensité du courant; S, masse de sel anhydre; E, masse totale de l'eau dans la solution; d, densité de la solution; α et e, constante de Verdet et masse spécifique de l'eau (d, α, e, fonctions de T); θ, rotation lue, corrigée de la petite rotation due aux glaces.

Les valeurs de γ ont été trouvées négatives. Pour $\lambda = 0^\mu,61$, les valeurs de γ à 7°, $13^o,9$ et 61° étaient entre elles comme les nombres

($a\times$) $-118,2$; $-118,2$; $-118,7$;

---

[1] *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 2146; **181**, 1925, p. 1057; **182**, 1926, p. 105.

[2] *Journ. de Phys. et le Radium*, **7**, 1926, p. 180.

et, pour $\lambda = 0^{\mu},64$, elles étaient entre elles comme les nombres

($\iota\!\!\!b \times$) — 99,9; 99,9; 100,3.

Si la loi d'additivité est applicable dans le cas étudié, on peut conclure que pour le bichromate de sodium, corps dont le paramagnétisme est constant, la constante de Verdet, rapportée à l'unité de masse, ne varie, de 7° à 61°, que d'une quantité inférieure aux erreurs d'expérience ([1]).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'immunité du granule dans les solutions colloïdales.* Note ([2]) de MM. **A. Boutaric** et **F. Banès**, présentée par M. Ch. Moureu.

I. La plupart des colorants utilisés en micrographie ne peuvent teindre que les cellules dont la vie a été préalablement détruite par un fixateur; ils sont sans action sur les cellules vivantes.

Pour M. Auguste Lumière ([3]), la résistance ainsi manifestée par les cellules vivantes tient à ce que les colloïdes qui les constituent y sont à l'état de sol, alors qu'ils ont passé à l'état floculé dans les cellules fixées. Par contre, l'opinion courante en chimie colloïdale est que les micelles d'une solution colloïdale, en raison de la grande surface qu'elles développent, possèdent un pouvoir adsorbant considérable pour les substances présentes dans le liquide intermicellaire.

Pour décider, tout au moins dans un cas déterminé, entre ces deux hypothèses, nous avons recherché, par des expériences directes, comment se comporte l'éosine vis-à-vis des granules colloïdaux.

II. Nos expériences ont porté sur des sols très variés : résine mastic, sulfure d'arsenic, or, hydrate ferrique, alumine, caséine, albumine. Elles ont été effectuées de la manière suivante :

A 50^{cm^3} du sol, on ajoutait 25^{cm^3} d'une solution d'éosine de titre connu et 1^{cm^3} d'eau. Après plusieurs heures de contact, on réalisait, par ultrafiltration, la séparation entre le liquide intermicellaire et les granules (expérience A).

([1]) On sait (Rodger et Watson) que pour le sulfure de carbone, qui sert souvent de corps de comparaison, les variations relatives de la constante de Verdet et du rapport de cette constante à la densité sont respectivement de 7 pour 100 et de 2,2 pour 100 environ de 0° à 40°.

([2]) Séance du 2 avril 1928.

([3]) A. Lumière, *Revue générale des colloïdes*, 2, janvier 1925, p. 8; *La vie, la maladie et la mort* (Masson, 1928).

On répétait la même expérience, mais en ne pratiquant l'ultrafiltration qu'après avoir provoqué la floculation du mélange de la solution colloïdale et de la solution d'éosine, soit par addition de 1^{cm^3} d'une solution convenable de chlorure d'aluminium, soit par ébullition dans le cas de l'albumine (expérience B).

Dans les deux cas nous comparions la concentration en éosine du liquide intermicellaire ainsi séparé avec celle d'une solution constituée par le mélange de 51^{cm^3} d'eau et de 25^{cm^3} de la solution d'éosine utilisée; les dosages étaient effectués à l'aide d'une méthode spectrophotométrique extrêmement précise.

III. Nous publierons, dans un Mémoire complet, le détail des expériences. Les tableaux suivants en résument les principaux résultats. Ils indiquent, pour les divers essais réalisés : 1° la concentration C en éosine du mélange étudié; 2° la concentration C_A en éosine du liquide intermicellaire après ultrafiltration du sol non floculé; 3° la concentration C_B du liquide intermicellaire après floculation.

Résine mastic.			Or.		
C.	C_A.	C_B.	C.	C_A.	C_B.
g. cm³	g. cm³	g. cm³	g. cm³	g. cm³	g. cm³
$0,658.10^{-3}$	$0,658.10^{-3}$	$0,274.10^{-3}$	$0,658.10^{-3}$	$0,658.10^{-3}$	$0,262.10^{-3}$
0,396	0,396	0,117	0,397	0,396	0,136
0,220	0,220	0,063	0,220	0,220	0,066
0,116	0,116	0,029	0,117	0,117	0,029

Caséine.			Albumine.		
C.	C_A.	C_B.	C.	C_A.	C_B.
g. cm³	g. cm³	g. cm³	g. cm³	g. cm³	g. cm³
$0,526.10^{-3}$	$0,525.10^{-3}$	$0,259.10^{-3}$	$0,666.10^{-3}$	$0,666.10^{-3}$	$0,241.10^{-3}$
0,303	0,303	0,147	0,400	0,400	0,134
0,164	0,164	0,075	0,222	0,222	0,089
0,085	0,084	0,040	0,117	0,117	0,061

IV. On voit que, dans tous les cas étudiés, les granules colloïdaux ne fixent l'éosine qu'à l'état floculé. Tant qu'ils conservent leur individualité à l'état de sol, leur pouvoir adsorbant vis-à-vis de l'éosine est pratiquement nul.

D'ailleurs, la fixation de l'éosine se produit encore exactement de la même manière quand on met la solution d'éosine au contact des granules floculés au lieu de provoquer la floculation dans le mélange de colloïde et d'éosine. Cette expérience montre que la fixation de l'éosine n'est pas due à une sorte d'entraînement mécanique comparable à celui qui se produit dans les opérations de collage, mais bien à une véritable adsorption, régie par la loi de Freundlich.

La fixation de l'éosine ne se produit pas dans le cas des sols d'hydrate ferrique et de sulfure d'arsenic lorsqu'on provoque la séparation des micelles par congélation. Mais ce fait ne contredit pas les constatations générales rapportées plus haut car, par congélation de leurs solutions colloïdales, le sulfure d'arsenic et l'hydrate ferrique se séparent, non à l'état de floculat, mais sous la forme de grains cristallins, comme on le constate aisément par un examen microscopique.

V. Ces expériences révèlent, conformément aux conceptions de M. A. Lumière, une certaine analogie d'allures entre les cellules vivantes et les colloïdes à l'état de sol d'une part, entre les cellules mortes et les colloïdes floculés d'autre part. Nous les poursuivons activement.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation du cyclohexène avec quelques hydrocarbures aromatiques en présence du chlorure d'aluminium.* Note [1] de M. **Daniel Bodroux**, présentée par M. Ch. Moureu.

J'ai montré antérieurement que le cyclohexène se condense aisément avec le benzène, en présence du chlorure d'aluminium, en donnant naissance au *cyclohexylbenzène*, avec un rendement de 70 pour 100 environ [2].

Dans les mêmes conditions le cyclohexène s'unit aux carbures aromatiques les plus variés et quelques-uns de ses homologues supérieurs possèdent la même propriété.

J'indique dans la présente Note les résultats obtenus avec le cyclohexène et plusieurs carbures de la série C^nH^{2n-6}, le mode opératoire étant le suivant :

Dans un grand excès de carbure benzénique (3 à 4 parties), employé soit seul, soit en dissolution dans un égal poids de sulfure de carbone et contenant 0,5 partie de chlorure d'aluminium, j'introduis par petite quantité, en agitant, 1 partie de cyclohexène. A chaque addition il y a réaction énergique et un grand dégagement de chaleur. L'introduction du cyclohexène achevée, le produit de l'opération est laissé 3 heures à la température du laboratoire. Après traitement par l'acide chlorhydrique dilué, pour détruire le chlorure d'aluminium, le mélange des carbures est soumis à l'entraînement par la vapeur d'eau : le sulfure de carbone (s'il a été employé comme solvant) et l'excès de carbure benzénique distillent et aussi dans quelques cas, mais plus diffici-

(1) Séance du 2 avril 1928.

(2) *Comptes rendus du Congrès des Sociétés savantes : Poitiers*, 1926, p. 169 (Section des Sciences).

lement, le dérivé de condensation monosubstitué. Lorsque l'entraînement à la vapeur ne permet pas de séparer ce dernier corps des dérivés polysubstitués qui se sont formés en même temps que lui, on réalise cette séparation par distillation sous pression réduite.

Le dérivé monosubstitué, homologue supérieur du cyclohexylbenzène, est ensuite rectifié à la pression ordinaire.

Ce mode opératoire m'a fourni :

1° Avec le *toluène*, un *cyclohexyltoluène* (rendement brut 63 pour 100), liquide incolore, $d_{16} = 0,938$, $n^{D}_{18} = 1,527$, distillant entre 255° et 261° sous 758^{mm}.

Ce liquide est vraisemblablement un mélange de deux isomères, comme celui que M. Koursanoff (*Journ. Soc. phys.-chim. R.*, 35, p. 1019) a obtenu en faisant agir le chlorure de cyclohexyle sur le toluène en présence du chlorure d'aluminium.

2° Avec le *paraxylène*, le *cyclohexyl-2-diméthyl-1.4-benzène* (rendement brut 45 pour 100), liquide incolore, $d_{18} = 0,936$, $n^{D}_{18} = 1,529$, distillant entre 261° et 262° sous 760^{mm}, et, en faible proportion, un *dicyclohexyl-diméthyl-1.4-benzène* solide, cristallisant dans un mélange à volumes égaux de benzène et d'alcool en fines aiguilles blanches, fusibles à 156-157°.

3° Avec le *métaxylène*, le *cyclohexyl-5-diméthyl-1.3-benzène* (rendement brut, 81 pour 100), liquide incolore, $d_{18} = 0,931$, $n^{D}_{18} = 1,525$, distillant entre 266 et 268° sous 763^{mm}.

Ce carbure est identique à celui que MM. Battegay et Kappeler (*Bull. Soc. chim.*, 4e série, 35, p. 992) ont préparé par l'action du chlorure de cyclohexyle sur le benzène en présence du chlorure ferrique car, nitré suivant la technique de ces savants, il m'a fourni le dérivé trinitré fusible à 117-118°.

4° Avec le *mésitylène*, le *cyclohexyl-2-triméthyl-1.3.5-benzène* (rendement brut, 35 pour 100), liquide incolore, jaunissant à l'air, $d_{9} = 0,946$, $n^{D}_{9} = 1,535$, distillant entre 283° et 284°,5 sous 740^{mm}.

5° Avec le *paracymène*, un *cyclohexylisopropyl-1-méthyl-4-benzène* (rendement brut, 40 pour 100), liquide incolore, $d_{24} = 0,916$, $n^{D}_{24} = 1,517$, distillant entre 279° et 283° sous 739^{mm}, et, en faible proportion, un *dicyclohexylisopropyl-1-méthyl-4-benzène*, liquide épais jaunâtre, distillant entre 210° et 220° sous 22^{mm}.

Ces deux produits sont vraisemblablement des mélanges d'isomères.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques dérivés de la quinite.* Note [1] de MM. **L. Palfray** et **B. Rothstein**, présentée par M. Charles Moureu.

Dans une Note précédente [2] nous avons précisé les conditions de préparation et les propriétés des isomères purs de la quinite.

Nous décrirons ici quelques dérivés d'acides organiques préparés à partir de ces isomères purs.

I. *Dérivés acétylés.* — Les diacétates de quinite *cis* et *trans* ont déjà été obtenus par Ad. Baeyer [3] par action de l'anhydride acétique sur la quinite. Le produit distillé ($E_{25} = 145°\text{-}147°$; $E_{710} = 245°\text{-}250°$) lui fournissait, par cristallisation fractionnée, l'acétate trans ($F = 102°\text{-}103°$) et l'acétate cis ($F = 34°\text{-}36°$).

Baeyer étant parti de la quinite brute, mélange de *cis* et de *trans* en proportion indéterminée, nous nous sommes proposé de voir ce que donneraient, dans les mêmes conditions, les isomères purs. En même temps, pour abaisser la température de réaction et son influence isomérisante possible, nous avons opéré en présence de pyridine au sein du chloroforme qui offre le grand avantage de dissoudre le chlorure de pyridinium.

Dans ces conditions, en partant de la quinite *cis*, nous avons d'abord utilisé le chlorure d'acétyle et fait la réaction sans refroidir, puis en refroidissant sous le robinet à eau, puis au sein de la glace, la température ne dépassant pas 5°, et enfin au sein d'un mélange réfrigérant, en restant constamment au-dessous de — 5°. Dans tous les cas nous avons obtenu un mélange d'acétates cis et trans, ce dernier dominant de beaucoup. La réaction est d'ailleurs quantitative.

Avec l'anhydride acétique, les autres conditions restant les mêmes, nous avons obtenu sensiblement les mêmes résultats.

En partant de la *quinite trans*, et opérant dans les mêmes conditions, on obtient des cristaux fondant à 93-95°. Par simple lavage à l'éther le point de fusion s'élève à 98°. Par recristallisation dans l'alcool, il se fixe à 101-102°, ce qui prouve qu'il n'y a pas eu d'isomérisation sensible, l'isomère *trans* étant la forme stable.

---

(1) Séance du 2 avril 1928.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 872.

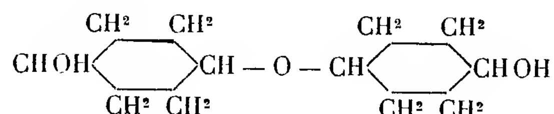
(3) Ad. Baeyer, *Ber. Deutsch. chem. Ges.*, 25, 1892, p. 1037 et 1840; *Ann. der Chem.*, 278, 1894, p. 92.

Les acétates sont sublimables comme la quinite elle-même.

En mettant en œuvre une seule molécule soit de chlorure d'acétyle, soit d'anhydride, pour une molécule de quinite, on espérait obtenir le monoacétate. On n'a jamais obtenu que le dérivé diacétylé. En revanche dans l'action du chlorure d'acétyle sur la *quinite trans*, on a recueilli un sous-produit liquide, visqueux, incolore, passant à 132-133° sous 16^{mm} et présentant les constantes suivantes :

$$d_4^{19} = 1,0920; \quad n_D^{18} = 1,4578; \quad n_D^{19} = 1,4574,$$

qui conviennent exactement à un produit de condensation qui serait l'oxyde de dicyclohexylol-4



et qui exigerait $R_D = 57,71$, alors que, d'après les données ci-dessus, on trouve $R_D = 57,91$.

Dérivés benzoylés. — Ils n'avaient pas encore été décrits. On les prépare par action du chlorure de benzoyle, en présence de pyridine, au sein du chloroforme.

Si on laisse la température s'élever au cours de la réaction, on obtient, à partir de la *quinite cis*, deux sortes de cristaux fondant finalement les uns à 116°, les autres à 151°. Mais en refroidissant on évite l'isomérisation, la *quinite cis* donne alors uniquement le benzoate F. = 116-117° et la *quinite trans*, le benzoate F. = 151°.

Action isomérisante de l'acide acétique. — L'isomérisation n'est pas attribuable, comme nous l'avions cru d'abord, à la présence de l'ion halogène, puisqu'elle se produit aussi bien avec l'anhydride qu'avec le chlorure d'acide. Il faudrait donc en voir la cause dans la présence de l'acide acétique lui-même ou de ses dérivés.

Pour le vérifier nous avons traité directement en tube scellé, à 150°, la quinite *cis* par de l'acide acétique cristallisable. Nous avons eu la surprise de voir que dans ces conditions l'acétylation s'était effectuée, malgré l'absence de déshydratant. En outre on obtient un mélange où l'isomère *trans* domine, ce qui démontre l'action isomérisante de l'acide acétique. La température agit dans le même sens, mais son influence est beaucoup plus faible et même elle ne paraît pas agir seule, en l'absence d'un agent chimique convenable.

BOTANIQUE. — *Sur la valeur systématique des genres* Dactylium *et* Diplocladium *et spécialement sur le* Dactylium macrosporum. Note [1] de M. **R. Morquer**, présentée par M. Molliard.

C'est seulement dans des conditions assez exceptionnelles et insuffisamment connues que l'on a pu observer la formation d'organes reproducteurs chez les champignons, dont les formes imparfaites présentent des conidiophores disposés en verticilles. Aussi on a cru devoir établir entre elles une classification provisoire basée sur la présence, le nombre ou, au contraire, l'absence des cloisons transversales que présentent les spores exogènes.

Si l'on ne considère que les formes dont les conidies sont normalement septées, il faut rappeler que Nees, puis Fries, ont admis la création d'un genre *Dactylium*, caractérisé surtout par la présence de deux à trois cloisons; Bonorden a créé le genre *Diplocladium* pour les Mucédinées à spores uniseptées. Tulasne, Plowright, Brefeld, Saccardo, Massee, Wollenweber ont conservé cette distinction. Sans l'abandonner, Lindau regrette qu'il manque une étude approfondie sur les limites de ces formes.

Comparant plusieurs types d'Adélomycètes fongicoles, je me suis efforcé de les ranger parmi ceux qui étaient décrits par les auteurs et j'ai conçu des doutes sur la validité de leurs critères.

J'ai récolté à Toulouse, en novembre 1923, sur *Tricholoma panæolum* Fr. une Mucédinée constituée par un lacis de filaments blancs, présentant l'aspect soyeux du coton de verre, à conidiophores verticillés, terminés par des conidies ovoïdes, bicellulaires, hyalines, pourvues d'un court pédicelle d'insertion et mesurant 20×8 à 9^{μ}. Cette plante correspondrait à la description du *Diplocladium majus* Bonorden, ou mieux à celle que Oudemans en a donnée sous le nom de *Dactylium mycophilum*. Repiquée sur des milieux divers, notamment sur bouillies de champignons, elle a fourni un mélange de formes, les unes uniseptées-ovoïdes, les autres bi et triseptées soit ovoïdes, soit cylindriques-oblongues. La juxtaposition possible d'espèces voisines était admissible : sa réalité pouvait devenir génératrice d'erreurs, telles que celle de Tulasne attribuant à son « Hypomyces asterophorus » les chlamydospores du *Nyctalis asterophora*, ou semblables à celle que Biourge signale de la part de Brefeld à propos du « Penicillium glaucum » de ce dernier auteur.

---

[1] Séance du 2 avril 1928.

J'ai donc entrepris aseptiquement la culture monosperme, en chambre humide, des conidies uniseptées dans du moût d'orge. Au 13e jour s'épanouissaient des verticilles portant des conidies uniseptées (rarement biseptées) ovoïdes-oblongues de 24 à 28 × 7 à 8μ. Au 30e jour, les nouveaux verticilles formés portaient des spores ellipsoïdes-oblongues, toutes triseptées, rentrant dans la définition du genre *Dactylium*. *Le nombre des septaconidiens, usité dans la classification des formes verticilliées, perd de son importance systématique puisque le nombre de ces cloisons peut s'accroître avec l'âge.*

La culture sur les milieux naturels ou synthétiques les plus divers m'a démontré que la durée du stade unisepté était fonction de la valeur nutritive du milieu, et atteignait son maximum sur les substratums fongiques. Au contraire elle se raccourcit de 30 à 7 jours pour les milieux pauvres (à $\frac{1}{10000}$) de glucose. *L'accélération dans le sens de l'accroissement du nombre des septa est donc proportionnelle à la rapidité d'épuisement du milieu.*

La variation du nombre des verticilles, qui peut s'abaisser à deux, à l'extrémité des axes conidifères, la possibilité du groupement des spores par deux ou par trois, à l'extrémité des conidiophores; enfin la coloration rose rouge que prend le mycélium à la fin de son existence permettent de rapporter le champignon au *Dactylium macrosporum* (Link) Saccardo. C'est donc à tort que Massee a voulu ranger cette espèce dans le genre *Diplocladium*, puisqu'elle présente tardivement trois septa conidiens.

BOTANIQUE. — *Influence du radium sur la production des zygospores chez* Mucor spinosus *Van Tieghem* (Zygorhynchus spinosus). Note (1) de MM. **A. Sartory**, **R. Sartory** et **J. Meyer**, présentée par M. Molliard.

Poursuivant nos recherches entreprises pour mettre en évidence l'action du radium sur les champignons inférieurs (2), nous avons eu recours au *Mucor spinosus* Van Tieghem, syn. *M. aspergilloides* Zopf (3). Cet organisme

---

(1) Séance du 2 avril 1928.

(2) A. Sartory, R. Sartory et J. Meyer, *Action du radium et des rayons X sur les champignons inférieurs* (*Congrès des Sociétés savantes: Paris*, avril 1927, p. 103; *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 1360).

(3) Zopf, *Verh. bot. Ver. Prov. Brandenb.*, **23**, 1881, p. XXII.

a été isolé par nous du tube digestif de différentes larves de Coléoptères et de Lépidoptères. Après avoir fixé les caractères morphologiques de l'espèce par repiquages successifs, l'organisme présentait les caractères correspondant aux indications de Rabenhorst [1]. Nous inspirant de la théorie de Blakeslee [2], nous avons ensemencé sur un même milieu des spores provenant de différentes souches sans jamais obtenir de zygospores.

Dans nos expériences d'irradiation nous avons employé le milieu suivant : saccharose pur, 5^g; gélatine isoélectrique, $7^g,5$; jus de carotte, q. s. pour 100. Ce milieu a été additionné d'un électrolyte différent pour chaque essai. Le milieu a été toujours amené au pH $= 6,6$, concentration optima en ions H pour l'organisme envisagé. Cinq jours après l'ensemencement, les cultures sont exposées au radium; les doses employées ont varié. Seul le milieu renfermant du NaCl à 1 pour 100 et irradié à une dose de 5,5 millicuries par centimètre carré à une distance de 8^{cm} nous a donné les phénomènes suivants : un dégagement gazeux suivi de la liquéfaction du milieu; les examens microscopiques de prélèvements pratiqués dans la partie immergée de la culture nous montrent des filaments à condensation protoplasmiques sans graisses. Les hyphes évoluent en forme de crosses. Cinq jours après l'irradiation nous observons une accentuation dans le contournement des filaments et une attraction réciproque des rameaux voisins qui prennent la forme massue. Les jours suivants le phénomène sexué était réalisé par la présence de nombreuses zygospores. Celles-ci sont sphériques, entourées d'une exospore ovoïde, hyaline à maturité; on constate la présence de deux gamètes de tailles différentes et la zygospore ne se développe qu'au niveau de l'un d'eux. L'organisme en expérience présente les caractères suivants : filaments mycéliens incolores et lisses à hyphes fructifères ramifiées en cymes sympodiaux, se terminant toujours par un sporange; sur le rameau se forme une cloison au-dessus de l'aisselle du rameau secondaire : sporanges de deux sortes, les uns grands, mesurant 25^{μ} à 70^{μ}; les autres plus petits nommés par Vuillemin sporangioles; columelles cylindriques ou piriformes avec collerettes et protubérances. Spores rondes ou subréniformes, colorées en brun, mesurant 5 à 7^{μ} sur 3 à 4^{μ}. Zygospores ovoïdes à suspenseurs inégaux mesurant 40 à 50^{μ} sur 50 à 70^{μ}; épaisseur de l'exospore : 5 à 7^{μ}. Longueur des gamètes : environ 16^{μ}; largeur : les uns 8 à 10^{μ}, les autres 5 à 7^{μ}. Présence d'azygospores.

(1) RABENHORST, *Kryptogamen Flora* : I, *Pilze*, Abt. 4, 1892, Leipzig, p. 203.

(2) A.-F. BLAKESLEE, *Conjugation in the heterogamic genus* Zygorhynchus (*Myc. Centralbl.*, 2, 1913, p. 241).

Conclusions. — I. Sur les milieux usuels de laboratoire et suivant la technique de Bainier ([1]) d'un côté, de Blakeslee de l'autre, nous n'avons jamais obtenu le phénomène sexué.

II. Par l'irradiation à des doses supérieures à 8 millicuries par centimètre carré l'organisme en expérience n'a plus germé, sauf sur le milieu dissocié par le thorium à 0,01 pour 100 où nous avons constaté un épaississement des membranes des filaments et des sporanges.

III. L'irradiation à une dose de 5,5 millicuries par centimètre carré à une distance de 8^{cm} de la culture a occasionné le phénomène sexué seulement dans le milieu spécifique : jus de carotte gélatiné dissocié par le chlorure de sodium. Nous constatons ici les mêmes phénomènes que lors de nos expériences antérieures concernant l'action du radium sur les champignons inférieurs : période latente (5 à 8 jours après l'irradiation), spécificité du milieu, liquéfaction de celui-ci et augmentation de la concentration en ions H, première conséquence de l'action du radium.

IV. Il semble que les organismes végétaux sont d'autant plus sensibles à l'action du radium que la surface cellulaire et les masses protoplasmiques s'offrant à l'irradiation sont plus importantes (écart entre les doses sensibilisatrices pour les *Périsporiacées* et les *Mucorinées*).

V. Les caractères de la reproduction sexuée (hétérogamie et présence d'azygospores) nous conduisent à faire rentrer l'organisme expérimenté dans le genre *Zygorhynchus* créé par Vuillemin ([2]).

EMBRYOGÉNIE. — *Étude de l'autofécondation du mollusque aquatique pulmoné,* Bullinus contortus. Note ([3]) de M. E. **Brumpt**, présentée par M. Joubin.

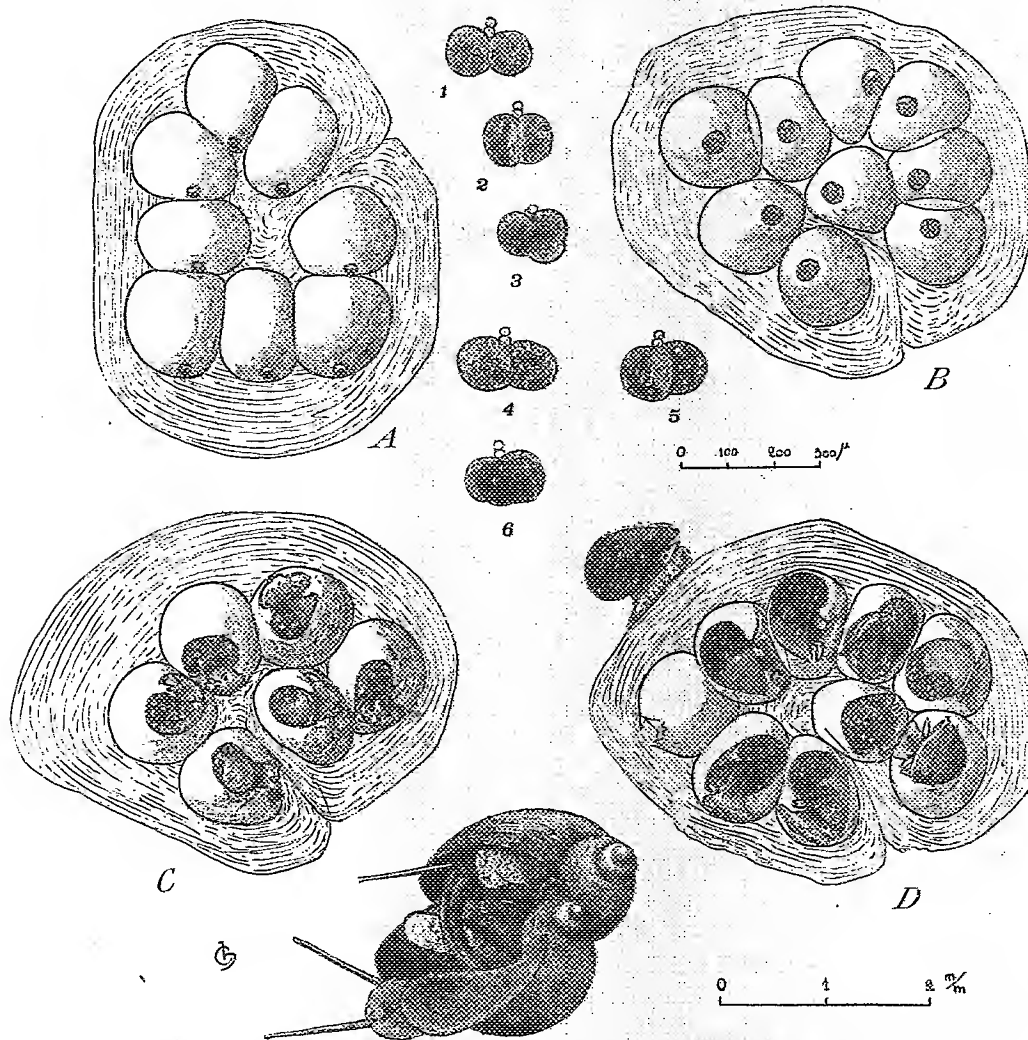
Depuis la démonstration faite par Leiper, en 1915, du rôle de diverses espèces de *Bullinus* d'Égypte dans la transmission du *Schistosoma hæmatobium*, agent de la bilharziose urinaire, l'attention des médecins et des naturalistes a été attirée sur les nombreuses espèces de ce genre, dont la détermination précise présente un intérêt fondamental pour la prophylaxie de la maladie qu'ils provoquent.

([1]) Bainier, *Nouvelles observations sur les zygospores des Mucorinées* (*Ann. Sc. Nat.*, 4e série, Bot., 19, Paris 1884, p. 200, etc.).

([2]) Vuillemin, *Importance taxinomique de l'appareil zygosporé des Mucorinées* (*Bull. Soc. Myc. France*, 29, 1903, p. 106 à 118).

([3]) Séance du 2 avril 1928.

Mais quels sont les critères scientifiques qui permettent de définir l'espèce en malacologie étant donnée l'action des agents morphogènes, variables suivant les aires géographiques, susceptibles de créer des formes que les naturalistes classent suivant leurs tendances comme variétés, races ou espèces.



Étude de l'autofécondation du mollusque aquatique pulmoné, *Bullinus contortus*.

Pour ma part j'estime que le meilleur critère spécifique d'identification dans le cas de métazoaires élevés en organisation est l'accouplement fécond entre deux types à identifier. Il est évident que cette méthode ne peut être utilisée que si les animaux isolés, quoique hermaphrodites, sont incapables

de présenter le phénomène de l'autofécondation. Malheureusement pour les études que je désirais entreprendre ce phénomène existe dans le genre *Bullinus* où il n'avait jamais été signalé et chez lequel il s'effectue d'une manière très précoce.

C'est ainsi que dans un lot de 23 *Bullinus contortus* (exp. 504, IX) d'origine corse, isolés dès leur éclosion dans des tubes Borrel conservés à 25°C. et nourris de feuilles de laitue, tous les exemplaires sauf un (n° 3) ont déposé leurs premières capsules ovifères du 21e au 26e jour après leur naissance. Comme les animaux disséqués ou étudiés en coupes ont montré des œufs et des spermatozoïdes mûrs dans les mêmes acini glandulaires et comme leurs œufs émettent deux globules polaires (1 à 6, *fig.*), on est obligé d'admettre une autofécondation et non une parthénogénèse comme le croient certains auteurs (Pelseneer, Robson). Les *Bullinus* isolés pondant quand leur taille n'est encore que de 5^mm, leurs premières pontes sont petites et ne renferment que 4 ou 5 œufs (A, B, C, D, *fig.*). La forme et la couleur des œufs sont identiques à ce qui est observé dans les pontes d'animaux non isolés et ayant pu s'accoupler entre eux; et dans celles déposées par ces mêmes animaux après l'accouplement (E, *fig.*). Le nombre d'œufs peut atteindre le chiffre de 18 ou 20 dans les pontes d'animaux adultes âgés de 6 mois environ.

Les œufs pondus par les animaux présentant le phénomène de l'autofécondation ont évolué normalement; leur éclosion s'est produite à partir du 10e jour à la température de 25°. En isolant, le 17 février, 21 exemplaires nés du 13 au 17 février et provenant du *Bullinus*, 17 de l'expérience précédente dont les œufs avaient évolué en 10 jours à 25°, j'ai obtenu une deuxième génération vierge (exp. 601, IX) qui a déposé dès le 22e jour des pontes ayant évolué normalement et dans un cas même très rapidement puisque celles de l'exemplaire 8 ont présenté des éclosions dès le 6e jour.

La troisième génération que j'élève depuis le 20 mars croît normalement.

J'ai entrepris, depuis le 12 février, des études semblables sur le *Planorbis metidjensis*, également hôte intermédiaire du *Schistosoma hæmatobium*, en partant d'animaux des environs de Lisbonne aimablement adressés par mon collègue A. Bettencourt. Des animaux isolés dès leur naissance, le 24 février, ont déjà pondu, à 25°, le 23 mars, des œufs qui évoluent normalement.

Les observations relatées ci-dessus en ce qui concerne le genre *Bullinus*, ajoutées à celles publiées par divers auteurs [Brockmeier (1888), Braun (1888), Nourry (1898), Colton (1912-1918), Holtzfuss (1914), Pelseneer

(1919), Robson (1923), Crabb (1927)], montrent que l'autofécondation est un phénomène d'une très grande généralité chez les mollusques gastéropodes. L'autocopulation et la copulation croisée semblent totalement inutiles à la conservation de l'espèce.

PHYSIOLOGIE. — *Origine humorale des modifications de l'excitabilité du système nerveux au cours de la dégénérescence wallérienne d'un nerf sectionné.* Note (1) de MM. **J.-B. Abelous** et **H. Lassalle**, présentée par M. Charles Richet.

Les modifications d'excitabilité d'un nerf sciatique après la section du nerf homologue que nous avons signalées dans notre dernière Note (2) suggèrent naturellement deux hypothèses; ou bien elles sont la conséquence de la répercussion de la lésion par l'intermédiaire de l'axe cérébrospinal (répercussion réflexe de Bourguignon), ou bien il faut en chercher la cause dans l'action directe ou indirecte des produits du métabolisme du nerf en dégénérescence ou peut-être aussi de ceux des muscles en voie d'atrophie sur le système nerveux.

Sans vouloir nier le phénomène de répercussion réflexe, il résulte des expériences que nous avons faites sur 6 chiens et 10 lapins que l'action humorale est prépondérante.

La mesure de l'excitabilité électrique a été faite par la méthode de l'excitation percutanée, l'électrode négative étant toujours appliquée sur le même point moteur du nerf et en ayant soin d'explorer la contraction du même muscle (pour le chien, le biceps fémoral; pour le lapin, les jumeaux). La résistance équivalente du shunt était de 6500 ohms.

Dans nos résultats, le premier chiffre indique la rhéobase en volts (Rh), le second la chronaxie (Ch) en millièmes de microfarad, le troisième l'*excitabilité relative* calculée d'après la formule établie par l'un de nous (3), l'excitabilité initiale étant prise égale à 1.

Les limites de cette Note nous permettent de donner seulement l'exposé de quelques expériences parmi celles, toutes concordantes, que nous avons faites.

(1) Séance du 2 avril 1928.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1312.

(3) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1611.

1° *Expériences sur le lapin.* — (Lapin $2^{kg},495$) :

Sciatique droit......... Rh = 25 ; Ch = 60 ; Excitabilité = 1.

On sectionne le sciatique gauche.

	Rh.	Ch.	Excitabilité.
5 jours après (sciatique droit)..........	27	75	0,65
10 » »	27	42	1,1
15 » »	19	40	2,5
17 » »	18	27	4,1
20 » »	18	22	5,0

On recueille le sérum de cet animal en le saignant par la carotide pour l'injecter à un lapin normal ($2^{kg},750$) dont les paramètres sont :

Sciatique droit.......... Rh = 14 ; Ch = 32 ; Excitabilité = 1.

On injecte par la veine marginale de l'oreille 12^{cm^3} de sérum.

	Rh.	Ch.	Excitabilité.
15 minutes après l'injection.	10	36	1,7
30 » »	9	23	3,2
45 » »	8	20	4,9
60 » »	8	18	5,4
24 heures après l'injection..........	8	24	4,1
48 » »	15	36	0,8

Expérience de contrôle. Injection de sérum de lapin normal (lapin $2^{kg},790$) :

Sciatique droit.......... Rh = 12 ; Ch = 40 ; Excitabilité = 1.

Injection endoveineuse de 15^{cm^3} de sérum.

	Rh.	Ch.	Excitabilité.
15 minutes après l'injection.......	14	40	0,7
30 » »	12,5	40	0,9
45 » »	12,5	44	0,8
50 » »	12,5	42	0,9

L'excitabilité relative n'est pas sensiblement modifiée.

2° *Expériences sur le chien* (chien A 18^{kg}). — On prélève par ponction du ventricule gauche 50^{cm^3} de sang dont on sépare le sérum. On en injecte 20^{cm^3} dans la saphène d'un chien B de 7^{kg}.

Les paramètres du sciatique droit de ce chien B étaient :

	Rh.	Ch.	Excitabilité.
Avant l'injection..........................	22	135	1
30 minutes après l'injection................	21	130	1,1
60 » »	22	140	0,9
24 heures »	22	134	1

Cinq jours après le prélèvement de sang on mesure l'excitabilité du sciatique droit de A :

$$Rh = 30; \quad Ch = 80; \quad \text{Excitabilité} = 1.$$

On sectionne le sciatique gauche.

	Rh	Ch.	Excitabilité.
5 jours après (sciatique droit)............	36	55	1
10 » »	31	40	1,8
12 » »	31	38	1,9
19 » »	25	35	3,2
24 » »	23,5	28	4,6
28 » »	24	28	4,5
32 » »	23	28	4,8

L'excitabilité atteint son maximum du 30e au 35e jour. Au 32e jour, on prélève 50^{cm^3} de sang dont on sépare le sérum.

Injection de ce sérum au chien B (20^{cm^3} par la saphène).

	Rh.	Ch.	Excitabilité.
Avant l'injection (sciatique droit)........	23	120	1
15 minutes après »	17,5	100	2
30 » »	17,5	68	3
60 » »	16	66	3,7
24 heures après »	15	60	4,7
48 » »	22	122	1

Conclusions. — 1° L'injection du sérum d'un animal normal à un animal de même espèce ne modifie pas l'excitabilité nerveuse.

2° Par contre, l'injection du sérum d'un animal dont un nerf sciatique a été sectionné, quand le sang est prélevé au moment où l'excitabilité du nerf homologue intact a atteint son maximum, augmente considérablement l'excitabilité.

PHYSIOLOGIE. — *Influence de la grandeur des dépenses de thermogenèse sur le métabolisme azoté endogène.* Note (1) de M. **Émile-F. Terroine** et Mme **Hélène Sorg-Matter**, transmise par M. d'Arsonval.

L'influence que peuvent exercer les variations de la température extérieure sur le métabolisme azoté des homéothermes n'a fait l'objet que d'un nombre extrêmement restreint de recherches. De plus, ces recherches, dont

(1) Séance du 26 mars 1928.

la technique ne permettait pas de saisir avec certitude la valeur du métabolisme endogène, aboutissaient à des résultats contradictoires.

Si l'on s'adresse à des études déjà anciennes, tandis que Maurel (1) affirme que chez l'homme le besoin azoté s'élève quand la température s'abaisse, Larguier des Bancels (2) dégage de ses études sur le pigeon une conclusion diamétralement opposée. Récemment Younburg et Finch (3) ne relèvent aucune variation saisonnière dans le métabolisme azoté de l'homme, qui reste le même en été et en hiver; mais, lors même que ces variations eussent réellement existé, il eût été impossible de les apercevoir, les sujets expérimentés recevant une alimentation quotidienne renfermant en moyenne 11^g de N par jour, c'est-à-dire près de 4 fois la valeur de la dépense azotée endogène.

Or, si la doctrine qui se dégage de nos recherches antérieures (4) est exacte, à savoir qu'il y a une liaison entre la grandeur de la dépense azotée endogène et celle de la dépense énergétique, la première étant nécessairement fonction de la seconde, toute cause de variation de la dépense d'énergie devra entraîner une variation parallèle de la dépense azotée endogène. Et par conséquent, les dépenses de thermogenèse devront provoquer une augmentation de dépense azotée.

C'est là une manière de voir que rendent vraisemblable les très intéressantes observations de Cathcart et Leathes (5) d'après lesquelles le bain froid provoquerait une augmentation importante de l'excrétion des corps puriques, mais qu'il convenait d'examiner expérimentalement.

Nous avons donc déterminé, par nos techniques habituelles, la dépense énergétique et la dépense azotée endogène à diverses températures chez la souris et le pigeon. Les valeurs ci-après représentent les moyennes des données expérimentales lesquelles seront réunies en totalité dans un prochain Mémoire.

---

(1) *Arch. med. nav.*, 1901, p. 59.
(2) *Thèse Sc.*, Paris, 1903.
(3) *J. of biol. Chem.*, **48**, 1926, p. 325-341.
(4) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 166; **186**, 1928, p. 534.
(5) *Proc. Roy. Soc.*, B., **79**, 1907, p. 541-545.

Température.	Dépense azotée endogène par kg-heure, en grammes (A).	Production calorique par kg-heure, en calories (B).	Rapport $\frac{A}{B} \times 1000$.
	Souris.		
30°	0,02754	12	2,29
24-25°	0,0360	17	2,12
	Pigeon.		
29°	0,0136	6,5	2,24
15-16°	0,0188	9	2,09
0-2°	0,0279	12	2,32

Ces valeurs justifient entièrement notre hypothèse initiale. Les conclusions, également nettes pour les deux espèces étudiées, sont particulièrement frappantes dans le cas du pigeon qui peut supporter des écarts de température plus grands que la souris : alors que la production calorique varie du simple au double, la dépense azotée endogène présente une variation identique; le rapport entre ces deux valeurs ne change pas.

Nous pouvons donc conclure que : *chez tout homéotherme, à toute variation de température extérieure entraînant une augmentation de la dépense énergétique, correspond une augmentation proportionnelle de la dépense azotée endogène.*

En dehors de l'intérêt qu'elle présente en soi, cette constatation constitue une nouvelle preuve de la soumission de la dépense azotée endogène à la dépense énergétique.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *L'action sur les êtres vivants des circuits oscillants captant les ondes cosmiques.* Note [1] de M. GEORGES LAKHOVSKY, présentée par M. d'Arsonval.

Selon les vues théoriques que j'ai exposées ailleurs, et qui ont été commentées [2], j'ai disposé au début de janvier 1925 un circuit métallique oscillant ouvert autour de l'un des trente plants de pelargoniums inoculés le 4 décembre 1924 avec le *Bacterium tumefaciens* [3]. A ce moment, le sujet

(1) Séance du 2 avril 1928.

(2) *Radioélectricité*, 5, 25 octobre 1924, p. 397; Conférence à la Station de l'École supérieure des P. T. T., 2 juin 1924.

(3) La description de ces expériences, accompagnée de photographies, a été donnée dans mon Ouvrage *L'origine de la vie* (Gauthier-Villars).



Fig. 1. — Plante photographiée le 30 janvier 1925 ; on voit la tumeur très développée autour de la tige.

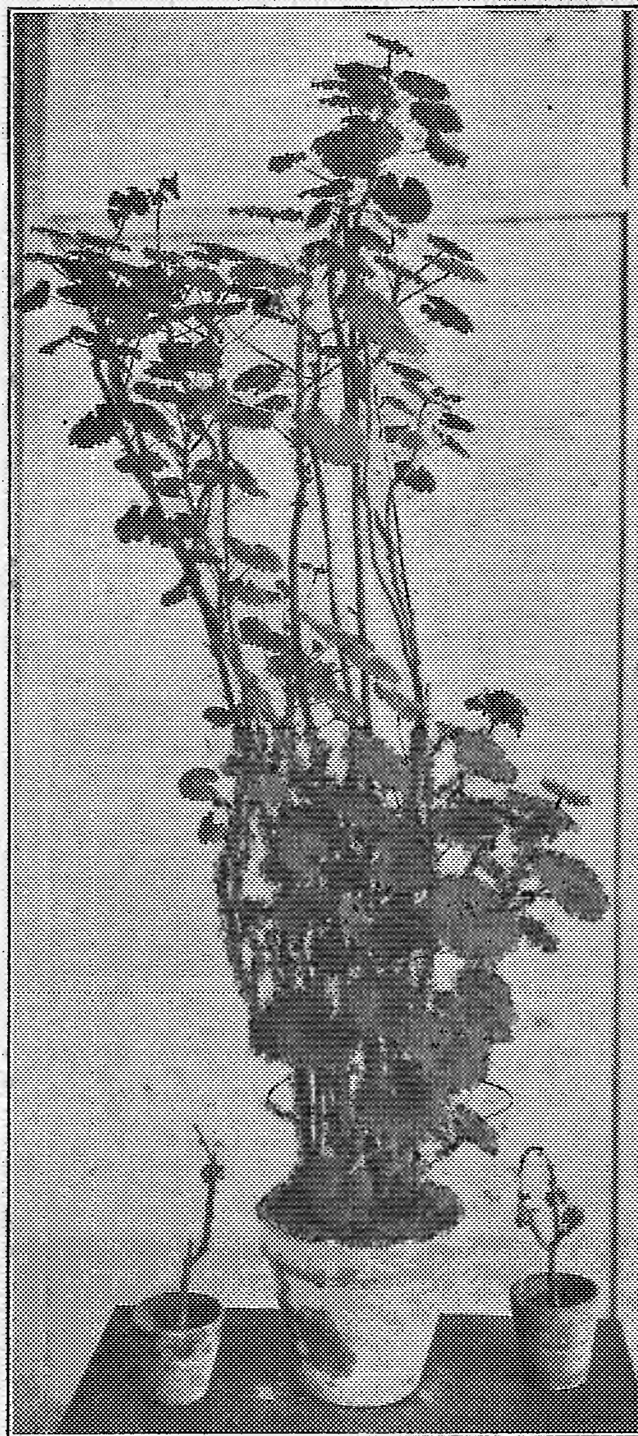


Fig. 2. — Photographie de la même plante prise le 23 mars 1928, plus de 3 ans après sa guérison. On voit les tiges très vigoureuses et droites, munies de fleurs. A côté, deux témoins morts.

portait une tumeur cancéreuse de la grosseur d'une noisette. Ce circuit oscillant était constitué par un fil de cuivre rigide, nu et enroulé en forme de spire autour de la plante, et isolé seulement dans l'air par un support en ébonite.

Le 30 janvier 1925, tous les géraniums témoins ou rameaux inoculés étaient morts, à l'exception du sujet entouré du circuit oscillant, dont la tumeur s'était accrue rapidement sans entraver la vitalité de la plante (*fig.* 1). Fin février, la tumeur était complètement nécrosée et détachée de la tige : la plante était guérie.

Depuis, ce pelargonium, toujours muni de ce circuit, s'est développé considérablement, porte des feuilles et des tiges très vigoureuses et fleurit même l'hiver. Sa taille dépasse de beaucoup celle des boutures normales d'une année plus vieilles et atteint $1^{m},40$. Ses tiges sont bien plus droites. Cette plante a été photographiée à nouveau le 23 mars 1928 (*fig.* 2).

Au printemps 1927, ces expériences ont été renouvelées à l'École d'Agriculture de Montpellier par M. Labergerie et ont donné des résultats identiques.

Il est à noter que les tumeurs occasionnées par l'inoculation du *Bacterium tumefaciens* provoquent infailliblement la cachexie et la mort de la plante ou de la tige qui les porte, même quand elles sont enlevées chirurgicalement.

J'ai alors appliqué et fait appliquer selon mes vues [1] ces mêmes procédés sur les hommes et les animaux. Les expériences sont actuellement en cours.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Une nouvelle méthode de dosage de la digitaline cristallisée.* Note de MM. **Em. Perrot** et **P. Bourcet**, présentée par M. A. Desgrez.

Deux méthodes très différentes sont utilisées pour l'appréciation de la valeur d'une digitale : l'une pharmacodynamique, apte à renseigner le médecin, l'autre chimique, indispensable à l'industrie de la fabrication de la digitaline. Or il n'existe pas de rapport fixe entre la toxicité totale d'une digitale et sa teneur en glucoside cristallisé; ce sont les principes solubles dans l'eau qui représentent surtout son activité pharmacodynamique.

---

(1) *L'origine de la vie*, *L'universion*, et *Contribution à l'étiologie du cancer* (Gauthier-Villars).

Le point de vue industriel a ici son intérêt, puisque la quantité de digitaline cristallisée produite annuellement en France est, au minimum, de 14 à 15^{kg}, ce qui fait que la teneur des bonnes digitales étant de $0^{cg},30$ par kilogramme de feuilles sèches, il faut traiter en moyenne 250000^{kg} de feuilles fraîches. On comprend dès lors l'importance qui s'attache à la question de l'extraction chimique.

Aucune des méthodes d'appréciation ou de dosage préconisées jusqu'ici ne permet d'estimer, d'une façon régulière et certaine, la quantité de digitaline contenue dans un lot de feuilles : faute d'un procédé donnant des résultats constants, les fabricants, de leur propre aveu, en sont réduits à se fier à un heureux hasard, pour l'achat d'un lot intéressant, ou à pratiquer, sur un échantillon d'un poids relativement élevé, une extraction calquée sur leur méthode de fabrication. Mais la durée et le prix d'une telle opération, incompatibles avec les ressources d'un laboratoire usuel, entraînent en outre une perte de temps et une consommation de réactifs telles qu'on hésite à la pratiquer.

C'est à la recherche d'un procédé de laboratoire dont les résultats soient comparables à ceux de l'extraction industrielle que nous nous sommes attachés et dont on trouvera ci-dessous la technique détaillée.

Mais, avant de le décrire, il est nécessaire de préciser la nature du glucoside à doser. En France, l'on emploie la digitaline cristallisée, qui est sensiblement identique aux produits nommés digitoxine par Schmiedeberg et par Kiliani. Cette même dénomination a été attribuée plus récemment par Cloetta à un glucoside spécial qui, dans les digitalines cristallisées du commerce, existerait seulement dans des proportions variant de 20 à 75 pour 100; la *digitoxine de Cloetta* est donc un produit très différent des premiers. Nous pouvons déjà affirmer que la digitaline cristallisée n'existe, à l'état libre, ni dans la plante fraîche, ni dans les feuilles stabilisées aux vapeurs d'alcool par le procédé que l'un de nous a indiqué avec M. Goris, ni dans l'intrait Dausse. Les produits glucosidiques actifs sont solubilisés dans la plante fraîche en un totum complexe dont l'étude est commencée. Dans cette Note nous décrirons le procédé de dosage de la digitaline cristallisée. Nativelle a recommandé de faire un dosage sur 20^{g} de feuilles; mais, en suivant *scrupuleusement sa méthode*, il ne nous a jamais été possible d'obtenir des résultats satisfaisants. Les procédés de Keller, de Keller et Fromme, de Reed et Vanderkleed, de Stœder et de Burmann donnent des chiffres trop élevés; on s'en aperçoit quand on compare les résultats du laboratoire à ceux de l'extraction industrielle.

Quant à la méthode de Martindale, elle dose surtout la gitaline. Après de nombreuses recherches, nous proposons d'adopter la méthode suivante :

Trente grammes de digitale prélevés sur un échantillon homogène sont pulvérisés et passés sans résidu au tamis de laiton n° **30**. On prend 25g de cette poudre qu'on épuise à reflux par 200cm³ d'alcool à 75 pour 100 bouillant, pendant 1 heure; l'alcool est filtré à chaud et la poudre est traitée à nouveau, dans les mêmes conditions, un nombre de fois suffisant pour qu'il ne se colore plus: en général quatre fois. On obtient ainsi 800cm³ d'une teinture vert foncé à laquelle on ajoute 20cm³ de solution de sous-acétate de plomb (Codex) et après avoir distillé l'alcool au bain-marie, on dessèche le résidu d'abord au bain-marie, puis à l'étuve, à vapeur d'eau, sur un grand verre de montre. Le résidu vert brunâtre est pulvérisé et épuisé à froid par du chloroforme, en présence de plomb de chasse pour favoriser l'opération. Au bout de 24 heures de macération et après avoir agité le plus souvent possible, la solution chloroformique est filtrée sur du carbonate de sodium sec, puis distillée dans un petit ballon jusqu'à disparition totale du chloroforme du résidu vert obtenu. Ce résidu est repris, pendant 1 heure, au bain-marie par 5cm³ de *pinène* qui se colore en vert, en dissolvant, avec la chlorophylle, des matières huileuses et cireuses, alors que la digitaline y est insoluble. On laisse refroidir et additionne le liquide vert de son volume d'éther, on laisse en contact 12 heures, et l'on sépare par décantation le liquide vert d'un précipité brunâtre qui adhère au ballon; on centrifuge pour le cas où il aurait été entraîné un peu de précipité. Le dépôt de centrifugation, s'il s'en est produit, est délayé dans un peu d'éther et remis dans le ballon qu'on lave à l'éther jusqu'à ce qu'il ne se colore plus et on le centrifuge à chaque fois. On porte à l'étuve à 100° le ballon et le tube du centrifugeur jusqu'à disparition complète de l'éther et reprend à froid, par du chloroforme, la matière insoluble blanc verdâtre qui se trouve dans le tube du centrifugeur et dans le ballon. Le chloroforme se colore en jaune plus ou moins foncé et on le renouvelle jusqu'à ce qu'il ne se dissolve plus rien. Les solutions chloroformiques extractives réunies sont additionnées de 0g,10 de carboraffin qu'on laisse agir pendant 6 heures. Au bout de ce temps, on obtient généralement un chloroforme incolore qu'on filtre sur du carbonate de sodium fondu et pulvérisé et on le distille de façon à obtenir 1cm³ à 1cm³,5 de résidu chloroformique qu'on introduit dans un tube de centrifugeur taré exactement par rapport à une contre-tare constituée par un même tube un peu plus lourd; on ajoute 10 gouttes d'éther éthylique pur et 12cm³ d'éther de pétrole bouillant au-dessous de 60°. La solution chloroformique se trouble et, après 4 heures, le tube étant resté bouché, on centrifuge : la digitaline se réunit à la pointe du tube du centrifugeur, sous forme d'un culot à peine jaunâtre, fusible entre 240° et 247°, et qui donne toutes les réactions de la digitaline cristallisée.

Quand, dans les conditions que nous venons de signaler, le pinène ne laisse pas de résidu insoluble, lors de la reprise du résidu chloroformique, on peut être certain que la feuille analysée ne contient pas de digitaline cristallisée, et, d'autre part, quand la digitaline précipitée n'atteint pas, une

fois desséchée, le poids de 4^{mg}, c'est que la plante ne contient pas $0^{cg},10$ de digitaline cristallisée par kilogramme : elle ne peut pas, dans ce cas, servir à la fabrication industrielle de ce glucoside.

La séance est levée à $15^{h}45^{m}$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 26 mars 1928.)

Note de M. *Louis Besson*, Sur la visibilité et la teneur de l'air en poussières à Paris :

Pages 883 (ligne 29) et 864 (ligne 2), *supprimer* Visibilité relative (en Hm).
Page 884, dernière ligne, *au lieu de* p. 272, *lire* p. 261.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 16 AVRIL 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau une brochure relative au *Centenaire d'*Augustin Fresnel et une autre relative au *Jubilé de M. le Professeur* Amé Pictet.

Après le dépouillement de la Correspondance (¹), M. le **Président** s'exprime de la façon suivante :

J'ai le pénible devoir d'annoncer à l'Académie la perte qu'elle vient de faire en la personne de M. **Theodore William Richards**, Correspondant pour la Section de Chimie, depuis quelques mois seulement.

Professeur à l'Université de Harvard College, Richards s'est fait connaître par des recherches consacrées principalement à la détermination des masses atomiques, avec une précision qui n'a été dépassée nulle part. Ses résultats ont conduit à une révision générale des poids atomiques de tous les éléments. Associés à certaines conséquences de la radioactivité, ils ont servi à préciser la notion d'isotopie, d'après laquelle les éléments chimiques peuvent se composer de groupes de corps pratiquement identiques, ne se distinguant les uns des autres que par de faibles différences entre leurs poids atomiques.

La compressibilité des atomes, admise par les chimistes, entraîne des conséquences, dont il a vérifié l'existence, en considérant divers phénomènes appartenant au domaine de la physico-chimie, tels que la tension

(¹) Séance du 11 avril 1928.

superficielle, la ductilité, la malléabilité, la ténacité, la dilatation, la variation des formes cristallines des substances isomorphes. Dans cet ordre d'idées, ses travaux, fondés sur des mesures de compressibilité, par des moyens qui lui sont propres, l'ont conduit à une foule de résultats importants.

Son œuvre, caractérisée par une technique incomparable, lui a valu l'attribution du prix Nobel.

ASTRONOMIE. — *Sur une nouvelle comète découverte à l'Observatoire de Paris.* Note de M. **H. Deslandres**.

J'ai l'honneur de signaler à l'Académie la découverte, par M. Giacobini, d'une comète à l'Observatoire de Paris dans la soirée du 17 mars. Le nouvel astre ne fut visible que durant 5 à 6 minutes, et ce n'est que le 23 mars que M. Giacobini put avoir la confirmation de cette découverte; la nébulosité observée le 17 mars avait disparu.

La Lune et le mauvais temps persistant n'ont pas permis à cet astronome de revoir depuis la nouvelle comète; mais M. Mineur, astronome à notre Observatoire, l'a recherchée dans le voisinage de sa première position avec l'équatorial de la Carte du Ciel et il a pu la photographier deux fois le 28 mars à la faveur d'une courte éclaircie. Voici les positions et la marche obtenues :

28 mars à $23^h 0^m 14^s$ t. m. :

$$\alpha_{app.} = 6^h 12^m 26^s,5, \qquad \delta_{app.} = +14^\circ 57' 39'',0;$$
$$A\alpha = +3^m 15^s,12, \qquad A\delta = +0' 7'',8.$$

Pour le 17 mars la position approchée était, à $22^h 14^m 0^s$ t. m. :

$$\alpha = 5^h 50^m, \qquad \delta = 14^\circ,35.$$

Malgré le mauvais temps général nous conservons l'espoir qu'une nouvelle observation pourra être obtenue.

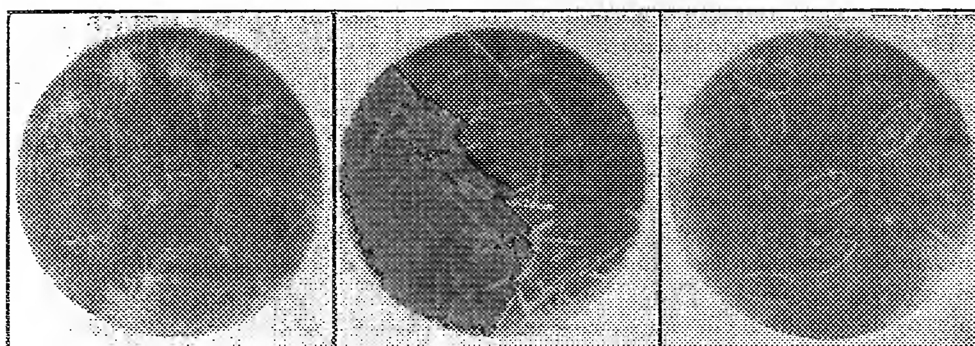
Le résultat, qui met bien en relief les mérites respectifs des deux astronomes, a ceci de particulier qu'il a été obtenu par l'union de l'observation oculaire et de l'observation photographique.

A noter que cette comète est la treizième découverte par M. Giacobini.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherches sur le rubrène. Nouvelles expériences sur le peroxyde de rubrène.* Note [1] de MM. CHARLES MOUREU, CHARLES DUFRAISSE et LOUIS GIRARD.

I. Les cristaux de peroxyde de rubrène contiennent, comme on le sait [2], du solvant au sein duquel le corps a pris naissance. Ils sont tous incolores; la forme et le point de fusion varient avec le solvant.

A. FORMES CRISTALLINES ET POINTS DE FUSION. — *a.* Les trois photomicrographies ci-dessous (*fig.* 1) donnent une idée des différences de facies qui



1. Benzène. 2. Oxyde d'éthyle. 3. Bromobenzène.

peuvent exister entre les diverses sortes de cristaux.

b. Voici, d'autre part, quelques points de fusion (le peroxyde de rubrène étant décomposable bien avant la température de fusion, c'est le point de fusion instantané (au bloc Maquenne) que nous avons déterminé) [3] :

Peroxydes préparés : dans l'oxyde d'éthyle, 192-193; dans l'acétone, 186-188; dans l'acétate d'éthyle, 196-197; dans le chloroforme, 187-188; dans le bromure d'éthyle, 186-187; dans l'iodure d'éthyle, 181-182; dans le benzène, 192-193; dans le toluène, 187-188; dans le bromobenzène, 165-167.

On voit que, si l'on met à part les points de fusion des peroxydes dans le bromobenzène et dans l'iodure d'éthyle, qui sont situés nettement en dessous, les autres se groupent dans un faible intervalle (10° environ).

(1) Séance du 12 mars 1928.

(2) CH. MOUREU, CH. DUFRAISSE et P.-M. DEAN, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1584.

(3) Si le solvant mis en œuvre est l'aniline, on n'obtient pas de peroxyde cristallisé, on observe simplement une résinification.

B. PROPORTION ET ÉTAT DU SOLVANT DANS LES CRISTAUX. — Ce problème avait été laissé jusqu'ici en suspens. Trois procédés ont été mis en œuvre pour le résoudre : un physique et les deux autres chimiques.

Cryoscopie. — L'étude cryoscopique des cristaux devait nous fixer sur le point suivant : le solvant qu'ils ont retenu y est-il comme solvant de cristallisation, ou bien fait-il partie intégrante de la molécule chimique du peroxyde?

Deux déterminations, effectuées en solution dans le benzène, du poids moléculaire du peroxyde préparé au sein du même solvant, ont donné les nombres 537 et 526 (constante K = 5120), les nombres calculés pour $C^{42}H^{28}(O^2) + C^6H^6$, $C^{42}H^{28}(O^2) + \frac{1}{2}C^6H^6$, $C^{42}H^{28}(O^2) + \frac{1}{3}C^6H^6$, étant respectivement 642, 603, 590. C'est là une expérience *témoin*, en ce sens que la quantité de benzène contenue dans les cristaux, qu'elle en soit ou non séparée par la dissolution, est négligeable devant celle dans laquelle on a dissous le peroxyde pour l'opération cryoscopique [1].

La cryoscopie, effectuée dans le bromure d'éthylène, du peroxyde préparé au sein du benzène, a donné les nombres 385 et 366 (constante K = 12500), les poids moléculaires moyens que l'on calcule en admettant qu'il y a, du fait de la dissolution des cristaux, libération de 1 molécule, ou de $\frac{1}{2}$ molécule, ou de $\frac{1}{3}$ molécule de benzène, étant respectivement 321, 402, 443. D'après ces chiffres, très inférieurs aux précédents (537 et 526), la séparation du solvant en solution est manifeste.

Résultats analogues pour la cryoscopie, en liqueur benzénique, du peroxyde préparé au sein du bromobenzène : on a trouvé 322, 331, 330, alors que les poids moléculaires moyens calculés en supposant qu'il y a libération de 1 molécule, ou de $\frac{1}{2}$ molécule, ou de $\frac{1}{3}$ molécule de bromobenzène, sont 360, 428, 462.

Analogues également les résultats de mesures, effectuées en liqueur benzénique, pour le peroxyde préparé dans l'oxyde d'éthyle : trouvé 387, 371 ; calculé en admettant la libération de 1 molécule, ou de $\frac{1}{2}$ molécule, ou de $\frac{1}{3}$ molécule d'oxyde d'éthyle : 319, 401, 442.

On voit, d'après ces déterminations, que les divers cristaux de peroxyde renferment du solvant libérable par la dissolution : c'est du solvant de cristallisation. Combinées avec les résultats analytiques ci-dessous, elles vont nous permettre de formuler des conclusions sur la proportion de solvant contenue dans ces cristaux.

ANALYSES. — *a. Peroxyde préparé au sein du benzène.* — Moyenne de trois analyses concordantes : H pour 100, 5,26; C pour 100, 89,33. Calc. pour $C^{42}H^{28}O^2 + C^6H^6$: H pour 100, 5,33; C pour 100, 89,68; pour $C^{42}H^{28}O^2 + \frac{1}{2}C^6H^6$: H pour 100, 5,18; C pour 100, 89,51; pour $C^{42}H^{28}O^2 + \frac{1}{3}C^6H^6$: H pour 100, 5,12; C pour 100, 89,47.

b. Peroxyde préparé au sein de l'oxyde d'éthyle. — Moyenne de deux analyses

---

[1] On peut remarquer que, si le peroxyde se dissociait en solution avec libération d'oxygène, la liqueur se colorerait en rouge par la libération simultanée de rubrène. Comme il n'apparaît pas de coloration, cette dissociation n'a pas à être envisagée ici.

concordantes : H pour 100, 5,61 ; C pour 100, 87,49. Calc. pour $C^{42}H^{28}O^2 + (C^2H^5)^2O$: H pour 100, 6,00 ; C pour 100, 86,48 ; pour $C^{42}H^{28}O^2 + \frac{1}{2}(C^2H^5)^2O$: H pour 100, 5,53 ; C pour 100, 87,81 ; pour $C^{42}H^{28}O^2 + \frac{1}{3}(C^2H^5)^2O$: H pour 100, 5,36 ; C pour 100, 88,30.

c. *Peroxyde préparé au sein du bromobenzène.* — Moyenne de six analyses concordantes : Br, 12,40. Calculé pour $C^{42}H^{28}O^2 + C^6H^5Br$: Br, 11,1 ; pour $C^{42}H^{28}O^2 + \frac{1}{2}C^6H^5Br$: Br, 6,21 ; pour $C^{42}H^{28}O^2 + \frac{1}{3}C^6H^5Br$: Br, 4,32.

Quant à la composition du peroxyde sans solvant $C^{42}H^{28}O^2$, le calcul donne : H pour 100, 5,00 ; C pour 100, 89,33.

Si nous considérons d'abord les chiffres relatifs aux peroxydes préparés dans le benzène et dans l'oxyde d'éthyle, et si on les rapproche des chiffres cryoscopiques, on se rend compte que la formule la plus vraisemblable dans les deux cas est celle qui comporte $\frac{1}{2}$ molécule de solvant.

Quant au peroxyde préparé dans le bromobenzène, on voit immédiatement que la teneur en brome est incompatible avec les formules à $\frac{1}{2}$ molécule et $\frac{1}{3}$ molécule de bromobenzène et que seule la formule à 1 molécule de bromobenzène paraît possible. Si toutefois cette teneur a été trouvée sensiblement supérieure à celle qu'exige la théorie, on explique ce résultat en remarquant que, le peroxyde se dissociant à chaud, on n'a pu songer à éliminer le solvant mouillant les cristaux qu'à froid et que, dans ces conditions, vu la faible volatilité du bromobenzène (ébullition 155°), il est difficile d'éliminer tout le solvant resté adhérent.

Dissociation. — Nous avons montré antérieurement que le peroxyde de rubrène, en se dissociant (avec émission de lumière), libère, outre le rubrène et l'oxygène, du solvant. Il ne semble pas que l'on puisse libérer séparément l'oxygène ou le solvant : le dosage du solvant de cristallisation n'a donc pu se faire qu'au cours des expériences de dissociation.

Nous opérons la dissociation sous des vides très poussés, en condensant le solvant libéré au moyen de neige carbonique mouillée d'acétone. On a trouvé approximativement, dans les diverses expériences, $\frac{1}{2}$ molécule de solvant dans le cas du peroxyde préparé au sein du benzène, fait en accord avec les mesures ci-dessus. De même, parallèlement à ce qui a été constaté plus haut, nous trouvons plus d'une molécule de solvant pour le peroxyde préparé dans le bromobenzène, et l'excès est de l'ordre de celui (environ 15 pour 100) qui correspond au brome en excès que nous avons dosé.

Ces dernières déterminations, pas plus qu'aucune des précédentes, ne peuvent suffire à elles seules à fixer exactement la quantité de solvant retenu par le peroxyde de rubrène, mais la concordance entre les résultats des trois sortes d'essais renforce la confiance dans les valeurs trouvées.

On voit, *en résumé* : 1° que le solvant contenu dans les cristaux de peroxyde de rubrène y est fixé d'une manière lâche (solvant de cristallisation); 2° que la proportion paraît en être — et nous admettons qu'elle est — par molécule de peroxyde, de 1 molécule dans le cas du bromobenzène, et de $\frac{1}{2}$ molécule dans ceux du benzène et de l'oxyde d'éthyle.

II. Nouvelle étude sur la dissociation du peroxyde. — Les expériences qui viennent d'être décrites sur la proportion et l'état du solvant dans le peroxyde nous ont fourni l'occasion de préciser certains points concernant la dissociation par la chaleur. En particulier, nous nous sommes proposé de rechercher l'influence de la température sur la composition du gaz dégagé, qui a été reconnu précédemment comme étant constitué surtout par un mélange d'oxygène et d'anhydride carbonique.

Nous avons constaté que le gaz dégagé est constitué uniquement par de l'oxygène et de l'anhydride carbonique [1] et que la proportion d'anhydride carbonique oscille entre 4,4 et 6,7 pour 100 du gaz total recueilli. Tant que la température ne dépasse pas 140°, le gaz est de l'oxygène pratiquement pur, tandis qu'aux environs de 180°, c'est de l'anhydride carbonique sensiblement pur que l'on recueille [2]. Il apparaît ainsi que la production de l'oxygène et celle de l'anhydride carbonique sont la conséquence de deux réactions indépendantes, dont l'une, qui s'effectue aux basses températures, libère de l'oxygène, et dont l'autre, qui a lieu aux températures plus élevées, engendre de l'anhydride carbonique.

Les proportions d'oxygène libre ont oscillé, dans nos expériences sur le peroxyde préparé au sein du benzène, entre 74 et 79,5 pour 100 de la proportion théorique pour la dissociation intégrale du peroxyde supposé contenir $\frac{1}{2}$ molécule de solvant. Comme, d'autre part, l'anhydride carbonique récolté correspond de 4,2 à 6,1 pour 100 de l'oxygène total du peroxyde, on calcule qu'il reste fixé sur le résidu ou dans les parties condensées (celles-ci ont une odeur nette de phénol) 15 à 21 pour 100 de l'oxygène total du peroxyde.

Les mêmes expériences ont été faites avec le peroxyde préparé dans le

---

(1) Le résidu gazeux, lorsque l'on employait du pyrogallate pour l'absorption de l'oxygène, était de 3 pour 100 du volume total, et, lorsqu'on employait de l'hydrosulfite, il n'était plus que de 0,2 pour 100. Nous avons considéré ce dernier résidu comme étant de l'azote apporté par les réactifs, et nous n'en avons pas tenu compte.

(2) L'anhydride carbonique est sans doute dû à la destruction de carboxyles transitoirement formés au cours de la dissociation.

bromobenzène, et l'on a obtenu des résultats analogues. Ici, les proportions d'oxygène libre étaient de 72,1 à 74,6 pour 100 de la proportion théorique pour la dissociation du peroxyde à 1,1 molécule de solvant.

GÉOLOGIE. — *A propos de l'Ophite*. Note [1] de M. **H. Douvillé**.

Ces roches, spéciales aux Pyrénées, y présentent un grand développement et, malgré les nombreuses études dont elles ont été l'objet, leur histoire reste encore très obscure.

Ces études sont rendues très difficiles par les bouleversements tectoniques qui ont donné naissance à la chaîne et qui ont le plus souvent dénaturé les conditions premières des gisements. Il est donc indispensable de faire tout d'abord abstraction de ces accidents et de chercher à reconstituer les gisements dans leur disposition primitive.

Dans la région que j'ai explorée, dans la partie occidentale de la chaîne, il m'a semblé que le substratum normal des Ophites était constitué par les terrains anciens, paléozoïques ou cristallophylliens : aux environs de Dax, ce substratum est représenté par les talcschistes du Cap de Montpeyroux, à Asté-Béon c'est le terrain anthracifère; à Sère-Argelès, le Dévonien; à Pouzac, le Cristallophyllien; à Saint-Béat, le Permien. Je rappellerai à ce sujet que plus loin à l'Est, pour Virlet d'Aoust et Lacvivier les Ophites reposent de même directement sur les grès rouges du Permien.

D'autre part les Ophites sont, on peut dire toujours, en relations directes avec les marnes bariolées salifères et gypsifères du Trias supérieur. Assez souvent elles paraissent recouvertes normalement par cette formation; mais d'autre part, il est certain que les grands mouvements tectoniques qui ont affecté la région n'ont pu que brouiller les relations mutuelles des couches de natures aussi différentes que les Ophites cristallines, solides et résistantes, et les marnes bariolées, molles et susceptibles de céder aux efforts de pression.

Ce qui frappe dans ces divers gisements, c'est que les Ophites reposent directement sur leur substratum ancien, sans interposition des poudingues qui, quelquefois à peu de distance, représentent le rivage du Trias inférieur, comme je l'ai observé par exemple près de Pouzac, au pont de Montgaillard. Il semble donc que l'Ophite se serait épanchée sur la terre ferme, et qu'elle

(1) Séance du 11 avril 1928.

formerait des sortes de coulées, à la manière des trapps de la période secondaire ou des basaltes plus récents. On a du reste signalé maintes fois l'analogie de composition des Ophites avec ces dernières roches et l'on sait que sur certains points, à Ségalas par exemple, elles sont accompagnées de tufs semblables aux tufs basaltiques.

On peut objecter à cette manière de voir l'irrégularité des gisements d'Ophite qui contraste avec la continuité des coulées de basalte. Mais il ne faut pas oublier que les Ophites se décomposent facilement et surtout d'une manière très irrégulière sous l'action des agents atmosphériques : tantôt la décomposition est complète au point que la roche est exploitée pour sable, tandis que dans d'autres gisements la roche cristalline reste solide au point de prendre le poli et d'être exploitée pour l'empierrement. Or la région pyrénéenne a été terre ferme pendant une partie du Jurassique et au commencement du Crétacé, dans des conditions par suite favorables à la décomposition de la roche. On comprend que ces actions, combinées avec les érosions considérables dont la région a été le théâtre, aient eu pour résultat de démanteler complètement les coulées d'Ophite, et de faire disparaître les parties bulleuses ou tuffacées, qui ne sont qu'exceptionnellement conservées, laissant seulement en saillie les parties cristallines les plus résistantes; c'est sous cette forme que se présentent aujourd'hui les affleurements d'Ophite, et c'est déjà sous la même forme, comme je l'ai indiqué précédemment, qu'ils se présentaient, au moment de l'invasion de la mer crétacée.

Cette disposition primitive en nappes plus ou moins régulières a laissé du reste des vestiges encore bien reconnaissables : Lacvivier étudiant les affleurements d'Ophite dans l'Ariège, reconnaît qu'ils se trouvent généralement dans le voisinage des massifs cristallins et non loin de leurs bords, ce qui est bien conforme à ce que j'ai dit plus haut au sujet du substratum de l'Ophite. Il ajoute que « les pointements de ces roches ne sont pas disséminés sans ordre, mais qu'ils forment des lignes plus ou moins régulières, des sortes de traînées qui contournent les terrains anciens ». Ces affleurements se comportent ainsi comme ceux d'une couche stratifiée et l'on comprend que Virlet d'Aoust ait pu considérer l'Ophite comme une roche sédimentaire, s'appuyant au Sud sur le grès rouge, et recouverte au Nord, et en concordance, par les marnes irisées. Il semble bien que ce soit la position normale des Ophites et qu'elles occupent un niveau bien déterminé, mais à l'état de coulées ou de nappes.

J'ai jusqu'ici laissé de côté la question du métamorphisme des sédiments

dans le voisinage de l'Ophite, question sur laquelle mon collègue et ami Lacroix a publié une série d'études très intéressantes. Ce métamorphisme est extrêmement variable et irrégulier : dans certains cas il est à peu près nul, comme par exemple pour les calcaires du Lias au sud du pic de Rébenacq, ou pour les dolomies également liasiques de la carrière du Hour, près Dax, où les fossiles sont conservés. D'autres fois au contraire le métamorphisme est intense et fait disparaître par places toutes traces de stratification, en même temps que se développent des minéraux variés; ainsi près de Saint-Béat, à Boutx, on voit se former dans les calcaires jurassiques des cristaux d'actinote, de dipyre, d'amphibole, de sphène, de pyroxène; et à côté dans les calcaires du Cap de Mont dont l'âge crétacé ne semble pas douteux, on a signalé de même des cristaux de dipyre, de trémolite, d'orthose, d'albite, de tourmaline, d'apatite, de fluorine, etc.

Si l'on attribue ce métamorphisme à l'action directe des Ophites, au moment de leur mise en place, on serait amené à attribuer à ces roches un âge crétacé, ce qu'il est bien difficile d'admettre. D'ailleurs, sur bien des points on constate un métamorphisme analogue dans des calcaires éloignés de tout affleurement d'Ophite et Lacroix a signalé que plusieurs des minéraux caractéristiques des contacts pyrénéens se sont formés dans les terrains sédimentaires des Alpes, en dehors de toute action de roches éruptives et par voie hydrothermale.

Il semble donc que, dans bien des cas, ce développement de la cristallinité puisse être attribué à un métamorphisme général, dans des synclinaux, où toutes les roches ont été soumises à l'action combinée de la chaleur et de la pression, conditions favorables comme l'a dit Lacroix au développement des phénomènes exomorphes; elles impliquent, dit-il, une action plus active des agents minéralisateurs apportant des éléments étrangers, action, du reste, variable avec la profondeur. Il est d'ailleurs possible que ces éléments soient apportés simplement par les eaux chaudes circulant dans les sédiments à la manière des sources thermales actuelles.

Il ne faut pas oublier que la formation de ces minéraux n'exige ni des conditions exceptionnelles, ni une température très élevée; Lacroix signale la présence de tests délicats de fossiles non altérés dans des calcaires renfermant des cristaux de dipyre, de mica et d'albite, et aux environs de Paris nous voyons que des cristaux de fluorine et de quartz bipyramidé se sont formés à Nanterre, dans le calcaire grossier, qui n'a cépendant été recouvert que par une centaine de mètres de sédiments. Des conditions analogues sous une couverture, bien plus épaisse de sédiments crétacés, suffisent pour

expliquer la formation dans les couches du Trias supérieur, de cristaux d'arragonite, de quartz bipyramidé, d'oligiste et de tourmaline.

Comme je l'ai dit plus haut, il est difficile d'admettre que ces diverses actions de métamorphisme se soient produites au moment de la première mise en place des Ophites, ce qui conduirait à leur attribuer un âge crétacé. Il semble qu'on puisse continuer à considérer ces roches comme triasiques; elles auraient formé à cette époque une ou plusieurs coulées, démantelées plus tard par les actions atmosphériques et les érosions. Ce n'est que plus récemment, après le Crétacé ou à la suite des grands mouvements tectoniques, qui ont donné naissance à la chaîne, que les sédiments auraient été métamorphisés. Il n'est pas impossible que les Ophites aient agi à ce moment d'une manière indirecte sur les sédiments voisins, en augmentant la minéralisation des eaux thermales circulant dans le sous-sol.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'adaptation des oscillographes bifilaires à l'étude des lampes triodes*. Note (¹) de M. André Blondel.

L'oscillographe bifilaire, que j'ai présenté à l'Académie en 1893 (²), répond convenablement aux besoins de l'industrie pour tout ce qui concerne les courants alternatifs industriels, sauf lorsqu'il s'agit de phénomènes de haute fréquence, pour lesquels l'oscillographe cathodique (dont le principe a été donné par l'ingénieur français Hess, il y a 30 ans) donne une solution mieux adaptée, au prix de quelques complications instrumentales.

Les conditions d'emploi de l'oscillographe bifilaire ont pu être étendues au point de vue de la sensibilité et de la fréquence en augmentant l'intensité du champ magnétique par réduction de l'entrefer, jusqu'à $\frac{5}{10}$ de millimètre (grâce à l'emploi de fil rond pour la boucle au lieu de fil plat), et en diminuant la longueur de la boucle et les dimensions du miroir (à $0,4 \times 0,4$ millimètre) grâce à des dispositifs optiques qui assurent une intensité lumineuse suffisante dans le spot mobile (³).

Cependant la sensibilité restait insuffisante pour enregistrer facilement les courants variables des lampes triodes. C'est pourquoi sans doute, dans

(¹) Séance du 11 avril 1928.

(²) *Comptes rendus*, 116, 1893, p. 502 et 748.

(³) Des progrès importants sont réalisés à ce point de vue optique dans le nouveau modèle d'oscillographe portatif que j'ai récemment mis au point et qui présente divers autres perfectionnements.

ces dernières années, on a vu présenter par divers physiciens des oscillographes téléphoniques, c'est-à-dire empruntant les modes de construction de divers téléphones perfectionnés, tels que ceux de Brown ou de Baldwin, à palette mobile de grande dimension. Cette construction, qui comporte une bobine fixe enroulée sur noyau de fer doux, permet d'augmenter beaucoup le champ magnétique agissant sur l'équipage mobile, mais au prix d'une forte réduction du maximum de fréquence réalisable (1000 à 2500 environ au lieu de 12000 pour l'oscillographe bifilaire et de 40000 pour mon oscillographe à bande de fer doux tordue réalisé en 1900).

D'autre part la self-induction propre de l'enroulement téléphonique est tellement forte que de tels appareils ne peuvent être employés qu'en série avec des organes présentant eux-mêmes une résistance intérieure considérable, par exemple des lampes triodes de 20000 ohms de résistance intérieure; dès que la résistance s'abaisse notablement, par exemple même pour une lampe triode de puissance, l'inductance de l'oscillographe téléphonique introduit des causes d'erreurs, auxquelles vient encore s'ajouter celle que produit la variation de l'amortissement.

Ce dernier n'est pas assuré par un bain d'huile, comme dans les oscillographes bifilaires, mais surtout par des phénomènes d'hystéréris, de la palette de fer; or j'ai montré, il y a quelques années (¹), que l'amortissement produit par l'hystérésis d'un barreau vibrant varie dans des proportions considérables avec la vitesse d'oscillation, et qu'on ne peut pas considérer par conséquent cet amortissement comme constant pour les différents harmoniques d'une courbe de courant.

Enfin les oscillographes du type téléphonique présentent généralement un miroir tournant autour d'un axe horizontal, et non d'un axe vertical, et ne peuvent pas être groupés en nombre dans un même appareil; tandis que les oscillographes bifilaires de 1900, à équipages mobiles contenus dans des boîtes à huile, individuelles, dont l'épaisseur peut être réduite à 15 ou à 20^{mm}, permettent de grouper, 3, 4, 5, 6 équipages côte à côte, dans un espace assez restreint pour que leurs déviations puissent être enregistrées simultanément sur une même bande de film ou de papier sensible.

Considérant donc les oscillographes du type téléphonique comme constituant un retour en arrière (il ne faut pas oublier d'ailleurs que, dès 1883,

---

(¹) A. Blondel et F. Carbenay, *Analyse harmonique des différences de potentiel alternatives par la résonance mécanique d'un barreau de fer aimanté* (*Annales de Physique*, 9ᵉ série, 8, 1917, p. 97).

Froelich avait décrit et réalisé en Allemagne un appareil de ce genre, qui a dû être abandonné), j'ai cherché à rendre utilisable l'oscillographe bifilaire (pour les fréquences ordinaires) à l'enregistrement des courants des lampes triodes, en augmentant la sensibilité simplement par l'emploi d'un transformateur d'intensité.

Déjà, j'avais montré autrefois (et cela résulte également de travaux exécutés dans le laboratoire Siemens et Halske en 1904) qu'en intercalant un transformateur d'intensité analogue à celui qu'on emploie pour les appareils de mesure à courant alternatif, mais construit avec un peu plus de soins, et dont on ferme le secondaire sur un équipage bifilaire longueur réduite par un chevalet métallique et de faible résistance (0,5 à 1 ohm), la courbe obtenue au circuit secondaire se confond d'une façon suffisamment rigoureuse avec la courbe relevée au circuit primaire. De cette manière, le transformateur d'intensité permet de relever couramment les variations de courants de haute tension de plusieurs milliers de volts.

La même solution peut être appliquée au relevé des courbes des lampes triodes, en branchant dans le circuit de plaque un transformateur d'intensité plus petit, construit *mutatis mutandis* comme les transformateurs amplificateurs des étages de basse fréquence des amplificateurs à lampes, pour lesquels on sait aujourd'hui, grâce à l'emploi de tôles spéciales, obtenir un coefficient de transformation à peu près constant pour toutes les fréquences usuelles et des enroulements ne présentant que des fuites magnétiques négligeables, dans un circuit présentant une grande résistance de 2000 à 5000 ohms. Des transformateurs de ce genre, réalisant un coefficient de transformation de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{20}$, donnent une bonne solution du problème, et étendent beaucoup les limites d'emploi de l'oscillographe bifilaire, au point de vue de la sensibilité, sans lui enlever ses précieuses qualités de simplicité et de souplesse.

NOMINATIONS.

M. Gustave Ferrié est désigné pour faire une lecture à la séance annuelle des cinq Académies, le 25 octobre 1928.

CORRESPONDANCE.

M. **Aug. Chevalier** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Botanique par le décès de M. *L. Guignard*.

M. **Jean Mascart** adresse un rapport sur l'emploi fait de la subvention qui lui a été accordée sur la *fondation Loutreuil* en 1926.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Georges Potonniée. *Les Origines du Cinématographe.*
2° Paul Choffat. *Cartas e Cortes geologicos. Distritos de Leiria e Coimbra.*
3° André Metz. *Temps, espace, relativité.* (Présenté par M. Ch. Fabry.)

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *L'extension d'un théorème de Čech sur l'applicabilité projective.* Note (¹) de M. **Alexandre Pantazi.**

Dans un article paru dans les *Rendiconti del R. Inst. Lombardo* (56, 1923, p. 267-275) M. Bersano démontre le théorème suivant :

S'il existe entre deux variétés v_k et V_k à k dimensions d'un espace E_n une correspondance biunivoque et pour chaque couple de points correspondants une homographie qui amène en coïncidence les E_2 (ou E_3) osculateurs à des courbes correspondantes passant par ces points, les deux variétés sont projectivement applicables (avec contact géométrique) au deuxième (ou au troisième) ordre, pour la même correspondance biunivoque entre les points des deux variétés.

Cette propriété, pour $k=2$ et $n=3$, constitue le théorème de Čech [2].

Dans ce même article M. Bersano généralise une propriété démontrée

(¹) Séance du 11 avril 1928.

(²) Cf. Fubini, *Geometria proiectiva differenziale*, p. 120-121 (Ed. Zanichelli, Bologne).

par M. Fubini ([1]) pour les V_2 de E_3 et par M. Cartan ([2]) pour les V_k de E_{k+1}, qui est la suivante :

Si deux variétés sont projectivement applicables au deuxième ordre avec contact géométrique, elles le sont également avec contact analytique, pour la même correspondance ponctuelle entre les deux variétés.

Nous nous sommes proposé de chercher si le théorème de Čech admet une extension jusqu'au quatrième ordre et en même temps si le théorème de MM. Fubini, Cartan et Bersano énoncé précédemment admet une extension au troisième ordre.

A cet effet nous avons démontré que cette propriété se vérifie au troisième ordre pour toutes les variétés sauf pour une classe de variétés appartenant à la classe de variétés Φ, déjà considérée par M. Segre ([3]) et par M. Bersano ([4]) lui-même, mais à un point de vue différent.

Les variétés Φ sont celles dont les coordonnées homogènes d'un point courant sont solutions d'une et d'une seule équation linéaire aux dérivées partielles du deuxième ordre :

$$(1) \qquad \sum_{r,s=1}^{k} A_{rs} \frac{\partial^2 x}{\partial u_r \partial u_s} + \sum_{r=1}^{k} A_r \frac{\partial x}{\partial u_r} + A x = 0,$$

les coefficients A_{rs}, A_r et A étant des fonctions des paramètres $u_1, u_2, \ldots, u_k$; les variétés Φ *exceptionnelles* sont celles pour lesquelles le *cône caractéristique*, défini dans un E_k par l'équation

$$\sum_{r,s=1}^{k} A_{rs} \xi_r \eta_s = 0,$$

est *non dégénéré*; de plus ces coordonnées ne satisfont à aucune équation aux dérivées partielles du troisième ordre outre que celles qu'on déduit par dérivation de l'équation (1).

Nous avons démontré en effet que lorsqu'une variété v_k est de cette espèce, la solution générale du système différentiel qui donne toutes les variétés V_k applicables avec contact géométrique du troisième ordre sur v_k dépend d'une fonction arbitraire de k arguments, tandis que, au contraire,

---

([1]) *Rendic. Circ. mat. Pal.*, 41, 1916, p. 148.
([2]) *Ann. sc. École Norm.*, 37, 1920, p. 273.
([3]) *Atti Torino*, 42, 1907, p. 1079.
([4]) *Rendic. Ac. Lincei*, 32, 1923, p. 261.

la solution générale du système différentiel qui donne les variétés V_k applicables du troisième ordre sur v_k avec contact analytique, ne dépend que des fonctions arbitraires de $k-1$ arguments, ce qui prouve la différence essentielle qu'il y a, pour cette classe de variétés, entre l'applicabilité géométrique et l'applicabilité analytique du troisième ordre.

On démontre alors facilement, pour les variétés n'appartenant pas à cette classe exceptionnelle, que le théorème de Čech est encore vrai au quatrième ordre. Nous avons démontré également, mais par une étude essentiellement différente, que ce théorème est encore vrai pour les variétés Φ exceptionnelles et l'on obtient encore par cette voie le résultat plus étendu, que ces variétés sont applicables l'une sur l'autre, même avec contact analytique du quatrième ordre.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les singularités des séries de Dirichlet.* Note [1] de M. MANDELBROJT.

Dans une Note précédente [2] j'ai publié un résultat concernant le même sujet. J'ai cru alors nécessaire d'énoncer un cas particulièrement simple : ainsi je n'ai considéré que les séries $\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ où $\lim(\lambda_n - n)^{\frac{1}{n}} = 0$. Or le théorème tel que je l'ai énoncé se démontre d'une manière très élémentaire sans qu'on ait même besoin de poser les autres hypothèses. Pourtant la méthode, dont quelques lignes ont été indiquées dans la Note citée et que j'ai réussi à perfectionner sous plusieurs rapports (en introduisant en outre un autre théorème de sommation des singularités que celui que j'ai indiqué alors), me permet de démontrer un théorème beaucoup plus général, *la série* $\Sigma(\lambda_n - n)x^n$ *pouvant avoir son rayon de convergence égal à un*. Cette condition, il me semble, exclut toute démonstration élémentaire. D'ailleurs même pour ce théorème général je n'ai plus besoin de supposer que les singularités sont isolées.

Avant d'énoncer le théorème avec toute sa précision, je me permets de le schématiser.

Supposons qu'on ait pour n assez grand

$$n \leq \lambda_n < n + 1 \tag{1}$$

(1) Séance du 11 avril 1928.

(2) Voir *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 937.

et que

(2) $$f(s) = \Sigma e^{-\lambda_n s} = O\,|\,t^{\mu}\,|, \qquad \mu < 1, \qquad s = \sigma + it$$

pour $\sigma > \sigma_1$, *en excluant les singularités de cette fonction par des cercles arbitrairement petits, alors dans une certaine bande* $\sigma_2 < \sigma \leqq \sigma_0$, *où* σ_0 *est l'abscisse de convergence de la fonction* $F(s) = \Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$, *cette dernière fonction admet comme seules singularités possibles les points* α, $\alpha + \beta$ *et* $\alpha + \beta + \gamma$ *et leurs points limites, où* α *sont les singularités de* $f(s)$, γ *les points obtenus en ajoutant en nombre fini quelconque et de toutes les manières possibles les affixes des points constituant la frontière de l'étoile rectiligne de la fonction* $T(s) = \Sigma \lambda_n e^{-ns}$ *et où* β *sont les singularités de la fonction* $\Theta(s) = \Sigma a_n e^{-ns}$.

σ_2 *est défini par* σ_1 *et la croissance de la fonction* $M(x) = \Sigma(\lambda_n - n)x^n$ *dans son étoile.*

Pour déterminer effectivement σ_2, faisons d'abord les remarques suivantes : la fonction $M(x)$ tout en possédant un rayon de convergence égal à *un* peut être telle que pour un certain R très grand et un t très petit, on ait

$$|M(x)| < t, \qquad |x| \leqq R$$

quand x varie dans l'étoile de $M(x)$ et elle peut en même temps avoir des singularités en nombre quelconque et d'affixe quelconque. Ceci a par exemple lieu quand ces singularités sont de la forme $(z-\delta)^k - (z-\delta)$, où k diffère peu de 1. Faisons aussi les conventions suivantes :

E étant un ensemble fermé de points entourons chaque point P de cet ensemble par un cercle de rayon $t > 0$. D'après le théorème de MM. Borel-Lebesgue, on peut en choisir un nombre fini formant un domaine D et tel que tous les points P soient à l'intérieur de ce domaine. Soit C_E la borne inférieure des quantités qui donnent la longueur totale de ces circonférences après chaque choix en question quand t est donné. Et désignons par $C(E)$ la limite supérieure de C_E quand $t \to 0$. *En désignant par* E_R *l'ensemble de points* $e^{-\beta}$, $e^{-(\beta+\gamma)}$ *et leurs points limites contenus dans le cercle de rayon* R, *et en désignant par* S *la limite supérieure des quantités* R *telles que si* $\eta < 1$ *est fixe, on ait pour tous les points* $|x| \leqq R$ *de l'étoile rectiligne fermée de* $M(x)$

$$|M(x)| < \frac{2\pi\eta}{[C(E_R) + R](1+R)},$$

alors σ_2 *est celle de deux quantités :* $-\log S$ *et* σ_1, *qui est la plus grande algébriquement. Ici on suppose* $\lim \sqrt[n]{|a_n|} = 1$, *ce que ne restreint pas la généralité.*

Je démontre les faits précédents en m'appuyant en outre sur le théorème suivant :

Si (1) (*pour n assez grand*) *et* (2) *ont lieu alors les seules singularités possibles de* $F(s) = \Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ *sont les points* α *et* $\alpha + \beta$ *où* α *sont les singularités de* $f(s)$ *et où* $\beta = -\log\gamma$, γ *étant les singularités de la solution* $\varphi(x)$ *si elle existe pour un certain choix du rayon du cercle* C *autour de l'origine de l'équation intégro-différentielle*

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{\varphi(z)}{1-z} T_1\left(\frac{x}{z}\right)\frac{dz}{z} - \frac{\varphi'(x)x}{1-x} = \Theta_1(x),$$

où

$$T_1(z) = \sum_1^\infty \lambda_n z^n, \qquad \Theta_1(z) = \sum_1^\infty a_n z^n.$$

Cette équation admet une solution quand la série $\Sigma(\lambda_n - n)$ converge, en remplaçant $T_1(x)$ par $\sum_m^\infty \lambda_n z^n$ et $\Theta_1(x)$ par $\sum_m^\infty a_n x^n$ où m est assez grand. Elle admet aussi une solution dans les conditions du théorème énoncé plus haut.

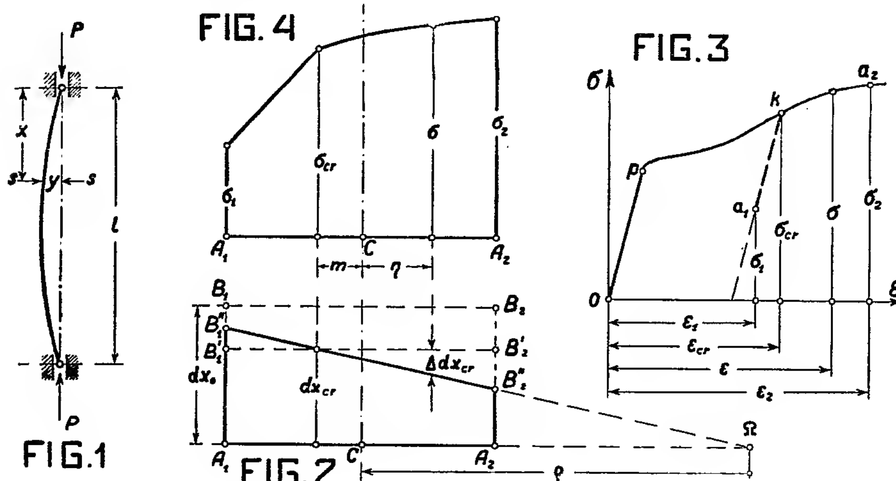
MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur le flambage des barres prismatiques comprimées axialement.* Note de M. **Michel Broszko**, présentée par M. Mesnager.

Les formules connues d'Euler (Berlin, *Histoire de l'Académie*, 13, 1757, p. 252; *Acta Acad. Petropolitanæ*, 1778, I, p. 121-193) déterminent la charge critique dans le cas d'un flambage élastique. Bien plus tard M. Kármán (*Untersuchungen über Knickfestigkeit*, Berlin, 1910) a établi une équation s'appliquant aux flambages non élastiques. Ces solutions ne sont pas précises étant donné que les deux auteurs ne prennent pas en considération le raccourcissement de la barre. La solution de M. Kármán est en plus rendue hétérogène par l'application des méthodes graphiques réduisant la précision et l'élégance des résultats.

Il nous a donc paru intéressant d'établir une relation libre de ces imprécisions et englobant le flambage élastique et non élastique.

Pour définir les tensions normales σ agissant dans la section transversale $s - s$ (*fig.* 1) lorsque la charge axiale P aura atteint sa valeur critique P_{cr} et lorsque la barre aura été soumise à une flexion arbitrairement faible,

nous commencerons par déterminer (*fig.* 2) les changements que subissent dans ce cas les longueurs d'un élément de volume compris entre la section $s - s$ et une section transversale infiniment voisine.



La section longitudinale de cet élément par le plan de rigidité minime a dans la barre non chargée la forme $A_1 A_2 B_1 B_2$ et la longueur dx_0 en prenant, après compression par la force P_{cr}, la forme $A_1 A_2 B'_1 B'_2$ et la longueur dx_{cr}. La flexion de la barre comprimée par la force P_{cr} donnera à cette section la forme trapézoïdale $A_1 A_2 B''_1 B''$ où les côtés non parallèles se couperont au point Ω en déterminant ainsi le rayon de courbure de la ligne de flexion à une distance x de l'extrémité supérieure de la barre : $\rho = \Omega C$. Les longueurs des fibres changeront alors dans le plan de rigidité minime de sorte qu'une seule fibre, placée à une distance m du centre de gravité C de la section $s - s$, aura conservé sa longueur dx_{cr} alors que les autres fibres, dont la position est déterminée par la distance η, auront subi des déformations complémentaires $\Delta dx_{cr} = dx_{cr} \frac{\eta + m}{\rho + m} \simeq dx_{cr} \frac{\eta + m}{\rho}$. Le raccourcissement spécifique ε, qui prenait une valeur commune pour toutes les fibres $\varepsilon_{cr} = \frac{dx_0 - dx_{cr}}{dx_0}$ en cas de compression par la force P_{cr}, deviendra donc, après flexion, une fonction de la distance η définie par l'équation

$$(1) \qquad \varepsilon = \frac{dx_0 - (dx_{cr} - \Delta dx_{cr})}{dx_0} = \varepsilon_{cr} + \frac{\Delta dx_{cr}}{dx_{cr}} \frac{dx_{cr}}{dx_0} = \varepsilon_{cr} + \frac{\eta + m}{\rho} (1 - \varepsilon_{cr}).$$

Par cette équation et à l'aide du graphique (*fig.* 3) donnant la rela-

tion $\sigma = f(\varepsilon)$ pour la matière de la barre, on peut déterminer (*fig.* 4) la valeur des tensions σ correspondant aux différents points de l'axe principal $A_1 A_2$. Il est à remarquer surtout, que pour les fibres déchargées par la flexion (où $\varepsilon < \varepsilon_{cr}$) la relation $\sigma = f(\varepsilon)$ est représentée sur la figure 3 par la droite $a_1 k$ parallèle à la droite O_p correspondant aux états de tension pour lesquels $\frac{\sigma}{\varepsilon} = E = \text{const.}$

Comme, dans le cas où $P = P_{cr}$, il y a équilibre des forces agissantes sur la partie supérieure de la barre faiblement fléchie, coupée par la section $s - s$, la condition d'équilibre des moments de ces forces doit être accomplie conformément à l'équation suivante :

$$(2) \qquad P_{cr} y = \int_{F_1} \eta \sigma \, dF = \int_{(F)} \bar{E} \varepsilon \eta \, dF = \left[\varepsilon_{cr} + \frac{m}{\rho}(1 - \varepsilon_{cr})\right] \int_{(F)} \bar{E} \eta \, dF + \frac{1 - \varepsilon_{cr}}{\rho} \int_{(F)} \bar{E} \eta^2 \, dF.$$

où dF représente une bande infiniment étroite, coupée dans la surface F de la section $s - s$ parallèlement à l'axe du moment d'inertie minimum, η la distance de cette bande à partir de cet axe, y l'ordonnée de la ligne de flexion à une distance x de l'extrémité supérieure de la barre, $\bar{E}$ le rapport $\frac{\sigma}{\varepsilon}$. Comme, pour éprouver la stabilité de l'équilibre, il suffit de considérer la barre *infiniment* faiblement fléchie, où les différences entre les valeurs de $\bar{E}$, dans la section $s - s$, sont négligeables, nous pouvons remplacer, dans l'équation (2), la variable $\bar{E}$ par la constante $\bar{E}_{cr} = \frac{\sigma_{cr}}{\varepsilon_{cr}}$. En considérant, de même, que $\int_{(F)} \eta \, dF = 0$, l'équation précédente prendra alors la forme

$$(3) \qquad P_{cr} y = \frac{(1 - \varepsilon_{cr}) \bar{E}_{cr}}{\rho} J,$$

où J représente le moment d'inertie minimum de la section $s - s$.

L'intégration de l'équation différentielle, établie par la substitution de la valeur $\frac{1}{\rho} \simeq \frac{d^2 y}{dx^2}$ dans la relation (3), nous donne

$$(4) \qquad P_{cr} = \pi^2 \frac{(1 - \varepsilon_{cr}) \bar{E}_{cr} J}{l^2}.$$

Cette équation générale détermine la charge critique pour une barre de longueur l aux extrémités librement déplaçables suivant l'axe droit de la barre avant son flambage. Il est facile de déduire, par la même méthode, les équations similaires pour les barres aux extrémités encastrées d'une façon différente.

PESANTEUR. — *Nouvelle méthode pour la détermination absolue de la gravité par le pendule.* Note [1] de M. **Charles Volet**, présentée par M. Bigourdan.

La précision obtenue dans les meilleures déterminations qu'on ait faites de g en valeur absolue est loin d'atteindre celle qui correspond aux mesures de temps et de longueur. Cela tient, sans aucun doute, aux nombreuses perturbations qui accompagnent le mouvement du pendule, ainsi qu'aux conditions défectueuses dans lesquelles se fait la mesure des longueurs (distance des arêtes de deux couteaux en regard l'un de l'autre). Le principe du pendule symétrique à réversion permet d'éliminer l'influence de quelques-unes de ces causes d'erreur, à la condition cependant que certaines hypothèses, au sujet desquelles on est le plus souvent dans l'incertitude, soient vérifiées. J'ai cherché à améliorer, à ces divers points de vue, la méthode actuelle, et je propose le dispositif suivant, grâce auquel, en particulier, toutes les mesures de longueur se font entre traits.

Le pendule est, en principe, constitué par une tige oscillant autour d'un couteau rigidement fixé sur elle, et d'une masse pouvant se déplacer sur la tige. Un calcul élémentaire (métronome) montre que, si la distance de cette masse à une origine *quelconque* est x, la période T du pendule sera donnée par une expression de la forme :

$$T^2 = \frac{A + Bx + x^2}{C + Dx},$$

dans laquelle A, B et C sont des constantes instrumentales et D est égal à $\frac{g}{4\pi^2}$. Les quatre inconnues A, B, C et D seront calculées par la méthode des moindres carrés, lorsqu'on aura observé les durées d'oscillations correspondant à un grand nombre de valeurs de x [2].

Ce pendule permet une élimination des perturbations plus complète que le pendule à réversion. Il est facile de voir que l'inconnue D n'est pas altérée par le fait de la cylindricité de l'arête du couteau, si celui-ci roule à la façon d'une roue sur un plan indéformable; cette cause d'erreur était éliminée, dans le pendule à réversion, par un échange de couteaux ou de

(1) Séance du 11 avril 1928.

(2) Une étude plus approfondie, que je ne puis que mentionner ici, indique quelles sont les conditions les plus avantageuses pour une détermination précise de l'inconnue D.

masses. De même, si l'arête du couteau, supposée cylindrique, tourne à la façon d'un axe dans un coussinet, aucune erreur n'en résultera dans la détermination de g par la présente méthode. Au contraire le pendule de Bessel n'élimine pas cette possibilité d'erreur. Comme en réalité le mouvement du couteau sur son support est extrêmement complexe et échappe à une analyse rigoureuse, on ne peut être certain, avec le pendule à réversion, de s'affranchir totalement de l'influence des couteaux.

Dans la méthode que je propose, on bénéficiera du fait que toutes les expériences seront effectuées sur le même couteau, soumis à une charge constante. Seule la durée d'oscillation variera d'une expérience à l'autre. Le calcul montre que ce facteur n'intervient pas en première approximation. Si l'on avait cependant quelques craintes qu'une influence de la période subsistât, on pourrait faire osciller ce pendule toujours avec la même vitesse. Il suffirait pour cela d'avoir deux masses mobiles au lieu d'une seule sur la tige. Supposons ces deux masses égales (ce qui est toujours réalisable avec une approximation largement suffisante), x et y leurs distances à une origine quelconque, la durée d'oscillation sera donnée par la formule

$$T^2 = \frac{A + Bx + B'y + x^2 + y^2}{C + D(x+y)},$$

dans laquelle D a la même valeur que précédemment et A, B, B' et C sont des constantes instrumentales. On peut toujours choisir x et y de façon que T reste sensiblement constant. Grâce à cette disposition le pendule, oscillant sur le même couteau, dans des conditions identiques de poids, d'amplitude et de vitesse, on peut espérer une élimination aussi complète que possible de certaines erreurs systématiques. Il faut remarquer de plus que, dans l'application, la méthode n'exige pas l'homogénéité de la matière et qu'elle n'impose pas de conditions de construction rigoureuses.

Quant à l'influence du milieu ambiant sur le pendule, dont l'étude a provoqué au siècle dernier tant de recherches, il suffit de noter qu'en opérant à une pression voisine de 1^{mm} de mercure (chose aisée aujourd'hui), la correction au vide n'introduira aucune erreur supérieure à l'incertitude des observations les plus précises.

Reste l'influence de la déformation élastique du pendule, dont l'importance n'a pas été soupçonnée autrefois. Maintenant qu'elle est bien connue, une construction appropriée du pendule permettrait de l'éliminer par une faible correction.

En résumé, il semble qu'en appliquant la méthode décrite ci-dessus avec

tous les perfectionnements réalisés aujourd'hui dans la conservation et la transmission de l'heure ainsi que dans l'observation du pendule lui-même (méthodes photographique ou photo-électrique), on puisse dépasser, dans une détermination absolue de g, la précision relative du millionième.

POLARISATION ROTATOIRE. — *Calcul du pouvoir rotatoire du quartz.* Note de M. **R. de Mallemann**, présentée par M. A. Cotton.

Nous avons indiqué dans une Note récente (¹) une théorie de la biréfringence électrique du quartz, considérée comme un effet d'orientation de molécules polaires anisotropes et nous avons pu, grâce aux résultats expérimentaux de M. Ny Tsé Zé, en déduire la valeur de l'anisotropie moléculaire δ qui figure dans notre expression du pouvoir rotatoire.

Avant d'utiliser ce nombre, il est nécessaire d'examiner de plus près les résultats de M. Ny Tsé Zé. Les variations observées des trois indices sont les suivantes (par unité de champ) :

$$\Delta n_e = 2,9.10^{-8}, \qquad \Delta n_{01} = 1,6.10^{-8}, \qquad \Delta n_{02} = 3,9.10^{-8}.$$

La biréfringence *dans la direction de l'axe* est donc 2,3.10⁻⁸.

Nous avons admis dans nos calculs que le cristal ne subissait aucune modification électro-optique *directe* dans le sens de l'axe. M. Ny Tsé Zé n'a observé aucune variation de longueur (réversible) dans cette direction; cependant il trouve pour l'indice extraordinaire une variation importante. D'autre part, quand l'orientation des molécules a lieu dans un *plan*, *le rapport théorique des retards absolus est* -1; or les nombres de M. Ny Tsé Zé ont tous le même signe. Toutefois si l'on prend les *différences* par rapport à la variation Δn_e (qui serait alors théoriquement nulle), on trouve $+1$ et $-1,3$, ce qui s'écarte peu du rapport théorique. (Il faut se rappeler, en effet, que les Δn n'ont pas tous été déterminés directement et que dans ces difficiles mesures la précision relative est seulement de 10 pour 100.)

A première vue, tout se passe comme s'il existait une variation de *densité* dont l'effet se superposerait à celui de l'orientation; la valeur relative, calculée d'après la relation $\frac{n_e - 1}{d} = \text{const.}$ serait $5,1.10^{-8}h$. On trouverait ainsi pour l'effet d'orientation *pur* :

$$\Delta n_e = 0, \qquad \Delta n_{01} = -1,2.10^{-8}, \qquad \Delta n_{02} = +1,1.10^{-8},$$

ce qui confirmerait la théorie aussi parfaitement que possible (²). De plus, ces

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 853.

(²) Pour fixer les idées, voici les indices calculés pour un cristal ayant la densité

nombres sont très voisins de ceux qu'on peut déduire d'anciennes mesures directes de Pockels [1]. Toutefois une variation de densité réversible, de cet ordre de grandeur. est impossible si les dilatations et contractions *rectangulaires* sont égales, car dans ce cas $\Delta(xy) = 0$. Or, les mesures de M. Ny Tsé Zé confirment très sensiblement cette égalité [2].

Il s'agit donc d'une variation directe des indices. Les faits observés par M. Ny Tsé Zé peuvent s'interpréter complètement, si l'on admet que le plan des directions moléculaires principales n'est pas normal à l'axe ternaire, mais *incliné* sur cet axe (dans l'état naturel), ce qui paraît d'ailleurs plus vraisemblable, d'après les analyses récentes de Sir W. Bragg. Dans ces conditions, le calcul indique une variation des *trois* indices [3], elle est, dans tous les cas, la même pour les deux indices ordinaires dédoublés, *ce qui ne modifie pas la grandeur de la biréfringence*. Ce résultat est bien conforme aux observations de M. Ny Tsé Zé; l'examen de tous ses nombres conduit sensiblement à la même valeur : $2,3.10^{-8}$, identique à celle de Pockels. Toutefois, une inclinaison *notable* des axes moléculaires par rapport à l'axe du cristal, entraînerait une modification de notre expression du pouvoir rotatoire; nous admettrons provisoirement que cette inclinaison est faible. Adoptant le nombre précédent pour la biréfringence, la relation indiquée dans la dernière Note donne la valeur de l'anisotropie moléculaire δ :

$$1,55.10^{-8} \qquad (\lambda = 0^{\mu},546).$$

Nous avons maintenant tous les éléments nécessaires pour contrôler l'expression théorique du pouvoir rotatoire [4]. Dans le cas du quartz, les termes sous les signes Σ décroissent rapidement et la somme des séries diffère peu de 0,75 :

$$\lambda = 5,46.10^{-5}, \quad d = 2,65, \quad M = 60,3, \quad \nu = 6,06.10^{23}, \quad C = 1,8.10^{-8},$$
$$B = \delta = 1,55.10^{-24}$$

---

du quartz, mais dans lequel toutes les molécules seraient *également orientées :*

$$n_1 = 1,415, \qquad n_2 = 1,555, \qquad n_3 = 1,730.$$

En calculant d'après cela l'indice de la silice fondue ($d = 2,205$) on trouve $n = 1,459$; l'observation donne : $n_D = 1,4584$.

(1) *Abh. Göttinger Ges.*, 39 1894, p. 99. D'après Pockels, il semble que $\Delta n_e = 0$.

(2) Les variations de densité dues aux déformations *diélectriques* observées seraient trop faibles et sont d'ailleurs *irréversibles*. Cependant, en toute rigueur, le $\Delta(ne)$ de M. Ny Tsé Zé devrait être écrit : $\Delta(ne) = n\Delta e + e\left(\frac{\Delta n}{\Delta d}\Delta d + \Delta n_k\right)$.

(3) En raison de l'influence du *glissement* dont l'effet est négligeable pour θ voisin de 0.

(4) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1241. Les formules (1) et (2) de cette Note renferment une faute d'impression : *il faut lire* $2\pi^3$ *au lieu de* 2π. Nous avons indiqué d'autre part que $\varphi(n) = 1$.

et

$$\rho = \frac{62 \times 6,06.10^{23} \times 2,65 \times \sqrt{3} \times 2,40.10^{-48} \times 0,75}{30.10^{-10} \times 60,3 \times 3,24.10^{-16}} = 5,3 \frac{\text{rad}}{\text{cm}},$$

soit 30° *par millimètre*, tandis que le nombre observé est voisin de 25°,5.

Ce résultat doit être considéré comme satisfaisant, vu la voie très indirecte qui nous y a conduit, la restriction relative à l'inclinaison des axes (1), et surtout le manque relatif de précision des mesures délicates de M. Ny Tsé Zé. Il suffirait, par exemple, de prendre $2,2.10^{-8}$ pour la biréfringence au lieu de la moyenne observée $2.3.10^{-8}$, écart certainement inférieur aux erreurs de mesure, pour que le pouvoir rotatoire calculé soit très voisin du nombre expérimental.

PHOTOCHIMIE. — *Sur les lois du noircissement photographique : cas où la source lumineuse est une série d'étincelles électriques.* Note (2) de Mlle **M. Hanot** et M. **H. Guillemet**, transmise par M. A. Cotton.

Dans les nombreux travaux qui ont été effectués au sujet du noircissement photographique, on n'a pas précisé jusqu'à quel point les lois établies s'appliquent au cas où la source est constituée par une série d'étincelles.

On sait que les densités D de cliché, fournies par deux poses de même durée totale t, l'une interrompue, l'autre continue, ne sont pas les mêmes, mais on peut se demander néanmoins si les courbes de noircissement obtenues dans les deux cas sont différentes : bien qu'on ne puisse comparer par photographie la quantité de lumière émise par une source fixe et par une série d'étincelles, il est intéressant de savoir si la densité D du cliché augmentera de la même quantité lorsqu'on augmente dans le même rapport la durée t de la pose continue et le nombre n des étincelles.

Dans ce travail, nous avons donc comparé les courbes de noircissement obtenues par poses continues et par étincelles en fonction du temps de pose ou du nombre d'étincelles. Cette comparaison n'est pas illusoire, car les courbes D ($\log t$) obtenues avec des poses continues ne dépendent pas de l'éclairement E avec lequel on opère.

Les mesures sont faites dans la région bleue du spectre

$$(0^{\mu},415 < \lambda < 0^{\mu},537),$$

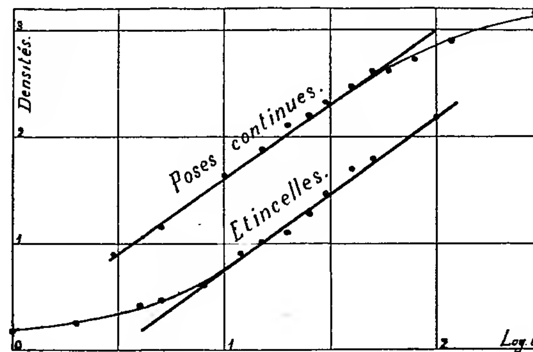
---

(1) Cette inclinaison *diminuerait* la valeur calculée.

(2) Séance du 2 avril 1928.

région dans laquelle le facteur de contraste est pratiquement indépendant de la longueur d'onde.

L'image de la source est formée sur une fente dont l'image se forme sur la plaque. Des nicols interposés sur le faisceau permettent de réduire à volonté son intensité lumineuse. Les étincelles sont fournies par la décharge de condensateurs Moszicki alimentés par une bobine. Les mesures sont faites au moyen du microphotomètre de Fabry et Buisson.



Lorsqu'on cherche jusqu'à quel point les différentes mesures sont comparables entre elles, il faut considérer, outre les erreurs de lecture au microphotomètre, les irrégularités qui peuvent provenir des défauts d'homogénéité des plaques, ou d'une action plus ou moins uniforme du révélateur, ou enfin des déplacements de l'étincelle qui n'a jamais une forme et une position parfaitement stables. Une étude préliminaire de ces conditions et une discussion relative à la précision des mesures montrent que, dans tous les cas, les mesures de densité sont comparables entre elles à $\frac{1}{20}$ de leur valeur près et que les coefficients angulaires γ des courbes sont déterminés avec une précision relative de l'ordre de $\frac{4}{100}$.

Les courbes obtenues pour les deux cas sont identiques :

1° En tant que branches curvilignes (même courbure, même asymptote);

2° En tant que partie rectiligne (même pente, même longueur).

La figure ci-dessus montre spécialement le parallélisme des parties rectilignes de ces courbes.

Au cours du travail, nous avons constaté que l'éclat de l'étincelle semble tendre vers un maximum quand on accroît l'énergie qui y est dépensée.

Enfin la plaque Σ fournit un exposant de Schwarzschild ($p = 0,87$) qui est du même ordre qu'il s'agisse d'étincelles ou de poses continues.

En résumé, dans les recherches de photométrie photographique relatives à des étincelles (étude du spectre d'une étincelle par exemple), on a le droit de déterminer le facteur de contraste de la plaque indifféremment avec une source continue ou avec une source intermittente.

RADIOCHIMIE. — *Spectres d'absorption de l'aldéhyde formique et de l'oxyde de carbone, parenté très étroite entre ces deux molécules.* Note [1] de MM. **Victor Henri** et **Svend Aage Schou**, présentée par M. J. Perrin.

Nous avons étudié le spectre d'absorption ultraviolet de la vapeur d'aldéhyde formique et nous avons comparé ce spectre à celui de l'oxyde de carbone.

L'aldéhyde formique possède entre 3550 et 2780 Å une série de 29 bandes qui correspondent à des états différents de vibration des atomes; chacune de ces bandes est formée d'un grand nombre (souvent plus de 100) de lignes très fines correspondant à la rotation de la molécule. Cette rotation est double en rapport avec les deux moments d'inertie différents de la molécule J et K, le troisième moment L étant presque égal à K [2]. L'analyse du spectre de rotation autour de l'axe de symétrie (moment J) montre que c'est un spectre formé de *triplets;* on a trois origines ν', ν'', ν''' et neuf branches paraboliques correspondantes R, P, Q.

Nous trouvons que les intervalles entre les termes du triplet sont les mêmes pour toutes les bandes, ils sont donc indépendants de l'état de vibration des atomes; le triplet est par conséquent d'origine électronique. On trouve

$$\nu' - \nu'' = 43 \text{ cm}^{-1} \quad \text{et} \quad \nu'' - \nu''' = 41 \text{ cm}^{-1}.$$

On peut chercher à assimiler ce spectre moléculaire à des spectres atomiques. Il pourrait être comparé à celui d'un élément bivalent, tel que le Mg, qui a 12 électrons : 2K, 8L et 2 électrons de valence; H^2CO a 16 électrons, dont 4K, les autres étant distribués d'une façon encore inconnue. Pour le Mg le niveau P est triple et l'on observe les intervalles suivants :

$$\nu' - \nu'' = 40{,}9 \quad \text{et} \quad \nu'' - \nu''' = 19{,}9^{-1} \text{ cm}.$$

---

(1) Séance du 19 mars 1928.

(2) V. Henri et S.-A. Schou, *Nature*, 118, 1926, p. 225; *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1612.

La ressemblance de ces intervalles avec ceux que nous trouvons pour l'aldéhyde formique permettrait de supposer que la molécule normale se trouve à un niveau électronique ^1S et la molécule activée par les rayons ultraviolets moyens (3550 à 2750 Å) aux trois niveaux électroniques $^3P_0$, $^3P_1$, $^3P_2$.

Cette interprétation se trouve confirmée par la comparaison avec le spectre de CO qui a été étudié plus spécialement par Birge (¹) et Johnson (²). D'après leur schéma la molécule normale de CO se trouverait à l'état 1^1S et l'on pourrait classer les séries de bandes de la manière suivante :

Série d'émission, $2^1P - 1^1S$.....	quatrième groupe positif du carbone et bandes de Lyman.
Série d'absorption, $1^1S - 2^1P$...	bandes de Leisson entre 1545,6 et 1264,0 Å.
Série d'émission, $2^1S - 2^1P$.....	bandes d'Ångström.
Série d'émission, $1^3S - 2^3P$.....	triplets, troisième groupe positif du carbone.
Série d'émission, $2^3P - 1^1S$.....	triplets, bandes de Cameron.

La séparation des termes des triplets est d'après Birge égale à

$$\nu' - \nu'' = 47,4 \quad \text{et} \quad \nu'' - \nu''' = 45,0^{-1} \text{ cm}.$$

Cette séparation est donc presque identique à celle que nous trouvons pour l'aldéhyde formique (43 et 41 cm⁻¹). La molécule de CO est donc une *molécule divalente* comparable à Mg, ayant $4 + 8 + 2$ électrons.

Si cette représentation est correcte, on doit s'attendre à trouver pour CO en dehors du spectre d'absorption de Leifson $^1S - {}^1P$ également un spectre d'absorption $^1S - {}^3P$, exactement de la même façon que dans le cas de métaux bivalents, où l'on a deux raies de résonance $^1S - {}^1P$ et $^1S - {}^3P$.

La série de ces bandes d'absorption doit commencer pour $\lambda = 2060$ Å. Ayant fait ce calcul, nous avons étudié le spectre d'absorption de l'oxyde de carbone dans l'ultraviolet lointian et nous trouvons que sous une épaisseur de 1ᵐ et à la pression de 730ᵐᵐ il existe trois bandes d'absorption nettes ayant pour têtes

$$\lambda_1 = 2060,8 \text{ Å}, \qquad \frac{1}{\lambda_1} = 48'509,3 \text{ cm}^{-1},$$

$$\lambda_2 = 2060,0 \text{ Å}, \qquad \frac{1}{\lambda_2} = 48'528,1 \text{ cm}^{-1},$$

$$\lambda_3 = 2058,6 \text{ Å}, \qquad \frac{1}{\lambda_3} = 48'559,9 \text{ cm}^{-1};$$

(¹) Birge, *Phys. Rev.*, 28, 1926, p. 1157.
(²) Johnson, *Nature*, 117, 1926, p. 376.

ces bandes sont dégradées vers le visible, comme les bandes d'émission de Cameron. Parmi ces dernières se trouve la bande d'émission forte

$$\frac{1}{\lambda} = 48529,9\ \mathrm{cm}^{-1}$$

qui est presque identique à la bande d'absorption forte λ_2.

On voit ainsi que le spectre d'absorption de l'aldéhyde formique a de très grandes analogies avec celui de CO : c'est une molécule bivalente, ayant un système de triplets avec les mêmes séparations que pour CO. De plus dans le spectre d'absorption de CO, on trouve les bandes d'intercombinaison $^1S - {}^3P$ comme dans le cas des atomes divalents.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage très rapide de l'ion phosphorique, dans les terres et les engrais, par céruléo-molybdimétrie.* Note (¹) de M. G. **Denigès**, transmise par M. Ch. Moureu.

La céruléo-molybdimétrie, telle que nous en avons donné les grandes lignes (²) et quelques-unes [vins et boissons fermentées, urines (³)] des nombreuses applications qu'elle présente et dont nous poursuivons l'étude, se prête d'une manière fort simple, en un temps extrêmement réduit et avec un outillage des plus sommaires, à la déterminntion de l'ion phosphorique, sous ses diverses formes, dans les terres destinées à la culture.

a. Cas de l'ion phosphorique soluble dans l'eau. — 5^g de terre (préparée suivant les procédés classiques d'échantillonnage) sont mis dans un flacon et additionnés de 50^{cm^3} d'eau. On bouche, agite à plusieurs reprises pendant un quart d'heure et filtre.

5^{cm^3} du filtrat sont additionnés de VIII gouttes de réactif *molybdeux* (*loc. cit.*) et portés à l'ébullition maintenue 12 à 15 secondes. On compare, ensuite, la teinte bleue obtenue à celle d'étalons préparés d'une façon semblable et déjà développée dans les publications citées, avec des liquides renfermant de 2 à 12^{mg} de P^2O^5 par litre. Si la teinte correspond à celle de l'étalon n milligrammes par litre, la teneur en P^2O^5 du kilogramme de terre sera de n centigrammes. Si cette teinte dépasse celle de l'étalon 12, on dilue le liquide de macération de la terre; si elle n'atteint pas celle de l'étalon 12, on compare à une seconde échelle d'étalons allant de $0^{mg},4$ à 2^{mg} par litre.

(¹) Séance du 11 avril 1928.

(²) G. Denigès, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 318.

(³) G. Denigès, *Bull. Soc. Pharm. de Bordeaux*, 1, 1928, p. 3.

Enfin, si la macération de la terre est colorée, on en met, dans un tube, 10^{cm^3} acidulés par une goutte d'acide sulfurique. On porte juste à l'ébullition et, au moment de la comparaison chromométrique, on place ce liquide, comme compensateur, au bloc de Walpole, devant les tubes étalons que l'on compare au contenu du tube renfermant l'essai.

b. Cas de l'ion phosphorique soluble dans les acides. — Pour la détermination de l'ion phosphorique soluble dans les acides dilués (minéraux ou organiques) dont la quantité l'emporte, généralement, beaucoup sur celui qui est soluble dans l'eau, il faut procéder, d'emblée, à des dilutions plus grandes. Ainsi, lorsque le dissolvant choisi est l'eau azotique à 2 pour 100, on commence à traiter 5^g de terre par 50^{cm^3} de dissolvant (ou plus si la terre est très calcaire). L'effervescence finie, on filtre.

Lorsque le titre initial du liquide de dissolution ne dépasse pas 2 pour 100 d'acide nitrique, on peut, après dilution au vingtième d'une partie du filtrat, opérer directement le dosage colorimétrique mais en faisant intervenir X gouttes et non VIII gouttes du réactif.

Si ce titre est supérieur à 2 pour 100, ou si l'on se sert d'eau régale (détermination de P^2O^5 total) on évapore à sec, puis calcine, 1^{cm^3} de filtrat. On reprend par 10^{cm^3} d'eau bouillante acidulée par 1 goutte de SO^4H^2, on complète à 20^{cm^3} après refroidissement et l'on pratique le dosage sur 5^{cm^3} du nouveau liquide.

C'est ainsi qu'on opérera lorsque l'acide citrique sera l'agent de dissolution, la calcination devant être précédée d'addition de quelques gouttes d'acide nitrique pour favoriser la combustion complète.

Quand la terre est ferrugineuse, mais n'abandonne pas, au dissolvant, plus de 1 à 2 pour 100 de son poids de fer, on peut opérer comme précédemment mais en portant à XII gouttes, par essai, la dose de réactif molybdeux. Si le ferricum est plus abondant, il faut le réduire. Le seul moyen pratique que nous ayons trouvé pour cela — toute autre tentative ayant échoué — a été d'effectuer l'essai colorimétrique final, non plus avec le réactif molybdique réduit, mais avec celui qui sert à le préparer (molybdate d'ammonium, $2^g,50$; acide sulfurique, 25^{cm^3}, eau, q. s. pour 200^{cm^3}) en en faisant intervenir X gouttes et pratiquant l'ébullition en présence de 10 à 13^{cg} de tournure de cuivre (¹). Le réactif molybdeux se forme extemporanément, réduit le ferricum, repasse à l'état molybdique puis, de nouveau, à la forme réduite grâce à l'excès de cuivre et, lorsque la réduction du Fe''' est complète — ce dont on s'aperçoit à la teinte bleutée que prend le mélange — fournit, si l'ébullition est maintenue encore

(¹) Nous avons appliqué, avec succès, aux autres dosages de l'ion phosphorique, dans les cas les plus variés, une technique semblable pour la formation extemporanée du réactif molybdoso-molybdique.

30 secondes, la même coloration qu'on aurait obtenue avec le réactif molybdeux lui-même, en l'absence de fer.

Les résultats sont excellents, même en présence de 50 pour 100 de Fe, surtout si l'on a soin de comparer les teintes bleues obtenues, avec une gamme d'étalons préparés dans les mêmes conditions (liquide d'essai, réactif molybdique, cuivre, 30 secondes d'ébullition) et d'opérer assez vite, la présence de sels Fe″ en excès, dans le milieu, favorisant une auto-oxydation de phosphoconjugué bleu.

Pour les engrais, la détermination de l'ion phosphorique sera effectuée par des techniques analogues, avec cette seule différence que, lorsqu'il s'agira d'engrais *phosphatés*, les dilutions, vu la forte teneur en cet ion, devront être beaucoup plus considérables que dans le cas des terres. Dans ces conditions, les substances ambiantes ne gênent plus le dosage direct.

VOLCANOLOGIE. — *L'activité volcanique de Rakata.* Extrait d'une lettre de M. **Bodard**.

Le groupe insulaire de Rakata, situé dans le détroit de la Sonde, entre Java et Sumatra, est formé de trois îlots volcaniques : Krakatau (Mont silencieux), Lang-Eiland (île longue) et Verlaten-Eiland (île abandonnée).

De ces trois petites îles, Krakatau est la plus connue, célèbre même par sa terrible explosion des 26-27 août 1883.

Depuis cette époque le volcan était resté silencieux. Au début de janvier 1928 il a repris de l'activité.

Les explosions qui, jusqu'au 5 février, avaient lieu à de courts intervalles (30 à 60 secondes) ne se produisirent pas sur le Krakatau même, mais sortaient des crevasses au fond de la mer et formaient un volcan sous-marin, à mi-chemin entre les trois îles Lang-Eiland, Verlaten-Eiland et Krakatau.

A cet endroit-là, des cendres, de la boue, des pierres et des laves sortant de l'eau dans d'énormes volutes de fumée furent lancées en l'air jusqu'à une hauteur de 1200^m. En retombant, des colonnes de vapeur se formaient autour de ces gerbes immenses de matières fusantes. Des grondements sourds se faisaient entendre.

Le Service sismologique du gouvernement néerlandais a installé sur l'île Lang-Eiland un poste d'observation, qui a pour tâche principale de prévenir à temps d'un cataclysme éventuel les populations voisines. Ce poste est muni d'une station radiotélégraphique.

A la fin de janvier, un petit îlot de laves noirâtres (cumulo-volcan) s'était formé à l'endroit des explosions; après quelques jours, cet îlot disparut.

Selon le Dr Stehn, directeur de l'Observatoire de Lang-Eiland, le plus grand danger réside dans une obstruction éventuelle du cratère sous-marin. On pourrait alors craindre que le « bouchon » ne sautât sous la pression des gaz.

Après le 5 février, aucune explosion ne s'est produite. Pas de tremblement de terre non plus causé par l'activité éruptive. Mais, le 8 février, une première secousse assez violente a été ressentie dans la région montagneuse de Bandoeng à Java.

Après avoir communiqué à l'Académie cette lettre de M. Bodard, consul général de France à Batavia adressée à M. le Ministre des Affaires étrangères, M. A. Lacroix signale la présence dans le dossier d'une série de photographies extraites de journaux de Java.

Plusieurs d'entre elles représentent un phénomène identique à celui dont il a été le témoin le 3 mars 1903 des bords du Cratère de la Soufrière de Saint-Vincent (Antilles) dont le fond était alors occupé par un petit lac de boue. Il en a donné deux photographies dans les planches XXI et XXII de son livre sur la *Montagne Pelée*.

Il s'agit au Krakatau d'explosions produites sans doute, avant la formation de l'amas de laves dont il est question plus haut; elles soulevaient une grande quantité d'eau et de matières solides, sous forme d'une gerbe de fusées à pointes aiguës. C'est d'ailleurs l'aspect que prennent les masses liquides soulevées par une torpille explosant dans la mer et non à sa surface. Ces fusées de couleur noire au départ, avec contours nettement dessinés, sont presque immédiatement cachées par des volutes de vapeurs blanches résultant de la condensation de vapeur d'eau qui a lieu très rapidement au contact de l'air.

La position du centre d'éruption, au large de ce qui reste du Krakatau après la catastrophe de 1883, rappelle celle des Kameni dans la baie de Santorin.

---

(1) A. Lacroix, *La Montagne Pelée et ses éruptions*, Paris, 1904, p. 176.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Mesures magnétiques dans la Corse et la Charente.* Note de MM. **Ch. Jacquet** et **H. Bellocq**, présentée par M. G. Ferrié.

Ces mesures font partie de la campagne de 1926 du Nouveau Réseau magnétique de la France (subvention de la Fondation Loutreuil). Elles ont été faites en 56 stations : 32 sont des stations de Moureaux, 24 sont des stations entièrement nouvelles (noms en *italiques*).

En général, la déclinaison et la composante sont données par deux barreaux; l'inclinaison est donnée exclusivement par l'aiguille n° 1, qui est excellente. Ces mesures ont été faites avec les boussoles de voyage de l'École Normale supérieure comparées, avant et après, aux instruments étalons de l'Observatoire magnétique du Val-Joyeux.

La campagne de la *Corse*, faite en avril 1926, a été fortement contrariée par le mauvais temps; à cause du temps couvert, la déclinaison manque dans 11 stations. Le tableau suivant donne les mesures ramenées au 1er janvier 1922 :

Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
		Corse.		
	° ′	° ′		
1. Ajaccio	8.27,1	57.50,3	0,23285	Un peu agitée
2. *Aullène*	10.37,2	57.51,9	0,23202	Calme
3. Bastia	6.19,9	59.56,5	0,23726	Très forte perturbation
4. *Bicchisano*	8.10,1	57.46,0	0,23247	Agitée
5. Bocognano	»	57.54,6	0,23200	Calme ou presque calme
6. Bonifacio	10.43,9	57.18,4	0,23662	D, I un peu agitée; H calme
7. *Calenzana*	8.37,3	58.28,4	0,22943	Un peu agitée
8. Calvi	8.36,0	58.30,5	0,22910	Un peu agitée
9. Canari	8.54,5	58.18,3	0,23089	Presque calme
10. *Cargèse*	»	58. 1,1	0,23272	I un peu agitée; H calme
11. Casamozza	8.23,6	58.19,5	0,23031	D, H agitée; I perturbation
12. Cauro	8.33,0	57.57,6	0,23362	Calme ou presque calme
13. Cavallo	8.19,9	58.22,7	0,23084	D, H calme; I un peu agitée
14. Centerri	»	58.18,9	0,22944	Calme ou presque calme
15. Cervione	8.26,2	58.10,7	0,23144	D très agitée; I, H perturbation
16. Corte	»	58. 9,6	0,23150	Un peu agitée
17. *Cozzano*	»	57.54,6	0,23259	Presque calme
18. Ersa	»	58.45,4	0,22839	Calme ou presque calme
19. Galeria	»	58,29,8	0,22937	Un peu agitée
20. Ghisonaccia	8.16,5	57.57,0	0,23244	Forte perturbation
21. *Guagno-les-Bains*	8.28,0	58. 2,7	0,23249	Calme ou presque calme
22. Ile Rousse	8.39,9	58.33,6	0,22875	Un peu agitée

Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
		Corse (suite).		
23. *Murato*	8°.17′,4	58°.36′,3	0,22769	D pr. calme; I, H un peu agitée
24. Partinello	»	58.15,6	0,23125	I pr. calme; H un peu agitée
25. Piana	8.46,3	58.11,9	0,23210	Calme ou presque calme
26. *Pianotolli*	8.19,8	57.22,1	0,23609	D pr. calme; I, H un peu agitée
27. *Pila Canale*	8.34,9	57.50,8	0,23302	Calme
28. *Ponte-Teccia*	7.50,2	58.16,2	0,22964	D, H un agitée; I perturbation
29. Porto (Oba)	»	58.20,9	0,23030	Presque calme
30. Porto-Vecchio	8.53,0	57.41,3	0,23210	D pr. calme; I, H un peu agitée
31. *Propriano*	8.14,6	57.41,4	0,23399	D presque calme; I, H agitée
32. *Roccapina*	8.21,9	57.21,7	0,23605	Agitée
33. *Sagone*	8.37,0	58. 0,7	0,23214	Calme
34. Saint-Florent	8.54,4	58.50,5	0,22724	Calme ou presque calme
35. Sanguinaires (Porte des)	9.48,0	58.13,7	0,22879	Calme ou presque calme
36. Santa-Severa	5.41,3	57.33,3	0,23747	Calme ou presque calme
37. Sartène	8.15,0	57.24,9	0,23465	D un peu agitée; I, H agitée
38. Solenzara	8.25,3	57.39,1	0,23329	Calme ou presque calme
39 *Sotta*	8.21,6	57.42,5	0,23285	D un peu agitée; I, H pr. calme
40. Téghdine (Col de)	»	58.28,3	0,23329	Un peu agitée
41. Vizzavona (Col de)	»	»	0,23167	Preque calme
42. *Zonza*	8.31,2	57.40,7	0,23194	Calme ou presque calme
		Charente.		
43. Angoulème	12.38,3	62.11,6	0,21081	Calme
44. *Baignes*	12.36,9	62. 0,9	0,21186	Calme
45. Barbézieux	12.43,3	62. 4,8	0,21178	Calme
46. *Chabanais*	12.34,9	62.20,8	0,20995	Calme ou presque calme
47. *Chalais*	12.29,8	61.51,0	0,21257	Calme ou presque calme
48. *Châteauneuf*	12.44,7	62.14,5	0,21085	Calme
49. Cognac	12.48,1	62.13,2	0,21057	Calme
50. *Confolens*	12.32,6	62.24,4	0,20977	Calme
51. *Masole*	12.34,9	62.25,4	0,20972	Calme
52. *Montmoreau*	12.26,7	62. 0,2	0,21217	Presque calme
53. *Rochefoucauld* (*la*)	12.29,0	62.16,0	0,21054	Calme
54. *Rouillac*	12.45,8	62.17,3	0,21015	Calme
55. Ruffec	13. 3,9	62.26,7	0,20948	Calme
56. *Saint-Calud*	12.22,3	62.17,8	0,21013	Calme

Ces mesures, comparées à celles de Moureaux, donnent pour la variation séculaire entre le 1er janvier 1896 et le 1er janvier 1922 des différences, très

variables pour la *Corse*, très constantes pour la *Charente*, dont les valeurs moyennes pour D, I, H sont respectivement :

Corse...........	−2°.58′,8	−34′,5	+ 207 γ
Charente.......	−2°.54′,1	−53′,7	+ 316 γ

OCÉANOGRAPHIE. — *Enregistrement des courants sous-marins du détroit de Gibraltar.* Note (¹) de M. **P. Idrac**, présentée par M. Charcot.

On sait que dans le détroit de Gibraltar un fort courant, souvent très gênant pour les voiliers, porte de l'Océan vers la Méditerranée. Les travaux du Dr Schmidt, sur la salinité et la température des eaux du détroit, lui firent prévoir l'existence, dans les couches inférieures, d'un contre-courant de sens contraire, dont la réalité néanmoins avait été souvent discutée.

Le nouvel appareil enregistreur photographique de courants, que j'avais expérimenté cet été à bord du *Pourquoi-Pas?* (*Annales hydrographiques*, 1927-1928), m'a permis, dans le courant du mois de mars, d'obtenir au sud de Tarifa, à l'endroit le plus étroit du détroit, des enregistrements de courant jusqu'à 500m de profondeur.

Cet appareil, très portatif, a pu être utilisé à bord d'un simple canot de pêche, à rames, en partant de la plage de Tarifa, qui est le point le plus avancé de l'Espagne vers le milieu du détroit. L'instrument était descendu à l'aide d'un treuil Warluzel, spécialement construit à cet effet, peu encombrant et d'un maniement facile. J'ai pu de la sorte sonder le détroit jusqu'à 500m de profondeur avec des moyens extrêmement simples, non encore utilisés jusqu'à ce jour.

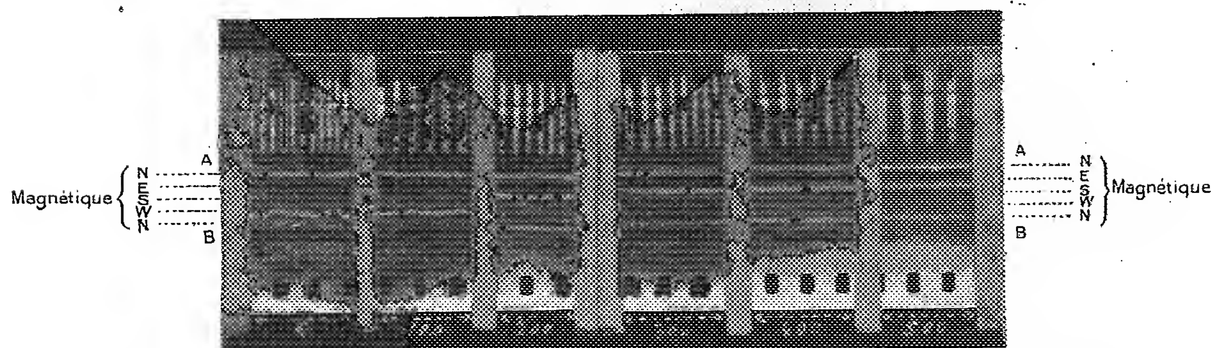
J'ai ainsi toujours trouvé le contre-courant venant de la Méditerranée vers l'Atlantique, au-dessous de 150m de fond, avec une intensité parfois supérieure au courant de surface.

Voici, à titre d'exemple, la reproduction d'un enregistrement obtenu de 100m en 100m de profondeur, le 13 mars à 14h, au sud de Tarifa, au point situé par 5°36′,1 de longitude W et 35°57′,9 de latitude N par environ 600m de fond.

Sur la reproduction ci-contre de la pellicule d'enregistrement, qui se déroule proportionnellement au temps, les traits verticaux sont d'autant plus serrés et étroits que la vitesse du courant est plus forte. La distance de

(¹) Séance du 26 mars 1928.

deux traits consécutifs correspond au passage de 20^{m} d'eau dans les conditions de l'expérience. Quant à la direction du courant, elle est indiquée par la courbe tracée entre les deux lignes de repère A et B dont les



ordonnées sont proportionnelles à la direction. Cette ligne est confondue avec A si le courant vient du Nord magnétique; plus près de A; à $\frac{1}{4}$ de la distance AB s'il vient de l'Est; à égale distance entre A et B s'il vient du Sud; enfin à $\frac{1}{4}$ de la distance AB plus près de B s'il vient de l'Ouest. On peut ainsi, d'après la position de la ligne d'enregistrement, connaître le courant.

Nous voyons ainsi que, d'après l'enregistrement reproduit, le courant superficiel (où quelques irrégularités se produisent du fait des oscillations du bateau par la mer) était du SW $\frac{1}{4}$ W avec une vitesse de 1^{n},4, en surface et de 0^{n},8 à 100^{m}. Ensuite il tourne brusquement à l'E $\frac{1}{4}$ SE pour y demeurer jusqu'au fond avec une vitesse de 1^{n},1 à 200^{m}, 1^{n},2 à 300^{m}, 0^{n},9 à 400^{m} et 0^{n},5 à 500^{m}.

Cet appareil employé systématiquement pourrait permettre d'étudier les fluctuations encore inconnues des courants et particulièrement, comme il se prête à un enregistrement continu, des remous et ondulations qui doivent se produire à la jonction des deux courants supérieurs et inférieurs du détroit. Il peut d'ailleurs se fixer à un flotteur amarré à un grappin mouillé par le fond, sans nécessiter aucune surveillance.

CHIMIE AGRICOLE. — *Détermination des besoins des sols en acide phosphorique d'après la silice soluble.* Note [1] de M. Antonin Němec, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

Depuis longtemps, le silicium est considéré comme pouvant produire un effet utile, quoique peut-être secondaire, sur le développement végétal.

Hall et Morison [2], Lemmermann et Wiessman [3] ont montré son intervention favorable dans la croissance des plantes quand il y a insuffisance d'acide phosphorique. Gile et Smith [4], Nanji et Shaw [5] ont admis que le silicium peut effectivement remplacer dans les plantes l'acide phosphorique.

En continuant mes recherches sur la détermination des besoins des sols agricoles en acide phosphorique [6], j'ai vu que ces besoins, évalués par des essais en plein champ et par les méthodes de laboratoire [7], étaient nettement en relation avec la teneur en silicium des extraits aqueux des sols. Pour déterminer le silicium, j'ai opéré sur 30^{cm^3} de la solution obtenue par l'action de 100^{cm^3} d'eau distillée sur 30^g du sol desséché à l'air libre (durée de contact de 1 heure). On ajoute 5^{cm^3} d'une solution à 5 pour 100 de molybdate d'ammonium dans l'acide sulfurique normal et 5^{cm^3} d'une solution d'hydroquinone à 2 pour 100 acidifiée légèrement par 0,1 pour 100 d'acide sulfurique concentré. Après 5 minutes, le liquide est additionné de 25^{cm^3} d'une solution contenant 16 pour 100 de carbonate de sodium et 3 pour 100 de sulfite de sodium. On porte le volume du liquide à 100^{cm^3} et l'on compare la coloration bleue produite, à l'aide du colorimètre Dubosque, avec celle que donne une solution standard de phosphate de potassium contenant $0^{mg},125$ de phosphate dans 5^{cm^3} (Bell et Doisy) [8]. Il est recommandable d'employer une solution standard de phosphate en raison des difficultés qu'il y a à maintenir stable une solution diluée du silicate alcalin

---

(1) Séance du 11 avril 1928.

(2) A.-D. Hall et G.-T. Morison, *Proceed. Roy. Society*, London, 77, 1906, p. 455.

(3) O. Lemmermann et H. Wiessmann, *Zeitschr. f. Pflanzenernähr. u. Düngg.*, série A, 1, 1922, p. 185.

(4) P.-L. Gile et J.-G. Smith, *Journ. Agric. Research*, 31, 1925, p. 247.

(5) D.-R. Nanji et W.-S. Shaw, *Journ. Soc. Chem. Ind.*, 44, 1925, p. 1.

(6) A. Němec, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 314 et 1296.

(7) A. Němec, *Biochem. Zeitschr.*, 190, 1927, p. 42.

(8) A.-D. Bell et E.-A. Doisy, *Journ. Biolog. Chem.*, 44, 1920, p. 55.

comme standard. En même temps, on détermine l'acide phosphorique dans l'extrait aqueux du sol par la méthode colorimétrique de Denigès d'après Atkins ([1]). Les colorations bleues provoquées par 1^{mg} de phosphore et par 1^{mg} de silicium sont dans le rapport 1 : 0,44. Les données obtenues permettent de calculer les teneurs du sol en Si et en P solubles dans l'eau. Voici quelques résultats.

A, augmentation pour 100 de rendement produite par le P^2O^5 donné à l'état de superphosphate (culture en plein champ); *t*, silice dosée, par kilogramme de terre, dans la terre arable; *s*, dans le sous-sol; *m*, moyenne de *t* et *s*.

Betteraves sucrières (racines) : 100^{kg} P^2O^5.

A......	+0,3.	+2,4.	+3,4.	+8,2.	+10,0.	+12,4.	+14,2.	+20,3.
t.........	18,95	16,87	14,91	11,86	11,97	12,00	10,77	9,52
s.........	9,50	9,57	8,20	7,56	9,14	6,60	7,43	6,26
m.........	14,22	13,22	11,56	9,71	10,55	9,30	9,10	7,89

Froment (grain) : 40^{kg} P^2O^5.

A......	—2,5.	+0,5.	+0,9.	+2,90.	+4,2.	+6,1.	+7,8.	+11,6.	+15,7.
t.........	18,61	15,24	14,06	11,76	13,34	13,22	10,24	9,42	6,61
s.........	13,13	13,71	8,75	8,83	11,20	8,68	4,64	10,52	4,98
m.........	15,87	14,47	11,40	10,29	12,27	10,95	7,44	9,97	5,59

Orge (grain) : 40^{kg} P^2O^5.

A......	—1,5.	+0,4.	+1,7.	+3,7.	+6,3.	+7,5.	+9,5.	+10,4.	+13,0.
t.........	13,73	12,95	11,79	12,11	11,86	9,52	7,89	7,50	6,27
s.........	14,25	10,98	8,67	10,91	2,50	6,26	5,16	6,01	6,38
m.........	13,99	11,97	10,23	11,51	7,18	7,89	6,52	6,75	6,32

Pomme de terre (tubercules) : 80^{kg} P^2O^5.

A......	0.	+0,4.	+1,3.	+5,4.	+8,4.	+10,0.	+13,1.	+14,2.	+16,9.
t.........	15,94	16,78	14,77	12,46	10,16	11,40	9,68	6,76	5,71
s.........	15,67	8,65	11,89	8,21	4,93	7,77	5,99	4,48	4,34
m.........	15,80	12,71	13,33	10,33	7,55	9,58	7,83	5,62	5,02

Avoine (grain) : 40^{kg} P^2O^5.

A......	—0,3.	—1,2.	+0,9.	+2,8.	+4,1.	+6,7.	+13,8.	+15,8.	+17,3.
t.........	15,24	11,70	12,76	9,28	5,03	5,98	6,14	4,88	5,30
s.........	14,45	10,30	6,76	10,91	8,63	5,83	3,67	3,22	4,27
m.........	14,84	11,00	9,76	10,09	6,83	5,95	4,90	4,05	4,78

([1]) W.-R.-G. ATKINS, *Journ. Agric. Science*, 14, 1924, p. 192.

Prairies (foin) : 60^{kg} P^2O^5.

A.......	−4,2.	−0,9.	+1,2.	+1,7.	+2,8.	+3,4.	+9,0.	+13,1.	+19,7.
t..........	13,94	10,14	9,98	8,56	8,52	6,65	5,97	5,11	4,25
s..........	9,71	9,47	9,37	9,79	5,84	4,47	6,04	3,57	2,22
m.........	11,82	9,80	9,67	9,17	7,18	5,56	6,00	4,34	3,23

Plus de 200 résultats tels que les précédents montrent que, pour chaque culture, les sols présentant un taux moyen *m* de silice soluble supérieur à un certain minimum, ne sont guère sensibles à l'action des engrais phosphatés. Les minima ressortant des chiffres du tableau sont les suivants : betterave sucrière 12^{mg}, froment 11^{mg}, orge 10^{mg}, pomme de terre 10^{mg}, seigle 9^{mg}, avoine 7^{mg}, et prairies 6^{mg}.

Les teneurs en P^2O^5 des extraits aqueux des sels semblent dépendre des teneurs en SiO^2 des mêmes extraits ; les premières croissent en même temps que les secondes, sauf pour les sols très calcaires (¹).

PHYSIOLOGIE. — *Sur le mode d'action de la vitamine B.* Note de MM. **H. Bierry** et **Max Rollmann**, présentée par M. A. Desgrez.

L'un des premiers symptômes des troubles fonctionnels que provoque un régime déficient en vitamine hydrosoluble B, c'est la perte de l'appétit. Cette inappétence, qui peut aller jusqu'à l'anorexie, a particulièrement frappé les auteurs qui ont étudié, sur les divers animaux, les effets de la carence en facteur B.

Assez rapidement si le régime est totalement dépourvu de vitamine B, après un certain temps si le régime est pauvre en cette vitamine, on observe chez les sujets en expérience, en même temps que la diminution ou la perte de l'appétit, des troubles du tube digestif, des stases d'aliments ou d'excreta. On a pu constater également chez l'homme, trop exclusivement soumis au riz décortiqué ou à des légumineuses hautement blutées, une anorexie plus ou moins accentuée, la perte des forces, des troubles gastro-intestinaux. L'ingestion de cuticules de graines, en particulier, fait promptement disparaître ces accidents chez l'animal, comme chez l'homme.

(¹) Les nombres, que j'ai donnés dans une Note antérieure (*Comptes rendus*, *loc. cit.*) comme représentant le P^2O^5 soluble dans l'eau, doivent être corrigés en ce sens qu'ils comprennent aussi la silice soluble.

Peu d'expériences, à notre connaissance, ont été réalisées pour fixer un ordre de grandeur en facteur B, chez l'homme, en ce qui concerne le maintien de l'appétit. Dans ce but nous avons fait usage d'un extrait concentré de vitamine, provenant d'un stock de facteur B ayant servi, en 1923, aux expériences de A. Desgrez, Rathery et de l'un de nous sur les diabétiques. Au bout de cinq ans, la préparation avait conservé son activité et restait capable, à la dose de quelques centigrammes, de prévenir ou de guérir le béribéri du pigeon. Administré à la dose de $0^g,10$ à $0^g,15$, à chacun des deux principaux repas, cet extrait a fait réapparaître, dès le lendemain, chez quatre personnes, l'appétit disparu à la suite d'une grippe sévère. La suppression de la vitamiue B a entraîné de nouveau la diminution de l'appétit; une nouvelle ingestion de cette même vitamine, continuée pendant six jours aux doses indiquées, a marqué le retour de l'appétit à l'état normal, en même temps que la cessation de l'état d'asthénie et des troubles gastro-intestinaux.

Reste à préciser le mécanisme? Les expériences de Funk, Braddon et Cooper, L. Randouin et Simonnet, Plimmer sur les oiseaux; celles de Desgrez et Bierry sur le rat, Desgrez, Bierry et Rathery sur l'homme diabétique, ont déjà montré le rôle du facteur B dans le métabolisme des hydrates de carbone. On sait également que ce même facteur B doit entrer dans la ration au prorata, non seulement de la teneur en glucides, mais de la teneur en protides (Reader et Drummond), de la valeur calorifique de cette ration, et du poids même du sujet qui l'ingère. Le rôle de cette vitame est donc prépondérant.

Si l'on remarque que cette substance peut agir à dose infime, on doit admettre que les doses efficaces sont de l'ordre de grandeur de celles qui entrent en jeu dans l'action des sécrétions endocriniennes. On est par suite tenté de faire un rapprochement entre ce corps et les hormones; on retrouve en effet, dans les deux cas, le même caractère impérieux de nécessité, la même action à dose infinitésimale, la même influence sur le métabolisme cellulaire et humoral. Faut-il voir, dès lors, dans le facteur B une hormone d'origine végétale, *phythormone*, stimulant la nutrition par l'intermédiaire des sécrétions endocriniennes? Faut-il faire jouer à ce corps un rôle *sensibilisateur* ou *complémentaire* dans l'activation de certaines hormones et le conditionnement des associations qui assurent l'harmonie des fonctions? Les expériences que nous apportons permettent d'aborder ces divers points de vue.

Le pancréas est une glande à sécrétion externe et à sécrétion interne. La

suppression de l'une de ces deux fonctions : endocrinienne ou exocrinienne, entraîne la disparition plus ou moins profonde des éléments anatomiques qui lui sont propres. Si le pancréas externe ne fonctionne pas, la partie endocrinienne de la glande s'hypertrophie. Il y a donc un balancement morphologique (Laguesse), mais, pour nous, il ne faut voir là que le reflet d'un état fonctionnel; le balancement morphologique n'étant que la traduction du balancement physiologique.

Chez le pigeon inanitié, comme chez le pigeon présentant le syndrome béribérique, nous avons retrouvé la même hypertrophie du tissu endocrinien. Au contraire, les pigeons témoins, soumis au même régime, mais ingérant de très petites quantités de facteur B, avaient un pancréas dont l'équilibre entre acini et îlots de Langerhans était normal. Chez ces derniers pigeons, on ne remarquait pas non plus l'existence de stases alimentaires dans l'estomac et l'intestin. Il semble donc bien que l'action de la vitamine se soit exercée non seulement sur le pancréas externe, mais également sur l'état de sécrétion des sucs digestifs, et, par suite, sur le maintien du tonus de l'appareil digestif tout entier.

Chez le pigeon en avitaminose, on peut constater une hyperglycémie, parfois aussi marquée que chez le diabétique; nous n'avons pas trouvé d'hyperglycémie ni chez les témoins ingérant de la vitamine B, ni chez les pigeons carencés, puis traités par cette même vitamine. Il est donc logique de penser que le facteur B stimule également le pancréas endocrinien qui répond par une sécrétion plus intense d'insuline, et que peut-être aussi ce même facteur B joue un rôle dans la sensibilisation et le conditionnement d'action de cette hormone. Ainsi s'expliquent les résultats obtenus par A. Desgrez, Bierry et Rathery, chez les diabétiques, après une administration de vitamine B très active.

De ces expériences, nous croyons pouvoir conclure que l'action stimulante de la vitamine hydrosoluble B peut s'exercer à la fois sur les glandes à sécrétion interne et sur les glandes à sécrétion externe.

PHYSIOLOGIE. — *Toxicités comparées des sérums du sang artériel et du sang veineux.* Note de M. **Auguste Lumière** et Mme **R.-H. Grange**, présentée par M. Roux.

Des recherches antérieures nous ont montré que le sérum humain, provenant de sujets normaux et en bonne santé, injecté dans la circulation du

cobaye, était tantôt nocif, tantôt inoffensif, la proportion des sérums inactifs étant d'environ 50 pour 100 ([1]).

La toxicité sérique semble varier suivant les espèces animales, c'est ainsi que le sérum de chien, aussitôt après sa séparation du caillot, tue généralement le cobaye, en injection intracardiaque à la dose de 1^{cm^3}.

Cette nocivité n'est point due à la présence d'un poison, comme on l'a pendant longtemps supposé, mais à une incompatibilité entre les colloïdes plasmatiques du sang de cobaye et ceux du sérum hétérogène dont le mélange donne une floculation.

Cette floculation se produit d'autant plus facilement et d'autant plus abondamment que le sérum est de préparation plus récente; elle n'a plus lieu, en effet, et le sérum devient, de ce fait, complètement inoffensif, quand il est abandonné pendant quelques jours à la température du laboratoire ou soumis à l'action du vide.

En vieillissant, comme les mesures de Plotz et Schoen ([2]) l'ont prouvé, le pH sérique s'élève et passe de 7,3 à 8,6 environ, en une semaine, par perte d'acide carbonique. Cet acide paraît donc jouer un rôle important dans les phénomènes de floculation colloïdale responsables des accidents observés dans les injections intracardiaques.

S'il en est bien ainsi, le sérum préparé à partir du sang artériel doit être beaucoup moins toxique que celui qui provient du sang veineux; or, cette hypothèse est entièrement confirmée par les expériences suivantes :

On procède chez le même chien et au même moment à deux ponctions vasculaires, l'une pratiquée dans la saphène externe et l'autre dans l'artère fémorale. Au bout de 24 heures les sérums sont recueillis et aussitôt injectés dans le cœur gauche du cobaye, à la dose de 1^{cm^3}. Voici les résultats de ces essais.

CHIEN A. — *Sérum du sang veineux.* — Injection à un cobaye mâle de 400^g. Violentes convulsions immédiates. L'animal meurt en 5 minutes; l'autopsie révèle les hémorragies viscérales des grands chocs. Chez un autre cobaye de 750^g les mêmes convulsions se produisent, l'animal tombe sur le côté, puis se relève avec une paraplégie qui persiste pendant un quart d'heure, il reste hérissonné pendant la journée, mais survit.

La différence des effets pour ces deux cobayes s'explique par leur différence de poids, le sérum ayant été administré à la même dose.

([1]) AUGUSTE LUMIÈRE et H. COUTURIER, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 218. — AUGUSTE LUMIÈRE, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 790.

([2]) HARRY PLOTZ et M. SCHOEN, *Annales de l'Institut Pasteur*, 38, 1924, p. 923.

Sérum du sang artériel. — Injecté dans les mêmes conditions à deux cobayes de 500 à 510g; ne détermine aucun choc, on observe seulement une émission d'urine chez l'un des deux animaux.

Chien B. — *Sérum du sang veineux.* — Injection à un cobaye de 580g. Chute immédiate sur le côté, avec mouvements convulsifs, désordonnés; la mort survient en 5 minutes.

Sérum du sang artériel. — Cobaye de 550g; très légers troubles, incontinence sphinctérienne, prurit, un peu de dyspnée passagère, puis tout rentre dans l'ordre.

Chien C. — *Sérum du sang veineux.* — Cobaye de 560g. Trois minutes après l'injection : choc violent, convulsions qui durent 10 minutes, paraplégie, troubles respiratoires. L'animal semble se remettre, mais au bout d'une heure la paralysie s'accentue progressivement ainsi que la dyspnée et l'animal succombe au bout de 3 heures.

Chez un second cobaye de 450g la mort arrive en 6 minutes, après une crise convulsive extrêmement violente.

Sérum du sang artériel. — Injecté à deux cobayes pesant respectivement 450 et 600g ne donne chez le premier qu'un léger prurit et aucun symptôme chez le second.

Les mêmes essais ont été répétés avec d'autres chiens et ont conduit à des résultats en tous points comparables.

Cette expérimentation nous permet de conclure que le sérum du sang veineux est toujours beaucoup plus toxique que le sérum du sang artériel, constatation qui s'accorde avec les hypothèses que nous avons précédemment émises sur le mécanisme de la toxicité des sérums de mammifères pour les animaux d'une autre espèce.

HISTOCHIMIE. — *Étude par microincinération de la teneur en matières minérales fixes des diverses parties de la cellule.* Note de M. **A. Policard**, présentée par M. F. Mesnil.

La méthode de microincinération ([1]) appliquée aux cellules végétales a permis de révéler que les corps chlorophylliens renfermaient une quantité considérable de matières minérales fixes (magnésium spécialement); venaient ensuite, par ordre de teneur croissante en cendres, le noyau, le cytoplasma, le suc cellulaire ([2]).

Jusqu'ici la microincinération n'a pas pu être appliquée aux cellules animales. Ces éléments sont très petits. Ils sont accolés étroitement aux

---

([1]) Policard, *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 1187.
([2]) Policard, *C. R. Soc. de Biol.*, 89, 1923, p. 533.

diverses formations interstitielles, dont les cendres masquent celle qu'elles fournissent elles-mêmes.

En utilisant des cultures *in vitro* de cellules, en améliorant les conditions optiques de l'examen, on peut supprimer ces inconvénients. Malgré leur petitesse, il a été possible d'obtenir de bonnes images du squelette minéral de macrophages provenant d'une culture de 48 heures de rate de Rat blanc. Dans ces cultures sur lamelles, avec du plasma très dilué, disposé en couche très mince, on obtient facilement des cellules bien isolées et régulièrement étalées. Le plasma lui-même ne donne, en pratique, aucune cendre.

Les cultures sur lamelles sont fixées à l'alcool, séchées et incinérées au rouge sombre suivant la technique habituelle. L'incinération est très rapide. L'examen se fait en lumière réfléchie au microscope stéréoscopique, au plus fort grossissement possible, c'est-à-dire la paire d'objectifs Zeiss 12 et la paire d'oculaires orthoscopiques périplanétiques 28; cette combinaison donne un grossissement d'environ 336 diamètres. Un éclairage très intense est indispensable.

Dans ces conditions techniques, on peut constater que le noyau renferme une quantité notable de matières minérales fixes : il est ainsi parfaitement révélé avec sa forme et ses dimensions caractéristiques. Le nucléole est indistinguable.

Le cytoplasma renferme une quantité de cendres beaucoup plus faible. Il y en a assez cependant pour que les contours généraux de la cellule soient suffisamment indiqués sur le fond noir du champ.

Ainsi cette technique microchimique précise montre que le noyau de la cellule renferme proportionnellement beaucoup plus de matières minérales fixes que le cytoplasma. Il est probable que la plus grande partie de ces matières minérales sont formées de calcium et de magnésium. Mais la méthode ne permet pas de distinguer ce qui revient à l'un et à l'autre de ces éléments.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le caractère antigène des albumines modifiées par le chauffage et leur différenciation spécifique par les sérums précipitants.* Note (¹) de MM. **E. Nicolas** et **K. Katrandjieff**, présentée par M. E. Leclainche.

Nous avons entrepris des recherches sur la conservation de la propriété antigène des protides modifiés par la chaleur, sur la détermination spécifique des albumines coagulées, par les sérums précipitants, détermination dont une application importante est la différenciation zoologique des viandes. A vrai dire ces problèmes ont déjà été abordés, mais ils ne l'ont été que par un petit nombre de chercheurs (²), dont les essais sont passés à peu près inaperçus (³); d'autre part, en dehors des vérifications nécessaires, de nombreux points restent à étudier, sur lesquels il nous a paru intéressant de faire porter nos investigations.

Des lapins sont inoculés tous les trois jours, sous la peau, avec du sérum de bœuf chauffé et coagulé à des températures de 80°, 100°, 110° et 120°. Pour l'inoculation, les coagula sont broyés finement et mis en suspension dans du sérum physiologique. Les réactions locales sont marquées, surtout avec le sérum coagulé pendant une demi-heure à l'autoclave à 120°.

Les prélèvements de sang sont opérés, à partir du troisième jour après la troisième ou quatrième et dernière injection, par ponction intracardiaque ou saignée à la carotide.

Les sérums récoltés sont éprouvés sur le sérum de bœuf non chauffé et dilué avec une solution de NaCl à 4 pour 1000 et sur les sérums chauffés aux températures précitées. Dans ce dernier cas, l'antigène utilisé pour la réaction, est constitué :

1° Soit par le liquide qui imprègne le coagulum, liquide très alcalin au tournesol et renfermant encore des protides précipitables par le Tanret à chaud et coagulable par la chaleur après acétification ;

2° Soit sur le liquide obtenu par dilution du sérum non chauffé avec 100 fois, par exemple, son volume de solution salée à 4 pour 1000 et chauffage ultérieur;

(¹) Séance du 11 avril 1928.

(²) Consulter à ce sujet R. Rosenberg, *Versuche zur Artdifferenzierung von gekochtem Eiweiss mittels des Prezipitinreaktion* (*Centralbl. f. Bakt.*, **98**, 1926, p. 259).

(³) Bongert, dans *Tierheilkunde und Tierzucht*, de Stang et Wirth (**3**, 1927, p. 529), reproduit l'opinion de Uhlenhuth sur l'impossibilité d'appliquer la méthode des sérums précipitants aux viandes cuites et ne fait aucune allusion aux travaux publiés sur la question.

3° Sur la solution préparée par dissolution du coagulum dans une solution de NaOH à 5-6 pour 1000 et neutralisation au tournesol par HCl à 5 pour 1000.

Les réactions sont faites suivant la méthode très délicate et très sensible d'Ascoli (superposition au sérum du liquide antigène) avec témoin (ce liquide et sérum normal de lapin).

Nous nous bornerons ici à faire connaître les résultats de nos expériences, nous réservant de publier ailleurs tous les détails de celles-ci :

1° Les protides coagulés du sérum sont antigènes [1]. Le caractère antigène est conservé même chez des protéines chauffées à 120° et au delà. Si nous n'avons obtenu de lapins neufs, traités d'emblée par l'antigène coagulé à 120°, qu'un sérum très peu actif, par contre, des sujets, dont nous connaissions par des essais antérieurs, l'aptitude à fournir de bons sérums, traités par trois injections d'antigène coagulé à 120°, nous ont donné des sérums d'une activité incomparable (1 pour 100000 au moins vis-à-vis de l'antigène cru). Il est possible qu'au facteur personnel qu'est l'aptitude précipitinogène se soit ajouté ici une sensibilisation antérieure, favorable à une hyperréaction de l'individu.

2° Les antisérums obtenus précipitent l'antigène non chauffé et peuvent servir à la différenciation zoologique des albumines crues. La spécificité zoologique ou d'origine est donc conservée; elle ne paraît pas renforcée, du moins au point de supprimer, par exemple, toute réaction de l'antigène mouton avec l'antisérum bœuf et *vice versa*. L'altération produite par la chaleur et par NaOH des protides du sérum (dégagement de H^2S, de NH^3, ...) ne supprime ni leur caractère antigène, ni leur spécificité zoologique. Il en est de même de l'aldéhyde formique. D'autre part, les protides coagulés du sérum n'ont pas acquis, d'après nos essais, une spécificité chimique ou de constitution entièrement nouvelle et totalement différente de celle des protides originels.

3° Les antisérums obtenus précipitent les antigènes chauffés (de même que le sérum, formolé à 1 pour 100, chauffé ou non).

4° Les antisérums, préparés avec les sérums coagulés, réagissent avec les macérations aqueuses ou chlorurées sodiques à 4 pour 1000, de viandes ou de produits de charcuterie crus renfermant les albumines solubles du muscle et du sang, comme ceux obtenus avec les sérums naturels.

5° En se basant sur la solubilité dans NaOH des protides coagulés par la chaleur, il est possible, comme pour le sérum coagulé, de préparer à partir de viandes ou de produits cuits, des solutions de protides musculaires et sanguins, solutions qui, après neutralisation convenable et dilution, peuvent être soumis à l'action des antisérums.

6° Les antisérums de lapins traités par les sérums coagulés donnent des réactions positives avec les solutions ainsi réalisées, alors que les antisérums préparés avec les antigènes non chauffés ne donnent aucune réaction ou que des réactions faibles et beaucoup plus lentes à se produire.

Des phénomènes du même ordre s'observent avec les antisérums préparés par injection aux lapins de solutions dans la soude des protides musculaires.

---

[1] Voir à ce sujet dans la *Biochimie* de Lambling, au Chapitre : « Les facteurs chimiques de la spécificité des protéiques », les résultats d'Obermayer et Pick.

Nous considérons ainsi le problème de la différenciation spécifique des viandes cuites comme résolu. Nous nous préoccupons de mettre au point une technique de recherche sûre et pratique et de préparer, pour répondre aux différents cas, des sérums très actifs en associant, pour les injections aux lapins, les protides du sang et ceux du muscle sous une forme appropriée.

BACTÉRIOLOGIE. — *Culture grimpante et dissociation microbienne.* Note de M. **Costantino Gorini**, présentée par M. Roux.

Culture grimpante. — Ayant remarqué en 1903 (*C. R. Inst. Lombard des Sciences et des Lettres*) que certaines bactéries (*B. typhosus*, *B. Proteus*, etc.) ont la propriété de grimper activement des milieux liquides sur les surfaces solides, j'ai proposé la *culture grimpante* sur gélose inclinée pour séparer ces bactéries de celles auxquelles elles sont mélangées. Cette méthode utilisée, huit ans après, par Choukevitch ([1]), à qui elle est souvent attribuée, l'a été aussi par Cantu ([2]) puis par Metchnikoft ([3]), Bertrand ([4]), Puntoni([5]), Tassimuri, etc., pour la recherche du *B. Proteus*. Je m'en suis servi pour l'isolement de plusieurs bactéries des eaux, du sol, du lait, de la bière, etc. Je l'ai employée aussi dans mes études de biologie microbienne concernant la mobilité et l'existence des cils.

Dissociation microbienne. — En 1921 ([6]), dans mes recherches sur les cultures hétérogènes et sur les mutations physiologiques des bactéries acido-protéolytiques, j'ai été un des premiers avec Arkwright ([7]) et de Kruif ([8]) à signaler ce processus de *dissociation microbienne* spontanée dû à la coexistence normale d'individus, doués d'activités différentes, dans les cultures pures d'une même espèce. Mes recherches présentent cette particularité que j'y envisage les propriétés biochimiques tandis que les autres auteurs considèrent les propriétés morphologiques et pathogènes (voir la grande monographie de Hardley : *Microbie Dissociation*, 1927). Maintenant vou-

---

([1]) Choukevitch, *Ann. Past.*, 25, 1911, p. 255.
([2]) Cantu, *Ibid.*, 25, 1911, p. 852.
([3]) Metchnikoft, *Ibid.*, 28, 1914, p. 102.
([4]) Bertrand, *Ibid.*, 28, 1914, p. 123.
([5]) Puntoni, *Annali d'Igiene*, 26, 1916, p. 295.
([6]) *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 1382.
([7]) Arkwright, *Journ. Path. Bact.*, 24, 1921, p. 630.
([8]) De Kruif, *Journ. Exp. Méd.*, 33, 1921, p. 773.

lant vérifier si, dans ce processus de dissociation des bactéries acidoprotéolytiques, des modifications morphologiques correspondent aux modifications chimiques je me suis servi du *B. acidificans presamigenes Casei* dont je conserve trois souches mères caillant et peptonisant le lait avec réaction acide et aussi trois souches filles qui produisant moins d'acide peptonisent la caséine sans la coaguler.

Les souches mères donnent sur plaques de gélatine trois types de colonies liquifiantes qui se différencient dès le début par leur aspect à l'œil nu et au microscope à savoir : un type prédominant à structure granuleuse, un type à structure filamenteuse et un type à structure mixte. Toutes les souches filles donnent uniquement des colonies filamenteuses. Il semble donc que le type granuleux soit l'origine des deux autres types; en effet les deux types conservent leur structure dans les passages sur gélatine, en gélose, en bouillon, mais si on laisse vieillir les colonies développées sur gélose, les colonies filamenteuses conservent leur aspect, tandis que les colonies granuleuses au bout de six à huit jours se transforment sur leurs bords et prennent le type filamenteux, type qui persiste dans les cultures successives sur gélose et gélatine. Il s'agit donc d'une mutation non réversible, analogue à celle observée par les auteurs, mutation s'accomplissant toujours dans le même sens de la colonie dite S vers la colonie dite R. Le type granuleux que j'ai décrit comme instable correspondant à S et le type stable filamenteux correspondant à R.

Au point de vue biochimique les bacilles des colonies granuleuses liquéfient la gélatine plus rapidement et caillent le lait en 24 heures à 37° avec une acidité Soxhlet de 16° qui, au troisième jour, s'élève à 25° en même temps que le caillé est digéré. Les bactéries des colonies filamenteuses produisent en trois jours une acidité de 13° et peptonisent la caséine sans la coaguler.

Au point de vue morphologique les deux types de colonies sont formés par des bacilles à extrémités arrondies, d'une largeur moyenne de $0^{\mu},8$ à $0^{\mu},9$ et d'une longueur moyenne de 3^{μ}, avec endospores ellipsoïdales. Les différences entre les deux types sont les suivantes : les bacilles du type granuleux sont isolés ou réunis à 2 ou 3, très mobiles et riches en spores, les bacilles du type filamenteux sont plus allongés, forment de longues chaînes peu mobiles ou même immobiles. Cette différence de mobilité permet de séparer les deux types de la souche mère au moyen des cultures grimpantes. Au bout de 18 à 24 heures, un tube de gélose incliné ensemencé à sa partie inférieure est envahi jusque dans sa partie supérieure.

Les bacilles qui ont grimpé le plus haut sont les plus agiles, sous le microscope, on constate qu'ils sont par articles isolés et très mobiles, tandis que les bacilles de la partie inférieure de la culture sont surtout de forme longue et immobile et donnent lieu aux deux types de colonies. Il suffit de prélever au haut du tube un peu de culture et de faire plusieurs cultures grimpantes successives pour isoler le type granuleux à l'état de pureté.

Ces observations m'ont rappelé des recherches sur des bactéries ayant des affinités morphologiques avec le *B. acidificans presamigenes Casei* et qui donnent aussi des cultures grimpantes sans que les bacilles prélevés dans la partie supérieure des tubes de gélose aient paru mobiles sous le microscope. J'ai pensé que mon observation microscopique avait été trop tardive pour surprendre l'état de mobilité; en effet, en faisant l'examen après 8-12 heures, dès le début du développement, j'ai pu surprendre une mobilité transitoire des individus courts et isolés qui se transforment dans la suite en chaînettes immobiles. La mobilité de ces bactéries n'existe qu'à leur état de jeunesse. Il en est ainsi des bacilles sporulés du foin et de la pomme de terre (*B. subtilis*, *B. mesentericus*, *B. mycoïdes*, *B. megatherium*) dont la mobilité est sujet de discussion entre les auteurs. Il en est sans doute de même de *B. Anthracis* que j'ai vu parfois grimper sur gélose, ce qui confirmerait les observations de Toussaint, de Nicolle, de Dupond, de Carpano et d'autres sur la mobilité fugace des bactéries. Les cultures grimpantes m'ont permis de séparer, pour les bactéries qui donnent ce phénomène, deux espèces de colonies : les unes, provenant des bacilles agiles, prélevées dans le haut de la culture qui se présentent arrondies, compactes, différentes des colonies irrégulières filamenteuses qui sont regardées comme les colonies types de ces microbes et qui dérivent des premières par vieillissement.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Septinévrites à virus rabique des rues. Preuves de la marche centrifuge du virus dans les nerfs périphériques des lapins.* Note de M. **S. Nicolau** et Mlle **E. Mateiesco**, présentée par M. Roux.

L'un de nous, en collaboration avec Galloway ([1]), a montré que le virus rabique des rues, introduit dans le cerveau des lapins, se trouve constamment après la mort des animaux dans leurs nerfs périphériques (brachial et sciatique). Trois autres essais du même genre, faits depuis,

([1]) Nicolau et Galloway, *C. R. Soc. Biol.*, 98, 1928, p. 31.

nous ont donné des résultats positifs avec le nerf sciatique. De plus, l'introduction par voie sous-dure-mérienne d'une émulsion de *petits filets nerveux sous-cutanés* prélevés au niveau du flanc de lapins morts de rage des rues conférée par voie cérébrale, nous a fourni deux résultats positifs sur deux essais; le virus donc, peut être mis en évidence, même dans ces tout petits filets nerveux cutanés. Nous concluons que le germe, en partant du névraxe par voie nerveuse centrifuge, engendre le phénomène de *septinévrite* ([1]).

Mais on pourrait objecter le fait d'un apport sanguin du virus par les vaisseaux qui nourrissent les nerfs, ensemencement qui s'ajouterait à la dispersion centrifuge nerveuse, ou qui pourrait expliquer par lui seul la virulence des nerfs.

Nous avons entrepris une série d'expériences sur des lapins pour élucider ce problème. Elles consistent en : névrectomie d'un sciatique, suivie d'inoculation sous-dure-mérienne, et, après la mort de l'animal, recherche du virus dans le bout périphérique du tronc névrectomisé, parallèlement avec la recherche du virus dans le nerf du côté opposé non névrectomisé.

Technique. — Des lapins pesant environ 2000^{g}, subissent la névrectomie du sciatique droit près de son émergence; on excise à ce niveau une portion de $3\text{-}4^{mm}$ du nerf. 11 à 13 jours après, quand la plaie est cicatrisée, on leur inocule dans le cerveau du virus rabique des rues. Les animaux présentent invariablement des symptômes de rage paralytique au bout de 8 jours et meurent 2 jours plus tard. Le tronçon périphérique du sciatique droit névrectomisé, depuis sa section jusqu'au pli poplité (ce qui fait un fragment de nerf long de $3\text{-}4^{cm}$ environ) prélevé aseptiquement et émulsionné dans de l'eau physiologique, est inoculé dans le cerveau de 2 lapins; un morceau semblable du sciatique gauche, non névrectomisé, du même animal, sert à inoculer sous la dure-mère, un autre lapin comme témoin.

L'expérience a été répétée 8 fois : 16 lapins ont été inoculés avec 8 échantillons de sciatiques névrectomisés, et 8 lapins avec les tronçons de sciatiques non névrectomisés, ces derniers servant de témoins.

Résultats :

1. *Seize lapins inoculés avec* 8 *échantillons de sciatiques prélevés en aval de la névrectomie* (*huit expériences*). Dans quatre de ces expériences, les deux animaux inoculés sont encore vivants actuellement (plus de 40 jours après

([1]) Nicolau et O. Dimancesco-Nicolau, *C. R. Soc. Biol.*, 97, 1927, p. 1702; 98, 1928, p. 206. — Nicolau et Galloway, *Ibid.*, 98, 1928, p. 112. — Nicolau et Poincloux, *Ibid.*, 98, 1928, p. 360. — Nicolau, *Comptes rendus*, 86, 1928, p. 655.

l'inoculation). Dans les quatre autres expériences, un sur deux des lapins inoculés est encore vivant actuellement (plus de 40 jours après l'inoculation). Les quatre autres animaux sont morts accidentellement en 24 heures, 7, 12 et 25 jours, sans lésions rabiques, sans corps de Negri dans la corne d'Ammon, et les passages pratiqués avec leur cerveau ont été négatifs.

2. *Huit témoins inoculés avec les tronçons de sciatiques pris du côté opposé à la névrectomie* sont tous morts en 10, 11, 11, 12, 13, 14, 15 et 17 jours, avec des symptômes rabiques et présence de corps de Negri dans leur cerveau.

Conclusions. — Ces expériences montrent que la section du sciatique dans sa portion centrale empêche totalement le cheminement des germes du névraxe vers la périphérie par le tronc névrectomisé; or, les connexions vasculaires du nerf en aval de la névrectomie étant conservées, le nerf apparaît bien comme la route unique de dissémination du virus dans l'économie. Ainsi la septinévrite rabique se propage dans l'organisme du lapin par dispersion centrifuge du virus *exclusivement* par la voie nerveuse. Le torrent sanguin, même s'il véhicule exceptionnellement le germe, ne peut ensemencer le tronc névrectomisé.

Par ce mécanisme de dispersion nerveuse centrifuge, le virus peut arriver jusque dans les tout petits filets nerveux sous-cutanés.

La séance est levée à 16h.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE MARS 1928.

Observatoire du Puy de Dôme. *Le nouveau réseau magnétique de la France*, par E. MATHIAS. Extrait des *Annales des Postes, télégraphes et téléphones*, n° 5 (mai 1924). Paris, Librairie de l'Enseignement technique; 1 fasc. 24cm.

Diminution de la valeur boulangère des farines au cours de la mouture, par E. FLEURENT. Extrait de *La Meunerie française*, février 1928, 1 fasc. 24cm.

La vie, la maladie et la mort. Phénomènes colloïdaux, par AUGUSTE LUMIÈRE. Paris, Masson et Cie, 1928; 1 vol. 25cm,5,

La série de Taylor et son prolongement analytique, par J. HADAMARD et S. MANDELBROJT. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1926; 1 fasc. 19cm,5.

Recherches sur les mouvements propres de 3802 étoiles, par V. NECHVILE. (*Publications de l'Observatoire national de Prague*, n° 4 *bis*). Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1927; 1 fasc. 27cm.

La Théorie de la relativité et la Mécanique céleste, par JEAN CHAZY. Tome I. (*Collection de Physique mathématique*. Directeurs : ÉMILE BOREL et MARCEL BRILLOUIN fasc. II.) Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928. (Présenté par M. Brillouin.)

Les richesses minières de l'Afrique française du Nord, par ÉDOUARD PAYEN et J. LADREIT DE LACHARRIÈRE. Paris, Comité Algérie-Tunisie-Maroc, 1928; 1 fasc. 30cm.

Spedizione italiana de Filippi nell' Himàlaia, Caracorùm e Turchestan cinese (1913-1914). Série II, vol. IV : *Le condizioni fisiche attuali*, par G. DAINELLI et O. MARINELLI; *Fossili del secondario e del terziario*, par E. FOSSA MANCINI, C. F. PARONA, G. STEFANINI. Bologne, Nicola Zanichelli, 1928; 2 vol.

PUBLICATIONS PÉRIODIQUES REÇUES PENDANT L'ANNÉE 1927 (*suite*).

Bulletins et mémoires de la Société médicale des hôpitaux de Bucarest. Bucarest.
Bulletin sismique de l'Observatoire royal de Belgique. Uccle.
Bulletin technique de la route silicatée.
Bulletin trimestriel de l'Association amicale des élèves de l'École nationale supérieure des mines. Paris.
Bulletin trimestriel de l'Institut des actuaires français. Paris.
Bulletin volcanologique. Napoli.
Bureau hydrographique international. Publication spéciale. Monaco.

Cambridge bulletin (The). Cambridge (Great Britain).
Cambridge observatory (Annual report). Cambridge.
Canada department of mines. Mines branch. (Publications. Museum Bulletin). Ottawa.
Canada. Ministère des mines. Commission géologique (Mémoire).
Canadian Patent Office Record and Register of Copyrights and Trade Marks (The). Ottawa.
Canal de Suez (Le); bulletin décadaire de la Compagnie Universelle du canal maritime de Suez. Paris.
Carnegie Institution of Washington (Year book, Publications). Washington.
Časopis pro pěstování Matematiky a fysiky. Prague.
Časopis československé společnosti entomologické. Praze.
Catalogo astrofotografico (Seccion del Observatorio de Marina). San Fernando.
Catalogo astrofotografico internazionale (R. Osservatorio astrofisico di Catania). Catania.
Catalogo astrografico (Sezione Vaticana). Roma.
Catalogue des écrits académiques suisses. Bâle.
Catalogue photographique du ciel (Observatoire de Bordeaux). Paris.

Cenové Zpràvy; rapports sur les prix publiés par l'Office de statistique de la République tchécoslovaque. Prague.
Ceylon Journal of science. Ceylon. London.
Chaleur et industrie. Paris.
Chemical news (The) and Journal of Industrial Science. London.
Chimie et industrie. Paris.
Ciència. Revista catalana de ciència i tecnologia. Barcelona.
Circular of the Bureau of Standards. Washington.
Clinica urologica. Annaes de clinica de doenças dos orgãosgenito-urinarios. Rio de Janeiro.
Collection Payot. Paris.
Commentationes physico-mathematicæ. Helsingfors.
Communications from the physical Laboratory of the University. Leiden.
Compagnie des chemins de fer du Midi (Rapport du Conseil d'administration). Paris.
Compagnie des chemins de fer de Paris à Lyon et à la Méditerranée (Rapport du Conseil d'administration). Paris.
Compagnie universelle du canal maritime de Suez. Rapport du Conseil d'administration Paris.
Compte rendu de la Société polytechnique de Varsovie.
Compte rendu des séances de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève. Genève.
Compte rendu des séances de la Société des sciences et des lettres de Varsovie.
Compte rendu des séances du Conseil d'hygiène publique et de salubrité. Paris.
Compte rendu sommaire des séances de la Société géologique de France. Paris.
Comptes rendus de l'Académie des sciences de l'Union des Républiques soviétiques socialistes. Léningrad.
Comptes rendus des séances de l'Académie d'agriculture de France. Paris.
Comptes rendus des séances de la Société de biologie et de ses filiales. Paris.
Comptes rendus des séances de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève. Genève.
Comunicações dos Serviços geológicos de Portugal. Lisbonne.
Contribucion al estudio de las sciencias fisicas y matematicas. La Plata.
Contributions from the Mount Wilson Observatory. Washington.
Contributions from the Museum of Geology. University of Michigan. Ann Arbor.
Contributions from the Princeton University Observatory. Princeton.
Contributions to Canadian Biology and fisheries. Biological Stations of Canada. Toronto.
Côte d'Azur médicale (La). Nice.

(*A suivre.*)



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 23 AVRIL 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY, PUIS DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations géologiques dans la Corse orientale : les radiolarites.* Note de MM. **PIERRE TERMIER** et **EUGÈNE MAURY**.

Nous avons eu, il y a quelques jours, l'honneur de conduire, dans le *pays de nappes* qui constitue la Corse orientale, une excursion géologique à laquelle ont pris part, avec notre jeune compatriote M. E. Raguin, quatre professeurs étrangers bien connus des géologues par leurs beaux travaux sur les Alpes et l'Apennin : MM. G. Steinmann et N. Tilmann, de Bonn; L. Kober, de Vienne; R. Staub, de Zurich. L'excursion était la suite naturelle de celle que MM. Steinmann et Tilmann ont conduite l'an dernier dans l'Apennin septentrional. Il s'agissait de voir si, comme nous le pensions, la Corse orientale se rattache à la chaîne alpine et de quelle manière, de fixer les rapports de cet élément des Alpes avec le grand massif de terrains primaires dont la Corse occidentale et la Sardaigne sont les témoins, enfin d'étudier les relations de la Corse alpine et de l'Apennin. Problèmes difficiles, pour la solution desquels il nous avait semblé que la collaboration de nos collègues étrangers nous serait extrêmement précieuse.

Les résultats du voyage ont répondu à notre attente; ils sont nombreux et importants. En matière stratigraphique, les principaux sont : *la découverte des radiolarites;* la constatation de la grande abondance de ces roches et de leur liaison intime, soit avec des diabases, soit avec des gabbros et des serpentines; la constatation, aussi, de leur liaison, soit avec des calcaires à *Calpionella alpina*, soit avec des calcschistes micacés métamorphiques en tout semblables à nos Schistes Lustrés; l'attribution certaine au Jurassique

supérieur de certains calcaires à Polypiers et, comme conséquence, l'assurance que, dans la Corse orientale, le Jurassique supérieur présente au moins trois faciès fort différents, peut-être quatre, caractéristiques chacun d'une unité tectonique distincte; la découverte de l'existence, parmi les terrains énigmatiques de la Corse alpine, d'un vieux terrain primaire, antérieur au granite fondamental, terrain que ce granite a lardé de filons et criblé d'apophyses et qui se compose souvent de *cornéennes*, c'est-à-dire de sédiments durcis par le métamorphisme granitique. En matière tectonique, les principaux résultats sont : la confirmation du rôle grandiose des *écrasements* dans toute cette Corse alpine; la constatation de la fréquence, et souvent de l'énorme épaisseur des *mylonites*, de la fréquence même des *mélanges mécaniques* de roches diverses; enfin la certitude qu'il y a, dans le pays considéré, non pas seulement deux nappes superposées comme nous le disons depuis 1908 [1], mais, en plus, quelques lambeaux, de dimensions restreintes, d'au moins deux nappes plus élevées et d'origine plus lointaine, lambeaux conservés dans un profond *synclinal de nappes*, entre Ponte-Leccia et la côte nord de l'île.

Pour aujourd'hui, parlons des radiolarites. Ce sont des jaspes rouges, habituellement très riches en Radiolaires visibles à la loupe, jaspes souvent laminés et transformés en des schistes rouges, toujours traversés par de nombreux filons de quartz blanc. Nous avions l'un et l'autre remarqué autrefois, au cours du levé des feuilles de la Carte géologique, la présence, çà et là, de schistes rouges, sans nous douter que ces schistes pussent être des radiolarites. Depuis lors l'un de nous avait découvert les radiolarites au Gondran, près du Mont-Genèvre et visité, avec M. G. Steinmann, de nombreux gisements de radiolarites dans les Grisons et dans l'Apennin septentrional. L'identité des schistes rouges de Corse et des radiolarites alpines et apennines nous semblait donc probable; elle n'était cependant pas certaine.

La démonstration de cette identité nous a été donnée, dès les premiers

---

(1) Date de la publication de la feuille *Bastia* de la Carte géologique de la France. Voir aussi E. Maury, *Note préliminaire sur la stratigraphie et la tectonique de la Corse orientale* (*Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, 10, 1910, p. 272-293). Voir enfin D. Hollande, *Géologie de la Corse* (*Bull. Soc. des Sciences historiques et naturelles de la Corse*, Bastia, sans tomaison, 1917); et, du même auteur, *Les nappes de la région orientale de la Corse* (*Ibid.*, Bastia, sans tomaison, 1922). Lire les *Notices explicatives* des feuilles *Bastia* (1908), *Luri* (1909), *Bastelica* (1913), *Corte* (1924), de la Carte géologique.

jours de notre voyage, par M. Steinmann. Au kilomètre 59 de la route Nationale allant de Calvi à Ponte-Leccia, dans les tranchées du chemin de fer qui croise la route en ce point, les jaspes rouges affleurent largement, les uns devenus schisteux par laminage, les autres demeurés relativement compacts. Ils sont associés à des calcaires blancs ou roses, à cassure opaline, dans lesquels s'intercalent quelques lits minces de jaspe noir. Beaucoup d'échantillons de jaspe rouge montrent, à la loupe, des Radiolaires; dans les calcaires blancs et roses, M. Raguin a constaté, au microscope, la présence de *Calpionella alpina*, identique à celle qui abonde dans la *Majolica* et le *Biancone* de Rovegno et d'Aulla (Apennin septentrional). Il y a aussi, dans la même série sédimentaire, des schistes argileux gris ou noirs et des argiles friables se débitant en des sortes d'aiguilles, schistes et argiles qui rappellent beaucoup les *Argille scagliose* de la *série ophiolithique* apennine. Tout à côté des radiolarites viennent les diabases (*spilites*). Ces roches forment ici le bord d'un immense massif de *roches vertes* désigné, sur la feuille *Bastia* de la Carte géologique, par le symbole θ : c'est le massif des *gabbros de la Navaccia*, où les serpentines et les diabases s'associent aux gabbros. Près du kilomètre 59, il n'y a que des diabases. Dans ces diabases, la structure *en boules* et *en oreillers* (*pillow-structure*) est fréquente, et l'on trouve souvent, autour des *oreillers*, des pellicules de *variolite*. Il y a aussi des brèches d'*intrusion volcanique*, mêlant sédiments et diabase, comme à Aulla. On a donc ici tout le cortège qui, dans l'Apennin et dans les Grisons, accompagne la radiolarite; tout le cortège de la *série ophiolithique mésozoïque* de M. Steinmann ([1]).

Même chose à Servadio, à quelques kilomètres plus à l'amont dans la vallée de la Navaccia; même association des jaspes rouges et des calcaires blancs, roses ou vert pâle, identiques à la *majolica*; même disposition de cet ensemble sédimentaire à côté des diabases. La seule différence est la prédominance et même la grande épaisseur de la *majolica*.

Même chose encore au col de San Colombano, point culminant de la route : diabases, radiolarites rouges laminées, calcaires blancs à cassure opaline simulant la cassure d'un jaspe. Tout cet ensemble supporte un calcaire d'aspect fort différent, à Polypiers, auquel semble lié un terrain schisto-gréseux, à aspect de *flysch*, où s'intercalent de gros bancs de brèches

---

([1]) G. Steinmann, *Die ophiolithischen Zonen in den Mediterranen Kettengebirgen* (*Comptes rendus de la XIVe session du Congrès géologique international*. Madrid, 1926, p. 637-667).

et des lits nombreux de jaspe noir : évidemment une nouvelle unité tectonique.

Mais les radiolarites ont été retrouvées, par nos compagnons et par nous, dans d'autres conditions : elles apparaissent, en de nombreux points de la Corse orientale, *dans la nappe des Schistes Lustrés*, toujours au contact des calcschistes micacés très métamorphiques (qui forment l'élément principal de cette nappe) et des *roches vertes* (serpentines, gabbros ou diabases). Ces radiolarites de la nappe des Schistes Lustrés sont parfaitement identiques à celles de la série ophiolithique de la Navaccia. Les *roches vertes* auxquelles elles sont liées ne diffèrent point des *roches vertes* qui constituent cette dernière série. La différence est dans l'absence de la *majolica* et dans son remplacement par les calcschistes métamorphiques.

Le type de ce deuxième genre de gisement est au débouché amont du cañon de l'Insecca (vallée du Fiumorbo, route de Ghisoni à Ghisonaccia). Le cañon est creusé dans une masse immense de diabase, large de 3^{km}, longue de 5, épaisse d'au moins 800^{m}. Il débouche, à l'amont, dans des roches tendres qui séparent les diabases du pays granitique, roches tendres qui sont des schistes et des calcaires. Le bord des diabases est à peu près vertical et dirigé vers le Nord-Ouest. Ce bord est flanqué d'une lame quasi verticale de radiolarites d'un rouge vif que l'on suit, dominant la route, sur plus de 1^{km} et qui n'a pas moins de 40^{m} d'épaisseur. Les Radiolaires y sont souvent visibles à la loupe. Quelques échantillons sont imprégnés d'oxyde terreux de manganèse, ainsi qu'il arrive souvent dans l'Apennin. La bande de jaspes rouges se retrouve à Saparelli, à environ 5^{km} au nord de l'Insecca, au contact des diabases et des calcschistes métamorphiques, et elle est probablement continue.

Une autre bande de radiolarite affleure à l'ouest de Morosaglia, sur la route de Ponte-Leccia à Aleria, au contact des calcschistes métamorphiques et des diabases ou des serpentines, non loin de la région où la nappe des Schistes Lustrés supporte une *Klippe* de granite, de Trias et de Lias. La bande se poursuit très loin vers le Sud, parallèlement à la limite occidentale du pays de Schistes Lustrés. Un de nos compagnons l'a observée près de Rusio. Nous l'avons nous-mêmes retrouvée, par 1500^{m} d'altitude, sur le versant ouest du Monte-Piano-Maggiore. Son épaisseur, là, atteint 50^{m}. Les Radiolaires y sont aisément visibles. La continuité de la bande est presque certaine sur une douzaine de kilomètres.

Ainsi la radiolarite abonde dans la Corse orientale. Elle s'y présente, sous les mêmes caractères pétrographiques, dans deux sortes de gisements :

1° dans des gisements de type *apennin* ou *unterostalpin*, avee des calcaires et des argiles non métamorphiques (*majolica* et *argille scagliose*); 2° dans des gisements de type *pennin*, avec des calcschistes *très métamorphiques* qui sont nos Schistes Lustrés. Dans les gisements des deux types, elle est liée à des *roches vertes; et il n'y a pas de différence essentielle entre les deux séries ophiolithiques.*

On ne peut pas douter de l'âge *mésozoïque moyen* (probablement néojurassique) des gisements du premier type. Nous croyons devoir conclure au même âge pour ceux du deuxième type. La radiolarite et la série ophiolithique des Schistes Lustrés constitueraient le faciès du Néojurassique dans l'énorme série sédimentaire, en grande partie *compréhensive*, dont le métamorphisme régional aurait fait, plus tard, les Schistes Lustrés.

ÉLASTICITÉ. — *Sur les équations des surfaces élastiques à trois paramètres.* Note de M. **Louis Roy**.

Nous nous proposons d'établir les équations du mouvement de la surface élastique à trois paramètres, d'après les méthodes de l'Énergétique que nous avons récemment esquissées pour la surface à six paramètres [1], c'est-à-dire en écrivant que l'on a, dans toute modification virtuelle isothermique,

$$\delta\mathfrak{T}_e + \delta J + \delta\mathfrak{T}_\nu - \delta_T \Phi = 0. \tag{1}$$

Les deux premiers termes relatifs aux forces extérieures et d'inertie conservent la même forme que pour la surface à six paramètres, mais les deux autres relatifs aux actions de viscosité et à la variation isothermique du potentiel thermodynamique interne se simplifient. On a en effet, dans le cas actuel,

$$\xi - \xi_0 = \partial, \qquad \xi_1 - \xi_{10} = g, \qquad \eta_1 - \eta_{10} = \partial_1 \qquad (\eta - \eta_0,\ \zeta - \zeta_0,\ \zeta_1 - \zeta_{10}) = 0, \tag{2}$$

∂, ∂_1 étant les dilatations linéaires en M suivant chaque ligne ω, ω_1 du réseau, g le glissement correspondant; d'où il résulte que

$$\delta\mathfrak{T}_\nu - \delta_T \Phi = \int\int (\mathcal{R}_u \delta\partial + \mathcal{R}_{1u} \delta g + \mathcal{R}_{1\nu} \delta\partial_1 + \Sigma |\mathcal{C}_u \delta p|)\, d\omega\, d\omega_1. \tag{3}$$

(1) L. Roy, *Sur les équations générales des surfaces élastiques* (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 480).

en posant pour abréger

$$|\mathcal{C}_u \delta p| = \mathcal{C}_u \delta p + \mathcal{C}_v \delta q + \mathcal{C}_w \delta r,$$

et le signe Σ désignant une somme de deux groupes de termes, le second se déduisant du premier qui est écrit par l'adjonction de l'indice 1.

Dans le cas de la surface à six paramètres, il y avait six variations virtuelles indépendantes : les composantes du déplacement virtuel de M et de la rotation virtuelle de (M); mais ici, du fait du choix particulier de (M), ces six variations sont liées par trois équations. Si on les laisse subsister, l'application de (1) conduit à introduire, en chaque point de S, trois multiplicateurs $\mathcal{R}_v$, $\mathcal{R}_w$, $\mathcal{R}_{1w}$ représentant les composantes des forces par unité de longueur $\mathfrak{N}$, $\mathfrak{N}_1$ ne figurant plus dans (3) du fait des trois dernières (2). On retrouve ainsi les six équations indéfinies de la surface à six paramètres, écrites toutefois en tenant compte de (2). Mais, comme il faut en définitive éliminer les trois inconnues auxiliaires $\mathcal{R}_v$, $\mathcal{R}_w$, $\mathcal{R}_{1w}$, il est plus expéditif de ne pas les introduire dans les calculs, c'est-à-dire d'exprimer, au moyen des trois équations de liaisons, toutes les variations δd, δg, ... figurant dans (1) en fonction des composantes du déplacement virtuel de M et de leurs dérivées en ω et ω_1. Si l'on prend alors comme axes de projections les axes fixes $Oxyz$, on obtient ce qu'on peut appeler les équations du mouvement *rapportées aux axes fixes;* si l'on prend pour axes de projections les axes locaux $Muvw$, on obtient ce que nous appellerons les équations *intrinsèques*. Occupons-nous d'abord des premières.

Soient donc X_e, Y_e, Z_e; L_e, M_e, N_e les composantes suivant les axes fixes de la force et du couple extérieurs en M par unité de surface comptée sur l'état primitif; X_i, Y_i, ..., N_i les composantes analogues relatives aux forces d'inertie; X, Y, ..., N les composantes de la force et du couple extérieurs en un point du bord de la surface et par unité de longueur du contour primitif; $\mathcal{C}_x$, $\mathcal{C}_y$, ..., $\mathcal{C}_{1z}$ les composantes des couples par unité de longueur $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{C}_1$; α, β, γ; α_1, ..., γ_2 les cosinus directeurs des axes Mu, Mv, Mw; a, b ceux de la normale extérieure n au contour de l'image de S dans le plan $\omega O \omega_1$. Si l'on pose

$$L' = L + a\mathcal{C}_x + b\mathcal{C}_{1x}, \qquad \mathfrak{L} = L_e + L_i - \sum \frac{\partial \mathcal{C}_x}{\partial \omega},$$

$$M' = M + a\mathcal{C}_y + b\mathcal{C}_{1y}, \qquad \mathfrak{M} = M_e + M_i - \sum \frac{\partial \mathcal{C}_y}{\partial \omega},$$

$$N' = N + a\mathcal{C}_z + b\mathcal{C}_{1z}, \qquad \mathfrak{N} = N_e + N_i - \sum \frac{\partial \mathcal{C}_z}{\partial \omega},$$

on obtient les trois équations infinies

$$\frac{\partial}{\partial\omega}(\alpha\mathcal{R}_u + \alpha_1\mathcal{R}_{1u} - \beta\mathfrak{N} + \gamma\mathfrak{M}) + \frac{\partial}{\partial\omega_1}(\alpha\mathcal{R}_{1u} + \alpha_1\mathcal{R}_{1v} + \alpha_2|\alpha\mathfrak{L}|) = X_e + X_i,$$
$$\frac{\partial}{\partial\omega}(\beta\mathcal{R}_u + \beta_1\mathcal{R}_{1u} - \gamma\mathfrak{L} + \alpha\mathfrak{N}) + \frac{\partial}{\partial\omega_1}(\beta\mathcal{R}_{1u} + \beta_1\mathcal{R}_{1v} + \beta_2|\alpha\mathfrak{L}|) = Y_e + Y_i,$$
$$\frac{\partial}{\partial\omega}(\gamma\mathcal{R}_u + \gamma_1\mathcal{R}_{1u} - \alpha\mathfrak{M} + \beta\mathfrak{L}) + \frac{\partial}{\partial\omega_1}(\gamma\mathcal{R}_{1u} + \gamma_1\mathcal{R}_{1v} + \gamma_2|\alpha\mathfrak{L}|) = Z_e + Z_i$$

et les six conditions aux limites

$$X + a(\alpha\mathcal{R}_u + \alpha_1\mathcal{R}_{1u} - \beta\mathfrak{N} + \gamma\mathfrak{M}) + b(\alpha\mathcal{R}_{1u} + \alpha_1\mathcal{R}_{1v} + \alpha_2|\alpha\mathfrak{L}|) = 0,$$
$$Y + a(\beta\mathcal{R}_u + \beta_1\mathcal{R}_{1u} - \gamma\mathfrak{L} + \alpha\mathfrak{N}) + b(\beta\mathcal{R}_{1u} + \beta_1\mathcal{R}_{1v} + \beta_2|\alpha\mathfrak{L}|) = 0,$$
$$Z + a(\gamma\mathcal{R}_u + \gamma_1\mathcal{R}_{1u} - \alpha\mathfrak{M} + \beta\mathfrak{L}) + b(\gamma\mathcal{R}_{1u} + \gamma_1\mathcal{R}_{1v} + \gamma_2|\alpha\mathfrak{L}|) = 0,$$
$$a(\beta N' - \gamma M', \gamma L' - \alpha N', \alpha M' - \beta L') - b(\alpha_2, \beta_2, \gamma_2)|\alpha L| = 0$$

Mais il n'y a que cinq conditions aux limites distinctes, car les trois dernières se réduisent aux deux suivantes :

$$a|\alpha_1 L'| - b|\alpha L'| = 0, \qquad |\alpha_2 L'| = 0.$$

Quant aux trois équations indéfinies, elles correspondent aux équations analogues relatives à la ligne élastique à quatre paramètres, données autrefois par Thomson et Tait; mais ici l'expression $|\alpha\mathfrak{L}|$ n'est pas nulle, contrairement à ce qui avait lieu pour la ligne élastique et fournissait la quatrième équation nécessaire. Les équations précédentes, jointes à la relation supplémentaire et à la condition aux limites correspondante, déterminent les quatre inconnues principales x, y, z, T en fonction de ω, ω_1, t.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Mesures magnétiques dans l'Allier et le Puy-de-Dôme.* Note [1] de M. **E. Mathias**.

Ces mesures ont été faites pendant la campagne de 1925 du Nouveau réseau magnétique de la France (subvention de la Fondation Loutreuil) en 37 stations : 9 sont des stations de Moureaux, 28 sont des stations entièrement nouvelles (noms en *italiques*).

En général, la déclinaison et la composante horizontale sont données par deux barreaux; l'inclinaison est donnée exclusivement par l'aiguille n° 1, qui est excellente. Ces mesures ont été faites avec les boussoles de voyage de l'École Normale supérieure comparées, avant et après, aux instruments étalons de l'Observatoire du Val-Joyeux.

---

[1] Séance du 16 avril 1928.

Le tableau suivant donne les mesures ramenées au 1er janvier 1922 :

Allier.

Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
1. *Audes*	11°.41′,9	62°.36′,2	0,20884	D, I un peu agitée; H agitée
2. *Bourbon-l'Archambault*	11.28,1	62.39,8	0,20835	Calme
3. *Cérilly*	11.39.0	62.45,0	0,20779	D calme; I, H un peu agitée
4. Commentry	11.37,2	62,24,8	0,20949	Calme
5. *Dompierre*	11.25.0	62.32,7	0,20799	Calme
6. *Donjon (le)*	11. 8,0	62.22,1	0,20881	Calme
7. Gannat	11.18,5	62.15,2	0,21015	Calme
8. *Hérisson*	11.34,7	62.36,3	0,20802	Calme ou presque calme
9. Montluçon	11.41,3	62.22,6	0,20860	D pr. calme; I, H un peu agitée
10. *Montmarault*	11.32,9	62.28,6	0,20942	Calme
11. Moulins	11.29,1	62.34,8	0,20784	Calme
12. Palisse (la)	11.10,9	62.23,1	0,20982	Calme ou presque calme
13. *Saint-Pourçain*	11.23,1	62.29,2	0,20860	Calme
14. *Tronget*	11.32,8	62.28,5	0,20884	Calme ou presque calme
15. *Urçay*	11.45,2	62.34,9	0,20777	Calme ou presque calme
16. Vichy	11.16,3	62.13,9	0,21072	Calme
17. *Villefranche-d'Allier*	11.36,6	62.33,9	0,20868	D calme; I pr. calme; H un peu agitée

Puy-de-Dôme.

Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
18. *Aigueperse*	11.17,9	62.12,5	0,21066	Calme ou presque calme
19. Ambert	11. 8,4	61.46,9	0,21277	D un peu agitée; I agitée; H presque calme
20. *Arconsat*	11. 9,4	62. 2,5	0,21133	D calme; I, H un peu agitée
21. *Arlanc*	11. 8,4	61.38,5	0,21344	Calme ou presque calme
22. *Billom*	11.13,2	62. 0,4	0,21194	Presque calme
23. *Combronde*	11.15,0	62.10,3	»	D un peu agitée; I pr. calme
24. *Courpière*	11.11,4	61.58,7	0.21173	D, I un peu agitée; H pr. calme
25. *Cunlhat*	»	61.49,9	0,21231	Calme
26. Issoire	11.11,0	61.46,4	0,21255	Calme ou presque calme
27. *Lezoux*	11.18,1	61.59.9	0,21174	Calme
28. *Olliergues*	11. 6,4	61.55,2	0,21202	D, H calme; I un peu agitée
29. *Pradeaux*	11. 8,7	61 46,8	0,21272	D, I agitée; H pr. calme
30. *Randan*	11.17,9	62.10,2	0,21071	Calme
31. *Saint-Amant-R.-S.*	11. 9,2	61.47,4	0,21275	Calme ou presque calme
32. *Saint-Germain-l'Herm.*	11. 7,8	61.45,9	0,21307	Calme
33. *Saint-Rémy-s.-Durolle*	»	62. 4,1	0,21118	D calme; I un peu agitée; H presque calme
34. Thiers	11.14,7	62 3,4	0,21139	D pr. calme; I, H agitée
35. *Vernet-la-Varenne*	11.12,6	61.48,8	0,21327	D, I pr. calme; H légt agitée
36. *Vertolaye*	11. 4,8	61.51,8	0,21232	D agitée; I, H calme
37. *Viverols*	11. 7,5	61.39,8	0,21342	D pr. calme; I un peu agitée; H agitée

Les 17 stations nouvelles du Puy-de-Dôme ont été choisies dans des régions non volcaniques, où le terrain superficiel est peu ou pas magnétique, afin de permettre un tracé sûr des lignes isomagnétiques que n'a pu obtenir Moureaux opérant presque exclusivement dans des terrains volcaniques.

Les mesures précédentes, comparées à celles de Moureaux, donnent pour la variation séculaire entre le 1er janvier 1896 et le 1er janvier 1922 des différences très concordantes (sauf à Issoire, où une cause grave de perturbation a faussé les 3 éléments magnétiques); les valeurs moyennes de ces différences pour D, I, H sont respectivement :

$$-2^\circ 57',6, \qquad -41',2 \qquad \text{et} \qquad +227\gamma.$$

M. **L. Guillet** fait hommage à l'Académie des *Études sur la chaleur* de M. Ch. Roszak dont il a écrit la *Préface*.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité de 50 suffrages, M. **E.-L. Bouvier** est désigné pour faire partie des *Commissions administratives* en remplacement de M. *L. Guignard* décédé.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° A. Gruvel. *La pêche dans la préhistoire, dans l'antiquité et chez les peuples primitifs*. (Présenté par M. L. Mangin.)

2° Ch. Roszak et M. Véron. *La production industrielle et l'utilisation mécanique de la vapeur d'eau à haute pression*. (Présenté par M. L. Guillet.)

3° Le tome I, 2e cahier, de la 7e série des *Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, entièrement consacré à l'œuvre de Pierre Duhem.

M. E. **Brumpt** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section d'Anatomie et Zoologie par le décès de M. *F. Henneguy*.

M. **Paul Pallary** adresse un Rapport relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1926.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces admettant un groupe fini de déformations projectives.* Note de M. **L. Féraud**.

L'extension à l'espace projectif d'une remarque déjà formulée par Darboux [*Leçons sur la théorie générale des surfaces*, Livre VII, Chap. II ([1])] conduit à considérer pour les surfaces admettant un groupe à r paramètres de déformations projectives *la propriété d'être applicables sur une surface admettant un groupe à r paramètres d'homographies* (*ou peut-être sur toute une classe de telles surfaces*).

Nous désignerons par G_r un groupe de déformations projectives (continu fini, à r paramètres) sans exclure le cas où ces déformations se réduiraient à des homographies et nous réserverons g_r pour les groupes qui assurément ne contiennent que des homographies. Les surfaces seront représentées par S_r ou s_r suivant qu'elles admettent un G_r ou un g_r et dans les deux cas aucun autre groupe G ou g d'ordre supérieur à r. La proposition énoncée qu'une surface S_r est applicable sur une ou sur toute une classe de s_r est toujours vérifiée si l'on considère seulement les surfaces réglées et les surfaces S_2. Pour les premières, ou elles admettent un G_3 et sont applicables sur la surface de Cayley ou elles possèdent un G_1, chacune d'elles est alors applicable sur ∞^1 surfaces s_1. Parmi les secondes on peut mettre à part les surfaces de coïncidence qui sont toutes applicables entre elles et comprennent une famille à deux paramètres de surfaces admettant un g_2 ([2]).

([1]) Les seules surfaces admettant une infinité de déformations (de Gauss) en elles-mêmes sont : 1° celles qui sont applicables sur les surfaces de révolution; 2° les surfaces à courbure totale constante qui peuvent toujours être appliquées sur une sphère.

([2]) Voir Fubini et Čech, *Geometria proiettiva differenziale*, 1926, en particulier pages 241, 389 et suivantes; et encore E. Čech, *Sur les surfaces qui admettent* ∞^1 *déformations projectives en elles-mêmes* (*Publications de l'Université Masaryk*, 1924, fasc. 40, p. 1, 11).

Pour les surfaces non réglées à côté de la famille, dépendant d'une fonction d'un argument, des surfaces s_1, il existe des surfaces S_1 qui ne dépendent au plus que de 6 constantes arbitraires. Une étude détaillée de ces dernières ([1]) met en évidence des classes de surfaces pour lesquelles la propriété que nous considérons est en défaut. On peut regarder ces classes comme des cas d'exceptions et caractériser les surfaces qu'elles renferment de l'une des manières suivantes :

1° Une de leurs familles d'asymptotiques constitue les trajectoires du G_1 : ce sont les S_1 qui sont R_0, asymptotico-isothermes et dont la forme φ_2 est de courbure nulle ([2]).

2° Elles ont un seul réseau conjugué de déformation projective (nous dirons en abrégé : réseau de déformation);

3° Elles admettent ∞^1 réseaux de déformation et sont de plus R_0 ou asymptotico-isothermes;

4° Ce dernier cas est constitué par des surfaces d'une classe qui n'est pas entièrement exceptionnelle et qui se définit ainsi : chaque surface admet ∞^2 réseaux de déformation et ∞^2 déformées distinctes, en excluant le cas où, en plus d'une famille F_2 à deux paramètres de déformées, il y aurait une famille F_1 à un paramètre ne rentrant pas dans F_2.

Dans cette classe la proposition n'est vérifiée que pour deux catégories obtenues par M. Čech, dans son étude générale des S_1 ([3]) et que nous rappellerons par les expressions de leurs invariants β et γ :

$$\text{(I)} \qquad \beta = \frac{a}{e^{v-u} - e^{u-v}}, \qquad \gamma = \frac{a}{e^{u-v} - e^{v-u}};$$

$$\text{(II)} \qquad \beta = \frac{a}{e^{2(v-u)} - 1}, \qquad \gamma = \frac{a}{e^{2(u-v)} - 1}.$$

Ces deux catégories sont les seules avec les surfaces réglées et les surfaces de coïncidence parmi lesquelles toute surface S_1 est applicable sur une infinité de s_1.

On peut remarquer qu'il résulte de cette étude une caractérisation géométrique pour la plupart des classes de S_1 que M. Čech est conduit à distinguer dans son Mémoire précédemment cité.

([1]) On part de la remarque suivante : Toutes les déformées d'une S_1 sont encore des surfaces S_1.

([2]) Cf. E. Cartan, *Sur la déformation projective des surfaces* (*Annales de l'École Normale supérieure*, 3e série, **37**, 1920, en particulier pages 333, 311, 306).

([3]) *Publications de l'Université Masaryk* (*loc. cit.*), voir en particulier le tableau final.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur la seconde forme fondamentale relative aux courbes géodésiques d'une* V_2^* *dans* V_3^*. Note [1] de M. V. **Hlavatý**.

Supposons donnée une V_2^* (variété riemannienne à deux dimensions avec torsion) dans une V_3^* et désignons par n^ν le verseur (vecteur unitaire) normal à V_2^* et par $g'_{\lambda\mu}$ le tenseur métrique de V_2^*. Nous nous proposons de trouver une relation entre la première courbure $\varkappa$ et la seconde τ d'une courbe géodésique arbitraire sur V_2^*, en appliquant les formules de Frenet,

$$(1)\qquad i^\mu \nabla_\mu i^\nu = \varkappa j^\nu, \qquad i^\mu \nabla_\mu j^\nu = -\varkappa i^\nu + \tau k^\nu, \qquad i^\mu \nabla_\mu k^\nu = -\tau j^\nu \quad [2]$$

(valable pour une courbe quelconque) à la « seconde forme fondamentale »

$$h_{\lambda\mu} = g'^{\alpha}_{\lambda} g'^{\beta}_{\mu} \nabla_\alpha n_\beta.$$

Remarquons avant tout que, si la variété est avec torsion, on a en général

$$h_{\lambda\mu} \neq h_{\mu\lambda} \quad [3].$$

1. En tenant compte du fait que le verseur normal j_0^ν d'une courbe géodésique i_0^ν coïncide *le long de cette courbe* avec n^ν on obtient, d'après (1), pour ses courbures,

$$\varkappa_0 = -i_0^\lambda i_0^\mu h_{\lambda\mu}, \qquad \tau = i_0^\lambda k_0^\mu h_{\lambda\mu}.$$

Pareillement, pour une autre courbe géodésique dans V_2^* orthogonale à la première, dont les éléments vectoriels dans V_2^* sont

$$i_{\frac{\pi}{2}}^\nu = k_0^\nu, \qquad k_{\frac{\pi}{2}}^\nu = -i_0^\nu,$$

on trouve

$$\varkappa_{\frac{\pi}{2}} = -i_{\frac{\pi}{2}}^\lambda i_{\frac{\pi}{2}}^\mu h_{\lambda\mu}, \qquad i_{\frac{\pi}{2}}^\lambda k_{\frac{\pi}{2}}^\mu h_{\lambda\mu} = \tau_{\frac{\pi}{2}} = -k_0^\lambda i_0^\mu h_{\lambda\mu}.$$

Cela posé, les éléments vectoriels d'une courbe géodésique arbitraire

---

[1] Séance du 11 avril 1928.

[2] Cf. Struik, *Grundzüge der mehrdimensionalen Differentialgeometrie ...*, Berlin, 1922, p. 76. Ici i^ν, j^ν, k^ν désignent les composantes du verseur tangent de la courbe en question et ∇_μ le symbole de la dérivée covariante dans V_3^*.

[3] Cf. Hlavatý, *Contribution au calcul différentiel absolu* (*Věstnik Kr. Č. Společnosti Nauk*, Prague, II, 1926, p. 1-12).

dans V_2^* peuvent être écrits

$$i_\varphi^\nu = i_{\frac{\pi}{2}}^\nu \sin\varphi + i_0^\nu \cos\varphi, \qquad k_\varphi^\nu = i_{\frac{\pi}{2}}^\nu \cos\varphi - i_0^\nu \sin\varphi$$

et, par conséquent, les courbures $\varkappa_\varphi$, τ_φ s'expriment comme suit :

$$-\varkappa_\varphi = i_\varphi^\lambda i_\varphi^\mu h_{\lambda\mu} = \left[i_{\frac{\pi}{2}}^\lambda i_{\frac{\pi}{2}}^\mu \sin^2\varphi + i_0^\lambda i_0^\mu \cos^2\varphi + \sin\varphi\cos\varphi(k_0^\lambda i_0^\mu + i_0^\lambda k_0^\mu) \right] h_{\lambda\mu}$$
$$= -\varkappa_{\frac{\pi}{2}} \sin^2\varphi - \varkappa_0 \cos^2\varphi + \sin\varphi\cos\varphi\left(\tau_0 - \tau_{\frac{\pi}{2}}\right),$$
$$\tau_\varphi = i_\varphi^\lambda k_\varphi^\mu h_{\lambda\mu} = \tau_{\frac{\pi}{2}} \sin^2\varphi + \tau_0 \cos^2\varphi + \sin\varphi\cos\varphi\left(\varkappa_0 - \varkappa_{\frac{\pi}{2}}\right).$$

L'élimination de φ nous conduit à

(2) $$\varkappa_\varphi^2 + \tau_\varphi^2 - \varkappa_\varphi\left(\varkappa_0 + \varkappa_{\frac{\pi}{2}}\right) - \tau_\varphi\left(\tau_0 + \tau_{\frac{\pi}{2}}\right) = -\left(\tau_0\tau_{\frac{\pi}{2}} + \varkappa_0\varkappa_{\frac{\pi}{2}}\right).$$

2. Les expressions

$$-h = \varkappa_0 + \varkappa_{\frac{\pi}{2}}, \qquad -s = \tau_0 + \tau_{\frac{\pi}{2}}, \qquad \tau_0\tau_{\frac{\pi}{2}} + \varkappa_0\varkappa_{\frac{\pi}{2}}$$

ne dépendent pas du choix particulier des directions i_0^ν, $i_{\frac{\pi}{2}}^\nu$. En effet, on a

(3) $$h = g'^{\lambda\mu} h_{\lambda\mu} = \left(i_0^\lambda i_0^\mu + i_{\frac{\pi}{2}}^\lambda i_{\frac{\pi}{2}}^\mu\right) h_{\lambda\mu} = -\left(\varkappa_0 + \varkappa_{\frac{\pi}{2}}\right)$$

et

(4) $$-s = (i_0^\lambda k_0^\mu - i_0^\mu k_0^\lambda) h_{\lambda\mu} = \tau_0 + \tau_{\frac{\pi}{2}} = (i_\varphi^\lambda k_\varphi^\mu - i_\varphi^\mu k_\varphi^\lambda) h_{\lambda\mu} \quad (^1),$$

ce qui prouve l'invariance de $\varkappa_0 + \varkappa_{\frac{\pi}{2}}$, $\tau_0 + \tau_{\frac{\pi}{2}}$. D'autre part, en désignant par $K_{\omega\mu\lambda\nu}$, $K'_{\omega\mu\lambda\nu}$ les affineurs de Riemann-Christoffel de V_3^* et de V_2^* et par $2(K - K')$, l'invariant

$$2(K - K') = g'^{\omega\lambda} g'^{\mu\nu} (K_{\omega\mu\lambda\nu} - K'_{\omega\mu\lambda\nu}),$$

on déduit de l'équation (généralisée) de Gauss [2], [3]

$$g_\nu'^\gamma g_\lambda'^\delta g_\omega'^\beta g_\mu'^\alpha K_{\beta\alpha\delta\gamma} = K'_{\omega\mu\lambda\nu} - h_{\omega\lambda}h_{\mu\nu} + h_{\mu\lambda}h_{\omega\nu}$$

l'invariant

(5) $$K - K' = -(\varkappa_0\varkappa_{\pi/2} + \tau_0\tau_{\pi/2}).$$

---

(1) s est la composante normale à V_2^* du vecteur de torsion attaché à la bidirection tangente de V_2^*.

(2) Cf. Hlavatý, *loc. cit.*

(3) Pour la connexion sans torsion, voir le livre cité ci-dessus.

En substituant ces valeurs dans (2) on obtient

$$\varkappa_\varphi^2+\tau_\varphi^2+\varkappa_\varphi h+\tau_\varphi s=\mathrm{K}-\mathrm{K}',$$

et en supprimant l'indice, on trouve la relation cherchée :

$$(6)\qquad \boxed{\varkappa^2+\tau^2+\varkappa h+\tau s=\mathrm{K}-\mathrm{K}'.}$$

Si la variété est sans torsion, on a $s=0$ et par conséquent

$$(6)'\qquad \varkappa^2+\tau^2+\varkappa h=\mathrm{K}-\mathrm{K}'.$$

Remarque. — On sait que dans les directions principales du tenseur $h_{\mu\lambda}+h_{\lambda\mu}$ les courbures $\varkappa$ sont extrêmes. Dans ce cas on doit avoir, d'après (6), $\frac{d\varkappa}{d\tau}=0$, ou bien

$$\tau=-\frac{s}{2},$$

ce qui est la généralisation du théorème bien connu que la torsion de la courbure géodésique dans la direction principale d'une surface (sans torsion) est nulle.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les polynomes de Jacobi.* Note [1] de M. **Serge Bernstein**, présentée par M. Hadamard.

Il résulte de ma Note précédente que la valeur asymptotique E_p de l'écart minimum du produit

$$(2\ bis)\qquad f(x)=p(x)[x^n+c_1x^{n-1}+\ldots+c_n],$$

où $p(x)=(1-x)^\rho(1+x)^{\rho_1}$, ne peut être supérieure à $1/2^{n+\rho+\rho_1-1}$, car l'identité (4) de cette Note donne E_p pour $p(x)=(a-x)^\rho(a+x)^{\rho_1}$, où $a>1$. On ne peut pas cependant en conclure que

$$(11)\qquad \mathrm{E}_p=1/2^{n+\rho+\rho_1-1},$$

lorsque $a=1$, car dans des problèmes analogues un tel passage à la limite pourrait conduire à des erreurs [2]. Mais ici *la formule* (11) *subsiste effectivement.*

---

[1] Séance du 2 avril 1928.

[2] On trouvera un exemple de cette nature à la page 124 de mon livre *Sur les propriétés extrémales, etc.*

Formons en effet le polynome de Jacobi

$$(12)\quad P_n(x) = (-1)^n \frac{\Gamma(n+\alpha+\beta+1)}{\Gamma(2n+\alpha+\beta+1)}(1-x)^{-\alpha}(1+x)^{-\beta}\frac{d^n}{dx^n}(1-x)^{\alpha+n}(1+x)^{\beta+n},$$

où nous avons introduit le facteur constant nécessaire pour que le coefficient de x^n soit 1, et posons $\alpha = 2\rho - \frac{1}{2}$, $\beta = 2\rho_1 - \frac{1}{2}$.

Je dis que *le polynome* (12) *substitué dans* (2 *bis*) *réalise pour n très grand l'écart minimum, pourvu qu'on ait*

$$(13)\qquad 0 \leqq \rho \leqq \frac{1}{2}, \qquad 0 \leqq \rho_1 \leqq \frac{1}{2}.$$

Pour le montrer, posons $u(x) = f^2(x) + \lambda\left[f'(x)\sqrt{1-x^2}\right]^2$, où

$$\lambda = \frac{1-x^2}{(1-x^2)(n+\rho+\rho_1)^2 + x(\rho_1-\rho)(1-2\rho-2\rho_1) + \rho(1-2\rho) + \rho_1(1-2\rho)}.$$

On remarque que les extrema de $f^2(x)$, qui sont égaux aux valeurs correspondantes de $u(x)$, vont *en décroissant* vers les extrémités du segment (prenant dans tout intervalle fixe *intérieur* la même valeur asymptotique). Montrons qu'aucun polynome pris à la place de (12) ne conduirait à un écart asymptotiquement inférieur. Pour fixer les idées, j'envisagerai le cas, où $\rho = \rho_1 = \frac{1}{4}$, qui correspond au polynome de Legendre. Soit $M_0 = 2^{\frac{1}{2}-n}$ l'écart (c'est-à-dire la valeur asymptotique des extrema *intérieurs*) fourni par ce dernier. Les formules précédentes conduisent actuellement à l'inégalité

$$(14)\qquad 1 + \frac{1}{(1-x)^2(2n+1)^2} > \frac{M_0^2}{M_i^2} > 1,$$

où $\pm M_i$ est la valeur de l'extremum de $f(x)$ au point x_i. Si l'on admettait qu'un autre polynome de degré n donne à (2 *bis*) un écart absolu $M_0(1-a)$ a fixe > 0, il devrait exister un polynome $R(x)$ de degré $n-1$, tel que

$$\psi(x) = \sqrt[4]{1-x^2}\,R(x)$$

jouisse de la propriété que $(-1)^2\psi(x_i) = \alpha_i \geqq M_0 a$, lorsque $1 - x_i^2 > \varepsilon^2$, où ε est un nombre *fixe* arbitrairement petit, et de plus $|\psi(x)| < 2M_0$. Or, la condition que $R(x)$ est de degré inférieur à n entraîne que

$$(15)\qquad \sum \frac{n\psi(x_i)}{f''(x_i)\sqrt[4]{1-x_i^2}} = \sum \frac{4n\psi(x_i)}{(-1)^i M_i\left[(2n+1)^2 + \frac{1}{1-x_i^2}\right]} = 0,$$

ce qui est impossible, car la partie de cette somme qui correspond aux points x_i, tels que $1 - x_i^2 > \varepsilon^2$, est supérieure à $\frac{a}{4}$, tandis que chacun des termes restants est inférieur en valeur absolue à

$$\frac{8 n M_0}{M_i \left[(2n+1)^2 + \frac{1}{1 - x_i^2} \right]} < \frac{2}{n},$$

en vertu de (14), et le nombre de ces derniers ne dépasse pas $2hn$, où h est un nombre fixe indépendant de n.

Dans le cas où les conditions (18) cessent d'être remplies, les polynomes de Jacobi ne donnent plus l'écart minimum au produit correspondant $f(x)$, car ses extrema qui sont asymptotiquement égaux à (11) dans tout intervalle intérieur, dépassent cette valeur près d'un des bords, au moins. On démontre encore que pour aucun polynome la valeur (11) ne saurait être abaissée, et d'après la remarque faite au début, il existe des polynomes pour lesquels elle sera effectivement atteinte.

2. L'inspection de l'expression (11) montre immédiatement que la relation fonctionnelle (4) de ma Note précédente subsiste lorsque $p(x)$ et $q(x)$ sont de la forme $(1-x)^{\rho}(1+x)^{\rho_1}$. Cette relation est également vraie, lorsque $p(x) = t(x)(1-x)^{\rho}(1+x)^{\rho_1}$, où $t(x)$ satisfait à la condition de la Note citée : $\lambda < t(x) < L$. La formule (10) de ma dernière Note comporte des généralisations notables. Ainsi, par exemple, en posant

$$\text{(16)} \qquad \text{Minimum} \int_{-1}^{+1} f^2(x)\, dx = A_{p^2},$$

où $f(x)$ a la forme (2 *bis*), on a la relation

$$\text{(17)} \qquad A_{p^2} = \frac{\pi}{y} E_p^2.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le prolongement des surfaces de Riemann.* Note [1] de M. DE **POSSEL**, présentée par M. Hadamard.

1. Je rappelle que deux surfaces de Riemann sont considérées comme *équivalentes* si l'on peut établir une correspondance biunivoque et conforme

[1] Séance du 11 avril 1928.

entre les points des deux surfaces; une surface de Riemann est dite *prolongeable* s'il existe une autre surface de Riemann Φ dont une portion F' est équivalente à F. Le but que je me propose est de caractériser des cas étendus où une surface de Riemann est prolongeable, ou ne l'est pas.

Tout d'abord il est évident qu'une surface de Riemann fermée (c'est-à-dire telle que toute suite infinie de points situés sur la surface a au moins un point limite sur celle-ci) n'est pas prolongeable. M. Radò a donné (*Math. Zeit.*, 1924) un exemple de surface de Riemann *ouverte* et *non prolongeable*.

2. Je dois encore rappeler quelques théorèmes :

a. La surface de recouvrement ([1]) R d'une surface de Riemann F peut se représenter, conformément sur l'intérieur d'un cercle, un plan moins le point à l'infini, ou un plan y compris le point à l'infini. Dans le premier cas, un point de la surface F correspond en général à une infinité de points du cercle, et l'on passe d'un de ces points à un autre par une substitution homographique qui conserve le cercle. Ces substitutions forment un groupe G que Poincaré a appelé *fuchsoïde*, et qui est isomorphe an groupe fondamental de la surface F, au sens de l'*Analysis situs*. Dans ces conditions, la surface F est en correspondance biunivoque et conforme avec le *polygone fondamental* du groupe G; les transformés de ce polygone par les substitutions de G pavent tout le cercle sans se recouvrir.

b. D'après un théorème de M. Kœbe ([2]), toute surface de Riemann équivalente, au point de vue de l'*Analysis situs*, à un domaine plan à un seul feuillet, peut se représenter conformément sur un tel domaine. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que tout contour fermé tracé sur la surface la partage.

Ceci me conduit à distinguer sur la surface des contours qui la partagent en deux autres surfaces dont l'une au moins satisfait à la condition précédente. Je les appellerai les contours Γ. Ils sont supposés non réductibles à zéro.

3. Le polygone fondamental peut être intérieur au cercle, avoir des côtés sur le cercle, ou bien atteindre le cercle sans y avoir de côté.

Dans le premier cas, la surface est fermée; dans le deuxième, on voit facilement que la surface est toujours prolongeable.

([1]) Voir, par exemple, H. Weyl, *Die Idee der Riemannschen Fläche* (Teubner 1914 ou 1923).

([2]) *Comptes rendus*, 148, 1909, p. 825; *Nach. Gött.*, 1908, p. 337 à 358.

Je démontre que, dans le troisième cas, si la surface est prolongeable, l'ensemble $\Phi - F'$ (notations du paragraphe 1) est *fermé discontinu* sur Φ (il n'est pas forcément fermé dans le plan sur lequel est appliquée Φ).

Dans ces conditions, il y a toujours des contours Γ sur la surface F; ce sont les contours qui entourent les points de $\Phi - F'$. Après prolongement, ils deviennent des contours réductibles à zéro. Le groupe fondamental de Φ est donc isomorphe à un sous-groupe du groupe de F.

Par conséquent, s'il n'y a pas de contours Γ, et si le polygone fondamental n'a pas de côté sur le cercle, la surface n'est pas prolongeable. C'est le cas de la surface de M. Radò. Dans ce cas, la surface peut avoir des contours qui la partagent, sans être Γ.

Au contraire, s'il n'y a que des contours qui partagent la surface (c'est-à-dire que des contours Γ) d'après le théorème de M. Kœbe, la surface est équivalente à un domaine plan, et peut être prolongée par le plan tout entier.

4. En supposant toujours que le polygone fondamental n'a pas de côté sur le cercle, considérons le cas où la surface possède des contours Γ et des contours d'une autre nature. Nous pouvons recouvrir la surface F d'une surface multiple de celle-ci, R, qui n'ait plus que des contours Γ (ou qui soit équivalente à un plan pointé). Nous pouvons en faire la représentation conforme sur un domaine D à un seul feuillet, constitué par l'intérieur d'un cercle ou le plan pointé, moins un ensemble *fermé discontinu* E. La surface F se trouve représentée une infinité de fois sur ce domaine D, mais les transformés d'un même point de F ne s'accumulent qu'au voisinage de la circonférence limitant D, ou du point à l'infini. On passe d'une détermination à une autre par une substitution qui laisse D invariant, et qui est holomorphe en tout point de D. Si E est un ensemble dénombrable, ces substitutions sont holomorphes dans tout le cercle ou dans tout le plan, et sont homographiques. Elles forment un groupe *fuchsoïde* correspondant à une surface Φ qui prolonge F et qui n'est plus prolongeable. On obtient la surface Φ en prenant, par exemple, le quotient de deux séries Θ relatives à ce groupe. Mais si E se compose d'un ensemble dénombrable et d'un ensemble parfait, l'ensemble parfait n'étant pas de mesure linéaire finie, on ne peut plus affirmer que les substitutions restent holomorphes aux points de l'ensemble parfait. Il serait intéressant de démontrer l'exactitude de cette dernière propriété. On aurait ainsi la condition nécessaire et suffisante pour qu'une surface de Riemann soit prolongeable et l'on pourrait la prolonger par une

surface qui ne le serait plus [1]. Pour l'étude des types de surfaces, il suffirait de se limiter à celles qui ne sont pas prolongeables.

Enfin si la propriété était inexacte, on aurait un exemple intéressant de fonction analytique faisant la représentation biunivoque d'un cercle sur lui-même, holomorphe partout, sauf en un ensemble parfait discontinu.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certains groupes de rotations fonctionnelles non euclidiennes.* Note de M. **J. Delsarte**, présentée par M. Goursat.

J'ai défini comme sous-groupes du groupe de Fredholm :

a. le groupe des *rotations fonctionnelles euclidiennes*, admettant l'invariant

$$\int_a^b f^2(s)\,ds;$$

b. le groupe des *rotations fonctionnelles elliptiques non euclidiennes*, admettant l'invariant

$$\int_a^b f^2(s)\,ds + \int_a^b \int_a^b S(st) f(s) f(t)\,ds\,dt,$$

où $S(st)$ est un noyau symétrique vérifiant certaines conditions.

Ce groupe est un transformé du précédent.

Je définis ici un nouveau sous-groupe, plus général; celui qui admet l'invariant

$$\int_a^b \alpha(s) f^2(s)\,ds$$

le coefficient $\alpha(s)$ peut avoir un signe quelconque; s'il n'est pas constamment positif, on a des rotations hyperboliques.

On voit sans peine que :

1° les noyaux $K(st)$ des transformations du groupe sont solutions des

---

[1] J'apprends que M. Bochner a publié un Mémoire intitulé *Fortsetzung Riemannscher Flächen* (*Math. Ann.*, 98, 1927, p. 406). Il démontre, en utilisant la bien ordonnance des ensembles, qu'une surface de Riemann prolongeable admet toujours un prolongement qui ne l'est plus. M. Bochner donne en outre, dans un cas particulier, une condition suffisante pour que la surface soit prolongeable, sans s'occuper des conditions nécessaires, ni du groupe de la surface.

équations *compatibles*

$$\mathcal{R}_\alpha[\mathrm{K}(st)] = \alpha(s)\mathrm{K}(st) + \alpha(t)\mathrm{K}(ts) + \int_a^b \alpha(u)\mathrm{K}(us)\mathrm{K}(ut)\,du = 0,$$

$$\mathcal{S}_\alpha[\mathrm{K}(st)] = \alpha(t)\mathrm{K}(ts) + \alpha(s)\mathrm{K}(st) + \int_a^b \frac{\alpha(s)\alpha(t)}{\alpha(u)}\mathrm{K}(su)\mathrm{K}(tu)\,du = 0;$$

2° *sont les valeurs prises, pour* $\lambda = \frac{1}{2}$, *par les résolvantes* $\Gamma(st \mid \lambda)$ *de noyaux* $k(st)$ *de la forme*

$$k(st) = \frac{h(st)}{\alpha(s)},$$

où $h(st)$ *est symétrique gauche.*

De plus :

Les rotations d'un tel groupe, qui laissent invariante une $\mathfrak{M}_4$ *linéaire fonctionnelle, forment un groupe isomorphe à celui des transformations homographiques de l'espace à trois dimensions laissant une quadrique invariante.*

On peut choisir $\alpha(s)$ pour que cette quadrique soit une quadrique déterminée, d'ailleurs quelconque.

En particulier :

Parmi tous les groupes discontinus qu'on peut tirer de ce groupe figurent tous les groupes fuchsiens et hyperfuchsiens.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Une généralisation de la notion de primitive.* Note de M. **André Roussel**, présentée par M. Goursat.

L'étude de l'opération consistant à chercher la limite du rapport de l'accroissement d'une fonction à celui d'une autre fonction $\varphi(x)$ *qui n'est pas à variation bornée*, et celle de l'opération inverse n'ont pas été entreprises, à ma connaissance du moins. Dans cette Note j'indique certaines de leurs propriétés. Nous ferons tendre vers zéro l'accroissement h de x par valeurs particulières appropriées h_i ne dépendant que de $\varphi(x)$ convenablement choisie, et satisfaisant à

$$(1) \qquad \mathrm{A}\,|h_i|^\alpha < |\varphi(x+h_i) - \varphi(x)| < \mathrm{B}\,|h_i|^\alpha \qquad (0 < \alpha < 1).$$

(On peut imposer des conditions moins restrictives.) Prenons

$$\varphi(x) = \sum_0^\infty b^n \cos \pi a^n x \qquad (a,\ b,\ \text{convenables});$$

cette fonction répond à la question et satisfait à (1). *Soit $f(x)$ une fonction continue quelconque. On peut former une* $F(x)$ *telle que*

$$\lim_{i=\infty} \frac{F(x+h_i)-F(x)}{\varphi(x+h_i)-\varphi(x)} = f(x). \tag{2}$$

Si le premier membre de (2), calculé pour $u(x)$, est nul, $F(x)+u(x)$ vérifie aussi (2) : il en est ainsi si u satisfait à une condition de Lipschitz d'ordre $\beta > \alpha$. Les u ont ici un rôle analogue à celui joué par les constantes dans la dérivation ordinaire. Or on a

$$f(x) = f_1[u_1(x)\varphi(x)] + \ldots + f_n[u_n(x)\varphi(x)] + \ldots,$$

le terme général étant inférieur en module à celui d'une série numérique convergente, les u_n étant représentées par des lignes polygonales inscrites dans la courbe $y = \dfrac{x}{\varphi(x)}$. La fonction

$$F(x) = \sum_0^\infty \frac{F_n(u_n\varphi)}{u_n}, \qquad \text{où} \qquad F_n(t) = \int_0^t f_n(t)\,dt,$$

répond à la question. L'opération définie ci-dessus permet de construire avec une seule φ une classe très vaste de fonctions F, sans dérivées, ayant même puissance que l'ensemble des fonctions à dérivées continues, dont les éléments ont par rapport à φ des propriétés analogues à celle d'une fonction dérivable par rapport à x. Indiquons enfin un théorème d'existence de la dérivée par rapport à φ : *Si l'on a*

$$\begin{aligned}\big|\{f(x_2+h_i)-f(x_2)\}\{\varphi(x_1+h_i)-\varphi(x_1)\}\\ -\{f(x_1+h_i)-f(x_1)\}\{\varphi(x_2+h_i)-\varphi(x_2)\}\big| < \varepsilon\,|h_i|^{2\alpha},\end{aligned}$$

où ε *est infiniment petit avec* $\sqrt{h_i^2+(x_2-x_1)^2}$, $f(x)$ *admet une dérivée continue par rapport à* φ, *au sens défini plus haut.*

PHYSIQUE GÉNÉRALE. — *Autres réflexions sur la dynamique. Interférences.* Note de M. **Al. Proca**, présentée par M. J. Perrin.

1. Dans une Note précédente (1) nous avons attiré l'attention sur la nécessité logique de compléter la dynamique du point matériel par l'intro-

---

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 739.

duction d'une nouvelle coordonnée λ. Dans cette dynamique généralisée, la masse variable du point est simplement une coordonnée de l'extension en phase, du type p, puisqu'elle obéit à une loi de conservation. La variable conjuguée ξ, de ce moment, représente justement le produit de λ par la vitesse v du point $\xi = \lambda v$. L'introduction de cette nouvelle variable fournit une interprétation simple de la relation $mv\lambda = h$ qui constitue une hypothèse fondamentale de la théorie de de Broglie et que Dymond, Davisson et Germer ainsi que G. P. Thomson ont vérifiée expérimentalement.

2. Appliquons cette dynamique à un photon, que nous définirons de la matière habituelle :

$$\text{vitesse} = c, \qquad \text{énergie} = h\nu, \qquad \text{masse} = m = \frac{h\nu}{c^2},$$

toutes trois constantes dans le cas du vide.

Les équations de Hamilton restent valables

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p}, \qquad \frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial q}.$$

Puisque la masse est constante, $\xi = c\lambda$ est une coordonnée cyclique et l'action s'écrit :

$$S = m\xi + S_1(xyzt), \qquad S = \frac{h\nu}{c}\cdot\lambda + S_1(xyzt).$$

S est, en général, multipériodique. Si Δ est une période de λ, $c\Delta$ est une période de ξ; les conditions générales de quantification donnent alors

$$\frac{h\nu}{c}\cdot\Delta = nh, \qquad \Delta = n\mathrm{L},$$

ou

$$\mathrm{L} = \frac{c}{\nu} = hc/\text{énergie} = \text{longueur d'onde (suivant l'ancienne terminologie)}.$$

Donc, dans le cas envisagé, *la période de la variable λ, si elle existe, doit être égale à un nombre entier de longueurs d'onde de la lumière* que constituent les photons.

3. Ceci rappelé, considérons plus particulièrement les phénomènes de diffraction dans le vide, d'interférences par réflexion, etc., et en général *tous ceux pour lesquels on puisse affirmer que la grandeur de la vitesse du photon garde une valeur constante c*. Il existe entre le photon incident et le réseau, les miroirs, etc., une interaction. On ne connaît pas la forme de la fonction H qui la définit. Mais la relation fondamentale du photon nous

donne une précieuse indication sur la manière dont H dépend de m. En effet $m = \frac{h\nu}{c^2}$ peut s'écrire : *énergie* $= H = mc^2$, même pour m variable. Adoptons donc une loi d'interaction de la forme $H = mc^2 + V(xyz, p_x p_y p_z)$, dans laquelle V est une fonction quelconque, généralement nulle, soumise à certaines conditions, mais qui, en tout cas, ne contient plus m. Dans ces conditions, les équations de Hamilton donnent $\frac{d\xi}{dt} = \frac{\partial H}{\partial m} = c^2$, $\frac{d\lambda}{dt} = c$, $\lambda = ct + \lambda_0$. Or le chemin parcouru par le photon est aussi donné par $s = ct + s_0$. Par conséquent, pour un photon, dans les conditions indiquées, la nouvelle variable λ a une interprétation simple : *λ a la même valeur que le chemin parcouru par le photon sur sa trajectoire.*

4. Si donc le dispositif expérimental est tel que λ admet une période Λ, celle-ci définira une certaine *différence de marche*. Dans ce cas, appliquer la théorie des quanta revient à écrire l'équation $\Lambda = n.L$, c'est-à-dire à poser qu'*une différence de marche déterminée est égale à un nombre entier de longueurs d'onde de la lumière incidente.*

Cet énoncé est le même que celui qui, dans la théorie classique, résout *tous les cas* connus d'interférences dans le vide : fentes, réseaux, miroirs, réseaux cristallins etc. Il a été obtenu par application directe des conditions de quanta à une dynamique généralisée, mais sans faire appel à la théorie ondulatoire. La formule de départ $mc\lambda = nh$, applicable aussi aux points matériels, est *la formule générale de la diffraction.*

Si l'on admet que l'introduction de la nouvelle variable est nécessaire logiquement, les expériences d'interférences dans le vide militent donc en faveur de l'acceptation de l'hypothèse fondamentale de la théorie des quanta, à savoir l'atomicité de l'action. *Ces expériences ne prouvent nullement que la lumière est constituée par des ondes*, comme on le croyait au siècle dernier; pour pouvoir analyser cette constitution il est indispensable d'avoir des résultats relatifs à l'*intensité* de la lumière. Elles démontrent simplement que la théorie des quanta elle-même exige la périodicité de la lumière, tout en lui attribuant une structure discontinue. Il faut remarquer qu'il n'y a aucune contradiction entre ces deux affirmations; il est évident en effet que *la discontinuité n'exclut pas la périodicité*. Bien au contraire, ces deux éléments sont souvent intimement liés en un principe unique : la suite des nombres entiers en est le meilleur exemple.

ÉLECTRICITÉ. — *Équations générales d'une machine synchrone, non saturée, hors du régime normal.* Note [1] de M. **F. Margond**, présentée par M. André Blondel.

1. Nous supposerons, pour simplifier l'exposé, la machine bipolaire et triphasée, i_1, i_2, i_3 étant les courants instantanés dans les phases, θ_1, $\theta_2 = \theta_1 + \frac{2\pi}{3}$, $\theta_3 = \theta_1 + \frac{4\pi}{3}$, les angles de ces phases avec la ligne des pôles; nous poserons, sans faire aucune hypothèse sur ces grandeurs, qui seront des fonctions quelconques du temps t :

$$(1)\quad \begin{cases} i_m = \frac{1}{3}(i_1 + i_2 + i_3) & \text{(courant moyen)}, \\ X = \frac{2}{3}(i_1\cos\theta_1 + i_2\cos\theta_2 + i_3\cos\theta_3) & \text{(courant longitudinal)}, \\ Y = \frac{2}{3}(i_1\sin\theta_1 + i_2\sin\theta_2 + i_3\sin\theta_3) & \text{(courant transversal)}. \end{cases}$$

Le flux dans l'une des phases (1 par exemple) peut s'écrire

$$(2)\qquad f_1 = \sigma i_m + F_l\cos\theta_1 + F_t\sin\theta_1$$

avec

$$(3)\qquad F_l = sX + \Phi_l,\qquad F_t = sY + \Phi_t;$$

s est la self en triphasé des fuites de l'induit (encoches, têtes de bobines); σ est la self des fuites du courant moyen; Φ_l, Φ_t sont le flux longitudinal et le flux transversal dus au champ d'entrefer.

En régime pernanent normal X, Y sont constants et l'on a d'après M. Blondel, en appelant Mj_0 le flux longitudinal d'excitation,

$$(4)\qquad F_l = Mj_0 + (s + A)X,\qquad F_t = (s + B)Y.$$

2. Dans l'état variable, il faut ajouter à ces expressions les flux dus aux courants variables qui prennent naissance dans le circuit inducteur lui-même, dans les pôles s'ils sont massifs, dans les circuits amortisseurs s'il y en a. Nous admettrons encore avec le même auteur que tous ces courants d'amortissement sont équivalents à un système de deux courants, l'un longitudinal z_1 circulant dans un circuit caractérisé par des coefficients d'induction l_1, m_1, une résistance r_1; l'autre transversal z_2 de caractéristiques l_2, m_2, r_2.

---

[1] Séance du 16 avril 1928.

On aura ainsi le système d'équations suivant :

$$(5)\quad \begin{cases} F_l = Mj_0 + (s+A)X + m_1 z_1, & r_1 z_1 + l_1 \dfrac{dz_1}{dt} + m_1 \dfrac{dX}{dt} = 0, \\ F_t = (s+B)Y + m_2 z_2, & r_2 z_2 + l_2 \dfrac{dz_2}{dt} + m_2 \dfrac{dY}{dt} = 0. \end{cases}$$

Éliminons z_1 z_2 entre ces relations et posons

$$s + a = (s+A) - \frac{m_1^2}{l_1}, \qquad s + b = (s+B) - \frac{m_2^2}{l_2}, \qquad \varepsilon_1 = \frac{r_1}{l_1}, \qquad \varepsilon_2 = \frac{r_2}{l_2},$$

il viendra

$$(6)\quad \begin{cases} \dfrac{d}{dt}[F_l - (s+a)X] + \varepsilon_1 [F_l - Mj_0 - (s+A)X] = 0, \\ \dfrac{d}{dt}[F_t - (s+b)Y] + \varepsilon_2 [F_t - (s+B)Y] = 0. \end{cases}$$

Telles sont les équations générales qui lient F_l, F_t, X, Y dans un fonctionnement quelconque. D'autre part, on voit aisément que l'expression générale de la valeur instantanée du couple électromagnétique est

$$(7)\qquad C = XF_t - YF_l.$$

Pour étudier une question, on adjoindra à ces équations (6), (7) les relations liant les flux aux tensions aux bornes des phases, qui sont, si la résistance d'induit est négligeable,

$$-u_1 = \frac{df_1}{dt}, \qquad -u_2 = \frac{df_2}{dt}, \qquad -u_3 = \frac{df_3}{dt},$$

c'est-à-dire d'après (2)

$$(8)\qquad -u_1 = \frac{d}{dt}(\sigma i_m + F_l \cos\theta_1 + F_t \sin\theta_1)$$

et deux autres équations semblables.

On tiendra compte également, s'il y a lieu, de l'équation mécanique définissant le mouvement du rotor en fonction du couple appliqué.

La solution du problème sera donnée par l'intégration de l'ensemble de ces neuf équations (6), (7), (8).

3. *Conséquences générales des équations* (6) : *a. Discontinuités.* — Dans ces équations, les expressions qui sont dérivées et représentent les flux dans les circuits d'amortissement doivent rester continues sinon z_1, z_2 deviendraient infinis, ce qui ne peut être. Donc lorsque X, Y, F_l, F_t subiront des discontinuités ΔX, ΔY, ΔF_l, ΔF_t on aura :

$$(9)\qquad \Delta F_l = (s+a)\,\Delta X, \qquad \Delta F_t = (s+b)\,\Delta Y.$$

Nous proposons d'appeler $(s+a)$, $(s+b)$ les *selfs de discontinuité* par opposition à $(s+A)$, $(s+B)$ qui sont les sels de régime permanent. Ces désignations éviteraient les confusions si fréquentes avec s et σ, et nous paraissent préférables à celles employées de *self asynchrone* ou *inverse*.

b. Régimes périodiques. — Ce seront ceux dans lesquels X, Y se composent d'une partie fixe X_0, Y_0 et d'une partie sinusoïdale X_1, Y_1 de pulsation p quelconque.

c. Solutions transitoires. — Ce sont les solutions exponentielles des équations (6) sans second membre, c'est-à-dire avec $X = Y = 0$ ou $F_l = F_t = 0$. Suivant les données, l'une ou l'autre des solutions interviendra dans la période d'établissement d'un régime.

d. Pour terminer ces indications générales nous ferons remarquer que la formule (7) combinée à (4) rend compte du couple d'auto-accrochage d'une machine. Elle donne

$$\text{pour } j_0 = 0, \qquad C = -(A-B)XY.$$

Cette même formule (7) combinée à (6) rend compte dans le cas du démarrage en asynchrone, du phénomène de Görges.

MAGNÉTISME. — *Sur la susceptibilité magnétique de l'aluminium.* Note de M. C. **Chéneveau**, présentée par M. C. Matignon.

I. Le procédé américain de Hoopes a permis de préparer de l'aluminium *extra-pur*. J'ai pu déterminer, sur deux échantillons, par la méthode de la balance magnétique, la susceptibilité magnétique massique χ de ce métal qui titrait :

$$Al = 99,87; \quad Fe = 0,06; \quad Si = 0,03; \quad Cu = 0,04, \text{ pour } 100.$$

J'ai ainsi trouvé pour les deux échantillons traités de façon différente :

Premier échantillon..........	$\chi.10^6 = 0,585$
Deuxième échantillon	$= 0,579$
Moyenne : à 18°C............	$= +0,58$ (à ± 1 pour 100 près)

Pour obtenir ce résultat, il a fallu éliminer aussi complètement que possible les impuretés ferrifères apportées nécessairement par l'outil dans la préparation des échantillons; par une technique qu'on trouvera dans un Mémoire plus détaillé, je suis arrivé, en enlevant progressivement la partie superficielle, à une valeur limite de la susceptibilité magnétique que des attaques très poussées n'ont pas changée. Ainsi que le montre le tableau

suivant, la valeur de χ est la plus petite des valeurs publiées pour les plus faibles teneurs en fer; elle correspond à la plus petite proportion de fer.

Fe pour 100......	0,06	0,15	0,24
$\chi.10^6$...........	+0,58	0,62 (1)	0,65 (2).

II. J'ai fait parallèlement les mêmes expériences avec de l'aluminium servant à fabriquer des conducteurs électriques. Le métal donnait environ à l'analyse :

$$Al = 99,2; \quad Fe = 0,5; \quad Si = 0,3 \text{ pour } 100.$$

Trois échantillons différemment traités ont donné comme valeur limite :

Premier échantillon...........	$\chi.10^6 = 0,587$
Deuxième échantillon..........	$= 0,582$
Troisième échantillon (3).......	$= 0,604$
Moyenne : à 18°C.............	$= +0,59$ (à = 1 pour 100 près)

Ce résultat est très peu différent du précédent.

Or, en admettant la loi d'additivité des propriétés magnétiques, si le fer était à l'état métallique, la mesure eût été impossible avec la sensibilité dont je disposais et qui correspondait à une proportion de fer de 6.10^{-6} pour 100 (4).

Si le fer était à l'état ionique, en prenant la valeur du fer Fe'' lié à SO^4 ou Fe''' lié à Cl^3, on aurait dû obtenir, pour une teneur en fer de 0,5 pour 100, une susceptibilité magnétique de l'ordre de $1,8.10^{-6}$ ou 2.10^{-6}, c'est-à-dire plus du triple de la valeur observée.

Il n'y a d'ailleurs aucune relation simple entre la teneur en fer et la susceptibilité magnétique de l'aluminium, comme le montrent les nombres du tableau ci-après obtenus par divers auteurs, nombres souvent si différents pour des teneurs très voisines en fer qu'on pourrait craindre la présence de traces de fer superficiel indosables par les procédés de l'analyse chimique.

---

(1) OWEN, *Ann. Physik*, **37**, 1912, p. 657.

(2) HONDA, *Ann. Physik*, **32**, 1910, p. 1045; *Sc. Rep. Tohuku Imp. Univ.*, **12**, 1919, p. 340.

(3) L'attaque par HCl a été moins poussée que pour les autres échantillons.

(4) Le silicium ($\chi.10^{-6} = -0,130$) et le cuivre ($\chi.10^6 = -0,08$), tous deux diamagnétiques, ne peuvent guère agir à cause de leur faible teneur.

Fe(%)..	0,06	0,15	0,176	0,24	0,31 (¹)	0,42	0,50	0,657	0,80
$\chi.10^6$....	0,58	0,62	0,706	0,65	1,82	0,685	0,59	1,30	0,695

Bien que les échantillons d'aluminium pur utilisés par les auteurs précités ne soient pas tout à fait comparables, n'ayant pas subi la même préparation, on peut conclure de tous les résultats connus : que de très petites teneurs de fer allié à l'aluminium changent, en général assez peu, les propriétés magnétiques de celui-ci, sans donner de loi simple entre ces deux variables [2]; que le fer paraît se comporter ici d'une manière toute différente de celle qu'il présente à l'état métallique ou à l'état d'ion; que, comme dans certains alliages [3], ses propriétés magnétiques sont très notablement atténuées [3].

L'aluminium exempt de fer aurait une susceptibilité vraisemblablement voisine de celle indiquée pour l'aluminium extra-pur et serait bien, par conséquent, paramagnétique.

MAGNÉTISME. — *Mesure des chaleurs spécifiques vraies du nickel par une méthode électrique directe.* Note [4] de Mme **Ch. Lapp**, transmise par M. Pierre Weiss.

J'ai mesuré les chaleurs spécifiques d'un nickel pur, de la Mond Nickel Co, à de nombreuses températures comprises entre — 175° et + 460°.

Le principe de la méthode est le suivant : un fil de nickel de 2mm de diamètre est placé dans un four à température uniforme *t*. On l'échauffe au moyen d'un courant électrique qui le parcourt pendant quelques dizaines de secondes : l'énergie qui lui est ainsi fournie est mesurée au wattmètre.

Un couple thermo-électrique nichrome-nichrome logé dans le fil permet de mesurer la température du four et les variations de température du fil. Celles-ci sont lues sur l'échelle du galvanomètre placé dans le circuit du couple et du potentiomètre. Le temps est enregistré avec un chronographe.

(¹) Wilson, *Proc. Roy. Soc. London*, **96**, 1920, p. 96; **101**, 1922, p. 455.

(²) Pour de faibles teneurs en fer introduit dans du laiton pur, MM. L. H. Marshall et R. Sanford (*Tech. Pap. U. S. Bur. Stand.*, fasc. **17**, 1922, p. 221) ont également trouvé des résultats analogues et montré la très grande importance du traitement thermique des échantillons.

(³) Par exemple, certains aciers au manganèse (Sir R. Hadfield, C. Chéneveau et Ch. Géneau, *Comptes rendus*, **166**, 1918, p. 390).

(⁴) Séance du 19 mars 1928.

On construit les courbes d'échauffement et de retour à la température du four; au moyen de la dernière, on détermine les pertes de chaleur pendant l'échauffement.

Les élévations de température sont comprises entre 1 et 2°. L'expérience donne la chaleur spécifique vraie pour la température moyenne.

t.	Chaleur spécifique vraie.	t.	Chaleur spécifique vraie.	t.	Chaleur spécifique vraie.	t.	Chaleur spécifique vraie.
−175°....	0,055	52°,2...	0,1093	352°,2...	0,156	359°,5...	0,12902
− 78....	0,089	116.....	0,114	352,8...	0,1577	360.....	0,1278
− 71....	0,0902	174.....	0,1198	353,3...	0,1577	360,4...	0,126
− 46....	0,0952	256,4...	0,1315	354,5...	0,145	360,5...	0,1252
− 16,5..	0,1010	281,5...	0,135	355.....	0,1445	462.....	0,1265
+ 10....	0,1062	303	0,1391	355,5...	0,1425	375.....	0,1265
+ 21....	0,1075	339.....	0,147	356,8...	0,13705	381.....	0,1272
+ 50....	0,1092	350.....	0,1541	357.....	0,136	430,5...	0,1278
				358.....	0,133	460.....	0,1288

Dans la courbe I apparaissent : la région AB de dégénérescence quantique, un accroissement progressif BC vers le point de Curie, puis une discontinuité CD qui s'étend sur 6°,7 environ entre 353°,5 et 360°,2, enfin la chaleur spécifique très faiblement croissante DE de la région paramagnétique.

La discontinuité n'est pas absolument brusque (courbe II); son étalement ne semble attribuable que pour une très petite partie à un défaut d'uniformité de la température. Pour un autre nickel moins pur, elle s'étendait sur 5° seulement. Le phénomène est incomparablement plus rapide qu'il n'a été trouvé dans les expériences récentes de Sucksmith et Potter (¹) et de Klinkhardt (²). Le petit étalement de la discontinuité semble provenir de ce que les différentes parties du fil n'ont pas exactement le même point de Curie; ce point varie en effet quelque peu avec l'état de la substance déterminé par son histoire antérieure (³).

On ramène les observations à ce qu'aurait donné une substance à point de Curie unique en prolongeant la courbe de part et d'autre de la discontinuité et en traçant la parallèle à l'axe des ordonnées de manière à respecter

(¹) SUCKSMITH et POTTER, *Proc. Roy. Soc. London*, série A, 5, 1927, p. 167.

(²) KLINKHARDT, *Annalen der Phys.*, 84, 1927, p. 167.

(³) PIERRE WEISS et R. FORRER, *Annales de Physique*, 10ᵉ série, 5, 1926, p. 166, 167.

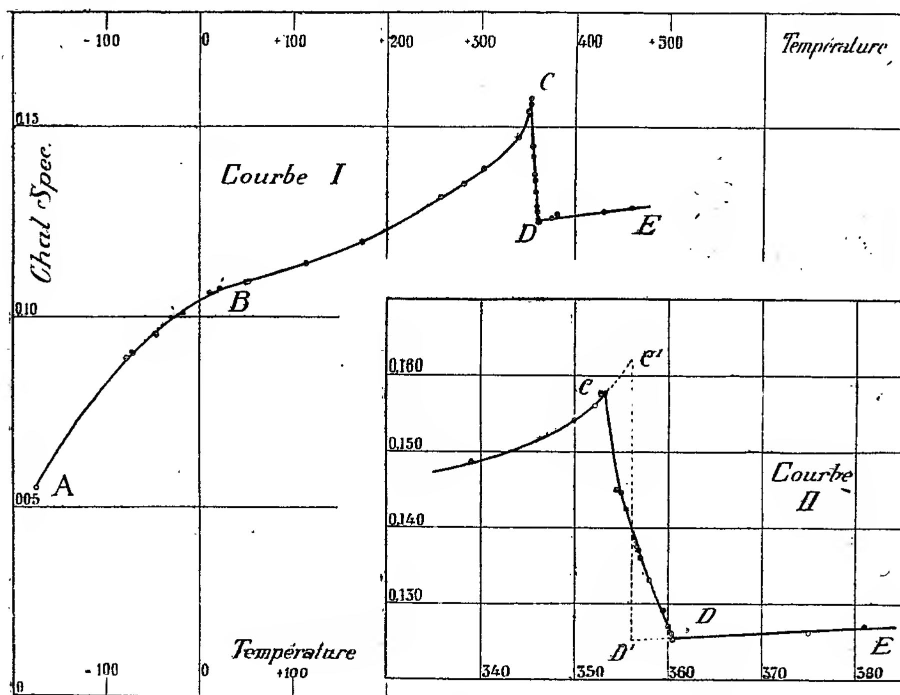
l'aire de la courbe. On trouve ainsi pour le point de Curie et la discontinuité

$$\Theta = 356^\circ{,}1, \qquad \Delta_c = 0^\circ{,}037.$$

D'autre part des mesures magnétiques (¹) donnent

$$\left(\frac{d\sigma^2}{dt}\right)_\Theta = 27, \qquad n = 117600,$$

où σ représente l'aimantation spontanée et n le coefficient du champ



moléculaire déduit des mesures dans la région paramagnétique. D'après la théorie du champ moléculaire :

$$\Delta_c = \frac{n}{2J}\,\frac{d\sigma^2}{dt} = \frac{117600 \times 27}{2 \times 4{,}184 \times 10^7} = 0{,}0377.$$

Le point de Curie magnétique a été trouvé à 357°,6. Ces valeurs s'accordent avec la discontinuité et le point de Curie calorimétriques.

(¹) Weiss et Forrer, *loc. cit.*, p. 210, 211.

OPTIQUE. — *Les nouvelles radiations diffusées.* Note de M. Y. **Rocard**, présentée par M. M. Brillouin.

M. C. V. Raman (¹) décrit de nouvelles radiations extrêmement remarquables superposées à la lumière diffusée, qui s'en distinguent en ce qu'elles n'ont pas la même longueur d'onde que la radiation incidente. On les attribuait jusqu'ici, avec Ramanathan, à une légère fluorescence résiduelle. M. Raman a découvert et prouvé qu'il n'en était rien : il s'agirait d'un phénomène entièrement insoupçonné jusqu'ici.

De mon côté, une étude approfondie des molécules à moment électrique oscillant que j'ai introduites (²) dans la théorie de la diffusion m'avait amené par des voies purement théoriques à la conclusion que la lumière diffusée pouvait comporter une structure spectrale profondément différente de celle du spectre incident. Attendant des vérifications expérimentales, j'avais différé la publication des résultats qu'on va lire, mais les phénomènes découverts par M. Raman me semblent si bien correspondre au calcul que je crois devoir publier le principe d'explication qui me paraît en rendre compte.

Soit une molécule à moment électrique induit oscillant

$$A[1+\varepsilon\sin(\alpha t+\varphi)].$$

A une onde incidente $\sin\omega t$ correspond une onde diffractée

$$A[1+\varepsilon\sin(\alpha t+\varphi)]\sin\omega t$$

d'après la théorie classique. Après transformation du produit de sinus, il s'y présente les fréquences ω, $\omega+\alpha$, $\omega-\alpha$, avec les intensités relatives 1, ε^2, ε^2.

Supposons qu'on éclaire avec la raie λ 4358 Å du mercure, cherchons la raie de fréquence diminuée $\omega-\alpha$ (la plus visible) ; α est une fréquence propre d'oscillation : On reconnaît à λ $3^\mu,40$ une longueur d'onde d'oscillation propre des groupes CH^2, CH^3 des carbures saturés ; on calcule aisément la longueur d'onde modifiée de fréquence $\omega-\alpha$ et qui serait λ 4999 Å (précision limitée par celle des mesures dans l'infrarouge). Or M. Raman trouve précisément dans le spectre diffusé de λ 4358 Å par le pentane, l'hexane,

(¹) *Indian Journ. of Physics*, 2, Part III, 1928, p. 1.

(²) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1026.

l'octane, etc., une raie invariable à λ 5000 Å environ. Pour l'eau, le benzène, il trouve la même raie un peu déplacée. Nous pouvons en rendre compte : les fréquences infrarouges fondamentales pour l'eau et le benzène correspondant à λ $2^{\mu},97$ et $3^{\mu},25$ respectivement, on trouve pour la raie $\omega - \alpha$ les longueurs d'onde 5087 Å pour l'eau, 5033 Å pour le benzène.

Donc la fréquence fondamentale infrarouge d'oscillation de la molécule semble bien rendre compte de la raie brillante fondamentale des nouvelles radiations de M. Raman.

Mais beaucoup d'autres causes font varier le moment électrique d'une molécule diffusante. Soit une molécule anisotrope en rotation (fréquence α). Analysons la lumière diffusée par un nicol, le moment électrique dans la direction principale du nicol a une partie due à l'anisotropie qui variera avec la fréquence α : on observera encore les fréquences ω, $\omega - \alpha$, $\omega + \alpha$. Pour des longueurs d'onde de rotation de 500^{μ} à 50^{μ}, on aura des raies écartées *grosso-modo* de 40 à 4 Å de part et d'autre de la raie non modifiée.

De même, les mouvements des molécules autour de la molécule considérée modifient à chaque instant le champ intermoléculaire, la partie anisotrope du champ de polarisation, etc., avec des fréquences du même ordre de grandeur que les précédentes mais continues, d'où, par le même mécanisme, un *spectre continu* dans la lumière diffusée pouvant s'étendre peut-être sur une centaine d'Å de part et d'autre de la raie incidente : c'est conforme aux observations de M. Raman. Ce spectre continu doit disparaître dans le cas d'un gaz. On verrait de même que pour un corps à molécules polaires, les déformations électrostatiques d'une molécule par l'autre étant très importantes, le spectre des nouvelles radiations doit être plus intense, ce que constate M. Raman. On analyserait de même l'influence des impuretés, des polymères, etc., on verrait que pour un corps à forte anisotropie, les raies supplémentaires d'oscillation doivent être relativement plus intenses.

En résumé, les nouvelles radiations de M. Raman se présenteraient comme des battements optiques dus aux diverses fréquences d'oscillation du moment électrique des molécules. Dans le détail de l'explication, il faudra vraisemblablement faire appel à la Mécanique ondulatoire; déjà dans la théorie de la dispersion de Kramers-Heisenberg apparaissent les combinaisons de fréquence $\omega \pm \alpha$ dont je me suis servi ici; mais, d'après ce

qui précède, il faut faire intervenir toutes les fréquences des diverses causes modifiant le moment électrique d'une molécule et non plus seulement les fréquences d'émission de la molécule isolée, seules considérées jusqu'ici dans les théories modernes. Toutefois, une conséquence qui paraît inévitable est la symétrie des fréquences $\omega \pm \alpha$ autour de ω et aussi des intensités : l'expérience la confirmera-t-elle? Quoi qu'il en soit, si l'explication de la nature de ces nouvelles radiations que je donne ici est adéquate, elles constitueraient un moyen précieux et inattendu d'investigation de la structure des liquides et des actions intra- et intermoléculaires.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la structure du spectre du second ordre du soufre* (SII). Note de M. J. **Gilles**, présentée par M. A. Cotton.

Étant donnée l'analogie de structure des ions OII et SII on doit s'attendre à trouver dans le spectre du soufre ionisé une fois, comme dans celui de l'oxygène ionisé une fois, des termes de multiplicités paires égales ou inférieures à 6. Si en particulier on considère les configurations électroniques *ans.*, *anp.*, *and.*... de l'ion SII qui dérivent de la distribution normale des 14 électrons de l'ion SIII, sur les couches $1s$, $2s$, $2p$, $3s$, $3p$, par addition d'un électron sur une orbite ns, np, nd, ... ($n \geqq 4$), on doit s'attendre à trouver un système de termes de multiplicité 4; savoir, pour la configuration *ans.* des multiplets ^4P; pour la configuration *anp.* des multiplets ^4S, ^4P, ^4D : pour la configuration *and.* des multiplets ^4P, ^4D, ^4F.

Le relevé que j'ai fait du spectre de SII et l'étude de l'effet Zeeman des raies principales de ce spectre m'ont permis de reconnaître cinq multiplets de raies qui correspondent aux combinaisons *ans.* ^4P — *anp.* P^4, *ans.* ^4P — *anp.* ^4D, *anp.* ^4P — *and.* ^4D, *anp.* ^4D — *and.* ^4D, *anp.* ^4D — *and.* ^4F. Ces multiplets sont donnés dans les tableaux suivants [1].

---

[1] Plusieurs raies de ces multiplets ont déjà été relevées dans le spectre de SII par E. et L. Bloch (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 761).

Combinaisons de ans. ^4P *avec* anp. ^4P *et* anp. ^4D.

	ans. $^4P_{\frac{1}{2}}$ 100707,7	Δν	*ans.* $^4P_{\frac{3}{2}}$ 100437	Δν	*ans.* $^4P_{\frac{5}{2}}$ 100.000	Termes
i			5		7	
ν			20302.8	437.2	19865,63	*anp.* $^4P_{\frac{5}{2}}$ 80135,2
Δν			276.0		275.8	
i	6		5		5	
ν	20297.6	270.8	20026.8	437.0	19589.8	*anp.* $^4P_{\frac{3}{2}}$ 80410.2
Δν	70.4		70,5			
i	1		5			
ν	20227,2	270.9	19556.3			*anp.* $^4P_{\frac{1}{2}}$ 80480,7
i					8	
ν					18330,81	*anp.* $^4D_{\frac{7}{2}}$ 81659,2
Δν					365.8	
i			6		7	
ν			18401,95	436,9	17965,06	*anp.* $^4D_{\frac{5}{2}}$ 82034,95
Δν			256.7		256,7	
i	5		8		5	
ν	18415.8	270,6	18145,28	437.0	17708,29	*anp.* $^4D_{\frac{3}{2}}$ 82291,71
Δν	151.1		151.3			
i	8		5			
ν	18264.7	270.8	17993.98			*anp.* $^4D_{\frac{1}{2}}$ 82443.02

Combinaisons de anp. ^4P *avec* and. ^4D.

	and. $^4D_{\frac{1}{2}}$ 57115.3	Δν	*and.* $^4D_{\frac{3}{2}}$ 57067.0	Δν	*and.* $^4D_{\frac{5}{2}}$ 56986.0	Δν	*and.* $^4D_{\frac{3}{2}}$ 56856.0	Termes
i					3		5	
ν			[ ]		23148.83	130.5	23279,39	*anp.* $^4P_{\frac{5}{2}}$ 80135,2
Δν					275,5			
i	1		3		3			
ν	23295.82	47.6	23343.48	80.9	23424.87			*anp.* $^4P_{\frac{3}{2}}$ 80410,2
Δν	69,6		70,5					
i	3		2					
ν	23365,46	48,3	23413,73					*anp.* $^4P_{\frac{1}{2}}$ 80480,7

Combinaisons de anp. ^{4}D *avec* and. ^{4}D *et* and. ^{4}F.

	anp. $^4D_{\frac{1}{2}}$ 82443,02	Δν	*anp.* $^4D_{\frac{3}{2}}$ 82291,21	Δν	*anp.* $^4D_{\frac{5}{2}}$ 82034,95	Δν	*anp.* $^4D_{\frac{7}{2}}$ 81669,2	Termes
i					3		5	
ν					25177,80	363,6	24814,20	*and.* $^4D_{\frac{7}{2}}$ 56856,0
Δν					128,3		130,6	
i			0		2		2	
ν			25306,09	256,6	25049,48	365,9	24683,56	*and.* $^4D_{\frac{5}{2}}$ 56986,0
Δν			80,9		81,3			
i	0		1,5		1,5			
ν	25376,5	151,4	25225,14	257,0	24968,19			*and.* $^4D_{\frac{3}{2}}$ 57067,0
Δν	48,3		48,1					
i	1,5		3					
ν	25328,0	151,0	25177,0					*and.* $^4D_{\frac{1}{2}}$ 57115,3
i							6,5	
ν							24015,95	*and.* $^4F_{\frac{9}{2}}$ 57653,25
Δν							310,2	
i					6		3	
ν					24071,4		23705,70	*and.* $^4F_{\frac{7}{2}}$ 57963,25
Δν					210,6			
i			4,5		3			
ν			25117,76	256,9	23860,85		[ ]	*and.* $^4F_{\frac{5}{2}}$ 58173,95
Δν			134,7					
i	4		1,5					
ν	24134,34	151,3	23983,00		[ ]			*and.* $^4F_{\frac{3}{2}}$ 58308,68

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre d'absorption de l'oxyde azotique.* Note de M. **Maurice Lambrey**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans une précédente Communication (1), j'ai décrit sommairement un spectre d'absorption attribuable à l'oxyde azotique NO. Contrairement à ce que je pensais, son existence avait déjà été signalée par Leifson (2). D'autre part les bandes d'émission que j'ai également observées s'identifient avec les bandes β et γ de l'azote actif découvertes par Fowler et Strutt (3). La coïncidence de ces bandes avec les bandes d'absorption de l'oxyde azotique permet, comme l'indiquent par ailleurs Sponer et Hopfield (4), de les attribuer définitivement à la molécule neutre NO.

Le spectre d'absorption de NO se compose de deux familles de doublets, chacune des composantes de ces doublets étant une bande résoluble.

Les doublets de la première famille ont leur arête du côté des grandes longueurs d'onde. Les longueurs d'onde des maxima d'absorption sont, en Å, à 1 Å près :

2369,0	2267,85	2153,75	2051	1959,5	1875
2362,3	2261,5	2148,25	2146,5	1954,5	1870

Les doublets de la seconde famille, dont certains se superposent au moins partiellement à ceux de la première, ont leur arête du côté des courtes longueurs d'onde. Les longueurs d'onde de leurs composantes sont, à 1 Å près :

2203,6 2199,1	2108 2104	2024,5 2021	1949±2 1946±2
superposé à 2153,75 2148,25	2066 2062	1985 1982	1913±4 1909±4

Les tableaux suivants sont relatifs à la structure fine de deux doublets d'absorption. Les longueurs d'onde indiquées à 0,1 Å près sont celles des maxima d'absorption. Un seul minimum d'absorption, indiquant la position de la raie nulle, est signalé.

(1) Lambrey, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 382.
(2) S. W. Leifson, *Astrophys. Journ.*, 43, 1926, p. 73.
(3) Fowler et Strutt, *Proc. Roy. Soc.*, 85, A, 1911, p. 337.
(4) Sponer et Hopfield, *Phys. Rev.*, 27, 1926, p. 640.

Doublet 2267,85 2261,5 (première famille).

Première composante.	Deuxième composante.			
2269,1 arête	2262,7 arête	2257,5	2249,4	2242,95
2268,55 min.	2262,3 min.	2256,9	2248,45	2242,5
2267,85	2261,5	2256,05	2247,65	2241,8
2267,45	2261,2	2255,6	2246,75	2241,35
2267,0	2260,8	2254,85	2246,5	2240,8
2266,6	2260,5	2254,25	2245,75	2240,3
2265,8	2260,0	2253,4	2245,5	2239,6
2265,35	2259,55	2252,7	2244,9	2239,1
2264,75	2259,1	2251,8	2244,6	2238,5
2264,2	2258,6	2251,05	2243,75	2237,85
2263,85	2258,15	2250,4	2243,4	

Si ν est le nombre d'ondes par centimètre, n un nombre entier positif ou négatif, les raies de la première composante sont représentées convenablement par

$$10^{-4}\nu = 4408,2 + 1,07n + 0,23n^2 \qquad \text{(br. pos. et nég.)},$$
$$10^{-4}\nu = 4409,8 + 0,23n^2 \qquad \text{(br. nulle)}.$$

Les premières raies de la seconde composante sont données par

$$10^{-4}\nu = 4420,5 + 0,737n + 0,134n^2 \qquad \text{(pas de br. nulle)};$$

mais, pour les grandes valeurs de n; d'une part, un terme en n^4 devient nécessaire; d'autre part, les raies se dédoublent. On peut alors représenter l'ensemble des raies par une fonction bicarrée :

$$10^{-4}\nu = 4419,5 + 0,134(n + 0,25)^2 - 10^{-5}(2,65 \pm 0,35)(n + 0,25)^4$$

(n : entier positif ou négatif, la raie nulle n'étant plus $n = 0$).

Doublet 2153,75-2148,25 (première famille).

Première composante.	Deuxième composante.			
2154,9 arête	2149,2 arête	2143,65	2136,1	2103,95
2154,5	2148,85 min.	2143,0	2135,8	2230,45
2154,25 min.	2148,25	2142,6	2135,4	2130,45
2253,75	2148,05	2142,1	2135,0	2129,85
2153,4	2147,5	2141,4	2134,5	2129,45
2152,95	2147,1	2140,85	2134,05	2128,75

Doublet 2153,75-2148,25 (première famille) (*suite*).

Première composante.	Deuxième composante.			
2152,4	2146,55	2140,2	2133,7	2128,2
2152,2	2146,2	2139,5	2133,25	2127,6
2151,85	2145,7	2138,7	2132,8	2127,6
2151,35	2145,4	2137,95	1132,45	2126,7
2151,2	2144,9	2137,4	2131,85	
2150,15	2144,5	2137,15	2131,5	
2149,7	2144,05	2136,8		

Les raies de la première composante sont données par

$$10^{-4}\nu = 4642,05 + 1,30n + 0,29n^2 \quad \text{(br. pos. et nég.)},$$
$$10^{-4}\nu = 4643,05 + 0,29n^2 \quad \text{(br. nulle)}.$$

Les premières raies de la seconde composante sont données par

$$10^{-4}\nu = 4653,7 + 0,871n + 0,238n^2 \quad \text{(br. pos. et nég.)},$$
$$10^{-4}\nu = 4654,75 + 0,238n^2 \quad \text{(br. nulle)},$$

mais l'ensemble de ces raies est donné par une fonction bicarrée analogue à celle qui est indiquée plus haut.

Doublet 2104,0-2107,85 (seconde famille).

Les raies de ce doublet sont représentées par les formules respectives :

Première composante $\begin{cases} 10^{-4}\nu = 4752,95 + 0,549n - 0,30n^2, \\ 10^{-4}\nu = 4752,1 - 0,30n^2. \end{cases}$

Deuxième composante $\begin{cases} 10^{-4}\nu = 4743,2 + 1,14n - 0,30n^2, \\ 10^{-4}\nu = 4741,8 - 0,30n^2. \end{cases}$

OPTIQUE PHYSIQUE. — *Sur le calcul théorique de la diffusion de la lumière dans un fluide.* Note (¹) de M. **J. Cabannes**, présentée par M. Charles Fabry.

Les auteurs (²) qui cherchent à évaluer théoriquement la diffusion de la lumière dans un fluide admettent : 1° que le volume V occupé par le fluide

(¹) Séance du 16 avril 1928.

(²) Gans, *Das Tyndallphänomen in Flüssigkeiten* (*Zeitschrift für Physik.*, **171**, 1923, p. 363-397). — Raman et Krishnan, *A Theory of Light-Scattering in Liquids* (*Philosophical Magazine*, **5**, 1928, p. 498-512).

peut être décomposé en p éléments égaux dv assez petits pour que les molécules comprises à l'intérieur d'un élément vibrent en concordance de phase; 2° qu'il n'y a pas de corrélation entre les fluctuations moléculaires dans deux éléments voisins. A partir de ces deux hypothèses, on calcule en bloc la diffusion de la lumière par un élément dv, et l'on ajoute les *intensités* diffusées par tous ces éléments, comme on le ferait avec des sources de lumière incohérentes.

Malheureusement ces deux hypothèses sont contradictoires; le trajet parcouru par la lumière à l'intérieur d'un élément dv ne peut guère dépasser une dizaine d'angströms : l'une au moins des dimensions de dv est donc du même ordre de grandeur que le rayon d'action moléculaire. Il faut donc s'affranchir de la seconde hypothèse.

Soit $d_i\varpi$ l'écart entre la densité actuelle dans le volume élémentaire dv_i et la densité moyenne ϖ du fluide. Le vecteur électrique émis par l'élément dv_i peut s'écrire $A\,d_i\varpi\cos(\omega t-\varphi_i)$, d'où l'intensité diffusée au total par le volume V :

$$J = A^2\left[\Sigma\overline{(d_i\varpi)^2}(dv_i)^2 + \Sigma\Sigma\overline{d_i\varpi\,d_j\varpi}\,dv_i\,dv_j\cos(\varphi_j-\varphi_i)\right].$$

Mais, parmi les éléments (i, j), ceux qui réagissent les uns sur les autres sont assez rapprochés pour qu'on puisse, en général, poser $\cos(\varphi_j-\varphi_i)=1$ dans tous les termes non nuls du crochet, ce qui permet d'écrire

$$J = A^2\left[\Sigma\overline{(d_i\varpi)^2}(dv_i)^2 + \Sigma\Sigma\overline{d_i\varpi\,d_j\varpi}\,dv_i\,dv_j\right].$$

Nous ne connaissons pas, en général, le carré moyen des fluctuations de la densité dans chacun des éléments dv, mais nous pouvons écrire, en désignant par $\Delta\varpi$ l'écart dans le volume V,

$$\Delta\varpi = d_1\varpi\frac{dv_1}{V} + d_2\varpi\frac{dv_2}{V} + \ldots + d_i\varpi\frac{dv_i}{V} + \ldots,$$

d'où

$$\Sigma\overline{(d_i\varpi)^2}(dv_i)^2 + \Sigma\Sigma\overline{d_i\varpi\,d_j\varpi}\,dv_i\,dv_j = \overline{(\Delta\varpi)^2}\,V^2$$

et

$$J = A^2 V\,\overline{(\Delta\varpi)^2}\,V.$$

Ce calcul montre :

1° Que, par suite des interactions entre éléments voisins, *les fluctuations n'obéissent pas aux mêmes lois dans un volume élémentaire dv et dans le volume total* V ; *on a*

$$\overline{(\Delta\varpi)^2}\,V \neq \overline{(d_i\varpi)^2}\,dv_i.$$

2° Que *l'intensité de la lumière diffusée* J *est bien proportionnelle au carré moyen des fluctuations de la densité dans un grand volume*, c'est-à-dire, si l'on admet le calcul classique de Smoluchowski ([1]), au coefficient de compressibilité isotherme β, et non pas au coefficient β' (inférieur à β) qui caractérise les fluctuations de la densité dans un élément dv ([2]).

On retrouve donc, par le calcul correct que nous venons d'indiquer, la formule connue

$$J = \frac{\pi^2}{2\lambda^4}\,\frac{RT\beta}{N}\,(\mu^2-1)^2\,\frac{6(1+\rho)}{6-7\rho}\,E$$

(λ, longueur d'onde dans le vide ; R, constante des gaz ; N, nombre d'Avogadro ; T, température absolue ; μ, indice de réfraction ; ρ, facteur de dépolarisation ; E, éclairement produit par le faisceau incident).

Il en résulte que les hypothèses contradictoires du début aboutissaient, en fin de compte, à un résultat exact. Cela provient de ce que les auteurs qui ont commis cette première erreur en ont ajouté une seconde qui la compensait, en admettant à tort que le calcul de Smoluchowski donne le carré moyen des fluctuations de la densité dans un élément de volume dv. Ils ont écrit successivement les deux relations *inexactes*

$$J = A^2 V(\overline{d_i\varpi})^2\,dv_i \qquad \text{et} \qquad (\overline{d_i\varpi})^2\,dv_i = (\overline{\Delta\varpi})^2\,V,$$

qui les ont conduits à l'expression correcte de J.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Altération profonde d'un alliage nickel-cuivre dans la vapeur d'eau surchauffée, vers* 350 *à* 400°. Note de M. **J.-F. Saffy**, présentée par M. H. Le Chatelier.

En vue de faire la sélection des métaux les plus aptes, compte tenu de leur prix de revient, à être utilisés pour la confection des aubages de turbines à vapeur dans les conditions d'emploi modernes, j'ai cherché, depuis quelques années, à caractériser l'action exercée sur une gamme étendue de métaux (Fe-Ni, Cu-Ni, Fe-Cr, Fe-Ni-Cr, etc.) par le séjour dans la vapeur d'eau, action se traduisant sur certains d'entre eux (notamment Fe-Ni) par l'alté-

---

([1]) Smoluchowski, *Molekular-kinetische Theorie der Opaleszenz* (*Annalen der Physik*, 25, 1908, p. 205-226).

([2]) Ce coefficient β' a été calculé par Y. Rocard dans le cas des gaz qui n'obéissent pas à la loi de Mariotte (*Thèse*, Paris, 1928, p. 55).

ration connue sous le nom de corrosion fissurante. Il m'a paru intéressant de signaler quelques résultats inattendus et d'un caractère particulier observés sur des échantillons de métal contenant : C : 0,2; Mn : 1,6; Ni : 68,6; Cu : 28,9, alliage coûteux mais doué de belles caractéristiques mécaniques et d'une avantageuse résistance chimique vis-à-vis d'une série d'agents corrosifs, et souvent préconisé pour l'application envisagée ici.

Des expériences préliminaires prolongées pendant 17 mois dans la vapeur saturée à basse pression (6 kg/cm² et 150° approximativement) ayant montré que, dans ces conditions d'épreuve, suffisantes pour provoquer la corrosion fissurante dans d'autres métaux, l'alliage en cause conservait d'excellentes propriétés mécaniques appréciées avec sensibilité d'après le nombre des pliages à 180° (± 90°) supportés sans criquer avant (16 à 17 pliages) et après l'essai (13 à 15 pliages) par un fil au diamètre de $0^{mm},5$, des conditions d'épreuve plus sévères, vapeur surchauffée maintenue pendant 7 jours à 475° ± 15° et à une pression de 14 kg/cm², furent réalisées dans un autoclave d'essai chauffé par une résistance électrique extérieure et pouvant sans danger fonctionner jusqu'à 600° et 100 kg/cm².

Dans ces nouveaux essais, les échantillons étaient des fils de $0^{mm},5$ de

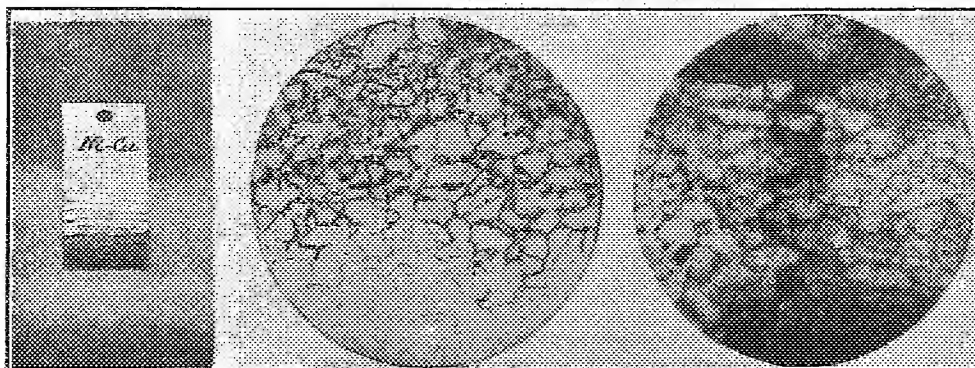


Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

diamètre qu'on éprouvait comme ci-dessus, et des plaquettes polies de 38 × 15 × 3^{mm} dont on mesurait la variation de poids après essai et nettoyage, qu'on soumettait à des ployages et qu'on étudiait au microscope. Sur les deux plaquettes on a noté des gains de poids relativement faibles : 1,38 et 1,24 mg/cm²; en revanche le fil initialement très souple (14 pliages) était devenu très cassant (moins de 1 demi-pliage). Surpris de la discordance entre ces deux résultats, j'ai plié les plaquettes (*fig.* 1) : le

métal qui, à l'état naturel ou recuit, plie à bloc sans criques, est, après l'essai, complètement dénaturé, ainsi qu'en témoignent les craquelures, et cela sans aucune apparence d'oxydation, les plaquettes étant gris argent après l'essai. L'examen microscopique (*fig.* 2 et 3, attaque à l'eau régale, grossissement 180) a permis de préciser le processus de l'altération. L'échantillon (coupe médiane 15 × 3^{mm}) révèle après attaque une zone périphérique d'aspect particulier, de 1^{mm} environ d'épaisseur; il est donc normal que le fil de 5/10 soit devenu très fragile. La figure 2 montre la transition entre la zone altérée et le substratum demeuré sain; la figure 3 montre le cheminement d'une crique dans la région pliée : la fragilité est acquise comme dans les ferronickels, par désagrégation intergranulaire.

Devant ce résultat un nouvel essai a été effectué pendant un mois dans de la vapeur surchauffée à 375° ± 25° et 10 kg/cm². Le pliage sur plaquettes a produit des craquelures de même importance que dans l'essai précédent en outre, on a constaté la formation d'une forte pellicule d'oxyde blanc verdâtre, brillante, partiellement détachée, le métal sous-jacent étant de couleur gris mat; on n'a donc pas noté de « gain de poids », mais seulement, après un nettoyage d'ailleurs très facile, une très forte perte de poids : 187 et 163 mg/cm².

En vue de préciser l'ordre de grandeur de la température à partir de laquelle le métal est altéré par la vapeur surchauffée, j'ai enfin procédé à quelques essais à la pression atmosphérique en faisant circuler de la vapeur d'eau dans les fours tubulaires de laboratoire sur des lamettes de 3^{mm} d'épaisseur et en soumettant chaque semaine les éprouvettes à l'essai de ployage.

A 500°, après 2 semaines, elles plient à 180° avec crique profonde ou cassent.

A 400°, après 7 semaines, elles cassent toutes avant pliage à bords parallèles, c'est-à-dire dès un pliage de 90 à 120°.

A 350°, après 8 semaines, elles plient toutes à bloc, à 180°, mais toujours avec criques plus ou moins importantes, intéressant parfois presque toute l'épaisseur.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la décomposition du gaz carbonique à faible pression sous l'action du courant électrique.* Note de MM. **Pierre Jolibois, Henri Lefebvre** et **Pierre Montagne**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons étudié précédemment ([1]) l'action d'une ou plusieurs étincelles sur le gaz carbonique à faible pression. Il est intéressant de comparer ces résultats à ceux que donne le passage d'un courant obtenu en reliant les électrodes du tube à une source de courant continu, avec interposition d'une résistance de quelques dizaines de mégohms. Bien qu'un tel courant ne soit pas à proprement parler continu, nous admettrons qu'un microampèremètre à courant continu intercalé dans le circuit donne l'intensité moyenne du courant traversant le gaz.

En employant le dispositif expérimental décrit précédemment (*loc. cit.*), nous avons constaté que pour des intensités comprises entre 0 et 2 milliampères, l'équilibre final de la dissociation est sensiblement indépendant de l'intensité; mais cet équilibre est atteint plus vite avec un courant intense qu'avec un courant faible.

Tableau I.

Taux de dissociation du gaz carbonique sous l'influence du courant électrique.

Pression initiale : 3mm,4.

	Intensité moyenne du courant en microampères.				
Temps.	250.	350.	650.	1000.	1700.
15 secondes					0,11
30 »		0,08	0,09	0,14	
1 minute		0,10	0,18	0,25	0,30
2 minutes	0,16	0,20	0,31	0,44	0,42
2 » 30 sec.					0,44
3 »				0,45	
5 »	0,27		0,44		
10 »	0,38	0,39	0,43		
14 »	0,42	0,40			
20 »	0,42	0,40	0,44		

([1]) *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 608; **182**, 1926, p. 1026 et 1145; **183**, 1926, p. 784; **184**, 1927, p. 323 et 522; **186**, 1928, p. 948.

L'influence de la pression sur le degré de dissociation, lors de l'équilibre est au contraire très importante, ainsi que le montre le tableau suivant :

Tableau II.

Variation du taux de dissociation du gaz carbonique en fonction de la pression initiale.

Pression initiale en mm de Hg.	Taux de dissociation correspondant à l'équilibre.	Température apparente de l'étincelle.
0,8	0,54	2318°
1,9	0,48	2340
3,4	0,44	2353
5,0	0,40	2350
8,0	0,31	2312

Nous avons inscrit sur ce tableau les températures apparentes calculées comme nous l'avons indiqué précédemment ([1]). Elles sont toutes voisines de 2300°, comme dans le cas de la décharge de condensateurs d'une capacité de quelques millièmes de microfarads.

Que l'on fasse agir sur le gaz carbonique le courant continu ou l'étincelle de décharge de condensateurs de 0,001 à 10 microfarads, la température apparente est toujours comprise entre 2100 et 3000°. Si l'on était certain que l'action du courant ou des décharges soit d'origine purement thermique, on pourrait dire que les effets en sont équivalents à ceux d'un chauffage sous pression constante aux températures citées précédemment.

Rendement. — Dans les expériences utilisant une source de courant continu, le microampèremètre intercalé dans le circuit indique une intensité I. La différence de potentiel V aux bornes du tube est donnée par un voltmètre électrostatique. Nous admettrons dans ce qui suit que la puissance électrique W_1 absorbée par le tube est VI. Connaissant la masse de gaz carbonique dissocié au cours d'une expérience, on sait calculer par les données thermochimiques l'énergie W_2 strictement nécessaire à cette dissociation. Le rendement chimique du courant est donc $\frac{W_2}{W_1}$.

Nous avons vu que dans les premiers instants du passage d'un courant d'intensité moyenne de quelques centaines de microampères, le taux de dissociation est sensiblement proportionnel au temps et à cette intensité. Le rendement chimique est donc, dans ces conditions, à peu près indépendant

([1]) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 784.

de ces deux facteurs. Le tableau suivant montre que, par contre, il diminue quand la pression augmente.

TABLEAU III. — *Variation en fonction de la pression du rendement chimique du courant continu.*

Pression initiale du gaz carbonique (en mm de Hg).	Rendement (pour 100).	Intensité moyenne du courant (en microampères).
0,8	4,8	100
1,9	4,5	600
3,4	3,0	600
5,0	1,6	150
8,0	1,2	900

Le rendement du courant continu est incomparablement plus faible que celui de la décharge d'un condensateur, lequel, dans certaines expériences, atteignait 30 pour 100.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le foisonnement dans l'hydrogène des métaux et alliages contenant un peu d'oxyde.* Note de MM. **M. Guichard, Clausmann** et **Billon**, présentée par M. G. Urbain.

Lorsqu'on chauffe, dans un courant d'hydrogène, un alliage d'argent et de cuivre, *plus ou moins oxydé*, on observe, si l'on *atteint le point de fusion*, une agitation du métal, produite par un dégagement de bulles qui le soulèvent, en projetant, en tous sens, un grand nombre de petits globules métalliques. Par contre, en maintenant l'alliage *au-dessous de son point de fusion*, il se produit une perte de poids progressive, en même temps qu'un accroissement du volume. Lorsqu'un alliage a été fondu une première fois dans l'hydrogène, il ne donne plus aucun de ces phénomènes.

Pour étudier le *phénomène de projection à la fusion*, on peut recueillir et peser séparément le métal qui a été projeté en globules et celui qui a été fondu sur place et déterminer ainsi, approximativement, l'influence de la teneur en oxygène de l'alliage sur l'intensité du phénomène. Nous avons ainsi obtenu les nombres suivants, sur des alliages oxydés, puis plus ou moins désoxydés par chauffage dans l'hydrogène, sans fusion.

Titre de l'alliage en argent (pour 1000)...	700.			727.	
Durée du chauffage à 700° dans l'hydrogène sans fusion	0h	66h	100h	0h	16h
Oxygène contenu pour 1000	0,7	»	0,18	»	»
Métal projeté par fusion dans l'hydrogène, pour 1000	22	3	2,3	24,5	7,5

L'accroissement de volume qui se produit dans l'hydrogène *au-dessous du point de fusion* a été observé sur un premier alliage à 700 millièmes d'argent; un cylindre de cet alliage, maintenu vers 700° pendant 100 heures, qui contenait primitivement 0,77 pour 1000 d'oxygène, n'en contient plus que 0,18 pour 1000 et son diamètre s'est accru de 10 pour 100.

Le tableau suivant résume les résultats fournis par quatre alliages fondus avec un excès d'oxyde de cuivre vers 1200° et coulés en lingots cylindriques; les trois premiers contiennent du cuivre, de l'argent et de l'oxyde de cuivre; le dernier contient de l'argent et de l'oxyde de cuivre.

	1.	2.	3.	4.
O dosé par fusion dans H : pour 1000.....	5,7	4.9	2,8	2.6
Ag avant fusion dans H : »	831,5	904	966.5	982
Perte de poids à 700° dans H, sans fusion en 15 heures : »	2,0	2.6	0,8	0,4
De même en 30 heures : »	2,9	3.4	1.7	1,2
Augmentation de volume dans ces conditions, en 15 heures : pour 100.....	10	18	14,5	27,7
De même en 30 heures : »	12,7	22,9	44.6	éclaté

La variation du volume croît donc avec la teneur en argent même si l'alliage le plus riche en argent est le moins oxydé; la résistance mécanique du métal paraît être ici un facteur essentiel.

La figure 1 montre, en grandeur naturelle, l'accroissement de diamètre des échantillons 1, 2, 3, 4 et d'un cinquième analogue au n° 4, par rapport au diamètre primitif n° 0. La figure 2 montre un échantillon (1) dont la masse n'a pas été entièrement pénétrée par l'hydrogène; la métallographie, prise en coupe à la limite de la pénétration par l'hydrogène, montre, dans la partie supérieure, les cristaux d'oxyde non réduits et, dans la partie inférieure, des cavités produites par la réduction des cristaux d'oxyde (grossissement 80). La figure 3 montre, en coupe, la pénétration des fentes déjà visibles sur l'échantillon n° 3, en grandeur naturelle (*fig.* 1) (grossissement 80).

Le cuivre partiellement oxydé, exempt d'argent, donne lieu au foisonnement dans les mêmes conditions que les alliages que nous venons d'étudier.

Enfin, nous avons vérifié que ces métaux et alliages traités de la même manière ne présentent pas de changement d'aspect, ni de dimensions lorsqu'ils sont exempts d'oxyde.

Une seule et même cause nous paraît rendre compte de ce foisonnement

des métaux et alliages oxydés, chauffés dans l'hydrogène, sans fusion et des projections qui se produisent au moment de la fusion elle-même.

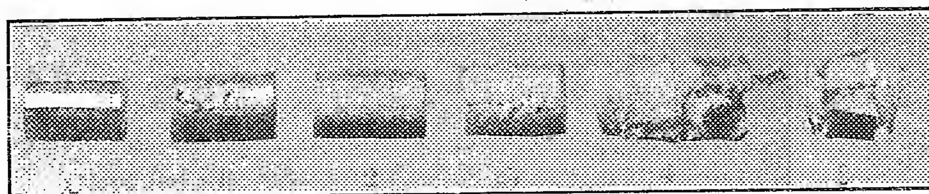


Fig. 1.

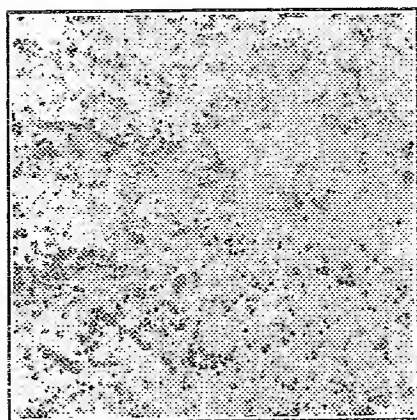


Fig. 2.

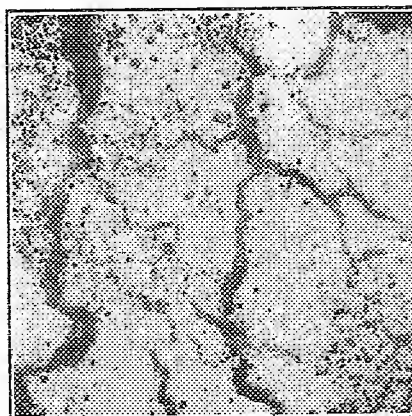


Fig. 3.

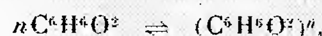
L'hydrogène diffuse à travers nos alliages; rencontrant alors les cristaux d'oxyde de cuivre, il les réduit en libérant le cuivre et formant de l'eau. Cette eau diffuse, en sens inverse, vers l'extérieur avec une vitesse réduite par rapport à celle de l'hydrogène. Après un certain temps, les petits cristaux d'oxyde sont remplacés par autant de bulles de vapeur d'eau fortement comprimées. Le foisonnement montre que la résistance du métal ne suffit pas à contenir la pression de cette vapeur qui peut arriver à provoquer un véritable éclatement du métal. Au point de fusion, les bulles de vapeur s'échappent violemment en projetant le métal ainsi que nous l'avons montré.

Il convient donc d'éviter l'action d'une atmosphère hydrogéné au cours du traitement thermique des métaux pouvant contenir de petites quantités d'oxyde.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination cryoscopique des équilibres moléculaires de la résorcine et de la pyrocatéchine en solution aqueuse.* Note de MM. F. **Bourion** et **Ch. Tuttle**, présentée par M. G. Urbain.

Dans le but de compléter l'étude quantitative des équilibres moléculaires offerts à 100° C., par les polyphénols, dans les solutions aqueuses de chlorures alcalins, que l'un de nous a faite en collaboration avec M. Rouyer [1] et que ce dernier a examinée en solution aqueuse [2], nous avons entrepris par voie cryoscopique l'étude de ces phénomènes à 0° C. A cet effet nous avons tout d'abord déterminé les équilibres présentés en solution aqueuse, par la résorcine et la pyrocatéchine.

Si nous admettons des équilibres entre n molécules simples et une molécule associée :



$$nC^6H^6O^2 \rightleftharpoons (C^6H^6O^2)^n,$$

on a

$$(1) \qquad c + nc' = C,$$

$$(2) \qquad \frac{x}{x'} = \frac{c}{nc'},$$

$$(3) \qquad x + x' = a,$$

$$(4) \qquad \Delta C = 18.4\left(\frac{x}{110} + \frac{x'}{110n}\right),$$

$$(5) \qquad K_n = \frac{c^n}{c'},$$

C étant la concentration totale évaluée en molécules simples, x, x' et a les masses respectives de molécules simples, associées et totales de polyphénols, en présence de 100^g d'eau, et ΔC l'abaissement cryoscopique.

En utilisant la technique de Raoult à peine modifiée, on a obtenu :

1° *Résorcine.*

Concentration.	K_2.	K_3.	K_4.
0,250	3,86	1,89	0,507
0,375	3,78	2,74	1,11
0,500	2,95	2,82	1,45
0,625	2,52	2,99	1,88

(1) F. Bourion et E. Rouyer, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 941 et 1064; **186**, 1928, p. 82; *Journ. de Chim. Phys.*, **24**, 1927, p. 437-439, et **25**, 1928, p. 234-248.

(2) E. Rouyer, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1934.

Concentration.	K_2.	K_3.	K_4.
0,750	2,34	3,33	2,47
0,875	2,00	3,33	2,81
1,000	1,76	3,45	3,17
1,125	1,59	3,43	3,60
1,250	1,49	3,59	4,14
1,375	1,32	3,55	4,43
1,500	1,19	3,56	4,79
1,625	1,09	3,58	5,17
1,750	0,952	3,46	5,30
1,875	0,884	3,53	5,72
2,000	0,796	3,47	5,99
2,125	0,742	3,51	6,41
2,250	0,706	3,62	6,97
2,375	0,648	3,61	7,30
2,500	0,562	3,45	7,35
2,625	0,520	3,48	7,69
2,750	0,480	3,55	8,21
2,875	0,452	3,55	8,55
3,000	0,416	3,55	8,90

2° *Pyrocatéchine.*

0,250	14,84	7,36	2,72
0,375	7,27	5,35	2,90
0,500	5,81	5,64	4,00
0,625	4,87	5,86	5,10
0,750	3,80	5,44	5,54
0,875	3,26	5,50	6,33
1,000	3,19	5,35	7,96
1,125	2,73	5,82	8,48
1,250	2,27	5,39	8,53

On voit que, seul, le paramètre K_3 offre une bonne constance, de 0,75 M à 3 M pour la résorcine et de 0,375 M à 1,25 M, concentration voisine de la saturation, pour la pyrocatéchine. Il y a donc dans ces domaines, équilibres exclusifs entre molécules simples et molécules triples, alors qu'à 100° C. il y a équilibre entre molécules simples et doubles aux basses concentrations, puis équilibre entre molécules simples et triples aux concentrations élevées.

La constante moyenne K_3 est 3,50 pour la résorcine, et 5,54 pour la pyrocatéchine, lorsque les concentrations sont évaluées à 15°C., puis 3,52 pour la résorcine, et 5,57 pour la pyrocatéchine, lorsque les concentrations sont estimées à 0° C.

Des valeurs des constantes obtenues à 100° C. et à 0° C., on déduit par application de la formule de van't Hoff

$$\frac{d\,\mathrm{Log\,K}}{d\mathrm{T}} = -\frac{\mathrm{JQ}}{\mathrm{RT}^2}$$

pour la chaleur d'association, supposée indépendante de la température dans l'intervalle 0° C. — 100° C., de 3^{mol} simples en 1^{mol} triple, en solution aqueuse : environ +600 cal./gr. à volume constant pour la résorcine, — 2400 pour la pyrocatéchine.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Essais de benzylation et de phénylation de l'α-méthylcyclohexanone.* Note de MM. **R. Cornubert** et **H. Le Bihan**, présentée par M. Ch. Moureu.

Dans une précédente Note [1], l'un de nous a montré que la formation simultanée d'αα- et d'αα'-méthylalcoylcyclohexanones par alcoylation de l'α-méthylcyclohexanone, par la méthode à l'amidure de sodium (pour 85-88 pour 100 d'isomère αα et 15-12 pour 100 d'isomère αα'), devait constituer un phénomène d'orientation dû à la présence du groupe méthyle; et ne devait pas représenter un effet de transposition, dont différents réactifs ou impuretés auraient pu être la cause. Par suite, l'orientation paraissant acquise lors de la sodation, toute alcoylation ou arylation devait conduire aux mêmes pourcentages de dérivés symétrique et dissymétrique. En vue de cette vérification, nous avons cherché à réaliser de nouvelles substitutions, en benzylant et en phénylant l'α-méthylcyclohexanone. Malheureusement seule la benzylation a réussi; ni le bromure, ni l'iodure de phényle, même au sein du xylène, n'ont donné la moindre trace de dérivé phénylé.

Benzylation de l'α-méthylcyclohexanone. — Dans un précédent travail [2], nous avons montré que l'allylation au bromure et à l'iodure d'allyle, donnait un mélange un peu moins riche en dérivé symétrique αα' (12 pour 100) que l'allylation au chlorure (20 pour 100). Nous avons cherché à retrouver ce résultat; et avons par suite benzylé d'abord avec du bromure, ensuite avec du chlorure. Dans l'un et l'autre cas, en prenant les quantités d'amidure et d'halogénure calculées pour une monoalcoylation, nous avons aisément obtenu une grande quantité d'α-méthylbenzylcyclo-

---

(1) R. Cornubert, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 441.

(2) R. Cornubert et H. Le Bihan, *Bull. de la Soc. chim.*, 4e série, **41**, 1927, p. 1077.

hexanone (Eb.$_{17}$: 167-169°), à côté d'une petite quantité de cétone dibenzylée. De cette dernière, nous avons séparé un produit solide fondant à 105° [vraisemblablement l'α-méthyl-α-benzyl-α'-benzylcyclohexanone d'après ce qui suit (¹)], et un produit liquide de même composition centésimale bouillant à 230-232° sous 15^{mm}. Pour la première fois, nous constatons expérimentalement que cette α-méthyldialcoylcétone est divisible en deux portions de même composition; et doit par suite être constituée par un mélange de deux isomères, ce qui jusqu'ici n'avait pu être considéré que comme une vraisemb lance.

La cétone monobenzylée a été analysée par la méthode à l'aldéhyde benzoïque, en utilisant l'acide chlorhydrique comme agent de condensation. On a pu ainsi isoler les corps cristallisés suivants :

1° Le chlorhydrate de la benzylidène-αα-méthylbenzylcyclohexanone obtenu en quantité considérable, corps fondant à 124° dont la combinaison benzylidénique fondant à 80-81° a pu être obtenue par élimination d'acide chlorhydrique par la soude alcoolique à la température de 60°.

2° Une petite quantité de combinaison tétrahydropyronique fondant à 191°, corps précédemment préparé à partir de l'α-méthyl-α'-benzylcyclohexanone (²). En appliquant la méthode de calcul déjà utilisée, nous sommes arrivés aux pourcentages suivants :

Cétone.	Isomère αα pour 100.	Isomère αα' pour 100.
Au bromure	91	9
Au chlorure : 1re méthode	90	10
» 2e »	89	11

Toutefois, avec la cétone au chlorure, nous avons pu isoler une quantité un peu plus grande de tétrahydropyronique cristallisée qu'avec la cétone au bromure.

L'allylation au chlorure est donc la seule alcoylation qui ait donné un dérivé méthylalcoylé de composition un peu différente (80 pour 100 d'isomère αα au lieu de 85-90). On peut dire évidemment que ces nombres sont du même ordre de grandeur, car la méthode de calcul n'est pas absolument rigoureuse (³); mais il faut noter que l'allylation de la γ-méthylcyclo-

(¹) Effectivement l'hydrogénation de la benzylidène-αα-méthylbenzylcylohexanone (F. : 80-81°) conduit à une cétone dibenzylée fondant à 104°, même à l'épreuve du mélange avec la précédente cétone dibenzylée fondant à 105°.

(²) R. Cornubert et Ch. Borrel, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 294.

(³) A. Haller et R. Cornubert, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 367.

hexanone au chlorure d'allyle a donné aussi une cétone α-diallylée plus riche en dérivé symétrique (25 pour 100) que la cétone préparée de la même manière avec le bromure d'allyle (12 pour 100)[1]. Ce fait paraît pouvoir être interprété de la manière suivante : chacun des atomes de sodium en α et α' aurait des activités respectives identiques entre elles, aux erreurs d'expérience près, vis-à-vis du sulfate de méthyle, des bromures d'éthyle, d'allyle, de benzyle, des iodures de méthyle et d'allyle, du chlorure de benzyle; avec le chlorure d'allyle, au contraire, il y aurait une différence entre les activités des atomes de sodium en α et α' vis-à-vis de ce réactif.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Phénols bromoiodés obtenus avec les acides bromo-5- et dibromo-3.5-salicyliques.* Note de MM. **P. Brenans** et **Ch. Girod**, présentée par M. Béhal.

L'action de l'iode et de la soude ou du carbonate de soude sur l'acide bromo-5-salicylique nous a fourni le bromo-4-diiodo-2.6-phénol. Par l'action du même réactif sur l'acide dibromo-3.5-salicylique, nous avons obtenu le dibromo-2.4-iodo-6-phénol.

Nous indiquerons les conditions dans lesquelles cette réaction a été effectuée et les propriétés de ces composés nouveaux.

L'acide bromo-5-salicylique dont nous avons eu besoin a été préparé par la méthode de MM. J. Th. Hewitt, James Kenner et Harry Siek[2] qui, entre plusieurs autres méthodes essayées, nous a donné les meilleurs résultats.

La constitution de l'acide bromo-5-salicylique a été confirmée en préparant cet isomère à partir de l'acide amino-5-salicylique dont le diazo a été décomposé par l'acide bromhydrique et la poudre de cuivre.

Son éther acétique constitue des aiguilles blanches, fusibles à 156°.

L'acide dibromo-3.5-salicylique a été obtenu par la méthode de MM. Eug. Lellmann et Rud. Grothmann[3].

Nos essais pour obtenir cet isomère dibromé d'après le procédé de MM. A. Leulier et L. Pinet[4] nous ont fourni le tribromo-2.4.6-phénol.

Bromo-4-diiodo-2.6-phénol. — L'iode en présence de soude réagit sur

---

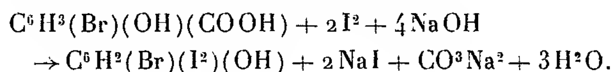
(1) R. Cornubert et H. Le Bihan, *loc. cit.*

(2) *J. Chem. Soc. London*, 85, 1904, p. 1228.

(3) *Berichte*, 17, 1884, p. 2728.

(4) A. Leulier et L. Pinet, *Bull. Soc. chim.*, 41, 42, 1927, p. 1367.

l'acide bromo-5-salicylique d'après l'équation



$$C^6H^3(Br)(OH)(COOH) + 2I^2 + 4NaOH \rightarrow C^6H^2(Br)(I^2)(OH) + 2NaI + CO^3Na^2 + 3H^2O.$$

L'iode se substitue à la fois au carboxyle et à l'hydrogène en position 3. On peut ainsi doser volumétriquement à l'aide d'une solution titrée d'iode l'acide bromo-5-salicylique et vraisemblablement l'isomère bromo-3.

Pour obtenir le phénol bromodiiodé, on délaie dans un mortier $4^g,50$ d'acide bromosalicylique avec 100^{cm^3} de soude N. La solution est étendue avec de l'eau à $3^l,5$ et additionnée en une seule fois d'une dissolution d'iode iodurée renfermant $12^g,70$ d'iode pour $0^l,5$ d'eau.

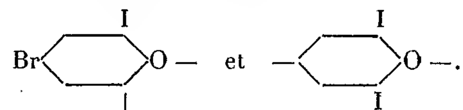
Quand l'iode n'est plus absorbé, c'est-à-dire au bout de 2 heures, on ajoute à la liqueur 120^{cm^3} d'acide sulfurique N. On décolore le mélange avec un peu de gaz sulfureux. Le précipité blanc rosé pèse $6^g,60$ à 7^g après dessiccation et fond à 128-132°.

En opérant cette réaction, dans les mêmes conditions, sauf que la soude est remplacée par le carbonate de soude, on obtient encore le bromodiiodophénol, mais le rendement est moindre; il se forme aussi une faible proportion d'un composé bromoiodé, coloré en rouge, insoluble dans l'alcool.

Purifié par cristallisation dans l'alcool ou le benzène, ce phénol trihalogéné constitue des aiguilles dures, jaunâtres, fusibles à 128°.

Très soluble dans le chloroforme, l'éther acétique, le benzène, moins dans l'alcool et l'acide acétique.

Le bromo-4-diiodo-2.6-phénol mis en contact avec une solution concentrée de carbonate de soude se colore en rouge déjà à froid. Si l'on maintient le mélange plusieurs heures au bain-marie bouillant, la transformation de ce phénol trihalogéné en un corps rouge, insoluble, est presque complète. Séparé des eaux mères, ce composé rouge, amorphe, insoluble dans les solvants organiques, le sulfure de carbone excepté, renferme du brome et de l'iode. Les eaux mères alcalines renferment aussi ces deux halogènes. Nous pensons que ce corps dont nous poursuivons l'étude résulte d'une association des résidus polymérisés



MM. Hunter et Joyce (¹) ont remarqué que les sels d'argent des phénols

(¹) *Journ. amer. Chem. Soc.*, 39², 1917, p. 2640.

trihalogénés symétriques substitués subissent une décomposition en halogénures d'argent et résidus non saturés qui se polymérisent.

Éther èthylique $C^6H^2(I^2)$-2.6-(Br)-4-(OC^2H^5)-1. Il a été obtenu en maintenant à l'ébullition, une heure, une dissolution de $2^g,60$ du phénol trihalogéné dans 20^{cm^3} d'alcool absolu, additionnée de 10^{cm^3} de soude N et d'un excès d'iodure d'éthyle. La liqueur se trouble bientôt; par suite de la formation de l'éther oxyde peu soluble dans l'alcool étendu on distille l'alcool et l'on étend le résidu avec de l'eau. Le précipité huileux obtenu ainsi cristallise peu après. On le dissout à chaud dans l'alcool; par refroidissement, la solution abandonne des aiguilles blanches, réfringentes, aplaties, fusibles à 75°.

Dibromo-2.4-*iodo*-6-*phénol.* — L'acide dibromo-3.5-salicylique fixe un atome d'iode si l'on fait réagir sur lui au moins une molécule d'halogène et deux molécules de soude.

On ajoute à une dissolution de $1^g,80$ d'acide dibromosalicylique dans 15^{cm^3} de soude N, étendue à $3^l,5$ avec de l'eau, 150^{cm^3} d'une solution d'iode $\frac{N}{10}$ et l'on abandonne la liqueur pendant 3 heures. L'addition de 20^{cm^3} d'acide sulfurique N produit un précipité au sein d'une liqueur qu'on décolore par quelques bulles de gaz sulfureux. Le précipité blanc $1^g,65$, parfois rosé, est dissous à chaud dans l'alcool à 60°. La solution abandonne à froid le phénol dibromoiodé en fines aiguilles, blanches, soyeuses, fondant à 104°. Très soluble dans le chloroforme, le benzène, moins dans l'alcool et l'éther acétique.

Quand on ajoute une goutte de solution d'iode iodurée à une dissolution de ce phénol trihalogéné dans le carbonate de soude, il se transforme en un corps rouge ocreux, insoluble.

Éther éthylique $C^6H^2(Br^2)$-2.4-(I)-6-(OC^2H^5)-1. — Cet éther a été obtenu en opérant comme pour l'éther éthylique du bromo-4-diiodio-2.6-phénol. Il cristallise dans l'alcool en aiguilles blanches, soyeuses, fusibles à 54°.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude des micas fluorés au moyen des rayons X.* Note de MM. **Ch. Mauguin** et **L. Graber**, présentée par M. Fred. Wallerant.

La maille cristalline des micas non fluorés renferme 12 atomes d'oxygène ([1]). Cette règle, applicable à des micas de compositions chimiques extrêmement différentes, tels que margarite, muscovite, phengite, lépidolite, phlogopite, biotite, cesse d'être valable lorsque le mica renferme du fluor. C'est ce que montre le tableau suivant où l'on a indiqué le nombre d'atomes de chaque sorte contenus dans le motif cristallin d'échantillons variés à forte teneur en fluor.

	Lépidolite.		Zinnwaldite.		Phlogopite.
	I ([2]).	II ([3]).	III ([3]).	IV ([3]).	V ([3]).
d_{001}	$9{,}88.10^{-8}$ cm		9,90 Å		13,02
a	5,20		5,26		
b	8,95		9,07		
c	10,06		10,05		
a, c	100°,8		100°		
Si	3,69	3,40	3,21	3,23	3,02
Al	1,59	1,71	1,82	1,77	1,70
Fe'''	0,03	0,06	0,02	0,03	0,02
Fe''	»	0,02	0,67	0,60	0,04
Mg	0,02	0,02	0,02	0,02	2,88
Ca	»	0,01	»	0,03	0,03
Mn	0,01	»	0,10	0,08	»
Li	1,40	1,55	0,92	1,01	»
Na	0,10	0,13	0,11	0,11	0,05
K	0,83	0,93	0,90	0,92	0,78
H	0,60	0,52	0,46	0,52	0,55
F	1,40	1,78	1,79	1,85	1,19
O	10,62	10,12	10,27	10,22	10,80
O + F	12,02	11,90	12,06	12,07	11,99

Nota. — I. Antsongombato; II. Epprechstein; III. Zinnwald; IV. Schlaggenwald; V. Bossie.

([1]) Voir Ch. Mauguin, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 879.

([2]) Nous avons dû reprendre l'analyse de ce minéral, dont on n'avait jusqu'ici qu'une analyse manifestement incorrecte.

([3]) Analyses de W. Kunitz (*N. Jahrb. für Min.*, Beil. B., 50, 1924, p. 365).

a, b, c, d_{001} sont les dimensions de la maille déterminées au moyen des rayons X. La lépidolite d'Antsongombato qui contient 6,82 pour 100 de fluor a exactement les mêmes paramètres que la lépidolite de Maharitra (¹) qui ne renferme que 1 pour 100 de fluor (les deux minéraux donnent des diagrammes superposables). Pour faire nos calculs nous avons admis que ces paramètres étaient aussi ceux des autres lépidolites. De même, nous avons adopté pour la zinnwaldite de Schlaggenwald les paramètres de la zinnwaldite de Zinnwald, et pour la phlogopite de Rossie les paramètres de la phlogopite d'Ambatoabo (¹).

Le nombre O des atomes d'oxygène dans le motif cristallin est variable, généralement fractionnaire, ainsi que le nombre F des atomes de fluor. Mais si l'on fait la somme O + F, on retrouve un total constant égal à 12. Ainsi la maille cristalline renferme toujours 12 atomes électronégatifs, mais ceux-ci ne sont pas nécessairement des atomes d'oxygène, un ou plusieurs atomes O peuvent être remplacés par *le même nombre* d'atomes F. La proportion relative des mailles fluorées est variable d'un échantillon à l'autre, les nombres O et F du tableau concernent la composition moyenne de ces mailles.

Il est infiniment probable que les atomes F occupent exactement la position des atomes O qu'ils remplacent. Il n'y a rien là qui doive surprendre. Les atomes O et F, qui se suivent dans la table de Mendéleeff, donnent des ions $\overset{=}{O}$, $\overset{-}{F}$ de même type, de dimensions très voisines, qui peuvent jouer des rôles analogues dans la structure. Leurs valences sont différentes, mais l'identité des valences ne paraît pas une condition essentielle de l'identité des structures; ainsi MgO a la même structure que NaCl, CO^3Ca est exactement construit comme NO^3Na, et les feldspaths plagioclases ne diffèrent entre eux que par le remplacement du couple AlCa par le couple SiNa.

Naturellement, la substitution d'un atome $\overset{-}{F}$ à un atome $\overset{=}{O}$ entraîne la disparition d'une charge négative élémentaire; elle doit être corrélative de la perte d'une charge positive, l'édifice total restant électriquement neutre. Cette perte peut résulter du départ d'un atome $\overset{+}{H}$, l'atome $\overset{-}{F}$ remplace alors un groupe $\overset{-}{O}H$. Ce cas doit être assez fréquent, car la teneur en hydrogène est généralement plus faible dans les micas fluorés que dans les autres micas.

La perte d'une charge positive élémentaire peut aussi résulter de la sub-

(¹) CH. MAUGUIN, *loc. cit.*

stitution d'un atome électropositif univalent à un atome bivalent, $\overset{+}{Li}$ par exemple mis à la place de $\overset{++}{Mg}$. On aurait au total substitution de LiF à MgO. Il n'est pas difficile d'imaginer d'autres modes de remplacements mutuels d'atomes, corrélatifs de la substitution $O \rightarrow F$, qui respectent les lois de valence. Il est plus malaisé de déterminer ceux qui se produisent effectivement.

MINÉRALOGIE. — *Sur la reproduction de la ténorite, du fer oligiste et du protoxyde de cobalt cristallisés.* Note [1] de M. **Duboin**, présentée par M. C. Matignon.

Au cours des expériences qui m'on conduit à la reproduction du silicate double de cuivre et de potasse [2] j'ai signalé l'existence, en quantités très faibles d'oxyde de cuivre. J'ai alors cherché à reproduire cet oxyde en quantités plus grandes. J'y arrive de deux façons :

1° Dans du fluorure de potassium fondu, je projette peu à peu de l'oxyde de cuivre et j'abandonne la masse à un refroidissement lent. Après reprise par l'eau, on retrouve l'oxyde de cuivre bien cristallisé.

2° Les cristaux sont beaucoup plus beaux quand on projette dans du fluorure de potassium fondu le résultat de la fusion préalable de fluorhydrate de fluorure de potassium avec de l'oxyde de cuivre ou mieux encore avec du chlorure. On ajoute alors du chlorure de potassium et l'on maintient la masse pendant deux ou trois jours à la température du rouge, les cristaux étant d'autant plus gros que la température a été plus prolongée.

Après refroidissement lent et reprise par l'eau, on isole un produit homogène. Grandeau [3] avait obtenu un produit mélangé de particules rouges qu'il n'a pas analysé.

Sa densité à o est 6,3.

M. Gaubert a reconnu qu'il est constitué par des prismes tricliniques pseudomonocliniques.

Analyse. — Ce produit est facilement réduit par l'hydrogène, mais comme dans cette expérience les impuretés de l'hydrogène se fixent facile-

(1) Séance du 16 avril 1928.

(2) *Sur des silicates de cuivre complexes* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 234).

(3) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, 8, 1886, p. 220.

ment sur le cuivre, je l'ai réduit par l'oxyde de carbone qui le réduit également avec la plus grande facilité.

J'ai trouvé qu'il contient 79,85 pour 100 de cuivre (calculé 79,74 pour 100).

D'autre part, le produit a été dissous dans l'acide azotique, et l'azotate calciné a donné 100,42 d'oxyde au lieu de 100.

J'ai encore dissous le produit dans l'acide chlorhydrique, transformé en azotate, puis calciné. J'ai obtenu dans ce cas exactement le nombre théorique, coïncidence fortuite d'ailleurs, ayant opéré sur 900^{mg},5.

J'ai donc réalisé dans cette expérience la synthèse de la ténorite ou mélacoïte.

Oxyde de cobalt. — L'oxyde de cobalt est à peine soluble dans le fluorure de potassium fondu. Par contre, si l'on dissout dans le fluorure de potassium fondu un mélange préalablement fondu de fluorhydrate, de fluorure de potassium et d'oxyde, ou mieux de chlorure de cobalt, on obtient, en opérant comme précédemment, l'oxyde de cobalt CoO pur en gros cristaux.

Le résultat le plus beau a été obtenu en dissolvant dans le fluorure de potassium fondu le fluorure double de cobalt et de potassium parfaitement pur et cristallisé tel que l'a obtenu M. Poulenc, et ajoutant du chlorure de potassium comme dans les préparations précédentes.

Densité à o (6,05). — M. Gaubert y a reconnu des octaèdres et cubo-octaèdres.

Grandeau avait obtenu un mélange de CoO et Co^3O^4.

Analyse. — Le produit obtenu est facilement réduit par l'hydrogène. Il a donné 77,65 pour 100 de cobalt au lieu de 78,65. Il pouvait donc avoir retenu une petite quantité d'oxyde salin.

Fer oligiste. — Je l'ai obtenu en cristaux d'un éclat remarquable en fondant dans du fluorure de potassium un mélange préalablement fondu de fluorhydrate, de fluorure de potassium et de chlorure ferreux, auquel j'ajoutais peu à peu du chlorure de potassium, la suite des opérations étant conduite comme précédemment.

La densité à o est voisine de 5,16. Le produit se présente sous forme de lamelles rouges, transparentes aplaties suivant la face a_1 du rhomboèdre, comme l'a reconnu M. Gaubert.

Analyse. — L'oxyde de carbone ne peut servir à l'analyse, il donne une quantité assez grande de charbon, ainsi qu'il résulte des travaux de M. Le Chatelier.

Mais la réduction par l'hydrogène donne, à une température suffisante, du fer pur.

C'est ainsi que j'ai trouvé 70,43 pour 100 de fer au lieu de 70 pour 100 qu'indique la théorie.

100 parties de ce fer transformées en peroxyde ont régénéré 100 parties, 42 de sesquioxyde, au lieu de 100, quantité primitivement employée.

En résumé, cette méthode conduit à la reproduction de la ténorite qui n'avait pas encore été réalisée, et d'autres oxydes en cristaux remarquables par leur beauté.

GÉOLOGIE. — *Sur un accident pyrénéen en bordure des Maurettes.* Note (1) de M. **H. Parent**, transmise par M. Ch. Barrois.

Les phyllades antéhouillers (x), constituant le groupe de collines des Maurettes, terminaison occidentale du massif cristallophyllien des Maures, peuvent se suivre jusqu'au pied même des collines jurassiques d'Hyères, sous les alluvions quaternaires de la dépression de Saint-Jean (ancien débouché du Gapeau vers la mer). En effet, à 300^m seulement au nord des affleurements permiens du massif du Paradis, émerge des alluvions le monticule arrondi de l'Estagnol, composé des mêmes schistes sériciteux que les contreforts du Mont-Fenouillet, qui ne sont eux-mêmes qu'à 500^m de l'Estagnol.

Un peu à l'est, à égale distance des Maurettes et du Mont-des-Oiseaux, se dresse en arête vive au milieu de la plaine quaternaire la petite colline à contour elliptique de Saint-Jean, constituée par les mêmes phyllades x. Au midi de cette hauteur, la tranchée du chemin de fer d'Hyères est creusée dans des séricitoschistes, tandis que la crête elle-même est formée par des quartzites plongeant vers le sud, alignés en direction E-W sur une étendue d'environ 800^m; ces quartzites dessinent une barre sinueuse, dressée en bancs presque verticaux du côté est (colline 61,0), inclinés à 45° au centre (63,6), tandis qu'à l'ouest (colline 64,4) ils n'ont plus qu'une pente de 15 à 20° (toujours avec pendage sud), se recourbent en direction N et deviennent peu à peu horizontaux; ils se montrent dans l'ensemble, contrairement à leur aspect compact habituel, divisés en petits lits finement stratifiés, craquelés et comme écrasés.

Les phyllades de la colline Saint-Jean plongent vers le Sud, comme les terrains qui affleurent à la base du Mont-des-Oiseaux, et il était naturel de supposer avec Haug (2) qu'ils s'enfoncent *normalement* sous le Permien et

(1) Séance du 16 avril 1928.

(2) Émile Haug, *Monographies tectoniques*, 1re Partie : *La région toulonnaise* (*Mém. Carte géol. de France*, 1925, in-4°, 304 pages, 6 planches, 2 cartes).

les terrains triasiques et jurassiques des collines d'Hyères. Or j'ai trouvé, au nord de la colline 63,6, un lambeau permien, pincé sous les lames dressées des quartzites qui le chevauchent et qui sont donc renversés sur lui vers le Nord. Ce lambeau, très restreint, est caractérisé par des grès grossiers jaunâtres, altérés à leur surface, à aspect d'arkose; ils sont visibles sur environ 2^m d'épaisseur et sont surmontés par de petits lits d'argiles schisteuses rouges et jaunes; sous les grès existe une argile rouge formant après les pluies un niveau d'eau sur une longueur d'une centaine de mètres. Le Permien paraît s'enfoncer au Sud vers les bancs renversés des quartzites, tandis qu'au Nord une faille doit le séparer des schistes séricíteux qui réapparaissent presque aussitôt.

Le redressement des phyllades de Saint-Jean (à l'origine à orientation hercynienne N-S), en direction E-W, et leur renversement vers le Nord sur un lambeau pincé de Permien, font classer cet accident dans les mouvements pyrénéens, postlutétiens, qui ont affecté le massif des Maures. On a d'abord admis que les affleurements permiens des Maures correspondaient à des *fenêtres* ouvertes à travers les terrains cristallophylliens, ceux-ci étant supposés en recouvrement anormal; cette hypothèse faisait considérer les Maures (ou tout au moins leur partie occidentale) comme charriés sur la dépression permienne. M. Alb. Michel-Lévy (1) a abandonné cette interprétation. Depuis, M. L. Lutaud (2), après une révision des accidents pyrénéens de la Provence cristalline et l'étude de leur prolongement vers l'Ouest, là où le Permien arrive à reposer normalement sur les phyllades, a conclu à la présence, au-dessus du massif cristallin, d'imbrications de terrains permiens.

A la colline de Saint-Jean, il s'agit d'une imbrication chevauchée vers le Nord, semblable à celles des Maures; elle a peu d'ampleur apparente, car elle se perd sous les alluvions et aussi parce que l'érosion, en faisant disparaître les phyllades entre les Maurettes et les collines jurassiques d'Hyères, a agi avec la même intensité sur le lambeau pincé de Permien. Cet accident sur la bordure méridionale même du massif cristallophyllien apporte un argument aux conclusions de M. Lutaud : dans l'hypothèse du massif des Maures charrié, faisant partie de la même nappe que la zone de Sicié, les collines jurassiques d'Hyères devaient être envisagées comme une *fenêtre;*

---

(1) Alb. Michel-Lévy, *Bull. serv. carte géol. Fr.*, 20, cxxvi, 1910, p. 186-189; *Ibid.*, 22, cxxxiii, 1914, p. 194-199.

(2) Léon Lutaud, *Revue de Géographie*, 12, 1924, p. 1-271.

or, entre le synclinal du Mont-des-Oiseaux et le repli de Saint-Jean, il est évident que le Permien, le Trias, le Lias et le Jurassique qu'il supporte ne peuvent s'enfoncer sous les phyllades des Maurettes.

GÉOLOGIE. — *Sur les* extrusions, *accidents spéciaux et très aberrants qui jalonnent le bord des Pyrénées françaises.* Note de M. **Pierre Viennot**, présentée par M. Pierre Termier.

Le bord septentrional des Pyrénées comporte une zone de largeur variable (de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres) caractérisée par le *développement considérable du faciès schisteux*, qui englobe les schistes noirs (Aptien supérieur-Albien) et le Flysch du Crétacé supérieur. Cette zone schisteuse se montre *constellée d'accidents extrêmement capricieux*, qui font apparaître les terrains plus anciens, jusqu'aux roches cristallophylliennes et au granite, et qui coïncident généralement avec les collines dominant la plaine schisteuse. Ils sont le plus souvent couverts de maquis, et leur exploration détaillée est très pénible. Dans ma Thèse de doctorat, j'avais cru pouvoir expliquer leurs particularités en les considérant comme des lambeaux de charriage fortement replissés.

Or, à la suite de mes explorations de l'automne dernier, j'ai été amené à décrire le grand accident qui se développe d'Armendarits à Hasparren comme « une sorte d'*extrusion* presque verticale des couches formant le substratum du Flysch » accompagnée de laminages variables et souvent très intenses; elle se termine, sans aucune allure périclinale, d'une part à Hasparren par une lame de gneiss mylonitisé au milieu du Flysch, d'autre part près d'Armendarits, où les couches jurassiques et crétacées se montrent sectionnées transversalement au contact du Flysch.

Tout récemment j'ai été amené à envisager la généralisation de ce type structural aux autres accidents qui jalonnent le bord des Pyrénées dans la zone schisteuse. Profitant de la saison peu avancée, je viens d'explorer à nouveau certains d'entre eux, en Bigorre. Le sommeil de la végétation et mon expérience des faciès pyrénéens (ici atteints par le métamorphisme) m'ont permis de faire, pour la première fois, des observations très détaillées, et que je crois décisives.

Tous les accidents que j'ai examinés révèlent une parfaite similitude de comportement. Les plus simples (Mazouau, Bazûs, Montoussé, etc.) se présentent comme des pointements très brusques de calcaires métamorphiques,

cisaillés latéralement et constituant avec les schistes un complexe parfaitement isoclinal. La terminaison orientale de l'accident de Montoussé, où plus de 200^m d'épaisseur de calcaires, affectés d'un pendage de 60° au Sud, se montrent ainsi coupés brutalement au contact des schistes, est particulièrement *impressionnante*. Il ne saurait être question de faire intervenir une simple faille de direction Nord-Sud, quelques bancs calcaires se poursuivant dans les schistes en courtes indentations. D'autre part, l'hypothèse d'un passage latéral aussi brutal est à rejeter : elle est d'ailleurs contredite par l'étude des autres accidents plus complexes, où interviennent les couches plus anciennes et les roches profondes, jusqu'au granite inclusivement (Ourdis, Castillon, etc.) : *les relations isoclinales avec les schistes, le sectionnement latéral sont absolument généraux.*

A Lortet apparaît déjà une complication plus grande qu'à Montoussé : il y a là convergence de plusieurs accidents de même nature, déversés au Nord, intéressant les calcaires marmoréens, et affectés les uns d'une direction presque Est-Ouest, les autres d'une direction NE-SW; de plus, le Trias apparaît, tantôt avec une allure anticlinale dans les calcaires, tantôt extravasé dans ceux-ci, ou dans les schistes. Le pic de Jer près de Lourdes est très analogue; il se montre constitué de 6 ou 7 apparitions brusques de calcaires, dont la direction varie de Est-Ouest à NE-SW, et qui deviennent plus ou moins coalescentes sur la ligne de crête, de direction Nord-Sud; la plus septentrionale est bordée d'ophite.

Le Bédat de Bagnères présente un nouveau degré de complication, car on trouve ici toute la série secondaire, répétée au moins 6 fois du Nord au Sud sur une section de 1^{km}, et affectée de laminages extrêmement intenses; l'ensemble, nettement déversé au Sud, et reposant sur les schistes cristallophylliens très plissés, présente l'aspect d'un jeu de cartes battu. En projection horizontale, quelques avancées brusques et courtes du complexe des couches plus anciennes au milieu des schistes sont en relation plus ou moins nette avec les zones anticlinales.

Et l'on passe à des accidents véritablement invraisemblables, comme ceux du Pic de Rébénacq et de Saint-Pé-de-Bigorre, où les contours sont encore plus complexes que je ne les ai figurés dans ma Thèse.

Il m'apparaît dès à présent évident qu'il faudra rapporter au même type tous les autres accidents de la zone schisteuse au bord des Pyrénées françaises. *Ce type structural, très aberrant, et non encore décrit, pour lequel je propose le nom d'*extrusion, *est caractérisé par la sortie brutale, au milieu d'une puissante série schisteuse, des roches du substratum de celle-ci, laminées, se*

montrant en disposition isoclinale avec les schistes, et sectionnées latéralement, de telle sorte que les rapports de ces couches et des schistes simulent un passage latéral brusque.

J'ai renoncé à considérer de tels accidents comme des lambeaux flottant sur les schistes : 1° à cause du parallélisme rigoureux et constant des schistes et des couches constituant l'extrusion; 2° parce que j'ai trouvé, très exceptionnellement, des *terminaisons périanticlinales* de ces accidents dans les schistes. L'absence si générale d'allongement, les sectionnements latéraux de ces accidents, les bavures de Trias ophitique à leurs terminaisons (Saint-Pé, Rébénacq, etc.) sont probablement accentués, dans la Bigorre, par une constriction de la chaîne dans le sens Est-Ouest : il existe en effet, dans ce secteur, des axes anticlinaux de direction Nord-Sud (Trias d'Asté, Jurassique de Rébénacq, etc.).

De telles extrusions jalonnent fréquemment le contact entre deux terrains de nature différente, et qui se succèdent régulièrement dans la série stratigraphique : entre calcaire aptien et schistes plus récents (Bize, etc.), entre schistes noirs albiens et Flysch (Capvern, Ossun, Montaut, Gotein, etc.), entre Flysch et Éocène (Lasseube). Je crois qu'on peut alors tenter de les expliquer par l'établissement d'une solution de continuité, lors du paroxysme des poussées, entre les deux complexes *de nature différente*, rupture qui se serait propagée dans les couches plus profondes à la faveur d'un brusque changement de pente, et aurait permis l'ascension locale de celles-ci dans la fissure.

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique des collines formant la bordure sud du bassin de Marseille (Carpiagne).* Note de M. J. **Repelin**, présentée par M. Pierre Termier.

Le petit massif de Carpiagne, en relation avec les dernières auréoles du bassin de Beausset, a été laissé dans l'ombre par Marcel Bertrand, qui, à juste titre, attachait une importance plus grande aux massifs affectés de dislocations plus manifestes. L'apparente tranquillité des couches en de certains points, ne paraissait pas annoncer de grands mouvements et l'on disait couramment : le dôme de Carpiagne. Telle était la conception de M. Fournier dans son *Esquisse géologique des environs de Marseille* (1890). Le tracé de la carte géologique à $\frac{1}{80000}$ s'accorde avec cette manière de voir. Toutefois, en dehors de la faille orientée presque Est-Ouest allant du vallon de Vaufrège au camp de Carpiagne, qui met en brusque contact les dolo-

mies du sommet avec les assises hauteriviennes et urgoniennes, M. Savornin avait déjà indiqué une autre *fracture* partant des environs de Sainte-Croix-de-Marseille et passant en direction Nord-Sud un peu à l'ouest de Vaufrège et de Luminy pour venir aboutir dans la petite calanque de Sugiton.

D'autres accidents, dont j'ai déjà parlé, sur les bords du chenal qui sépare l'île Maïré du cap Croisette, les plis en direction Nord-Ouest-Sud-Est que soulignent les affleurements hauteriviens et valanginiens, fort mal tracés sur la carte actuelle, des calanques de Sormiou et de Morgiou, la structure complexe de Riou, en partie connue par le tracé de la carte de Gouret et Gabriel et par la découverte faite par M. Mourgue d'une *Ostrea Couloni*, structure précisée par une dernière Note de M. Denizot, tous ces faits montrent que la simplicité de structure n'est qu'apparente. La complication est encore prouvée par le changement brusque de direction des accidents qui, à l'est du méridien de Carpiagne (sommet), sont dirigés Est-Ouest (effondrement des Rouvières) ou Nord-Est-Sud-Ouest (effondrement du grand Mussuguet), et qui, à l'ouest de ce méridien, ont une direction presque Nord-Sud (faille de Luminy) ou Nord-Ouest-Sud-Est (calanques de Sormiou et de Morgiou).

Mais une observation que j'ai faite depuis plusieurs années, et que je viens de contrôler avec M. Dejean, montre qu'il existe des traces de grands charriages au voisinage presque immédiat de Cassis, c'est-à-dire à proximité de la région où la succession des couches crétacées nous apparaissait comme la plus régulière. Il existe en effet, à La Fontasse, à 1^{km} environ du port de Cassis, dans la vallée qui aboutit à la calanque de Port-Pin, une curieuse petite *fenêtre* entaillée par l'érosion dans la masse urgonienne et montrant un affleurement de calcaires gréseux jaunâtres remplis de débris de baguettes d'oursins et associés à des marnes blanchâtres. Le faciès est exactement celui du Turonien du bassin du Beausset et en particulier du cap Canaille. La présence de *Rhynchonella Cuvieri* et d'un *Cardium* attribuable à *C. Villeneuvi* ne laisse pas de doute sur l'âge turonien de cet affleurement. L'importance de la lacune mécanique, jointe à l'étroitesse de l'affleurement, ne permet pas d'autre interprétation que celle que je viens de donner. Il s'agit bien là d'une *fenêtre*. Faut-il admettre que tout le massif est charrié et que nous sommes en présence de la continuation de la grande nappe de la Basse-Provence, qui comprenait, dans l'idée de Marcel Bertrand, le bassin du Beausset? Ou n'y a-t-il là qu'une nappe urgonienne, une écaille comme il s'en trouve sur le versant sud de la Sainte-Baume? Les recherches ultérieures résoudront la question.

La deuxième hypothèse, en l'état de nos connaissances, n'est guère vrai-

semblable, car il ne paraît pas possible de diviser la masse urgonienne de cette région en deux parties. Il est plus logique d'admettre que tout le petit massif est charrié et fait partie de la grande nappe de Marcel Bertrand.

OCÉANOGRAPHIE. — *Le courant de Humboldt et la mer de l'île de Pâques.* Note de M. **J. Thoulet.**

La densimétrie mise en graphiques (diagrammes et profils en σ_θ, σ_0 et θ) d'après les mesures prises par M. Buchanan à bord du *Challenger* dans le Pacifique, en quinze stations sensiblement en ligne droite orientée Ouest-Est, avant d'arriver à Valparaiso, autorise à résumer de la façon suivante les faits concernant le courant de Humboldt et le vaste espace de mer ayant pour centre la minuscule île de Pâques.

Le courant marin de Humboldt, dirigé du Sud au Nord, constitue la portion orientale d'une immense dérive orientée d'Ouest en Est entre l'Australie et l'Amérique du Sud. Parvenu devant les côtes du Chili, il est alimenté par toute la masse des eaux de fusion des neiges tombées pendant l'hiver sur les Cordillères. Il s'étale alors et, sous l'influence des vents de S-E, prend un mouvement tourbillonnaire d'un diamètre d'environ 3000 milles ayant pour centre l'île de Pâques. Cet espace pourrait porter le nom de mer de l'île de Pâques, car ses caractéristiques en σ_0, σ_θ et θ diffèrent toutes de celles du reste de l'océan Pacifique. En continuant sa course devant les côtes du Pérou, il reprend sa forme de courant et se confond avec le grand courant sud-équatorial du Pacifique dont il refroidit les eaux.

L'île de Pâques est une île minuscule isolée loin de toute autre terre. Découverte en 1687, elle fut trouvée absolument déserte. Elle est de nature uniquement volcanique, bordée par de hautes falaises à pic et porte les ruines de trois grands volcans éteints. Manquant d'eau sous un climat pluvieux, sa faune et sa flore sont des plus pauvres, point d'arbres, rien que de grandes herbes, et la pêche elle-même n'y offre que peu de ressources. Les fonds marins qui l'entourent, très profonds, sont sillonnés des fosses abyssales longues, étroites et semées de mofettes.

En quelque endroit que l'on creuse à une très faible profondeur le sol de l'île, on y trouve des ornements et des crânes humains différents de ceux des diverses races qui peuplent aujourd'hui l'Océanie. Un voyageur comparait l'île à un véritable sépulcre. En de nombreuses places et particu-

lièrement dans le cratère de l'un des volcans éteints se dressent de gigantesques statues dont certaines dépassent 20^{m} de hauteur, grossières imitations de la figure humaine, taillées en pleine lave, œuvre évidente d'une très nombreuse population; on trouve aussi, çà et là, des plates-formes destinées à servir de piédestaux et des tablettes recouvertes de hiéroglyphes non encore déchiffrés. Fait remarquable, la plupart de ces œuvres d'un art primitif sont restées inachevées et brusquement abandonnées comme si elles avaient été surprises par quelque terrible cataclysme volcanique du genre de ceux qui, récemment encore et tant de fois dans le passé, ont désolé le Japon.

Si l'on groupe ces diverses particularités de l'île de Pâques, il semble qu'on puisse résumer de la façon suivante le passé de cette île.

Comme ses voisines les moins éloignées de la Polynésie, Pâques, jadis vaste et peuplée, devait faire partie d'un archipel qu'elle dominait de son pic le plus élevé, son Fusi Yama, séjour des Dieux, haut lieu vénéré et sanctuaire sacré servant de nécropole. Grâce à la densimétrie j'ai pu reconnaître qu'à travers le Pacifique, suivant une ligne allant du Nord-Ouest au Sud-Est, le volcanisme d'activité maximum dans le Nord (Japon, Kouriles, Aléoutiennes) s'atténuait de plus en plus en descendant vers le Sud (Hawaii, Tahiti, Tubuai et pour dernier terme l'île de Pâques) passant successivement des volcans en activité aux volcans éteints, aux fumerolles et enfin aux mofettes sous-marines sous l'effet du refroidissement et des effondrements de la croûte terrestre, donnant naissance aux effroyables tsunamis.

Jadis, à une époque encore inconnue, sous la mer actuelle de l'île de Pâques, le sol s'est enfoncé plus ou moins lentement. Tandis que, les unes après les autres, les îles voisines s'enfonçaient et finissaient par disparaître sous les eaux, Pâques, la plus haute, s'enfonçait elle aussi, sa superficie diminuait et sa population, refoulée vers les hauteurs, ne trouvait comme dernier refuge que les hauts sommets stériles de sa montagne sacrée que les Dieux, dont les images se faisaient d'autant plus nombreuses qu'on n'avait plus besoin de leur aide, étaient impuissants à protéger. Les derniers restes de la population mouraient de faim et de misère tandis que ceux qui, sur de frêles pirogues, avaient tenté de s'enfuir par mer périssaient tous dans les flots. Un dernier tsunami achevait l'anéantissement complet de toute vie et l'infiniment petite solitude de l'île s'ajoutait maintenant à l'immense solitude de l'océan environnant.

Cette histoire d'un hier géologique sera-t-elle l'histoire d'un demain géologique?

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les variations de l'oxalate de calcium chez certaines plantes greffées.* Note de M. **Lucien Daniel**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Au cours de recherches anatomiques que je poursuis actuellement sur la structure du bourrelet et sur celles des végétaux greffés, j'ai étudié plus spécialement un grand nombre de greffes de Solanées et aussi de plantes dioïques comme le Chanvre et la Mercuriale annuelle.

D'une façon générale, j'ai constaté que les phénomènes concernant la régénération en commun des tissus commencent par l'épibiote dans les dibioses. C'est aussi lui qui fournit le premier les organes réparateurs, c'est-à-dire des racines adventives; chez l'hypobiote, l'apparition des bourgeons de remplacement est plus tardive.

L'on sait que les Solanées sont caractérisées anatomiquement par la présence simultanée d'un liber interne et de cristaux sableux d'oxalate de calcium. J'ai constaté, chez des exemplaires normaux, qu'il existe quelquefois des faisceaux libéroligneux périmédullaires, mais à l'état exceptionnel. Chez les plantes blessées et surtout greffées, le nombre de ces faisceaux est souvent augmenté particulièrement au voisinage des plaies, dans le callus cicatriciel et à son voisinage. De même les cristaux sableux d'oxalate de calcium sont plus nombreux et plus développés chez l'épibiote que chez l'hypobiote. C'est surtout au voisinage des ponts libéroligneux qui s'établissent entre les deux associés et dans tous les points du végétal qui ont été le siège d'une multiplication cellulaire très active, d'une vitalité intense, que ces produits sont abondants. Dans les cellules très allongées du parenchyme libérien du callus qui touchent à l'écorce de nouvelle formation, les cristaux se touchent et remplissent toute la cellule. La différence avec les régions voisines de l'épibiote est frappante, là où celui-ci a proliféré à peine. Les mêmes variations existent, moins accusées, chez l'hypobiote, à développement à peine indiqué du côté du bourrelet dépourvu de point d'appel. La comparaison avec la structure des parties correspondantes des témoins ne laisse aucun doute sur l'action exercée par la symbiose sur la fonction de déchet et sur l'augmentation de son intensité chez les Solanées en général.

Des phénomènes concordants se trouvent chez le Chanvre et la Mercuriale annuelle que l'on transforme par le greffage en plantes monoïques.

Chez ces deux espèces, dont la seconde se prête plus facilement au greffage que la première, on constate également que les cristaux d'oxalate de chaux prismatiques et surtout en oursin sont plus nombreux et plus volumineux dans l'épibiote que chez l'hypobiote ou chez les témoins dans les régions correspondantes des tiges et que cette augmentation est plus sensible dans les régions cicatricielles du bourrelet. Dans celui-ci, chez la Mercuriale femelle greffée sur le pied mâle, à développement et rôle différents, les cristaux en oursin prennent une forme irrégulière. Leurs aiguilles sont de grosseur et de longueur très différentes sur un même cristal qui présente alors un aspect singulier. Ces cristaux modifiés dans leur forme sont accompagnés de cristaux normaux à pointes égales, qui existent seuls ou presque dans les plantes normales, n'ayant subi aucun accident de végétation.

Les variations curieuses, après greffage, d'un déchet qui est, comme on le sait, soumis à une action régulatrice, montre bien que la fonction à laquelle il correspond est modifiée par la symbiose chez les espèces envisagées dans cette Note. Cette constatation a d'autant plus d'importance que l'acide oxalique, produit secondaire inévitable des échanges de matière, permet souvent par la forme des cristaux d'oxalate de calcium qu'il fournit de reconnaître les conditions qui régnaient dans la cellule au moment de la cristallisation et que, selon divers physiologistes, leur apparition coïncide avec une augmentation d'albuminoïdes dans les tissus.

Ces faits viennent à l'appui de ceux que j'ai signalés à l'Académie dans une Note précédente sur les variations de l'appareil sécréteur chez diverses plantes greffées. Ils concordent avec les résultats fournis par l'analyse chimique des associés et des témoins.

Par conséquent, le chimisme des plantes greffées est modifié et celles-ci ne peuvent, comme on l'a dit et répété, conserver leur autonomie. D'ailleurs, par définition même, l'autonomie, c'est-à-dire l'indépendance absolue d'un végétal, est l'opposé de la symbiose qui implique obligatoirement une dépendance réciproque, plus ou moins marquée, de deux ou de plusieurs associés.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le rôle physiologique des tannins pyrocatéchiques.* Note de M. **Michel-Durand**, présentée par M. Molliard.

J'ai exposé récemment (¹) le plan d'un travail se rapportant aux substances tanniques et donné quelques résultats relatifs aux tannins pyrogalliques.

Dans la présente Note je considérerai seulement les tannins pyrocatéchiques, c'est-à-dire les dérivés phénoliques présentant les caractères des phlobatannins. Mes recherches ont porté sur les organes suivants :

1° Rameaux d'*Esculus hippocastanum.* La répartition et la localisation de l'acide æsculitannique dans le Marronnier d'Inde sont bien connues depuis les travaux de Goris (²). Dans ses conclusions, l'auteur reconnaît que ses expériences ne permettent guère d'envisager les tannins « comme des substances de réserve ». Plus tard Levi et Wilmer (³) montrent au moyen de l'analyse que les feuilles jaunes du Marronnier d'Inde perdent une quantité appréciable de leurs composés tanniques avant leur chute. Levi et Wilmer ayant négligé de s'occuper des tannins de la tige, c'est précisément la répercussion sur le rameau de l'éclosion des jeunes feuilles que je me suis proposé de déterminer.

A cet effet des jeunes pousses de Marronnier de 30^{cm} de long ont été récoltées le 22 mars, plongées dans l'eau sur une longueur de 5^{cm}, et exposées en plein soleil, en ayant soin d'éviter l'élévation de température du liquide. Dans ces conditions la végétation a pu se continuer jusqu'au 12 mai ; l'élongation de la jeune pousse était réduite à 7^{cm}. A chaque récolte on séparait : les feuilles, les tissus périphériques extérieurs au cylindre central (écorce), le bois, comprenant le reste du rameau. L'évolution des substances tanniques est suivie parallèlement à celle des glucides. Les tannins et les glucides ont été dosés dans l'eau qui baignait l'extrémité des rameaux. Les substances ternaires d'un rameau ayant diffusé dans le liquide peuvent, d'après les analyses de ce dernier, être considérées comme négligeables.

2° Tubercules de *Rumex hymenosepalus.* Dans les rameaux, j'ai considéré

(¹) Michel-Durand, *Sur le rôle physiologique des tannins pyrogalliques* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 514).

(²) Goris, *Recherches microchimiques sur quelques glucosides et quelques tannins végétaux* (Paris, 1903).

(³) Levi et Wilmer, *Hide and Leather* (London, 1905).

des variations relatives; avec les tubercules on a l'avantage de pouvoir suivre les variations absolues. A cet effet, dans un tubercule se rapprochant d'un volume de révolution, on prélève, suivant l'axe, le $\frac{1}{4}$ de l'organe. L'analyse de ce fragment permet de déterminer la composition de la racine au début de l'expérience. Le reste du tubercule est mis à germer dans une cave obscure. Il donne dans ces conditions des tiges étiolées qui peuvent atteindre 1^m de long.

Les résultats des analyses sont portés dans le tableau suivant :

VARIATION DES COMPOSÉS TANNIQUES ET GLUCIDIQUES AU COURS DU DÉVELOPPEMENT.

	Tannins solubles			Glucides		
	dans l'acétone.	dans l'eau.	au total.	solubles.	insolubles.	au total.
A. — Rameaux d'*Esculus hippocastanum*. (Résultats rapportés à 100g de substance sèche.)						
1° Bourgeons.						
22 mars. Bourgeons intacts.	4,8	2,2	7	3	10,8	13,8
13 avril. Bourgeons éclatés.	4,8	2,3	7,1	4,7	17,9	23,3
29 avril. Jeunes feuilles...	2,3	2,4	4,7	4,3	7	11,4
12 mai. Feuilles vertes....	3	2,9	5,9	4	8,2	12,2
2° Écorce.						
22 mars..................	6	1,4	7,4	12,2	17,4	29,6
13 avril..................	8,1	1,1	9,2	2,6	16,4	19
29 avril..................	5,3	0,7	6	2,5	11	13,2
12 mai..................	4,8	1	5,8	4,5	9,6	14
3° Bois.						
22 mars..................	0,4	0,5	0,9	2,2	25,2	27,4
13 avril..................	0,3	0,4	0,7	2,1	18,8	20,9
B. — Tubercules de *Rumex hymenosepalus*. (Teneurs en tannins et glucides rapportées à la teneur initiale représentée par 100.)						
Au début (1er septembre)...	100	100	100	100	100	–
15 octobre..............	60	54	57	67	66	–
2 février..............	52	41	50	58	33	–

1° *Rameaux*. — L'écorce peut renfermer jusqu'à 9 pour 100 de composés tanniques; dans le bois leur proportion n'atteint pas 1 pour 100, ce qui confirme, en les précisant, les résultats histochimiques obtenus par Goris. Sauf dans les feuilles, le taux des tannins insolubles dans l'acétone est toujours

faible dans les tissus. Tandis que dans la phase analytique de l'éclosion des bourgeons les tannins persistent dans ces organes en quantité constante, ces dérivés phénoliques s'accumulent dans l'écorce. Ils diminuent ensuite dans l'ensemble du rameau, mais leur diminution affecte tout particulièrement les tissus corticaux. Quant aux glucides, les sucres simples quittent l'écorce et vont se condenser dans les bourgeons où ils s'insolubilisent d'abord en majeure partie et sont lentement consommés ensuite.

2° *Tubercules.* — La diminution des composés tanniques dans les tubercules y est d'abord aussi rapide que celle de l'amidon ; elle se ralentit dans la suite en même temps que l'allongement des organes aériens ; tandis que celle des glucides de réserve s'accélère.

Conclusions. — La distinction des phlobatannins en composés solubles et insolubles dans l'acétone ne présente qu'un intérêt secondaire tant à cause de la faible proportion de ces derniers dans les tissus non chlorophylliens que de la similitude de leur évolution avec celle des tannins solubles. Ces deux sortes de composés se comportent comme l'amidon et paraissent être utilisés, aussi bien pendant l'éclosion des bourgeons qu'au moment du développement des tubercules. Le ralentissement dans la consommation des tannins lorsque l'élongation du rameau et de la tige étiolée est terminée, paraît être un argument en faveur de leur rôle d'aliment plastique.

PHYSIOLOGIE. — *L'eau liée des colloïdes.* Note (¹) de M. **Jules Amar**, présentée par M. d'Arsonval.

Laissant s'évaporer à froid, en présence d'acide sulfurique concentré, *eau pure* et *ovalbumine très fraîche*, on a constaté (²) une marche décroissante dans la *vitesse d'évaporation*. Les graphiques sont une droite pour l'eau, une courbe logarithmique pour l'ovalbumine, et cette courbe, d'abord *au-dessus* de la droite, vient ensuite la couper en *un point critique*.

On en a conclu, légitimement, et pour la première fois, que l'eau de l'ovalbumine est en partie *indifférente*, même repoussée par les micelles de ce colloïde, et en partie adhérente, *liée* à ces dernières. L'ordonnée correspondant au point critique donne environ 9^{cm^3} d'eau indifférente

(¹) Séance du 16 avril 1928.

(²) Jules Amar, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 803; *Organisation et hygiène sociales*, p. 82 et 624 (Dunod; 1927).

sur 20cm³ de colloïde mis dans un tube gradué au millimètre. La dessiccation totale laisse 3cm³ d'ovalbumine, et indique 8cm³ à l'eau liée. On en a donc déduit :

Eau ou hydratation totale.........	17 : 20 = 85 pour 100
Eau indifférente	9 : 17 = 53 pour 100 du tout
Eau liée	8 : 17 = 47 pour 100 du tout

Telles sont les conclusions de cette expérience de 1923, tant de fois vérifiées plus tard. Nous voulons ajouter ceci que, déjà entre le 16 juin 1909 et le 13 juin 1911, nous avions eu les mêmes résultats sur une durée de 480 jours interrompue entre le 240e et le 460e jour. Mais nos papiers s'étaient égarés.

Nous les retrouvons, et voici le protocole de ce travail (cas de l'*ovalbumine fraîche*) :

Temps en jours :

10	20	30	40	50	80	100	130	160	190	220	240	480

Millimètres d'eau évaporée :

8	13	18	24	30	43	50	61	68	73	80	84	170

Vitesse d'évaporation (1).

8	6,50	6	6	6	5,60	5	4,60	4,25	3,89	3,63	3,50	3,54

Rentré de mission au 460e jour de l'expérience, j'observe que jusqu'au 480e jour l'évaporation reste nulle. Par l'aspect des courbes eau d'une part, ovalbumine de l'autre, le point critique est entre le 240e et le 260e jour, cette dernière date manquant à mon relevé. Il est probable que ce point correspond, comme plus haut, à 90 ou 95, c'est-à-dire à 45 ou 47 pour 100 du volume total d'ovalbumine. Or celle-ci contient 170 : 200 = 85 pour 100 *d'eau* d'après l'expérience. Par suite on a 9/17 ou 53 pour 100 *d'eau indifférente* et 8/17 ou 47 pour 100 *d'eau liée*, sensiblement les résultats ci-dessus.

Ainsi l'eau liée ou interstitielle, subissant le pouvoir attractif ou adhésif des micelles, placée dans le rayon d'activité de leur dynamisme mystérieux, c'est environ les 4/5 de l'eau libre, indifférente à ce dynamisme.

---

(1) Vitesse calculée par le quotient des millimètres évaporés rapportés à 10 jours. Le relevé comporte des données beaucoup plus nombreuses.

Sans mesures de ce genre, on a noté la même discontinuité sur *gélatine*, *celluloses*, sur un colloïde inorganique : le *kaolin* (¹). On a constaté, en déshydratant des *mousses*, « qu'une petite quantité d'eau paraît *fixée* à la plante suivant une *liaison* particulièrement forte » et dont le départ affaiblirait le travail physiologique de la plante (²). Leconte du Noüy se contente de remarquer, à propos des *solutions de protéine*, « qu'il semble que les molécules d'eau éprouvent une résistance à s'évader » (³).

Résistance ou liaison, il est clair que *le colloïde retient fortement près de la moitié de l'eau qui l'hydrate, et l'emploie à ses opérations énergétiques*. Là est tout l'intérêt, qualitatif et quantitatif, du problème formulé d'abord par nous-même.

Ce rayon d'activité micellaire se déduit même aisément des chiffres qui précèdent. Supposons-le égal à n fois le rayon moyen d'une micelle; le rapport des volumes correspondants est n^3. C'est aussi le rapport des volumes (eau liée + ovalbumine) et ovalbumine, soit

$$(8+3):3=n^3, \quad \text{d'où} \quad n=1{,}54.$$

Par conséquent : *La couche d'eau adhérente, liée à chaque micelle, forme une enveloppe d'épaisseur égale au quart d'une micelle* (⁴).

Dans l'émulsion du *lait*, cette dernière a 1^{μ} d'épaisseur, donc celle de l'eau adhérente est $0^{\mu},25$. Dans l'*ovalbumine*, on a mesuré des micelles de $0^{\mu},10$, soit $0^{\mu},025$ ou $25^{\mu\mu}$ pour l'épaisseur d'eau liée. Les valeurs sont plus faibles avec d'autres colloïdes. C'est tout de même dans cette mince membrane d'eau que sels, gaz et produits organiques *viennent tomber*, retenus comme dans un piège, et sont utilisés par l'activité de la micelle. Nous savons, enfin, que cette couche aqueuse d'action micellaire est maintenue grâce à la *tension superficielle, la force véritable qui gouverne les colloïdes*.

(¹) DAVIS et EYRE, *Proceed. Roy. Soc.*, **104**, 1923, p. 412. — FISHER, *Ibid.*, **103**, 1923, p. 664; **105**, 1924, p. 571.

(²) MAYER et PLANTEFOL, *Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 204.

(³) LECONTE DU NOÜY, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1062; et MORAN, *Proceed. Roy. Soc.*, **113**, 1926, p. 30.

(⁴) Car 0,54 est l'épaisseur d'eau liée, et c'est la moitié du rayon, le quart environ du diamètre de la micelle.

ÉLECTROPHYSIOLOGIE. — *Comparaison des paramètres d'excitabilité musculaire par examen microscopique des réponses.* Note de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

L'étude quantitative des paramètres d'excitabilité exige une technique appropriée, la méthode classique d'enregistrement par déplacement du tendon gastrocnémien donnant des résultats discordants même quand l'électrode excitatrice est très exiguë. Nous avons eu recours à l'examen microscopique d'un fin paquet de fibres dont les extrémités restent fixées au corps du muscle tandis qu'un fil d'argent chloruré de $\frac{1}{50}$ de millimètre (électrode de d'Arsonval) les soulève légèrement en leur milieu.

Tous les muscles de la patte sont réséqués à l'exception du gastrocnémien en expérience dont on a en plusieurs endroits entaillé l'aponévrose pour faciliter la curarisation. Il repose dans une petite cuve en pâte à modeler qui enserre assez étroitement ses bords, un intervalle étant ménagé pour le bain curarisant.

Le fond de la cuve est pavé par l'électrode indifférente en argent chloruré. Le fil qui constitue l'électrode active (—) est introduit sous les fibres, dégagées de l'aponévrose, au moyen d'une fine aiguille courbe. Il adhère à distance de la cuve à deux piliers en pâte molle grâce auxquels on règle facilement sa tension qui doit rester très faible. L'un des piliers porte dans un creux, sur le trajet du fil, une goutte de Hg assurant le contact avec le conducteur d'amenée du courant, piqué dans la pâte.

La surface du fil, dans la région où il pénètre les fibres, est visée au moyen d'un microscope à grossissement moyen. On l'éclaire obliquement de haut en bas par le faisceau lumineux convergent issu d'une lentille. La moindre contraction des fibres rend floue la surface du fil qui cesse d'être au point.

Cette technique très sensible évite les erreurs dues aux contractions à distance d'éléments plus excitables ou moins curarisés.

La chronaxie est déterminée par la méthode des condensateurs; la constante linéaire au moyen de notre « excitateur linéaire » [1]. Nous avons porté sa capacité à 120 microfarads en raison des durées utiles qui, pour le muscle, peuvent atteindre plusieurs secondes. Un rhéotome à chute avec contrepoids, type machine d'Atwood, permet d'atteindre ces durées sans trop les dépasser au préjudice de l'intégrité du muscle. Afin d'éviter les secousses d'ouverture, une partie de la capacité (20 μf) se décharge dans le muscle après rupture du second contact.

La chronaxie déterminée grâce à cette méthode est égale à celle que révèle l'excitation bipolaire du nerf pratiquée au préalable un temps suffi-

---

[1] Ph. Fabre, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 699.

sant après dissection. La théorie de l'isochronisme du nerf et du muscle de Lapicque nous paraît donc confirmée pour les ondes brèves.

Les constantes linéaires du gastrocnémien et du nerf sciatique sont au contraire très différentes : pour le nerf C. L. $= 25^{\sigma}$ pour le muscle C. L. $= 500^{\sigma}$ ($\sigma = 1/1000$ sec).

Cependant pour certaines espèces, qu'il nous reste à systématiser, le nerf répond à des courants de pente très faible, si bien que sa C. L. est, dans ce cas, de l'ordre de la seconde ainsi que nous l'avons déjà publié [1]; la secousse est alors lente comme dans l'excitation du muscle.

Au cours de la curarisation, la C. L. de la fibre musculaire croît ainsi que sa chronaxie (τ). La formule logarithmique que nous avons trouvée par variation de température [2] sur le nerf :

$$\text{C. L.} = \text{K} \log_{10}(1 + \tau)$$

se vérifie ici avec une bonne approximation, comme on le voit d'après les chiffres ci-dessous, dans un intervalle plus étendu :

τ.	C. L.	K.
$0^{\sigma},11$	556^{σ}	1737
0,42	1236	1740
0,80	1714	1804

Lorsque la chronaxie dépasse $0^{\sigma},80$, K diminue d'abord lentement, puis rapidement, et nous avons montré [3] qu'il y a là un indice de mortification :

τ.	C. L.	K.
2^{σ}	1610^{σ}	503
2,5	91	15

La curarisation est donc composée de deux effets : une variation de vitesse d'excitabilité, une mortification. L'effet de mortification nous paraît assez postérieur à l'inexcitabilité par le nerf. Aussi est-il peu probable que ce dernier phénomène soit dû à une mortification de la fibre musculaire ou des éléments qui concourent directement à la contraction.

L'évolution comparée des coefficients K d'intégrité fonctionnelle déterminés sur les *nerfs* sciatiques, côté curarisé et côté opposé, pourra apporter quelque autre précision au sujet des effets des substances curarisantes.

---

(1) PH. FABRE, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 170.
(2) *Ibid.*, 185, 1927, p. 300.
(3) *Ibid.*, 185, 1927, p. 1216.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Action photobiologique des rayonnements.* Note [1] de MM. **J. Risler, A. Philibert** et **J. Courtier** présentée par M. Bazy.

I. Photosensibilisation. — Les travaux qui font l'objet de cette communication ne sont que les résultats d'une suite d'expériences relatives à l'action de différents rayonnements sur des organismes vivants. La première partie découle de nos recherches entreprises en ce qui concerne l'action des rayons lumineux sur certaines bactéries sensibilisées ou non à l'aide de substances fluorescentes ou autres.

Remarques générales. — On se rappelle que dans deux Notes précédentes nous avons montré que la présence d'une solution fluorescente dans un bouillon de culture permettait la destruction rapide de certaines bactéries. L'énergie d'appoint apportée à la lumière par la présence d'une solution photo-sensibilisante ou réciproquement, a été montrée au cours des expériences mentionnées. Nous avons voulu constater encore si certains sels en solution se comportaient en présence de la lumière d'une manière semblable.

Remarques sur le collargol. — A des cultures de colibacilles âgées de 24 heures on ajoute une solution de collargol de 1/1000. Après réensemencement, on constate qu'aucune culture n'apparaît après 24 heures de séjour à l'étuve. Si même on réensemence immédiatement après que la solution de collargol a été mélangée au bouillon, c'est-à-dire après un simple contact, on constate que le bacille a été immédiatement détruit.

Le B. dysentérique se comporte de la même manière en présence de collargol.

Le staphylocoque, au contraire, résiste à la solution de collargol sans être détruit, mais il est détruit par une solution de violet de méthyle, ainsi qu'on l'a vu.

Par contre, le colibacille résiste à la solution de violet de méthyle au millième.

Essais sur le bactériophage. — Partant de l'hypothèse que le bactériophage, selon la conception de Bail, pourrait être une modification physico-chimique du microbe, nous avons essayé de provoquer cette modification par l'action de certaines radiations. Les essais ont eu comme point de départ

---

[1] Séance du 16 avril 1928.

des cultures de staphylocoque et de colibacilles âgées de 24 heures. On les soumet à des irradiations à l'aide de la lampe à néon, avec des temps de pose variant de 1 minute à 6 heures. La culture ainsi irradiée est filtrée sur bougie L 5, on ajoute le filtrat ainsi obtenu à une autre culture du même microbe *sans obtenir de lyse*. 90 expériences répétées sur différentes bactéries ne nous ont jamais permis d'obtenir un résultat.

Essais sur le bacille tuberculeux. — Nous avons essayé l'action de diverses sources lumineuses sur le bacille tuberculeux en employant la méthode de photosensibilisation.

On part d'une culture adulte (2 mois); on prélève le bacille de cette culture et on l'émulsionne dans des solutions aqueuses de bleu de méthylène, d'éosine ou de violet de méthyle, à des taux de concentration croissant du dix-millième au millième. Le bacille imprégné, on le réensemence sur pommes de terre glycérinées. Les émulsions et les cultures ont été irradiées avec des temps de pose correspondants à 5, 10, 15, 20, 30 minutes, 1 heure, 2 heures, 4 heures, à la lumière de lampes au néon. Après 21 jours, toutes les cultures ont repoussé. Les solutions fluorescentes de violet de méthyle ont viré; dans quelques cas, la croissance du bacille a paru être légèrement empêchée.

Nous avons repris ces expériences en utilisant une solution de collargol au millième, irradiée et non irradiée, la culture a repoussé dans les deux cas.

Nous avons enfin employé comme autre substance sensibilisante un échantillon de pinachrome violet, de provenance Badische Anilin. La technique a été la même. Le pinachrome a été dissous difficilement dans une solution aqueuse au dix-millième stérilisée. Les temps de pose d'irradiation ont été de 15 et 30 minutes. *Aucune culture n'a reparu sur les tubes réensemencés, même après plusieurs mois de séjour à l'étuve.*

Afin de les vérifier, nous reprenons nos expériences en employant aussi d'autres dérivés des cyanines.

II. Action bactéricide obtenue par la volatilisation électrique des métaux. — Les expériences qui suivent ont été réalisées à l'aide d'une lampe spéciale, réalisée par l'un de nous (J. Courtier). Cette lampe est constituée, en principe, par un ressort déclanchant successivement le passage du courant électrique dans plusieurs fils d'aluminium, d'une section de 1/10.

Les radiations émises par la volatilisation de ces fils sont douées d'une énergie considérable. Ainsi que l'expérience le montre, cette volatilisation *instantanée* sous le passage du courant électrique donne naissance à un

rayonnement d'une puissance de pénétration beaucoup plus grande que celle produite par la fusion. Ce rayonnement s'étend très loin dans l'U. V., et vraisemblablement au delà. Les phénomènes sont d'autant plus puissants que le voltage et l'ampérage du courant sont plus élevés, et que, par conséquent, le métal est plus rapidement porté à une température plus haute. Des expériences réalisées à l'aide de ce dispositif ont permis d'obtenir *instantanément* des épreuves photographiques à travers des papiers épais.

D'après les calculs effectués par M. Berné sur ces phénomènes de volatilisation, nous donnons ici, à titre documentaire :

Fil aluminium section 1/10, *longueurs* 18^{mm}, *courant* 110 *volts.*

Intensité du courant en ampères	1720
Nombre de calories fournies	3,11
Nombre d'ergs correspondants	$1,3.10^{-6}$
Durée de l'éclair en secondes	$6,87.10^{-5}$
Nombre d'hectowatts-heure	$3,6.10^{-7}$

Les résultats sont particulièrement puissants quand on utilise le courant continu.

A l'aide de cette lampe, et à distance de 4^{cm}, nous avons pu détruire le staphylocoque, en boîte de Petri, *dans l'espace de temps qui correspond à l'éclatement de* 6 *fils, c'est-à-dire environ au total* 1/25 *de seconde, soit* 150 *fois plus vite que le résultat obtenu à l'aide d'une lampe à vapeurs de mercure de* 3500 *bougies.*

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *L'antagonisme microbien et le problème du cancer.* Note de MM. **W. Arciszewski** et **W. Kopaczewski**, présentée par M. d'Arsonval.

Deux arguments nouveaux ont été récemment invoqués en faveur de l'origine microbienne du cancer : la description par Gye et Barnard d'un virus ultramicroscopique et les résultats encourageants obtenus par Coley avec le *Streptococcus erysipelatus* et le *Bac. prodigiosus.*

Le premier argument a été réfuté par Bordet et par Carrel en ce qui concerne la partie biologique de l'expérimentation des auteurs anglais, et par nous à propos de leur technique physique (¹).

(¹) W. Kopaczewski, *Bruxelles médical*, 6, 1925, p. 167.

Nous nous sommes proposés d'étudier l'antagonisme biologique et physico-chimique entre les microorganismes utilisés par Coley et l'agent microbien des néoformations végétales, *Bac. tumefaciens*. Cette étude nous paraissait d'autant plus intéressante que plusieurs faits, récemment signalés, semblent plaider en faveur d'une possibilité de provoquer des tumeurs humaines par le *Bac. tumefaciens* : Blumenthal ([1]) isole des tumeurs d'homme un bacille qui produit des néoformations végétales, ce qui est ensuite confirmé par C. Funk et par Reichert ([2]); ce dernier auteur identifie le bacille isolé par Blumenthal avec le *Bac. tumefaciens*; tout dernièrement A. Giovanni réussit à produire des tumeurs d'oreille de lapin par un *Bac. tumefaciens* d'origine végétale.

En cultivant les bactéries dans du bouillon nous avons obtenu les variations physico-chimiques suivantes ([3]), exprimées en chiffres pour 100.

Variations pour 100.

Micro-organismes.	Tension superficielle. — Jours. 1.	2.	4.	6.	12.	Conductibilité électrique. — Jours. 1.	2.	4.	6.	12.
Prodigiosus.	+4,91	+12,69	+15,70	+21,02	+21,70	+39,6	+69,4	+96,5	+151,2	+ 136,1
	+3,00	+11,3	+23,40	+21,73	+19,9	+ 2,09	+ 0,51	+21,7	+ 33,3	+ 12,2
	+2,99	+ 8,36	+11,9	+15,0	+12,3	+ 2,14	+ 1,66	+ 2,09	+ 4,02	+ 4,93
Streptococcus.	−4,39	− 4,39	− 5,09	− 3,99	− 3,86	+ 2,78	+ 5,96	+ 6,98	+ 8,00	7,88
	+0,98	− 0,58	+ 2,37	+ 2,37	+ 2,49	0	0	− 1,93	+ 5,78	+ 5,19
	+0,45	+ 3,14	+ 3,76	+ 4,54	0	− 1,13	+ 0,90	− 1,13	− 4,28	0
	0	+ 0,89	0	+ 0,62	+ 1,14	+ 4,95	+ 4,18	+ 4,93	0	+ 4,08
Tumefaciens.	0	− 0,57	+ 1,43	—	—	− 0,39	+ 4,11	+ 4,11	—	—
	+0,48	+ 0,68	+ 0,68	+ 2,31	+ 4,50	0	0	+ 1,92	+ 5,81	+ 5,45
	+0,98	+ 2,02	− 0,98	+ 1,61	+ 9,83	+ 1,78	+ 1,78	+ 1,78	+ 6,78	+ 9,57
	+1,99	+ 2,99	+ 8,32	+10,4	+ 2,99	+ 4,83	+ 7,07	+ 7,07	+ 9,62	+ 3,75

([1]) Blumenthal, *Krebsforsch.*, 21, 1924, p. 250.

([2]) Reichert, *Ibid.*, p. 387.

([3]) Voir pour la technique expérimentale, W. Kopaczewski, *Bol. Ist. Sieroter. Milano*, 5, 1927, p. 1.

	pH+.						Charge électrique.				
	Jours.						Jours.				
Microorganismes.	0.	1.	2.	4.	6.	12.	1.	2.	4.	6.	12.
Prodigiosus....	7,1	−0,8	−1,0	−0,6	−0,3	+0,5	—	——	o	——	—
»	6,9	+0,3	+0,4	+1,0	+1,1	+2,0	+	++	+++	++	+
»	7,0	−0,6	−0,3	−0,3	−0,3	−0,2	+	o	o	o	o
Streptococcus...	7,3	−0,4	−0,1	−0,1	—	—	+++	o	—	—	—
» ...	5,9	o	+0,4	+0,3	+0,1	+1,5					
» ...	5,3	−0,2	−0,1	+0,3	+0,7	+2,3			variable		
» ...	6,0	−0,3	o	−0,1	o	+0,1					
Tumefaciens...	5,6	−0,5	−0,6	−0,6	−0,6	−0,7	o	+	++	+	+
» ...	5,9	−0,1	−0,2	−0,1	o	+0,1	+++	++	+	++	o
» ...	6,5	−0,2	−0,2	−0,3	−0,3	o	—	—	+	+	o
» ...	6,3	−0,2	−0,5	−0,6	−0,5	−0,6	o	o	o	+	+

En examinant ces résultats nous pouvons constater qu'un antagonisme physico-chimique existe entre le *Bac. tumefaciens* et le *Streptococcus erysipelatus;* ajoutons à ces résultats que le *Bac. tumefaciens* fait augmenter très sensiblement la viscosité de son milieu (parfois même jusqu'à 100 pour 100), tandis que le Streptocoque ne l'influence point.

Mais, par contre, nous n'avons pas observé de variations physico-chimiques du milieu, permettant d'expliquer le rôle du *Bac. prodigiosus:* on sait que son introduction dans la thérapeutique anticancéreuse a été basée sur l'existence d'un synergisme biologique entre lui et l'agent de l'érysipèle; or, nous constatons, au point de vue physico-chimique, l'existence entre ces deux microbes d'un antagonisme parfait et de beaucoup plus accentué qu'entre le streptocoque et le *Bac. tumefaciens*.

En présence de ce résultat nous avons fait des essais biologiques : Trente plantes de *Pelargonium* (30 à 35^{cm} de hauteur) ont été injectées de 1$^{cm^3}$ d'une culture sur bouillon de 24 jours de *Bac. tumefaciens:* dix ont servi de témoins, et la tumeur s'est développée après 7 à 9 semaines d'une grosseur de noisette ou de noix; les dix autres ont été inoculées de 1$^{cm^3}$ d'une culture sur bouillon de 24 heures de Streptocoque et cette injection a été répétée chaque semaine; enfin, les derniers dix exemplaires ont été traités dans les mêmes conditions que ceux du second lot par un mélange à parties égales de culture du même Streptocoque et du *Bac. prodigiosus*. Les résultats ont pleinement confirmé les constatations physico-chimiques : dans trois cas seulement aucune tumeur n'a pu se déve-

lopper dans les plantes traitées par le *Streptococcus erysipelatus* seul, mais dans d'autres exemplaires le processus de néoformation a subi un retard manifeste; le traitement combiné de Streptocoque et de *Bac. prodigiosus* n'a, par contre, nullement influencé la formation d'une tumeur.

En résumé, l'*antagonisme entre le* Bac. tumefaciens *et le* Streptococcus erysipelatus *semble biologiquement réel et physico-chimiquement compréhensible. Un véritable et fort antagonisme physico-chimique semble exister entre le* Bac. prodigiosus *et l'agent bactérien de l'érysipèle; biologiquement, l'introduction de ce microbe dans le traitement des tumeurs végétales par le Streptocoque est sans effet.*

PARASITOLOGIE. — *Un Bacille parasite des chenilles de* Dasychira pudibunda *L.* (*Lepidopt.* Lymantriidæ). Note de M. **Et. Hubault**, présentée par M. Bouvier.

Les forêts de hêtres de l'est de la France ont été, en 1926 et 1927, le théâtre d'invasions massives d'un Lymantriide, *Dasychira pudibunda* L. L'une de ces invasions fut de notre part l'objet de recherches suivies.

Aux mois de septembre et d'octobre 1927, 10 à 12 pour 100 des chenilles avant la nymphose étaient contaminées par un Bacille que nous avons isolé du sang de ces Insectes.

Des germes parasites d'Insectes ont été déjà signalés en assez grand nombre par d'Hérelle, Picard et Blanc, Chatton, Hollande et Vernier, Paillot enfin. Pourtant aucun de ces auteurs n'en poussa très loin les descriptions morphologiques et biologiques. Nous avons cru devoir entrer dans plus de détails à ce sujet. Voici donc d'ores et déjà les principaux caractères du germe isolé.

Bacille monotriche de $1^{\mu},5$ à $1^{\mu},9$ de longueur sur $0^{\mu},8$ ou $0^{\mu},7$ de largeur, en cultures de 2 à 9 jours. Le fouet a environ cinq fois la longueur de la plastide. Microbe très mobile, à mouvement complexe : progression saccadée entrecoupée d'arrêts brusques; culbutes complètes et répétées; révolutions autour d'un axe oblique par rapport à l'axe longitudinal de la plastide. Le germe est décoloré par l'alcool en un temps voisin de 5 secondes, suivant la méthode de Gram, après action du violet de gentiane et du Lugol, 1 minute chacun.

Les frottis desséchés traités par le Giemsa, par les bleus de méthylène et de toluidine, présentent des plastides à coloration bipolaire, analogue à celle

des *Pasteurella*. Cette même particularité est mise en évidence sur les frottis humides fixés au Dubosq-Brasil et colorés à l'hématoxyline ferrique de Heidenhain ; ce procédé permet aussi d'apercevoir sur certaines plastides un grain chromatique central. Les colorations vitales au bleu de toluidine très dilué confirment les résultats précédents. Le germe ne présente pas de grains métachromatiques.

Il végète mieux à la température ordinaire du laboratoire (18-20° C.) qu'à 37°, sa température limite de culture étant de 40°. Germe non sporulé, dont les vieilles cultures ne se redéveloppent plus, après chauffage pendant 2 heures à 57° et réensemencement.

Milieux solides. — Il verdit nettement l'artichaut. Sur carotte, les cultures sont crémeuses et blanchâtres. Sur pomme de terre, elles présentent un aspect consistant, légèrement mamelonné, d'un gris blanchâtre, avec des bords un peu festonnés. Les colonies de surface, isolées sur gélose peptonée, en boîte de Petri, sont aplaties, d'abord circulaires, puis à bords festonnés dans la suite; d'un blanc porcelané, elles peuvent atteindre 8 à 10^{mm} de diamètre.

Le germe liquéfie la gélatine : ensemencé en piqûre sur gélatine peptonée, il donne en 48 heures des cultures en doigt de gant avec cupule superficielle de liquéfaction. Sur plaque de gélatine peptonée en boîtes de Petri, les colonies apparaissent au bout de 24 heures environ, à la température du laboratoire, sous formes de sphérules grenues à contours nets, pour les colonies profondes sous formes d'excavations lenticulaires à pourtours plus flous, pour les colonies de surface. Elles augmentent toutes rapidement de diamètre en conservant un noyau central grenu, plus foncé que les bords.

Le sérum de cheval est protéolysé avec production d'odeur putride prononcée.

Milieux liquides. — Le bouillon et l'eau peptonés, sur lesquels le Bacille se développe bien, se troublent uniformément, avec production d'un anneau blanchâtre superficiel, sur les parois du tube, accompagné d'une pellicule. Aucune fluorescence ne se manifeste dans l'un ou l'autre de ces milieux.

La Bactérie ne réduit pas le rouge neutre en eau peptonée.

Sur eau peptonée également, elle ne produit ni indol (résultats négatifs par les méthodes de Salkowsky et d'Ehrlich), ni acide sulfhydrique (résultat négatif par la méthode de Caro et Fischer).

Le germe fait fermenter les sucres suivants, en solutions à 2,5 pour 100 dans l'eau peptonée tournesolée : saccharose, maltose, glucose, lévulose, galactose, mannite. Le virage au rouge de la teinture de tournesol est accompagné de la production de fines bulles gazeuses. L'eau peptonée tournesolée dextrinée rougit aussi. Le germe est sans action sur le lactose, la dulcite, l'isodulcite, l'inuline et l'amidon. Le lait est coagulé au moyen d'une présure que l'on peut mettre en évidence par filtrations successives

sur bougies L2 et L3. Cette présure est accompagnée d'un ferment protéolytique liquéfiant la caséine.

Bactérie dénitrifiante, elle réduit le nitrate de potassium en solution à 1 pour 100 dans le bouillon et l'eau peptonés. La réduction en nitrite (réaction positive par la méthode de Griess sur des cultures de 24 heures) se poursuit jusqu'à l'azote libre dont la production est néanmoins bien plus abondante en bouillon peptoné qu'en eau peptonée. Ce germe participerait donc à la fois des propriétés des bactéries dénitrifiantes directes et indirectes dont Grimbert a souligné les deux modes d'action.

Cultivé en milieu synthétique I de Lasseur, le Bacille produit, en 15 jours, une belle coloration pourprée qui prend naissance au tiers inférieur du tube de culture et se répand ensuite dans toute la masse. Cette particularité, due à la présence des sels de fer, sera étudiée plus en détails dans la suite. Le germe est aérobie. Il ne se développe ni sur milieu synthétique I de Lasseur en ampoules privées d'air, ni en tubes de Vignal, ni en gélose de Veillon. Le chlorure de lithium jusqu'à la concentration de 2 pour 100 dans les divers milieux de culture n'arrête pas son développement, mais les plastides présentent des déformations globuleuses ou irrégulières, toutefois sans formation de capsules. Sur milieu synthétique I, ce sel inhibe l'apparition de la couleur rouge.

La virulence et le pouvoir toxigène feront l'objet d'une étude suivie. Le Bacille est très pathogène pour diverses espèces d'Insectes. Par inoculations de l'ordre de $\frac{1}{50}$ ou de $\frac{1}{100}$ de centimètre cube à la base des pattes, il tue en 16 heures des exemplaires adultes de *Phasgonura viridissima* L., *Blatta orientalis* L., *Gryllus domesticus* L., *Blaps mortisaga* L. Du sang contaminé de chenille de *Dasychira pudibunda*, inoculé en doses minimes, à des chenilles saines de la même espèce, peut, au troisième passage, entraîner la mort en 6 heures 30. D'autre part l'infection *per os* a été jusqu'ici difficile à obtenir. Des milieux exaltant la virulence devront être spécialement recherchés pour obtenir des cas d'infection *per os* plus nombreux et réguliers.

PROTOZOOLOGIE. — *Un nouveau Trypanosome pathogène des Vertébrés à sang froid*, Trypanosoma parroti *du* Discoglossus pictus. Note de M. E. **Brumpt**, présentée par M. F. Mesnil.

Avant la publication de mes recherches [1], en juillet 1906, sur les infections mortelles provoquées par le *Trypanosoma inopinatum* chez les grenouilles vertes (*Rana esculenta*) et rousses (*Rana temporaria*), aucun fait expérimental n'avait permis de démontrer l'existence de trypanosomes pathogènes chez les vertébrés à sang froid.

Je dois cependant signaler que divers auteurs, Doflein, en 1901, puis, un peu plus tard, Plehn et Hofer, Keysselitz, L. Léger, trouvant des trypanosomes ou des trypanoplasmes nombreux dans le sang de poissons atteints soit de langueur, soit d'anémie, admirent l'action nocive de ces flagellés, mais sans en donner aucune preuve expérimentale. Or, comme ces parasites existent également dans une proportion très élevée chez des poissons sains d'autres localités, il semble plus juste d'admettre que, dans les cas signalés ci-dessus, les trypanosomes étaient de simples germes de sortie, au même titre que *Trypanosoma theileri* des bovidés, se multipliant parfois assez rapidement dans le sang sous l'influence de la peste bovine, des piroplasmoses et des anaplasmoses [2], et que les trypanosomes pathogènes des ruminants, tels que *T. congolense* et *T. vivax*, dont les infections inapparentes ou très faibles sont révélées par l'usage de divers médicaments comme l'halarsine (G. N. Hall, 1927). Il est certain que de semblables faits s'observent chez les vertébrés à sang froid. C'est ainsi qu'en 1914 j'ai eu l'occasion d'observer des rainettes (*Hyla arborea*), venant d'une localité d'Italie, où près de 100 pour 100 des sujets présentent dans leur sang le *Trypanosoma hylæ*, succombant les unes après les autres d'une affection de nature inconnue provoquant, quelques jours avant la mort, l'arrivée dans

(1) E. Brumpt, *Rôle pathogène et mode de transmission du* Trypanosoma inopinatum *Ed. et Ét. Sergent. Mode d'évolution d'autres trypanosomes* (*C. R. Soc. Biol.*, 61, 1906, p. 167).

(2) Voir à ce sujet : A. Laveran et F. Mesnil, *Trypanosomes et trypanosomiases*, 2e édition, 1912 (Paris, Masson); H. Galliard, *Sur un cas d'infection à* T. theileri *et à* Piroplasma bigeminum (*Ann. de Parasitologie*, 3, 1925, p. 21); J. Carmichael, *Rinderpestserum and the pathogenicity of* Trypanosoma theileri (*Trans. Roy. Soc. trop. med. and hyg.*, 20, 1926, p. 103).

le sang de plusieurs espèces de bactéries et de nombreux trypanosomes n'ayant expérimentalement ni les uns ni les autres de rôle étiologique.

Dans le cas des trypanosomes pathogènes, un seul germe, ainsi que cela a été établi dans le cas des mammifères, peut parfois déterminer la mort : or, en ce qui concerne les trypanosomes et les trypanoplasmes de poissons, aucun auteur, à ma connaissance tout au moins, n'a reproduit la maladie par inoculation de sang.

Le *Trypanosoma inopinatum* est véritablement pathogène. J'ai, en effet, démontré, en utilisant deux virus algériens, que la grenouille verte peut succomber à la suite de la piqûre d'une seule sangsue infectée ou par l'inoculation d'une trace de sang virulent. Le regretté Ponselle a obtenu les mêmes résultats avec un autre virus algérien en se servant de cultures obtenues sur un milieu hypotonique spécial ([1]). Je dois ajouter que la culture de Ponselle, toujours conservée à mon laboratoire, grâce au docteur H. Galliard à qui je l'ai confiée, semble avoir perdu en partie aujourd'hui son pouvoir pathogène.

En dehors des infections mortelles dues au *Trypanosoma inopinatum*, les Batraciens peuvent succomber à des infections aiguës provoquées par d'autres espèces. C'est le cas en particulier pour un trypanosome de la *Rana esculenta*, étudié par Nöller en 1917 ([2]), qui s'est montré pathogène pour cette espèce de grenouille et même pour l'exemplaire ayant fourni la première culture. D'autre part, durant mon séjour au Brésil, en 1913 et au début de 1914, j'ai eu l'occasion de démontrer ([3]) que le *Trypanosoma leptodactyli*, découvert par Carini en 1907, inoculable en partant du sang à divers batraciens (*Leptodactylus ocellatus*, *L. gracilis* et *Paludicola signifera*), produisait des infections très intenses et probablement mortelles chez *L. ocellatus*.

Enfin, tout récemment, j'ai réussi à obtenir en culture mixte deux trypanosomes du *Discoglossus pictus* d'Alger, trypanosomes que j'avais découverts en 1923, dans un lot de batraciens aimablement envoyés par Ed. Sergent et Parrot, mais dont je n'avais pu obtenir la culture à cette époque. Un de ces trypanosomes, le *T. parroti*, est pathogène soit par inoculation de

---

([1]) A. Ponselle, *La culture du* Trypanosoma inopinatum, *trypanosome pathogène de la grenouille* (*Ann. de parasitologie*, 1, 1923, p. 155).

([2]) W. Nöller, *Blut und Insektenflagellatenzüchtung auf Platten.* (*Arch. für Sch. und Trop. Hyg.*, 21, 1917, p. 53-94).

([3]) E. Brumpt, *Un nouveau trypanosome :* Trypanosoma neveu-lemairei *n. sp. de la grenouille verte* (Rana esculenta) (*Ann. de Parasitologie*, 6, janvier 1918, p. 21).

sang soit par inoculation de cultures obtenues sur différents milieux. C'est ainsi que, partant d'un premier discoglosse d'Alger (59, IX), j'ai pu, en inoculant son sang à un discoglosse (58, IX) provenant de Corse, faire succomber cet animal, et, en partant de cultures, faire succomber trois discoglosses d'Alger sur onze inoculés. Deux animaux présentant une infection naturelle très faible (399, IX et 322, IX) ont montré une prémunition très nette. En utilisant le sang d'un second discoglosse spontanément infecté (382, IX), j'ai obtenu quatre infections mortelles sur douze animaux inoculés avec des cultures et deux infections bénignes en partant du sang. Les animaux qui meurent présentent une anémie extrême et le cœur, rempli de trypanosomes souvent agglutinés en rosaces, ne renferme que quelques rares globules rouges. Comme je n'ai pas encore trouvé l'hôte vecteur naturel des trypanosomes du discoglosse, hôte qui n'est certainement pas la sangsue *Helobdella algira*, il m'est impossible de dire si, dans la nature, ce parasite est aussi pathogène que certaines souches de *Trypanosoma inopinatum*.

A 16h15m, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1927 (*suite*).

Danish Ingolf-Expedition. Copenhague.
Department of Commerce. Bureau of Standards (*Miscellaneous Publications, Handbook, Standards Year-book, Scientific Papers, Circular, Technologic Papers*). Washington.
Department of Scientific and Industrial Research. Special Report. London.
Department of the Interior. Bureau of Education (*Bulletin*). Washington.
Department of the Interior. U. S. Geological Survey. Washington.
Det Kungl. danske Videnskabernes selskab. Meddelelser. Kœbenhaven.
Det Norske Videnskaps-Akademi i Oslo. Oslo.

Écho de l'Union sociale d'ingénieurs catholiques U. S. I. C. Paris.
Ecology. Brooklyn.
Economic Proceedings (*The*) *of the Royal Dublin Society.* Dublin.
Efemérides astronómicas. Coimbra.
Ekonomisk Tidskrift. Stockholm.
El-Alevy. Beyrouth.
El Campo. Quito.
El Ouazir. Tunis.
Enseignement mathématique (*L'*). Paris, Genève.
Estadistica agro-pecuaria. Buenos-Aires.
Étoile bleue (*L'*). Paris.
Europe centrale (*L'*). Prague.

Fennia. Helsingfors. (Voir *Societas geographica Fenniæ.*)
Feuille de documentation bibliographique des postes, des télégraphes et des téléphones. Paris.
FF communications; edited for the Folklore fellows. Helsingfors.
Field Museum of Natural History. Zoological Series. Chicago.
id (*Leaflet*). Chicago.
Fil et sans fil. Paris.
Flore générale de l'Indo-Chine. Paris.
Folia Clinica, chimica et microscopica. Bologna.
Forschungen und Fortschritte. Berlin.
Fortschritte der Geologie und Paleontologie. Berlin.

Francexport. Paris.
Franklin Institute (The). Year-book. Philadelphie.

Gazette des hôpitaux civils et militaires. Paris.
Génie civil (Le). Paris.
Geofysiske publikasjoner. Oslo.
Geographical Journal (The). London.
Géographie (La). Paris.
Geological Literature London.
Geological Survey of China (Publications). Peking.
Geological Survey of Nigeria. Bulletin. London.
Giornale di bibliografia tecnica internazionale. Bologna.
Gobierno departamental de Antioquia. Escuela superior de agricultura y medicina veterinaria. Circular. Medellin (Colombie).
Goeteborgs kungliga Vetenskaps och vitterhets Samhaelles handlingar. Goeteborg.

Harvard College Observatory (Circular; Bulletin). Cambridge (Mass.).
Helvetica chimica acta. Bâle et Genève.
Hvězdářská Ročenka. Praze.

Il nuovo cimento. Bologna.
Index generalis (Montessus de Ballore). Paris.
Informations de statistiques. Association de documentation scientifique, industrielle et commerciale. Paris.
Institut de France (Publications diverses). Paris.
Institut de physique du globe de l'Université de Paris (Bulletin sismique). Paris.
Institut des mathématiques et des sciences naturelles. Rostoff sur Don.
Institut international de statistique (Bulletin). La Haye.
Institution of Mechanical Engineers (Proceedings). London.
Instituto geologico de Mexico (Boletin). Mexico.
Instituut voor plantenziekten. Buitenzorg (Java).
International conciliation. Washington.
Iowa Geological Survey. Annual Reports. Des Moines (Iowa).
Izvješca o Raspravama matematičko-prirodoslovnoga Razreda (voir *Bulletin des travaux de la classe...*). Zagreb.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 AVRIL 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime de la façon suivante :

J'ai le regret d'avoir à faire part à l'Académie de la mort de M. **Félix Lagrange**, Correspondant pour la Section de Médecine et de Chirurgie.

Professeur à la Faculté de Médecine de Bordeaux, Lagrange s'est surtout consacré à l'ophtalmologie, considérée au point de vue chirurgical. Dans cette branche de l'art médical, il s'est révélé comme un maître, faisant avancer nos connaissances sur l'évolution et la guérison des tumeurs ou des blessures de l'orbite et de plusieurs affections graves de l'œil.

Sa découverte, qui prime toutes les autres, est celle du traitement du glaucome, par une intervention chirurgicale dont l'efficacité a été universellement reconnue. Pour mesurer l'importance de la technique qu'il a élaborée à cet égard, il suffira de rappeler qu'avant les travaux de Lagrange, les malades atteints de cette redoutable ophtalmie étaient irrémédiablement condamnés à la cécité. A ce seul titre le nom de notre regretté Correspondant mérite d'être inscrit sur la liste des bienfaiteurs de l'humanité.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Bonnesen**, professeur à l'École polytechnique de Copenhague, qui assiste à la séance.

En déposant sur le bureau un Mémoire intitulé : *Les météorites tombées en France et dans ses colonies et conservées au Muséum d'Histoire naturelle*

avec remarque sur la classification de smétéorites (¹), M. A. Lacroix s'exprime en ces termes :

Le travail que j'offre à l'Académie a pour objet de donner des précisions sur les 53 météorites recueillies en France de 1492 à 1914 et sur les 14 tombées dans les colonies françaises. A l'exception d'une seule, elles sont toutes représentées au Muséum, qui en possède souvent la partie principale ou la totalité.

Cette collection a un grand intérêt historique autant que scientifique; ses documents en effet ont été décrits totalement ou partiellement par un grand nombre de savants illustres et ont contribué à la connaissance générale de ces roches extra-terrestres. La bibliographie copieuse contenue dans ce Mémoire en fait foi.

L'Académie s'est toujours beaucoup intéressée à cette collection nationale qui lui doit quelques-uns de ses échantillons les plus précieux.

J'ai fait précéder ce catalogue raisonné d'un exposé sur la classification des météorites en général, telle que je la comprends.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Recherches sur le rubrène* (VII) : *Tension de dissociation du peroxyde de rubrène à la température ordinaire*. Note (²) de MM. **Charles Moureu**, **Charles Dufraisse** et **Louis Girard**.

Les publications précédentes ont mis en évidence cette propriété du peroxyde de rubrène, curieuse pour un corps organique, d'abandonner de l'oxygène libre sous l'action de la chaleur. Nous avons reconnu que la même décomposition se produisait à la température ordinaire, mais avec cette particularité qu'elle n'avait pas lieu à l'obscurité.

I. On introduit dans deux tubes identiques la même quantité d'une même solution benzénique incolore de peroxyde de rubrène préparé au sein du benzène, et, après que tout l'air en a été extrait par aspiration avec ébullition simultanée à la température ordinaire, on les scelle à la lampe. L'un est conservé comme témoin à l'obscurité et l'autre est exposé à l'une des sources lumineuses (lumière solaire ou lampe à incandescence) à l'aide desquelles nous formons le peroxyde. On constate que dans le tube maintenu à l'obscurité le liquide ne subit aucune modification apparente, tandis

(¹) Extrait du *Bulletin du Muséum national d'Histoire naturelle*, 1927, p. 411 à 455, 571-572.

(²) Séance du 23 avril 1928.

qu'au contraire dans le tube irradié, au bout d'un temps plus ou moins court suivant l'intensité lumineuse (quelques secondes à une forte lumière solaire), on aperçoit la fluorescence caractéristique du rubrène, puis la coloration rose. Nous avons affaire ici à un phénomène de dissociation réversible. Vient-on, en effet, à briser la pointe du tube scellé irradié pour y faire rentrer de l'air, la liqueur, dans les mêmes conditions d'éclairement, ne tarde pas à se décolorer. D'autre part, si l'on irradie un troisième tube semblable, mais d'où l'air n'a pas été expulsé, la fluorescence n'apparaît pas. C'est donc bien d'une dissociation réversible qu'il s'agit.

II. *Essais de détermination de la tension de dissociation. Expériences préliminaires.* — La nécessité de faire les expériences en solution, d'une part, et, de l'autre, la difficulté de mettre en œuvre un solvant dont la tension de vapeur fût faible comparée à la pression de l'oxygène en équilibre, nous ont empêchés, pour ces premiers essais, d'effectuer des mesures directes de la tension de dissociation (pression minima de l'oxygène au-dessus de la solution, en équilibre, d'oxygène libre et de peroxyde de rubrène), et nous n'avons cherché pour le moment qu'à en évaluer l'ordre de grandeur.

Le principe de notre technique est le suivant. Une ampoule scellée, contenant une petite quantité de solution de peroxyde de rubrène privée de gaz dissous, est placée dans un tube de verre susceptible d'être scellé après introduction d'oxygène à une pression connue, et dont la capacité est telle que la diminution de pression de l'oxygène par dissolution dans le liquide de l'ampoule soit faible. On prépare une série de tubes semblables, en faisant seulement varier de l'un à l'autre la pression de l'oxygène. On les place dans une cuve à température connue et bien irradiée, on brise par une secousse l'ampoule intérieure, et l'on observe les effets de l'irradiation.

En disposant les tubes dans l'ordre des pressions d'oxygène décroissantes, on constate qu'ils se partagent très nettement en deux lots, l'un formé de ceux qui ne présentent aucun changement d'aspect, l'autre de ceux où apparaît la fluorescence caractéristique du rubrène. Les premiers sont toujours ceux où la pression initiale d'oxygène est la plus forte. De plus, la fluorescence se manifeste, non pas progressivement d'un tube à l'autre et d'une manière d'abord douteuse, mais brusquement, sans qu'on puisse hésiter sur le tube à partir duquel elle commence. Enfin tous les tubes à pression d'oxygène inférieure à celle du premier où l'on constatait la fluorescence sont eux aussi fluorescents.

Ces observations paraissent indiquer qu'il y aurait (à la lumière, s'entend) une pression *critique* d'oxygène au-dessus de laquelle le rubrène

ne pourrait pas rester en équilibre avec l'oxygène dissous, même aux plus hautes dilutions (la proportion minima de rubrène perceptible, dans les conditions expérimentales ci-dessus, est de l'ordre de $\frac{1}{500000}$), et en dessous de laquelle, au contraire, ce serait le peroxyde qui ne pourrait pas subsister.

En ce qui concerne la valeur de cette pression ou tension de dissociation, nos expériences préliminaires nous permettent de donner déjà un ordre de grandeur : à $+16^\circ$, elle est d'environ $0^{cm},5$ de mercure, chiffre que nous considérons comme peu éloigné de la réalité. Les résultats se sont montrés variables, dans des limites d'ailleurs relativement étroites (entre 2 et 8^{mm}), d'un essai à l'autre. Les légères variations nous paraissent attribuables, entre autres conditions opératoires (concentration de la solution du peroxyde, variations de l'irradiation, etc.), à ce que notre volume d'oxygène n'était pas assez grand pour qu'on pût négliger la partie du gaz qui entrait en dissolution.

Ces expériences sont poursuivies.

En résumé, deux faits très nets se dégagent de ce qui précède : 1° la peroxydation du rubrène en solution par l'oxygène libre sous l'influence de la lumière est un phénomène réversible, la lumière pouvant, suivant la pression de l'oxygène au-dessus de la liqueur, produire le peroxyde ou le dissocier; 2° la tension de dissociation du peroxyde est déjà notable à la température ordinaire.

On ne peut qu'être frappé par les analogies qui existent entre la peroxydation du rubrène et celle de l'hémoglobine, et tout spécialement par le fait que l'une et l'autre des deux substances peuvent, à la température ordinaire, permettre d'obtenir à volonté une absorption ou une libération d'oxygène. Les analogies, comme aussi les différences, que présentent les deux phénomènes dans l'un et l'autre cas, retiennent notre attention.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations géologiques dans la Corse orientale : le Jurassique supérieur; les terrains primaires antérieurs au granite.* Note de MM. **Pierre Termier** et **Eugène Maury**.

Après la découverte des radiolarites (1), les deux résultats stratigraphiques les plus importants de notre récente étude (2) de la Corse orientale

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1077-1081.

(2) Étude faite en collaboration avec MM. Steinmann, Kober, Staub, Tilmann et Raguin.

sont : 1° la fixation définitive de l'âge néojurassique des calcaires de Caporalino, près d'Omessa; 2° le rattachement à l'ère primaire, sans précision d'âge, mais avec la certitude de leur antériorité au granite, de deux complexes souvent très épais et couvrant de grandes surfaces, l'un où abondent des *roches brunes* à cassure polyédrique qui ne sont ni des gneiss, ni des micaschistes, ni des sédiments normaux, l'autre où abondent les *arkoses*.

I. *Jurassique supérieur*. — A Caporalino, tout à côté de la station Omessa du chemin de fer Bastia-Ajaccio, un rocher surgit, formé de calcaires en bancs quasi verticaux dirigés vers le Nord-Nord-Est : c'est le Monte Pollino de D. Hollande (1). L'affleurement calcaire est large au maximum de 400^{m}; il disparaît très vite vers le Sud; il se poursuit au contraire assez loin vers le Nord, jusqu'au delà de Francardo, en contact, soit avec le granite, soit avec les *roches brunes*, soit avec les schistes et grès du Nummulitique; on le retrouve dans la montagne qui sépare Francardo d'Aiti et de Lano, formant de minces lames, le plus souvent verticales, engagées dans les mêmes schistes et grès tertiaires. Bien dessiné sur la carte géologique (feuille *Corte*), il y est attribué (2) au Crétacé moyen.

Le calcaire de Caporalino est une roche massive, d'un gris clair souvent presque blanc. Son aspect rappelle le Portlandien de nos chaînes subalpines, le Tithonique de la bande que Haug appelait le Sillon de l'Europe centrale. Il est très riche en organismes. Nous y avons bien vite reconnu, grâce surtout à la grande compétence de M. Steinmann, des *Diceras*, des *Nérinées*, et de très nombreux Polypiers parmi lesquels *Amphiastræa*. L'association indique sûrement le Jurassique supérieur, et M. Steinmann estime que cette faune est analogue, sinon identique, à celle de Stramberg.

Le Jurassique supérieur, à faciès tithonique, existe donc en Corse orientale. Il s'y présente dans une unité tectonique qui comprend avec lui le granite, les *roches brunes*, un Verrucano vert, le Trias, le Lias, enfin une épaisse série nummulitique, unité qui, un peu plus loin au Nord comme au Sud, *surmonte* les Schistes Lustrés.

Nous sommes tentés d'assimiler à ce calcaire néojurassique le calcaire de Pietralba, celui du col d'Alzia, celui, enfin, de la Coscia près de Macinaggio. A Pietralba (8^{km},5 à vol d'oiseau au nord de Ponte-Leccia), un calcaire

(1) *Géologie de la Corse*, p. 161-165; Bastia, 1917.

(2) Dès 1899, M. Savornin proposait, pour ce calcaire, l'attribution à l'Infracrétacé ou au Néojurassique. L'hypothèse mésocrétacée a été émise longtemps après par D. Hollande.

très blanc (d'où le nom du village) constitue une lentille longue d'environ 1200^m et épaisse au maximum de 40, lentille qui plonge d'environ 30 degrés vers l'Ouest et qui est comprise entre les *roches brunes* et un conglomérat tertiaire. Au col d'Alzia, sur la route de Pietralba à Pietra Moneta, un calcaire très semblable affleure au milieu des *roches brunes*. A la Coscia, une lentille de calcaire blanc, épaisse au maximum de 20^m, est comprise entre Trias ou Lias et un flysch noir. Ni à Pietralba, ni au col d'Alzia, ni à la Coscia, nous n'avons trouvé de fossiles.

A quelques centaines de mètres à l'est du col de San Colombano (route de Calvi à Ponte-Leccia), un autre groupe de roches calcaires apparaît : la roche y est très blanche et présente quelques vagues sections de Crinoïdes et de Polypiers. Sur la carte géologique (feuille *Bastia*), ce calcaire est rapporté au Nummulitique; D. Hollande en fait du Mésocrétacé; l'aspect indique plutôt le Jurassique supérieur. Mais le calcaire est associé étroitement à des brèches polygéniques et à un *flysch* à lits de jaspe noir : l'ensemble a rappelé à notre compagnon R. Staub les terrains néojurassiques et crétacés du Falknis et de la Saluverserie des Grisons. Il s'agit, en tout cas, certainement, d'une unité tectonique qui n'est point celle de Caporalino.

Quel que soit l'âge réel du calcaire de San Colombano, nous tenons pour démontré que, dans la Corse orientale, le Néojurassique existe sous trois faciès différents : un faciès tithonique avec faune de Stramberg, dans l'unité tectonique qui, au nord de Corte et jusqu'à l'extrémité nord-orientale du Cap Corse, *flotte* sur les Schistes Lustrés; un faciès de radiolarites avec série ophiolithique, associé à des calcaires non métamorphiques à Foraminifères mésozoïques; un faciès de radiolarites avec série ophiolithique, associé aux calcschistes micacés hautement métamorphiques qui sont nos Schistes Lustrés. Chacun de ces trois faciès correspond à une unité tectonique spéciale.

II. *Terrains primaires antérieurs au granite.* — Le granite de la Corse orientale est celui que M. E. Nentien a désigné sous le nom de *protogine* (1) et dont les caractères les plus frappants sont l'aspect général laminé, la chloritisation très avancée du mica noir, la fréquence des mylonites à écrasement complet. Ces caractères ont été signalés pour la première fois en 1905 par M. J. Deprat (2). Ils sont rarement absents; de telle sorte que,

(1) E. Nentien, *Étude sur la constitution géologique de la Corse* (*Mémoires de la Carte géologique de la France*, Paris, 1897, sans tomaison, p. 58-67).

(2) J. Deprat, *L'origine de la protogine de Corse* (*Comptes rendus*, 141, 1905, p. 151.

même à l'œil nu, la protogine corse est aisément reconnaissable. La quasi-constance du laminage entraîne une division habituelle en gros bancs parallèles, simulant la stratification. Bien que le nom de *protogine* nous paraisse avoir été très mal choisi, nous le garderons pour la commodité des descriptions.

Nous avons constaté l'existence de deux complexes de terrains primaires, certainement antérieurs à la *protogine*. L'âge de celle-ci n'est pas exactement connu; mais nous ne doutons pas qu'il ne soit antérieur au Stéphanien.

Un premier complexe est celui que nous appellerons le complexe des *roches brunes* à cause de la teinte que lui a donnée habituellement la métasomatose. Il est souvent superposé à la *protogine* et l'on voit alors très bien qu'il lui est postérieur, car la *protogine* y pénètre en filons ou en apophyses irrégulières à structure aplitique. Les sédiments normaux, grès, schistes, calcaires, sont rares dans le complexe. Ce qui domine est une roche très compacte, à grain serré, à peine schisteuse, à cassure polyédrique, dépourvue de stratification, dont l'aspect fait songer à une roche éruptive altérée. Quand l'altération est peu avancée, la roche est d'un vert sombre, très dure, formée surtout de quartz et de chlorite, parfois avec amphibole et veinules d'épidote. On reconnaît sans peine une *cornéenne* (*hornfels*), résultant du métamorphisme granitique d'une série sédimentaire. Ces *cornéennes* sont très développées dans les gorges du Tavignano et de la Restonica près de Corte, où leurs rapports avec la *protogine* sont plus clairs que partout ailleurs. Dans la Restonica, leur épaisseur (entre la *protogine* et le Lias) dépasse 500^{m}; elles contiennent un banc de marbre blanc veiné de rose, épais d'une trentaine de mètres et exploité sous le nom de marbre de Corte; elles contiennent aussi d'autres bancs calcaires minces. Ce sont elles qui supportent la Citadelle de Corte.

Le complexe des *roches brunes* joue un grand rôle dans la constitution du pays, notamment dans les régions suivantes : vallons à l'est des buttes miocènes, entre Saint-Florent et Oletta; versant ouest de la chaîne du Tenda au nord-est et à l'est de Pietra Moneta; collines entre la halte et le village de Pietralba; environs de Francardo, de Caporalino, de Sovéria; routes des cols d'Ominanda et de San-Quilico à Corte; ville même de Corte, de part et d'autre de la bande de Lias qui affleure à l'Esplanade; route Nationale entre Corte et San-Pietro de Venaco; enfin, environs de Santa-Lucia et de Castellare-di-Mercurio. Sur les deux feuilles *Bastia* et *Corte* de la Carte géologique, le complexe en question a été confondu, soit avec les Schistes

Lustrés, soit avec des gneiss. Sur la Carte géologique à $\frac{1}{320\,000}$, il n'est pas séparé des Schistes Lustrés et il est rapporté avec eux à un Primaire indéterminé. Nous engloberons, jusqu'à plus ample informé, dans le complexe des *roches brunes*, avec le *marbre de Corte*, les marbres cristallins de Razzo Bianco (au-dessus de Venaco), de Valletto (route Nationale, un peu au sud de Corte), de Serravalle près de Popolasca, du vallon profond à l'est de Castiglione, de Santa-Lucia-di-Mercurio (chemin de San-Martino).

Un deuxième complexe d'âge primaire est celui que nous appellerons dorénavant le complexe des *arkoses de l'Abatesco*. C'est l'*Étage de l'Abatesco*, que les auteurs de la feuille *Bastelica* (¹) de la Carte géologique ont rapporté, faute de fossiles, à l'Éocène. A Poggio-di-Nazza, il est traversé par des veinules d'aplite et par de véritables apophyses de *protogine*. *Son âge primaire est donc certain*. Il est surtout formé d'arkoses, parfois riches en feldspath au point de ressembler, par suite du laminage, à des gneiss ou à du porphyre blanc laminé; ces arkoses renferment beaucoup de grains de quartz noirâtre. Elles alternent avec des schistes luisants, riches en mica détritique; avec des schistes noirs, presque ardoisiers; avec des grès quartzeux fins; avec des poudingues; avec des grattes grossières. A Altana, à l'ouest de Poggio-di-Nazza, entre ce terrain et la protogine très écrasée, il y a une lentille de marbre blanc. Les auteurs de la Carte géologique signalent quelques bancs calcaires associés aux grès. Il est possible que cet étage de l'Abatesco passe, au Nord, au complexe des *roches brunes*.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *La fonction cétonique de l'α-glucoheptulose.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Georges Nitzberg**.

En cultivant la bactérie du sorbose dans une décoction de levure additionnée d'α-glucoheptite de synthèse, nous avons obtenu un sucre réducteur cristallisé de formule brute $C^7H^{14}O^7$, que nous avons appelé α-glucoheptulose (²). D'après les observations antérieures sur la manière de se comporter de la bactérie du sorbose à l'égard des alcools plurivalents, il était probable que la fonction réductrice du nouveau sucre devait être de nature cétonique. Ces observations ont, en effet, montré que lorsque la bactérie attaque un alcool plurivalent, c'est à une des fonctions alcooliques secon-

(¹) E. Maury et F. Grandjean, *Bull. des serv. de la Carte géolog. de la France*, **21**, 1910-1911, p. 170.

(²) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 925.

daires qu'elle s'en prend et qu'elle la transforme par oxydation en fonction cétonique; les mêmes observations ont montré que la bactérie transforme aisément les sucres réducteurs du groupe des aldoses en acides monobasiques correspondants tandis qu'elle laisse les sucres cétoniques pour ainsi dire inaltérés dans le milieu de culture (1). Les expériences que nous publions aujourd'hui ont été entreprises pour vérifier, par des méthodes purement chimiques, si l'α-glucoheptulose est bien un sucre de nature cétonique.

Tout d'abord l'α-glucoheptulose donne des réactions colorées furfuriques avec la plus grande facilité lorsqu'on le chauffe doucement avec l'orcine (coloration rose violet, puis précipité bleu), avec la phloroglucine (coloration jaune, puis précipité jaune brun), avec la résorcine (coloration rose, puis rouge brun et précipité de même couleur), en présence d'acide chlorhydrique étendu d'une à deux fois son volume d'eau. Or, d'une façon générale, on n'obtient des réactions de ce genre avec les sucres aldéhydiques qu'en présence d'acide concentré, alors que les sucres cétoniques (et les méthylpentaldoses) les fournissent déjà aisément avec l'acide étendu (2). Mais ce ne sont là que des réactions de probabilité. La manière de se comporter vis-à-vis du brome en présence de l'eau est beaucoup plus caractéristique.

Lorsqu'on ajoute du brome à la solution aqueuse d'un aldose, celui-ci est transformé quantitativement en acide et le pouvoir réducteur disparaît. Il n'en est pas ainsi dans le cas d'un cétose : même après plusieurs jours de contact, le sucre résiste à l'oxydation et on le retrouve en entier. Pour éprouver la fonction réductrice de l'α-glucoheptulose, on a dissous $0^{g},040$ de ce sucre dans 2^{cm^3} d'eau, on a ajouté 3 gouttes de brome et laissé réagir dans un tube bouché, en agitant de temps en temps au début pour dissoudre le réactif, à la température ordinaire. Après trois jours, le brome resté libre a été chassé par ébullition, puis on a pris le pouvoir réducteur avec la liqueur cupro-potassique. La quantité de cuivre précipité a été de 68^{mg}, tandis qu'un essai direct de réduction sur 40^{mg} du sucre pur a donné $68^{mg},7$ de cuivre. La fonction réductrice de l'α-glucoheptulose se comporte donc comme celle des autres sucres cétoniques vis-à-vis du brome en présence de l'eau.

L'action hydrogénante de l'amalgame de sodium sur la solution aqueuse

---

(1) GAB. BERTRAND, *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, 3, 1904, p. 181.

(2) Voir, en particulier, GAB. BERTRAND, *Bull. Soc. Chim. biol.*, 7, 1925, p. 436.

d'α-glucoheptulose est encore plus démonstrative et plus intéressante. Quand on fixe l'hydrogène dégagé par l'amalgame de sodium au contact de l'eau sur un sucre réducteur en prenant la précaution d'opérer en milieu neutre ou plutôt légèrement acide, de façon à éviter toute isomérisation, on obtient un seul alcool plurivalent dans le cas où le sucre est aldéhydique, mais on en obtient deux dans le cas où il est cétonique. C'est justement cette dernière éventualité qui s'est produite avec l'α-glucoheptulose.

Vingt grammes de sucre ont été dissous dans cinq fois leur poids d'eau distillée; on a acidulé la solution avec 2^{cm^3} d'un mélange de 65^g d'acide sulfurique avec 80^g d'eau; on a ajouté 100^g d'amalgame à 2,5 pour 100 de sodium et agité fortement. Dès que la réaction est devenue alcaline au papier de tournesol, on a versé 2^{cm^3} de l'acide étendu, continué à agiter et répété les additions d'acide jusqu'à concurrence des 100^{cm^3} nécessaires pour saturer la soude produite par 100^g d'amalgame. On a ajouté alors 100 nouveaux grammes d'amalgame et poursuivi la série des opérations de façon à employer 1500^g d'amalgame. La durée de la réduction a été de deux heures et demie environ, pendant lesquelles on a maintenu la température du mélange en réaction au-dessous de $+30$ à $+35°$, en plaçant de temps en temps le flacon où cette réaction avait lieu dans un bain d'eau glacée.

Le mercure a été séparé par décantation, le liquide exactement neutralisé par la soude et additionné de deux volumes d'alcool à 95 pour 100 pour précipiter la plus grande partie du sulfate de sodium. Après essorage et lavage du précipité par l'alcool à 65 pour 100, les solutions hydro-alcooliques ont été réunies, concentrées par distillation dans le vide à moins de 50^g et ce résidu épuisé par ébullition avec de l'alcool fort de façon à dissoudre les heptites et à laisser presque entièrement le sulfate de sodium.

Enfin, les extraits alcooliques ont été amenés, d'abord par distillation, puis par évaporation sur l'acide sulfurique, dans le vide, au poids de 27^g. Il s'est déposé une masse cristalline que l'on a essorée, purifiée par pression entre des lits de papier Berzélius — elle pesait alors, près de 10^g — et recristallisée dans l'alcool à 80 pour 100 jusqu'à constance du point de fusion. Celui-ci était alors de $+144°$. La substance obtenue est une nouvelle heptite que nous étudierons sous le nom de *glucoheptulite*.

Les eaux mères réunies de la glucoheptulite, aussi bien débarrassées que possible de cette dernière, ont été ramenées au poids de 20^g et additionnées à chaud de 70^{cm^3} d'alcool à 95°. Après refroidissement, on a isolé par essorage $3^g,5$ d'un produit, fusible à $+121°$, que l'on a dissous dans 25^{cm^3}

d'alcool à $\frac{80}{100}$ bouillant; on a amorcé avec quelques cristaux d'α-glucoheptite artificielle. Il s'est déposé de longues aiguilles blanches qui, recristallisées plusieurs fois dans l'alcool à 80 pour 100, jusqu'à constance du point de fusion, fondaient à +129-130°, présentaient la composition et tous les caractères, y compris l'absence de pouvoir rotatoire, de l'α-glucoheptite de synthèse.

Tous ces résultats concordent pour démontrer que le nouveau sucre réducteur obtenu par l'action de la bactérie du sorbose sur l'α-glucoheptite est bien, comme on avait des raisons de le supposer, un sucre à fonction cétonique.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur quelques substances non colloïdales à propriétés cryptotoxiques.* Note [1] de M. **H. Vincent.**

Dans un certain nombre de publications antérieures, j'ai fait connaître que le palmitate, l'oléate, le margarate de sodium, le résinate, le gynocardate, le guttate de sodium, etc., possèdent la propriété de neutraliser, à doses infimes, les toxines microbiennes les plus actives [2]. La bile m'a montré des propriétés analogues sur la toxine tétanique et sur les toxines microbiennes si variées et si nombreuses développées dans l'intestin [3], propriétés qu'elle doit surtout aux savons entrant dans sa composition.

L'étude physico-chimique du phénomène a donné lieu, depuis mes recherches, à des travaux dus à H. Raubitchek et Russ, S. Loewe, W. P. Larson et E. Nelson, Langmuir, et, plus particulièrement, à P. Sédallian et L. Veluz [4]. Des interprétations différentes en ont été données; ainsi que je l'ai précédemment noté, cette neutralisation a pour base l'adsorption des savons par les micelles des toxines microbiennes.

J'ai cependant constaté que certaines substances non colloïdales et dépourvues d'activité réactionnelle bien déterminée ont également, quoique à un degré plus faible, la propriété de former avec la toxine tétanique un

---

(1) Séance du 23 avril 1928.

(2) H. Vincent, *C. R. Soc. Biol.*, **63**, 1907, p. 623 et 695; **67**, 1909, p. 679; *Ann. de l'Institut Pasteur*, **22**, 1908, p. 341; *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1307; **184**, 1927, p. 921.

(3) H. Vincent, *C. R. Soc. Biol.*, **67**, 1909, p. 679.

(4) P. Sédallian et L. Veluz, *Bulletin de la Société de Chimie biolog.*, **9**, juillet-août 1927, p. 825, et *C. R. Soc. Biol.*, **97**, 20 juin 1927, p. 496.

complexe atoxique. Par exemple, la solution saturée de phényldiméthylpyrazolone (antipyrine) additionnée dans la proportion de $\frac{1}{5}$ à une toxine tétanique mortelle au $\frac{1}{200}$ de centimètre cube pour le cobaye, s'unit à cette toxine pour former un mélange neutre. Cette union est très solide et ne peut être dissoute par l'action de la benzine.

D'autres substances offrent des propriétés semblables. Telle est la phényldiméthyldiméthylaminopyrazolone (pyramidon) dont la solution saturée, ajoutée dans la proportion de $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{3}$ à une toxine tétanique de même pouvoir, neutralise 25 à 30 doses mortelles de celle-ci.

Or, en répétant ces essais avec un certain nombre d'autres substances et, en particulier, avec les sels sodiques d'acides appartenant à la série benzénique, ou bien aux biacides de cette série, aux acides à fonction mixte, etc., dont les solutions n'ont aucun caractère colloïdal, j'ai observé que certains d'entre eux ont également la propriété d'annihiler, à doses plus ou moins faibles, l'activité de la toxine tétanique.

Parmi les substances jusqu'ici étudiées, le *salicylate de soude* a témoigné de propriétés cryptotoxiques remarquables. En effet, sa solution saturée (1^g pour 1^{cm^3}) inactive, après un contact de deux à trois jours à la température de 39°, des proportions élevées de toxine tétanique [1]. Soit une toxine mortelle au $\frac{1}{200}$ de centimètre cube pour le cobaye. Si on l'additionne de $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$ et même $\frac{1}{30}$ de solution saturée de salicylate de soude, on peut injecter en une fois sans dommage, au cobaye de 450^g, une quantité de ce mélange correspondant à 200 à 400 doses mortelles de la toxine ainsi modifiée [2]. On peut sans inconvénient renouveler les injections à doses progressivement croissantes. L'animal acquiert peu à peu l'accoutumance au poison microbien.

A une dilution de salicylate de soude égale à $\frac{1}{35}$, $\frac{1}{40}$ par rapport à la toxine microbienne, les animaux inoculés ont une raideur légère et fugace; à $\frac{1}{50}$, le cobaye de 500^g a un tétanos subaigu dont il guérit parfois.

Additionnée à un volume égal de solution salicylée, et laissée à son contact pendant trois à quatre jours à la température de 39°, une toxine tétanique mortelle à $\frac{1}{2000}$ de centimètre cube est également neutralisée

---

(1) Les effets neutralisants de la solution salicylée commencent, d'ailleurs, bien avant ce délai. Mais ils sont plus marqués lorsqu'on prolonge davantage le contact.

(2) Si l'on augmente la quantité du mélange injecté, l'animal prend le tétanos. La toxine n'est donc pas détruite, mais seulement dissimulée et partiellement immobilisée dans le complexe qu'elle forme avec le sel.

malgré son titre dix fois plus élevé : on peut en injecter d'emblée au cobaye de 450^g 100 doses mortelles sans déterminer le tétanos.

Le lapin résiste très bien aux inoculations répétées et progressives du complexe toxine-salicylate de soude. Son sang devient antitoxique.

Le salicylate de soude inhibe également l'action mortelle produite en quelques minutes par la toxine du vibrion septique injectée dans la veine du lapin.

J'ai étudié, au même point de vue, d'autres corps non colloïdaux. Parmi ceux qui ont manifesté des propriétés neutralisantes non douteuses, bien que plus faibles que celles du salicylate de soude, je citerai les combinaisons sodiques des acides benzoïque, hippurique, butyrique, pyruvique, mucique, etc.

Ces expériences montrent que si, grâce à leur caractère colloïdal et à leur facile adsorption par les toxines microbiennes, les savons manifestent des propriétés antitoxiques puissantes, d'autres corps *non colloïdaux*, bien que moins actifs, n'en offrent pas moins le pouvoir de former aussi, avec les toxines, des complexes atoxiques et immunigènes. Poursuivies sur un grand nombre d'autres substances non colloïdales, les recherches conduiraient peut-être à la découverte de substances susceptibles d'être utilisées en thérapeutique.

Dès à présent elles fournissent l'explication, jusqu'ici mal connue, des effets favorables que détermine le salicylate de sodium dans le traitement de certaines maladies toxi-infectieuses et elles conduisent, peut-être, à en étendre les applications.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les applications de la nitruration de certains aciers spéciaux*. Note (1) de M. **Léon Guillet**.

J'ai indiqué précédemment (2) ce qu'était la nitruration de certains aciers spéciaux et les résultats tout à fait remarquables ainsi obtenus, notamment en ce qui concerne la dureté.

Je désire décrire aujourd'hui deux applications nouvelles qui auront certainement d'importantes conséquences dans les industries de l'automobile et de l'aviation.

(1) Séance du 23 avril 1928.

(2) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 903, et **183**, 1926, p. 933.

1° *Cylindres de moteurs à explosion.* — De façon générale les cylindres des moteurs de voitures automobiles sont en fonte; depuis peu de temps, on utilise parfois des fontes renfermant du nickel et du chrome et l'on obtient ainsi une plus grande dureté, une homogénéité plus accentuée et une facilité de travail à l'outil plus régulière. En ce qui concerne les moteurs d'aviation, dont le poids doit être aussi réduit que possible, on utilise l'acier, le plus souvent un acier demi-dur qui a subi un traitement thermique produisant une charge de rupture d'environ 100^{kg} par millimètre carré. Les enveloppes, formant chemises d'eau, sont faites soit en tôle d'acier, soit en aluminium.

Quelle que soit la solution adoptée, on note toujours une usure assez rapide des cylindres par frottement des pistons en fonte ou en alliages d'aluminium plus souvent utilisés. Le rendement du moteur diminue, la consommation d'huile s'élève et le bruit du moteur augmente.

Il était indiqué d'essayer une chemise en acier nitruré.

L'acier employé était un acier chrome-aluminium ayant pour composition :

$$C = 0,35, \qquad Cr = 1,60, \qquad Al = 1,20.$$

Le métal, après trempe suivie d'un revenu à température supérieure à 600°, présente une charge de rupture de 90^{kg} par millimètre carré.

Le procédé de fabrication utilisé peut être résumé de la façon suivante :

Le cylindre est d'abord ébauché à 2 ou 3^{mm} des cotes définitives.

A cet état la pièce est soumise à une trempe et à un revenu permettant d'obtenir une résistance de 90 à 95^{kg} par millimètre carré.

Après ce traitement, la cote extérieure est approchée, en laissant cependant encore une certaine épaisseur qui devra être enlevée après durcissement. L'alésage est amené aux cotes finies, en laissant seulement $\frac{1}{10}$ pour la rectification après durcissement.

A cet état, on protège l'extérieur contre la nitruration, afin de pouvoir, après durcissement, en terminer l'usinage sans intervention de la meule.

Les pièces sont ensuite nitrurées pour une profondeur de $\frac{6}{10}$ à $\frac{7}{10}$ de millimètre.

Après durcissement les pièces sont reprises en usinage. Les parties extérieures protégées sont d'abord complètement terminées à l'outil, puis l'alésage est rectifié. Les cylindres ainsi usinés sont mis en place dans les culasses.

Ce procédé permet d'obtenir des cylindres d'une dureté extrême, rigoureusement inattaquables à la lime et parfaitement tnterchangeables.

La nitruration leur assure la conservation de leur très haute dureté, même après l'échauffement qu'ils doivent subir durant le fonctionnement normal du moteur. La températnre courante atteinte dans ces cylindres est d'ailleurs très inférieure à la température limite que permettent les aciers nitrurés, dont la dureté ne s'altère pas jusqu'à la température de 500°.

Les cylindres ainsi nitrurés peuvent fonctionner indifféremment avec des pistons en fonte ou aluminium. Pistons et segments se polissent parfaitement au contact de la surface dure du cylindre et l'usure disparaît à peu près totalement.

La consommation d'huile normale des moteurs diminue et reste très basse, même après fonctionnement prolongé.

Voici d'ailleurs quelques résultats :

A. *Usure des cylindres.* — 1° Sur voiture après 30000^{km} : cylindre en fonte, usure 4/10; cylindre en acier nitruré, usure 2/100.

2° Sur un moteur d'aviation, après 100 heures de marche : cylindre en acier traité, usure 8/100 à 1/10; cylindre en acier nitruré, usure 0/100.

B. *Consommation d'huile* (sous même régime), par cheval et par heure :

	Moteur neuf.	Après 100 heures.
Cylindre en acier traité............	4 à 5^g	12 à 15^g
Cylindre en acier nitruré (1).......	4 à 5^g	4 à 5^g

Enfin, il faut noter que les cylindres nitrurés permettent d'utiliser avec succès comme pistons les alliages à base de magnésium.

2° *Arbres vilebrequins.* — J'ai déjà signalé l'intérêt de la nitruration de certains arbres, notamment des arbres à cames. Il faut attirer l'attention sur un fait nouveau fort intéressant.

La dureté des aciers spéciaux nitrurés peut conduire à un poli très remarquable qui change complètement les conditions de frottement. C'est ainsi que l'on peut faire frotter directement des alliages d'aluminium sur les aciers nitrurés et polis sans avoir à redouter usure ou grippement. Actuellement, des moteurs fonctionnent avec arbre vilebrequin en acier spécial

(1) Ces chiffres viennent d'être confirmés dans le match soutenu par Weymann à Indianapolis, il y a quelques jours; sa voiture comportait des cylindres nitrurés; la consommation d'huile pour une marche de 19 heures sur la piste d'Indianapolis et un régime extrêmement dur, a été inférieure à 4 litres.

nitruré et bielles en duralumin, sans interposition de coussinets en bronze ou en antifriction. De même, des axes de piston nitrurés et polis ont pu être montés directement dans des bielles en duralumin. Dans des essais récents, en substituant le montage direct des bielles sur l'arbre vilebrequin nitruré, on a noté un gain de 10 pour 100 de la puissance au régime de 3000 tours-minute et l'on a pu augmenter la vitesse maximum de rotation de 400 tours-minute.

En résumé, la dureté extrême obtenue par nitruration de certains aciers spéciaux permet d'envisager des solutions tout à fait nouvelles et intéressantes du point de vue poids, prix de revient et durée des organes.

PLIS CACHETÉS.

M. **Gabriel Trinquet** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 2 avril 1928 et inscrit sous le n° 9974.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient un Mémoire intitulé *Définition de l'électricité terrestre ou magnétique*.

(Renvoi à l'examen de la Section de Physique.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Alfred Chapuis et Édouard Gélis. *Le monde des automates. Étude historique et technique*. Préface de M. Edmond Haraucourt.

2° *Die Pilzkrankheiten der landwirtschaftlichen Kulturgewächse* et *Die Pilzkrankheiten der Garten- und Parkgewächse*, par M. Jakob Eriksson.

3° *Lavoisier*, par Lucien et Désiré Leroux.

4° *La Mécanique ondulatoire*, par M. Louis de Broglie. Fascicule I du *Mémorial des Sciences physiques*. (Présenté par M. M. de Broglie.)

5° Jacques Pellegrin. *Les Poissons des eaux douces d'Asie Mineure*. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

6° Commission permanente d'Études aéronautiques. Sous-Commission des alliages légers et ultra-légers: *Mémoires résumant les travaux de la Sous-Commission en* 1926-1927. (Présenté par M. A. Rateau.)

M. L. **Blaringhem** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Botanique par le décès de M. *L. Guignard*.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les nombres algébriques.* Note de M. J. **Favard**, présentée par M. Hadamard.

La réduction des formes binaires à coefficients entiers donne le théorème suivant :

Soient $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$, n entiers algébriques conjugués, racines d'une même équation irréductible du $n^{\text{ième}}$ degré à coefficients entiers

$$(E_n) \qquad x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n = 0:$$

parmi ces nombres il y en a une paire au moins (ξ_i, ξ_j) telle que

$$|\xi_i - \xi_j| \geqq \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

Considérons alors le nombre

$$M(E_n) = \max(|\xi_i - \xi_j|) \qquad (i, j = 1, 2, \ldots, n),$$

puis parmi toutes les équations irréductibles du $n^{\text{ième}}$ degré, choisissons celles pour lesquelles $M(E_n)$ est minimum et posons

$$M(n) = \min M(E_n),$$

On trouve ainsi

$$M(2) = \sqrt{3} = 1,732\ldots,$$
$$M(3) = 1,794\ldots$$

et les équations eorrespondantes sont

$$x^2 + x + 1 = 0$$

et

$$x^3 + x^2 - 1 = 0$$

ainsi que celles qui s'en déduisent en remplaçant x par $\pm x + a$ (a entier).

Parmi les équations irréductibles du troisième degré à trois racines réelles,

celles qui fournissent le minimum de $M(E_n)$ se déduisent de

$$x^3+x^2-2x-1=0$$

par les mêmes substitutions.

Je ne sais pas si $M(n)$ croît avec n, ni si les équations correspondantes se déduisent de l'une d'entre elles par les substitutions précédentes; les équations de la division du cercle montrent cependant qu'il y a une infinité de valeurs de n pour lesquelles $M(n)<2$. Si cette dernière inégalité avait lieu pour toute valeur de n, on en déduirait qu'il existe au moins un corps algébrique de degré n dont le discriminant ne dépasse pas $2^{n(n-1)}$ en valeur absolue.

La méthode de réduction des formes décomposables permet aussi de montrer qu'il existe un nombre (>1) indépendant de $n(\geqq 3)$ qui ne dépasse pas le maximum de

$$|(\xi_i-\xi_j)(\xi_j-\xi_k)(\xi_k-\xi_i)| \qquad (i, j, k=1, 2, \ldots, n).$$

Cette méthode s'applique aussi à un module de nombres algébriques et permet de définir des bases canoniques pour un corps ou un idéal.

GÉOMÉTRIE. — *Les congruences de normales dans leurs relations avec certaines congruences rectilignes.* Note de M. **P. Vincensini.**

J'ai montré (¹) comment on pouvait déduire les congruences à surface moyenne plane des congruences de normales, par une construction n'utilisant que les rayons de ces dernières.

Je me propose d'étendre la construction en question à deux autres types de congruences en relation intime d'ailleurs avec les congruences à surface moyenne plane, savoir : les congruences à *enveloppée moyenne point*, et les congruences à *foyers associés équidistants d'une droite fixe*.

Je rappelle d'abord quelques résultats établis dans ma Thèse (²).

a. Si l'on soumet chaque rayon d'une congruence à enveloppée moyenne point O *à une homothétie de centre* O *et de rapport* $\cos^2 u$ (*u étant l'angle du rayon envisagé avec une droite fixe issue de* O), *on obtient une congruence à*

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 745.

(²) *Sur trois types de congruences rectilignes* (*Annales de la Fac. des Sc. de Toulouse*, 3ᵉ série, 19, 1927, XIII et XX, p. 118 et 138).

surface moyenne plane, le plan moyen étant le plan mené par O *perpendiculairement à la droite fixe*. Réciproquement d'ailleurs :

Si l'on soumet chaque rayon d'une congruence à surface moyenne plane à une homothétie ayant pour centre un point du plan moyen, et pour rapport $\frac{1}{\cos^2 u}$, *u étant l'angle du rayon avec une perpendiculaire au plan moyen, on obtient une congruence à enveloppée moyenne point* (*le point considéré*).

b. On passe de la congruence à enveloppée moyenne point O *la plus générale à la congruence la plus générale à foyers associés équidistants d'une droite fixe, en soumettant chaque rayon de la première congruence à une homothétie de centre* O *et de rapport* $\sin^2 u$, *u étant l'angle d'un rayon quelconque avec une direction fixe* (D). *La droite fixe est la parallèle menée par* O *à* (D).

Cela étant, je commencerai par mettre les équations générales des trois types de congruences dont il est question ci-dessus sous des formes particulièrement simples, n'utilisant que des quantités invariantes.

Congruences à surface moyenne plane. — En prenant comme surface de départ le *plan moyen* (plan xOy du système rectangulaire $Oxyz$), et en désignant, comme toujours dans la suite, par X, Y, Z (fonctions connues de u et v), les cosinus directeurs du rayon (u et v) de la congruence, on peut définir (*Thèse, loc. cit.*) la congruence à surface moyenne plane la plus générale par les équations

$$(1) \qquad x = Z\Delta(\Phi, Y), \qquad y = -Z\Delta(\Phi, X).$$

Ici x et y sont les coordonnées du point où le rayon (u, v) perce le plan xOy; Φ une fonction arbitraire de u et de v; Δ le paramètre différentiel mixte du premier ordre relatif au ds^2 de la représentation sphérique de la congruence.

Congruences à enveloppée moyenne point. — Si l'on a égard au théorème *a*, ci-dessus rappelé, on voit qu'il suffit de diviser x, y, dans les équations (1), par $\cos^2 u$ ou Z^2 pour avoir les équations de la congruence à enveloppée moyenne point la plus générale. On obtient

$$(2) \qquad x = \frac{1}{Z}\Delta(\Phi, Y), \qquad y = -\frac{1}{Z}\Delta(\Phi, X).$$

(L'enveloppée moyenne est l'origine O des coordonnées.)

Congruences à foyers associés équidistants d'une droite fixe. — Si l'on a égard maintenant au théorème *b* ci-dessus, on voit qu'il suffit de multiplier x et y dans les équations (2) par $\sin^2 u = 1 - Z^2$ pour avoir les équations de la congruence à foyers associés équidistants d'une droite fixe (Oz)

la plus générale. On obtient :

$$(3) \qquad x = \frac{1 - Z^2}{Z} \Delta(\Phi, Y), \qquad y = -\frac{1 - Z^2}{Z} \Delta(\Phi, X).$$

En résumé, les équations des trois types de congruences dont il vient d'être question appartiennent à la forme générale

$$(4) \qquad x = F(z) \Delta(\Phi, Y), \qquad y = -F(z) \Delta(\Phi, X).$$

Pour $F(Z) = Z$, on a les congruences à surface moyenne plane.

Pour $ZF(Z) = 1$, on a les congruences à enveloppée moyenne point.

Pour $ZF(Z) = 1 - Z^2$, on a les congruences à foyers associés équidistants d'une droite fixe.

Il suffit maintenant de se reporter à la Note ci-dessus rappelée pour constater que la construction qui s'y trouve indiquée s'applique, avec une simple modification du rapport d'homothétie qui y intervient, aux deux autres types de congruences dont il est question dans la Note actuelle :

Pour obtenir toutes les congruences à enveloppée moyenne point, il n'y aura qu'à remplacer le rapport d'homothétie, qui dans la Note citée est Z, *par son inverse* $1 : Z$.

Pour obtenir toutes les congruences à foyers associés équidistants d'une droite fixe, il n'y aura qu'à remplacer ce même rapport par $\frac{1}{Z} - Z$.

Remarquons que les congruences générales (4), où $F(Z)$ désigne une fonction quelconque de Z, dérivent elles aussi des congruences de normales, par la même construction [le rapport d'homothétie intervenant dans la construction devant être remplacé par $F(Z)$].

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Lignes géodésiques, lignes de longueur nulle, lignes de courbure totale constante.* Note [1] de M. **Bertrand Gambier**.

1. J'ai étudié précédemment diverses correspondances ponctuelles remarquables existant, soit entre deux surfaces *quelconques*, soit entre deux surfaces *convenablement choisies*, correspondances déduites des lignes de longueur nulle, des lignes asymptotiques, des lignes de courbure, de systèmes orthogonaux ou conjugués particuliers et conservant ces diverses lignes ou les échangeant entre eux.

---

[1] Séance du 23 avril 1928.

Or une Note de M. Umberto Crudeli (*Bolletino della Unione Matematica Italiana*, 1923, p. 128-131) attire l'attention sur des correspondances analogues déduites des lignes géodésiques, des lignes de longueur nulle et des lignes de courbure totale constante (j'entends par là les courbes le long desquelles la courbure totale de la surface reste constante). Je reprends d'un autre point de vue les idées de M. Umberto Crudeli et précise les résultats.

2. Nous supposerons la correspondance ponctuelle, établie entre les surfaces S et S_1, obtenue en associant les points de mêmes coordonnées curvilignes u, v. Les équations différentielles des géodésiques respectives

$$(1) \qquad v'' = Av'^3 + Bv'^2 + Cv' + D, \qquad v'' = A_1v'^3 + B_1v'^2 + C_1v' + D_1,$$

où A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, D_1 sont certaines fonctions de u, v dépendant de l'élément linéaire, coïncident si S_1 dérive de S par une homothétie et une déformation ou si S et S_1 forment un couple de Liouville associé; à part ces deux cas, il y a exactement 0, 1, 2 ou 3 *familles* simplement infinies de géodésiques correspondantes fournies éventuellement par la résolution en v' de l'équation cubique

$$(2) \qquad (A - A_1)v'^3 + (B - B_1)v'^2 + (C - C_1)v' + D - D_1 = 0.$$

Or en prenant au *hasard* sur une surface S deux familles simplement infinies *quelconques* de courbes, puis deux familles analogues sur une autre surface S_1, on peut associer ces familles respectives de S et S_1; cette opération introduit même deux fonctions arbitraires d'une variable. Cette remarque montre que le cas de 0, 1, 2 familles géodésiques correspondantes n'a qu'un intérêt restreint, car S et S_1 peuvent être choisies arbitrairement. Mais, si l'on veut réaliser le cas de trois familles correspondantes, on peut choisir *arbitrairement* S, deux familles de géodésiques sur S et alors S_1 est donnée par l'intégration d'une équation aux dérivées partielles d'ordre 3 de forme assez compliquée, dont on peut assez aisément trouver des solutions particulières.

3. Les lignes de longueur nulle d'une surface peuvent être considérées comme des géodésiques particulières; supposons, comme particularisation du numéro précédent, que les lignes de longueur nulle de S aient pour homologues les lignes de longueur nulle de S_1; *en général*, il n'y a aucune famille de géodésiques de S qui restent géodésiques sur S_1; *sauf le cas de déformation et homothétie, les surfaces* S_1 *les plus générales admettant avec* S *une série de géodésiques correspondantes, en dehors des lignes de longueur nulle, ont pour élément linéaire* $\lambda^2 ds^2$, *où* ds^2 *est l'élément de* S *et où* $\lambda =$ const.

est l'équation d'une famille simplement infinie quelconque de lignes parallèles de S; c'est simplement la famille de géodésiques orthogonales qui est conservée.

On peut alors écrire

$$ds^2 = du^2 + C^2 dv^2, \qquad ds_1^2 = U^2(du^2 + C^2 dv^2),$$

où C est une fonction quelconque de u, v et U une fonction de u seul. Si l'on veut obtenir en outre que les lignes de courbure constante de S soient conservées, il faut que C soit de la forme $C = V_1 U_1 + V_2 U_2$, où V_1 et V_2 sont des fonctions arbitraires de v et où U_1 et U_2 sont deux fonctions de u liées par une équation différentielle d'ordre 3 : si l'on préfère, on peut donner U arbitrairement et U_1, U_2 sont solutions d'une même équation différentielle d'ordre 2, dépendant de U.

4. On peut chercher un couple de surfaces S, S_1 sur lesquelles deux familles de géodésiques se conservent, ainsi que les lignes de courbure constante : on écrira

(1) $$ds^2 = \left(\frac{\partial\theta}{\partial u}\right)^2 du^2 + 2\frac{\partial\theta}{\partial u}\frac{\partial\theta}{\partial v}du\,dv + \left(\frac{\partial\eta}{\partial v}\right)^2 dv^2;$$

(2) $$ds_1^2 = \left(\frac{\partial\theta_1}{\partial u}\right)^2 du^2 + 2\frac{\partial\theta_1}{\partial u}\frac{\partial\theta_1}{\partial v}du\,dv + \left(\frac{\partial\eta_1}{\partial v}\right)^2 dv^2;$$

(3) $$\frac{\partial\theta}{\partial u}\frac{\partial\theta}{\partial v} = \frac{\partial\eta}{\partial u}\frac{\partial\eta}{\partial v}, \qquad \frac{\partial\theta_1}{\partial u}\frac{\partial\theta_1}{\partial v} = \frac{\partial\eta_1}{\partial u}\frac{\partial\eta_1}{\partial v}.$$

Les quatre fonctions $\theta(u, v)$, $\eta(u, v)$, $\theta_1(u, v)$, $\eta_1(u, v)$ satisfont aux deux équations (3) et en outre à l'équation d'ordre 3 qui exprime la conservation de la courbure. On peut aisément manifester des solutions particulières.

5. Je signale enfin que si une correspondance ponctuelle conserve *toutes* les ∞^2 géodésiques, plus la courbure totale, cette correspondance est une *isométrie*, à moins que la courbure totale ne soit constante : *pour deux plans, une transformation homographique est une solution évidente; pour deux surfaces* S, S_1 *à courbure totale constante et égale, on les met d'abord en correspondance géodésique sur un plan* P *ou* P_1, *puis on met* P *et* P_1 *en correspondance homographique*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les polynomes monotones qui s'écartent le moins de zéro.* Note [1] de MM. **W. Bilecka** et **J. Geronimus**, présentée par M. Hadamard.

Par les méthodes de M. S. Bernstein [2], nous avons résolu les deux problèmes suivants :

PREMIER PROBLÈME. — *Déterminer le minimum de l'oscillation, dans un intervalle* $(-1, +1)$, *des polynomes non décroissants de degré* n, *dont la dérivée seconde atteint en un point de l'intervalle la valeur* 1.

Supposons que la dérivée seconde atteint la valeur 1 en un point $|\eta| < 1$. Le polynome cherché $y_n(x)$ peut être représenté par l'expression

$$y_n(x) = \int_{-1}^{x} \varphi(x)\, dx,$$

$$\varphi(x) = (1-x)^\alpha (1+x)^\beta u^2(x),$$

$$\alpha = 0, \quad \beta = 0 \quad \text{et} \quad \alpha = 1, \quad \beta = 1 \quad \text{pour} \quad n = 2m+1,$$

$$\alpha = 0, \quad \beta = 1 \quad \text{et} \quad \alpha = 1, \quad \beta = 0 \quad \text{pour} \quad n = 2m+2.$$

Nous devons donc minimer l'intégrale prise entre -1 et $+1$ sous la condition que $\varphi'(\eta) = 1$.

Dans tous les quatre cas, l'oscillation minima cherchée est donnée par

$$(1) \quad L = \frac{2(1-\eta)^{1-\alpha}(1+\eta)^{1-\beta}}{\left\{ \begin{array}{l} \displaystyle\sum_{i=0}^{m} [2P_i'(1-\eta^2) - \alpha P_i(1+\eta) + \beta P_i(1-\eta)] P_i h_i \\ \displaystyle + \sqrt{\sum_{i=0}^{m} h_i P_i^2 \sum_{i=0}^{m} h_i [2P_i(1-\eta^2) - \alpha P_i(1+\eta) + \beta P_i(1-\eta)]^2} \end{array} \right\}},$$

où $P_i = P_i(\eta)$ est le polynome de Jacobi de degré i, et

$$h_i = 1 : \int_{-1}^{1} (1-x)^\alpha (1+x)^\beta [P_i(x)]^2 dx = \frac{(2i+\alpha+\beta+1)\Gamma(i+1)\Gamma(i+\alpha+\beta+1)}{\Gamma(i+\alpha+1)\Gamma(i+\beta+1).2^{\alpha+\beta+1}} \quad [3].$$

L'analyse de la formule (1) montre que Z sera minimum minimorum si

$$\eta = 1, \quad \alpha = 0, \quad \beta = 0 \quad \text{pour} \quad n = 2m+1,$$

$$\eta = 1, \quad \alpha = 0, \quad \beta = 1 \quad \text{pour} \quad n = 2m+2.$$

---

[1] Séance du 23 avril 1928.

[2] *Leçons sur les propriétés extrémales et la meilleure approximation des fonctions analytiques d'une variable réelle*, p. 47; *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 247.

[3] Pólya et Szegö, *Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis*, 2, p. 93.

Ce minimum minimorum L, pour $n = 2m+1$, est

$$L = 8(\sqrt{12} - 3) : m(m+1)^2(m+2),$$

et pour $n = 2m+2$,

$$L = \frac{24}{(m+1)(m+2)\left[3(m^2+3m+1) + \sqrt{3(2m^2+6m+1)(2m^2+6m+3)}\right]}.$$

Pour les grandes valeurs de n nous avons (pour $\eta = 1$)

$$L \simeq 8(\sqrt{12} - 3) : m^4.$$

En nous servant de la formule asymptotique de Darboux pour les polynomes de Jacobi (¹) et de la formule de Stirling, nous obtenons pour $|\eta| < 1 - \varepsilon$

$$L \simeq \pi\sqrt{3}(1 - \eta^2) : m^2.$$

Second problème. — *Oscillation minima, dans* $(-1, +1)$, *du polynome*

$$y_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_n$$

de degré $\leqq n$, *monotone d'ordre* $h+1$ *dans cet intervalle, dont la dérivée seconde atteint la valeur* 1 *dans l'intervalle considéré* (on suppose $h > 1$).

D'après M. S. Bernstein, un polynome est dit multiplement monotone d'ordre $h+1$ dans un intervalle si toutes ses dérivées dès $h+1$ premiers ordres sont du même signe dans l'intervalle considéré. On démontre que le polynome cherché $y_n(x)$ est représenté par la formule

$$y_n(x) = \int_{-1}^{x} (x-z)^h \varphi(z)\, dz,$$

$$\varphi(z) = u^2(z) \qquad \text{pour } n = 2m + h + 1,$$
$$\varphi(z) = u^2(z)(1+z) \qquad \text{pour } n = 2m + h + 2.$$

Pour fixer les idées, soit $n = 2m + h + 1$. Nous devons minimer

$$L = \int_{-1}^{1} (1-z)^h u^2(z)\, dz$$

sous la condition que

$$\int_{-1}^{1} (1-z)^{h-2} u^2(z)\, dz = \frac{1}{h(h-1)}.$$

Alors

$$u(z) = \frac{a P_{m+1}(z) + b P_{m+2}(z)}{(1-z)^2 - \lambda^2},$$

où $P_n(z)$ est le polynome de Jacobi de degré m,

$$(1-z)^{h-2} P_m(z) = \frac{(-1)^m}{2^m m!} \frac{d^m}{dz^m} \{(1-z)^{m+h-2}(1+z)^m\}.$$

(¹) *Journal de Mathématiques*, 5ᵉ série, 4, 1878, p. 24.

L'oscillation minima cherchée est $L = \frac{\lambda_0^2}{h(h-1)}$, où λ_0 est la plus petite racine de l'équation

$$P_{m+1}(1-\lambda)P_{m+2}(1+\lambda) - P_{m+2}(1-\lambda)P_{m+1}(1+\lambda) = 0.$$

On démontre que $\mu_0 = 1 - \lambda_0$ se trouve entre les deux plus grandes racines de polynome de Jacobi $P_{m+1}(z)$.

En supposant que h reste fixe et m croît infiniment nous trouvons

$$L \simeq \frac{4\alpha^2}{h(h-1)m^4},$$

où α se trouve entre les deux plus petites racines positives de la fonction de Bessel $I_{h-2}(2\sqrt{z})$.

α est égal à la plus petite racine de la fonction entière

$$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)_k z^{2k}}{k!(h-2+k)!(h+2k-1)!},$$

par exemple

$$6,52 < \alpha^2 < 6,53 \qquad (\text{pour } h = 2),$$
$$28,24 < \alpha^2 < 28,25 \qquad (\text{pour } h = 3).$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les cercles de remplissage des fonctions méromorphes*. Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Hadamard.

1. En utilisant le théorème de Boutroux sur le minimum du module d'un polynome, on peut aussi faire disparaître le second terme logarithmique qui figurait dans mes inégalités relatives au rayon des cercles dans lesquels une fonction méromorphe prend n fois au moins toute valeur sauf celles voisines de deux valeurs exceptionnelles ([1]). Voici comment il suffit de modifier le raisonnement dans le cas $n = 1$ traité dans un Mémoire déjà paru ([2]). En se reportant à ce Mémoire, qui suppose connus les résultats de M. Nevanlinna, on part de

$$T(r, g) < \log|g(0)| + \frac{\Delta}{1-r}\log\frac{1}{\delta},$$

([1]) Voir les Notes de M. Milloux et de l'auteur : *Comptes rendus*, 186, 1927, p. 933-934 et 935-936. A la seconde ligne du par. 3 de ma Note (p. 935) on doit lire (IV et XIV) au lieu de (II et XIV).

([2]) *Bulletin des Sc. math.*, 51, 1927, p. 167-183.

on passe alors à $T(r, g-x)$, puis à $N(r, g-x)$, ce qui donne, si $|g(0)| < 1$,

$$N\left(\frac{3}{4}, g-x\right) < -4\Delta \log \delta - \log|g(0)-x| + \log|x| + \log 2.$$

Si $|g(0)| > 1$, on opère sur $1 : g(z)$. On introduit ensuite le nombre $n(r, g-x)$ des points où $g(z) = x$, ce qui conduit à l'inégalité

$$n\left(\frac{1}{2}, g-x\right) < K \log\frac{1}{\delta} + K' \log\frac{1}{d},$$

d étant la distance des points représentatifs de $g(0)$ et de x sur la sphère de Riemann. Cette inégalité remplace la formule (22) du Mémoire cité et montre que, si dans chacun des p^2 cercles Γ', $f(z)$ ne prend pas trois valeurs de distances sphériques supérieures à δ, le nombre des zéros de $f(z) - x$ dans la couronne (20) est moindre que

$$Kp^2 \log\frac{1}{\delta} + K' \log\frac{1}{d_1 d_2 \ldots d_{p^2}},$$

les d_j étant les distances sphériques de p^2 points à x. D'après le théorème de Boutroux, ce logarithme est moindre que hp^2, h étant fini, sauf pour des x occupant une petite aire. *Il existe donc un cercle de rayon*

$$Ar\lambda(r)[T(r\gamma)]^{-\frac{1}{2}} \qquad (\gamma < 1),$$

coupant la couronne, dans lequel $f(z)$ prend toute valeur sauf au plus des valeurs qui peuvent être enfermées dans deux petits cercles de rayon $e^{-\lambda(r)^2}$ de la sphère. Le cas général, $n > 1$, se traite d'une façon analogue en utilisant la formule du n° 1 de ma Note citée. Dans le cas de l'ordre nul on emploie la méthode indiquée au n° 2 de ma Note précédente. *On démontre ainsi l'existence des cercles de remplissage pour toutes les fonctions méromorphes pour lesquelles le rapport de $T(r)$ à $(\log r)^2$ n'est pas borné.* C'est le résultat de M. Ostrowski.

2. Supposons l'ordre fini et positif. Soient $u(r)$ la valeur qui vient d'être donnée pour le rayon des cercles considérés ci-dessus appartenant à la couronne (20) et k un nombre suffisamment grand. Partageons la couronne en domaines de dimensions $ku(r)$ et soit $\mu(q)$ le nombre des cercles analogues aux Γ', concentriques à ces domaines et de rayon $2ku(r)$, où $f(z)$ prend moins de q fois trois valeurs de distances sphériques supérieures à δ, mais prend $q-1$ fois au moins toute valeur sauf celles appartenant à deux

cercles de rayon δ. L'expression

$$\frac{T(r)}{1}\sum(q+1)\,\mu(q)$$

est supérieure à une fonction de k et δ.

3. $v(r)$ étant une fonction non croissante telle que, ponr tout k fini, $v(kr):v(r)$ tende vers 1; il existe des fonctions méromorphes admettant une suite infinie de cercles de remplissage, le rayon d'un cercle dont le centre est à la distance r de l'origine étant $\varepsilon r v(r)$, ε arbitraire. Ce sont notamment les fonctions entières pour lesquelles $v(r)\log M(r)$ n'est pas borné, les fonctions méromorphes pour lesquelles $v^2 T(r):(\log r)^2$ n'est pas borné (cette condition étant remplacée par $v^2 T$ non borné dès que $v(r)$ décroît assez vite). Mais il existera des fonctions exceptionnelles que l'on pourra chercher à déterminer. Le cas $v(r)\log r = 1$ est remarquable en ce que les fonctions exceptionnelles sont effectivement méromorphes autour du point à l'infini, mais le cas $rv(r)=1$ est aussi digne d'intérêt.

Le cas considéré par M. Julia est le cas limite $v(r)=1$. Alors il n'est plus possible de transformer une classe exceptionnelle en classe normale en augmentant $v(r)$, il faut introduire des couronnes. En utilisant le fait que, lorsque la famille $f(z2^n)$ est normale en dehors des points 0, ∞, elle admet une fonction limite non constante [1], on obtient ce résultat :

$R_1, R_2, \ldots, R_n, \ldots$ *étant une suite donnée telle que* $R_{n+1}:R_n$ *tende vers l'infini, à toute fonction* $f(z)$ *méromorphe autour du point à l'infini correspond une suite infinie de couronnes* $C(n,f)$, $R_{n-1}<|z|<R_{n+1}$, *telles que, dans* $C(n,f)$, $f(z)$ *prenne toute valeur sauf au plus des valeurs qui sont représentées à l'intérieur de deux cercles de la sphère de Riemann, le rayon de ces cercles tendant vers zéro lorsque n croît indéfiniment.*

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les séries de fractions rationnelles.* Note [2] de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Goursat.

Les récentes Notes [3] consacrées par M. Wolff aux séries de fractions rationnelles renferment des idées très intéressantes qui suggèrent le résultat suivant :

---

(1) Voir mon Mémoire du *Journal de Math.*, 7, 1928, p. 113-136.

(2) Séance du 26 mars 1928.

(3) *Sur les séries* $\sum \frac{A_k}{z-a_k}$ (*Comptes rendus* 185, 1927, p. 1250; 186, 1928, p. 62 et 565).

Soient $\alpha_p\beta_p$ une suite d'arcs rectifiables, d_p le diamètre (distance maximum de deux points) de $\alpha_p\beta_p$, tels que α_p tende vers zéro quand p croît. Nous supposons en outre que, c_p étant le cercle de centre α_p et de rayon $\omega|\alpha_p|$, le nombre des cercles c_p contenant un même point du plan est borné, pour une certaine valeur positive de ω indépendante de p. Cela étant

Si la série $\sum \frac{d_p}{|\alpha_p|}$ *est divergente, il est impossible que l'identité*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{A_n}{z-a_n} = \frac{1+\varepsilon_p(z)}{z} \tag{1}$$

soit vérifiée en tout point de $\alpha_p\beta_p$, $\Sigma|A_n|$ *étant fini*, $a_n \neq 0$, *la série du premier membre uniformément convergente sur* $\alpha_p\beta_p$, $\varepsilon_p(z)$ *holomorphe et de module inférieur à* $1-m\,(m>0)$ *pour* $|z-\alpha_p| \leqq 2d_p$.

Ce théorème, dont la démonstration est très élémentaire, entraîne des impossibilités analogues que j'ai signalées ailleurs [1].

Selon l'idée de M. Wolff, nous déterminons sur l'arc donné $\alpha\beta$ ou s de diamètre d, deux points α', β' dont la distance mutuelle est d et un arc simple $\alpha'\beta'$ intérieur aux deux cercles de centres α' et β' et de rayon commun d. Ces points remplaceront α, β. Nous supposons la substitution préalablement faite.

Si D est le fuseau défini par $|z-\alpha|<d$, $|z-\beta|<d$, et si C est le contour de D, s (exception faite de α et de β) est intérieur à D. C est divisé en deux arcs σ, σ' par α, β.

Les deux contours $s+\sigma$, $s+\sigma'$ sont simples. Quel que soit ζ étranger à s, la variation de $\arg(z-\zeta)$ le long de s est égale et opposée à sa variation analogue le long de σ ou de σ'. Elle est donc inférieure à 2π en valeur absolue.

Considérons l'intégrale

$$U(\alpha, \beta, \zeta) = \int_{\alpha}^{\beta} \frac{(z-\alpha)(\beta-z)}{z-\zeta}\,dz.$$

Pour $|\zeta-\alpha|>2d$, l'intégrale est la même le long de s et le long du chemin rectiligne $\alpha\beta$. Donc $|U| < \frac{d^3}{|\zeta-\alpha|}$.

Si $|\zeta-\alpha| \leqq 2d$, posons $\varphi(u) = \int_u^1 \frac{(1-z)(z-u)}{z}\,dz = u\log u + \frac{1-u^2}{2}$. Si $|\arg u| < 2\pi$, $|\varphi(u)|$ est borné pour $|u| \leqq 1$ par un certain nombre μ.

---

[1] *Sur les singularités des séries de fractions rationnelles* (*Rendiconti del Circolo Mat. di Palermo*, 50, 1926, p. 1-95).

Nous avons $U(\alpha, \beta, \zeta) = -(\zeta-\alpha)^2 \varphi\left(\frac{\zeta-\beta}{\zeta-\alpha}\right) = (\zeta-\beta)^2 \varphi\left(\frac{\zeta-\alpha}{\zeta-\beta}\right)$. Selon que $|\zeta-\alpha| < |\zeta-\beta|$ ou l'inverse, nous prenons la première expression ou la seconde. On en conclut $|U| < 9\mu d^2$.

De cette dernière formule, valable quel que soit ζ, on déduit aisément les résultats donnés par M. Wolff dans sa dernière Note. Supposons maintenant que sur l'arc $\alpha\beta$ on ait l'identité

$$(2) \qquad \frac{1+\varepsilon(z)}{z} = \sum_1^\infty \frac{A_n}{z-a_n},$$

$\varepsilon(z)$ étant holomorphe, avec $|\varepsilon(z)| < 1-m$, pour $|z-\alpha| < 2d$, et la série du second membre étant uniformément convergente sur α. Supposons $d < \frac{1}{2}|\alpha|$. Multiplions les deux membres de (2) par $(z-\alpha)(\beta-z)\,dz$ et intégrons le long de s. L'intégrale I du premier membre, abstraction faite de $\varepsilon(z)$, est $-\alpha^2\varphi\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$, le logarithme dans φ ayant une détermination comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$. Or, $\varphi(1+v)$ s'annule avec v comme v^3. Donc, on peut prendre $\lambda\left(<\frac{1}{2}\right)$ assez petit pour que, si $d < \lambda|\gamma|$, on ait $|I| > \mu'.\frac{d^3}{|\alpha|}$, μ' étant indépendant de d et de α. On en conclut, ν étant une constante numérique,

$$(3) \qquad \nu m \frac{d}{|\alpha|} < d\Sigma' \frac{|A_n|}{|a_n-\alpha|} + 9\mu\Sigma''|A_n|,$$

Σ' et Σ'' désignant respectivement des sommes étendues aux indices n tels que $|a_n-\alpha| > 2d$ et $|a_n-\alpha| \leqq 2d$.

Cette formule, appliquée à la suite des arcs $\alpha_p\beta_p$, conduit immédiatement au théorème énoncé. Donnons en effet à d, α l'indice p, $\alpha_p\beta_p$ étant réduit de façon que $d_p < \lambda|\alpha_p|$.

Si $\frac{d_p}{\alpha_p}$ ne tend pas vers zéro, l'impossibilité est évidente.

Quand $\frac{d_p}{\alpha_p}$ tend vers zéro, nous renforçons l'inégalité en rattachant à Σ' les seuls n tels que $|a_n-\alpha_p| > \omega|\alpha_p|$, les autres étant affectés à Σ''. Ajoutons les p premières inégalités. Un même indice n ne pouvant appartenir qu'à un nombre borné de sommes Σ'', la somme des derniers termes est bornée indépendamment de p. Dans la somme des premiers on peut négliger les indices $n < N$, si $\sum_{N+1}^\infty |A_n| < \varepsilon\omega$ (ε positif arbitraire). L'impossibilité est manifeste.

D'ailleurs étant donnée une suite de segments de droite $\alpha_p\beta_p$, de longueur d_p tels que $\sum \frac{d_p}{|\alpha_p|}$ converge, la construction de M. Wolff permet d'obtenir une série du type étudié de somme $\frac{1}{z}$ sur chacun des $\alpha_p\beta_p$. Sur ce point, l'énoncé ne peut pas être amélioré.

ÉLASTICITÉ. — *Sur le calcul de certaines déformations élastiques, avec application au spiral plan.* Note de M. **J. Haag**, présentée par M. G. Kœnigs.

Soit un corps solide élastique S, à l'état naturel. Appliquons-lui un système de forces (F), dépendant linéairement de n paramètres q_1, q_2, ..., q_n, s'annulant avec les forces. L'énergie de déformation, calculée par la formule de Clapeyron, est une forme quadratique $\frac{1}{2}V(q_1, q_2, \ldots, q_n)$. Supposons maintenant qu'on donne aux q_i des accroissements infiniment petits dq_i. S se déforme infiniment peu et les forces (F) fournissent le travail élémentaire

$$\frac{1}{2}dV = \sum \frac{1}{2}\frac{\partial V}{\partial q_i}dq_i = \Sigma Q_i dq_i,$$

en posant

$$(1) \qquad Q_i = \frac{1}{2}\frac{\partial V}{\partial q_i}.$$

Si l'on substitue les variables Q_i aux variables q_i, la forme quadratique V se transforme en son adjointe $W(Q_1, Q_2, \ldots, Q_n)$ et l'on a

$$(2) \qquad q_i = \frac{1}{2}\frac{\partial W}{\partial Q_i}.$$

Les formules (1) permettent de calculer les forces en fonction des déformations et les formules (2) donnent les déformations en fonction des forces.

Cette méthode s'applique à de nombreux problèmes classiques, tels que poutres, ressorts à lames, ressorts à boudin, etc. Nous allons traiter, à titre d'exemple, le *spiral plan*.

Le spiral a une extrémité encastrée en un point fixe. L'autre extrémité A est libre. Appelons (x_0, y_0) ses coordonnées par rapport à des axes fixes quelconques et α l'angle polaire de sa tangente. Appliquons en A une force F, de composantes X, Y, et un couple de flexion C. Nous allons calculer les accroissements dx_0, dy_0, $d\alpha$ correspondants.

Le moment fléchissant en un point $P(x, y)$ quelconque du spiral est $M - xY + yX$, en posant

$$M = C + x_0 Y - y_0 X. \tag{3}$$

On a, avec les notations habituelles,

$$W = \frac{1}{EI} \int_0^L (M - xY + yX)^2 ds$$

ou

$$W = \frac{L}{EI} \left(q^2 X^2 + p^2 Y^2 + M^2 - 2mXY + 2\eta MX - 2\xi MY \right), \tag{4}$$

en appelant ξ, η les coordonnées du centre de gravité G du spiral, Lp^2, Lq^2 ses moments d'inertie par rapport à Oy et Ox et enfin Lm son produit d'inertie par rapport aux axes.

Introduisons les variables adjointes

$$u = \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial X}, \qquad v = \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial Y}, \qquad \theta = \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial M}. \tag{5}$$

Pour interpréter ces variables, nous formons le travail élémentaire

$$X dx_0 + Y dy_0 + C d\alpha = X(dx_0 + y_0 d\alpha) + Y(dy_0 - x_0 d\alpha) + M\, d\alpha.$$

Nous avons, dès lors,

$$u = dx_0 + y_0 d\alpha, \qquad v = dy_0 - x_0\, d\alpha, \qquad \theta = d\alpha. \tag{6}$$

La forme adjointe se calcule aisément; on trouve

$$V = \frac{EI}{L\Delta} [u^2(p^2 - \xi^2) + v^2(q^2 - \eta^2) + \theta^2(p^2 q^2 - m^2) + 2uv(m - \eta\xi) + 2u\theta(m\xi - p^2\eta) + 2v\theta(q^2\xi - m\eta)], \tag{7}$$

en posant

$$\Delta = p^2 q^2 - m^2 - p^2 \eta^2 - q^2 \xi^2 + 2m\eta\xi.$$

Les formules (5) et (6) nous donnent les déplacements en fonction des forces et les formules (1) nous donnent X, Y, M en fonction de u, v, θ.

Supposons maintenant que A soit encastré au balancier, dont l'axe passe par O. On a $u = v = 0$. D'où

$$X = \frac{EI\theta}{L\Delta}(m\xi - p^2\eta), \qquad Y = \frac{EI\theta}{L\Delta}(q^2\xi - m\eta), \qquad M = \frac{EI\theta}{L\Delta}(p^2 q^2 - m^2). \tag{8}$$

On obtient ainsi la *réaction et le couple d'encastrement.*

La dernière formule nous montre qu'il y a *isochronisme si* G *est en* O. Nous voyons de plus que, dans ce cas, *la réaction d'encastrement est nulle*.

Si G est à une petite distance z de O, on peut supposer pratiquement $p = q$ et $m = 0$. On voit alors que *la perturbation de la durée d'oscillation est la même que si la longueur du spiral était multipliée par* $\left(1 - \frac{z^2}{p^2}\right)$.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur le mouvement général autour d'un contour.* Note de M. **E. Carafoli**, présentée par M. A. Rateau.

Considérons un corps cylindrique indéfini qui se déplace normalement à ses génératrices et soit C le contour de la section droite. Supposons que dans le plan de ce contour le mouvement de celui-ci soit composé d'une translation et d'une rotation autour d'un point, que nous prenons pour l'origine d'un système d'axes Oxy liés au contour. Soient u_0 et v_0 les vitesses de translation de l'origine et ω celle de la rotation autour de celle-ci; si le fluide est animé des vitesses $-u_0$ et $-v_0$ et si nous désignons par φ le potentiel des vitesses du mouvement résultant, les vitesses relatives par rapport aux axes mobiles seront respectivement :

$$(1) \qquad u_r = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \omega y, \qquad v_r = \frac{\partial\varphi}{\partial y} - \omega x.$$

Dans ce mouvement relatif on aura $u_r dy - v_r dx = 0$ sur le contour, car celui-ci est une ligne de courant. En désignant par $z = x + iy (\bar{z} = x - iy)$ une variable complexe, cette relation peut encore s'écrire

$$u_r dy - v_r dx = \text{p.im.}(u_r - iv_r)\, dz = 0,$$

et par suite, avec $f(z) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$, la condition à la limite sera

$$(2) \qquad \text{p.im.}(df + i\omega\bar{z}\, dz)_C \equiv 0.$$

Représentons le mouvement sur le domaine extérieur à un cercle K de rayon a (plan $\zeta = \xi + i\eta$); si h est la distance de l'origine à un point M à l'intérieur du contour (M est à la fois le centre du cercle K), on pourrait mettre en général :

$$(3) \qquad z = h + e^{i\nu}\left(\zeta + \frac{q_1}{\zeta} + \frac{q_2}{\zeta^2} + \ldots + \frac{q_n}{\zeta^n}\right).$$

Le potentiel complexe $f(z)$ est la somme d'un potentiel dû à la transla-

tion et d'un autre dû à la rotation. Pour déterminer ce dernier dans le plan ζ, mettons, à une constante près,

$$(4) \qquad F(\zeta)=\sum_{m=1}^{m}\frac{A_m+iB_m}{\zeta^m}=\sum_{m=1}^{m}\frac{Q_m}{\zeta^m}.$$

En introduisant cette expression à la place de $f(z)$ dans l'équation (2), où z est remplacé à son tour par l'expression (3), et en remarquant que, sur le cercle, on a $\zeta=ae^{i\theta}$, on obtient finalement

$$(5) \quad F(\zeta)=-i\omega h e^{-i\nu}\frac{a^2}{\zeta}-i\omega h e^{i\nu}\sum_{m=1}^{n}\frac{q_m}{\zeta^m}-i\omega a^2\sum_{m=2}^{n+1}\frac{q_{m-1}}{\zeta^m}-i\omega\sum_{m=1}^{n}\frac{1}{\zeta^m}\sum_{n=m}^{n}\frac{q_n\overline{q}_{n-m}}{a^{2(n-m)}}.$$

D'autre part, le potentiel dû à la translation est

$$(5') \qquad -(u_0-iv_0)\zeta-(u_0+iv_0)\frac{a^2}{\zeta},$$

qu'il suffit d'ajouter à l'expression (5) pour obtenir le mouvement général *acyclique* autour du contour.

Dans le cas d'un profil de Joukowski, on pourra mettre

$$z=h+e^{i\nu}\left(\zeta+\frac{c^2}{\zeta+\mu}\right)$$

et le potentiel de la rotation seule aura comme expression :

$$F(\zeta)=-i\omega h e^{-i\nu}\frac{a^2}{\zeta}-i\omega h e^{i\nu}\frac{c^2}{\zeta+\mu}-i\omega a^2\frac{c^2}{\zeta(\zeta+\mu)}+i\omega\frac{\mu c^2}{a^2-\mu\overline{\mu}}\cdot\frac{c^2}{\zeta+\mu}.$$

Par des transformations simples sur l'équation de la pression, on obtient pour la résultante et le moment résultant dans le cas général

$$(6) \quad \begin{cases} R=R_x-iR_y=\dfrac{i\rho}{2}\displaystyle\int_C\frac{df}{dz}df-\omega\rho\int_C\overline{z}\,df+i\rho\int_C\frac{\partial f}{\partial t}d\overline{z} \\ \qquad +\rho A(a-ib)-\rho(\omega^2-i\omega')A\overline{z}_g, \\ M_0=-\text{p. r.}\left(\dfrac{\rho}{2}\displaystyle\int_C z\frac{df}{dz}df+i\omega\rho\int_C\overline{z}z\,df+\rho\int_C\frac{\partial f}{\partial t}z\,d\overline{z}\right) \\ \qquad -2\rho\omega' I-\rho A(ay_g-bx_g), \end{cases}$$

où A représente l'aire du contour, $z_g=x_g+iy_g$ son centre de gravité, I le moment d'inertie polaire par rapport à l'origine, $a=\dfrac{du_0}{dt}-\omega v_0$ et $b=\dfrac{dv_0}{dt}+\omega u_0$.

Si le mouvement se réduit à une rotation uniforme autour de l'origine, en ajoutant à l'expression (5) un terme *cyclique* $\frac{-i\Gamma}{2\pi}\log\zeta$ dû à la circulation Γ, la réaction et le moment deviennent respectivement

$$(7)\qquad R = -\rho\omega h\Gamma + 2i\pi\omega\rho e^{-i\nu}\sum_{n=1}^{n} n\frac{Q_n\bar{q}_n}{a^{2n}} - \rho\omega^2 A\bar{z}_g \qquad \text{et} \qquad M_0 = 0.$$

On voit ainsi que le moment est nul, ce qui était à prévoir en vertu du paradoxe de d'Alembert.

Si l'on fait tendre h vers l'infini, avec $\omega h =$ const., l'expression (5) correspond identiquement à la translation rectiligne et la résultante aérodynamique, d'après (7), est conforme au théorème de Kutta-Joukowski.

OPTIQUE PHYSIQUE. — *Remarques sur la théorie de la lumière. Énergie, cohérence et franges supplémentaires.* Note de M. F. **Wolfers**, présentée par M. J. Perrin.

L'existence des *franges supplémentaires* (1) semble devoir apporter, aux discussions sur la nature de la lumière certains éléments importants sur lesquels il convient d'insister.

D'abord, dans les phénomènes d'interférence classiques, étant donnés deux faisceaux interférents, si l'on prend deux points quelconques du système de franges les deux rayons qui correspondent au même faisceau ne peuvent jamais provenir d'un même point du système réfléchissant ou réfringent. Comparons les franges d'un seul miroir (Lloyd) aux franges supplémentaires : dans les premières, les deux rayons réfléchis qui parviennent en deux points donnés du système de franges viennent de deux points différents du miroir; dans les secondes, au contraire, l'ensemble des franges est produit par des rayons diffusés au bord d'un écran qui peut être très étroit. On constate donc : 1° que le nombre des résonateurs qui interviennent dans le premier cas (et qui occupent une surface large) est d'un ordre très supérieur à celui des résonateurs qui interviennent dans le deuxième cas; 2° que l'énergie utile provenant de chaque résonateur n'est émise (pour un point de la source) que dans une seule direction pour

(1) F. Wolfers, *Thèse*, Paris, 1927; *Journ. Phys.*, 6, 1925, p. 354; *Ann. Phys.*, 7, 1927, p. 236.

les franges classiques, et à l'intérieur d'un angle solide notable pour les franges supplémentaires; l'énergie dans ce dernier cas est donc d'un ordre de grandeur supérieur.

Ces différences profondes se traduisent, comme nous l'avons montré ailleurs, par des difficultés particulières dans l'explication des franges supplémentaires. Elles proviennent surtout de ce qu'une partie très étroite de la source, celle qui définit le bord de l'ombre géométrique, intervient seule. *Cette partie, d'étendue finie, est vue du bord de l'écran sous un certain angle plan* α, inférieur en tout cas à 30″. Pour interpréter cela, il faut introduire nécessairement des hypothèses sur les radiations, l'émission ou l'absorption.

Partons donc du fait expérimental des franges supplémentaires; nous savons que la théorie classique est impuissante à l'expliquer seule (¹); cherchons quelles hypothèses l'on peut être conduit à envisager.

Hypothèses concernant les résonateurs. — Ce sont celles que nous avons émises dans les travaux déjà cités; elles consistent à attribuer aux résonateurs une sorte de pouvoir absorbant dirigé; les résonateurs auraient en outre certaines propriétés spéciales (et assez vaguement définies) par rapport à ceux des rayons incidents qui font avec un certain plan privilégié, parallèle à la surface, un angle au plus égal à α. Ces conceptions peuvent paraître vagues et assez artificielles; nous allons montrer qu'on peut trouver mieux.

Hypothèses concernant les sources. — Si l'on abandonne les idées ci-dessus, il faut renoncer de toute nécessité au principe de superposition des petits mouvements sous sa forme ordinaire. En effet, quel que soit le degré de cohérence des ondes qui proviennent isolément de chacun des radiateurs composant la source, l'ensemble de la source n'imprimerait à un résonateur donné qu'un mouvement de fluctuation irrégulier, la moyenne des amplitudes restant très faible. L'énergie ainsi reçue par le résonateur serait négligeable devant celle qu'en fait il réémet dans un angle solide fini. On ne peut sortir de cette contradiction qu'en admettant que *les radiateurs d'une portion finie de la source exercent sur chaque résonateur une action cohérente.*

a. On pourrait penser que, par suite d'une sorte d'induction moléculaire ou de résonance entre radiateurs voisins, les ondes émises à la fois par eux sont en phase. L'ensemble de la source étant incohérent,

(¹) F. Wolfers, *Ann. Phys.*, 7, 1927, p. 302-306.

on pourrait imaginer que ce synchronisme entre radiateurs soit dû à quelque effet statistique. De telles conceptions donnent lieu à de multiples difficultés; et surtout, bien qu'on puisse expliquer ainsi l'énergie mise en jeu par les résonateurs, l'intervention de l'angle α reste mystérieuse. La nouvelle hypothèse ne ferait donc que s'ajouter à une partie de celles qui concernaient le résonateur, et que nous avons rappelées plus haut.

b. On pourrait chercher à appliquer la théorie des quanta; mais sous sa forme habituelle celle-ci ne permet pas de concevoir d'interférences. Dans une récente tentative, Proca [1] a cherché à *quantifier le temps*. Les intervalles entre les émissions de quanta par un même radiateur seraient des multiples entiers de la période, d'où la cohérence. Mais, sans parler d'autres objections peut-être plus graves, cette théorie n'est pas suffisante, même pour expliquer les interférences classiques : en effet, un radiateur ne pouvant émettre deux quanta qu'à un intervalle de temps d'une période au moins, il n'y aurait jamais de frange de retard nul, ni de frange de retard $\frac{\lambda}{2}$.

Hypothèses sur la propagation des photons. — Un autre point de vue, plus satisfaisant, se présente encore. Admettons l'émission par quanta (ou *photons*). Les photons émis dans la direction d'un résonateur donné par l'ensemble de la source remplissent un cône dont le résonateur occupe le sommet; ce cône étant très délié, les photons en jeu sont donc rassemblés, vers la fin de leur parcours, dans un espace dont la largeur est de l'ordre des dimensions atomiques ou même subatomiques (si le résonateur est un électron). On peut alors concevoir une sorte de réaction mutuelle de ces photons, analogue à un « accrochage » ou à une résonance, de sorte que, dans l'ensemble, ils se trouveraient *en phase* au moment de l'absorption. Ou bien encore, on peut imaginer qu'ils se disposent dans l'espace à des intervalles définis (multiples de λ), de façon à frapper le résonateur avec un certain rythme, et à avoir une action cohérente. Les phénomènes observés peuvent s'interpréter alors.

Il y a peut-être lieu de signaler l'analogie entre l'idée qui précède et certaines des idées qui président aux nouvelles théories statistiques (Bose et Einstein, Pauli et Fermi), où les différents systèmes considérés ne se distinguent plus que par leurs coordonnées généralisées, et non par leur phase.

---

(1) A. Proca, *Journ. Phys.*, 9, 1928, p. 73.

Enfin, la nouvelle mécanique ondulatoire elle-même ne semble pas devoir résoudre la question, puisqu'on y raisonne sur les ondes comme dans les théories classiques, et que les photons n'interviennent que dans les questions d'intensité et d'une façon statistique. *Nous rencontrons donc, avec les franges supplémentaires, et pour la première fois sans doute, un effet qu'il est impossible d'expliquer par une théorie ondulatoire seulement ou quantique seulement. Il est indispensable de considérer les deux points de vue à la fois;* et l'on voit par là qu'une théorie plus générale, encore inexistante, est nécessaire.

OPTIQUE. — *Un nouveau phénomène d'optique : les battements qui se produisent lorsque des molécules anisotropes en rotation et vibration diffusent de la lumière visible ou ultraviolette.* Note de M. **J. Cabannes**, présentée par M. Ch. Fabry.

Raman vient de découvrir [1] que le spectre de la lumière diffusée par un liquide parfaitement pur ne comprend pas seulement les radiations incidentes, mais aussi des radiations nouvelles, dont la place dans le spectre dépend à la fois de la lumière incidente et de la constitution chimique du liquide.

Ces radiations nouvelles sont beaucoup moins intenses que les radiations diffusées sans changement de longueur d'onde; d'autre part, elles se distinguent de la fluorescence habituelle par leur forte polarisation. Raman, pour expliquer ce phénomène remarquable, pense à un effet analogue à l'effet Compton.

Je crois qu'on peut l'expliquer, au moins en première approximation, sans faire intervenir les quanta de lumière, et qu'il faut y voir les *battements optiques*, que j'avais prévu dès 1924, mais que j'ai vainement cherché à mettre en évidence dans les gaz depuis cette époque.

Mon échec est dû à la trop faible intensité de la diffusion par un gaz placé dans les conditions normales, mais il résulte des expériences de Raman que cet effet, dont l'intensité est proportionnelle au nombre des molécules diffusantes, devient observable dans les liquides et les gaz comprimés.

La théorie élémentaire du phénomène est très simple. Soient $\vec{Z}$ la vibration incidente, de fréquence N; $\vec{V}$ la vibration diffusée (qu'on observe à travers

(1) C. V. Raman, *A New Radiation* (*Ind. Journ. Phys.*, 2, 1928, p. 1-12).

un nicol). Si la molécule est optiquement anisotrope, une rotation de cette molécule (ou la vibration harmonique d'un des atomes qui la constituent) fait varier l'amplitude de la vibration $\vec{V}$ avec une fréquence $2n$. On peut donc écrire

$$V = [A + a\cos 2\pi(2n)t]\cos 2\pi Nt$$
$$= A\cos 2\pi Nt + \frac{a}{2}\cos 2\pi(N+2n)t + \frac{a}{2}\cos 2\pi[N-2n)t.$$

A la vibration ordinaire s'ajoutent donc deux vibrations nouvelles, de fréquences $N \pm 2n$, et le phénomène est tout à fait analogue aux battements envisagés en acoustique. Ce qui est intéressant, c'est l'apparition, dans la lumière réémise, non pas seulement de radiations déplacées vers le rouge, *mais aussi de radiations déplacées vers le violet.* Comme les molécules peuvent prendre plusieurs vitesses de rotation, données par la formule connue

$$n = \frac{mh}{4\pi^2 K}$$

(h, constante de Planck; K, moment d'inertie moléculaire; m, nombre entier positif arbitraire), à chaque radiation incidente correspond tout un spectre de diffusion, et ce spectre est intimement lié au spectre infrarouge du fluide.

Les rotations des molécules donnent des raies additionnelles assez voisines de la raie primitive (n généralement compris entre 10^{12} et 10^{13}); les vibrations atomiques, des raies plus éloignées ($n = 10^{14}$, environ). L'intensité relative de ces raies, facile à calculer *à priori*, est proportionnelle au nombre des molécules qui tournent et vibrent.

Pour établir définivement cette interprétation du spectre de diffusion découvert par Raman, il faudra d'abord vérifier qu'en éclairant le fluide en lumière monochromatique on trouve, dans le spectre de diffusion, des raies déplacées vers le violet. Les mesures de longueur d'onde, d'intensité et de polarisation fourniront ensuite des preuves quantitatives.

Ces spectres de lumière visible, plus faciles à étudier expérimentalement que les spectres infrarouges, donneront, lorsque la théorie sera bien établie, les mêmes renseignements que les spectres d'absorption infrarouge sur les rotations et vibrations moléculaires, c'est-à-dire sur le moment d'inertie des molécules et des liaisons atomiques.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Production et absorption des rayons K de l'aluminium.* Note [1] de M. F. **Holweck**, présentée par M. J. Perrin.

Pour faire ce travail, j'ai utilisé le tube métallique dans lequel l'anode, refroidie à l'eau, et la cathode incandescente sont démontables au moyen de rodages, cette dernière électrode étant isolée par un manchon de verre. Un vide élevé est entretenu dans ce tube au moyen d'une pompe moléculaire hélicoïdale. Le tube est alimenté par un redresseur à soupapes donnant du courant continu à 5000 volts avec la possibilité de débiter 1 ampère sous cette tension. J'ai d'abord cherché à produire, sans m'occuper du rendement, un rayonnement se rapprochant, autant que possible, des rayons K purs de l'Al. A cet effet j'ai utilisé une anode d'Al et une fenêtre de sortie également en aluminium. La tension d'alimentation était à peine supérieure au potentiel critique de K de l'Al (1600 volts pour 1555 volts) et les rayons étaient filtrés dans la fenètre de sortie du tube et dans la fenètre d'entrée de la chambre d'ionisation; le poids total de ces écrans était de 2,18 mg/cm². Le diagramme — $\log\frac{\mu}{\rho}$, mg/cm² — qui était courbe jusqu'à 3,5 mg/cm² environ par suite de la présence de rayons de plus grande longueur d'onde que les raies et provenant du fond continu, devenait rectiligne ensuite (jusqu'à 8 mg/cm², limite des mesures). On trouve ainsi pour l'Al $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_L = 550$ [2]. En élevant la tension d'alimentation à 2000 volts, la courbe se redresse et définit le même coefficient d'absorption limite que pour 1600 volts. En augmentant la filtration à 4 mg/cm², on peut monter la tension d'alimentation à 3000 volts sans changer aucunement la nature des rayons. D'autre part on peut calculer, soit par la formule générale et le coefficient A de Windgårdh [3], soit au moyen de la même formule et du coefficient de Richtmyer [4], soit encore par extrapolation des nombres d'Allen [5] le coefficieut d'absorption de l'Al pour une longueur d'onde légèrement plus courte que la discontinuité K, on

(1) Séance du 23 avril 1928.

(2) Coefficient d'absorption pour une longueur d'onde légèrement plus grande que la discontinuité K.

(3) *Dissertation* Lund, 1923.

(4) *Phys. Rev.*, 18, 1921, p. 13.

(5) Allen, *Phys. Rev.*, 24, 1924, p. 1.

trouve $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{K+L} = 7400$ environ (de 8040 à 7100), le rapport J de ces deux coefficients est donc considérable et égal à 13 environ (J décroît lorsque N croît; d'après les mesures d'Allen, on trouve $J = 8$ pour Cu, $J = 6$ pour W, $J = 4$ pour Bi). La très grande valeur du ressaut d'absorption de l'Al montre que ce corps est tout désigné pour servir de fenêtre de sortie aux rayons K de l'anode.

Cette anode pourra être excitée par une tension très supérieure à son potentiel critique. Le fond continu de longueur d'onde plus courte que la bande K sera totalement arrêté. En pratique on peut se contenter d'un filtre de sortie de 15^{μ} d'épaisseur, c'est-à-dire une feuille d'aluminium pesant $4\,\mathrm{mg/cm^2}$; cette lame transmettra 11 pour 100 de l'intensité des raies K et moins de 0,1 pour 100 du maximum spectral du fond continu excité sous 3000 volts.

J'ai étudié l'absorption dans l'air des rayons ainsi filtrés. A cet effet, une petite chambre d'ionisation montée sur un chariot à vis micrométrique a été déplacée devant la fenêtre de sortie des rayons; le courant produit dans cette chambre par le rayonnement était mesuré par un galvanomètre. Les diagrammes logarithmiques trouvés sont parfaitement rectilignes et définissent pour l'air $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{K+L} = 1300$ environ (épaisseur absorbant la moitié du rayonnement $= 0^{cm},42$). Ce coefficient d'absorption était bien relatif aux rayons K de l'Al (8 Å), car il n'était nullement altéré lorsqu'on augmentait la filtration ou lorsqu'on faisait varier la tension aux bornes du tube dans de très larges limites (de 1800 à 3500 volts). On peut comparer ce coefficient d'absorption à celui trouvé précédemment pour l'azote et l'oxygène pour les rayons très mous [1] avant la bande K et calculer le rapport J; on le trouve alors égal à 14 environ, tout à fait en accord avec le nombre précédent.

Pour la cellophane, dans les mêmes conditions, on trouve $\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{K+L} = 1100$ environ.

On voit que ces nombres 1300 et 1100 sont tout à fait différents de ceux trouvés par Dauvillier [2] (520 et 210) avec un tube fermé par une fenêtre de cellophane de 20^{μ} et dont le rayonnement était uniquement filtré dans ce corps. Il suffit, pour expliquer cette divergence, de remarquer que si une fenêtre d'aluminium de 15^{μ} laisse passer

(1) Holweck, *Thèse de Doctorat*, janvier 1922.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1460.

11 pour 100 des raies K utiles et moins de 0,1 pour 100 des rayons nuisibles du fond continu ; par contre, une fenêtre de cellophane de 20$^{\mu}$ qui ne laisse passer que 6 pour 100 des rayons K est très transparente au fond continu nuisible dont elle transmet 50 pour 100 environ.

Ce fond continu est à attribuer, en grande partie, à la couche de W qui recouvre l'anode, film dont on peut suivre la formation en mesurant l'intensité des raies K émises par une électrode d'Al fraîchement grassée : on constate que cette intensité peut baisser au tiers de sa valeur en 30 minutes.

Les effets biologiques tentés par Saidman (1) au moyen du tube de Dauvillier sont donc à attribuer à un rayonnement se rapprochant plus de 4 Å que de 8 Å.

L'énergie qui sortait de chaque centimètre carré de la fenêtre de mon tube d'essai pouvait atteindre 60 ergs [courant d'ionisation (absorption totale) 600 U. E. S., courant thermo-ionique 0,2 ampère, tension 3000 volts continu].

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation de l'iodure de mercurammonium* $Hg^9N^4I^6$ *à l'état cristallisé*. Note de M. **Maurice François**, présentée par M. Charles Moureu.

Le composé $Hg^9N^4I^6$ prend naissance dans les solutions peu riches en ammoniaque, alors que l'iodure de dimercurammonium se forme dans les solutions à forte concentration en ammoniaque. M. Gaudechon (2) a obtenu dans la série des bromures un composé jaune orangé de formule brute : $Hg^9N^4Br^6$, également dans des liqueurs à très faible teneur en ammoniaque; il ne l'a obtenu qu'à l'état amorphe. L'existence de composés du type $Hg^9N^4I^6$ peut donc être considérée comme très probable.

Il m'est apparu toutefois que l'on démontrerait d'une façon irréfutable leur existence, en obtenant l'un d'eux à l'état cristallisé; les corps amorphes pouvant donner l'impression de mélanges, surtout dans des séries d'une complexité si grande. J'ai donc repris une méthode, qui m'avait servi pour la cristallisation de l'iodure de dimercurammonium (3), et je l'ai appliquée, non sans difficulté d'ailleurs, au composé $Hg^9N^4I^6$.

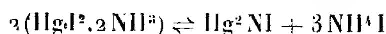
Dans une Note présentée à l'Académie en 1900, j'avais montré que si l'on met en contact un excès de la combinaison blanche d'addition $HgI^2.2NH^3$, à

(1) Saidman, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1618, et 186, 1928, p. 184.

(2) Gaudechon, *Thèse de Doctorat ès sciences physiques*, p. 74. Paris, 1910.

(3) François, *Comptes rendus*, 130, 1900, p. 571.

température constante (21°), avec de l'ammoniaque concentrée ($D = 0.923$), le composé blanc est transformé en iodure de dimercurammonium brun Hg^2NI, suivant une réaction limitée et réversible, qui est exprimée par l'équation



$$2(HgI^2.2NH^3) \rightleftharpoons Hg^2NI + 3NH^4I$$

au moment de l'équilibre, c'est-à-dire quand le dépôt contient à la fois le composé blanc $HgI^2.2NH^3$ et le composé brun Hg^2NI; le liquide en équilibre renferme en dissolution de l'iodure d'ammonium libre ($3^g,664$ par litre pour la température de 21°) et en même temps une certaine quantité du composé $HgI^2.2NH^3$.

J'expliquais ainsi, en 1901, la formation des cristaux de Hg^2NI (¹) :

> Si l'on prend les liquides en équilibre résultant de l'action de l'ammoniaque concentrée sur un excès de $HgI^2.2NH^3$, et si on les additionne d'un volume suffisant d'ammoniaque pure à la même concentration, la teneur en iodure d'ammonium libre qui permettait à l'iodure de mercurdiammonium $HgI^2.2NH^3$ d'exister en solution est abaissée; l'équilibre est rompu; $HgI^2.2NH^3$ ne peut plus exister et se transforme en Hg^2NI. Or, au lieu de se déposer subitement, il se dépose lentement et en cristaux très nets.

Le mécanisme de la formation de cristaux d'iodure de dimercurammonium étant ainsi établi, il me suffira de dire pour la formation des cristaux de $Hg^9N^4I^6$ que, dans les solutions faibles d'ammoniaque (ammoniaque au dixième), il se produit une série de réactions parallèles.

Le composé blanc d'addition a ici pour formule $3HgI^2.4NH^3$. Ce composé blanc mis en quantité suffisante en contact avec de l'ammoniaque faible (au dixième) se transforme dans le composé brun $Hg^9N^4I^6$ suivant une réaction limitée et réversible qui est exprimée par l'équation



$$3(3HgI^2.4NH^3) + nNH^3 \rightleftharpoons Hg^9N^4I^6 + 12NH^4I + (n-4)NH^3.$$

Après contact suffisant et agitation à température constante, le liquide en équilibre renferme en dissolution de l'iodure d'ammonium libre ($1^g,439$ par litre pour la température de 21°), ainsi qu'une certaine quantité du composé $3HgI^2.4NH^3$.

On conçoit donc, étant donné le parallélisme, que le fait de mélanger ce liquide en équilibre, à un certain volume d'ammoniaque pure de même concentration, puisse conduire à l'obtention d'un dépôt de $Hg^9N^4I^6$ à l'état cristallisé.

(¹) François, *Thèse de Doctorat ès sciences*. Paris, 1901.

Cette conception se réalise exactement.

Le corps obtenu est de couleur pourpre, presque noir et se présente en cristaux microscopiques qui sont des prismes hexagonaux courts; le plus souvent on observe des groupements en forme de sphères, portant d'innombrables facettes hexagonales.

A l'analyse la composition $Hg^9N^4I^6$ est vérifiée, comme le montrent les chiffres suivants :

	Mercure.	Iode.	Azote.
Trouvé pour 100	68,71	29,30	2,18
Calculé »	68,75	29,10	2,139

Finalement, la série des iodures de mercurammonium, dont j'ai repris l'étude en 1899, comprend :

Deux dérivés d'addition incolores : $HgI^2.2NH^3$; $3HgI^2.4NH^3$.

Quatre composés ammoniés proprement dits, qui sont : HgH^2NI; $Hg^7H^2N^4I^4$; $Hg^9N^4I^6$; Hg^2NI.

Tous ces corps ont été obtenus à l'état cristallisé et leur formation et décomposition par voie d'équilibre chimique ont été étudiées avec précision.

CHIMIE MINÉRALE. — *Formation d'ammoniaque dans la préparation du phosphore.* Note (1) de MM. **Édouard Urbain** et **Victor Henri**, présentée par M. Georges Urbain.

L'un de nous (2) a indiqué un mode industriel de préparation de l'acide phosphorique au four coulant à partir des phosphates naturels avec une préparation de l'acide phosphorique par action de la vapeur d'eau sur le phosphore en présence de charbon actif et d'un acide halogéné, ce dernier ayant pour effet d'abaisser la température de la réaction.

En poursuivant ces recherches, les auteurs ont constaté qu'au-dessus de 600° C., l'addition de l'halogène devenait tout à fait inutile, mais que par contre l'azote, normalement présent dans le cas du four coulant, pouvait être chimiquement fixé et transformé, en présence de vapeur d'eau, en ammoniaque.

(1) Séance du 26 mars 1928.

(2) Ed. Urbain, *Société de Chimie Industrielle* (Conférence du 9 février 1927), *L'industrie du charbon actif et l'oxydation du phosphore* (*Chimie et Industrie*, **17**, 1927, p. 536).

Nous supposons la formation transitoire d'un azoture de phosphore que la vapeur d'eau décomposerait ensuite. L'appareil qui a été employé pour l'étude au laboratoire consiste en un tube de quartz rempli de charbon et qu'on chauffe à 900° ou plus dans sa partie moyenne, la température décroissant ensuite jusqu'à 240° vers les extrémités.

Il est évident que l'on ne pouvait songer à réaliser dans ce tube la préparation de l'acide phosphorique à partir d'un phosphate, de charbon et de silice. On s'est donc contenté d'employer un charbon imprégné d'acide phosphorique.

Pendant toutes les opérations on maintient dans le tube un courant d'azote. A 900°, l'acide phosphorique est réduit et le phosphore qui se dégage de cette zone à haute température est entraîné par le courant d'azote sur des couches plus froides qui le retiennent. Lorsque la réduction s'est poursuivie un certain temps, on envoie, en même temps que l'azote, de la vapeur d'eau et à ce moment on constate une production d'ammoniaque. Comme il se forme en outre de l'acide phosphorique, cette ammoniaque sera en grande partie combinée.

Les résultats obtenus jusqu'ici sont d'ordre plutôt qualitatif, car les quantités de matière sur lesquelles le tube de quartz permet d'opérer sont faibles. On a pu cependant recueillir, en mettant en jeu 5^g de phosphore, $0^g,460$ d'ammoniaque, ce qui représente $2^g,950$ de phosphate monoammonique.

En dehors de son intérêt scientifique, le résultat précédent présente un caractère industriel puisqu'il prouve que dans les conditions de production de l'acide phosphorique au four coulant, on peut obtenir directement du phosphate d'ammoniaque en partant des phosphates naturels, de la silice, du charbon, de l'air atmosphérique et de l'eau sans que la présence du gaz pauvre produit simultanément constitue un obstacle.

Il n'y a pas ici à faire intervenir de catalyseurs d'un maniement délicat.

Il est d'ailleurs bien évident que les résultats seraient meilleurs à des pressions supérieures à la pression atmosphérique puisque la réaction s'effectue avec contraction.

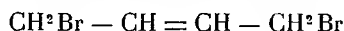
CHIMIE ORGANIQUE. — *L'érythrène et ses dibromures.*
Note[1] de M. **Charles Prévost**, présentée par M. Ch. Moureu.

Ayant préparé l'érythrène $CH^2 = CH - CH = CH^2$ par déshydratation catalytique du méthylvinylcarbinol : $CH^3 - CHOH - CH = CH^3$, j'ai déterminé les constantes de ce carbure :

Éb. $= -4°,75$; $D_4^{-6} = 0,650$; $n_D^{-6} = 1,422$; R. M. $= 21,10$ (Th. 19,74).

Seul le point d'ébullition avait été publié; le nombre que j'ai trouvé est en bon accord avec celui de Thiele ($-5°$, $-4°$), mais assez éloigné de celui de Griner (0°, 1°). L'étude du carbure a montré qu'il était pur à plus de 99/100, et les impuretés constituées par des carbures isomères ne sauraient modifier notablement les constantes; l'exaltation de la réfraction moléculaire est d'ailleurs bien celle attendue.

La fixation de deux atomes de brome par molécule, effectuée d'une part vers $-20°$ dans le chloroforme, d'autre part vers $-90°$ dans le chlorure de méthyle, m'a donné des résultats identiques; il se fait d'emblée, et en très grande majorité le dibromure *trans* bien connu :



$$CH^2Br - CH = CH - CH^2Br$$

fondant à 54°, et bouillant à 85° sons 10^{mm} dans une distillation rapide.

Ce résultat confirme celui de Thiele [2], mais est en contradiction avec celui de Griner [3]. Il semble difficile d'expliquer ces divergences sans admettre que le carbure de Griner était différent de celui de Thiele et du mien, qui semblent identiques entre eux.

Je n'ai trouvé aucune trace de l'isomère *cis* signalé par Griner, et le peu de dibromure 1.2 : $CH^2Br - CHBr - CH = CH^2$ que j'ai rencontré doit peut-être en partie son origine à la transposition que je vais exposer.

Les dibromures 1.2 et 1.4 sont desmotropes. Si l'on maintient vers 85° le dibromure 1.4 dans un ballon surmonté d'une colonne reliée à un ballon récepteur et à la trompe à vide (10^{mm}), il distille lentement un produit complexe de même composition centésimale que le dibromure 1.4.

La température de la vapeur peut osciller de 52° à 81° suivant la vitesse

(1) Séance du 23 avril 1928.
(2) Thiele, *Annalen der Chemie*, 308, 1899, p. 333.
(3) Griner, *Comptes rendus*, 116, 1893, p. 723, et 117, 1893, p. 553.

de distillation réglable par divers artifices; la portion recueillie vers 52° et rectifiée de nouveau sans surchauffe passe en partie à point très fixe; c'est le dibromure 1.2 dont voici les constantes :

Éb. = 52° sous 10mm; $D_4^{21} = 1,865$; $n_D^{21} = 1,541$; R. M. 36,10 (Th. 35,73).

Il a une exaltation de 0,4, c'est-à-dire bien inférieure à celle (1, 2) des dibromures 1.4 dont j'ai étudié plusieurs exemples, mais à peine plus faible que celle des bromures d'allyle β alcoylés.

Le point d'ébullition est plus bas que celui assigné par Griner à ce composé. A 20° le dibromure 1.2 se transforme lentement en dibromure 1.4. A 100° la transformation est rapide, mais réversible, ainsi que le prouve la préparation même du dibromure 1.2. L'équilibre correspond à un mélange des deux corps qui, à 20°, est pratiquement entièrement solidifié. Toutefois, la fusion ne commence nettement que vers 40°, et est complète vers 48°. La quantité de dibromure 1.2 correspondant à l'équilibre à 100° semble de l'ordre de $\frac{5}{100}$, mais la détermination exacte est extrêmement délicate [1].

Cette desmotropie est confirmée par la tautomérie du dibromure 1.4, qui, dans plusieurs réactions, donne à la fois des dérivés 1.4 et des dérivés 1.2. Toutefois, les dérivés des deux formes ne sont pas dans le même rapport que les dibromures desmotropes correspondants dans le mélange qui leur a donné naissance.

C'est ainsi que, à 100°, l'acétate de sodium donne presque uniquement la diacétine 1.4 $CH^3CO^2.CH^2-CH=CH-CH^2.OCOCH^3$ et seulement des traces non isolables de l'acétine de l'érythrol.

Par contre, à 100°, la saponification directe par l'eau alcaline conduit à près de $\frac{40}{100}$ d'érythrol $CH^2OH-CHOH-CH=CH^2$, à côté du glycol 1.4 normalement attendu.

Il ne faut pas voir dans la dualité des produits de réaction la juxtaposition de deux réactions normales concomitantes sur chacun des desmotropes, mais bien une réaction anormale sur l'un ou l'autre. Le dibromure 1.4 est donc une substance tautomère. A l'appui de cette interprétation, je citerai mes travaux sur les vinylcarbinols, leurs isomères

(1) Un Mémoire détaillé sur cette desmotropie paraîtra dans un autre Recueil. Depuis que ce Mémoire est à l'impression, j'ai eu connaissance d'un travail très récent de MM. E. H. Farmer, C. D. Laurence et J. F. Thorpe (*Journ. of Chem. Soc.*, 1928, p. 729) sur le même sujet; nos résultats sont qualitativement en excellent accord.

primaires et leurs dérivés ([1]), et, plus proche du sujet, l'éthérification bromhydrique de l'érythrol ([1]), qui montrent que tautomérie et desmotropie sont choses différentes et que, si la seconde entraîne le plus souvent la première, la réciproque n'est pas vraie, tout au moins dans un domaine de température déterminé.

La saponification aqueuse est accompagnée de la production d'une très petite quantité d'aldéhyde crotonique; celle-ci n'a pu être isolée, mais l'odeur laisse peu de doutes et sa présence est rendue très probable du fait que dans le cas du dibromure de 1-méthylérythrène



$$CH^3 - CHBr - CH = CH - CH^2Br,$$

j'ai pu isoler et bien identifier l'aldéhyde homologue :



$$CH^3 - CH^2 - CH = CH - CHO.$$

Tautomérie, desmotropie des dibromures, formation d'aldéhyde crotonique, sont des cas particuliers de la transposition allylique et de la transposition énol-aldéhydique qui trouvent une explication très satisfaisante dans la théorie de la synionie ([1]).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les phénylpropines.* Note de M. **Bourguel**, présentée par M. Moureu.

Dans une série de corps homologues, les constantes physiques, et en particulier la densité et l'indice varient d'une façon à peu près continue. Or mon attention a été attirée par la densité et l'indice très anormal d'un carbure acétylénique vrai que j'ai préparé en 1923, le phénylpropine vrai $C^6H^5 - CH^2 - C \equiv CH$. Alors que ses homologues inférieurs et supérieurs connus depuis longtemps, le phénylacétylène et le phénylbutine vrai, ont comme densités respectivement :

$$d_{20} = 0,930 \quad \text{et} \quad d_0 = 0,9375 \quad ([2]),$$

je trouvais pour le phénylpropine :

$$d_{20} = 0,888 \quad \text{ou} \quad d_{13} = 0,892.$$

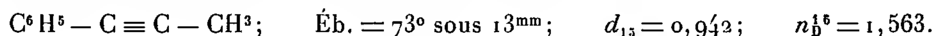
([1]) Ch. Prévost, *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 1292; **185**, 1927, p. 132 et 1285.
([2]) André, *Annales de Chimie*, 8e série, **29**, 1913, p. 540.

c'est-à-dire une densité beaucoup trop faible. La même anomalie se retrouve dans les indices de réfraction.

Par la suite, MM. Bert et Dorier ([1]) ont préparé ce phénylpropine, en changeant de point de départ, ils ont trouvé un carbure légèrement plus dense, $d_{20} = 0,899$, mais encore beaucoup trop léger pour s'insérer dans la série phénylacétylène-phénylbutine.

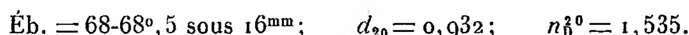
J'ai alors entrepris de préparer le phénylpropine vrai par d'autres voies. J'ai trouvé un autre carbure, que toutes ses réactions permettent aussi de considérer comme un phénylpropine vrai, mais dont la densité et l'indice sont normaux par rapport aux homologues inférieurs et supérieurs. Toutefois, ayant obtenu ce nouveau corps, je n'ai plus jamais pu obtenir le premier, ni par la première méthode, ni par celle de MM. Bert et Dorier. De toutes façons, le carbure obtenu a toujours comme densité $d_{20} = 0,932$. Son point d'ébullition est le même que celui des carbures légers. Voici les chemins suivis pour aboutir à ce deuxième phénylpropine vrai :

1° Partant du phénylacétylène, on méthyle son dérivé sodé par le sulfate diméthylique ([2]), d'où le phénylpropine bisubstitué :



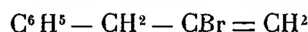
$$C^6H^5 - C \equiv C - CH^3; \quad \text{Éb.} = 73° \text{ sous } 13^{mm}; \quad d_{15} = 0,942; \quad n_D^{15} = 1,563.$$

Ce carbure substitué est isomérisé par l'amidure de sodium, et donne un carbure ayant toutes les réactions des carbures acétyléniques vrais :



$$\text{Éb.} = 68\text{-}68°,5 \text{ sous } 16^{mm}; \quad d_{20} = 0,932; \quad n_D^{20} = 1,535.$$

2° La méthode qui m'avait donné le carbure léger était la suivante : On fait réagir le propylène dibromé 1.3 : $CH^2Br - CBr = CH^2$, sur le magnésien C^6H^5MgBr, et l'on traite le produit de la réaction :



$$C^6H^5 - CH^2 - CBr = CH^2$$

par l'amidure de sodium. A présent cette méthode, quelles que soient les modifications apportées, me donne toujours le même carbure que précédemment :



$$d_{23} = 0,93; \quad n_D^{23} = 1,535$$

3° J'ai repris une méthode de M. Lespieau ([3]), qui consiste à traiter



$$CH^2Br - CBr = CHBr$$

([1]) Bert et Dorier, *Bull. Soc. chim.*, 39, 1926, p. 1610.

([2]) *Annales de Chimie*, 10e série, 3, 1925, p. 356.

([3]) Lespieau et Garreau, *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 111.

par 3^{mol} du magnésien $C^6H^5 — MgBr$ et qui donne directement un



$$C^6H^5 — CH^2 — C \equiv H$$

très difficile à purifier. Par le chlorure cuivreux, on tend vers la densité 0,940 à 15°.

4° Enfin j'ai repris le travail de MM. Bert et Dorier. On part de



$$CH^2Cl — CH = CHCl$$

et l'on traite par le magnésien C^6H^5MgBr; le produit de la réaction,

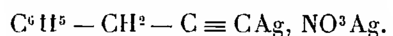


$$C^6H^5 — CH^2 — CH = CHCl,$$

est traité par l'amidure de sodium. Je n'ai pas obtenu leur carbure, mais encore le précédent :

$$\text{Éb.} = 68° \text{ sous } 16^{mm}; \quad d_{14} = 0{,}935; \quad n_D^{14} = 1{,}536.$$

Ce nouveau carbure est bien un phénylpropine vrai; d'une part le chemin synthétique suivi, partir du phénylacétylène ne laisse guère en doute; d'autre part les vérifications suivantes ont été faites : Analyses très correctes ($C = 93,1$; 93,0; 93,3; au lieu de 93,1; $H = 6,95$; 7,05; 7,1; au lieu de 6,9). Dérivé argentique répondant à la formule :



$$C^6H^5 — CH^2 — C \equiv CAg, NO^3Ag.$$

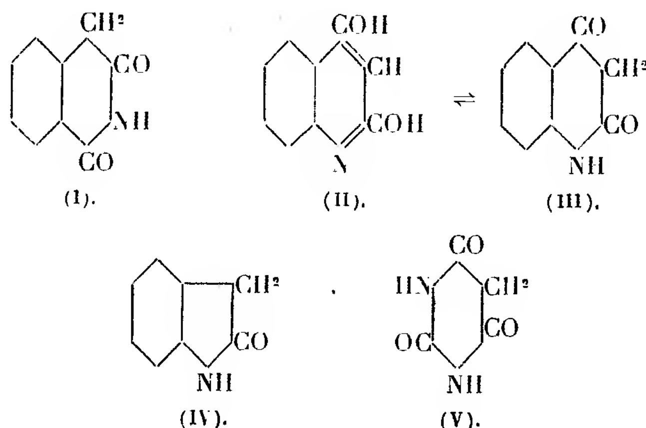
Des essais de fractionnement tentés avec : CuCl, NH^2Na, ont montré l'identité absolue de la fraction fixée sur le réactif et de celle qui était restée libre. L'hydratation conduit à la cétone $C^6H^2 — CH^2 — CO — CH^3$; les semicarbazones et leur mélange fondent à 197°. Enfin le permanganate donne de l'acide benzoïque, ce qui était à prévoir, puisqu'il en est de même avec la cétone précédente. Je signalerai, en passant, que ce carbure réagit sur l'amidure aussi par un H de son $— CH^2$, en donnant un dérivé sodé *rouge*.

En résumé, le nouveau carbure semble bien être l'homologue du phénylacétylène et du phénylbutine; depuis que je l'ai obtenu, il m'est impossible de reproduire ni mon ancien travail, ni celui de Bert et Dorier. Il est pourtant peu probable que nous nous soyons trompés tous les trois, d'autant que nos corps bouillaient très bien et avaient de bonnes analyses. Je crois fermement que la divergence n'est pas le résultat d'une erreur, mais qu'il y a eu deux corps; je ne puis malheureusement plus étudier le premier; je n'en possède plus et ne puis le préparer, ainsi que je l'ai dit plus haut. Il serait désirable que cette étude fût reprise dans un autre laboratoire.

Je poursuis actuellement l'étude du phénylbutine, dont la densité paraît elle aussi variable avec les auteurs.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les produits de condensation de l'homophtalimide avec les aldéhydes aromatiques.* Note (1) de M. **André Meyer**, présentée par M. Moureu.

L'*homophtalimide* (I) présente un enchaînement atomique comparable à ceux du γ-*oxycarbostyrile* (II) [envisagé sous forme *méthylénique* (III)], de l'*oxindol* (IV), de l'*acide barbiturique* (V), etc.



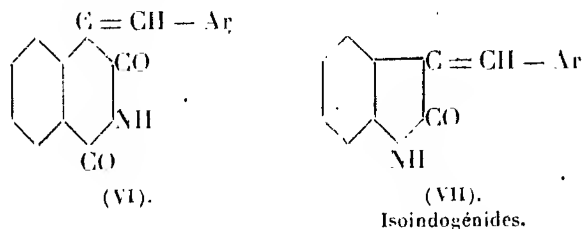
MM. A. Lumière et Perrin (2) ont constaté chez les dialcoylhomophtalimides, comme pour les dialcoylbarbituriques, l'existence d'un pouvoir hypnotique : à l'analogie de constitution correspond une analogie des propriétés pharmacodynamiques.

Afin de comparer les propriétés des dérivés de l'homophtalimide et du γ-oxy-carbostyrile avec celles des dérivés de l'oxindol, etc., notamment au point de vue des relations entre la couleur et la constitution, j'ai étudié leur condensation avec les aldéhydes cycliques. Alors que l'homophtalimide réagit facilement molécule à molécule avec celles-ci, en milieu alcoolique ou acétique, en présence de diéthylamine ou de HCl, le γ-oxycarbostyrile présente une remarquable inertie et paraît posséder de préférence la forme (II) : sa condensation avec les aldéhydes est très lente et très difficile dans les conditions habituelles.

(1) Séance du 2 avril 1928.

(2) *Comptes rendus*, 171, 1921, p. 637.

Les produits de condensation de l'homophtalimide, *tous colorés*, possèdent la formule générale (VI) : suivant la nature des auxochromes et des substituants introduits dans le noyau Ar, la coloration varie du *jaune* au *rouge*. Leurs propriétés et leurs colorations les rapprochent des *iso-indogénides* (VII),



(VI). (VII). Isoindogénides.

dont ils diffèrent par un groupe CO (WAHL et BAGARD, *Comptes rendus*, 148, 1909, p. 716). Au contraire, les produits de condensation des aldéhydes aromatiques avec l'*acide barbiturique* (CONRAD et REINBACH, *D. ch. G.*, 34, 1901, p. 1339; WEINSCHENK, *Ibid.*, p. 1685) sont incolores et la coloration n'apparaît que par l'introduction en *para* d'auxochromes puissants, OH ou $N(CH^3)^2$, ou par le cumul de doubles liaisons conjuguées (cinnamal ou furfurol). L'influence du noyau cyclique accolé à la chaîne hétérocyclique de l'homophtalimide sur la coloration apparaît ici.

Gabriel (*D. ch. G.*, 20, 1887, p. 1204) a déjà décrit la *benzalhomophtalimide*, préparée suivant un mode opératoire différent.

J'ai étudié les composés ci-après :

P-toluylène-homophtalimide, $C^{17}H^{13}O^2N$, fines aiguilles jaune foncé, (F. 199°), solution rouge grenat avec SO^4H^2; précipité jaune avec $SnCl^4$.

Cinnamylidène-homophtalimide, $C^{18}H^{13}O^2N$, cristaux jaune orangé (F. 223°), solution violette avec SO^4H^2; précipité orangé avec $SnCl^4$.

O-nitrobenzalhomophtalimide, $C^{16}H^{10}O^4N^2$, aiguilles jaune soufre (F. 236°).

M-nitrobenzalhomophtalimide, $C^{16}H^{10}O^4N^2$, aiguilles jaune clair (F. 273°).

P-nitrobenzahomophtalimide, $C^{16}H^{10}O^4N^2$, aiguilles jaune foncé (F. 263°).

Furalhomophtalimide, $C^{14}H^9O^3N$, fines aiguilles brillantes marron à reflets verts (F. 210°) (sublimables); solution rouge avec SO^4H^2.

Isophtalylidène-homophtalimide $CHO.C^6H^4—CH = C^9H^5O^2N$, aiguilles jaune clair (F. 292°); solution orangée avec SO^4H^2.

Térephtalylidène-homophtalimide, $C^{17}H^{11}O^3N$, aiguilles jaune foncé (F. 297-298°), solution rouge avec SO^4H^2.

Salicylidène-homophtalimide, $C^{16}H^{11}O^3N$, aiguilles jaune clair (F. 215°).

O-méthoxybenzalhomophtalimide, $C^{17}H^{13}O^3N$, cristaux jaunes (F. 176°).

M-méthoxybenzalhomophtalimide, $C^{17}H^{13}O^3N$, aig. jaune clair (F. 176°).

P-oxybenzalhomophtalimide, $C^{16}H^{11}O^3N$, cristaux orangé foncé (F. 238°).

Anisylidène-homophtalimide, $C^{17}H^{13}O^3N$, aiguilles jaune orangé (F. 195°).

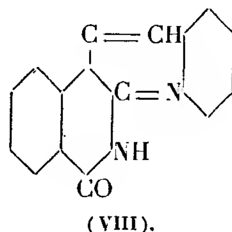
O-vanillylidène-homophtalimide, $C^{17}H^{13}O^4N$, aiguilles jaunes (F. 211°).

Vanillylidène-homophtalimide, $C^{17}H^{13}O^4N$, existe sous *deux modifications* vraisemblablement *stéréo-isomères*, une forme *orangée* (F. 178°-180°) et une forme *jaune* (F. vers 165°), passant à la couleur orangée par chauffage.

Pipéronylidène-homophtalimide, $C^{17}H^{11}O^4N$, jaune foncé (F. 218°-219°).

P-diméthylaminobenzalhomophtalimide $C^{18}H^{16}O^2N^2$, cristaux dichroïques rouges (F. 195°). Teint la laine et la soie en orangé.

L'*o-aminobenzaldéhyde* fournit par anhydrisation une *naphtyridine* (VIII), $C^{16}H^{10}ON^2$. Ce composé a été obtenu par MM. Haworth et Pink, par

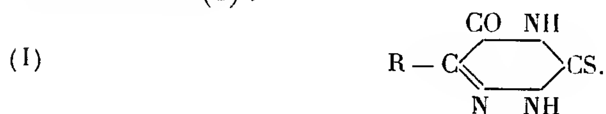


(VIII).

réduction de l'*o-nitrobenzalhomophtalimide* (*Chem. Soc.*, septembre 1927, p. 2345), postérieurement à ma communication préliminaire à la Société chimique (10 juin 1927). Ces recherches sont continuées.

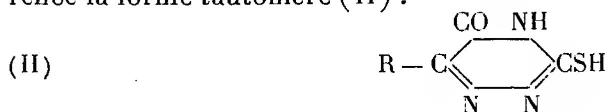
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les sulfoxytriazines*. Note de MM. **J. Bougault** et **L. Daniel**, présentée par M. Ch. Moureu.

Dans une Note récente [1], nous avons fait connaître quelques représentants d'un nouveau groupe de composés, les sulfoxytriazines substituées en 6, auxquelles, par analogie avec les dioxytriazines, nous avons attribué la constitution (I) :



[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 151.

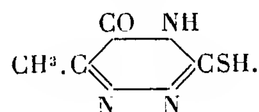
Les recherches poursuivies depuis tendent à nous faire adopter de préférence la forme tautomère (II) :



qui rend mieux compte de la plupart de leurs réactions : en particulier, leur acidité très prononcée, la décomposition, par les alcalis, de leurs monoéthers avec production de mercaptans. Ces caractères viennent accentuer la différence entre les sulfoxytriazines et les dioxytriazines.

I. La facilité d'obtention des sulfoxytriazines nous a engagés à tenter leur préparation à partir d'acides α-cétoniques dont les semicarbazones ne se déshydratent pas pour former les dioxytriazines. C'est le cas de l'acide pyruvique (¹).

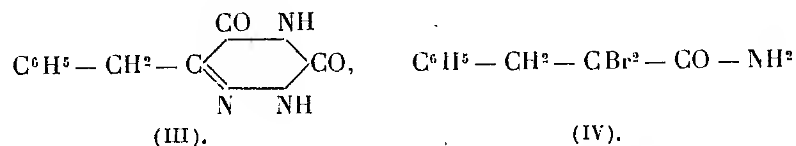
La thiosemicarbazone de cet acide se déshydrate, au contraire, en liqueur légèrement alcaline avec la plus grande facilité et donne, avec d'excellents rendements, la 6-méthylsulfoxytriazine



Ce corps fond à 220°; il est assez soluble à chaud dans l'eau et l'alcool, peu soluble à froid, très peu soluble dans l'éther et le chloroforme.

II. Parmi les différences signalées entre les dioxytriazines et les sulfoxytriazines nous avons relevé en particulier, dans notre précédente Note, l'action de l'hypobromite de sodium.

Avec ce réactif, les dioxytriazines dégagent de l'azote et donnent l'amide bibromé correspondant à l'acide α-cétonique générateur : ainsi la benzyldioxytriazine (III) donne l'amide phénylpropionique-α-dibromé (IV) :



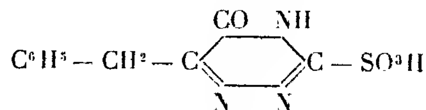
Au contraire, la sulfoxytriazine correspondante ne dégage pas d'azote.

Cependant une réaction s'est produite ; en détruisant l'excès d'hypobro-

(¹) J. Bougault, *Ann. de Chimie*, 9e série, 5, 1916, p. 317.

mite par du bisulfite de sodium et acidulant par l'acide chlorhydrique, on recueille un produit cristallisé, lequel, à notre grande surprise, n'est autre que la dioxytriazine correspondante.

Comme cette dioxytriazine est elle-même décomposée par l'hypobromite, ainsi qu'il est rappelé ci-dessus, il est clair qu'elle ne peut être le produit direct de l'action de l'hypobromite sur la sulfoxytriazine. Il faut admettre un produit intermédiaire, non isolé jusqu'ici, qui est ensuite décomposé, soit par le bisulfite, soit plus probablement par l'acide chlorhydrique, en donnant la dioxytriazine. Peut-être ce composé intermédiaire est-il un dérivé sulfoné tel que :



Quoi qu'il en soit, nous avons là un moyen de passer d'une sulfoxytriazine à la dioxytriazine correspondante.

III. Nous l'avons utilisé pour l'obtention de la 6-méthyldioxytriazine que l'on ne peut préparer à partir de la semicarbazone de l'acide pyruvique. Nous avons pleinement réussi.

Le composé résultant du traitement de la 6-méthylsulfoxytriazine par l'hypobromite, puis destruction de l'excès de réactif par le bisulfite de sodium, acidulation chlorhydrique, évaporation à sec et extraction par l'éther, présente tous les caractères de la 6-méthyldioxytriazine obtenue par Thiele et Bayley [1] par un tout autre procédé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation du glucose en solution alcaline par l'oxygène ou par l'air atmosphérique : formation d'oxyde de carbone.* Note de M. **Maurice Nicloux**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'oxydation du glucose en milieu alcalin par les agents oxydants ordinaires, par l'eau oxygénée et le permanganate de potassium, en particulier [2], a fait l'objet d'un grand nombre de travaux. On a notamment signalé parmi les produits d'oxydation : les acides formique, acétique,

---

(1) *Liebig's Annalen*, 303, 1898, p. 75.

(2) Et aussi mais rarement par l'air atmosphérique. Voir : J.-W.-E. Glattfeld, *Amer. chem. Journ.*, 50, 1913, p. 135, et M. H. Power and F. W. Upson, *Journ. of the Amer. chem. Soc.*, 48, 1926, p. 195.

lactique, l'aldéhyde pyruvique, les acides carbonique, érythronique, glycuronique, glycérique, glycolique, oxalique; c'est dire la complexité extrême de cette réaction.

L'étude qui fait l'objet de cette Note est plus limitée. Il s'agit de savoir quel est le changement de composition d'un volume déterminé d'oxygène mis au contact d'une solution alcaline de glucose. J'ai constaté, non sans étonnement, la formation d'un gaz combustible, absorbable par le chlorure cuivreux, se combinant à l'hémoglobine, qui n'est autre que l'oxyde de carbone.

Voici, brièvement, comment la démonstration peut en être faite.

Un flacon en verre Pyrex contient 250^{mg} de glucose dissous dans 50^{cm^3} d'une solution alcaline étendue. On y fait le vide et l'on porte le tout dans un bain-marie réglé. Lorsque, après quelques minutes, la température désirée est atteinte, on introduit dans le flacon 50^{cm^3} d'oxygène et l'on agite fortement cinq minutes en employant un dispositif qui empêche la température de s'abaisser. Ce temps écoulé, on recueille les gaz et on les mesure. L'excès d'oxygène est absorbé par l'hydrosulfite de sodium. Le résidu gazeux contient un peu d'azote et, éventuellement, l'oxyde de carbone formé dont on détermine la quantité par une analyse eudiométrique. Quant à l'acide carbonique, si l'on désire en connaître la proportion, on le dose à part, dans le liquide alcalin, par la méthode de Nicloux.

Résultats. — A. Dans une première série d'expériences j'ai déterminé les conditions nécessaires pour obtenir une production maxima d'oxyde de carbone. Ces conditions sont les suivantes :

En ce qui concerne la température, la production de CO, très faible vers 37-38°, augmente avec la température jusqu'aux environs de 84°, puis décroît progressivement jusqu'à 95-100°.

En ce qui concerne l'alcalinité, la production de CO, très faible pour une alcalinité de l'ordre de N/200 de la solution de glucose, augmente avec cette alcalinité, passe par un maximum dans des limites assez larges comprises entre N/12,5 et N/5, puis diminue et devient négligeable pour l'alcalinité 2N.

Les deux conditions maxima de température et d'alcalinité étant réunies on peut obtenir $1^{cm^3},6$ à $1^{cm^3},7$ d'oxyde de carbone pour 250^{mg} de glucose. La substitution de l'air atmosphérique en volume correspondant à celui de l'oxygène donne le même résultat.

En ce qui concerne le temps, pour une température de 84° et une alcalinité de $\frac{N}{10}$ par exemple, l'agitation à la main pendant 5 à 6 minutes, et à la condition qu'elle soit intense, est suffisante : on n'obtient pas plus

d'oxyde de carbone en prolongeant le contact avec l'alcali, au contraire. Toutefois pour des températures faibles (37-38°), allant de pair avec un contact prolongé, 24, 48 et même 72 heures, la production de CO croît avec le temps et peut alors atteindre la moitié environ de la quantité maxima.

B. Dans une seconde série d'expériences, j'ai déterminé pour des températures comprises entre 81 et 92° et une alcalinité de $\frac{N}{10}$, outre l'oxyde de carbone formé, les quantités d'oxygène consommé (¹) et d'acide carbonique produit, d'où l'on peut facilement déduire le pourcentage d'oxygène retrouvé à l'état de $CO + CO^2$ (²).

Le tableau suivant résume ces données.

Température.	Oxygène consommé.	CO produit.	CO^2 produit.	Rapport $\frac{CO}{CO^2}$.	Volume d'oxygène contenu dans $CO + CO^2$. Volume absolu.	En pour 100 de la quantité de O^2 consommé.
°	cm³	cm³	cm³		cm³	
81........	20,9	1,16	3,57	1 : 3,08	4,15	19,6
83........	18,5	1,31	4,06	1 : 3,1	4,72	25,4
84........	23,1	1,62	5,13	1 : 3,16	5,94	25,7
88........	21.7	1,36	5,33	1 : 3.9	6.01	27,6
92........	17,4	1,16	5	1 : 4,3	5,58	32,1

Ainsi la consommation de l'oxygène passe par un maximum vers 84° et la production de l'acide carbonique augmente avec la température. D'autre part, et c'est là le point sur lequel j'insiste, si les $3^{mg},5$ environ de carbone retrouvés sous forme de $CO + CO^2$ ne représentent qu'une faible partie des 100^{mg} contenus dans les 250^{mg} de glucose dont il ne subsiste après l'expérience qu'une quantité infime, le volume d'oxyde de carbone formé n'en est pas moins considérable vis-à-vis du terme ultime de l'oxydation, l'acide carbonique : c'est en effet un volume du premier qui peut prendre naissance pour trois volumes du second.

Nous aurons l'occasion de faire connaître en détails les modalités et les particularités de cette curieuse réaction et d'en tirer les conclusions d'ordre particulièrement biologique qu'elle nous paraît susceptible de comporter.

(¹) Différence entre le volume d'oxygène mis en expérience et celui, non utilisé, retrouvé à la fin de l'expérience.

(²) La différence entre 100 et ce nombre représente, naturellement, l'oxygène ayant servi à oxyder le glucose suivant une autre voie que celle qui conduit à $CO + CO^2$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une synthèse de la quinone (rectification).* Note [1] de M. **J.-F. Durand**, présentée par M. Paul Sabatier.

Une Note en collaboration avec M. Marcel Banos a paru ici sous le titre *Addition de l'acétylène à l'oxyde de carbone : synthèse de la quinone* [2]. Ayant été amené à répéter seul cette expérience, dans les conditions précises que nous avons décrites, je n'ai pu obtenir la moindre trace de quinone, et cela dans six essais consécutifs et indépendants. J'ai eu le même insuccès en variant les conditions de préparation de l'acétylène et de l'oxyde de carbone, leur degré de pureté et celui du chlorure cuivreux, enfin le degré de dessiccation de la pyridine. J'ai fait, de plus, répéter sous mes yeux les mêmes recherches, qui ont constamment abouti à un résultat négatif.

En conséquence, je rectifie, en ce qui me concerne personnellement, notre Communication précédente.

Dans l'action d'un mélange d'acétylène et d'oxyde de carbone sur les solutions de chlorure cuivreux dans la pyridine, il ne se forme pas la moindre trace de quinone.

GÉOLOGIE. — *Le Callovien à Madagascar entre le cap Saint-André et la Betsiboka.* Note de M. **Louis Barrabé**, présentée par M. Henri Douvillé.

C'est en 1904 que le Callovien fut signalé pour la première fois entre le cap Saint-André et la Betsiboka (côte ouest de Madagascar), par M. H. Douvillé [3] qui donna une liste des nombreuses espèces fossiles recueillies dans ce terrain par Mouneyres et Baron au cours de leur mission dans l'Ambongo en 1902. Depuis, les récoltes paléontologiques de Colcanap, Giraud et Stansfield ont contribué à accroître notre connaissance de cette faune. Au cours de ma mission dans cette région en 1926 j'ai pu suivre ou toucher en beaucoup de points la zone d'affleurement du Callovien et y recueillir de nombreux fossiles que j'ai déterminés.

---

(1) Séance du 16 avril 1928.

(2) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 972.

(3) H. Douvillé, *Sur quelques fossiles de Madagascar* (*Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, 4, 1904, p. 207).

Le Callovien affleure au Nord des plateaux bajociens et bathoniens de l'Ikavo et de l'Ankara en une bande étroite, large au maximum de 2^{km}, et qui s'étend sur une longueur de 150^{km} environ à vol d'oiseau depuis la vallée de la Namahota, au sud-ouest de Soalala, jusqu'aux abords de la Betsiboka, au Nord du lac Bondony. Cette zone d'affleurement passe au Nord de Namoroka, contourne Andranomavo par l'Ouest, passe ensuite par Tsiabohetsy, puis près d'Ankidabe, traverse la Mahavavy près de Majeromanga, contourne ce village par le Sud, et se poursuit jusqu'au Sud d'Ankirihitra et à la Betsiboka. L'ensemble s'ennoie vers le Nord avec un pendage de quelques degrés sous le Jurassique supérieur et les plateaux de grès crétacés. Malgré quelques variations de faciès le long de cette bande d'affleurement du Callovien, la succession stratigraphique ne varie guère dans ses grandes lignes. Elle présente de bas en haut les niveaux suivants :

1° Calcaires compacts, souvent oolitiques, du Bathonien.

2° Calcaires oolitiques, ferrugineux, avec intercalations de calcaires marneux et de marnes, à *Macrocephalites madagascariensis* Lemoine (var. de *macrocephalus*), *Oppelia subcostaria* Oppel, etc. Outre ces espèces et beaucoup d'autres déjà signalées, j'ai recueilli : *Montlivaultia* sp., *Rhynchonella indica* d'Orb., *Rh. pseudo-inconstans* Kitchin, *Rh.* cf. *pulcherrima* Kitch., *Rh. rugosa* Kitch., *Terebratula joraensis* Kitch., *T. acutiplicata* Kitch., *Terebratulina inflata* Kitch., *Cucullea corallina* Lyc., *Lopha gregarea* Sow., *Lopha Marshii* Sow., *Ceromya* cf. *sarthacensis* d'Orb., *Pholadomya lyrata* Sow., *Ceromya plicata* Ag., *Pleurotomaria* cf. *Buchana* d'Orb., *Macrocephalites chariensis* Waag., *M. elephantinus* Sow., *M. dimerus* Waag., *M. tumidus* Rein., *Perisphinctes fluctuosus* Pratt., *P. recuperoi* Waag., *Phylloceras Kudernatschi* Hauer, *Ph. lodaiense* Waag., *Belemnopsis tanganensis* Futt., *Nautilus jumarensis* Waag., dents de *Strophodus* sp. (toutes ces espèces sont nouvelles pour la région).

3° Marnes grises à concrétions ferrugineuses et gypse, avec faune de petite ammonites pyriteuses : *Hecticoceras* cf. *lunula* Rein., *H.* cf. *punctatum* Stahl, *Perisphinctes omphalodes* Waag., et en outre : *Belemnopsis tanganensis* Futt., *Exogyra auriformis* Goldf., *Ostrea* cf. *Sowerbyi* Morr. et Lyc.

4° Calcaires marneux blancs à huîtres (probablement Jurassique supérieur.

5° Grès jaunâtres ou rougeâtres (néocomiens à la base) nettement transgressifs sur la série sédimentaire précédente.

Le Valanginien (ou l'Hauterivien), représenté par des marnes grises à *Duvalia dilatata*, n'affleure que dans une fenêtre d'érosion sous ces grès (plaine de Soromaray).

Un grand nombre des espèces énumérées ci-dessus se rencontrent en de nombreux points de la bande d'affleurement du Callovien, notamment au Nord de Namoroka, à Tsiabohetsy, à l'Ouest de la Hopy, aux environs

d'Ankidabe, au SW d'Ambararata, au Sud de Majeromanga et au Sud d'Ankirihitra; cependant ce sont les environs d'Ankidabe et d'Ankirihitra qui m'ont fourni la faune la plus riche. Certaines formes telles que *Rhynchonella pseudo-inconstans* jouent un rôle important au point de vue stratigraphique : cette espèce semble en effet caractériser une zone formant le passage des calcaires à *Macrocephalites* aux marnes à *Hecticoceras*.

La plupart des espèces citées précédemment jointes aux formes déjà signalées par M. H. Douvillé, Colcanap et Spath donnent à la faune de cette région un caractère de similitude remarquable avec celle du groupe de Charee de la presqu'île de Cutch dans l'Inde. Cette analogie, mise pour la première fois en évidence par M. H. Douvillé, s'accentue à mesure que notre connaissance de la faune malgache progresse (en particulier pour les brachiopodes). Mes observations m'ont permis d'autre part de constater que ce n'est pas seulement la faune, mais aussi les faciès de toute la série stratigraphique qui rappellent le Callovien de Cutch. Là, comme à Madagascar, on trouve, à la base, des marnes alternant avec des bancs calcaires et des bancs d'oolite ferrugineuse (*golden oolite*) avec *Macrocephalites macrocephalus*, *Oppelia subcostaria*, *Sphæroceras bullatum* (zone à *Macrocephalites macrocephalus* d'Europe). Au-dessus, la série de Charee présente des marnes avec nodules ferrugineux à *Hecticoceras lunula* et *Reineckeia anceps*; malgré l'absence de cette dernière espèce dans la région étudiée à Madagascar, il est certain que cette zone à *Reineckeia anceps* est l'équivalent des marnes grises à *Hecticoceras* décrite plus haut. Des faciès et des faunes analogues se retrouvent d'ailleurs en plusieurs points des rives de l'ancien géosynclinal de Mozambique, en particulier près de Tanga (ancien Est africain allemand).

Il résulte de ces constatations que c'est dans la région étudiée que se rencontrent les analogies les plus grandes, tant au point de vue faciès qu'au point de vue faune, entre le Callovien de Madagascar et celui des rives du géosynclinal de Mozambique en Afrique et dans l'Inde occidentale.

GÉOLOGIE. — *Sur l'efficacité de la méthode de prospection magnétique pour la recherche des failles dans l'Oligocène d'Alsace.* Note de MM. **J. Jung** et **P. Geoffroy**, présentée par M. Pierre Termier.

L'Oligocène de la plaine d'Alsace étant en général dissimulé sous le Quaternaire, sa stratigraphie et sa tectonique n'avaient pu être étudiées

jusqu'ici que par sondage. Récemment la méthode de prospection électrique s'est montrée apte à déceler en profondeur les massifs salins diapirs [1].

Nous venons de constater, d'autre part, que la méthode magnétique est particulièrement apte à déterminer le trajet de certaines failles affectant l'Oligocène.

Les expériences ont été effectuées dans le Haut-Rhin, entre Cernay, Guewenheim et Lauw, où nous avons entrepris de relever en détail le réseau de failles limitant, contre le Sannoisien du pied des Vosges, le Stampien de la partie axiale de la fosse rhénane. Le Sannoisien y est épais de 650^m. Sa partie supérieure, qui seule nous intéresse, est formée de 250^m de marnes bariolées alternant avec des conglomérats riches en galets de roches éruptives anciennes. Le Stampien débute par les marnes à Foraminifères et les Schistes à Amphisyle, d'une puissance totale de 50^m, et se poursuit par les épaisses couches à Méletta, marnes micacées extrêmement sableuses. Ces terrains sont lithologiquement assez différents pour provoquer, le long de leur ligne de juxtaposition par faille, des perturbations mesurables de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

L'appareil utilisé pour ces mesures est un théodolite-boussole de Brunner-Chasselon, servant habituellement à la mesure de la valeur absolue de la composante horizontale. Nous l'avons utilisé de la manière suivante. On dispose, à une distance R d'un aimant suspendu à un fil sans torsion, un aimant fixe. Par rotation de l'ensemble on amène l'axe magnétique du premier aimant, dirigé suivant le champ résultant, à être perpendiculaire à celui du second.

Si l'on appelle φ l'angle dont on a tourné l'appareil à partir de la direction du Nord magnétique, on a la relation

$$\frac{2\mu}{R^3 H} = \sin\varphi,$$

conduisant à

$$\frac{dH}{H_0} = \cot g\,\varphi_0\, d\varphi - \mu(t - t_0),$$

la formule à coefficients numériques étant ici

$$\Delta H = -25\,\Delta\varphi - 18(t - t_0),$$

ΔH étant exprimé en γ, $\Delta\varphi$ en minutes d'arc et t en degrés centigrades.

(1) G. Friedel, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1028. C. et M. Schlumberger, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 445.

L'amplitude des maxima et minima est légèrement modifiée par le fait que, dans la formule de variation, on néglige les termes de second ordre. Mais cette erreur est peu gênante en ce qu'elle n'affecte pas la position des maxima et des minima. Quant aux erreurs accidentelles, leur limite supérieure est de l'ordre de 20 γ.

L'existence d'une faille se traduit, dans une coupe perpendiculaire à sa direction, par la présence d'un maximum ou d'un minimum de la composante horizontale. En faisant plusieurs coupes transversales successives, on détermine des alignements de maxima ou de minima qui jalonnent, sur le terrain, le tracé de la faille.

L'amplitude des maxima atteint exceptionnellement 600 γ au nord de Guewenheim. Dans la vallée de la Doller, sous 10^m d'alluvions, elle se traduit encore par un maximum de l'ordre de 70 γ. Le contact de l'Oligocène et des calcaires bathoniens se traduit à Lauw par un minimum de — 300 γ.

La possibilité, ainsi mise en évidence, de déterminer le parcours des failles dans l'Oligocène à travers une couverture moyenne d'alluvions, permet d'envisager sous un jour nouveau le problème de la recherche du pétrole en Alsace.

GÉOLOGIE. — *Sur le métamorphisme général des terrains secondaires dans certaines parties des Pyrénées.* Note de M. **Léon Bertrand**, présentée par M. Pierre Termier.

La question fort intéressante du métamorphisme qui, dans certaines parties de la zone nord-pyrénéenne, a affecté les couches secondaires jusqu'à l'Albien, comme je l'ai signalé depuis longtemps, vient d'être remise à l'ordre du jour par M. H. Douvillé dans une Note aux *Comptes rendus* (186, 1928, p. 1031), où il a été conduit, pour la partie occidentale de la chaîne, à discuter l'origine du métamorphisme des terrains secondaires dans le voisinage de l'ophite. Se fondant sur ce que l'ophite étant d'âge triasique, on ne saurait lui attribuer un métamorphisme affectant des terrains plus récents et, d'autre part, sur le fait que sur bien des points on constate un métamorphisme analogue dans des calcaires éloignés de tout affleurement d'ophite (argument que j'ai moi-même développé en l'étendant à toutes les roches vertes), M. Douvillé aboutit à la conclusion suivante :

« Il semble donc que, dans bien des cas, ce développement de la cristallinité puisse être attribué à un métamorphisme général, dans des synclinaux où toutes les roches

ont été soumises à l'action combinée de la chaleur et de la pression, conditions favorables, comme l'a dit Lacroix, au développement des phénomènes exomorphes; elles impliquent, dit-il, une action plus active des agents minéralisateurs apportant des éléments étrangers, action, du reste, variable avec la profondeur. Il est d'ailleurs possible que ces éléments soient apportés simplement par les eaux chaudes circulant dans les sédiments à la manière des sources thermales actuelles. »

Cette interprétation est, en substance, conforme à l'opinion que j'ai soutenue dans mon Mémoire de décembre 1907, intitulé : *Contribution à l'histoire stratigraphique et tectonique des Pyrénées orientales et centrales* (*Bull. Carte géol. Fr.*, n° 118, 183 pages, 40 figures et 5 planches). Tandis que les phénomènes métamorphiques observés dans les couches d'âge secondaire avaient été, antérieurement à mes recherches, attribués à l'action exomorphe des roches basiques au voisinage desquelles ils avaient été étudiés spécialement, j'aboutis géologiquement à une autre conception. L'existence d'un *métamorphisme général*, *d'origine géosynclinale*, *indépendant d'une action de contact des roches vertes* (et même ayant pu, parfois, donner naissance à certaines de ces roches, mais non aux ophites triasiques), fut considérée par moi comme la seule hypothèse possible. D'ailleurs, en 1912, cette interprétation a été confirmée par les importantes études de détail sur le terrain, appuyées de minutieuses analyses pétrographiques et chimiques, du regretté Michel Longchambon (*Contribution à l'étude du métamorphisme des terrains secondaires dans les Pyrénées orientales et ariégeoises* (*Bull. Carte géol. Fr.*, n° 131, 68 pages, 7 figures). Depuis lors, dans les parties plus occidentales de la chaîne, les recherches très précises de M. Pierre Viennot et les observations de M. P. Lamare ont démontré que le même phénomène s'étend en des régions d'ailleurs discontinues, correspondant vraisemblablement aux parties où l'enfoncement géosynclinal a été plus grand que dans le voisinage.

Particulièrement instructif à cet égard est le fait, d'abord mis en évidence par M. Viennot et confirmé par M. Lamare dans la zone étudiée par lui, que les ophites se rencontrant en des régions où ce métamorphisme général n'existe pas n'ont développé à leur contact qu'un métamorphisme insignifiant, voire même nul, tandis que celles qui se trouvent dans les zones affectées par le métamorphisme général ont elles-mêmes subi les effets de ce dernier. Elles y ont été *dipyrisées* comme le sont les calcaires et marnes secondaires, fait très caractéristique du métamorphisme général nord-pyrénéen, dont Michel Longchambon a donné une explication très suggestive. Il a attribué l'apport de soude dont témoigne la dipyrisation à la traversée

du Trias salifère et gypsifère par les eaux fumerolliennes, venues de la profondeur, qui ont dû être l'un des principaux facteurs de ce métamorphisme général des couches secondaires.

Cependant, dans une publication encore récente [1], M. Charles Jacob a contesté l'origine géosynclinale de ce métamorphisme et il admet que celui-ci est « en rapport avec la mise en place des roches vertes et autres (lherzolites, ophites, etc.) ». En ce qui concerne les ophites, la question semble complètement élucidée d'après tout ce qui précède; l'âge triasique de ces roches, se terminant tout au plus à la base du Rhétien, ne permet évidemment pas de leur attribuer un rôle quelconque dans le métamorphisme qui a affecté les couches jurassiques et crétacées jusqu'à l'Albien. S'il pouvait subsister quelque doute à cet égard, les constatations, rappelées plus haut, de MM. Viennot et Lamare et l'opinion actuelle de M. H. Douvillé, suffiraient à le lever.

La question est plus discutable en ce qui regarde les lherzolites. Dans les cas les plus typiques (Étang de Lherz, environs de Vicdessos, Bois du Fajou, Pic de Gerale, etc.), il ne saurait exister de doute sur une relation génétique entre la situation de ces roches et la présence de *dolomies* jurassiques, comme l'a bien établi Longchambon. Or, cette relation ne saurait, à mon avis, être interprétée que par la production de *magmas locaux*, très magnésiens, ayant dû se faire par la voie d'une fusion hydrothermale avec apports venus de la profondeur, comme conséquence du métamorphisme général des couches secondaires encaissantes. Cela n'empêche d'ailleurs pas que certaines parties de ces magmas locaux, au lieu de s'être solidifiées *in situ*, aient été injectées jusqu'en d'autres points que ceux où ils avaient pris naissance.

En tout cas, l'étude que j'ai faite — et que je viens de vérifier — de la région nord-pyrénéenne comprise sur la feuille de Quillan, où le métamorphisme des couches secondaires affecte non seulement la série que j'ai dénommée B, mais aussi une partie de la série A qui lui sert de substratum, démontre avec évidence que *ce métamorphisme est un phénomène général, existant en l'absence et à grande distance de tout affleurement des roches vertes et dont l'intensité tend à décroître, le long des Pyrénées, de l'Est vers l'Ouest.*

---

(1) *Considérations tectoniques sur les Pyrénées* (*Bull. Soc. Hist. natur. Toulouse*, 56, 1927, p. 293-294).

GÉOLOGIE. — *Sur l'extension des calcaires à Syringopora dans le sud-ouest de Madagascar.* Note de M. **H. Besairie**, présentée par M. Pierre Termier.

Les calcaires à Syringopora du bassin du Ianapera ont été découverts pour la première fois par M. Perrier de la Bâthie [1] entre Mavohazo et Sakalave. Je les ai rencontrés en nombreux points de la région du moyen Onilahy, mais à des niveaux stratigraphiques divers.

Les formations de base de la série sédimentaire comprennent les divisions suivantes [2] : schistes noirs et conglomérats, couches à charbon, série rouge inférieure, couches de Sakamena. Les calcaires à Syringopora du Ianapera se trouvent au sommet de la série rouge inférieure. Je ne les connais à ce niveau qu'en ce lieu. Il y a bien des calcaires tout le long de la rivière gauche de la Sakoa, qui m'ont fourni de mauvais débris de fossiles, actuellement à l'étude, mais pas de polypiers. Par contre les calcaires à Syringopora affleurent sur le versant oriental du Mont Vohibondro, sur la petite colline qui domine le village de Savasy, et à 6^{km} à l'ouest du confluent Andemby-Sakoa. Ce sont de minces couches, de faible épaisseur et d'allure lenticulaire, qui, en ces trois points, semblent bien être du même âge.

A l'est de la Sakamena et parallèlement à cette rivière, un niveau continu affleure depuis Vohipanana jusqu'à Ambatokapika, c'est-à-dire sur plus de 40^{km}. Il y a à la base, une couche bien développée d'un conglomérat comportant de nombreux éléments cristallins. Les grès d'Ambatokapika qui recouvrent les calcaires sont situés immédiatement au-dessous des grès à *Tangasaurus Menelli* de l'Eliva.

Les calcaires à Syringopora ont donc une très grande extension dans le sud-ouest de Madagascar. Les niveaux inférieurs lenticulaires indiquent que, par endroit, la mer permienne a communiqué avec les lacs qui ont déposé les couches à *Glossopteris*. La longue bande Vohipanana-Ambatokapika reste le témoin d'un essai de transgression marine, vite avortée.

---

[1] A. Lacroix, *Minéralogie de Madagascar*, 1, p. 59.

[2] H. Besairie, *Sur les formations sédimentaires anciennes du sud-ouest de Madagascar* (*C. R. Som. Soc. Géol. de France*, 4e série, 27, 1927, p. 39-41).

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Mesures de l'ozone de la haute atmosphère pendant l'année* 1927. Note de M. **H. Buisson**, présentée par M. Ch. Fabry.

J'ai pu obtenir au cours de l'année 1927, un certain nombre de déterminations journalières de la quantité d'ozone contenue dans l'atmosphère. La méthode employée est celle qui a été décrite par Fabry et Buisson en 1921 (¹). Un spectrographe double, à deux couples croisés de prismes de quartz, permet d'obtenir l'extrémité ultraviolette du spectre solaire sans trace de voile. L'ensemble optique est installé sur une charpente de fer rigide et tout à fait à l'abri de déplacements lents.

Une série de poses photographiques faites au cours d'une même journée, pour différentes hauteurs du soleil, permet de déterminer l'absorption de plusieurs longueurs d'onde en fonction de l'épaisseur d'air traversée. Comme on connaît les coefficients d'absorption de l'ozone pour ces mêmes longueurs d'onde, on en déduit la quantité qui a produit cette absorption. La méthode suppose que la masse absorbante ne varie pas pendant l'ensemble des poses, cas souvent réalisé et qui est constaté par la régularité des mesures. On a ainsi l'épaisseur d'ozone pour plusieurs jours bien choisis. D'autre part, on a une série de mesures comparatives en faisant sur une même plaque, pendant une quinzaine, une pose par jour, le soleil étant chaque fois à la même hauteur. On obtient ainsi, de la façon la plus directe, la variation d'un jour à l'autre. Ces clichés de quinze jours empiètent les uns sur les autres, pour se raccorder et former un ensemble cohérent, qui a pour base les mesures absolues.

Le tableau ci-après donne l'ensemble des résultats. Chaque nombre exprime en centièmes de millimètre l'épaisseur d'ozone pur, ramenée aux conditions normales de température et de pression, qui se trouve sur la verticale, au milieu de la journée.

Ces résultats confirment ceux qui ont été trouvés par Dobson et Harrison (²) et par Götz (³). Il y a d'abord une grande variation annuelle, avec un maximum de 400 environ au printemps et un minimum de 200 en automne, puis des variations irrégulières, à courte période, liées à celles de la pression atmosphérique et de sens inverse.

Il est intéressant de comparer les résultats de mes mesures à ceux que

(¹) *Journal de Physique*, 6ᵉ série, 2, 1921, p. 197.
(²) *Proceedings of Royal Society*, A, 110, 1926, p. 660.
(³) *Die Sterne*, 5, 1925, p. 189.

Dobson a obtenus, dans la même année, en différentes stations réparties en Europe occidentale. Il y a accord général, mais plus particulièrement celui qui se constate entre Arosa (Suisse) et Marseille est tout à fait satisfaisant, les courbes des deux stations présentant les mêmes variations, avec un faible écart constant, dû aux différences de méthode employée. Ce bon accord, dû aux conditions relativement continentales de ces deux stations, confirme d'une manière satisfaisante l'exactitude des variations observées.

Mesures journalières de l'ozone atmosphérique faites à Marseille, 1927.

	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juil.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
1...	»	310	»	404	370	313	323	274	253	267	219	»
2...	»	320	382	375	352	323	326	282	249	247	222	»
3...	»	280	351	386	370	316	326	285	256	258	211	»
4...	»	320	336	363	»	336	311	273	272	»	217	»
5...	»	311	»	347	»	344	286	260	275	284	211	249
6...	»	»	»	319	»	320	282	»	271	»	»	»
7...	»	338	»	318	»	299	291	»	289	»	»	»
8...	»	»	»	329	388	315	»	»	288	294	»	»
9...	»	»	»	350	387	319	336	280	272	293	»	»
10...	»	337	320	397	»	»	304	265	269	288	»	»
11...	»	337	»	388	»	332	284	257	»	265	284	»
12...	»	281	»	415	»	»	»	277	302	264	232	»
13...	»	»	»	387	338	330	299	273	294	261	»	261
14...	»	263	351	379	338	»	312	272	293	276	230	»
15...	»	»	314	345	360	»	306	262	287	»	235	»
16...	»	374	311	404	360	321	300	270	»	»	240	222
17...	»	360	»	380	353	»	307	282	283	294	208	241
18...	»	343	359	380	»	335	309	274	»	306	»	»
19...	»	380	375	357	»	305	282	315	270	283	»	»
20...	»	»	»	361	328	320	274	281	265	261	»	»
21...	»	305	304	361	»	297	276	»	268	282	»	»
22...	»	»	»	354	350	288	273	270	»	279	»	»
23...	»	»	»	379	377	279	276	272	»	292	»	»
24...	«	»	»	341	347	294	290	273	»	260	»	»
25...	317	»	»	320	330	324	281	273	»	250	»	»
26...	»	358	»	326	347	311	285	322	»	240	»	»
27...	»	»	»	338	»	»	289	293	279	237	»	»
28...	330	302	448	320	344	325	290	268	292	»	»	»
29...	280	»	379	347	350	325	281	270	266	229	»	291
30...	»	»	331	»	330	305	275	268	283	224	»	301
31...	»	»	363	»	»	»	278	260	»	»	»	284

MYCOLOGIE. — *Sur l'influence exercée par le support sur les caractères morphologiques du Polypore du Bouleau. Contribution à l'étude du rôle antioxygène du tanin.* Note de M. **L. Lutz**, présentée par M. L. Mangin.

Dans un travail précédent ([1]), j'ai montré que la spécificité d'un grand nombre de Champignons épiphytes était conditionnée par la présence dans le support de substances variées, jouant le rôle d'antagonistes. Il suffit, dès lors, d'enlever partiellement ou totalement ces substances, par des solvants appropriés, pour conférer au support une vulnérabilité plus ou moins parfaite.

Parmi les expériences faites à ce sujet, figurait l'étude de la spécificité du Polypore du Bouleau vis-à-vis du Chêne. Ce bois est normalement invulnérable pour le Polypore, mais, en le soumettant à une série de délavages méthodiques par l'eau à 120°, on le prive progressivement de ses tanins solubles, si bien qu'il arrive un moment où il devient vulnérable. A cet état, il renferme encore une quantité de tanin suffisante pour que cette substance puisse exercer son influence sur le développement ultérieur du Champignon.

Dès lors, si l'on ensemence aseptiquement du mycélium d'*Ungulina betulina* sur un rondin de Chêne amené par délavages ménagés au stade précis de vulnérabilité, puis stérilisé, on peut, au bout de plusieurs mois, obtenir la fructification du Champignon ([2]). Mais cette fructification s'accompagne de phénomènes remarquables.

Le mycélium ensemencé, et provenant d'une culture sur milieu artificiel, est parfaitement blanc. Mais, dès le début de son développement sur le Chêne, il se teint d'abord en jaune (Code des couleurs de Klincksieck n° 141), puis en brunâtre. Il ne tarde pas d'ailleurs à pénétrer dans l'aubier et cesse de se développer en surface.

Dans l'expérience rapportée ici, les choses restèrent en cet état apparent

---

([1]) L. Lutz, *Sur la spécificité de quelques Hyménomycètes lignicoles vis-à-vis de leurs supports* (*Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 759).

([2]) Le rondin de Chêne était disposé verticalement dans un cristallisoir contenant de l'eau stérilisée et sous une cloche de verre à douille, à fermeture hydraulique (solution de sublimé), bouchée au coton et stérilisée soigneusement au préalable. Le développement du Champignon s'est donc effectué dans des conditions complètes d'asepsie.

pendant environ 18 mois, puis l'écorce éclata en un point, et il émergea une masse mycélienne d'un beau blanc (C. c. n° 153 B), qui grossit rapidement et atteignit la grosseur d'une noix. Vers le quinzième jour, cette protubérance commença à se teinter de chamois clair, puis brunit progressivement et rapidement et finit par devenir brun fuligineux foncé (C. c. n° 130) avec maculatures plus foncées (C. c. n° 135).

Après un temps d'arrêt de quelques jours, une nouvelle protubérance se montre sur la première, d'abord blanche, puis brunissante et le phénomène se répéta jusqu'à constituer un pied de $0^{m},10$ environ de longueur, à l'extrémité duquel, par le même mécanisme, se développa un chapeau, d'abord blanc, avec tubes hyméniens blancs, puis brunissant (parties blanches du chapeau : C. c. n° 153 B; parties brunes : C. c. n°s 130-135). De nouvelles protubérances continuèrent à agrandir le chapeau, qui fut cependant gêné dans son développement par la cloche et se déforma, mais en passant toujours par les mêmes phases successives de coloration.

Si l'on vient à blesser, au moyen d'un scalpel flambé, le pied ou le chapeau, on constate qu'à la surface, se trouve une croûte brune de $0^{mm},5$ à 1^{mm} d'épaisseur, sous laquelle la chaire est blanchâtre (C. c. n° 128 A à 128 D), mais après quelques heures d'exposition à l'air, la partie lésée a repris la teinte brune des régions environnantes.

Une portion de mycélium, reportée sur le milieu artificiel, puis sur Bouleau, a fourni des cultures parfaitement blanches.

La coloration des portions externes du Champigon s'explique par l'aspiration, faite par le chapeau, du tanin encore contenu dans bois et par son oxydation progressive sous la double action de la diastase oxydante sécrétée par le champignon et de l'oxygène de l'air.

Cette expérience, outre la confirmation des données déjà acquises sur la spécificité et sur l'oxydabilité du tanin, montre à quel point les caractères extérieurs d'un Champignon peuvent être modifiés lorsqu'il se développe sur un support inaccoutumé et combien il convient d'être prudent dans l'interprétation de la valeur systématique de l'espèce en mycologie.

ALGOLOGIE. — *Sur les bromuques de diverses Céramiacées.*
Note de M. **G. Ollivier**, présentée par M. L. Mangin.

C. Sauvageau a nommé *bromuques* une catégorie de *Blasenzellen* dont le contenu rougit sous l'influence de la fluorescéine, réaction que cet auteur

attribue à la présence de brome. Chez certains genres, *Antithamnion* Näg., *Antithamnionella* Lyle et *Dohrniella* Funk, les bromuques sont gros et facilement observables sans coloration. D'après Schussnig ([1]), qui a étudié ceux d'*Antithamnion Plumula*, ce seraient des cellules excrétrices; elles communiqueraient tardivement avec les cellules qui les portent par un large pore, puis déverseraient leur contenu à l'extérieur par éclatement. C'est qu'en effet il a étudié seulement des plantes fixées au Flemming. Or l'examen comparatif d'individus vivants et d'individus fixés m'a démontré que cet auteur considère comme normaux des bromuques déjà éclatés sous l'influence du fixateur : il en résulte toute une série de confusions, et le rôle excréteur des bromuques, tel que le conçoit Schussnig, devient très douteux.

Ces bromuques sont plus fréquents qu'on ne le croyait. D'après Petersen et Kylin, qui ont étudié seulement les *Ceramium* septentrionaux, leur présence caractériserait le *C. tenuissimum*. On n'en connaissait point chez les autres espèces, d'une manière certaine, car les bromuques des *Ceramium*, plus petits et plus fugaces que ceux des autres genres, sont souvent masqués par les cellules colorées des anneaux corticaux; en outre, ils disparaissent par dessiccation et par l'action de la plupart des fixateurs.

La réaction de C. Sauvageau permet de les déceler : en l'appliquant aux *Ceramium* que j'ai récoltés d'Antibes à Menton, j'ai constaté la présence constante de bromuques sur les individus robustes et en voie d'accroissement des espèces suivantes : *C. rubrum* Ag., *C. circinatum* J. Ag., *C. diaphanum* Roth, *C. strictum* Grev. et Harv., *C. elegans* Ducl., *C. tenuissimum* J. Ag., *C. byssoideum* Harv. (= *C. transversale* Coll.). Parmi eux, le *C. byssoideum* en est le mieux pourvu ([2]). Les bromuques manquent chez les individus de ces mêmes espèces qui ont terminé leur croissance; ils sont absents ou peu nombreux dans les formes grêles de profondeur et je n'en ai pas vu sur les exemplaires de *C. Bertholdii* Funk dragués à Villefranche-sur-Mer. Enfin *C. ciliatum* Ducl., *C. echionotum* J. Ag. et *C. clavulatum* Ag., caractérisés par leurs anneaux épineux, m'ont toujours paru dépourvus de bromuques.

Je n'ai jamais observé, au cours de ces nombreux examens, les cristaux d'albumine figurés par Kylin dans les bromuques de *C. tenuissimum*, mais

---

([1]) B. Schussnig, *Ueber die Entwicklung und die Funktion der* « Blasenzellen » *bei den Florideen* (*Arch. für Protistenkunde*, 58, 1927, p. 201-119, Taf. 1 et 2).

([2]) G. Ollivier, *Sur un* Ceramium *à bromuques* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 297).

les chromatophores pâles des cellules sous-jacentes, vus par transparence, en donnent souvent l'illusion.

Les recherches que j'ai faites sur les côtes des Alpes maritimes pour me procurer ces plantes m'ont permis de récolter trois espèces non encore signalées en France. Ce sont *Dohrniella neapolitana* Funk, *Ceramium Bertholdii* Funk connus seulement à Naples (¹) et *Ceramium byssoideum* Harv. que j'ai trouvé aussi parmi des algues de Tunisie et que jusqu'à présent Petersen (²) avait été le seul à signaler dans la Méditerranée.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur la défloculation et la plasmolyse des enduits terreux.* Note de M. **B. Ganossis**, transmise par M. P. Sabatier.

Dans une Note précédente (³), nous avons montré avec notre regretté Maître M. J. Dumont, d'une part qu'on peut rendre nulle la perméabilité de la terre au moyen des solutions décinormales de CO^3Na^2 et CO^3Am^2, et d'autre part qu'on peut rétablir cette perméabilité en faisant traverser la terre par une solution décinormale de $Ca\,Cl^2$.

Nous avons continué nos recherches en nous plaçant dans les mêmes conditions expérimentales, c'est-à-dire en employant la même terre de Grignon — cultivée sans engrais depuis 1875 — préalablement séchée à l'air, puis tamisée et placée dans un manchon de verre sous une épaisseur de $16^{cm},5$, avec le même dispositif enregistreur (évaporomètre-balance). La distribution de l'eau était faite comme précédemment à pression constante.

Voici les résultats obtenus avec les différentes solutions que nous avons employées :

(¹) G. Funk, *Ueber einige Ceramiaceen aus dem Golf von Neapel* (*Beih. z. Bot. Centralblatt*, 39, Abt. II, 1922, p. 236 et 241).

(²) H. E. Petersen, *Danish oceanographical Expeditions*, 1908-1910, 2, *Algæ*, p. 14.

(³) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1300.

Volume de liquide écoulé par heure (en cm^3).

Heures.	Solutions décoagulantes, rendant la terre imperméable.			Solutions coagulantes, rétablissant la perméabilité de la terre.					
	$NaOH$.	$NaCl$.	$NaNO^3$.	$Ca(NO^3)^2$.	$CaSO_4$ (à 0,2 p. 100).	KCl.	KNO^3.	HCl.	HNO^3.
De 0 à 7...	9,5	10,3	10,0	-	-	-	-	-	-
7 14...	7,0	8,0	7,2	-	-	-	-	-	-
14 21...	3,4	5,7	5,0	-	-	-	-	-	-
21 28...	1,3	-	-	-	-	-	-	-	-
28 35...	0,8	-	4,2	1,5	-	-	-	-	-
35 42...	0	4,5	3,0	-	-	-	-	-	-
42 49...	-	-	2,2	2,3	-	1,1	1,2	-	-
49 60...	-	4,0	1,3	4.0	-	2,0	1,8	1,3	1,6
60 70...	-	-	-	5.6	1,3	-	3,0	2,4	2,7
70 80...	-	-	-	7.4	-	3,3	3,5	3,0	3,2
80 90...	-	-	-	9,5	-	4,0	4,1	3.9	4,0
90 100...	-	2,2	0,79	10,0	4,8	6,8	7,0	6,3	7,0
100 110...	-	-	-	-	-	8,0	8,6	7,2	8,3
110 120...	-	1,7	-	-	-	9,0	9,8	9,2	10,0
120 130...	-	-	0	11.3	-	10.3	10.7	10,0	10,1
130 150...	-	-	-	-	-	-	-	-	-
150 170...	-	1,4	-	-	-	-	11,0	-	-
170 190...	-	-	-	-	6,0	-	-	-	-
190 210...	-	-	-	-	-	11,3	-	-	-
210 230...	-	0	-	-	-	-	-	-	-
230 250...	-	-	-	-	7,8	-	-	14,3	-
250 270...	-	-	-	-	8.5	-	-	-	13,0
270 290...	-	-	-	-	-	-	-	-	-
290 310...	-	-	-	-	-	-	-	-	-
310 330...	-	-	-	-	-	-	-	-	-
330 350...	-	-	-	-	-	-	-	-	-
350 370...	-	-	-	-	-	-	-	-	-
370 390...	-	-	-	-	-	-	-	-	-
De 390 à 410...	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Les solutions amenant le rétablissement de la perméabilité ont été appliquées sur la terre imperméabilisée par le carbonate sodique, comme dans les expériences précédentes.

On voit qu'en dehors des carbonates alcalins, la soude, le chlorure de sodium et le nitrate de sodium font aussi obstacle à l'écoulement en amenant à la fin l'imperméabilité complète de la terre, chaque solution à des intervalles différents. Par contre le nitrate et le sulfate de calcium ainsi que

les KCl, KNO^3, HCl, HNO^2 se conduisent comme le $CaCl^2$ en rétablissant la perméabilité de la terre. L'action coagulante de $Ca(NO^3)^2$ semble être à peu près de même intensité que celle de $CaCl^2$, les KCl et KNO^3 se montrent un peu moins efficaces, et le $CaSO^4$ vient en dernière ligne.

Dans les eaux d'écoulement provenant de l'application des solutions de KCl et KNO^3 nous avons constaté l'existence de $CaCl^2$ et $Ca(NO^3)^2$ provenant de l'échange de l'ion K avec l'ion Ca contenu dans la terre [ce qui a été déjà constaté par d'autres auteurs (¹)]. Ainsi après la 410ᵉ heure d'écoulement, la chaux de la terre a été diminuée de 2ᵍ,9 à 1ᵍ,5 sans que la perméabilité de la terre en souffrît.

Quant aux acides HCl et KNO^3, ils exercent bien, eux aussi, une action coagulante manifeste. Après la 230ᵉ heure pour le HCl et la 270ᵉ pour HNO^3 nous voyons que les vitesses d'écoulement s'accroissent brusquement; cela coïncide avec un entraînement notable d'argile colloïdale, que l'on constate en ce moment à l'état de floculation dans les eaux d'écoulement.

Le K^2SO^4 que nous avons aussi essayé pour rétablir la perméabilité, s'est montré inefficace. De même la potasse en solution décinormale et l'eau de chaux saturée de CaO.

La potasse, appliquée sur une terre n'ayant pas été auparavant imperméabilisée, montre une action comparable à celle de K^2CO^3, comme nous l'avons exposée dans la Note précédente.

BIOLOGIE. — *L'influence maternelle dans le déterminisme de l'asthénobiose acyclique : Métagonie et réactivants métagoniques.* Note de M. **E. Roubaud**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

J'ai indiqué antérieurement que chez les organismes hétérodynames affectés cycliquement (Muscides) d'une période d'inactivité évolutive spontanée, survenant régulièrement chez une des générations du cycle annuel, cette période d'arrêt évolutif pseudo-hivernal correspond à un état d'intoxication spécifique ou de fatigue, hérité du labeur physiologique des générations antérieures actives. J'ai également montré que l'hétérodynamie ne se manifeste pas toujours d'une façon régulière, mais que chez certains types d'insectes on voit par exemple se succéder irrégulièrement tantôt des pontes *actives*, donnant naissance à des individus normaux à évolution rapide con-

(¹) A. Demolon, *Thèse de la Faculté des Sciences de Paris*, 1926.

tinue, tantôt des pontes inactives produisant des individus dont le développement est arrêté ultérieurement par une longue période d'asthénobiose.

Chez le Stégomyia de la Fièvre jaune, l'asthénobiose affecte irrégulièrement les larves primaires dans les pontes de la même femelle. Certains œufs (œufs durables) renferment des larves inactives, incapables d'éclosion spontanée sans un stimulant extérieur, tandis que d'autres, de la même ponte, ou de pontes diverses, éclosent et évoluent spontanément sans le concours de ces stimulants.

Chez le Phlébotome (*Phl. pappatasii*) une femelle peut également donner tantôt uniquement des descendant actifs, à développement rapide et continu, tantôt des individus inactifs dont le développement larvaire s'arrête au quatrième stade et ne peut reprendre sans l'intervention d'une longue période d'athermobiose réactivante.

Mes recherches m'amènent à penser que dans ces cas curieux d'hétérodynamie irrégulière, le développement de l'insecte est déterminé tantôt dans le mode actif continu, tantôt dans le mode inactif discontinu, sous l'influence du milieu intérieur maternel. C'est l'action toxique de ce milieu s'exerçant sur les ovules, au cours d'une stagnation trop prolongée dans l'abdomen maternel avant la ponte, qui provoque l'évolution torpide.

Dans les deux exemples ci-dessus (Stegomyia et Phlébotome), j'ai constaté que si le développement de l'œuf chez la mère s'effectue rapidement et si la ponte survient de façon normalement accélérée, les œufs produits donnent naissance à une lignée d'individus en majorité ou en totalité *actifs*. Lorsque, au contraire, le développement ovulaire se montre ralenti chez la mère, lorsque la ponte est tardive, les individus qui en proviennent sont en majorité ou en totalité *inactifs*. Il apparaît donc que la stagnation prolongée des ovules avant la ponte dans l'organisme maternel, la maturation difficile de ces éléments chez des femelles physiologiquement peu actives, affectent directement d'un patrimoine torpide la destinée des individus qui en procèdent. Ces individus se montrent frappés, dans un avenir plus ou moins prochain, d'incapacité évolutive; leur développement s'arrête à un stade plus ou moins avancé, et l'état sexué ne peut être obtenu sans l'intervention réactivante de stimulants spécifiques.

Dans l'hétérodynamie acyclique, l'asthénobiose ou torpeur spontanée représente donc bien la conséquence immédiate d'une hérédité toxique ralentissante de l'activité métabolique. Nombre de phénomènes de dualisme évolutif ou de variations pœcilogoniques, chez les organismes inférieurs, me paraissent relever d'influences analogues. Chez les insectes, en particu-

lier, le fait que les circonstances de maturation de l'œuf chez la mère peuvent se traduire dans la descendance par une stase évolutive anormale, ou par le maintien de l'organisme à un état de développement incomplet pendant un temps prolongé, ouvre des horizons sur le déterminisme de certains phénomènes énigmatiques (déterminisme des castes d'asexués aptères, etc.).

Au point de vue biologique général, il convient d'assimiler à un processus fécondant, ou fertilisateur supplémentaire, les influences réactivantes spécifiques, obligatoires, de l'activité métabolique (athermobiose, anhydrobiose, stimulants chimiques, etc.) auxquelles sont astreints les organismes en asthénobiose pour qu'ils puissent reprendre la suite de leur développement. Étant donnée l'importance très générale de ces phénomènes, je crois utile de distinguer sous le terme particulier de *métagonie* le processus réactivant supplémentaire s'exerçant tardivement sur des organismes en cours de développement pour engendrer l'achèvement de l'évolution et l'obtention de l'état définitif. Les réactivants ou stimulants métagoniques qui déclenchent ainsi spécifiquement la reprise définitive de l'évolution chez les organismes en asthénobiose, cyclique ou acyclique, se montrent essentiellement comparables, dans leur rôle et leur importance biologique, aux actions fécondantes ou stimulantes initiales qui déclenchent le début de l'ontogénèse chez l'ovule, dans la fécondation normale ou la parthénogénèse.

PARASITOLOGIE. — *Parasitisme et phénomène de transport d'un Hydracarien chez un Chironomide du genre* Cricotopus. Note de MM. **L. Léger** et **C. Motas**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Le *Cricotopus biformis*, dénommé récemment par le professeur Edwards de Londres, est un Chironomide Orthocladiaire qui n'a pas été jusqu'ici signalé en France. Nous l'avons observé nombreux en mars et avril sur les bords de la pièce d'eau du Château de Vizille, au moment où les femelles déposent leurs œufs. La ponte, qui n'a pas encore été décrite, se présente comme une masse gélatineuse aplatie, à contour irrégulier, d'un jaune soufre et de dimensions variables, pouvant atteindre la longueur de la main. Elle est toujours au voisinage immédiat des rives, collée aux pierres ou aux bois qui émergent et au niveau même de la surface de l'eau. Dans cette masse gluante se voient les œufs nombreux, réunis en cordons contournés com-

prenant chacun deux rangées d'œufs disposés en épi. Ces œufs sont naviculaires, de coloration jaune, et mesurant environ 260^{μ} sur 90^{μ}.

Les pontes de *Cricotopus* sont des pontes sociales. Une femelle dépose d'abord ses œufs sous forme d'une boule renfermant les cordons ovifères, puis la boule s'étale en disque à la surface du support. D'autres femelles, peut-être attirées par la couleur jaune de la première ponte, viennent pondre à leur tour à côté de celle-ci, et la masse ovifère s'étend et s'épaissit peu à peu. A la surface de la ponte, on voit, par la suite, de nombreux cadavres de pondeuses vidées qui restent engluées sur la masse gélatineuse.

Or, en capturant au filet les femelles de *Cricotopus* qui s'approchaient du bord pour pondre, nous avons remarqué que la plupart d'entre elles portaient, solidement fixées à la face ventrale de leur abdomen, 2 ou 3 larves d'un Hydracarien, le *Piona disparilis* (Koen.) que nous trouvons fréquemment à l'état adulte dans les eaux de l'étang. Ces larves, dont les palpes et le rostre sont profondément enfoncés dans les téguments de l'hôte, sont déjà grosses et se distinguent des larves jeunes par leur corps plus bombé et les épimères plus écartés sur la ligne médiane. Elles sont ainsi transportées sur les pontes par la femelle de *Cricotopus* et lorsque celle-ci meurt. engluée à la surface de la masse ovifère, elles se détachent du cadavre, rampent sur les œufs pendant quelque temps, puis deviennent immobiles (stade nymphophan). Au bout d'une vingtaine de jours la mue s'effectue; le bouclier dorsal du nymphophan se soulève comme un couvercle et la jeune nymphe octopode de *Piona* s'échappe. Mais, à ce moment, les œufs du *Cricotopus* sont éclos et les innombrables petites larves de Chironomide, qui grouillent dans la ponte, offrent à l'Hydracarien qui s'en repaît une nourriture aussi abondante qu'appropriée.

Nos observations montrent : 1° que le *Cricotopus biformis* est un Chironomide à ponte sociale; 2° que les jeunes larves de *Piona disparilis* passent leur première phase de croissance comme parasites sur les femelles de *Cricotopus* qui deviennent ainsi des agents de dissémination de l'Hydracarien. De plus, celui-ci, transporté en nombre sur les pontes du Diptère, est un destructeur des jeunes larves qui en éclosent.

On peut en inférer que quelques Hydracariens sont ainsi susceptibles d'exercer une action frénatrice sur la multiplication de certains insectes qui hébergent communément leurs larves, notamment sur celle des Diptères à larves aquatiques. Peut-être les Culex et les Anophèles, sur lesquels des Hydracariens ont été fréquemment observés, sont-ils dans ce cas.

IMMUNOLOGIE. — *Application de la méthode à l'acétone à l'étude de la répartition des anticorps dans les sérums agglutinants au cours de l'immunisation.* Note de MM. **Maurice Piettre** et **André Chrétien**, transmise par M. Matignon.

Dans des Notes antérieures (¹) sur les sérums agglutinants antiparatyphiques B, nous avons montré la répartition des agglutinines entre les trois fractions protéiniques obtenues par le traitement de l'acétone de ces sérums. Nous nous sommes proposé de rechercher comment se poursuit cette répartition au cours de l'immunisation.

Nous résumons succinctement les premiers résultats obtenus.

I. M. Urbain a bien voulu se charger d'immuniser, suivant sa technique habituelle, un cheval que nous avons mis à sa disposition. Voici les détails des injections successives pratiquées, toutes sous la peau, avec des bacilles lavés provenant des cultures de bacilles paratyphiques B de 24 heures sur gélose et ceux des saignées opérées :

Première série. — 13 août 1927 : 6^{cm^3} de suspension bacillaire représentant tous les corps microbiens d'une culture sur gélose, chauffés 3 minutes à 100°.

14 août 1927 : 6^{cm^3} de suspension bacillaire analogue.

15 août 1927 : 6^{cm^3} de suspension bacillaire analogue, mais chauffée 10 minutes à 55°.

16 août 1927 : 2^{cm^3} d'une suspension de bacilles vivants représentant le tiers d'une culture sur gélose.

Première saignée le 25 août 1927; deuxième saignée le 2 septembre 1927; troisième saignée le 26 septembre 1927.

Deuxième série. — 27 septembre et 28 septembre 1927 : 10^{cm^3} de suspension bacillaire représentant tous les corps microbiens d'une culture sur gélose, chauffés trois minutes à 100°.

29 septembre 1927 : 5^{cm^3} de suspension de bacilles vivants représentant la moitié d'une culture sur gélose.

30 septembre 1927 : 20^{cm^3} de suspension de bacilles vivants représentant la totalité de deux cultures sur gélose.

Au niveau de ces deux dernières injections, on note, durant 4 jours, de larges œdèmes chauds, douloureux; la température, après avoir oscillé entre 39 et 40°, redevient normale le cinquième jour.

(¹) Maurice Piettre, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 898. — Maurice Piettre et André Chrétien, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1319.

II. Les réactions d'agglutination ont été faites suivant la technique classique, à l'aide du sérum total ou de ses constituants protéiniques ramenés à leur concentration dans ce même sérum. La sérumglobuline était remise en solution alcaline très voisine de la neutralité; le complexe « myxoprotéine » en solution physiologique (NaCl à 8,5 pour 100).

Les chiffres suivants représentent les taux maxima d'agglutination obtenus avec une même suspension bacillaire pendant le même temps, c'est-à-dire dans des conditions identiques.

	Sérum.	Sérumalbumine.	Sérumglobuline.	« Myxoprotéine ».
1re saignée........	1/3900	1/500	1/2500	1/500
2e »	1/2600	1/700	1/1500	1/300
3e »	1/900	1/400	1/175	1/250
4e »	1/28800	1/16000	1/5500	1/2700
5e »	1/72000	1/38000	1/14000	1/12000
6e »	1/40000	1/29000	1/5500	1/6000

III. En même temps que ces répartitions du pouvoir agglutinant, nous avons mesuré les modifications de composition chimique du sérum étudié. Les résultats sont rapportés à 100^{cm^3} de ce sérum.

	Sérumalbumine.	Sérumglobuline.	« Myxoprotéine ».
1re saignée...............	3,669	2,076	0,297
2e »	4,194	2,178	0,674
3e »	3,768	2,212	0,550
4e »	4,385	1,585	0,787
5e »	4,475	1,765	0,936
6e »	4,27	1,926	0,815

L'analyse du sérum initial, c'est-à-dire avant injection, n'a pas été faite.

Conclusions. — En raison de leur faible nombre et de la délicatesse des techniques mises en œuvre, ces résultats ne peuvent être que comparatifs, mais ils apportent cependant des indications générales intéressantes.

Au point de vue sérologique, ils confirment la répartition déjà signalée de l'agglutinine dans les différentes fractions protéiniques; de plus ils montrent que le pouvoir agglutinant se fixe de préférence sur la sérumglobuline pendant les premières phases de l'agglutination pour s'accumuler plus tard dans la sérumalbumine.

Au point de vue chimique, on constate une élévation de l'extrait total et surtout de la sérumalbumine correspondant à l'augmentation du pouvoir agglutinant. Cette observation rappelle ce qui se passe, de façon plus évidente encore, dans l'immunisation contre les venins de serpent; nous avons

signalé antérieurement [1] dans les sérums anticrotaliques très actifs des teneurs en sérumalbumine atteignant 4,85 pour un extrait total égal à 10,17 pour 100.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Lésions des parois de la bouche et de la langue chez les chiens enragés*. Note de MM. **Y. Manouélian** et **J. Viala**, présentée par M. Roux.

Nous savons que la rage se transmet par la bave des animaux atteints de cette maladie. Il était donc intéressant d'examiner et d'étudier les parois de la bouche et la langue de ces animaux. Une longue pratique nous a permis de constater combien était exacte la description des lésions de ces organes par Nocard et Leclainche : « La langue et les parois de la bouche sont recouvertes d'un enduit grisâtre épais, adhérent, dû à un dépôt de poussière. La muqueuse est sèche, rouge, sombre, parsemée d'*érosions superficielles* ou de *plaies* dues à la préhension brutale de corps résistants. »

Mais les parois de la bouche, la langue peuvent présenter macroscopiquement une apparence normale, et cependant l'examen histologique révèle à leur niveau des lésions notables, lésions qui, pour être invisibles à l'œil nu, n'en sont pas moins intéressantes.

Il s'agit de *minuscules abcès* dus sans doute à des infections secondaires, siégeant souvent au niveau de la portion superficielle de la muqueuse. Parfois même l'épithélium seul est intéressé. On y trouve des leucocytes polynucléaires et diverses bactéries; quant aux cellules épithéliales, elles n'existent plus. Aussi, le chorion plus ou moins altéré se trouve mis à nu.

Ces pertes de substance provoquées par les abcès minuscules ne doivent pas être négligées; elles peuvent favoriser l'issue et la dissémination d'un grand nombre de parasites dans la cavité buccale.

Rappelons en effet que les muqueuses des parois de la bouche et de la langue contiennent un nombre considérable de cellules nerveuses, et qu'au voisinage immédiat de ces muqueuses se trouvent disposés les neurones, les ganglions des glandes salivaires. De plus, nos récentes recherches sur les muscles de la langue montrent qu'il existe des neurones, des ganglions nerveux parasités en plein tissu musculaire. Aussi, aux centres nerveux de la

---

[1] Maurice Piettre, *Archives de l'Institut Vital Brazil* (*Rio de Janeiro*), 1, 1, 1923, p. 32; 2, II, 1924, p. 47.

muqueuse, des glandes salivaires s'ajoutent les cellules nerveuses intramusculaires. Parmi celles-ci il en est qui se trouvent très près de la muqueuse. Une brèche à ce niveau mettant à nu les neurones virulents provoquerait un afflux de parasites à la surface de la bouche. La virulence de la salive se serait ainsi considérablement accrue.

Ces suggestions sont basées sur des faits certains, indiscutables. Nous possédons des préparations où l'on constate, tout près d'un abcès minuscule, de beaux ganglions nerveux dont les neurones contiennent de nombreux parasites et des corpuscules de Negri.

Nos recherches nous permettent donc d'affirmer que chez les chiens enragés, alors qu'on ne constate aucune altération à l'œil nu, l'examen microscopique révèle cependant au niveau des muqueuses de la bouche des lésions pouvant renforcer la virulence de la bave.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Anatomie et Zoologie présente, par l'organe de son doyen, la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Henneguy* :

En première ligne.	M. **Maurice Caullery**.
En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Louis Lapicque**, **Louis Roule**.
En troisième ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Raoul Anthony**, **Charles Perez**, **Edmond Retterer**.

A cette liste, l'Académie ajoute les noms de MM. **Émile Brumpt** et **Émile Roubaud**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

A $16^h 30^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 18^h.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1927 (*suite*).

Jaarboek van het Mijnwezen in Nederlandsch-Indië. Bandoeng.
Jaarcijfers voor het Koninkrijk der Nederlanden (*Annuaire statistique du Royaume des Pays-Bas*). La Haye.
Jahrbuch der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. München.
Jahrbuch des norwegischen meteorologischen Instituts. Kristiania.
Japanese Journal of Astronomy and Geophysics. Tokio.
Japanese Journal of Botany. Tokio.
Japanese Journal of Engineering. Tokio.
Japanese Journal of Physics. Transactions and Abstracts. Tokio.
John Crerar Library (*Annual report*). Chicago.
Johns Hopkins University Circular (*The*). Baltimore.
Johns Hopkins University Studies. Baltimore.
Journal and Proceedings of the Royal Society of New-South Wales. Sydney.
Journal chimique de l'Ukraine (en russe). Kharkov.
Journal d'agriculture pratique et journal de l'agriculture. Paris.
Journal de chimie physique. Paris.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 23 avril 1928.)

Note de M. *F. Margand*, Équations générales d'une machine synchrone, non saturée, hors du régime normal :

Page 1100, ligne 2, *au lieu de* Margond, *lire* Margand.

② ACADÉMIE DES SCIENCES.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 MAI 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Gautier**, Directeur honoraire de l'Observatoire de Genève, qui assiste à la séance.

ASTRONOMIE. — *Sur diverses méthodes employées pour le calcul des corrections de pendule.* Note (1) de M. **G. Bigourdan.**

Ordinairement on conserve l'heure au moyen d'une bonne pendule dont on détermine astronomiquement les corrections successives (C_p *observés*) quand l'état du ciel le permet, c'est-à-dire à des époques irrégulièrement distribuées. Cependant il est indispensable d'avoir l'heure à intervalles réguliers si, comme le Bureau international de l'Heure (B. I. H.), on doit émettre ou observer des signaux horaires et en indiquer l'heure précise. Alors on calcule les corrections (C_p *calculés*, C_p *interpolés*) de la pendule au moyen de sa *marche*.

Pour augmenter la précision, pour avoir plus de sécurité, on a généralement plusieurs pendules, l'une dite *directrice* et les autres *témoins*, que l'on compare entre elles régulièrement avec toute la précision possible; alors le problème est indéterminé et le résultat réflète, en quelque sorte, la personnalité du calculateur. Comme, en outre, les C_p observés sont toujours affectés d'erreurs que chacun calcule et apprécie à sa manière, cela augmente encore l'indétermination. Ainsi chacun emploie une méthode spéciale, personnelle, et ce qui est grave c'est que les résultats, loin d'être concordants, absolus, dépendent de la méthode adoptée.

---

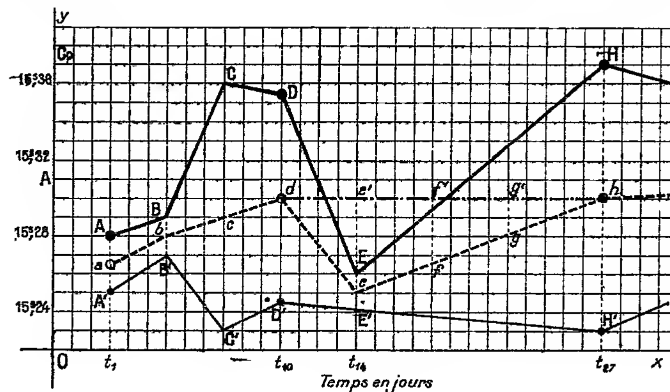
(1) Séance du 16 avril 1928.

La méthode que j'emploie au B. I. H. depuis le commencement de 1920 a été indiquée plusieurs fois (voir notamment *Bulletin horaire*, III, p. 82). On lui a opposé une autre méthode dite de la *pendule moyenne*, et je veux montrer que celle-ci, *telle qu'on l'applique*, doit donner des résultats moins exacts.

Pour cela précisons bien d'abord les différences entre les deux méthodes : Dans la mienne, préalablement à tout calcul on étudie minutieusement, heure par heure en quelque sorte, la marche de chacune des pendules d'une manière continue, en utilisant leurs comparaisons mutuelles, qui sont faites de 12 en 12 heures; et cela permet de reconnaître si l'une ou l'autre a présenté quelque irrégularité momentanée, puis d'avoir égard à cet accident pour fixer l'heure aussi exacte que possible des signaux, etc., ce qui est un des buts essentiels.

Dans l'autre, un graphique préliminaire donne seulement une idée de la marche de la seule pendule directrice et l'on rejette tout C_p *observé* qui s'écarte du graphique de plus de $0^s,05$.

Pour montrer l'infériorité relative de cette dernière méthode, considérons d'abord le cas le plus simple, celui de deux pendules seulement, la pendule directrice et une pendule témoin, de même valeur ou *poids*. Représentons graphiquement la marche de la pendule directrice par ABCDEH... et



par A'B'C'D'E'H' celle de la pendule témoin; la pendule moyenne sera représentée par *abcdeh*..., le point *a* étant au milieu de AA', etc.

Par hypothèse on a obtenu astronomiquement des C_p observés aux dates t_1, t_{10}, t_{27},... correspondant aux points A et A', D et D', H et H',....

Si, ce qui pratiquement est fréquent, une des pendules a un changement de marche plus ou moins brusque, tel que celui figuré par la chute DE,

dans l'intervalle de deux C_p observés, ce changement reste inaperçu pour la méthode dite de la pendule moyenne, tandis que l'autre l'aura connue par l'étude minutieuse préalable des marches des pendules. Par suite, tandis que la *vraie* pendule moyenne est $abcdeh\ldots$, la méthode qui en prend à tort le nom adopte pour pendule moyenne $abcde'f'h\ldots$. Elle donne donc, entre les jours t_{10} et t_{27}, pour les C_p calculés, des erreurs représentées par ee', ff', gg', ...

Si l'on avait non deux pendules seulement, comme nous l'avons supposé, mais un plus grand nombre, le même raisonnement s'appliquerait encore évidemment.

Il existe aussi, entre les nombreuses méthodes employées, une troisième méthode, qui ne tient compte que de la seule pendule directrice; elle est aussi à rejeter, à plus forte raison même, puisqu'elle ne cherche même pas si cette pendule directrice a présenté quelque petit changement de marche : on pourra voir aussi (*Bull. h.*, III, p. 82) combien elle est à rejeter.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations géologiques dans la Corse orientale : phénomènes d'écrasement et de laminage; mylonites et brèches tectoniques.* Note de MM. **Pierre Termier** et **Eugène Maury**.

La Corse orientale est à coup sûr l'un des pays de la Terre où les roches sont le plus fréquemment et le plus profondément déformées par le dynamisme orogénique. Au cours de notre récente étude ([1]), nos compagnons qui visitaient cette île pour la première fois ont été frappés par l'intensité du laminage, l'abondance des mylonites ([2]), le rôle grandiose des brèches tectoniques où l'on voit des roches diverses, originellement superposées ou juxtaposées, maintenant broyées ensemble et mécaniquement mêlées.

Déjà en 1897, M. E. Nentien ([3]), définissant le granite qu'il appelait *protogine* ou *granulite protoginique*, signalait la fréquence, dans cette roche, de la structure cataclastique et de l'allure gneissique. M. J. Deprat ([4]),

---

([1]) Étude faite en commun avec MM. Steinmann, Kober, Staub, Tilmann et Raguin (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1077-1081 et p. 1168-1172).

([2]) Comme tous les tectoniciens, nous appelons *mylonite* toute roche écrasée, quelle qu'ait été sa nature originelle et quel que soit le type de son écrasement.

([3]) *Étude sur la constitution géologique de la Corse* (*Mémoires pour servir à l'explication de la Carte géologique de la France*, Paris, 1897, p. 58-67).

([4]) *Comptes rendus*, **141**, 1905, p. 151-153.

en 1905, a montré que le laminage et l'écrasement sont les traits les plus constants, les vrais caractères de la *protogine*, et que ces phénomènes vont parfois jusqu'à effacer tout aspect granitique. Quelques indications complémentaires sur le même sujet ont été données en 1908 par le même géologue et par l'un de nous (¹), Enfin les auteurs des quatre feuilles *Luri*, *Bastia*, *Corte* et *Bastelica* de la Carte géologique (MM. Maury et Grandjean) ont fait ressortir la signification tectonique des écrasements et tracé les contours des régions particulièrement atteintes par la déformation.

Dans la réalité, les phénomènes déformateurs dépassent de beaucoup les descriptions qu'on en a données jusqu'ici. Ils s'exagèrent à l'approche des surfaces de charriage qui séparent les unités tectoniques. Voici, à ce propos, plusieurs observations nouvelles.

Mylonites dans la protogine. — Le laminage de la protogine est très inégal. La roche n'est jamais vraiment intacte, vraiment exempte de déformations intimes; mais elle a souvent gardé, dans un espace assez vaste, une allure presque homogène et un aspect de roche profonde et tranquille. Tout à côté d'une semblable région, d'apparence non troublée, une bande passe, plus ou moins puissante, où laminage et écrasement sont extrêmes. On y voit alors tous les degrés de la *mylonitisation*, jusqu'à celui qui donne une roche verdâtre compacte, l'*ultramylonite*. Le degré le plus habituel est celui du granite schisteux, qui se débite en feuillets ou en plaquettes. Au contact des Schistes Lustrés, il arrive que ces plaquettes, toujours parallèles à la surface de contact, deviennent très minces et ressemblent à des chloritoschistes quartzeux; les fines zones blanches ont l'air d'être formées exclusivement de quartz et ce n'est qu'au microscope qu'on y distingue les éléments feldspathiques broyés; l'épaisseur sur laquelle règne ce laminage excessif est ordinairement de quelques mètres, rarement de quelques dizaines de mètres. Les plus frappants exemples de profonde mylonitisation ont été observés par nous sur la route de Ghisonaccia à Ghisoni, entre Sampolo et un point distant de Ghisoni d'environ 5^{km}; d'autres, très comparables, sur la route de Tralonca, près de la chapelle San-Rocco; d'autres encore, sur la route de Ponte-Leccia à Aleria, près de Riccamone. Nous pourrions citer vingt autres endroits.

Ce qui est étonnant, c'est la largeur de la bande granitique affectée par le laminage, autrement dit l'épaisseur de la région *protoginique* du granite. Sur le parallèle de Ponte-Leccia, la traversée Est-Ouest de la *protogine* est

(¹) *Comptes rendus*, 147, 1908, p. 206-208.

d'à peu près 8km; plus au Nord, dans la chaîne du Tenda, elle varie de 5 à 10km; elle est de 10km sur le parallèle de Popolasca, un peu moindre sur le parallèle de Corte; elle augmente rapidement à partir du parallèle de Vivario jusqu'à atteindre, sur le parallèle de Bocognano, l'invraisemblable valeur de 24km. Plus au Sud, la largeur se réduit beaucoup.

Vers Prunelli-di-Fiumorbo, la *protogine* n'a guère que 2km de largeur de l'Est à l'Ouest; au delà de cette zone laminée, vers l'Ouest, le granite est à peu près normal sur 8km de largeur; mais une autre bande de protogine, large de 3km au moins, passe à la Foce di Verde, bande qui conflue dans le Nord avec la première, tandis qu'elle s'effile rapidement et disparaît au Sud. Il semble que, dans le sud-est de la Corse, le granite ait été protégé contre l'écrasement et le laminage par l'épais coussinet que formaient, au-dessus de lui et sous les Schistes Lustrés, les arkoses de l'Abatesco et le Flysch nummulitique.

Mylonites d'autres roches. — Les *roches vertes* associées aux Schistes Lustrés et la radiolarite qui les accompagne sont très souvent mylonitisées : la serpentine donne ainsi des schistes verts ou noirs, où l'on trouve parfois du glaucophane, de la néphrite ou de l'asbeste; la radiolarite donne des schistes rouges. Ces mylonites sont naturellement plus atteintes par la métasomatose que les roches non écrasées, et on les voit transformées en des sortes de boues ou de terres vertes, noires ou rouges (routes des cols d'Ominanda et de San-Quilico, près de Corte; environs de Morosaglia et de Ponte-Leccia, etc.).

Brèches tectoniques. — Mais les phénomènes d'écrasement ont eu, en maint endroit, une ampleur bien plus grande; ils ont produit alors des brèches tectoniques (*Reibungsbrekzien* des géologues allemands).

Telle est la brèche sur laquelle repose et dans laquelle s'enveloppe le calcaire tithonique de Caporalino : brèche qui est un mélange de blocs et de débris de ce calcaire et d'une mylonite faite aux dépens des *cornéennes* ou *roches brunes*.

Cette brèche est commodément observable dans les tranchées du chemin de fer près de la station Omessa. Les blocs de calcaire ont toute dimension, jusqu'à plusieurs mètres; les uns ont gardé des angles vifs; les autres sont arrondis par le frottement au point de ressembler à des galets. Dans la mylonite, les *roches brunes* sont elles-mêmes brisées et concassées de toutes les manières imaginables. La grande lentille calcaire, faite de bancs verticaux et épaisse au maximum de 400m, s'amenuise au Sud, puis s'égrène, et se poursuit, dans les *roches brunes*, sous la forme d'une brèche

où les éléments calcaires se raréfient de plus en plus, jusqu'à disparaître. A Francardo, sur la rive droite du Golo, la bande calcaire qui prolonge la lentille de Caporalino vient au contact du granite, traversé lui-même par du microgranite : près de ce contact mécanique, le calcaire renferme des débris de microgranite, de granite ou d'autres roches siliceuses, enrobés dans de la calcite, et l'on croirait voir un conglomérat.

Aux environs de Corte (Razzo Bianco près de Venaco, Valletto, carrière de marbre de la Restonica, gisement de marbre au fond de la vallée à l'est de Castiglione), tous les gisements de *marbre cipolin* liés au complexe des *cornéennes* ou des *roches brunes* montrent des brèches analogues, qui sont sûrement des brèches tectoniques : le marbre contient des débris, souvent anguleux, de cornéenne verte, de microgranite ou de granite; mais ce mélange n'existe qu'au voisinage du contact du marbre et des roches siliceuses. La brèche tectonique est elle-même laminée; le marbre est traversé par de multiples fissures cicatrisées en calcite fibreuse.

La plus curieuse de ces brèches tectoniques est celle qui affleure autour de la halte Vecchio du chemin de fer Corte-Ajaccio, en plein pays de *protogine*. Les auteurs de la feuille *Corte* de la Carte géologique l'ont interprétée comme un conglomérat et assimilée au *poudingue de Venaco* qui est lui-même, probablement, d'âge tertiaire. Le fait est que, sur beaucoup de points, la ressemblance avec un poudingue sédimentaire est grande. Des débris et des blocs de *protogine*, d'aplite, de microgranite, de quartz blanc, enfin de cipolin blanc ou gris, sont cimentés par une mylonite granitique grossière, chloriteuse, simulant l'arkose. Les blocs et débris calcaires sont assez rares; quelques-uns ont l'air de galets; mais d'autres sont anguleux, pointus, effilés comme des lames, fragmentés par le laminage postérieur à un premier écrasement. Ils sont faits d'un cipolin identique aux autres cipolins de la région de Corte; on y voit les mêmes zones de calcite fibreuse cicatrisant d'anciennes fentes. La brèche de Vecchio se sépare mal de la *protogine* ambiante. Elle est, pour nous, dans cette protogine, un espace où le broyage a été au paroxysme, espace qui s'allonge du Sud-Sud-Est au Nord-Nord-Ouest, parallèlement au bord commun à la *protogine* et aux Schistes Lustrés. Cet espace, avant broyage, contenait un lambeau de cipolin, d'âge primaire, que le broyage a divisé et dispersé dans la mylonite générale.

Nous citerons encore, près de Macinaggio, au point où la route de Tomino se détache de la route du Cap Corse, deux grandes lentilles, l'une de Verrucano vert, l'autre de calcaire du Trias, chacune plus grosse qu'un

mètre cube, noyées dans un terrain gréseux jaune qui ne peut être que nummulitique. On est ici dans l'*écaille* de terrains non métamorphiques *posée sur* la nappe des Schistes Lustrés, écaille qui montre, près de là, à sa base, un peu de mylonite granitique (dernière maison Sud de Macinaggio).

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur l'extraction de l'énergie des mers.* Note [1] de M. **Georges Claude.**

L'Académie se rappelle les propositions qu'avec M. Paul Boucherot, j'ai eu l'honneur de présenter relativement à l'extraction de l'énergie des mers tropicales [2].

J'ai le plaisir d'annoncer qu'on a pu démarrer hier, dans de bonnes conditions, l'installation d'essai établie près de Liége, avec le concours de la Société d'Ougrée Marihaye.

La turbine de 50 kilowatts, construite par la *Société alsacienne de Constructions mécaniques*, a pu déjà marcher en fournissant entre les températures de 35° et 15° une puissance de 40 kilowatts, bien supérieure à celle exigée par le pompage de l'eau et l'extraction des gaz dissous.

Je me propose de revenir ultérieurement sur cette question, n'ayant pas encore à ma disposition les renseignements nécessaires.

ÉLASTICITÉ. — *Sur les équations intrinsèques des surfaces élastiques à trois paramètres.* Note de M. **Louis Roy.**

Nous avons appelé équations *intrinsèques* de la surface élastique à trois paramètres [3] celles qu'on obtient en prenant comme axes de projections, non plus les axes fixes $Oxyz$, mais les axes locaux $Muvw$. Soient donc $\mathfrak{X}_e$, $\mathfrak{Y}_e$, $\mathfrak{Z}_e$; $\mathfrak{L}_e$, $\mathfrak{M}_e$, $\mathfrak{N}_e$ les composantes suivant ces axes de la force et du couple extérieurs en M par unité de surface comptée sur l'état primitif; $\mathfrak{X}_i$, $\mathfrak{Y}_i$, ..., $\mathfrak{N}_i$ les composantes analogues relatives aux forces d'inertie; $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, ..., $\mathfrak{N}$ les composantes de la force et du couple extérieurs en un point du bord de la surface et par unité de longueur du contour primitif.

---

(1) Séance du 30 avril 1928.

(2) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 929, et **185**, 1927, p. 987.

(3) L. Roy, *Sur les équations des surfaces élastiques à trois paramètres* (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1081).

Si l'on observe que les composantes $\mathcal{N}_e$, $\mathcal{N}_i$, $\mathcal{N}$ sont nulles, du fait que Mw est ici dirigé suivant l'axe du tronçon ou de l'élément de bord correspondants et si l'on pose

$$\mathfrak{L}' = \mathcal{L}_e + \mathcal{L}_i + \sum\left(-\frac{\partial \mathcal{C}_u}{\partial \omega} + r\mathcal{C}_v - q\mathcal{C}_w\right),$$
$$\mathfrak{M}' = \mathcal{M}_e + \mathcal{M}_i + \sum\left(-\frac{\partial \mathcal{C}_v}{\partial \omega} + p\mathcal{C}_w - r\mathcal{C}_u\right),$$
$$\mathfrak{N}' = \sum\left(-\frac{\partial \mathcal{C}_w}{\partial \omega} + q\mathcal{C}_u - p\mathcal{C}_v\right) + \mathcal{R}_{1u},$$

on obtient comme équations intrinsèques les trois équations indéfinies

$$\mathcal{X}_e + \mathcal{X}_i - \frac{\partial \mathcal{R}_u}{\partial \omega} - \frac{\partial \mathcal{R}_{1u}}{\partial \omega_1} + r_1\mathcal{R}_{1v} - q_1\mathfrak{L}' + q\mathfrak{M}' + r\mathfrak{N}' = 0,$$
$$\mathcal{Y}_e + \mathcal{Y}_i - \frac{\partial \mathfrak{N}'}{\partial \omega} - \frac{\partial \mathcal{R}_{1v}}{\partial \omega_1} - r\mathcal{R}_u - r_1\mathcal{R}_{1u} + p_1\mathfrak{L}' - p\mathfrak{M}' = 0,$$
$$\mathcal{Z}_e + \mathcal{Z}_i + \frac{\partial \mathfrak{M}'}{\partial \omega} - \frac{\partial \mathfrak{L}'}{\partial \omega_1} + q\mathcal{R}_u + q_1\mathcal{R}_{1u} - p_1\mathcal{R}_{1v} - p\mathfrak{N}' = 0.$$

et les cinq conditions aux limites

$$\mathcal{X} - q_1\mathcal{L} + q\mathcal{M} + a(\mathcal{R}_u - q_1\mathcal{C}_u + q\mathcal{C}_v + r\mathcal{C}_w) + b(\mathcal{R}_{1u} - q_1\mathcal{C}_{1u} + q\mathcal{C}_{1v} + r\mathcal{C}_{1w}) = 0,$$
$$\mathcal{Y} + p_1\mathcal{L} - p\mathcal{M} + a(\mathfrak{N}' + p_1\mathcal{C}_u - p\mathcal{C}_v) + b(\mathcal{R}_{1v} + p_1\mathcal{C}_{1u} - p\mathcal{C}_{1v}) = 0,$$
$$\mathcal{Z} - a\mathfrak{M}' + b\mathfrak{L}' + \frac{\partial}{\partial l}[a(\mathcal{L} + a\mathcal{C}_u + b\mathcal{C}_{1u}) + b(\mathcal{M} + a\mathcal{C}_v + b\mathcal{C}_{1v})] = 0,$$
$$a(\mathcal{M} + a\mathcal{C}_v + b\mathcal{C}_{1v}) - b(\mathcal{L} + a\mathcal{C}_u + b\mathcal{C}_{1u}) = 0, \qquad a\mathcal{C}_w + b\mathcal{C}_{1w} = 0,$$

$\frac{\partial}{\partial l}$ désignant la dérivée suivant la tangente $(b, -a)$ au contour de l'image de S dans le plan $\omega O \omega_1$. Les deux dernières conditions coïncident d'ailleurs avec les deux dernières de notre précédente Note [1].

Les forces d'inertie conservent les mêmes expressions

$$\mathcal{X}_i = -\rho\left|\alpha\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right|, \qquad \mathcal{Y}_i = -\rho\left|\alpha_1\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right|, \qquad \mathcal{Z}_i = -\rho\left|\alpha_2\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right|$$

---

[1] Par suite d'une erreur de transcription, les trois premières conditions aux limites que nous avons données dans cette Note (p. 1083) sont incomplètes; il faut ajouter respectivement à chacun de leurs premiers membres les termes

$$\frac{\partial}{\partial l}[a\alpha_2|\alpha L'| + b(\beta N' - \gamma M')], \quad \frac{\partial}{\partial l}[a\beta_2|\alpha L'| + b(\gamma L' - \alpha N')],$$
$$\frac{\partial}{\partial l}[a\gamma_2|\alpha L'| + b(\alpha M' - \beta L')].$$

que pour la surface à six paramètres, ρ désignant la densité superficielle comptée sur l'état primitif; mais les couples d'inertie $\mathcal{L}_i$, $\mathcal{M}_i$ se simplifient beaucoup du fait que Mw est maintenant dirigé suivant l'axe du tronçon et l'on trouve

$$\mathcal{L}_i = -\rho\frac{e^2}{12}\left(\frac{\partial P}{\partial t} - QR\right), \qquad \mathcal{M}_i = -\rho\frac{e^2}{12}\left(\frac{\partial Q}{\partial t} + RP\right),$$

e étant l'épaisseur de la surface, et

$$P = \left|\alpha_2 \frac{\partial \alpha_1}{\partial t}\right|, \qquad Q = \left|\frac{\partial \alpha_2}{\partial t}\right|, \qquad R = \left|\alpha_1 \frac{\partial \alpha}{\partial t}\right|$$

les composantes suivant les axes $Muvw$ de la rotation instantanée du tronçon, c'est-à-dire du trièdre (M).

Il résulte d'autre part du choix de ce trièdre et des approximations faites que les rotations par unité de longueur r, r_1 sont négligeables et, par suite, n'interviennent pas dans les expressions du potentiel thermodynamique interne et de la fonction dissipative. Les composantes $\mathcal{C}_w$, $\mathcal{C}_{1w}$ des couples par unité de longueur $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{C}_1$ sont alors nulles, de sorte que la cinquième condition aux limites disparaît. Qu'il s'agisse des équations rapportées aux axes fixes ou des équations intrinsèques, il ne subsiste donc en définitive que quatre conditions aux limites. On reconnaît enfin, dans la troisième de ces conditions appliquée au cas particulier des plaques, celle par laquelle Kirchhoff a autrefois fusionné deux des trois conditions de Poisson relatives au mouvement transversal et que M. Boussinesq a justifiée plus tard d'une manière directe.

ALGOLOGIE. — *Sur la question du* Tilopteris Mertensii *Kütz*. Note [1] de M. C. Sauvageau.

Le *Tilopteris Mertensii* est énigmatique à divers points de vue. Ses organes de reproduction sont des anthéridies, parfois très rares, et de grosses monospores, toujours très communes; la plupart des auteurs considèrent celles-ci comme des oosphères, bien qu'elles germent sans que jamais on ait vu d'anthérozoïde y pénétrer, et l'expérience démontre d'ailleurs facilement qu'elles germent sans leur concours. A cause de la structure largement

(1) Séance du 30 avril 1928.

spumeuse des monospores et des variations de leur diamètre, je les ai comparées naguère [1] aux propagules de l'*Acinetospora pusilla*.

Cette Algue de basse mer est essentiellement éphémère. A Cherbourg, sa localité classique où Thuret, Bornet, Guignard l'ont étudiée, on la rencontre seulement en avril; à Wimereux, où sa croissance est plus lente, elle paraît vivre pendant au moins deux mois. On ignore complètement sous quelle forme elle passe le reste de l'année.

J'ai utilisé un envoi de Cherbourg, reçu le 20 avril 1927 de M. Corbière et de Mlle Doublet, et un envoi de Wimereux, récolté le 31 mai par MM. Hamel et Leblond. Les résultats concordent avec ceux que j'avais obtenus en 1919; ceux-ci étaient toutefois moins complets à cause d'un accident survenu en fin d'expérience.

De même que Guignard, j'ai toujours vu les monospores nues et uninucléées; leur diamètre variait de 55^{μ} à 82^{μ}. Elles germent, sur place ou après déhiscence, dès qu'elles sont revêtues d'une membrane. La première division nucléaire ne s'y effectue qu'au moment de l'apparition du rhizoïde, lequel précède toujours le filament dressé. Dans la nature et dans les cultures, elles produisent rapidement des plantules parfaitement concordantes entre elles et avec celles dont Bornet n'a fait connaître que le tout premier état. En disséquant de vieux individus, j'ai trouvé des plantules de germination accrochées par leur rhizoïde; les plus longs filaments dressés mesuraient 3^{mm}. Les tout premiers rameaux sont isolés; les rameaux suivants sont opposés distiques; cette double disposition se retrouve d'ailleurs à la base des individus adultes. Pendant ce temps, l'ancienne monospore se cloisonne et s'élargit; elle constituera vraisemblablement un organe durable d'où s'élèveront de nouveaux filaments dressés. Les plantules que j'obtins en cultures, grâce aux exemplaires reçus le 20 avril, commencèrent à dépérir vers la fin de mai; néanmoins, des portions de filaments se maintinrent et, à partir de la fin de décembre, se comportèrent comme je vais dire pour les filaments conservés de la plante adulte.

Les filaments d'une touffe entière et propre déposée dans un vase de culture dépérirent peu à peu, la destruction commençant par les plus jeunes. Hormis quelques cellules éparses, dont le contenu légèrement contracté et très coloré s'entoura d'une nouvelle membrane, toutes les parties monosiphoniées moururent. Beaucoup de cellules des parties

---

(1) *Les* Acinetospora *et la sexualité des Tiloptéridacées* (*Journ. de Botanique*, 13, 1899, p. 107).

polysiphoniées moururent aussi, tandis que les autres, isolées ou groupées, fonçaient leurs chromatophores, devenaient des sortes d'hypnocystes fortuits; certaines de celles-ci produisirent lentement une protubérance paucicellulaire dont parfois certains éléments se désarticulaient, tombaient au fond du vase, mouraient ou devenaient aussi des hypnocystes.

Le 13 novembre, cette touffe paraissait encore vouée à une destruction progressive; néanmoins, l'expérience de 1919 m'engageait à n'en pas désespérer. En effet, quand je revis la culture le 30 décembre, son aspect était entièrement changé. Il s'en élevait une forêt de jeunes et vigoureux filaments dressés, doués d'un intense phototropisme positif, bien caractérisés comme *Tilopteris*, la plupart encore simples, d'autres déjà pourvus de quelques rameaux; leur nombre augmenta progressivement dans la suite, chaque cellule encore vivante pouvant se comporter comme une bouture. Ainsi, après une longue période de sommeil, un renouveau de végétation s'était manifesté en hiver; il aboutissait à la formation de jeunes individus identiques à ceux qui proviennent des monospores. Une différence est cependant à signaler : au lieu de prendre tout de suite une forme conique comme ceux-ci, et de s'allonger par un accroissement intercalaire, le jeune filament dressé est d'abord cylindrique, s'allonge par accroissement nettement terminal, atteint ainsi parfois plusieurs millimètres, et ses cellules sont simples ou divisées suivant la longueur; puis, la longue cellule terminale s'atténue, produit plusieurs cloisons transversales rapprochées, et ceci est le début de l'accroissement intercalaire qui se maintiendra par la suite. Le 11 avril, les plus longs de ces filaments atteignaient près de 3^{cm}; tous leurs rameaux étaient grêles, courts et stériles, ce qui est attribuable à la vie en milieu confiné; si des organes reproducteurs s'étaient formés, ils auraient été évidemment identiques à ceux des individus adultes. Toutes les plantules que j'ai observées dans la nature étaient stériles, peut-être à cause de leur trop jeune âge, peut-être aussi parce que la brève saison du *Tilopteris* passe avant qu'elles soient en état de fructifier. Malgré cette lacune dans mon étude, on admettra qu'elles persistent jusqu'à l'année suivante, soit par l'ancienne monospore devenue plus ou moins tuberculiforme, soit par quelques-unes de leurs cellules transformées en hypnocystes.

Cette reprise de végétation du *Tilopteris*, constatée en 1919 et 1928, est si générale, et se manifeste avec une telle intensité, qu'elle ne peut être accidentelle; le phénomène se produisant quand l'expérience est faite avec des individus adultes, ou avec des plantules de germination, est vraisem-

blablement aussi le même dans la nature, et contribue à expliquer pourquoi la plante se rencontre généralement en touffes.

L'évolution individuelle de cette algue archaïque s'explique donc parfaitement, tout au moins sur les côtes françaises, sans supposer ni alternance de générations (Kylin, 1917), ni prothalle (Nienburg, *Haplospora*, 1923), ni pléthysmothalle, ni protonéma. Tout semble indiquer qu'elle se maintient et se multiplie simplement par bouturage naturel. Si ses monospores furent jadis des oosphères, elles se comportent actuellement comme des propagules.

Formulée pour la plante française, cette conclusion vaut sans doute aussi pour celle qui est commune à Helgoland d'avril jusqu'au début de juillet; Kuckuck l'a récoltée maintes fois et toujours pourvue de monospores uninucléées, nues et non attractives des anthérozoïdes; les monospores plurinucléées décrites par Reinke, d'après une unique récolte faite en juin, s'expliquent par une germination exceptionnelle, interne et précoce. Enfin les termes dans lesquels Reinke décrit les touffes d'*Haplospora* et de *Scaphospora* de la Baltique laissent supposer que leur mode de végétation est comparable à celui du *Tilopteris*.

M. A. **Lacroix** fait hommage à l'Académie du *Discours* prononcé à la séance générale d'ouverture du Congrès du *Cinquantenaire de l'Association française pour l'Avancement des Sciences*.

M. L. **Joubin** fait hommage à l'Académie du fascicule 3 de la *Faune et Flore de la Méditerranée*, dont il est directeur.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de M. *F. Henneguy* décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 59,

M. Maurice Caullery obtient	....	25 suffrages
M. Louis Roule »	....	16 »
M. Louis Lapicque »	....	15 »
M. Edmond Retterer »	....	3 »

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 60,

M. Maurice Caullery obtient	....	34 suffrages
M. Louis Roule »	....	16 »
M. Louis Lapicque »	....	10 »

M. **Maurice Caullery**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

NOMINATIONS.

MM. **A. Lecornu**, **M. de Broglie** et **Alexandre Bigot** sont délégués pour représenter l'Académie à l'inauguration d'une plaque commémorative qui sera apposée sur la maison jadis habitée à Mathieu (Calvados) par *Augustin Fresnel* et sa famille.

CORRESPONDANCE.

M. **Louis Lapicque** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section d'Anatomie et Zoologie par le décès de M. *F. Henneguy*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *American Philosophical Society Bicentenary Celebration*, 1927.

2° J. Fr. Schroeter. *Sonnenfinsternisse von* 600 *bis* 1800 *N. Chr.*

3° B. Sancholle-Henraux. *Marbres, pierres, grès, granits de France.*

4° *Cours de Mécanique professé à l'École supérieure des Mines*, par Paul Lévy. (Présenté par M. Hadamard.)

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur la seconde forme fondamentale II : Généralisation du théorème d'Enneper.* Note [1] de M. V. **Hlavatý**.

Imaginons une variété V^*_{n-1} (= variété riemannienne à $n-1$ dimensions avec torsion) dans une V^*_n et sur V^*_{n-1} une courbe asymptotique A_m d'ordre $m(>1)$, celle-ci étant définie comme suit : « Le m-vecteur osculateur [2] de A_m est situé le long de A_m dans V^*_{n-1}. » Nous nous proposons dans cette Note d'appliquer sur A_m le théorème d'Enneper.

1. Remarquons avant tout que, pour une courbe arbitraire au verseur tangent $\underset{1}{i}^\nu$ sont valables les formules de Frenet

$$(1) \qquad \underset{1}{i}^\lambda \nabla_\lambda \underset{j}{i}^\nu = -\underset{j-1}{k}\,\underset{j-1}{i}^\nu + \underset{j}{k}\,\underset{j+1}{i}^\nu \qquad (k_0 = k_n = 0,\ j = 1, \ldots, n),$$

où $\underset{2}{i}^\nu, \ldots, \underset{n}{i}^\nu$ sont les verseurs normaux successifs et $\underset{1}{k}, \ldots, \underset{m}{k}$ les courbures de la courbe en question. D'autre part, en désignant par n^ν le verseur normal à V^*_{n-1} et par $g'_{\lambda\mu}$ son tenseur métrique, la seconde forme fondamentale $h_{\lambda\mu}$ est définie comme suit :

$$h_{\lambda\mu} = g'^{\alpha}_{\lambda} g'^{\beta}_{\mu} \nabla_\alpha n_\beta.$$

Si l'on désigne par $S_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu}$ l'affineur de torsion $S_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\gamma} = \frac{1}{2}(\Gamma^\gamma_{\lambda\mu} - \Gamma^\gamma_{\mu\lambda})$, on trouve

$$(2) \qquad 2 g'^{\alpha}_{\omega} g'^{\beta}_{\mu} S_{\beta\alpha}^{\cdot\cdot\nu} n_\nu = h_{\mu\omega} - h_{\omega\mu} \quad [3].$$

2. D'après la définition de A_m, on peut exprimer n^ν au moyen des verseurs $\underset{f}{i}^\nu$ $(f = m+1, \ldots, n)$

$$n^\nu = \sum_{m+1}^{n} \cos \underset{f}{a}\, \underset{f}{i}^\nu.$$

---

[1] Séance du 30 avril 1928.

[2] C'est-à-dire le m-vecteur, contenant le verseur tangent $\underset{1}{i}^\nu$ et les verseurs normaux successifs $\underset{2}{i}^\nu, \ldots, \underset{m}{i}^\nu$ de A_m.

[3] Cf. V. Hlavatý, *Contribution au calcul différentiel absolu* (*Věstnik Kr. Č. Společnosti nauk*, Prague, 2, 1926, p. 1-12). Pour le cas d'une variété sans torsion, voir Schouten, *Der Ricci-Kalkül*, Berlin, 1924, p. 167 et 213.

d'où il suit en particulier pour $h_{\lambda\mu}$

$$h_{\lambda\mu} = g_{\lambda}^{\prime\alpha} g_{\mu}^{\prime\beta} \left\{ \sum_{m+1}^{n}{}_{f} \left(\nabla_{\alpha} \cos \underset{f}{\alpha} \right) \underset{f}{i_\beta} + \sum_{m+1}^{n}{}_{f} \cos \underset{f}{\alpha} \nabla_{\alpha} \underset{f}{i_\beta} \right\}.$$

Or, en désignant par h_{ab} le scalaire $\underset{a}{i^\lambda} \underset{b}{i^\mu} h_{\lambda\mu}$, on obtient, d'après (1) (pour $u = 1, \ldots, m-1$),

$$(3) \qquad h_{1u} = 0, \qquad h_{1m} = -\underset{m}{k} \cos \underset{m+1}{\alpha},$$

d'où il suit en particulier, en raison de (2),

$$(4) \qquad -h_{u1} = 2S_{1u}^{\cdot\cdot n} = 2 \underset{1}{i^\omega} \underset{u}{i^\mu} S_{\omega\mu}^{\cdot\cdot\nu} n_\nu, \qquad h_{m1} = 2S_{m1}^{\cdot\cdot n} - \underset{m}{k} \cos \underset{m+1}{\alpha}.$$

D'autre part, en introduisant « les affineurs de Riemann-Christoffel » pour V_n^* et V_{n-1}^*, c'est-à-dire $K_{\omega\mu\lambda\nu}$, $K'_{\omega\mu\lambda\nu}$, on peut définir les courbures K_{1u1u}, K'_{1u1u} de V_n^* et V_{n-1}^* dans la bidirection des verseurs $\underset{1}{i^\nu}$, $\underset{u}{i^\nu}$

$$K_{1u1u} = \underset{1}{i^\omega} \underset{1}{i^\lambda} \underset{u}{i^\mu} \underset{u}{i^\nu} K_{\omega\mu\lambda\nu}, \qquad K'_{1u1u} = \underset{1}{i^\omega} \underset{1}{i^\lambda} \underset{u}{i^\mu} \underset{u}{i^\nu} K'_{\omega\mu\lambda\nu}.$$

Or, en tenant compte de l'équation de Gauss (généralisée), on en déduit

$$K_{1u1u} - K'_{1u1u} = -(h_{11} h_{uu} - h_{u1} h_{1u}) = h_{1u} h_{u1} \qquad (u = 1, \ldots, m),$$

et, par conséquent,

$$(5) \qquad \boxed{\sum_{1}^{m}{}_{u} (K_{1u1u} - K'_{1u1u}) = + \left(\underset{m}{k} \cos \underset{m+1}{\alpha} \right)^2 + 2S_{1m}^{\cdot\cdot n} \underset{m}{k} \cos \underset{m+1}{\alpha}}$$

et cette formule nous présente la généralisation d'un théorème bien connu d'Enneper.

Si la connexion est sans torsion, on a $S_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu} = 0$ et, par conséquent,

$$\sum_{1}^{m}{}_{u} (K_{1u1u} - K'_{1u1u}) = \left(\underset{m}{k} \cos \underset{m+1}{\alpha} \right)^2.$$

Si $m = n - 1$, c'est-à-dire si la courbe asymptotique est d'ordre $n - 1$, le scalaire $-\sum_{1}^{m}{}_{u} K'_{1u1u} = K'_{11}$ est la mesure de courbure de V_{n-1}^* dans

la direction de $\underset{1}{i}^{\gamma}$, et la formule (5) devient donc

$$(5)' \qquad \sum_{1}^{n-1} {}_{n} K_{1a1a} + K'_{11} = \underset{n-1}{k^2} + 2 S_{1n-1}^{\cdot\cdot n} \underset{n-1}{k}$$

Si $n = 3$, on a $m = n - 1 = 2$. Le scalaire $\sum_{1}^{m}{}_{n} K_{1a1a} = K_{1212}$ est la courbure forcée $K_{(f)}$ de V_3^* dans la bidirection tangente de V_2^* et $K'_0 = K'_{1212}$ est la courbure moyenne absolue de V_2^*. On trouve donc

$$(5)'' \qquad K_{(f)} - K'_0 = \underset{2}{k^2} + 2 S_{12}^{\cdot\cdot 3} \underset{2}{k}.$$

Si en particulier $S_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu} = 0$ et V_3^* devient R^3 (= espace euclidien), cette formule prend la forme bien connue correspondant au théorème d'Enneper.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les droites de Julia des fonctions entières.* Note de M. **Miécislas Biernacki**, présentée par M. Hadamard.

$f(z)$ étant une fonction entière ou méromorphe, nous dirons qu'une demi-droite issue de l'origine est une droite de Julia ou une droite ($\mathcal{J}$) si, z_0 étant l'affixe d'un point de cette demi-droite ($z_0 \neq 0$), la famille $f(tz_0)$ où $t \geqq 1$ n'est pas normale. Dans un angle de sommet origine et d'ouverture arbitrairement petite contenant la droite ($\mathcal{J}$) à son intérieur, $f(z)$ prend ∞ fois toute valeur, sauf deux au plus. Si $f(z)$ y devient en outre égale ∞ fois à une fraction rationnelle $R(z)$ quelconque, sauf pour deux fractions au plus [une seule si $f(z)$ est entière] la droite ($\mathcal{J}$) sera dite droite ($\overset{*}{\mathcal{J}}$).

Théorème I [1]. — *Toute fonction entière possède une droite* ($\overset{*}{\mathcal{J}}$).

On peut trouver deux suites de points s'éloignant à l'infini d'affixes z_1, z_2, ..., z_n, ... et t_1, t_2, ..., t_n, ..., tels que

$$|t_n| = |z_n|, \qquad \lim_{n=\infty} \arg(z_n) = \Theta_1, \qquad \lim_{n=\infty} \arg(t_n) = \Theta_2$$

et qu'en outre $|f(z_n)| = |z_n|^n$, $|f(z)| \geqq |z_n|^n$ sur l'arc de $|z| = |z_n|$ où $\arg z_n \leqq \arg z \leqq \arg t_n$, $|f(t_n)| = |t_n|^{n^2}$. Il résulte d'un théorème récent de

---

(1) Ce théorème n'est pas nouveau; M. Valiron a en effet remarqué qu'il se déduit de la théorie des cercles de remplissage de M. Milloux. Cependant la démonstration simple et directe que nous exposons semble présenter un certain intérêt. D'ailleurs les raisonnements analogues ont été déjà employés par MM. Mandelbrojt et Gontscharoff.

M. Mandelbrojt [1] que l'angle $\Theta_1 \leq \arg z \leq \Theta_2$ contient une droite ($\mathcal{J}$) commune à toutes les fonctions de la forme $R_1(z)f(z)+R_2(z)$ [$R_1(z)$ et $R_2(z)$ sont des fractions rationnelles]. La considération de l'expression $\frac{f(z)-R_1(z)}{R_2(z)-R_1(z)}$ achève la démonstration.

Théorème II [2]. — *Soient $f(z)$ une fonction méromorphe (ou entière) et z_1, z_2, ..., z_n, ... les affixes d'une suite de points s'éloignant à l'infini et tels que $\lim_{n=\infty} \arg z_n = \Theta$. Supposons qu'il existe un nombre fixe S ($0 < S < 1$) et deux fractions rationnelles $R_1(z)$ et $R_2(z)$ [$R_1(z) \not\equiv R_2(z)$] telles qu'un cercle C_n de centre d'affixe z_n et de rayon $|z_n|^S$ contienne :*

1° *Une racine au moins de l'équation $f(z)-R_1(z)=0$ dès que $n > n_0$;*

2° *Un nombre, croissant indéfiniment avec n, de racines de l'équation $f(z)-R_2(z)=0$.*

Alors l'angle arbitrairement petit ayant comme bissectrice la demi-droite d'argument θ contient ∞ racines des équations $f(z)-R(z)=0$, sauf pour deux fractions $R(z)$ au plus [une seule si $f(z)$ est entière].

La démonstration repose sur l'inégalité de Jensen; elle s'achève comme dans le cas du théorème I.

Le théorème II montre immédiatement qu'un théorème considéré comme probable par M. Valiron [3] est exact.

Théorème III. — *$f(z)$ étant entière d'ordre positif il existe une demi-droite issue de l'origine telle que $\theta(z)$ désignant l'une quelconque des fonctions*

$$(1) \qquad \ldots\ldots \quad f''(z), \quad f'(z), \quad f(z), \quad \int_0^z f(z)\,dz, \quad \int_0^z dz \int_0^z f(z)\,dz, \quad \ldots,$$

et $P(z)$ un polynome, un angle de sommet origine et d'ouverture arbitrairement petite contenant la demi-droite considérée à son intérieur, contient une infinité de racines de toutes les équations de la forme

$$\theta(z) - P(z) = 0,$$

sauf au plus pour un seul polynome pour chaque fonction $\theta(z)$.

Dans le cas de *l'ordre infini* il suffit de remarquer avec MM. Bieber-

---

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1098.

(2) M. Mandelbrojt a énoncé un théorème qui présente quelques analogies avec le théorème II [*Journal de Mathématiques pures et appliquées* (sous presse)].

(3) *Bulletin des Sciences mathématiques*, 48, 1924, p. 264.

bach (¹) et Valiron (²) qu'une fonction entière d'ordre infini dans un angle y prend une infinité de fois toute valeur, sauf une au plus; on peut aussi remarquer que $\overline{\lim\limits_{r=\infty}} \frac{\log M(e^{2H} r)}{\log M(r)} = \infty$ même si r ne prend pas les valeurs remplissant les intervalles d'étendue totale logarithmique inférieure à H et utiliser les résultats de la théorie de MM. Wiman et Valiron (³) et le théorème de M. Mandelbrojt déjà cité. La deuxième méthode permet de montrer qu'étant donnée une suite finie quelconque de fonctions extraite de la suite (1) il existe une suite infinie de cercles de centres d'affixes z_n où $|f(z)|$ est maximum pour $|z| = |z_n|$, de rayons $\varepsilon |z_n|$ (ε est un nombre fixe mais arbitrairement petit) où chaque fonction de la suite devient égale à toute fraction $R(z)$ sauf une au plus, un nombre de fois qui croît indéfiniment avec n. Cette dernière propriété résulte de ce que les familles correspondantes ne peuvent pas être quasi normales.

J'ai établi le théorème III pour toutes les fonctions *d'ordre fini positif*; la démonstration est plus compliquée que dans le cas précédent.

Notons que *les propriétés exprimées par les théorèmes I et III ne sont nullement caractéristiques des droites* ($\mathcal{J}$) *en général*. Considérons la fonction entière $f(z) = \left[e^{ic_1 \int_{c_2}^{z} E_\alpha(-z)\,dz} - 1\right] z$. $E_\alpha(z)$ désigne la fonction connue de M. Mittag-Leffler ($0 < \alpha < 2$), c_1 et c_2 sont des constantes réelles convenables. L'axe positif est une droite ($\mathcal{J}$) pour $f(z)$. Cependant, dans un angle suffisamment petit contenant cet axe à son intérieur, $\frac{f(z)}{z}$ et $f'(z)$ sont bornées, tandis que $\int_0^z f(z)\,dz$ y tend uniformément vers l'infini avec $|z|$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques théorèmes d'existence des intégrales des systèmes d'équations différentielles.* Note de M. **D.-V. Jonesco**, présentée par M. J. Hadamard.

1. Considérons le système de n équations différentielles du premier ordre

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t; x_1, \ldots, x_n) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n) \tag{1}$$

(¹) *Mathematische Zeitschrift*, 3, 1919, p. 176.

(²) *Annales Éc. Norm.*, 3ᵉ série, 37, 1920, p. 253.

(³) Valiron, *Lectures of the general theory of integral functions*, p. 105.

où $f_i(t; x_1, \ldots, x_n)$ sont des fonctions continues pour les valeurs de t comprises dans l'intervalle (a, b), et pour toutes les valeurs de $x_1, x_2, \ldots, x_n$. On suppose en outre que les fonctions $f_i(t; x_1, \ldots, x_n)$ satisfont à la condition de Lipschitz :

$$|f_i(t; x_1, \ldots, x_n) - f_i(t; x'_1, \ldots, x'_n)| < \sum_{k=1}^{n} A_{ik} |x_k - x'_k| \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Soient d'autre part $n - 1$ points $t = t_2, \ldots, t = t_n$ pris dans l'intervalle (a, b), $(a = t_1, b = t_{n+1})$.

J'ai démontré le théorème suivant :

Si l'intervalle (a, b) est suffisamment petit, le système (1) admet une intégrale et une seule satisfaisant aux conditions suivantes :

$$\begin{cases} x_1(t_1) = 0, \\ x_2(t_2) = x_1(t_2), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_n(t_n) = x_{n-1}(t_n), \\ \quad 0 = x_n(t_{n+1}). \end{cases}$$

En désignant par H le plus grand des nombres $\sum_{k=1}^{n} A_{ik}$, une limite supérieure de l'intervalle (a, b), pour que le théorème soit possible, est $\frac{1}{2H}$.

2. Pour un système de deux équations différentielles du second ordre

$$(2) \qquad \begin{cases} \dfrac{d^2 x_1}{dt^2} = f\left(t; x_1, x_2, \dfrac{dx_1}{dt}, \dfrac{dx_2}{dt}\right), \\ \dfrac{d^2 x_2}{dt^2} = g\left(t; x_1, x_2, \dfrac{dx_1}{dt}, \dfrac{dx_2}{dt}\right); \end{cases}$$

où f et g satisfont aux conditions écrites plus haut, nous avons démontré le théorème suivant :

Lorsque l'intervalle (a, b) est suffisamment petit, il existe une intégrale et une seule du système (2) satisfaisant aux conditions suivantes :

$$(3) \qquad \begin{cases} x_1(t_3) = x_2(t_3) \\ x'_1(t_3) = x'_2(t_3) \end{cases} \qquad [x_1(t_1) = 0 ; x_2(t_2) = 0].$$

t_3 étant un point donné de l'intervalle (t_1, t_2)

Ce théorème est compris dans le n° 1. Il est vrai pour un système d'équations en nombre quelconque et pour des conditions semblables aux conditions (3) en un ou plusieurs points de l'intervalle (t_1, t_2).

3. L'interprétation mécanique de ces considérations est la suivante :

Considérons deux systèmes matériels A et B, chacun d'eux dépendant de n paramètres. On suppose ce système soumis à l'action des forces dépendant des positions et des vitesses de tous les points du système A et B.

Le théorème du n° 2 démontre qu'il existe un mouvement du système A et B tel qu'à l'instant $t=t_1$ le système A occupe une position donnée, à l'instant $t=t_2$ le système B occupe une position également donnée et à l'instant $t=t_3$, les points des deux systèmes A et B coïncident respectivement ainsi que leurs vitesses.

4. Je fais encore remarquer que ces théorèmes ont bien d'autres applications à la physique mathématique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *A propos d'une formule de MM. F. et R. Nevanlinna relative aux fonctions méromorphes dans un secteur.* Note de M. **Vladimir Bernstein**, présentée par M. Hadamard.

Soit $f(x)$ une fonction méromorphe dans le domaine

$$\text{(D)} \qquad \rho \geqq \rho_0, \qquad |\varphi| \leqq \frac{\pi}{2k} \qquad (x = \rho e^{i\varphi})$$

(frontière comprise) et soient $A_1, A_2, \ldots, A_n = a_n e^{i\alpha_n}, \ldots$ et $B_1, B_2, \ldots, B_n = b_n e^{i\beta_n}, \ldots$ respectivement les zéros et les pôles de $f(x)$ dans D; supposons qu'aucun des points A_μ ou B_ν ne se trouve sur le contour de D. MM. F. et R. Nevanlinna ont démontré que, si l'on pose

$$\alpha(\rho) = \frac{k}{2}\int_{\rho_0}^{\rho}\left\{\log\left|f\left(te^{i\frac{\pi}{2k}}\right)\right| + \log\left|f\left(te^{-i\frac{\pi}{2k}}\right)\right|\right\}\frac{dt}{t},$$

$$m(\rho) = \frac{k}{2}\int_{-\frac{\pi}{2k}}^{\frac{\pi}{2k}} \log|f(\rho e^{i\varphi})| \cos k\varphi \, d\varphi,$$

$$n(\rho) = \sum_{\rho_0 \leqq a_\mu < \rho} \cos k\alpha_\mu - \sum_{\rho_0 \leqq b_\nu < \rho} \cos k\beta_\nu,$$

l'expression

$$\text{(1)} \qquad P(\rho) = \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{\alpha(z)}{z^{k+1}} dz + \frac{1}{\rho^k}\left\{\frac{m(\rho)}{k} + \int_{\rho_0}^{\rho}\frac{m(z)}{z} dz\right\} - \pi\int_{\rho_0}^{\rho}\frac{n(z)}{z^{k+1}} dz$$

tend vers une limite finie P_0 (qui ne dépend que de ρ_0) lorsque ρ croît indéfi-

niment (¹); ils en déduisent plusieurs théorèmes très remarquables sur les relations entre la croissance de $f(x)$ à l'intérieur de D, sa croissance sur le contour, et la distribution des points A_μ et B_ν. Or, le calcul même de MM. Nevanlinna montre que

$$P(\rho) = P_0 - \frac{\rho_0 m'(\rho_0)}{k^2} \frac{1}{\rho^k}. \tag{2}$$

En comparant (1) et (2), on voit que $m(\rho)$ a des dérivées d'ordre quelconque en tout point qui n'est pas un point de discontinuité de $n(\rho)$; ces derniers points sont des points de discontinuité de première espèce pour les dérivées de $m(\rho)$. En égalant les dérivées premières de (1) et de (2), on trouve

$$\rho m'(\rho) - k^2 \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{m(z)}{z} dz + k[\alpha(\rho) - \pi n(\rho)] = \rho_0 m'(\rho_0). \tag{3}$$

Cette formule permet de calculer le saut d'une dérivée quelconque de $m(\rho)$ en un point de discontinuité; en particulier on a

$$m'(\rho + 0) - m'(\rho - 0) = \frac{\pi k}{\rho} [n(\rho + 0) - n(\rho - 0)]. \tag{4}$$

Les formules (3) et (4) permettent d'obtenir les théorèmes suivants :

1° *Si l'on connaît $m(\rho)$, on peut calculer $\alpha(\rho)$ et $n(\rho)$.* En effet, en désignant par $\rho_1 < \rho_2 < \ldots$ les points de discontinuité de $m'(\rho)$, on a

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} & n(\rho) = \sum_{\nu=1}^{\nu=\mu} \frac{\rho_\nu}{\pi k} [m'(\rho_\nu + 0) - m'(\rho_\nu - 0)] \quad \text{pour} \quad \rho_\mu < \rho \leqq \rho_{\mu+1} \quad (\mu = 1, 2, \ldots). \\ & \alpha(\rho) = \pi n(\rho) - \frac{\rho m'(\rho) - \rho_0 m'(\rho_0)}{k} + k \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{m(z)}{z} dz. \end{aligned} \right.$$

Si $m'(\rho)$ est continue, $n(\rho)$ est identiquement nulle.

2° *Si l'on connaît $\alpha(\rho)$ et $n(\rho)$, ou seulement la différence $\alpha(\rho) - \pi n(\rho)$, on a*

$$m(\rho) = -\frac{k}{2} \int_{\rho_0}^{\rho} [\alpha(\xi) - \pi n(\xi)] \left[\left(\frac{\xi}{\rho}\right)^k + \left(\frac{\rho}{\xi}\right)^k \right] \frac{d\xi}{\xi} + A\rho^k + B\rho^{-k}, \tag{6}$$

A et B étant des constantes que l'on pourra déterminer si l'on connaît les valeurs initiales de $m(\rho)$ et de $m'(\rho)$.

(¹) F. et R. Nevanlinna, *Ueber die Eigenschaften analytischer Functionen in der Umgebung einer singulären Linie oder Stelle* (*Acta Soc. scient. Fennicæ*, 50, v, p. 36).

Les formules (3), (4), (5) et (6) permettent de démontrer plusieurs théorèmes dans le genre de ceux que MM. Nevanlinna démontrent dans leur Mémoire cité. Nous n'en donnerons ici qu'un exemple. Soit $\omega(\xi)$ un ordre L, c'est-à-dire une fonction réelle, différentiable sauf en des points isolés, et telle que

$$\lim_{\xi=\infty}\omega(\xi)=\omega>0, \qquad \lim_{\xi=\infty}\omega'(\xi)\xi\log\xi=0.$$

Alors, *si* $\omega>k$, *et si* L *et* l *sont les limites d'indétermination du rapport* $\frac{\alpha(\xi)-\pi n(\xi)}{\xi^{\omega(\xi)}}$, *les limites d'indétermination du rapport* $\frac{m(\xi)}{\xi^{\omega(\xi)}}$ *sont comprises entre* $-\frac{k\omega}{\omega^2-k^2}l$ *et* $-\frac{k\omega}{\omega^2-k^2}$ L. On peut énoncer un théorème analogue pour $\omega\leq k$; toutefois, dans ce cas, il faut faire intervenir les valeurs initiales de $m(\rho)$ et $m'(\rho)$, sauf dans le cas $\omega=k$, si le rapport $\xi^{\omega(\xi)}:\xi^k$ tend vers l'infini avec ξ.

Les théorèmes de ce genre qu'on peut déduire des formules (5) et (6) sont extrêmement nombreux. Je me réserve de les traiter à une autre occasion. Notons toutefois que les formules (5) contiennent la dérivée $m'(\rho)$, de sorte que *la limitation de l'ordre de grandeur de* $m(\rho)$ *ne suffit pas pour pouvoir tirer des conclusions sur* $\alpha(\rho)$ *et* $n(\rho)$; *des suppositions sur* $m'(\rho)$ *sont nécessaires*. Au contraire, *une limitation de l'ordre de grandeur de* $\alpha(\rho)-\pi n(\rho)$ *suffit pour tirer des conclusions sur* $m(\rho)$ en vertu de la formule (6).

Il n'est pas nécessaire que $f(x)$ soit holomorphe sur le contour de D. Il suffirait par exemple que $\log|f(x)|$ soit continu et admette des dérivées partielles bornées sur chaque partie finie du contour. Les fonctions $m(\rho)$ et $\alpha(\rho)$ pourront dans ce cas n'avoir qu'un nombre fini de dérivées.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions régulièrement monotones.* Note [1] de M. **Serge Bernstein**, présentée par M. Hadamard.

1. Nous disons qu'une fonction $f(x)$ est *régulièrement monotone* dans l'intervalle (a, b), si aucune de ses dérivées successives ne change de signe dans cet intervalle [2]. Nous appellerons *type* de la fonction $f(x)$, dans

[1] Séance du 23 avril 1928.

[2] *Leçons sur les propriétés extrémales, etc.*, 1re Note, p. 196. J'ai démontré, à cet endroit, qu'une telle fonction est nécessairement analytique à l'intérieur de (a, b).

l'intervalle (a, b), la suite des nombres $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots$, définis par

$$(1)\quad \begin{cases} f^{(i-1)}(x)f^{(i)}(x) \geqq 0, & \text{lorsque} \quad i \leqq \lambda_1, \\ f^{(i-1)}(x)f^{(i)}(x) \leqq 0, & \text{lorsque} \quad \lambda_1 < i \leqq \lambda_1 + \lambda_2 = \sigma_2, \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ (-1)^n f^{(i-1)}(x)f^{(i)}(x) \geqq 0, & \text{lorsque} \quad \sigma_n < i \leqq \lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n + \lambda_{n+1} = \sigma_{n+1}; \end{cases}$$

en admettant, pour fixer les idées, que $f(x)f'(x) \geqq 0$; tous les *nombres typiques* λ_i sont des entiers *positifs* déterminés, à moins que $f(x)$ [ou $f(b-x)$] ne soit une fonction absolument monotone ou une intégrale d'ordre fini d'une telle fonction. Nous dirons que la dérivée $f^{(n)}(x)$ appartient à une *permanence* dans le cas où $f^{(n)}(x) - f^{(n+1)}(x) \geqq 0$, c'est-à-dire si l'on a $\sigma_{2k} \leqq n < \sigma_{2k+1}$; dans le cas contraire où $f^{(n)}(x)f^{(n+1)}(x) \leqq 0$, $f^{(n)}(x)$ appartiendra à une *alternance*. En posant

$$P_{2k-1} = P_{2k} = \lambda_1 + \lambda_3 + \ldots + \lambda_{2k-1}, \qquad Q_{2k} = Q_{2k+1} = \lambda_2 + \lambda_4 + \ldots + \lambda_{2k},$$

de sorte que $P_m + Q_m = \sigma_m$, quel que soit m, on établit l'inégalité

$$(2)\qquad |f^{(\sigma_m)}(x)| < \frac{\lambda_1!\,\lambda_2!\ldots\lambda_m!}{(x-a)^{P_m}(b-x)^{Q_m}}|f(x)|,$$

valable pour toute valeur de $x\,(a < x < b)$. Ainsi, par exemple, si tous les $\lambda_i = 1$, de sorte que $\sigma_m = m$, on a, en posant $x = a + b/2$,

$$\left|f^{(m)}\left(\frac{a+b}{2}\right)\right| < \left(\frac{2}{b-a}\right)^m f\left(\frac{a+b}{2}\right).$$

Dès lors, s'il existe un *intervalle fini* (a, b) *où la monotonie de* $f(x)$ *est du même type que celle de* $\sin x$ (nous disons, dans ce cas, que la fonction est *cycliquement* monotone), $f(x)$ *est entière de genre non supérieur à* 1.

D'ailleurs, quel que soit le *type*, on a, pour $\sigma_m + k = n$, où $0 < k < \lambda_{m+1}$,

$$(3)\qquad |f^{(n)}(x)| < \frac{\lambda_1!\ldots\lambda_m!\,k!}{y^{P_n}(b-y)^{Q_n}|y-x|^k}|f(y)|,$$

où y peut être pris arbitrairement dans l'intervalle (a, y) ou (x, b), suivant que $f^{(m)}(x)$ appartient à une alternance ou à une permanence.

Il en résulte que $f(x)$ *sera entière toutes les fois que*

$$\lim \sqrt[\sigma_m]{\frac{\lambda_1!\ldots\lambda_m!}{\sigma_m!}} = 0,$$

donc en particulier, si $\lim \frac{\lambda_m}{\sigma_m}$.

2. *Si la fonction $f(x)$ régulièrement monotone sur le segment fini (a, b) n'a pas de points singuliers sur l'axe réel, $f(x)$ est une fonction entière.*

La démonstration résulte de la remarque suivante. Soit $R(x)$ le rayon de convergence de la série de Taylor de $f(x)$ au point (x); nous disons que x est un point *neutre*, si les suites de dérivées telles que

$$\lim_{n=\infty} \sqrt[p_n]{\left|\frac{f^{(p_n)}(x)}{p_n!}\right|} = \frac{1}{R(x)},$$

peuvent aussi bien contenir une infinité de termes appartenant à des permanences qu'à des alternances. On démontre, et c'est là le point essentiel, qu'*une fonction régulièrement monotone sur (a, b) ne peut avoir plus d'un point neutre*. On prouve ensuite que, *si le point neutre existe, son cercle de convergence doit contenir deux points singuliers z_1 et z_2 réels de $f(x)$ ($z_1 \leqq a$, $z_2 \geqq b$); dans le cas contraire, le rayon de convergence R en a ou en b est supérieur ou égal à $(b-a)$, et le cercle contient au moins un point singulier réel.* Ainsi, si $F(x)$ est une série de Taylor de rayon de convergence fini R, telle qu'aucun des points $\pm R$ n'est singulier, l'ensemble E des zéros des dérivées successives de $F(x)$ est partout dense sur $(-R, +R)$.

3. En faisant varier a, b, on peut appliquer les inégalités (2) et (3) au cas où $f^{(n)}(0) \gtrless 0$ quel que soit n, sans supposer que $f(x)$ soit régulièrement monotone sur un segment fixe. Soit b_i une suite de nombres *positifs non croissants*, tels que $f^{(i)}(x)$ garde son signe pour $-b_i \leqq x \leqq b_i$; le type de la fonction $f(x)$ est défini par $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n, \ldots$, comme précédemment. En utilisant des inégalités analogues à (2) et (3) on obtient ainsi la proposition : *la fonction $f(x)$ est nécessairement analytique, si*

$$\underline{\lim}\, b_{\sigma_n} \sqrt[\sigma_n]{\frac{\sigma_n!}{\lambda_1!\lambda_2!\ldots\lambda_n!}} = A > 0;$$

la fonction $f(x)$ est entière, si

$$b_{\sigma_n} \sqrt[\sigma_n]{\frac{\sigma_n!}{\lambda_1!\ldots\lambda_n!}} \to \infty.$$

En particulier, *lorsqu'il existe un nombre M fixe, tel que $\lambda_i \leqq M$, la fonction $f(x)$ est entière toutes les fois que $nb_n \to \infty$; pour que $f(x)$ soit analytique, il suffit alors que $\underline{\lim}\, nb_n > 0$.*

Ainsi le type cyclique est celui qui permet aux fonctions analytiques la plus grande condensation des zéros de leurs dérivées successives. En effet, soient β_i des nombres positifs, tels que $f^{(i)}(x)$ s'annule au moins une fois

pour $|x| \leqq \beta_i$; *si* $\lim n\beta_n = 0$, *la fonction* $f(x)$ *ne peut être analytique à l'origine* (¹).

Or, si $f^{(n)}(0) \gtrless 0$, on peut poser $b_n = \min\limits_{i \leqq n} \beta_i$; donc, $\lim nb_n = 0$ entraîne également que $f(x)$ ne peut être analytique à l'origine. On démontrerait de même que $f(x)$ ne peut être *entière*, si, $C > 0$ étant fixe, $\underline{\lim}\, nb_n = C$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations* $s = f(x, y, z, p, q)$ *qui admettent un invariant pour un seul système de caractéristiques.* Note de M. **R. Gosse**, présentée par M. Goursat.

La détermination de pareilles équations est liée à la découverte de conditions simples, qui soient nécessaires à l'existence de l'invariant. Dans le fascicule XII du *Mémorial des Sciences mathématiques*, j'ai montré comment on en pouvait former une suite infinie dans le cas où il n'existe aucune fonction $\lambda(x, y, z, p, r)$ telle que

$$\frac{\partial\lambda}{\partial y} + \lambda\frac{\partial f}{\partial p} = 0.$$

Supposons maintenant qu'il existe une telle fonction.

I. Si λ ne contient pas r, j'ai montré (*loc. cit.*, p. 35) qu'il existe une fonction $\theta(x, y, z, p)$ telle que

$$\frac{\partial\theta}{\partial y} + \xi(x)\,H(f) + F(f) = 0$$

en posant, quelle que soit la fonction φ,

$$H(\varphi) = \frac{\partial\varphi}{\partial x} + p\frac{\partial\varphi}{\partial z} + f\frac{\partial\varphi}{\partial q}, \qquad F(\varphi) = \frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{\partial f}{\partial p}\frac{\partial\varphi}{\partial q}.$$

Si l'on suppose que l'ordre minimum d'involution est supérieur à 5, la continuation de la discussion même qui donne la condition en θ montre qu'on peut lui adjoindre la suivante :

(¹) Un énoncé de mon livre cité (p. 197) doit être corrigé ainsi : si la dérivée $f^{(n)}(x)$ s'annule au moins une fois dans chaque intervalle de longueur δ_n du segment $\overline{ab}$, la fonction $f(x)$ ne peut être analytique en aucun point de ce segment, lorsque $\underline{\lim}\, n\sqrt[n]{\delta_1\delta_2\ldots\delta_n} = 0$ (donc, en particulier, dans le cas où $n\delta_n = 0$).

Il existe toujours une fonction $\omega(x, y, z, p_1, p_2, p_3)$ *telle que*

$$\frac{\partial\omega}{\partial y} = X \frac{d^2}{dx^2}[\lambda H(f)] - F(f)\left(\frac{d\,Lh}{dx} + \frac{\partial f}{\partial q}\right) + \frac{\partial f}{\partial q}\frac{d}{dz}\frac{\partial f}{\partial p}.$$

Et la discussion de cette condition fournit au moins deux nouvelles conditions nécessaires simples.

II. M. Lainé (1) a fait fort justement observer qu'il fallait considérer aussi le cas où λ contient r, qui est celui où il existe une involution du second ordre

$$r + \varphi(x, y, z, p) = 0,$$

on a alors

$$\frac{\partial\varphi}{\partial y} = \varphi\frac{\partial f}{\partial p} - H(f), \qquad \lambda = \frac{1}{r+\varphi}.$$

On peut obtenir les conditions G et H que donne M. Lainé par un calcul absolument identique à celui que j'ai fait quand $\frac{\partial\lambda}{\partial r}$ est nul. On trouve ainsi que la condition en θ doit être remplacée par la condition

$$\frac{\partial}{\partial y}u(x, y, z, p) + \xi(x)\frac{d}{dx}\frac{\partial f}{\partial p} + F(f) = 0.$$

Si $\xi(x)$ n'est pas nul, la discussion de cette condition permet d'ajouter, à la condition en φ, l'unique condition

$$\frac{\partial\tau(x, y, z, p)}{\partial y} + \xi_1(x)\frac{\partial f}{\partial p} + F(f) = 0.$$

On a ainsi les conditions G de M. Lainé.

Si ξ n'est pas nul, elle donne les deux conditions supplémentaires

$$\frac{\partial\tau}{\partial y} + \tau\frac{\partial f}{\partial p} + \frac{\partial^2 f}{\partial p^2} = 0,$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial y} + \xi_1 r\frac{\partial f}{\partial p} + (1-\xi)F(f) = 0.$$

Si ξ n'est pas égal à 1, on en conclut que l'équation admet l'invariant du troisième ordre

$$(1-\xi)\left[\frac{d}{dx}L(r+\varphi) + \tau(r+\varphi) + \frac{\partial\varphi}{\partial p}\right] - \sigma - \xi_1 L(r+\varphi) = X(x),$$

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 209.

et les conditions en φ, τ et σ sont *nécessaires et suffisantes* pour qu'il existe un invariant du troisième ordre.

Si ξ est égal à 1, on a la seule condition en τ à adjoindre à la condition en φ. Ainsi, quand la seconde condition H de M. Lainé ne disparaît pas, on est sûr de l'existence d'un invariant du troisième ordre; quant à la troisième, elle est, en toute hypothèse, une conséquence identique des conditions en φ et τ.

Par une généralisation analogue à celle du premier cas, et sous les mêmes réserves, on peut adjoindre à la condition en u la suivante :

Il existe toujours une fonction $\omega(x, y, z, p_1, p_2, p_3)$ *telle que*

$$\frac{\partial\omega}{\partial y} = \lambda \frac{d^2}{dx^2}\frac{\partial f}{\partial p} - F(f)\left(\frac{d\mathrm{L}\lambda}{dx} + \frac{\partial f}{\partial q}\right) + \frac{\partial f}{\partial q}\frac{d}{dx}\frac{\partial f}{\partial p}.$$

Et la discussion de cette relation fournit encore au moins deux nouvelles conditions nécessaires simples.

Dans les deux cas, la méthode qui donne la condition en ω en fournit une suite infinie de nouvelles et la confrontation de ces conditions permet dès lors d'espérer trouver sans trop de peine, non plus seulement les équations $s = f(x, y, z, p, q)$ de la première classe, mais encore celles qui admettent un invariant pour un seul système de caractéristiques : j'ai pu faire effectivement le calcul, pour le premier cas, en laissant de côté les invariants d'ordre inférieur à 5.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les suites de zéros des dérivées sucessives.* Note de M. W. **Gontcharoff**, présentée par M. Hadamard.

Dans ce qui suit, je vais signaler certaines relations qui existent entre la nature analytique d'une fonction indéfiniment dérivable $f(x)$ d'une variable x (complexe ou réelle) et la distribution des zéros des dérivées successives $f(x)$, $f'(x)$, ..., $f^{(n)}(x)$, ... Soient x_0 un zéro *quelconque* de $f(x)$, x_1 un zéro quelconque de $f'(x)$, ..., x_n un zéro quelconque de $f^{(n)}(x)$, etc.

1. *Si la série* $\sum_{i=0}^{\infty} |x_i - x_{i+1}|$ *est convergente, la fonction* $f(x)$ *ne saurait être analytique au point* $x = X$, *où* $X = \lim_{n \to \infty} x_n$, *sans se réduire à un polynome*

aux environs de ce point. En particulier, si $f(x)$ est une fonction entière, toute série de la forme $\sum_{i=0}^{\infty} |x_i - x_{i+1}|$ est divergente. Inversement, on peut construire des fonctions entières pour lesquelles la divergence d'une série de la forme indiquée soit si faible qu'on le veut (rien n'étant supposé au sujet de l'existence de la limite des x_n).

II. *Admettons que la suite des x_i converge vers une limite finie, soit* $X = 0$. *Si l'on a*

$$\overline{\lim_{n \to \infty}}\, n\,|x_n - x_{n+1}| \leqq L,$$

la fonction $f(x)$ ne saurait être holomorphe dans le cercle $|x| = R$, où $R > Le$, sans se réduire à un polynome.

Si $\lim\limits_{n \to \infty} n|x_n - x_{n+1}| = 0$, on obtient la même conclusion que dans le théorème précédent. Si $f(x)$ est une fonction entière transcendante, il s'ensuit que $\overline{\lim\limits_{n \to \infty}}\, n\,|x_n - x_{n+1}| = \infty$.

III. Posons $\sum_{i=1}^{n} |x_i - x_{i+1}| = s_n$. Soient $f(x)$ *une fonction entière transcendante*, $M(r)$ son module maximum sur le cercle $|x| = r$. En limitant d'en haut la croissance de $M(r)$, on obtient une limitation d'en bas pour la croissance de s_n. Par exemple *les hypothèses*

$$(a) \qquad \overline{\lim_{r \to \infty}} \frac{\log \log M(r)}{\log r} \leqq \rho \qquad (\rho > 0),$$

$$(b) \qquad \overline{\lim_{r \to \infty}} \frac{\log \log \log M(r)}{\log r} \leqq \rho \qquad (\rho > 0),$$

$$(c) \qquad \overline{\lim_{r \to \infty}} \frac{\log \log M(r)}{\log \log r} \leqq \rho \qquad (\rho > 1)$$

entraînent respectivement :

$$(a') \qquad \underline{\lim_{n \to \infty}} \frac{\log s_n}{\log n} \geqq \frac{1}{\rho},$$

$$(b') \qquad \underline{\lim_{n \to \infty}} \frac{\log s_n}{\log \log n} \geqq \frac{1}{\rho},$$

$$(c') \qquad \underline{\lim_{n \to \infty}} \frac{\log \log s_n}{\log n} \geqq \frac{1}{\rho - 1}.$$

Plus précisément, en partant de l'hypothèse

$$\overline{\lim_{r \to \infty}} \frac{\log M(r)}{r^{\rho}} \leqq A,$$

j'ai obtenu

$$\varliminf_{n\to\infty} \frac{s_n}{n^{\frac{1}{\rho}}} \geqq \left(\frac{1}{A e \rho}\right)^{\frac{1}{\rho}} \frac{1}{1+e^{-\frac{1}{\rho}}}.$$

On s'aperçoit que la croissance de s_n est de même ordre que celle de $|a_n|$, où a_n désigne le $n^{\text{ième}}$ zéro de $f(x)$, ces zéros étant rangés suivant leurs modules croissants. Dans le cas où $\lim_{r\to\infty} \frac{\log M(r)}{r} = 0$, on doit avoir nécessairement : $\lim_{n\to\infty} \frac{s_n}{n} = \infty$, et, par conséquent, $\overline{\lim_{n\to\infty}} |x_n| = \infty$.

IV. Plaçons-nous dans le cas où *la série* $\sum_{i=0}^{\infty} |x_i - x_{i+1}|$ est *convergente*, et posons $\lim_{n\to\infty} x_n = X = 0$, $\rho_n = \sum_{i=n}^{\infty} |x_i - x_{i+1}|$. Cette fois, les données étant supposées réelles, soit M_n le maximum de la valeur absolue de $f(x)$ dans un intervalle contenant le point $x = 0$. La décroissance rapide de ρ_n entraîne la croissance rapide de M_n. Ainsi *les relations*

$$(a) \qquad \varliminf_{n\to\infty} \frac{\log \frac{1}{\rho_n}}{\log n} \geqq \alpha \qquad (\alpha > 0),$$

$$(b) \qquad \varliminf_{n\to\infty} \frac{\log \frac{1}{\rho_n}}{\log \log n} \geqq \alpha \qquad (\alpha > 0)$$

ont pour conséquence, respectivement,

$$(a') \qquad \overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{\log \sqrt[n]{\frac{M_n}{n!}}}{\log n} \geqq \alpha,$$

$$(b') \qquad \overline{\lim_{n\to\infty}} \frac{\log \sqrt[n]{\frac{M_n}{n!}}}{\log \log n} \geqq \alpha,$$

à moins que $f(x)$ ne se réduise à un polynome.

On démontre les propositions énoncées en s'appuyant sur la formule d'interpolation suivante, généralisation immédiate de la formule de Taylor :

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_1)\int_{x_0}^{x} dx' + f''(x_2)\int_{x_0}^{x} dx' \int_{x_1}^{x'} dx'' + \ldots$$
$$+ f^{n}(x_n)\int_{x_0}^{x} dx' \int_{x_1}^{x'} dx'' \ldots \int_{x_{n-1}}^{x^{(n-1)}} dx^{n} + R_n,$$

où

$$R_n = \int_{x_0}^{x} dx' \int_{x_1}^{x'} dx'' \ldots \int_{x_n}^{x^{(n)}} f^{(n+1)}[x^{n+1}]\, dx^{n+1}.$$

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie de la démonstration.* Note de M. J. **Herbrand**, présentée par M. Hadamard.

I. La théorie de la déduction, tant qu'elle ne fait intervenir que les symboles logiques tels que $\curlyvee$ (ou), $\sim$ (non), $\supset$ (implique), dont le rôle est de lier des propositions entre elles, peut être fondée, par exemple, comme on sait, sur les propositions primitives de Russell et sur la règle d'implication suivante :

Si p et $p \supset q$ sont vraies, q est vraie.

On en déduit des propositions vraies, quelles que soient les valeurs logiques (cf. Zaremba, *Mémorial des Sc. math.*, p. 7) des lettres (propositions éléments) qui y figurent; on les appellera des identités propositionnelles de première espèce. On peut *démontrer* (au sens de Hilbert) :

1° Que cette théorie n'est pas contradictoire, c'est-à-dire que P et $\sim$ P ne peuvent être vraies simultanément;

2° Que toute proposition dont la valeur logique est le vrai, quelles que soient les valeurs logiques des lettres qui y figurent, est une identité propositionnelle que l'on saura alors démontrer, et réciproquement.

II. On peut alors introduire des propositions contenant des variables (pouvant être de différentes sortes) et les nouveaux symboles : $(\mathrm{E}x)$ (il existe x tel que), et (x) (quel que soit x); et fonder leur théorie, indépendamment de celles des types, de différentes manières, dont la plus simple au point de vue pratique est la suivante : On conserve les propositions primitives de la théorie des identités propositionnelles de première espèce, et la règle d'implication. On ajoute les règles suivantes :

Règle 1. — Si Φx est vraie, $(x) . \Phi x$ est vraie.

Règle 2. — Si Φxx est vraie, $(\mathrm{E}y) . \Phi yx$ est vraie.

Règle 3. — Si

$$\Phi x_1 x_1 x_2 \ldots x_n . \curlyvee . \Phi x_2 x_1 x_2 \ldots x_n . \curlyvee \ldots \curlyvee . \Phi x_n x_1 x_2 \ldots x_n$$

est vraie, $(\mathrm{E}y) . \Phi y x_1 x_2 \ldots x_n$ est vraie.

Règle 4. — On peut remplacer $\sim : (x) . \Phi x$ par $(\mathrm{E}x) : \sim . \Phi x$; $\sim : (\mathrm{E}x) . \Phi x$ par $(x) : \sim . \Phi x$; $p . \curlyvee . (x) . \Phi x$ par $(x) : p . \curlyvee . \Phi x$; $p . \curlyvee (\mathrm{E}x) . \Phi x$ par $(\mathrm{E}x) : p . \curlyvee . \Phi x$, quelles que soient les propositions Φx et p, et réciproquement.

Appelons « identités propositionnelles » de deuxième espèce les proposi-

tions vraies ainsi obtenues. On peut démontrer que cette méthode équivaut à celle de Russell et Whitehead (même si l'on n'utilise la règle 3 que pour $n = 2$) et n'est pas contradictoire.

Appelons « identités normales » celles que l'on peut obtenir sans utiliser la règle d'implication :

1° On peut reconnaître si une proposition est une identité normale et, dans ce cas, la démontrer;

2° Si, dans une identité propositionnelle de première espèce

$$A(p_1, p_2, \ldots, p_n)$$

on remplace $p_1, p_2, \ldots, p_n$ par des propositions quelconques, on a une identité normale;

3° Étant donnée une identité propositionnelle P, il existe une identité normale Π telle que $\Pi . \supset . P$ soit une identité normale.

Une théorie mathématique quelconque peut s'obtenir en remplaçant les propositions-éléments par des propositions de nature déterminée que l'on assujettit à des propositions primitives en nombre fini ou infini. P étant un théorème vrai dans une théorie, il existe une identité normale Π et un certain nombre de propositions primitives de la théorie $H_1, H_2, \ldots, H_n$ telles que $\Pi . H_1 . H_2 \ldots H_n . \supset . P$ soit une identité normale.

III. On obtient une théorie mathématique particulière en considérant des variables de différents types (individus, classes d'individus, relations entre individus, classes de classes, etc., comme chez Russell) et en utilisant les propositions-éléments $x \varepsilon \alpha$ (x est dans la classe α) et $x R y$ (x et y sont liés par la relation R), les variables pouvant être de différents types. Les propositions primitives sont de la forme

$$(E\alpha) :: (\beta) :. (\lambda) : \beta \varepsilon \lambda . \supset . \alpha \varepsilon \lambda : \supset . (x) . x \varepsilon \beta \equiv \Phi x,$$
$$(ER) :: (S) :. (\lambda) : S \varepsilon \lambda . \supset . R \varepsilon \lambda : \supset . (xy) . x S y \equiv \Phi xy,$$

où l'on remplace Φx (et Φxy) par des propositions quelconques contenant x (et y) comme variables. On obtient ainsi une théorie équivalente à celle de Russell, mais sans axiome de réductibilité, et qu'on démontre aisément n'être pas contradictoire. On peut ajouter parmi les propositions primitives l'axiome de choix (la théorie reste non contradictoire) et l'axiome de l'infini.

Désignons cette théorie par R_1. On peut également remplacer l'axiome de l'infini ordinaire par un autre exigeant l'existence de classes de puissance

plus grande que $\aleph^{(n)}$, quel que soit n, en posant

$$\aleph^{0} = \aleph_0, \qquad \aleph^{(n+1)} = 2^{\aleph^{(n)}}.$$

Désignons-la par R_2. On peut démontrer que l'axiomatique de Zermelo sans axiome de l'infini admet une interprétation dans R_1 ; avec l'axiome de l'infini, dans R_2 ; et que R_1 admet une interprétation dans l'axiomatique de Zermelo avec axiome de l'infini.

HYDRODYNAMIQUE. — *Quelques remarques sur les fonctions de courant.* Note [1] de M. **D. Riabouchinsky.**

Le problème de la généralisation de la théorie des fonctions d'une variable complexe a été traité, dans plusieurs Mémoires classiques, par M. E. Picard et M. V. Volterra, et M. Picard a montré que ce problème n'étant pas déterminé, on pouvait se placer dans une telle tentative à des points de vue très différents. D'autre part, dans ses conférences à la Clark-University (1899), M. Émile Picard a insisté sur les désavantages qu'il y a à réduire la théorie des fonctions à la théorie des fonctions analytiques et en parlant (*Quelques réflexions sur la Mécanique*, 1900) sur l'explication mécanique des phénomènes, il a posé la question : « Pourquoi supposer qu'il n'y a d'explication mécanique que celle qui cadrerait avec les équations de Lagrange ? Ne pourrait-on pas adopter un point de vue plus compréhensif, et alors n'est-on pas menacé de tomber dans une querelle de mots ? » Les problèmes que je discute dans la présente Note rentrent dans cet ordre d'idées.

Dans un mouvement fluide à deux ou à trois dimensions, dont les composantes de la vitesse seraient $u = \frac{\partial\varphi}{\partial x}$, $v = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}$ et $u = \frac{\partial\varphi}{\partial x}$, $v = \frac{\partial\varphi}{\partial y}$, $w = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}$, l'équation de continuité prendrait la forme des équations des cordes et des membranes vibrantes, mais ces équations détermineraient dans ce cas des mouvements rotationnels d'un fluide incompressible. On peut exposer la théorie générale des équations aux dérivées partielles en se plaçant à ce point de vue, c'est-à-dire en considérant ces équations comme conditions que la divergence d'un champ de vecteurs est nulle en tout point, exception faite de certaines surfaces, lignes et points-lieux des singularités. Il est alors naturel d'interpréter les fonctions φ comme *potentiels de vitesse*

---

[1] Séance du 30 avril 1928.

généralisés adjoints aux fonctions de courant ψ_1, ψ_2, dont les fonctions de courant de Lagrange et de Stokes sont des cas particuliers et d'écrire

$$n = \frac{D(\psi_1, \psi_2)}{D(y, z)} = \varpi \frac{\partial x}{\partial \varphi} = f_1 \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \qquad f_1 \frac{D(y, z)}{D(\psi_1, \psi_2)} = \frac{\partial x}{\partial \varphi},$$

avec les analogues pour v et w. ϖ est le déterminant fonctionnel de φ, ψ_1, ψ_2 en x, y, z. Ces équations, qui peuvent être étendues à un nombre quelconque de variables, généralisent les équations de la théorie des fonctions d'une variable complexe

$$(1) \qquad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \varpi \frac{\partial x}{\partial \varphi} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \qquad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \varpi \frac{\partial y}{\partial \varphi} = \frac{\partial \varphi}{\partial y}.$$

En prenant φ, ψ_1, ψ_2 comme coordonnées curvilignes, on obtient un système de variables jouissant de propriétés assez distinctes de ceux de Lagrange et d'Euler (¹).

Si l'on applique à une expression de la forme $\varphi + \varepsilon\psi = f(x + \varepsilon y)$, $\varepsilon^2 = -a$, où a est une constante réelle quelconque, le raisonnement conduisant aux conditions de monogénéité dans le cas particulier $\varepsilon^2 = -1$, on obtient les relations

$$(2) \qquad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \qquad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{a} \frac{\partial \varphi}{\partial y}.$$

Il est évident qu'on peut ramener les secondes parties de ces équations aux conditions (1) en posant $\sqrt{a}\psi = \psi_1$ et $\sqrt{a}y = y_1$; mais si l'on précise que c'est la fonction ψ que l'on considère comme fonction de courant, on est conduit à une généralisation intéressante. Si l'on pose, par exemple, $\varphi + \varepsilon\psi = u_0(z + c^2 z^{-1})$, $z = x + \varepsilon y$, on obtient un mouvement *rotationnel*, dont la vitesse à l'infini ($x = \pm\infty$) est u_0, en présence d'un obstacle qui, selon que a est positif, nul ou négatif, est une ellipse, deux droites parallèles ou une hyperbole.

En substituant les expressions (2) dans les équations de Navier, on trouve

(¹) J'ai exprimé la solution du problème des ondes de Gerstner dans le système de variables φ, ψ dans une Note antérieure (*Comptes rendus*, 179, 1924, p. 883). Comme solution approchée du problème de M. Boussinesq de l'onde solitaire, on trouve

$$x + iy = \frac{\varphi + i\psi}{a} + \text{ct tangh}\,\frac{m}{a}(\varphi + i\psi).$$

L'approximation de cette solution est équivalente à celle de la solution de Mc Cowan et l'on obtient le profil de l'onde sous une forme paramétrique.

comme conditions d'intégrabilité

$$\left(\rho_x - \frac{1}{a}\rho_y\right)\frac{\partial^2 H}{\partial x\, \partial y} = 0, \qquad H = \frac{1}{2}w^2 + \frac{\partial \varphi}{\partial t} + v\Delta\varphi, \qquad w^2 = \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{a}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)^2,$$

où nous appelons ρ_x, ρ_y les composantes horizontale et verticale de l'inertie. On peut satisfaire à cette condition soit en posant $H = f_1(x, t) + f_2(y, t)$, soit en posant $\rho_y = a\rho_x$. La dernière de ces conditions, lorsque $a \neq 1$, caractérise des *hydrodynamiques non lagrangiennes* [1].

L'intérêt principal des relations (2) réside dans le fait qu'elles permettent de suivre et d'interpréter les modifications que subissent les proportions fondamentales de la théorie des fonctions d'une variable complexe, lorsqu'on fait varier le paramètre a de $-\infty$ à $+\infty$.

NAVIGATION. — *Construction rapide, sur la carte, des lignes de relèvements constants pour utiliser les relèvements radiogoniométriques pris du bord.* Note [2] de M. D. **Gernez**, présentée par M. Charcot.

I. Les relèvements radiogoniométriques d'une station terrestre pris du bord, étant des arcs de grand cercle, ne peuvent être portés directement sur une carte comme les relèvements pris à petite distance puisqu'ils coupent sous des angles différents le méridien du navire et celui de la station. On peut néanmoins les utiliser en construisant sur la carte marine les lignes de relèvements constants de cette station, la ligne de relèvement constant à $n°$ d'une station étant le lieu géométrique des points terrestres d'où l'on relève cette station à $n°$.

II. Chaque point de la ligne est déterminé en calculant l'écart en longitude entre la station et l'intersection de la ligne avec un parallèle de latitude donnée. Le calcul se fait de la façon suivante.

Le navire et la station relevée étant dans le même hémisphère, soient le triangle sphérique PZA formé par la station A, le pôle P de son hémisphère et le navire Z d'où l'on relève A suivant le relèvement Z. L étant la latitude de la station A et l celle du navire Z, on a

$$\cot PA \sin PZ = \cot Z \sin P + \cos PZ \cos P$$

---

[1] J'ai considéré les cas particuliers $a = 0$, $a = -1$, dans une Note antérieure (*Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1136).

[2] Séance du 26 mars 1928.

ou

(1) $$\tan L \cos l = \cot Z \sin P + \sin l \cos P.$$

Soit φ un angle auxiliaire tel que

(2) $$\tan \varphi = \frac{\cot Z}{\sin l},$$

on a

$$\cot Z = \sin l \tan \varphi,$$

et l'équation (1) devient

$$\tan L \cos l = \frac{\sin l \sin \varphi \sin P + \sin l \cos \varphi \cos P}{\cos \varphi}$$

ou

$$\tan L \cos l \cos \varphi = \sin l \cos(P - \varphi),$$

d'où l'on tire

(3) $$\cos(P - \varphi) = \tan L \cos \varphi \cot l.$$

Les équations (2) et (3) permettent de déterminer P.

L'angle φ étant donné par sa tangente doit être toujours aigu : on lui donne le signe + si Z est compté à partir du pôle de l'hémisphère où est le navire, le signe — si Z est compté à partir du pôle opposé.

φ étant toujours aigu, $\cos(P - \varphi)$ est toujours positif, donc $(P - \varphi)$ est toujours aigu, mais peut être positif ou négatif. On prendra donc les deux valeurs de $(P - \varphi)$ l'une positive l'autre négative, et pour chacune on calculera

$$P = (P - \varphi) + \varphi \text{ algébriquement.}$$

En combinant chaque valeur de P ainsi trouvée avec la longitude de la station relevée, on obtient les longitudes de 2 points de la courbe dont la latitude est l. Ayant ainsi calculé les longitudes de plusieurs points de la ligne de relèvement constant Z de A, de latitudes voisines de la latitude estimée du navire, on trace sur la carte la courbe continue passant par ces points.

La discussion complète de la formule (3) et l'examen du cas où le navire et la station relevée sont dans des hémisphères différents, ce qui conduit à une formule analogue, sortent du cadre de cette Note.

III. Le calcul de P peut être disposé comme suit :

$\log \cot Z$	...	$\log \tan L$	...					
$\operatorname{colog} \sin l$	...	$\log \cot l$	...					
$\log \tan \varphi$	...	$\log \cos \varphi$	...	φ	...	et	...	
		$\log \cos(P - \varphi)$	...	$P - \varphi$	$+$...	ou	$-$...	
		2 valeurs de P :			...		...	

Le calcul de l'angle auxiliaire φ et une partie du calcul de $(P - \varphi)$ *sont indépendants de la position géographique de la station relevée.* On peut donc construire une Table donnant pour chaque degré de relèvement les valeurs de φ et de $\log S = \log \cot l + \log \cos \varphi$ correspondant à toutes les valeurs de l de 0° à 60°. Le calcul de P serait alors simplifié et réduit à la forme suivante :

log tang L	...			
log S	...	φ	...	...
log cos(P − φ)	...	P − φ	+ ...	− ...
		2 valeurs de P :	...	et ...

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Les équations de Maxwell dans la théorie commune à la gravitation et à l'électricité.* Note [1] de M. **Léopold Infeld**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Dans une Note publiée dans la *Physikalische Zeitschrift* (29, p. 143) j'ai essayé d'esquisser une théorie de gravitation et d'électricité basée sur un système de géométrie non riemannienne.

Dans ce qui suit j'indique une conséquence remarquable de cette théorie relative à l'extension des équations de Maxwell au cas de la théorie de la relativité générale.

On sait que la relativité générale admet d'habitude la forme suivante des équations de Maxwell :

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \frac{\partial \sqrt{-g}\, \varphi^{ik}}{\partial x^k} = I^i, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \varphi_{ik}}{\partial x^l} + \frac{\partial \varphi_{kl}}{\partial x^i} + \frac{\partial \varphi_{li}}{\partial x^k} = 0\,; \tag{2}$$

φ_{ik} désigne ici le tenseur électromagnétique, I^k le courant électrique.

Il en résulte :

$$g^{ls} \varphi_{ik;ls} + I_{k;i} - I_{i;k} + R_{ks}\varphi^s_i - R_{is}\varphi^s_k + 2 B_{ikls}\varphi^{ls} = 0\,; \tag{3}$$

$\varphi_{ik;l}$ désigne ici la dérivée covariante, c'est-à-dire

$$\varphi_{ik;l} = \frac{\partial \varphi_{ik}}{\partial x^l} - \{il, s\}\varphi_{sk} - \{kl, s\}\varphi_{is}\,;$$

R_{iklm}, R_{ik} désignent des tenseurs de courbure riemanniens bien connus.

(1) Séance du 30 avril 1928.

Ces équations se heurtent à une objection grave, bien connue d'ailleurs [1], à savoir que dans le cas $I^k = 0$, *elles ne peuvent généralement pas, dans aucun système local, être ramenées à l'équation des ondes*, c'est-à-dire à l'équation

$$\frac{\partial^2 \varphi_{ik}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{ik}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_{ik}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \varphi_{ik}}{\partial t^2} = 0. \tag{4}$$

Par contre, en partant des équations de la théorie esquissée dans notre Note précitée, on arrive, en développant nos calculs, à l'équation (1) et à l'équation suivante :

$$g^{ls} \varphi_{ik;ls} + I_{k;i} - I_{i;k} = 0. \tag{5}$$

Or il est bien évident que dans le cas $I^k = 0$, cette équation se ramène, dans un système local convenable, à l'équation des ondes.

Dans le cas particulier, quand $g_{ik} = \delta_{ik}$ (c'est-à-dire quand les g_{ik} prennent les valeurs de la théorie de la relativité restreinte), les équations (5) prennent la forme suivante :

$$\delta^{ls} \frac{\partial^2 \varphi_{ik}}{\partial x^l \partial x^s} + \frac{\partial I_k}{\partial x^i} - \frac{\partial I_i}{\partial x^k} = 0. \tag{6}$$

Au point de vue physique nos équations peuvent être considérées comme équivalentes à celles de Maxwell de la théorie de la relativité restreinte, puisque toute solution des équations (2) et des équations

$$\frac{\partial \varphi_i^k}{\partial x^k} = I_i \tag{7}$$

satisfait à l'équation (5).

Esquissons brièvement la voie qui conduit à l'équation (5) et (1).

Partons de l'équation d'Einstein :

$$K_{ik} = \frac{\partial \Gamma_{ik}^l}{\partial x^l} + \Gamma_{sk}^l \Gamma_{il}^s + \frac{\partial \Gamma_{il}^l}{\partial x^k} - \Gamma_{ik}^s \Gamma_s^l = 0. \tag{8}$$

Dans notre géométrie nous supposons les composantes du déplacement parallèle Γ_{ik}^l (*non symétriques*) très peu différentes de celles de la géométrie riemannienne, c'est-à-dire des symboles de Christoffel.

Les hypothèses et les raisonnements de notre Note précitée conduisent

---

[1] Cf. par exemple EDDINGTON, *Relativitätstheorie in mathematischer Behandlung*, p. 267, Berlin, Springer, 1925.

aux valeurs suivantes de Γ_{ik}^{l} (non explicitées dans ladite Note) :

$$\Gamma_{ik}^{l} = \{i,\, k,\, l\} + \frac{1}{2}\alpha(\varphi_{i,k}^{l} + \varphi_{k,i}^{l} + g^{sl}\varphi_{ik,s}), \tag{9}$$

où α est un facteur numérique extrêmement petit.

Après avoir exécuté les calculs, en négligeant (conformément à notre hypothèse) les puissances supérieures de α, on arrive à des équations ne contenant pas α. On trouve notamment en explicitant la partie symétrique de l'équation (8) les équations bien connues de gravitation d'Einstein, et la partie symétrique gauche nous donne les équations (5).

En ce qui concerne les équations de Maxwell (1) on les obtient en identifiant le vecteur géométrique

$$S_k = (\Gamma_{ks}^{s} - \Gamma_{sk}^{s})\frac{1}{\alpha} \tag{10}$$

au vecteur-courant I_k.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la mesure absolue des coefficients d'influence.* Note [1] de M. R. **Darbord**, présentée par M. Brillouin.

Ayant besoin à la fois, dans un montage électrométrique comprenant une chambre d'ionisation, d'un coefficient d'influence variable et d'un coefficient d'influence étalonné, j'ai pensé à me servir du premier pour éviter le second. La méthode exposée dans cette Note permet la mesure absolue d'un coefficient d'influence avec, sans précautions spéciales, une précision de l'ordre du millième.

Comparons, pour chaque valeur, le coefficient variable C au coefficient d'influence C_0 de la chambre d'ionisation.

La méthode de De Sauty permet de le faire; elle détermine le rapport $\gamma = \frac{C_0}{C}$ par le rapport de deux résistances.

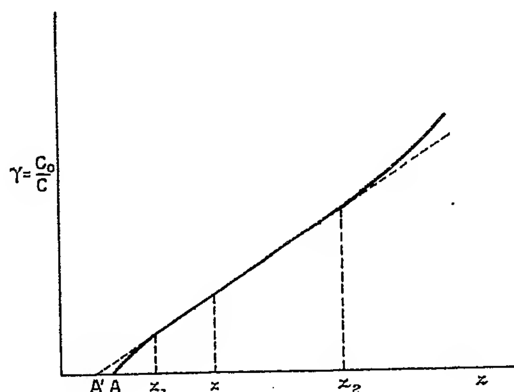
Le coefficient variable est du type condensateur-plan à anneau de garde. Il comprend le plateau relié à l'électromètre et le plateau de charge, à l'intérieur d'une enceinte métallique qui forme anneau de garde pour le premier plateau et protection électrostatique pour l'ensemble. Le plateau de charge est porté par une vis micrométrique qui sert à faire varier sa distance à l'autre plateau. *Le coefficient d'influence et l'appareil nécessaire à*

(1) Séance du 23 avril 1928.

la mesure de la distance des électrodes ne font donc qu'un et cette mesure délicate peut s'effectuer sans aucun démontage. Par construction, le plateau relié à l'électromètre est dans le plan de son anneau de garde et les armatures sont parfaitement planes.

Par contre, le parallélisme des armatures n'est pas assuré avec précision. C'est pourquoi, dans les expériences de ce genre, les armatures sont habituellement séparées par des cales de quartz (qui créent peut-être d'ailleurs une petite perturbation) au lieu de se faire simplement vis-à-vis. Cependant, on peut montrer que si les plateaux ne sont pas trop rapprochés, un défaut de parallélisme du premier ordre introduit seulement, dans le calcul du coefficient d'influence, une erreur du second ordre, à condition de prendre, comme distance d'armatures, la distance du centre du plateau collecteur au plateau de charge. Cette distance ne peut se mesurer directement.

Représentons le rapport γ en fonction de la position z du plateau de charge, indiquée avec précision par la vis micrométrique. La courbe présente un point d'inflexion et se confond sur une grande longueur avec sa tangente



en ce point. Cela veut dire que pour une position z comprise entre z_1 et z_2 on peut considérer le coefficient d'influence C comme la résultante du coefficient C_1 correspondant à la position z_1, en cascade avec un coefficient d'influence C′ d'épaisseur bien déterminée $(z - z_1)$:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C'} \quad \text{avec} \quad C' = \frac{S}{4\pi(z - z_1)},$$

d'où

$$(1) \qquad \gamma = \gamma_1 + \frac{4\pi C_0}{S}(z - z_1).$$

Cette conception permet un étalonnage précis. Il faut prendre pour S la surface du plateau relié à l'électromètre, ou plutôt cette surface augmentée de la moitié de l'aire correspondant au sillon de l'anneau de garde.

Quand on rapproche trop les plateaux, la courbe passe au-dessous de la tangente. Cela se comprend, puisque le coefficient d'influence devient réellement infini lorsque les plateaux arrivent au contact (point A), c'est-à-dire avant que leurs centres ne soient confondus (point A').

Si les armatures sont trop éloignées, le principe de l'anneau de garde s'applique mal, il y a dispersion des lignes de force émises par le plateau inducteur et, pour obtenir une capacité donnée, il faut que les armatures soient un peu plus rapprochées, la courbe se trouve au-dessous de la tangente. *Cette méthode permet donc de reconnaître avec sécurité dans quelles conditions on peut appliquer le principe de l'anneau de garde.*

Dans la formule (1) tout est connu sauf C_0 :

$$C_0 = \frac{S}{4\pi}\frac{\gamma-\gamma_1}{z-z_1} = \frac{S\alpha}{4\pi},$$

en appelant α le coefficient angulaire de la tangente.

Le coefficient d'influence fixe est donc étalonné et, par cela même, le coefficient variable, pour toutes les positions du plateau de charge.

ONDES HERTZIENNES. — *Sur un nouveau mode d'entretien d'oscillations dans les lampes triodes.* Note de M. E. **Pierret**, présentée par M. G. Ferrié.

Des recherches en vue d'étudier la propagation des ondes très courtes nous ont amené à observer un mode de fonctionnement des lampes triodes qui fournit des oscillations stables encore plus courtes que celles de Barkhausen. Ces dernières n'ont pu être obtenues jusqu'ici sur des longueurs d'onde inférieures à 30^{cm} environ et ce n'est que très accidentellement et sans pouvoir ni fixer les conditions de fonctionnement, ni même reproduire à volonté l'expérience qu'ont été mesurées des ondes de longueur plus petite [Mlle Grechowa (1), Pierret (2)].

Par le procédé que nous décrivons dans cette Note, nous obtenons des ondes de longueur comprise entre 14^{cm} et 18^{cm}, très stables, et avec une

(1) Grechowa, *Zeits. f. Phys.*, 35, 1925, p. 50, et 38, 1926, p. 621.

(2) Pierret, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1428.

intensité au moins égale à celle des ondes de Barkhausen de 45 à 50^{cm}. Le montage est le même que celui que nous avons déjà employé pour produire ces dernières (2 *loc. cits*). Deux lampes Métal T. M. C. dont le diamètre de plaque a été un peu réduit et qui ont été vidées sur pompe Langmuir sans emploi de phosphore ont leurs plaques réunies par un fil et leurs grilles par une ligne sur laquelle on peut déplacer un pont constitué par une plaque de cuivre à travers laquelle passent les fils. Les grilles sont portées à un potentiel supérieur de 280 volts à celui du filament en réunissant le pont à une batterie d'accumulateurs, et les plaques à un potentiel inférieur de 40 volts à celui du filament. Une ligne, à l'origine de laquelle se trouve une soudure fer-constantan est couplée à l'oscillateur; elle permet, par l'observation des ondes stationnaires qui y sont produites, de mesurer la longueur de celles-ci.

Lorsqu'on déplace le pont sur les fils réunissant les grilles, on trouve une série de positions équidistantes de 8^{cm} pour lesquelles l'oscillateur fonctionne au maximum et induit dans la ligne couplée des ondes dont l'internœud est aussi égal à 8^{cm}. Ces oscillations sont produites dans des conditions très différentes de celles de Barkhausen pour les raisons suivantes :

La longueur d'onde est indépendante de la longueur des fils qui réunissent les plaques ou les grilles; on n'obtient d'oscillations que dans le fil de grille et non dans le fil de plaque; il est même possible de réunir les plaques par un fil bobiné sans que les oscillations cessent. L'intensité moyenne du courant de retour au filament par le circuit de plaque est nulle : les électrons émis par le filament n'atteignent donc jamais la plaque. Les oscillations ne s'amorcent que si le potentiel de la plaque est suffisamment inférieur à celui du filament. Si l'on applique la formule de Scheibe, qui permet de calculer approximativement la longueur des ondes de Barkhausen, en fonction des tensions des électrodes et de leurs dimentions, on trouve 38^{cm}, alors que la longueur d'onde mesurée n'est que de 16^{cm}.

En réglant non seulement la longueur du fil de grille, mais encore celle du fil de plaque, et en portant la plaque à un potentiel voisin de celui du filament, le même dispositif permet d'obtenir des ondes de Barkhausen ayant environ 45^{cm} de longueur. Ces ondes s'établissent à la fois dans les deux fils et nécessitent un accord précis de leur longueur. La longueur d'onde observée dépend d'ailleurs, dans un certain domaine, des longueurs choisies. Le courant de plaque existe toujours dans le sens normal, ce qui prouve que les oscillations de Barkhausen ne se produisent que si les électrons émis par le filament atteignent la plaque.

Si l'on essaie de diminuer le potentiel de plaque pour passer progressivement des ondes de Barkhausen aux ondes plus courtes que nous avons obtenues, on trouve qu'il est impossible de le faire, du moins avec les lampes que nous avons utilisées. Quand le potentiel de plaque devient inférieur à celui pour lequel on obtient des ondes de Barkhausen de 40^{cm} environ, toute oscillation cesse; si l'on continue à baisser le potentiel de plaque, apparaissent alors dans le fil de grille les ondes très courtes de 16^{cm} de longueur et les différences de fonctionnement que nous venons de signaler.

Il est possible que les ondes courtes (30^{cm} à 50^{cm}) obtenues irrégulièrement avec le dispositif de Scheibe (¹), simultanément avec une onde plus longue et considérées comme des harmoniques d'ondes de Barkhausen, soient de même nature que celles que nous obtenons de façon stable.

Le nouveau fonctionnement de l'oscillateur que nous venons de décrire paraît correspondre à une oscillation des électrons à fréquence très élevée et de petite amplitude de part et d'autre de la grille. Ces oscillations sont entretenues par la réaction qu'exerce la grille d'une lampe sur celle de l'autre par l'intermédiaire du fil qui les réunit, ce fil devant avoir une longueur correspondant à une différence de marche telle que la différence de phase entre les oscillations des deux grilles soit bien celle qui tende à empêcher l'équilibre électrique de se rétablir; il se produit alors des variations périodiques du potentiel de grille. Le parcours des électrons étant limité au voisinage immédiat de la grille, ces variations sont sans influence notable sur le potentiel de la plaque.

Nous signalerons, en terminant, qu'après que les oscillations sont amorcées, il est possible d'isoler les plaques en supprimant le fil qui les relie à la batterie d'accumulateurs et au filament sans que l'oscillateur décroche et sans que la longueur d'onde change.

Le mode d'oscillation des lampes triodes que nous venons d'exposer est celui qui, jusqu'ici, a donné avec une régularité, une stabilité et une intensité au moins égale à celle des oscillations de Barkhausen, les ondes entretenues les plus courtes.

(¹) Scheibe, *Ann. der Phys.*, **73**, 1924, p. 54, et *Jahrbuch der drahtlos. Teleg.*, **27**, 1926, p. 1.

MAGNÉTISME. — *La susceptibilité magnétique et le deuxième point isoélectrique présumé de la gélatine.* Note de M. M. FALLOT, présentée par M. A. Cotton.

1. Les travaux de Michaélis et de Loeb ont montré l'influence importante de la concentration des ions hydrogène sur les propriétés des solutions de gélatine. A leur suite, il est admis que la plupart des propriétés physiques des solutions de protéines varient avec cette concentration et que, pour une valeur critique, dite point isoélectrique, les colloïdes sont, semble-t-il, moins stables. Leur instabilité se traduit par l'absence de charges électriques, un minimum de viscosité, de pression osmotique, de conductivité.

Pour la gélatine, le point isoélectrique a lieu pour une concentration en ions hydrogène de 2.10^{-5}, correspondant à la valeur pH = 4,7. Il était intéressant de contrôler si le coefficient d'aimantation présentait également un minimum pour ce point, et de voir ce qu'il advenait de l'anomalie que nous avons signalée dans une Note précédente [1].

2. D'autre part, l'observation d'un deuxième minimum dans la courbe de viscosité de la gélatine au pH = 7,7 à 40° par Davis et Oakes [2], d'un minimum identique pour le gonflement par Wilson et Kern [3], et de deux minima d'absorption dans le spectre ultraviolet par Matthews [4], firent supposer l'existence d'un deuxième point isoélectrique pour la gélatine. L'explication donnée était que la gélatine peut exister sous deux formes différentes dans ses solutions.

3. Il m'a donc semblé utile de mesurer les coefficients d'aimantation dans un intervalle de pH allant de 3,69 à 8,20, de façon à couvrir ainsi les valeurs remarquées précédemment.

Les gélatines furent préparées selon les indications de Loeb [5] en utilisant l'acide acétique pour les pH inférieurs à 6,53 (gélatine naturelle utilisée) et la soude pour les pH supérieurs.

Les concentrations en ions hydrogène furent mesurées par la méthode

---

(1) ARCAY et FALLOT, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 849.

(2) *J. am. Chem. Soc.*, **44**, 1922, p. 464.

(3) *Ibid.*, **45**, 1923, p. 3139.

(4) *Ibid.*, **46**, 1924, p. 852.

(5) LOEB, *Les protéines et la théorie des phénomènes colloïdaux*, p. 55 et suiv. Alcan, 1924-1925.

électrométrique au moyen de l'électrode à hydrogène, la seule qui donne une précision suffisante.

Les coefficients d'aimantation furent étudiés de la même façon que dans nos expériences précédentes sur les liquides rigides. Les deux valeurs de $\varkappa_{app.}$ sont indiquées ci-dessous : celles mesurées aussitôt après l'établissement du champ et celles mesurées après 3 heures dans le champ. La température était 14°. Les résultats sont les suivants :

pH.	$\varkappa_{app.}$ (à × par -10^{-6}) instantané.	permanent.	Accroissement de $\varkappa_{app.}$ en pour 100.
3,69	1,36	2,60	91
4,32	0,83	1,24	50
4,53	0,81	1,01	25
5,06	0,87	1,19	37
5,58	1,08	1,78	65
5,92	1,06	1,74	64
6,53	1,01	1,64	62
7,51	0,90	1,34	49
8,20	0,85	1,17	38

Les courbes présentent un minimum vers 4,7 et, après un maximum vers 5,6, elles décroissent régulièrement.

4. De ces résultats, il semble qu'on puisse retenir qu'un seul minimum existe, pour le pH admis 4,7. Pour ce point seulement, la susceptibilité magnétique est minimum, et l'anomalie, représentée par l'accroissement de la déformation dans le champ, est aussi minimum.

Rappelons que ces résultats sont en accord avec les mesures de charges électriques par B.-N. Ghosh (¹) et les mesures de pouvoirs rotatoires de solutions de gélatine par Bogue (²). Ces deux auteurs n'ont trouvé aucun minimum pour les pH voisins de 7,7.

5. J'ai également mesuré les indices de réfraction et la dispersion pour toutes les solutions précédentes, au moyen du réfractomètre Féry portant la modification de Chéneveau pour les diverses longueurs d'ondes. Aucune variation appréciable n'a pu être décelée : les indices et la dispersion semblent être indépendants des pH.

(¹) *J. Chem. Soc.*, **21**, 1927, p. 1250.
(²) *J. amer. Soc.*, **47**, 1925, p. 1194.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Remarques sur la théorie de l'électrostriction et son contrôle expérimental.* Note [1] de MM. **G. Bruhat** et **M. Pauthenier**, présentée par M. A. Cotton.

Il est intéressant, au point de vue du contrôle expérimental, de calculer l'électrostriction isotherme ou adiabatique en fonction des quantités directement mesurables $\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial p}\right)_{T,E}$, $\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial T}\right)_{p,E}$, $\left(\frac{\partial n}{\partial p}\right)_{T,E}$, $\left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{p,E}$.

1° *Électrostriction isotherme.* — Nous avons établi précédemment [2] la formule donnant la variation de volume due à l'établissement du champ E,

$$\Delta v = -\frac{v_0 E^2}{8\pi}\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial p}\right)_{E,T}. \tag{1}$$

Considérons le cas le plus général, où le milieu devient biréfringent sous l'action du champ. Soient N l'indice primitif du liquide, n_e et n_o les indices extraordinaire et ordinaire, n l'indice qu'on en déduit par la relation $\frac{n_e - n}{n_o - n} = -2$. Les variations d'indice observées sont données par des relations telles que

$$n_e - N = (n - N) + (n_e - n),$$

où le premier terme est relatif à l'électrostriction et le second à la biréfringence. Cette relation a un sens, parce que les deux phénomènes sont dus à des mécanismes différents : d'une part il existe des liquides pour lesquels $n_e - n$ est négligeable devant $n - N$ et pour lesquels le déplacement des franges correspond uniquement à ce dernier terme; d'autre part l'un de nous [3] a pu réaliser des charges de très courte durée pour lesquelles le champ est complètement établi, tandis que la variation isotrope du volume n'est pas encore réalisée : ces expériences montrent que n n'est pas modifié par l'établissement du champ à volume constant, et que, pour des transformations isothermes, il n'est fonction que de v, c'est-à-dire que les deux dérivées $\left(\frac{\partial n}{\partial v}\right)_{p,T}$ et $\left(\frac{\partial n}{\partial v}\right)_{E,T}$ sont égales.

Partons de ce résultat expérimental et abandonnons la formule de Lorentz.

---

(1) Séance du 30 avril 1928.

(2) G. Bruhat et M. Pauthenier, *Journal de Physique*, 6, 1925, p. 1.

(3) M. Pauthenier, *Annales de Physique*, 14, 1920, p. 239.

La variation d'indice dans l'électrostriction isotherme est

$$(2) \qquad \Delta n = \left(\frac{\partial n}{\partial v}\right)_{p,\,T} \Delta v = \frac{1}{\varkappa}\frac{E^2}{8\pi}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\frac{\partial n}{\partial p}\right)_{T,\,E}.$$

2° *Électrostriction adiabatique réversible.* — On passe de l'électrostriction isotherme à l'électrostriction adiabatique à l'aide des formules données par M. Raveau ([1]) et par nous-mêmes (*loc. cit.*, § 6). L'établissement adiabatique du champ s'accompagne d'une variation de température :

$$(3) \qquad \Delta T = -\frac{T}{JC\rho}\frac{E^2}{8\pi}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\right)_{p,\,E}.$$

Le passage de l'état d'équilibre p, T, o à l'état d'équilibre p, T + ΔT, E, qui constitue l'électrostriction adiabatique, peut être réalisé par la succession de deux transformations plus simples, échauffement sous champ nul de p, T, o à p, T + ΔT, o, et électrostriction isotherme de p, T + ΔT, o à p, T + ΔT, E. On obtient ainsi immédiatement la variation d'indice :

$$(4) \qquad \Delta n' = \Delta n + \left(\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{p,\,E}\Delta T = \frac{1}{\varkappa}\frac{E^2}{8\pi}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}\frac{\partial n}{\partial p}\right)_{E,\,T} - \frac{T}{JC\rho}\frac{E^2}{8\pi}\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\frac{\partial n}{\partial T}\right)_{p,\,E}.$$

3° *Contrôles expérimentaux.* — Dans l'article cité, nous avions calculé les dérivées de ε et de n par la formule de Lorentz-Lorenz; rapprochons les valeurs ainsi obtenues pour les quantités $B = \frac{8\pi\,\Delta n}{E^2}$ et $B' = \frac{8\pi\,\Delta n'}{E^2}$ de celles que fournissent les formules précédentes ($\lambda = 589^{m\mu}$) :

	B (Lorentz).	B (form. 2).	B' (Lorentz).	B' (form. 4).
Sulfure de carbone...	17.10^{-11}	$12,8.10^{-11}$	$10,2.10^{-11}$	$8,6.10^{-11}$
Benzène............	$9,6.10^{-11}$	$7,6.10^{-11}$	$6,2.10^{-11}$	$5,5.10^{-11}$

Les deux séries de nombres sont bien du même ordre de grandeur, mais les écarts sont sensibles, et les nouvelles formules augmentent la différence entre les résultats prévus et observés pour le sulfure de carbone, pour lequel le désaccord est provisoirement inexplicable. Les désaccords signalés en 1925 pour les autres corps ne sont pas à retenir, parce que, comme nous l'avions d'ailleurs fait remarquer, ils ne correspondaient alors à aucune détermination précise.

Depuis, l'un de nous ([2]) a réalisé des mesures satisfaisantes sur le tétrachlorure de carbone : pour $\lambda = 436^{m\mu}$, la valeur expérimentale de la quan-

---

([1]) C. Raveau, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1121.

([2]) M. Pauthenier, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 121.

tité B′ est $6,25.10^{-11}$. Calculons sa valeur théorique par la formule (4); faute de mesures directes nous admettrons pour $\frac{\partial n}{\partial p}$ la moyenne, $4,6.10^{-11}$, entre les deux valeurs théoriques $4,25.10^{-11}$ (Gladstone) et $4,98.10^{-11}$ (Lorentz); nous prendrons pour $\frac{\partial \varepsilon}{\partial p}$ la moyenne, $1,55.10^{-10}$, entre les deux déterminations directes, $1,33.10^{-10}$ (Grenacher) et $1,77.10^{-10}$ (Cagniard). Nous obtenons pour B′ la valeur $6,1.10^{-11}$.

L'accord est aussi bon que possible : sans que la question soit encore complètement tranchée, faute d'un ensemble suffisant de déterminations expérimentales, un progrès marqué doit déjà être signalé dans la vérification de la théorie thermodynamique de l'électrostriction.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Les pellicules sphériques électrisées, l'effet photo-électrique et le spectre de fluorescence des rayons X.* Note de M. L. **Décombe**, présentée par M. Ch. Fabry.

On peut rendre compte de la production du spectre caractéristique et du spectre continu des rayons X en considérant toute radiation X monochromatique de fréquence donnée ν comme due aux battements qui interviennent entre les fréquences pulsatoires N_0 et N de deux électrons cathodiques (assimilés à des pellicules sphériques pulsantes) dont l'un est ramené au repos par l'impact et l'autre, simplement freiné, animé d'une vitesse inférieure à la vitesse d'impact. Dans cette hypothèse, on a :

$$\nu = N - N_0, \tag{1}$$

N_0 est déterminé par la relation

$$h N_0 = m_0 c^2, \tag{2}$$

où h désigne la constante de Planck, m_0 la masse de l'électron au repos et c la vitesse de la lumière ([1]).

Le phénomène inverse (effet photo-électrique des rayons X) paraît justiciable de la même analyse.

Considérons en effet un atome qui reçoit une radiation X de fréquence ν (à laquelle nous pourrons substituer les deux composantes de fréquence N et N_0 aux battements desquelles nous l'attribuons). Cette radiation exerce

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1263.

sur les électrons orbitaux de l'atome une pression de radiation qui, dans certaines circonstances favorables, peut en déterminer l'expulsion.

Soit W l'énergie orbitale d'un de ces électrons. Sa fréquence pulsatoire N'_0 avant l'expulsion est donnée par la relation

$$W = h(N'_0 - N_0), \tag{3}$$

où N_0 représente comme ci-dessus la fréquence pulsatoire de l'électron au repos. W étant indépendant de la position de l'électron sur son orbite il en est de même de N'_0. Comme de plus W est négatif, il s'ensuit que $N'_0 < N_0$.

Après son expulsion, l'électron possède une certaine vitesse v à laquelle correspond une fréquence pulsatoire

$$N_1 = \frac{N_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{4}$$

On a évidemment $N_1 > N_0$ et, par suite, $N'_0 < N_0 < N_1$.

Ceci posé, nous savons que la vitesse v de l'électron photo-électrique, soigneusement mesurée par M. Maurice de Broglie, satisfait à la relation

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = h\nu + W, \tag{5}$$

dans laquelle la quantité *négative* W représente, en valeur absolue, le travail nécessaire pour extraire le photo-électron de son orbite.

Or, si l'on élimine W et $m_0 c^2$ entre (2), (3) et (5), on obtient :

$$\frac{N_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \nu + N'_0,$$

c'est-à-dire en vertu de (4)

$$\nu = N_1 - N'_0. \tag{6}$$

Le second membre de cette relation représente la fréquence des battements qui peuvent intervenir entre la fréquence pulsatoire (N_1) des photo-électrons *expulsés* et la fréquence pulsatoire (N'_0) des photo-électrons de même niveau *non expulsés*. La relation (6) exprime donc qu'il y a résonance entre cette fréquence de battements et la fréquence ν de la radiation incidente.

La relation (6) peut d'ailleurs s'écrire, en tenant compte de (1),

$$N - N_1 = N_0 - N'_0. \tag{6'}$$

et, sous cette forme, elle exprime la résonance entre deux fréquences de battements; la première ($N - N_1$) intervient entre la composante N de l'onde incidente et la fréquence pulsatoire (N_1) des photo-électrons expulsés et la seconde ($N_0 - N'_0$) entre la composante (N_0) de l'onde incidente et la fréquence pulsatoire (N'_0) des photo-électrons de même niveau non expulsés.

L'une ou l'autre des conditions (6) *ou* (6') *fournit donc une interprétation ondulatoire simple de la relation* (5).

Cette dernière relation n'implique nullement, comme on le voit, qu'il y ait échange d'énergie par quanta égaux à $h\nu$ entre la radiation incidente et le photo-électron, hypothèse qui soulève de grosses difficultés et ne correspond, semble-t-il, à aucune réalité physique.

Les électrons du niveau W qui s'échappent de l'atome prennent d'ailleurs très rapidement toutes les valeurs de fréquences comprises entre N'_0 et N_1, ce qui fait apparaître, *par voie de résonance*, toutes les radiations X de la série W (spectre de fluorescence) dont les fréquences sont, en effet, toutes inférieures ou égales à $N_0 - N'_0$ et, par conséquent, toutes inférieures à $N_1 - N'_0$ (puisque $N_0 < N_1$).

L'effet Compton s'interprète très simplement aussi par des considérations du même ordre.

OPTIQUE. — *Biréfringence et dichroïsme de couches minces de fer obtenues par distillation.* Note de M. **Marcel Cau**, présentée par M. A. Cotton.

Plusieurs auteurs (Belloc, Biernacki, Houllevigue, par exemple) ont déjà produit des couches métalliques minces par distillation dans le vide. L'opération est très simple pour les métaux peu fusibles comme le fer ou le platine : on élève par le passage d'un courant électrique la température d'un fil ou d'un ruban de métal; la vaporisation devient très rapide à une température nettement inférieure au point de fusion; la vapeur émise vient se déposer sur les parois : c'est le mécanisme du noircissement des lampes à incandescence. La distillation est grandement favorisée en opérant dans le vide.

L'appareil que nous avons utilisé est constitué par un récipient en verre Pyrex fermé par un large bouchon rodé portant deux électrodes métalliques massives entre lesquelles est tendu un fil de fer (pur pour analyses); le vide est obtenu avec une pompe à condensation précédée d'une pompe rotative

à huile; un tube témoin à décharge alimenté par une forte bobine d'induction et un piège à air liquide sont interposés sur la canalisation bon vide. La vapeur métallique est recueillie sur des lamelles de verre placées sur une plate-forme à 1 ou 2^{cm} au-dessous du fil. L'appareil ayant été bien évacué, le fil est chauffé progressivement par le courant d'un accumulateur ou d'un transformateur abaisseur de tension; au début de l'opération, les gaz occlus peuvent se dégager, puis la température du fil est élevée suffisamment pour produire la distillation.

On obtient ainsi avec le fer de belles lames grises par transparence, présentant un beau poli, mais beaucoup moins dures et adhérentes que les lames ionoplastiques : le métal est enlevé facilement par un frottement modéré.

Ces lames, traversées normalement par un faisceau de lumière monochromatique rectilignement polarisée, produisent une rotation et une ellipticité décelées et mesurées par un analyseur convenable. Cet effet, entrevu par Dziewulski [1], présente une analogie avec ceux observés par Kundt sur les lames ionoplastiques et par Braun sur les lames obtenues par l'explosion d'un fil.

Pour préciser la nature de cet effet, nous avons monté la lame étudiée sur un limbe divisé en degrés placé entre un polariseur Glazebrook et un analyseur Chaumont soigneusement réglés sur un faisceau monochromatique provenant d'une lampe à vapeur de mercure de grande brillance suivie d'un séparateur de radiations.

La lame peut ainsi tourner autour du rayon moyen du faisceau lumineux. Pour des azimuts A régulièrement répartis, nous avons mesuré la rotation R (angle du grand axe de la vibration transmise avec la vibration rectiligne incidente, positivement à droite) et l'ellipticité E $\left(E = \text{arc tang}\frac{b}{a}, \frac{b}{a}\right.$ étant le rapport des axes de la vibration compté positivement pour une vibration à droite$\left.\right)$.

Nous avons exécuté ces mesures avec des lames d'épaisseurs diverses; pour toutes nous avons trouvé les résultats suivants :

1° Les variations en fonction de A, de R et de E sont bien représentées par des sinusoïdes;

2° La période de ces sinusoïdes correspond à un demi-tour de la lame dans son plan;

---

(1) W. Dziewulski, *Physikalische Zeitschrift*, 13, 1912, p. 642.

3° Les variations de R et de E sont concordantes;

4° En appelant *axe* de la lame la direction parallèle au fil générateur, R et E sont nuls si l'axe est parallèle ou perpendiculaire à la vibration incidente.

On vérifie d'ailleurs que les valeurs moyennes de R et de E sont nulles dans les limites de précision des mesures.

Exemple. — Lame assez transparente : densité optique brute pour $\lambda = 546^{m\mu}$: 0,63. Pour $\lambda = 546$ et pour un demi-tour :

A°.......	0.	22,5.	45.	67,5.	90.	112,5.	135.	157,5.
R'.......	−4	+2	+ 7,2	+ 7,8	+2,1	−3,7	− 8,2	− 7,8
E'.......	−6,2	+4,4	+12,5	+14,0	+7,5	−3,9	−12,2	−15,0

Pour A = 0 l'axe est de quelques degrés à gauche de la vibration incidente.

Ces résultats s'expliquent entièrement par une biréfringence accompagnée de dichroïsme : une biréfringence seule donnerait une rotation négligeable, un dichroïsme pur ne donnerait pas d'ellipticité. Les directions principales sont respectivement parallèles et perpendiculaires à l'axe du fil générateur.

L'effet est localisé dans le dépôt métallique : il disparaît entièrement si l'on enlève le fer par frottement. Il est provoqué par le champ magnétique du courant produisant la distillation : sous son influence les atomes de la vapeur tendent à s'orienter et conservent leur orientation après leur dépôt sur la lamelle qui les reçoit. Cette orientation est d'ailleurs stable : un champ magnétique intense parallèle à la lame n'a pas modifié l'effet.

Ces indications seront complétées et précisées dans une Communication ultérieure.

PHOTOCHIMIE. — *Sur la photolyse de l'aldéhyde benzoïque.*
Note de M. **Marc de Hemptinne**, présentée par M. Jean Perrin.

Le spectre d'absorption de la benzaldéhyde à l'état de vapeur étudié dans ce laboratoire par M. Almasy présente trois régions d'absorption essentiellement différentes. Les deux premières, correspondant à deux états électroniques différents, se trouvent entre 3800 Å et 3100 Å et entre 2966 Å et 2610 Å; l'absorption dans ces deux régions est constituée par de nombreuses raies fines, qui correspondent à une quantification des vibra-

tions atomiques et de la rotation moléculaire. La troisième région composée de quelques bandes floues sans structure fine et d'une bande large continue s'étend de 2500 Å jusqu'au delà de 2200 Å.

D'après les idées de V. Henri [1], développées ensuite par V. Henri et R. Wurmser [2], les rayons correspondant aux bandes floues produisent une excitation telle que la rotation n'est plus quantifiée, la vibration l'étant encore, la molécule passe alors à l'état de prédissociation. Enfin la partie d'absorption totale du spectre supprime toute quantification tant de vibration que de rotation; ces rayons produisent une dissociation des masses vibrantes de la molécule.

Il était donc à prévoir que la benzaldéhyde se décomposerait sous l'influence de rayons de longueur d'onde inférieure à 2500 et sous ceux-là seulement. Il était également probable qu'obéissant à la règle générale de photolyse des aldéhydes, l'aldéhyde benzoïque se décomposerait en benzène et oxyde de carbone.

Pour déterminer ce fait expérimentalement, nous avons introduit de la vapeur de benzaldéhyde à la pression de $0^{mm},2$ à 18° dans un tube en quartz de 30^{cm} de longueur, préalablement bien évacué (p moins de $\frac{1}{10000}$ de millimètre. Nous avons soumis ce tube à l'action de rayons produits tantôt par une lampe à vapeur de mercure, tantôt par une forte étincelle condensée entre électrodes de fer. Pour isoler les différentes parties du spectre, nous nous sommes servis de filtres. La formation de benzène fut déterminée spectroscopiquement par l'apparition des bandes caractéristiques 2471,8 Å, 2529,5 Å et 2589,73 Å. La présence de CO fut déterminée par l'analyse chimique.

Résultats. — 1. La lumière totale provenant d'une lampe à vapeur de mercure en quartz ou d'une forte étincelle de fer provoque rapidement une décomposition de l'aldéhyde benzoïque en benzène et CO.

2. Si l'on intercepte tous les rayons de $\lambda < 2700$ Å (par une solution à 5 pour 100 de benzène dans l'hexane sous une épaisseur de 1^{cm}), aucune trace de décomposition n'est produite, même pour une illumination prolongée pendant 15 heures. Ces rayons sont pourtant fortement absorbés par la vapeur d'aldéhyde benzoïque.

3. Si on laisse passer les rayons compris entre 2600 et 2405 Å en inter-

---

(1) V. Henri, *Structure des molécules*, Paris, 1925.

(2) V. Henri et R. Wurmser, *Journ. de Phys.*, 6e série, 8, 1927, p. 289.

posant un filtre formé d'un tube de 20^{cm} rempli de chlore (absorbant tous les rayons de longueur d'onde compris entre 4400 et 2600 Å) et d'un filtre composé d'une solution d'acide crotonique dans de l'eau à la concentration de $\frac{n}{35}$ sous une épaisseur de 1^{cm}, qui absorbe tous les rayons de longueur d'onde inférieure à 2405 Å, on observe très rapidement une décomposition de l'aldéhyde en benzène et CO.

4. Lorsqu'on porte la vapeur d'aldéhyde benzoïque à la pression de 0^{mm},2 à une température de 208°, le spectre d'absorption est très fortement modifié, les bandes fines comprises entre 2966 et 2610 A deviennent floues et continues et l'on voit en plus dans cette région une absorption générale continue.

5. A la température de 208°, la vapeur d'aldéhyde est décomposée en benzène et CO sous l'influence des rayons de $\lambda > 2700$ Å, qui ne produisent aucune action à la température ordinaire.

6. Par élévation de la température seule sans illumination, la vapeur d'aldéhyde n'est pas décomposée tant que la température est inférieure à 400°. Ce n'est qu'au-dessus de 400° que l'on observe une décomposition thermique avec apparition des bandes du benzène.

Le fait que cette décomposition simple a échappé jusqu'à présent est probablement dû à ce que l'on opérait sur des solutions de benzaldéhyde et non sur ce corps à l'état de vapeur. D'après Ciamician et Silber (1), l'action de la lumière sur l'aldéhyde benzoïque en solution dans l'alcool produit une transformation en hydrobenzoïne, isohydrobenzoïne et résines.

Il est donc prouvé que les rayons ultraviolets de $\lambda < 2600$ Å décomposent la vapeur d'aldéhyde benzoïque en benzène et oxyde de carbone et que, conformément aux idées de V. Henri et R. Wurmser, c'est bien la partie d'absorption totale du spectre qui produit la photolyse, les autres parties du spectre produisant uniquement une excitation de la molécule.

---

(1) *Berichte der Deutschen chem. Gesellschaft*, **34**, 1901, p. 1538; **36**, 1903, p. 1575.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'effet des antidétonants en phase vapeur.* Note de MM. **Aubert**, **Dumanois** et **Pignot**, présentée par M. A. Cotton.

Deux d'entre nous ont montré précédemment que les antidétonants, et parmi eux celui qui est le plus actif: le plomb-tétraéthyle, n'avaient aucune influence sensible sur la valeur de la température d'inflammabilité d'un mélange carburé enflammé par compression adiabatique ([1]).

Par ailleurs, l'hypothèse avait été émise par l'un d'entre nous que les phénomènes observés dans les moteurs à explosion pouvaient s'expliquer d'une part par l'effet des antidétonants en phase liquide conformément aux hypothèses de MM. Moureu, Dufraisse et Chaux, d'autre part par une action possible en phase gazeuse se traduisant par un retard de combustion ([2]).

Des expériences ont été effectuées avec des mélanges d'air et d'hexane et différents antidétonants, pour rechercher l'effet de ceux-ci sur l'allure de la combustion obtenue par compression adiabatique.

Le dispositif opératoire employé est celui qui a été utilisé précédemment, complété par un enregistrement photographique des temps et des pressions; l'échelle des temps est obtenue en inscrivant les vibrations d'un diapason donnant le $\frac{1}{250}$ de seconde; sur les photographies, cette durée occupe une longueur d'environ 11^{mm}.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant. Nous y donnons sous le titre : « Durée de l'accroissement de pression », le temps en $\frac{1}{250}$ de seconde, écoulé entre l'inflammation et l'élongation maximum du manographe :

Taux de compression volumétrique........... 8,25
Température au début de la compression...... 50°

Nature du mélange.	$\frac{\text{Air}}{\text{Hexane pur}}$ en poids.	Durée de l'accroissement de pression en $\frac{1}{250}$ de sec.
Air-hexane pur........................	17,52	1,06
Air-hexane à 5 % de $Pb(C^2H^5)^4$.......	17,52	2,82
» de toluidine.........	17,54	2,50
» d'alcool méthylique..	17,56	1,57
» de sulfure d'éthyle...	17,54	1,36

([1]) *Comptes rendus*, **182** 1926, p. 376; **185**, 1927, p. 1111.
([2]) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1526; **186**, 1928, p. 292.

Ces résultats montrent que les antidétonants agissent en phase gazeuse pour augmenter la durée de combustion. En particulier avec le plomb tétraéthyle qui est le plus actif d'entre eux le maximum de pression au lieu d'être atteint par une progression rapide et, qui à cause de cela, paraît continue (*fig.* 1) semble l'être d'une façon plus lente et par paliers successifs (*fig.* 2).

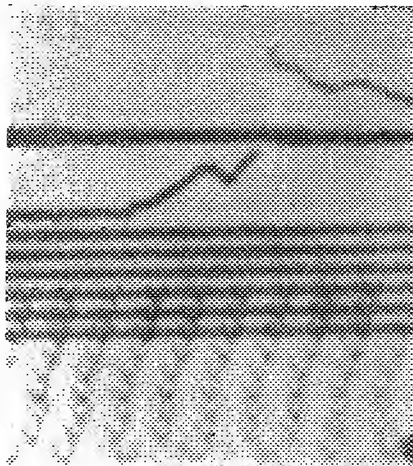


Fig. 1.

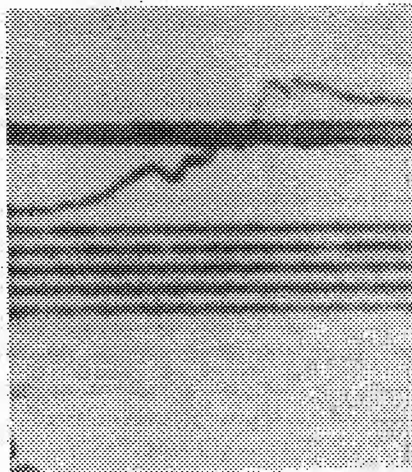


Fig. 2.

Si l'on suppose que les réactions complexes, comme les combustions d'hydrocarbures sont, en fait, une succession d'oxydations de plus en plus profondes, les résultats que nous avons obtenus avec le plomb tétraéthyle trouveraient une explication. Son rôle serait d'assurer une évolution plus complète de chacune des phases successives.

Nous devons faire remarquer toutefois que dans ces essais effectués en phase vapeur, nous avons dû employer, pour mettre très nettement le phénomène en évidence, des doses d'antidétonants notablement supérieures à celles qui, pratiquement, sont utilisées dans les moteurs où une partie de l'essence est sous forme liquide.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Étude sur l'acidité des jus de fruits et des confitures.* Note de M. C.-F. **Muttelet**, présentée par M. Lindet.

Lorsque, dans un jus de fruit ou dans une confiture, on se propose de doser les acides végétaux, par exemple les acides citrique et malique, il y a lieu d'éliminer, au préalable, les matières pectiques.

Le procédé classique consiste en une précipitation alcoolique. Mais pour obtenir un résultat satisfaisant, il faut employer des doses massives d'alcool, puisque les matières pectiques ne sont insolubles que dans un milieu de titre alcoolique fort élevé (90° env.). De telle sorte que ce procédé, outre qu'il exige la manipulation de grandes quantités de liquide, est d'autre part assez coûteux.

Pour parer à ces inconvénients, il m'a paru intéressant de tenter l'élimination des pectines, en les transformant, par hydrolyse, en acide pectique : corps à peine soluble dans l'eau et dont le sel de baryte est insoluble en milieu acétique. Voici comment il convient d'opérer.

Le jus de fruit ou la confiture sont repris par l'eau au bain-marie. L'insoluble est séparé sur filtre, où il est soigneusement lavé à l'eau chaude. Le filtrat refroidi à 15° C. est étendu à un volume tel, que l'acidité de 100^{cm^3} correspond à environ 4^{cm^3} de potasse normale.

Ces 100^{cm^3} sont additionnés de 5^{cm^3} de soude au dixième et le tout est abandonné à la température de 15° C. pendant une nuit. Les pectines sont ainsi hydrolysées et transformées en acide pectique. Celui-ci est alors séparé de sa solution alcaline au moyen de l'un des deux procédés suivants :

a. Précipitation à l'état d'acide pectique. — La solution hydrolysée est acidifiée par 10^{cm^3} d'acide chlorhydrique au dixième; puis additionnée, peu à peu, et en agitant de 85 à 90^{cm^3} d'alcool à 95°, de façon à obtenir un volume total de 200^{cm^3} à 15° C. Le précipité est jeté sur filtre; il peut servir ultérieurement au dosage de l'acide pectique. Dans le filtrat on dose les acides végétaux.

b. Précipitation à l'état de pectate de baryte. — La solution hydrolysée est additionnée de 20^{cm^3} d'acide acétique au dixième, puis de 10^{cm^3} d'acétate de baryte au dixième. On agite, refroidit à 15° C. et complète à 200^{cm^3}. Le pectate de baryte est recueilli sur filtre et sert au dosage éventuel de l'acide pectique.

C'est alors que, dans 100^{cm^3} de chacun des filtrats *a* et *b*, ainsi débarrassés des pectines, on procède au dosage des acides citrique et malique suivant le mode opératoire que j'ai décrit antérieurement [1].

Voici, à titre d'exemple, les résultats fournis par l'analyse d'une gelée de groseilles « pur fruit » du commerce. La gelée ne contient pas d'acide malique; son acidité totale peut donc être exprimée, pratiquement, en acide citrique. Il est alors facile de comparer cette acidité totale à l'acidité citrique obtenue au moyen des différents procédés de dosage et rapportée à 100^{g} de confiture :

---

[1] *Annales des falsifications*, 1909, p. 383 et 1922, p. 196.

1° Dosage direct alcalimétrique........................... 1g,44
2° Dosages après élimination des pectines :
  a. par précipitation à l'état d'acide pectique.......... 1g,36
  b. par précipitation à l'état de pectate de baryte...... 1g,35
  c. par précipitation avec 5 volumes d'alcool.......... 1g,51

Il y a donc concordance entre les pourcentages *a* et *b*. Quant au dernier *c*, obtenu après précipitation alcoolique, il est en léger excès sur les deux premiers : très probablement par suite d'une élimination encore insuffisante des matières pectiques, malgré l'emploi de 5 volumes d'alcool.

Les deux procédés que j'ai décrits dans cette Note me paraissent ainsi recommandables dans l'analyse des confitures et des gelées, notamment lorsque, pour ces dernières, la gélification a été facilitée par addition de matières pectiques.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Stabilité comparée des isomères suivant leurs spectres d'absorption.* Note (1) de Mme **Ramart-Lucas**, présentée par M. Charles Moureu.

Il est de première importance, en ce qui regarde les transpositions intramoléculaires, non seulement d'élucider le mécanisme de ces transpositions, mais aussi de connaître et de prévoir les conditions dans lesquelles tel ou tel isomère peut se former.

Poursuivant mes recherches en ce sens, et persuadée que l'étude des spectres d'absorption (qui à ce que je crois n'ont pas été utilisés à cette fin) pourrait accroître nos connaissances dans ce domaine; j'ai suivi au spectrographe (absorption dans l'ultraviolet, exploré de $0^{\mu},40$ à $0^{\mu},22$) certaines transformations monomoléculaires. Ayant plusieurs fois observé que la transformation, de dérivés labiles en dérivés stables, s'accompagnait d'un déplacement de l'absorption vers le visible (fréquences plus faibles), je me suis demandé s'il n'y avait pas là une règle générale, et j'ai mesuré dans l'ultraviolet l'absorption de nombreuses substances susceptibles de subir (sous l'influence : de la chaleur, de certaines radiations ou de catalyseurs) soit une isomérisation, soit une transformation intramoléculaire accompagnée d'élimination d'eau, d'acide ou de sel. (J'ai fait environ 500 clichés relatifs à une centaine de substances.) Ces mesures, et celles qu'avaient

(1) Séance du 23 avril 1928.

faites divers savants (1), me semblent permettre d'énoncer les deux règles suivantes :

I. *Quand deux substances A, A′ peuvent se transformer l'une dans l'autre, la vitesse de transformation sera plus grande dans le sens A′→A si, pour une même valeur du coefficient d'absorption, la fréquence correspondant à A est plus faible que celle qui correspond à A′, ou, plus brièvement, si la branche ascendante de la courbe d'absorption de A est plus près du visible que celle correspondant à A′.*

J'ai d'autre part observé que, dans les cas où la chaleur de combustion est connue, celle du corps A ainsi défini est toujours inférieure à celle de A′.

Pour ces cas, la règle précédente correspond à la règle du déplacement de l'équilibre dont, en fait, on ne paraît pas s'être servi pour atteindre le but ici poursuivi; sans doute faute de données thermochimiques. On sait en effet que, lorsque deux corps A et A′ peuvent se transformer l'un dans l'autre; et que A est celui dont la formation est exothermique, il sera le plus stable aux basses températures. En sorte que, si A′ a été obtenu de façon quelconque, il suffira souvent d'élever un peu la température (ce qui réduit la durée de mise en équilibre), pour voir pratiquement disparaître ce corps A′. [Nous supposons ici que la température reste assez basse, pour que A′ ne soit pratiquement pas représenté dans l'équilibre véritable; à haute température, on sait que l'équilibre est déplacé en faveur du composé endothermique (2).]

Parmi les transformations ici considérées au point de vue de l'absorption, je citerai : celles des halogénures primaires en dérivés secondaires et tertiaires; des aldéhydes en cétones; des stéréoisomères : *cis-trans*, des carbures d'éthylène disubstitués dissymétriques en dérivés symétriques, etc. (voir les courbes ci-après).

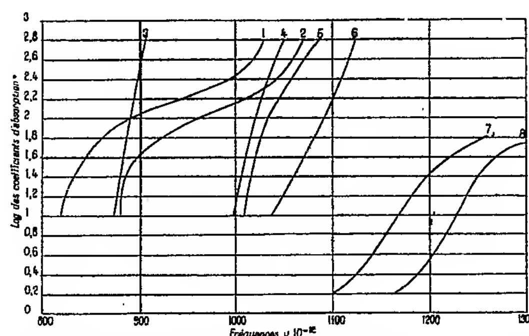
II. *Si la transformation est accompagnée d'un départ d'eau, d'acide ou de sel, et s'il peut se faire deux isomères admettant une même forme intermédiaire peu stable, il sera possible dans la plupart des cas, d'obtenir à volonté l'un ou l'autre de ces isomères, si l'on connaît le moyen de former celui qui possède sa courbe d'absorption le plus loin du visible.*

---

(1) Notamment Errera et V. Henri, qui ont observé que l'absorption ultraviolette des dérivés *trans* est supérieure à celle des dérivés *cis* (*Comptes rendus*, **181**, 1924, p. 548).

(2) Je dois signaler que la théorie radiochimique actuelle semble suggérer une disposition des courbes d'absorption inverse de celle en fait observée (il est vrai que les branches ascendantes de ces courbes ont seules pu être tracées).

Parmi les transformations que j'étudie actuellement, je ne citerai qu'un exemple, pour lequel l'observation des règles précédentes m'a permis d'obtenir à volonté l'un des isomères susceptibles de se former. Il s'agit de l'une



1. Désoxybenzoïne; 2. Diphénylacétaldéhyde; 3. Diphényléthylène sym.; 4. Diphényléthylène dissym.; 5. Triphényl-1.3.3-méthyl-2-butène-1 stable; 6. Triphényl-1.3.3-méthyl-2-butène-1 labile; 7. Bromure de butyle tertiaire; 8. bromure d'isobutyle.

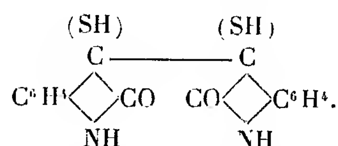
des transpositions les plus importantes, et des plus anciennement connues : *celle de l'hydrobenzoïne*. D'après les savants qui l'ont étudiée, il ne se formerait, par déshydratation de ce glycol, que de la diphénylacétaldéhyde et un oxyde diéthylénique. Or, ayant mesuré le coefficient d'absorption de l'hydrobenzoïne, de la diphénylacétaldéhyde et de la désoxybenzoïne, j'ai constaté que les courbes d'absorption de ces deux derniers (isomères) étaient suffisamment éloignées l'une de l'autre, pour prévoir comme possible la transformation : hydrobenzoïne → désoxybenzoïne, en opérant la déshydratation à une température suffisamment élevée. Effectivement, en faisant passer l'hydrobenzoïne sur des agglomérés de terre d'infusoire, à 300°-400° sous 20^{mm}, j'ai obtenu presque quantitativement de la désoxybenzoïne.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle réaction des disulfisatydes.* Note de MM. **A. Wahl** et **Lobeck**, présentée par M. Matignon.

La modification qui a été apportée à la méthode de Laurent dans la préparation des disulfisatydes permet, désormais, d'obtenir très aisément ces dérivés des isatines à l'état pur et avec de bons rendements [1]. Comme, d'autre part, les disulfisatydes sont des composés dont les réactions offrent un grand intérêt, leur étude, fort négligée jusque-là, en est rendue ainsi beaucoup plus facile.

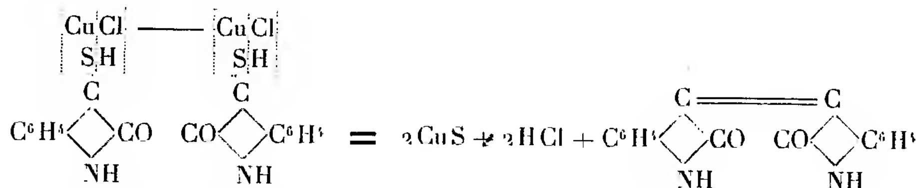
[1] A. Wahl et Féricean, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 826.

Laurent avait déjà signalé le dédoublement que subit la disulfisatyde au contact de l'air, par les alcalis caustiques et froids, en indine (isoindigotine) et isatine, les alcalis carbonatés à chaud et l'ammoniaque provoquent une transformation analogue (¹). Au contraire, ce dédoublement s'effectue d'une manière différente quand on opère au sein de la pyridine et à chaud. Il se forme encore de l'isoindigotine, mais on trouve alors, parmi les produits secondaires, de l'oxindol et du soufre (²). En ajoutant à ces réactions le fait que l'analyse élémentaire, ainsi que le poids moléculaire, correspondent à la formule $C^{16}H^{12}O^{2}N^{2}S^{2}$, on a proposé de représenter la constitution de la disulfisatyde par le schéma (³)



Enfin on a montré qu'en chauffant la disulfisatyde avec du zinc en poudre en milieu acétique, il y a élimination du soufre qui se fixe sur le métal et formation de leuco-isoindigotine (⁴).

Nous avons pensé qu'il serait intéressant de réaliser un passage direct de la disulfisatyde à l'isoindigotine par l'intermédiaire d'un réactif susceptible d'éliminer à la fois les atomes de soufre ainsi que les atomes d'hydrogène qui, d'après la constitution admise, s'y trouvent rattachés. Le chlorure cuivreux paraît devoir constituer précisément un tel réactif, dont l'action, d'après l'équation



devrait fournir de l'isoindigotine.

Or, l'expérience a confirmé ces prévisions. Nous avons reconnu en effet que, si l'on chauffe au bain-marie un mélange de disulfisatyde et de chlorure cuivreux secs et pulvérisés, mis en suspension dans l'acide acétique, le mé-

(¹) LAURENT, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 3ᵉ série, 3, 1841, p. 463. — HANSEN, *Ibid.*, 10ᵉ série, 1, 1924, p. 117.

(²) A. WAHL et FRAIVRET, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 790.

(³) A. WAHL et HANSEN, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 214.

(⁴) A. WAHL et HANSEN, *loc. cit.*

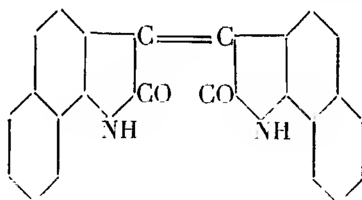
lange solide noircit en même temps que la solution se colore en orangé rouge. La réaction peut être activée en élevant la température jusqu'à l'ébullition de l'acide acétique; lorsque la décomposition est terminée, il suffit de filtrer la solution chaude du sulfure de cuivre pour obtenir, par refroidissement, de beaux cristaux orangés brillants dont l'analyse élémentaire ainsi que les propriétés correspondent à celles de l'isoindigotine.

Le rendement n'atteint que 50 à 60 pour 100 de celui indiqué par l'équation précédente; on trouve dans l'isoindigotine des cristaux blancs de soufre que l'on peut extraire par CS^2. D'autre part, en évaporant les eaux mères acétiques on trouve, à côté d'isoindigotine, une petite quantité d'isatine.

Cependant la réaction principale est une réaction générale. Elle s'applique comme nous l'avons observé, aux diméthyl-5.5' et 7.7'-disulfisatydes ainsi qu'aux dichloro-5.5' et 7.7'-disulfisatydes qui fournissent, ainsi, les diméthyl et dichloroisoindigotines déjà décrites (1).

Seulement, lorsque l'isoindigotine est peu soluble dans les dissolvants organiques, il n'est pas possible de la séparer ainsi du sulfure de cuivre. Il suffit alors d'essorer et d'éliminer le sulfure métallique en l'oxydant à l'air humide ou bien en traitant le produit par HCl concentré et chaud.

Nous avons également appliqué cette réaction aux naphtodisulfisatydes, encore inconnues et que nous avons préparées au départ des deux naphtisatines. Les naphtodisulfisatydes constituent des poudres presque blanches, totalement insolubles dans les dissolvants organiques et qu'il est, par conséquent, impossible de faire cristalliser. Elles retiennent le soufre qui les accompagne dans leur formation avec une très grande énergie; de nombreux épuisements par le sulfure de carbone ne permettent pas d'abaisser la teneur en soufre au-dessous de 19,7 à 20 pour 100, alors que la formule $C^{24}H^{16}O^2N^2S^2$ en exigerait 15 pour 100. Ces composés présentent cependant les caractères généraux des disulfisatydes. En les soumettant à l'action du chlorure cuivreux on arrive, dans le cas du dérivé de l'α-naphtisatine, à isoler un composé qui est identique à l'*α-dinaphtoisoindigotine*



que nous avons préparée par une méthode différente.

(1) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 790, et **186**, 1928, p. 378.

GÉOLOGIE. — *Sur les stalactites.* Note de M. **J.-A. Le Bel**, présentée par M. Urbain.

M. Maury et moi avons découvert, aux Eyzies en Dordogne, une grotte dont les stalactites présentent des caractères très dignes d'exciter l'intérêt des minéralogistes : en premier lieu ils sont recouverts d'une sorte de végétation formée de filaments calcaires qui vont dans toutes les directions, et en général remontent. Leur origine ne paraît pas due à de l'eau remontant par capillarité, mais plutôt à une chute divisée d'eau incrustante. Ce phénomène est jusqu'ici tout à fait particulier à cette grotte, j'ai adressé des échantillons de ces stalactites au Muséum.

Une autre particularité de ces stalactites et des cristallisations calcaires qui remplissent les poches de la roche crétacée, est de donner des étincelles sous le choc du pic; je les ai pendant longtemps attribuées à des cristaux de silice ou à de la pierre à feu incluse dans les interstices des cristaux, mais à mon très grand étonnement, ce calcaire, dissous dans l'acide chlorhydrique, n'a laissé qu'un peu de silice gélatineuse, il est cependant possible à la rigueur que des lamelles très minces de silice aient pu produire ces étincelles et qu'elles se désagrègent par l'acide chlorhydrique. M. Viré m'a communiqué qu'à la grotte de La Cave les mêmes étincelles se produisent sous le pic, et de plus une traînée phosphorescente marque le passage de la pointe du pic.

Ce phénomène n'est toutefois pas général; M. de Pierpont, administrateur des grottes de Han-sur-Lesse, en Belgique, a eu l'obligeance de rechercher s'il existe aussi dans les grottes en question, mais ne l'a pas constaté. Cette différence peut être due à la rapidité extraordinaire de la formation des stalactites à Han-sur-Lesse.

Il nous paraît désirable que l'on signale avec soin ce phénomène afin de savoir s'il est fréquent, et quelle en est la cause.

HYDROLOGIE. — *Sur la circulation des eaux souterraines dans les alluvions.* Note de M. **F. Dienert**, présentée par M. Pierre Termier.

Quand on veut capter de l'eau dans une plaine d'alluvions, on a l'habitude de faire un premier puits d'essai dans lequel on pompe pendant une

durée qui dépasse rarement une quinzaine de jours. Au moyen de puits instantanés, enfoncés de 30 à 50m autour de ce puits, on mesure les effets du pompage sur la nappe souterraine.

On admet que le débit du puits, au quinzième jour de pompage, représente celui que peut donner la nappe étudiée lors d'un captage définitif si, à ce moment, les niveaux de la nappe demeurent constants. Grâce à ces puits instantanés, on peut délimiter la zone d'influence du puits d'essai et connaître à quelle distance on devra creuser un second puits si le débit du premier est reconnu insuffisant. On peut également, au moyen des variations du niveau de l'eau autour du puits, calculer, en se servant soit de la loi de Darcy, soit de celle de M. Boussinesq, la longueur de la galerie à creuser pour obtenir le volume d'eau recherché.

Malheureusement, en pratique, cet essai donne assez souvent lieu à des mécomptes et, après captage, on obtient un débit très inférieur à celui sur lequel on croyait pouvoir compter. C'est qu'on base ses calculs en supposant les alluvions formées de couches très homogènes et qu'on ignore, en réalité, tout des détails de la circulation souterraine. On ne peut réellement résoudre ce problème que si l'on connaît les détails de cette circulation souterraine autour du puits d'essai, et l'on peut y arriver très simplement au moyen de la méthode de prospection par les matières colorantes que nous avons imaginée et mise au point. Cette méthode consiste à introduire, avec certaines précautions, les matières colorantes dans des puits instantanés placés à une distance déterminée, aux quatre points cardinaux du puits pompé et à suivre l'intensité d'apparition de ces matières colorantes à intervalles réguliers dans le puits d'essai. On trace alors la courbe correspondante. L'heure d'arrivée de la matière colorante, apportée par les différents filets liquides partant du point expérimenté, est donnée par l'abscisse de l'ordonnée moyenne de la courbe comprise entre le temps d'apparition et l'heure du maximum d'apparition de la matière colorante.

Voici, à titre d'exemple, les résultats trouvés dans une expérience faite dans la région de Beaulieu, dans les Vals de Loire. Les matières colorantes introduites aux quatre points cardinaux, à différentes profondeurs, autour du puits de pompage et à 30m de celui-ci, ont donné les résultats suivants :

Lieu d'introduction de la matière colorante.		Temps d'apparition de la matière colorante pour parcourir 30m.
N du puits	à 7m de profondeur	30 heures
	à 4 »	32 »
E du puits	à 7 »	28 »
	à 4 »	40 »
S du puits	à 7 »	10 »
	à 4 »	4 »
O du puits	à 7 »	14 »
	à 4 »	34 »

Ces résultats s'interprètent ainsi : autour de ce puits d'essai le sol est très hétérogène. Il existe au Sud une zone de très facile circulation, principalement à 4m de profondeur. Dans cette région la vitesse des eaux pompées est considérable et il y a lieu de craindre, lors du captage, que les sables de la partie Sud ne se colmatent en partie par suite de l'entraînement des parties fines du sable par le courant souterrain ayant une grande vitesse.

Ce puits est alors susceptible de voir son débit s'abaisser pendant le captage. D'autre part cette zone de facile circulation constitue une galerie drainante dont le puits de pompage forme l'exutoire. L'intensité de drainage de cette galerie est telle que, lors de l'expérience, au droit du puits, à l'Est, les eaux, au lieu de se diriger directement vers l'Ouest et le puits de pompage, ont, au contraire, été attirées par cette partie drainante et ont pénétré dans le puits par le Sud. Le puits d'essai donnait un fort débit à cause de cette galerie drainante naturelle qui captait l'eau sur une grande longueur.

Ces essais montrent, en outre, qu'il n'est pas toujours possible de se servir des dénivellations de la nappe autour du puits d'essai pour calculer convenablement la longueur d'une galerie creusée en ce point permettant d'obtenir un débit double ou triple de celui pompé. On risquerait de creuser une galerie là où, naturellement, il en existe déjà une et cela sans aucun profit pour le captage définitif.

Cet exemple pris parmi beaucoup d'autres suffit pour montrer l'hétérogénéité des sables en certains points des alluvions et l'intérêt de connaître le détail de la circulation souterraine autour d'un puits d'essai.

L'emploi de notre méthode de prospection a encore une autre utilité : dans l'exemple ci-dessus il est bien évident que le périmètre de protection ne devra pas être circulaire autour du puits ; on l'étendra spécialement vers la partie Sud, car des eaux très contaminées, comme celles provenant d'une fosse d'aisance, ne circulant que peu d'heures dans les sables, ne peuvent être épurées convenablement.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la faune oligocène de Coderet, près Branssat (Allier).* Note [1] de M. **J. Viret**, transmise par M. Ch. Depéret.

Vers 1850, l'ingénieur Poirrier réunissait à Peublanc et à Saint-Pourçain-sur-Besbre, sur la bordure est du bassin de Saint-Gérand-le-Puy, une faune de Mammifères plus ancienne que celle du calcaire à phryganes étudiée par Pomel. A la mort de Poirrier, ces documents aboutirent en grande partie au Musée de New-York. Vers la même époque, un amateur, Féningre, s'était constitué à Peublanc une petite collection, achetée par le Musée de Munich et récemment décrite par M. Schlosser. Les carrières de Poirrier sont abandonnées, mais j'ai rencontré la faune de Peublanc de l'autre côté de l'Allier, sur la limite ouest du bassin, près de Branssat, au lieu dit le Coderet, dans les fentes d'un calcaire concrétionné contenant *Helix Ramondi* associé à *Helix arvernensis*.

Toutes les espèces de Peublanc sé retrouvent en effet à Coderet, sauf *Potamotherium Valetoni* et peut-être *Amphicyon leptorhynchus*. Mais ce deuxième gisement, plus riche, m'a fourni 30 espèces, contre 18 dans le premier.

Voici la liste détaillée des espèces de Coderet :

Insectivores : *Amphidozotherium aff. Cayluxi* [2] Filh. surtout représenté par des humérus semblables à ceux des phosphorites. — *Talpa cfr. brachychir* v. Mey. dont l'humérus est voisin de celui du type d'Ulm. — *Sorex cfr. pusillus* v. Mey. également basé sur un humérus; *Palæoerinaceus arvernensis* Blainv. em. Gerv. mutation ancienne du *Palæoerinaceus* aquitanien.

Chiroptères : *Rhinolophus lemanensis* Revil. paraît identique à l'espèce de Saint-Gérand.

Les formes précédentes sont peu sensibles aux variations d'âge.

Rongeurs : *Sciurus aff. Chalaniati* [2] Pom. Je désigne ainsi provisoirement ce petit écureuil, voisin par sa taille du *Sciurus* aquitanien pour lequel je manque de termes de comparaison. — *Sciurus sp.* espèce plus grande, insuffisamment connue. — *Issiodoromys pseudanæma* Gerv. très semblable, d'après quelques dents isolées, à l'espèce du stampien moyen de la Limagne. — *Plesiosminthus Schaubi* Nob., petit Zapodidé, déjà décrit dans une Note antérieure [3]. *Archæomys arvernensis* [2] Laiz. et Par. conforme au type

(1) Séance du 30 avril 1928.

(2) Espèce commune avec Peublanc.

(3) Voir *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 71.

de Cournon. — *Rhodanomys Schlosseri* (¹) Dep. semblable à l'*Omegodus* Pomel des Chaufours (²). — *Cricetodon collatum* Schaub, ancètre du *C. Gerandianum*, conforme au type de Küttigen que Stehlin synchronise avec Peublanc. — *Rhizospalax Poirrieri* (¹) Mill. et Gid. (²). — *Amphilagus antiquus* (¹) Pom. et *Piezodus Branssatensis* Nob. Deux Lagomorphes que je crois devoir maintenir malgré leur similitude de taille; *Piezodus* existe aussi à Saint-Gérand et à Laugnac.

Carnivores : *Cephalogale Geoffroyi* Jourd. D'après une M_2, deux astragales, paraît semblable au carnassier de Billy. — *Plesictis Branssatensis* n. sp. Forme ancestrale du *Pl. lemanensis* Pom., à peine plus petite, mais pourvue d'une M^1 au talon plus grêle, ainsi que d'une petite M^2. A la mandibule, M_1 a ses trois pointes antérieures plus groupées, le tranchant externe de son talon moins soulevé. M_2 est un peu plus développée. — *Plesictis Julieni* n. sp. mut. *sicaulensis* Nob, type ancestral d'un tout petit *Plesictis* aquitanien : M_1 longue de 5^{mm} a son talon externe bien soulevé. — *Stenogale Gaillardi* n. sp. A sans doute précédé *St. Julieni* Filh. De taille plus petite, avec M_1 au trigone antérieur moins étalé, à la pointe interne moins réduite, moins repoussée en arrière; son talon un peu moins court, dont la crête externe est moins individualisée, rappelle celui de *Haplogale* Schloss. — *Amphictis borbonicus* n. sp. Plus petite qu'*A. antiquus* Pom., cette espèce, basée sur un fragment de maxillaire, présente une P^4 plus trapue et devait avoir des tuberculeuses plus développées en largeur, plus cynodictiennes. — *Herpestes sp.* Une mandibule de jeune avec $D_3 D_4$, correspond à un *Herpestes* de la taille d'*H. lemanensis* Pom. — *Proailurus aff. lemanensis* Filh. Fragment de mandibule de cette espèce, déjà connue dans les phosphorites (Teilhard). Représentée au Musée de Bâle, d'après Helbing, par un cubitus.

Ongulés : *Cainotherium aff. Geoffroyi* (¹) Pom. Petite forme très abondante, que la présence accidentelle d'un léger diastème entre P_1 et P_2 ne peut faire ranger dans le genre *Plesiomeryx* comme le propose Schlosser. — *Cainotherium commune* (¹) Brav. *aff elegans* Pom. Forme de passage entre le type de Cournon et celui de Saint-Gérand. *Amphitragulus primævus* (¹) Schloss. et *Amphitragulus Feningrei* (¹) Schloss., mal représentées ici. — *Prodremotherium? Bachitherium?* Basé sur une M_2, une D_4. De la taille du *Dremotherium Feignouxi* Pom.; s'en distingue par l'absence totale du pli Palæomeryx. — *Palæocherus Meissneri* v. Mey. mutation *claverensis* nob. Déjà de la taille du *P. Meissneri*, en diffère par des caractères plus primitifs

(¹) Espèce commune avec Peublanc.
(²) Voir *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 71.

de la dentition et de la patte qui le rapprochent du *Propalæocherus* Stehlin.

Marsupiaux : *Didelphis borbonicus* n. sp. Voisin du *D.* (*Peratherium*) *Bertrandi* Filh. des phosphorites, un peu plus évolué cependant. — *Didelphis cfr frequens* v. Mey. Un peu plus petite que le précédent, mais avec molaires subégales.

Cette liste montre une association d'espèces à affinités stampiennes : *Rhodanomys*, *Issiodoromys*, *Archæomys*, *Amphidozotherium*, *Bachitherium ?* avec d'autres annonçant des espèces aquitaniennes : *Titanomys*, *Amphitragulus*, *Palæocherus*.

Deux genres de Rongeurs sont jusqu'à présent limités à ce niveau : *Rhizospalax* et *Plesiosminthus*.

La faune précédente relie visiblement la faune de Cournon, et des Chanfours, avec celle de Saint-Gérand. Des faunes stampiennes, elle n'a plus ni *Lophiomeryx*, ni *Hyænodon*, ni *Microbunodon*. Des faunes aquitaniennes, elle diffère par ses mutations moins évoluées.

J'avais cru d'abord d'après les *Helix* que le gisement de Coderet était d'âge Chattien récent. Après comparaison avec les faunes du calcaire blanc de l'Agenais sur lesquelles MM. Repelin et Stehlin m'ont fourni de précieuses indications, je pense qu'il faut le placer à l'extrême base du Chattien ; il correspond à un horizon intermédiaire entre les molasses supérieures de l'Agenais (la Milloque) et le calcaire blanc (Paulhiac, Gans).

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Formation des vacuoles accessoires chez le* Closterium lunula *Nitzch.* Note de M. E. **Leblond**, présentée par M. Molliard.

Certaines Desmidiées, notamment les espèces du genre *Closterium*, *Penium* et *Pleurotænium*, présentent dans la région apicale de chaque demi-cellule une vacuole généralement permanente dont la signification morphologique et le rôle physiologique ne sont pas encore entièrement élucidés ; on sait toutefois, depuis les observations de Fischer (¹), que la trépidation des cristaux de gypse qui y sont inclus ne dépend pas uniquement de l'activité brownienne, mais qu'elle est étroitement liée à l'activité du protoplasme cellulaire. Plus récemment, A. Frey (²), à la suite de

(¹) Fischer, *Jahrb. für wiss. Botanik*, 14, 1884, p. 133.

(²) A. Frey, *Étude sur les vacuoles à cristaux des Clostères* (*Revue gén. de Botanique*, 38, 1926, p. 273).

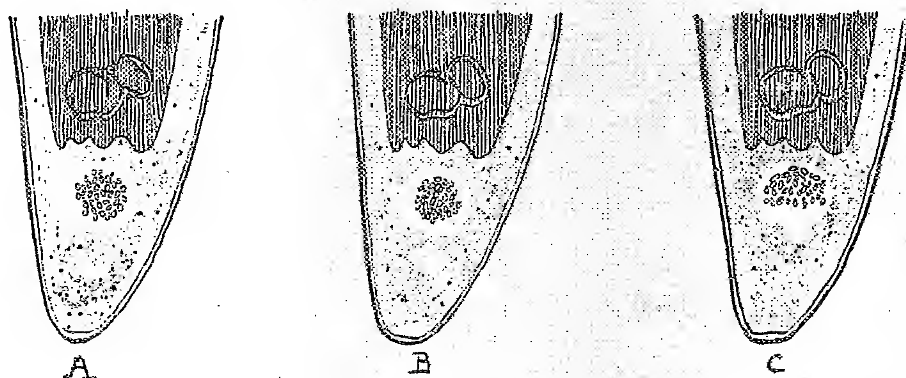
recherches d'une remarquable précision, a découvert que les corpuscules vacuolaires de *Closterium didymotococum* Corda, obéissent rapidement à l'action de la pesanteur et qu'ils affectent par intermittence des mouvements de brusque progression centripète que l'agitation moléculaire seule ne peut expliquer; cet auteur suppose que ces mouvements surajoutés au mouvement brownien, résultent de la projection d'un courant dirigé vers le centre de la vacuole, « comme si le protoplasme qui l'entoure se débarrassait d'un liquide qu'il faisait jaillir sous une certaine pression ».

Les observations que j'ai pu faire sur le *Closterium lunula* Nitzch, transforment en réalité objective l'hypothèse des jets d'excrétion de Frey et apportent une contribution nouvelle à l'étude de l'origine si controversée des vacuoles.

En effet, la portion du cytoplasme de *C. lunula* comprise entre la vacuole à inclusions de gypse et l'apex, se présente à l'observation *in vivo* comme le point de départ et d'arrivée des courants plasmatiques longitudinaux qui parcourent la cellule, d'un pôle à l'autre; ce carrefour examiné sur fond noir donne l'aspect d'un hydrosol dont le brassage micellaire intense est l'indice d'une activité fonctionnelle importante; l'examen en lumière directe le montre comme constitué par d'abondantes granulations dont les migrations incessantes laissent néanmoins percevoir le mouvement brownien qui les anime. La dimension de ces corpuscules mobiles est très variable : elle s'étage des limites de la résolution microscopique jusqu'à $0^{\mu},5$; aucun autre caractère morphologique ne permet de les individualiser et l'emploi des colorants vitaux usuels (rouge neutre, bleu de crésyl, vert janus) n'y laisse percevoir aucune différenciation cytologique.

Suivant certaines conditions favorables qui paraissent coïncider avec les stades préliminaires de la conjugaison, on constate que dans une région indéterminée de l'essaim granulaire, un certain nombre de corpuscules s'écartent progressivement les uns des autres pour délimiter une minuscule vacuole transparente, s'accroissant assez rapidement; dans son voisinage immédiat, d'autres formations identiques éclosent successivement et ne tardent pas à entrer en coalescence pour constituer une vacuole unique dont le diamètre atteint finalement 6^{μ} environ; au bout d'un laps de temps, qui ne dépasse guère 10 minutes, celle-ci entre en contact avec la vacuole à cristaux et s'y fusionne brusquement sous l'influence de la tension superficielle, à la façon de deux gouttelettes d'eau que l'on met en présence (A, B, C de la figure représentent les stades successifs de ce phénomène). L'apparition et la disparition de ces vacuoles accessoires auxquelles il ne

semble pas possible d'assigner actuellement un rôle physiologique défini n'obéissent à aucun rythme chronologique régulier. L'observation vitale ne permet pas de leur attribuer une individualité cytologique réelle; leur formation n'est pas liée à une vacuole préexistante, pas plus qu'elle ne dépend



de la différenciation d'organules spécifiques et prédestinés; d'origine intermicellaire, elles doivent être rangées, en raison de la rapidité de leur formation, au nombre des réactions biocolloïdales.

Les sols émulsoïdes, qui composent le cytoplasme des portions apexiennes de *C. lunula*, sont susceptibles de passer de l'état de sol à l'état de gel; cette mutation structurale de la matière vivante, sur la fréquence et la signification de laquelle j'ai attiré antérieurement l'attention (1), rend vraisemblable la formation de gels parcellaires; étroitement entourés d'hydrosols leur gélification s'effectue aisément; la transformation aboutit à une coagulation qui, suivant les lois de la synérèse [P. Bary (2), W. Kopaczewski (3)] s'accompagne de l'apparition d'un sol assimilable à une véritable sécrétion mécanique que l'on peut considérer comme l'origine des formations vacuolaires.

En résumé, représentant schématiquement la marche du phénomène de

(1) E. Leblond, *Le passage de l'état de gel à l'état de sol dans le protoplasma vivant* (*Soc. de Biologie*, **82**, 1919, p. 1150); *L'état de sol dans ses rapports avec l'activité fonctionnelle du proplasma* (*Soc. de Biologie*, **82**, 1919, p. 220).

(2) P. Bary, *Les Colloïdes*. Paris, Dunod, 1921.

(3) W. Kopaczewski, *Introduction à l'étude des Colloïdes*. Paris, Gauthier-Villars, 1926.

la façon suivante :

$$\text{sol} \rightarrow \text{gel} \rightarrow \text{gélification} = \left\langle \begin{array}{l} \text{coagulation} \\ \text{sol synérétique} \\ \quad \text{(vacuole)} \end{array} \right.$$

on peut rapporter l'origine des vacuoles accessoires observées chez *C. lunula* à l'apparition transitoire d'un hydrosol syrénétique résultant de la gélification de gels protoplasmiques parcellaires.

ICHTYOLOGIE. — *Sur la transformation et la disparition de certains denticules de la peau du Centrophore granuleux* (Centrophorus granulosus *Mull. et Henl.*). Note de M. R. **Dieuzeide**, présentée par M. Joubin.

Le Centrophore granuleux (*Centrophorus granulosus* Mull. et Henl.), squale commun des côtes algériennes dans les fonds de 600 à 150^m, possède une peau susceptible de fournir un très beau *galuchat*. Les écailles sont disposées en effet en un pavage régulier. Chez les adultes elles ont une forme quadrilatère ou mieux losangique. A l'un des angles, celui qui est dirigé vers la partie postérieure de l'animal, se trouve une petite pointe. Tout le reste de la surface est cannelé. Des lambeaux dermo-épidermiques pigmentés séparent les denticules.

Si, par macération à chaud dans la potasse à 10 pour 100, on isole l'écaille, elle est constituée par une sole, surmontée de la plaque losangique dont il vient d'être question. Il est facile de voir la cavité pulpaire et le Haversische Känale de O. Hertwig [*Ueber Bau und Entwickelung der Placoidschuppen und der Zähne der Selachier* (*Jena. Zeitschr. Naturwiss.*, 8, N. F. I, 1874)].

La structure du denticule répond à la description classique : une épaisse couche d'ivoire parcourue par les canalicules où sont logés les prolongements des odontoblastes, est recouverte extérieurement par de l'émail. La sole est constituée par ossification du derme. Dans la pulpe il existe les odontoblastes, des cellules conjonctives, des cellules pigmentaires, des vaisseaux et des nerfs. Au point de vue optique le denticule a un aspect vitreux.

Sur certaines peaux, on peut apercevoir, tantôt en semis, tantôt en abondance telle qu'ils modifient la teinte fondamentale du tégument, des grains blancs, laiteux, opaques, comparés très heureusement par L. Boutan [1] à des grains de sucre. Examinés au microscope bino-

[1] L. Boutan, *Étude sur le centrophore granuleux* [*Bull. Station d'Aquiculture et de Pêche*, Castiglione (Algérie), fasc. 1, 1926].

culaire, ils paraissent de plus grande taille que les denticules normaux. En effet, l'épiderme et les couches superficielles du derme sont refoulés à leur périphérie; ils sont « déchaussés ». Leur morphologie externe est celle de l'écaille ordinaire, avec la même pointe postérieure, et les cannelures, plus ou moins émoussées cependant. Avec une aiguille, il est facile de l'enlever. On s'aperçoit alors que le grain blanc n'est plus qu'une mince pellicule calcaire, très friable. Cette plaquette, qui se craquèle au moindre choc, repose sur un coussinet de matière gélatineuse. Si l'on extrait cette masse molle, on voit dans le fond de l'excavation ainsi produite une couche mamelonnée, blanc nacré, dense.

Les coupes histologiques viennent éclairer la compréhension d'une telle disposition. La mince lame calcaire est coiffée par l'émail, mais par un émail très modifié au point de vue physique. Le reste est une partie de l'ivoire du denticule, souvent creusé de petites niches. On voit encore dans l'ivoire l'extrémité des canalicules contenant un protoplasma granuleux, altéré. Tandis que l'ivoire du denticule normal se colore fortement par l'hématoxyline ferrique, celui du grain de sucre a perdu cette chromophilie.

La couche gélatineuse comprend, tout contre la plaquette, des cellules à noyau tourmenté, logées soit dans les niches, soit tout contre la pellicule, et qui jouent le rôle des ostéoclastes. Je n'ai pu déceler de cellules multinucléées. — Le protoplasma a néanmoins des contours un peu flous. Le reste de la masse est un tissu conjonctif lâche, où apparaissent quelques éléments fibreux.

Enfin la plaque nacrée est un tissu fibreux d'une épaisseur assez considérable qui se raccorde profondément avec le derme sous-jacent.

Le grain de sucre est donc un denticule qui, après destruction de sa sole et d'une partie de son ivoire, est réduit à une mince pellicule qui va se détacher. Épiderme et derme recouvriront la place laissée libre. Il se produit ensuite une régularisation secondaire par croissance des denticules voisins.

Sous quelle influence se produit ce curieux phénomène? Il n'est pas saisonnier; jeunes et adultes présentent de telles écailles blanches. Je n'ai réussi à déceler ni parasites, ni microbes. Il semble s'agir là parfois d'une disparition des denticules vieillis, permettant un accroissement de ceux du pourtour. Ceci est plausible quand les grains blancs sont en semis léger. Mais lorsqu'ils sont en très grand nombre, laissant à nu de grandes plages, cette explication ne saurait être prise en considération. Dans l'état actuel

de la question il est impossible de conclure. En effet le grain de sucre est l'état ultime de la destruction de l'écaille. Je n'ai pu jusqu'ici saisir de stade de début, ni même de stade intermédiaire. Des recherches ultérieures me permettront peut-être d'apporter une solution à ce problème.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Action des rayons K de l'aluminium sur quelques microbes.* Note de M. **A. Lacassagne**, présentée par M. Jean Perrin.

Conditions expérimentales. — Des boîtes de Petri, contenant de la gélose ordinaire (légèrement desséchée par un séjour préalable à l'étuve) étaient ensemencées au moyen d'une culture en bouillon, soit à la pipette (le liquide étant soigneusement réaspiré), soit par le procédé du nuage microbien préconisé par Trillat ([1]).

Tout de suite après l'ensemencement, on irradiait des territoires distincts d'une même boîte, pendant des temps progressivement croissants, la surface de la gélose étant maintenue à 3^{mm} de la fenêtre de sortie des rayons qui mesurait 10^{mm} de diamètre. Le rayonnement était produit par le tube à anticathode et à fenêtre en aluminium décrit par Holweck ([2]) : courant thermo-ionique 50 milliampères; différence de potentiel aux bornes 3000 volts. L'énergie incidente, dans ces conditions, mesurée à 3^{mm} de la fenêtre, était de 11 ergs par centimètre carré. Les temps de pose ont varié de 1 seconde jusqu'à 10 minutes; les microbes utilisés étaient le *Pyocyanique*, le *Prodigiosus*, le *Staphylocoque* et l'*Enterocoque*. L'irradiation terminée, les boîtes étaient mises à l'étuve jusqu'au développement apparent de la culture.

Faits observés. — Pour tous les microbes utilisés, l'effet est déjà visible pour des poses de quelques secondes. Sur une surface circulaire, correspondant à la fenêtre de sortie des rayons, la culture apparaît moins opaque. Le phénomène est très régulièrement progressif pour des irradiations plus longues. A partir d'un certain temps de pose, les colonies poussent indépendantes au lieu de constituer un enduit homogène; à côté de quelques grosses colonies, on en distingue nettement de très nombreuses beaucoup plus petites. Celles-ci deviennent de plus en plus rares sur les champs suivants;

([1]) Trillat, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 1304.
([2]) Holweck, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1203.

on ne voit bientôt plus que quelques colonies isolées; enfin, une exposition encore plus longue a empêché tout développement, la stérilisation a été obtenue.

Un certain nombre de constatations faites à propos de ces premières expériences méritent d'être mises en évidence.

a. Les doses nécessaires à l'obtention des trois aspects principaux présentés par les champs irradiés — modification visible du développement de la culture, individualisation des colonies, stérilisation totale — varient pour chaque espèce microbienne. Pour le *Pyocyanique*, l'effet d'une irradiation de deux secondes est déjà manifeste, les colonies apparaissent isolées en cas d'irradiation de 40 secondes, mais la stérilisation n'est obtenue qu'avec 5 minutes d'exposition. Pour le *Staphylocoque*, des effets analogues ont demandé 5 secondes, 3 et 10 minutes.

b. Les microbes étudiés se sont rangés, au point de vue de leur sensibilité aux rayons K de l'aluminium, dans un ordre semblable à celui où nous avions déjà pu les classer avec Paulin (1), relativement à leur sensibilité aux rayons β du radon.

c. L'écart entre l'intensité du rayonnement nécessaire, d'une part pour modifier la vitalité des microbes d'une même culture, d'autre part pour entraîner la mort de tous les éléments, est considérable.

d. Entre la dose qui tue le plus grand nombre des microbes ensemencés et celle nécessaire pour la stérilisation générale, l'écart est encore très important (il est de 40 à 300 secondes d'irradiation pour le *Pyocyanique*); des doses intermédiaires ménagent quelques unités microbiennes, irrégulièrement disséminées, qui donnent naissance à des colonies pouvant avoir un développement normal. On peut imaginer deux interprétations de ce dernier phénomène : 1° les éléments microbiens d'une même culture présentent des degrés extrêmement variés de résistance au rayonnement, en raison de l'état physiologique différent où ils se trouvent au moment de l'irradiation; 2° la petitesse de l'énergie nécessaire à l'action sur un microbe permet d'envisager l'absorption discontinue du rayonnement par quanta, et la possibilité pour certains microbes d'être faiblement touchés où même épargnés au milieu d'un champ irradié. Holweck consacre une Note (voir ci-dessous) à l'exposé détaillé de cette deuxième interprétation.

---

(1) PAULIN, *C. R. Soc. de Biologie*, 92, 1925, p. 61.

BIOLOGIE PHYSICO-CHIMIQUE. — *Essai d'interprétation énergétique de l'action des rayons K de l'aluminium sur les microbes.* Note de M. **F. Holweck**, présentée par M. Jean Perrin.

Rayons utilisés. — Ce sont les rayons K de l'Al (8 Å) pratiquement purs produits au moyen du tube à anode et à fenêtre d'Al de 15^{μ}, décrit précédemment [1]. Les coefficients massiques d'absorption de ce rayonnement dans la cellophane, l'air et l'Al sont respectivement : 1100, 1300 et 550. Le tube, fonctionnant sous 3000 volts avec 50 milliampères, rayonne au niveau de sa fenêtre 19 ergs par centimètre carré [2].

Dispositif expérimental. — Une boîte de Petri garnie de quelques millimètres de gélose était ensemencée au moyen d'un bouillon coulé ou pulvérisé à sa surface. La gélose ensemencée, sur une couche extrêmement mince et pratiquement sèche, était immédiatem nt présentée devant la fenêtre du tube (à 3^{mm}) et plusieurs poses étaient faites à des places différentes sur la même boîte [3]. Puis on laissait pousser à l'étuve.

Résultats. — Ensemençons, par exemple, avec le B. pyocyanique. On constate qu'il suffit d'une irradiation de 2 secondes, le tube fonctionnant au régime ci-dessus indiqué, pour modifier l'aspect de la culture, l'image de la fenêtre devenant visible. Après une pose de 40 secondes, il ne pousse plus que quelques colonies isolées sur la zone irradiée, mais il faut 300 secondes pour arriver à la stérilisation complète.

L'énergie qui tombe par centimètre carré sur la surface microbienne, distante de 3^{mm} de la fenêtre, est de 11 ergs, les doses sont donc respectivement de 22, 440, 3300 ergs $\times$ sec.

On connaît approximativement les dimensions d'un bacille (1^{μ} environ) d'autre part, le coefficient d'absorption de la substance organique qui le compose est voisin de celui de la cellophane, on peut donc calculer quelle est la puissance nécessaire pour modifier ou arrêter le développement du B. pyocyanique, on trouve ainsi respectivement 15, 300, 2250. 10^{-9} erg$\times$sec.

---

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1203.

(2) Voir *Conférences Rapports : De la lumière aux rayons X*, 1927, p. 71.

(3) Voir pour les détails de la technique et l'aspect biologique des résultats, la Note ci-dessus de A. Lacassagne.

Interprétation quantique. — Le quantum de la radiation incidente

$$eV = h\nu = 2,5.10^{-9} \text{ erg.}$$

Il suffit donc de 6 quanta absorbés *en moyenne* par un microbe pour modifier l'aspect de la culture, de 120 pour ne laisser que quelques colonies isolées et de 900 pour tout tuer.

La petitesse du nombre de quanta montre qu'il est impossible de considérer l'énergie comme uniformément absorbée par tous les microorganismes. Dans une culture mince, irradiée uniformément, les microbes peuvent absorber des doses individuelles très différentes oscillant autour de la dose moyenne.

D'autre part, on sait que l'absorption des radiations X de grande longueur d'onde dans les atomes légers se produit presque uniquement suivant le processus photoélectrique composé d'Auger. Dans le cas présent le quantum de 1550 volts s'absorbant dans un atome de C, par exemple, donnera naissance simultanément à un photoélectron K de 1260 volts et à un photoélectron L de 258. Le parcours de ces électrons dans la substance du bacille sera petit devant les dimensions de celui-ci (moins de $\frac{1}{10}$ du diamètre). Les ions résultant de l'absorption d'un quantum seront donc extrêmement groupés et l'action chimique d'un quantum très localisée dans une petite partie du microorganisme.

On conçoit ainsi facilement qu'une même quantité d'énergie *moyenne* puisse produire sur des microbes des actions individuelles très différentes, le nombre de quanta et la région de leur absorption étant différents d'un bacille à l'autre, et l'on explique ainsi, en partie tout au moins, l'inégalité surprenante des doses nécessaires pour tuer la majorité des microbes et pour tout stériliser.

En traduisant en ions les nombres précédents, on voit qu'il suffit de libérer en moyenne 300 paires d'ions, c'est-à-dire de modifier 300 molécules d'un B. pyocyanique pour en altérer le développement, que 6000 ions sont mortels pour la majorité des microbes, mais qu'il faut libérer 45000 ions moyens pour être sûr de tout stériliser. Il est bien entendu que les doses individuelles peuvent s'écarter considérablement de la dose moyenne.

Cette action discontinue doit être d'autant plus marquée que le quantum est plus gros; il sera donc intéressant de faire des expériences avec des rayons plus pénétrants, K de Fe, par exemple.

M. P. Painlevé présente un Mémoire de M. Louis Bossut et de feu Pierre Bossut intitulé *De l'action des forces sur les systèmes de corps articulés ou en contact et de la transmission des pressions dans l'intérieur des corps solides.*

(Renvoi à la Section de Mécanique.)

La séance est levée à $16^h 15^m$.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances d'avril 1928.

Pontificia Accademia delle scienze. *P. G. Hagen S. I.* 1847-1927. Rome, Stab. Tipografico « Aternum », 1927; 1 fasc. 25^{cm}.

Recherches sur les maladies de la vigne. Nouvelles observations sur l'Esca, par Pierre Viala. Paris, Revue de Viticulture, 1928; 1 fasc. 27^{cm}.

Fabrication industrielle des porcelaines. Matières premières et leurs traitements, par Marc Larchevêque. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1928; 1 vol. $23^{cm},5$. (Présenté par M. Matignon.)

Société française des électriciens. *Remise de la médaille Mascart à Sir* J. J. Thomson. Paris, Société française des électriciens, 1927; 1 fasc. 27^{cm}.

Les origines du cinématographe, par Georges Potonniée. Paris, Paul Montel, 1928; 1 fasc. $18^{cm},5$.

Jubilé de M. le professeur Amé Pictet. Aula de l'Université, samedi 26 novembre 1927. Genève, Sonor, 1927; 1 fasc. 23^{cm}.

Temps, espace, relativité, par André Metz. Paris, Gabriel Beauchesne, 1928; 1 fasc. 19^{cm}. (Présenté par M. Fabry.)

Centenaire d'Augustin Fresnel (10 mai 1788-14 juillet 1827). Extrait de la *Revue d'optique théorique et instrumentale*, 6, 1927, p. 493-510; 1 fasc. 24^{cm}.

Serviços Geológicos. *Cartas e Córtes Geológicos feitos debaixo da direcção*, de Paul Choffat. *Distritos de Leiria e Coimbra*. Lisboa, Tipografia do comércio, 1927; 1 fasc. 32^{cm}.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 MAI 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 11 mai 1928, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Maurice Caullery** pour occuper, dans la Section d'Anatomie et Zoologie, la place vacante par le décès de M. *F. Henneguy*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Maurice Caullery** prend place parmi ses Confrères.

ÉLASTICITÉ A DEUX DIMENSIONS. — *Pièce rectangulaire, subissant des pressions normales sur ses bases.* Note de M. **A. Mesnager**.

Ce problème a été théoriquement résolu par Émile Mathieu ([1]) dans le cas de pressions symétriques par rapport aux axes d'un carré. Il a dû sommer 92 séries pour obtenir autant de valeurs de fonctions préparant la solution. Mais, pour arriver à un résultat numérique, il restait à en déduire 26 valeurs U; celles-ci auraient permis de former de nouvelles séries. La sommation de chacune aurait donné une des expresions B, B′, H et H′ qu'il eût fallu prendre en nombre suffisant pour former des fonctions de x et y, termes de 8 nouvelles séries. Celles-ci sommées à leur tour auraient fourni u

---

([1]) *Théorie de l'élasticité des corps solides*, seconde Partie, Gauthier-Villars, 1890.

et v pour un cas de pressions données. Pour chaque longueur de tige, il faudrait recommencer le calcul des 92 séries et du reste.

Personne, à ma connaissance, n'a eu le courage de faire ce travail.

Voici un procédé plus général et plus facilement abordable. Il suffit de faire la somme d'une série simple et d'une série double.

On sait qu'en élasticité à deux dimensions on a

$$N_1 = \frac{d^2 w}{dy^2}, \qquad N_2 = \frac{d^2 w}{dx^2}, \qquad T = -\frac{d^2 w}{dx\,dy},$$

w étant la fonction d'Airy. Elle est, dans un cas de sollicitation convenable, le déplacement w perpendiculaire à la surface d'une plaque mince, ayant la forme du corps étudié. Les problèmes à deux dimensions peuvent toujours être ainsi ramenés à des problèmes de plaque. Les pressions sur $x = k$ de la tige sont les courbures de la plaque suivant ces droites et de même sur $y = k'$. On voit que la plaque, correspondant au problème que je me propose, doit être encastrée sur $y = 0$, $y = b$ et, si elle est de longueur infinie dans le sens des x, doit supporter uniquement le long des droites $x = ka$ des efforts perpendiculaires à sa surface.

En utilisant les propriétés des séries trigonométriques, on voit facilement que la courbe

$$u = \frac{1}{2} + \sum_m \cos mz$$

donne $u = 0$ pour toute valeur de z, sauf $z = 2k$, pour ces dernières elle grandit indéfiniment. La surface infiniment étroite et infiniment longue en chacun de ces points est égale à π. Multiplions par une fonction quelconque de x, nous obtiendrons une expression en x et y

$$p = \left(\frac{1}{2} + \sum_m \cos\frac{2m\pi x}{a} \sum_n\right) M_n \sin\frac{n\pi y}{b},$$

qui pourra représenter une charge quelconque appliquée sur les droites $x = ka$, lorsque les charges changent de signe dans les bandes successives de largeur b. Si l'on voulait que la charge fût symétrique par rapport à l'axe de la bande b, il suffirait de prendre les valeurs impaires de n.

L'équation générale des plaques portant des charges ainsi disposées sera, en appelant p les nombres pairs, i les nombres impairs et en posant

$\alpha = \frac{p\pi}{a}$, $\beta = \frac{n\pi}{b}$,

$$w = [K + L(y - 2b)]y(y - b) + \frac{b^4}{2}\sum_n \frac{M_n \sin\beta y}{n^4}$$
$$+ \sum_p \sum_n \left[\frac{M_n \sin\beta y}{\left(\frac{p^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)^2} + A_p \operatorname{sh}\alpha y + B_p \operatorname{ch}\alpha y + y(C_p \operatorname{sh}\alpha y + D_p \operatorname{ch}\alpha y)\right] \cos\alpha x.$$

En particulier, pour le cas de charge uniforme, il faut remplacer M_n par Ni^{-1}. On calculera par la formule résolvant quatre équations du premier degré les coefficients A_p, B_p, C_p, D_p, comme l'a fait dans sa Thèse M. Estanave (1) au moyen de la fonction $\varphi(y)$ définie par $\sum_n$ portant sur le premier terme entre crochets.

Le premier terme de w pris seul fournit les déplacements d'une plaque infiniment longue sous l'effet d'un moment uniforme appliqué le long de $y = 0$ et d'un autre moment uniforme appliqué le long de $y = b$, c'est la fonction d'Airy de la tige soumise sur ses sections extrêmes $x = 0$ et $x = a$ à des pressions linéaires.

Le second terme donne les déplacements de la plaque appuyée sur $y = 0$, $y = b$, infiniment longue dans le sens Ox et chargée par unité de surface de

$$\varpi = f(y).$$

L'ensemble du deuxième et du troisième terme forme les déplacements de la plaque encastrée sur deux côtés, chargée arbitrairement sur les droites $x = ka$. Quand a est suffisamment grand, à une distance des bases supérieures à b d'après les expériences en lumière polarisée, l'expression tend rapidement vers zéro, et la plaque tend vers la forme représentée par le premier terme. Ces deux termes fournissent dans les tiges les expressions des perturbations causées par la répartition non linéaire sur les sections extrêmes.

Si l'on voulait avoir des efforts obliques sur les bases, on pourrait les obtenir en partant encore de la plaque encastrée sur les côtés $y = 0$, $y = b$ et posée sur les côtés $x = ka$ telle que l'a déterminée M. Estanave, ce serait alors la fonction d'Airy de la tige.

(1) Gauthier-Villars, 1900, p. 45.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations géologiques dans la Corse orientale : les unités tectoniques.* Note de MM. **Pierre Termier** et **Eugène Maury.**

La première indication d'une *différence tectonique* profonde entre la région Ouest et la région Est de la Corse est due à M. J. Deprat [1] et remonte à 1905 : l'opinion de l'auteur à cet égard résultait de sa très exacte observation du laminage et de l'écrasement de la *protogine*. Trois ans plus tard, nous avons dit nous-mêmes [2] que la Corse orientale est un *pays de nappes;* que la base de ce pays de nappes est la *protogine;* que, sur la *protogine*, une nappe s'étend, faite de l'immense complexe des Schistes Lustrés; enfin que, çà et là, sur cette nappe inférieure faite de Schistes Lustrés traînent des lambeaux d'une nappe supérieure ayant à sa base une lame de protogine et composée, pour le surplus, de terrains primaires, secondaires et tertiaires non métamorphiques. Longtemps après (1917), D. Hollande [3] a répété nos conclusions. Les observations que nous avons recueillies au cours de notre récent voyage [4] nous permettent de corriger et de compléter cette première ébauche.

En réalité, le nombre des *unités tectoniques* distinctes qu'offre aujourd'hui la Corse est d'au moins cinq : I, la Corse granitique, ou Corse profonde, que l'on peut encore appeler Corse *hercynienne*, ou Corse *autochtone*, parce que, jointe à la Sardaigne, elle est un vaste débris de la chaîne hercynienne et que, vis-à-vis des nappes qui l'ont recouverte à l'époque alpine, ce débris d'Altaïde a probablement très peu bougé; II, une couverture sédimentaire de cette Altaïde, couverture discordante sur le vieux massif hercynien, que le cheminement des nappes a souvent décollée de son substratum, bouleversée et divisée en écailles; III, une nappe, très puissante, de Schistes Lustrés offrant tous les caractères des Schistes Lustrés des Alpes, tous les caractères d'une *nappe pennine*, et contenant de nombreux amas de *roches vertes*, parfois associés à des radiolarites; IV, une nappe dont aucun terme

(1) *Comptes rendus*, **141**, 1905, p. 151.

(2) *Comptes rendus*, **146**, 1908, p. 945 et 1426.

(3) *Géologie de la Corse*, Bastia, 1917, *passim;* et *Les nappes de la région orientale de la Corse*, Bastia, 1922, *passim.*

(4) Observations faites en commun avec MM. Steinmann, Kober, Staub, Tilmann et Raguin (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1077-1081, 1168-1172 et 1247-1251).

n'est métamorphique et qui est formée de radiolarites, de calcaires mésozoïques, de *roches vertes*, enfin d'un complexe analogue aux *argille scagliose* de l'Apennin; V, une nappe plus haute que toutes les précédentes et présentant un faciès *austro-alpin inférieur* (*unterostalpin*) qui rappelle le Falknis et la Saluverserie des Grisons.

L'unité II est tantôt à sa place et collée à son substratum naturel qui est l'unité I, tantôt refoulée sur l'unité III et formant alors des *Klippes* (ou lambeaux de nappe) posées sur les Schistes Lustrés : ces *Klippes* sont ce que nous avons appelé en 1908 nappe *supérieure*, l'unité III étant notre nappe *inférieure*. Les unités IV et V n'ont été découvertes que dans notre dernier voyage.

I. *Corse granitique*, ou *profonde*, ou *hercynienne*, ou *autochtone*. Cette unité est définie depuis longtemps par les travaux de MM. E. Nentien, J. Deprat, F. Grandjean, E. Maury ([1]). La *protogine* lui appartient; elle en est la partie haute, écrasée et laminée (sur une épaisseur de plusieurs kilomètres) par le traînage des nappes au-dessus d'elle. Le *manteau protoginique* s'étendait, à l'Ouest, fort au delà de sa limite actuelle; à l'Est, il descend sous la mer, à une profondeur inconnue; le laminage l'a divisé en grandes écailles qui ont glissé les unes sur les autres, de sorte que la masse protoginique offre l'exemple d'un charriage différentiel, presque nul dans la partie profonde, probablement très ample dans la partie voisine des nappes, sans que l'on puisse d'ailleurs en évaluer, même grossièrement, l'amplitude. Il faut rattacher à l'unité I les deux complexes d'âge primaire que nous avons appelés, l'un, les *roches brunes*, l'autre, les *arkoses de l'Abatesco*, et aussi les cipolins, tels que le marbre de Corte.

II. *Couverture sédimentaire discordante sur le fond hercynien.* — Cette couverture comprend : un Verrucano de couleur habituelle vert pâle, très épais aux environs de Soveria; un Trias peu épais, non métamorphique, d'aspect général briançonnais (grès blancs, cargneules, calcaires magnésiens, calcaires bréchiques); du Rhétien (plaquettes calcaires, quelquefois lumachelles); du Lias (calcaires noirs ou gris sombre, brèches polygéniques du type *Télégraphe* de W. Kilian, rares Bélemnites); du Jurassique supérieur à faciès tithonique; du Nummulitique (calcaires gris à grandes Nummulites d'âge sûrement lutétien, flysch gréso-schisteux avec petits bancs calcaires probablement priabonien, conglomérat de Pietralba, schistes à Fucoïdes,

---

([1]) Feuilles *Vico*, *Ajaccio*, *Bastia*, *Corte*, *Bastelica*, de la Carte géologique à $\frac{1}{80000}$; et Carte géologique à $\frac{1}{320000}$.

conglomérat de Palasca à galets de granite et de rhyolite, schistes et grès de la côte Nord entre Ostriconi et Lazari, etc.). Elle est parfois collée à son substratum cristallin (région de Palasca dans le Nord, région de Solaro dans le Sud) ou à peine traînée sur ce substratum. Ailleurs, et c'est pour cela que nous en faisons une unité distincte, elle apparaît franchement décollée du vieux fond hercynien; elle devient alors une véritable nappe, d'allure extrêmement troublée : la base de la nappe est presque toujours formée d'une lame de *protogine*, le décollement s'étant produit dans la partie haute du *manteau protoginique* plutôt qu'au-dessus de ce manteau. L'allure troublée, souvent chaotique, de la nappe II est à son comble au nord de Corte, aux environs de Soveria, de Ponte-Leccia, de Saint-Florent, de Macinaggio.

L'épaisseur de la lame granitique qui en forme la base est, dans cette région, tout à fait variable et peut même tomber à zéro; il en est de même de l'épaisseur des autres termes. La nappe II est ici refoulée sur la nappe III. L'amplitude du refoulement semble atteindre son maximum dans le profil Belgodere-Saint-Florent-Bastia, et ce maximum paraît voisin de 30^{km}; les derniers lambeaux de II refoulés sur III sont à Macinaggio. Au sud de Corte, le refoulement diminue très vite d'amplitude; il s'annule probablement à partir de Venaco.

La composition originelle (avant tout charriage) de l'unité II variait rapidement d'une verticale à l'autre. Dans la région de Palasca, le Nummulitique s'est déposé directement sur les terrains primaires; de même, suivant toute vraisemblance, dans la région de Tralonca et de Santa-Lucia-di-Mercurio; de même encore dans le Sud-Est de la Corse (Solaro, Favone). Le *poudingue de Venaco*, dont l'âge précis est inconnu mais qui est très probablement tertiaire, est aussi en repos normal sur le granite ou sur le Primaire. Ailleurs, il y avait du Verrucano et des terrains mésozoïques. Le bouleversement général, dû aux charriages, rend impossible la reconstitution des contours géologiques antérieurs à l'orogénie alpine.

III. *Nappe des Schistes Lustrés.* — C'est Émile Haug qui, en 1896, a le premier émis, à titre d'hypothèse, l'idée que les schistes cristallins avec *roches vertes* de la Corse orientale, pourraient être le prolongement des Schistes Lustrés du Piémont. L'un de nous, en 1904, a repris l'hypothèse et l'a changée en une affirmation formelle et précise. On ne saurait garder aucun doute à cet égard : les Schistes Lustrés de la Ligurie (série de Voltri), avec leurs nombreux amas de *roches vertes* (serpentines, gabbros et diabases), se prolongent dans la Corse orientale et y couvrent un vaste ter-

ritoire, bien délimité sur la Carte géologique à $\frac{1}{80000}$ (feuilles *Luri*, *Bastia* et *Corte*). Sur la feuille *Bastelica*, ils n'affleurent plus que dans un petit domaine, près de Lugo-di-Nazza, puis ils se cachent sous le Miocène et le Quaternaire.

Or les Schistes Lustrés de Voltri ne sont point séparables de ceux du Piémont, et ceux-ci ne diffèrent point des Schistes Lustrés des Alpes françaises, des Alpes pennines, des Grisons, de la Basse-Engadine, des Hohen Tauern. C'est une bande continue de schistes métamorphiques que l'on suit de la sorte sur toute la longueur des Alpes, Corse orientale comprise. Dans cette série cristallophyllienne, où dominent les calcschistes micacés et où les *roches vertes* abondent, nous connaissons maintenant quelques gisements de radiolarite. L'âge de la série est largement *compréhensif*, car l'épaisseur est énorme : nous pensons qu'il va du Trias supérieur à l'Éocène inférieur, l'épisode *radiolarite et roches vertes* correspondant probablement au Néojurassique.

Partout où l'on voit affleurer le substratum de la nappe III, il est fait de protogine, laminée au maximum. Mais il est certain que la nappe III s'est avancée, *de l'Est à l'Ouest*, sur la couverture sédimentaire de la Corse profonde, décollant cette série de sédiments de son substratum granitique, la refoulant devant elle et même, localement, s'insinuant entre II et I. Ainsi II, unité plus profonde que III, est, sur une vaste étendue, devenue une nappe superposée à III, ce que nous appelions autrefois la nappe *supérieure* et qui n'est, en réalité, qu'une sorte de *rejaillissement* du pays profond sur le pays en mouvement.

Nappes IV et V. — Nous avons donné, dans deux Notes précédentes, la définition de ces deux unités, plus hautes que toutes les autres et d'origine orientale plus lointaine. Elles sont, par rapport à la nappe *pennine*, placées ici comme dans les Alpes : la nappe IV (radiolarite avec *roches vertes, majolica* et *argille scagliose*) comme la Margnadecke des Grisons ou la nappe de la Dent Blanche; la nappe V (Falknis Kalk et Saluverserie) comme l'*unterostalpine Decke* des Grisons.

ZOOLOGIE. — *Sur quelques résultats obtenus au cours de pêches nocturnes (à la lumière) dans la baie d'Alger.* Note de MM. **Ch. Gravier** et **J.-L. Dantan**.

De 1923 à 1927, nous avons exécuté à la surface de la mer, dans la baie d'Alger, des pêches nocturnes à la lumière. On sait que l'essaimage, au

moment de la reproduction, d'une Annélide Polychète du Pacifique [*Eunice viridis* (Gray)] se fait à une phase lunaire si nettement déterminée, que ce phénomène constitue la principale date du calendrier pour les indigènes des îles Samoa et ceux des archipels voisins. Nous nous proposions tout d'abord de voir si, dans la Méditerranée, mer presque fermée et pratiquement sans marée, il existait ou non une relation entre les temps de maturité des éléments génitaux de certaines espèces de Polychètes de cette mer et ceux où la lune entre dans une phase déterminée de son cycle. En même temps, nos opérations, comme celles de L. Fage et de R. Legendre dans l'Atlantique, à Concarneau, de 1922 à 1926, devaient nous fournir de précieux renseignements sur la faune annélidienne benthique locale — fort peu connue jusqu'ici dans la baie d'Alger — ou, du moins, sur les formes qui devienent pélagiques à la maturité sexuelle, et en particulier sur leur cycle de reproduction. Pour diverses raisons, mais surtout à cause de l'état de la mer qui est souvent houleuse sur les côtes d'Algérie, nous n'avons pu faire nos pêches en continuité dans le temps. Nous avons dû raccorder, d'une année à l'autre, les pêches que nous n'avions pu faire à une période déterminée, de façon à les répartir, d'une façon aussi régulière que possible, dans les douze mois du calendrier solaire.

En ce qui concerne le premier point, d'après les résultats de nos pêches à la lumière qui font l'objet d'un Mémoire actuellement à l'impression, nous ne discernons aucune relation nette entre les phases lunaires et les périodes d'essaimage observées pour chacune des espèces que nous avons récoltées. Certaines d'entre elles parviennent à la maturité sexuelle à toute époque de l'année et leurs périodes d'essaimage se font à des phases quelconques de la lune, dans l'intervalle d'une année courante. C'est le cas notamment du *Platynereis Dumerilii* (Aud. et M. Edw.) et du *Leptonereis glauca* Clap.

Dans ces phénomènes d'essaimage, à la surface, des Annélides Polychètes sexuellement mûres, il intervient sûrement de nombreux facteurs comme la marée, les courants, la température, etc., sans compter beaucoup de circonstances locales, dont il est impossible d'apprécier, même approximativement, l'importance. Aussi, les résultats de nos recherches n'ont-ils qu'une valeur purement locale; il faudra en obtenir beaucoup de semblables et surtout de plus complets à divers points de vue, pour en tirer des conclusions de quelque portée, même pour une mer déterminée.

A diverses reprises, nous avons essayé de fixer l'ordre d'apparition des Annélides Polychètes à la surface de la mer, dans la zone éclairée par la

lanterne, où elles se rassemblent. Nous aurions pu juger ainsi, dans une certaine mesure, de la sensibilité comparée de ces animaux sexuellement mûrs à l'action de la lumière. Les résultats n'ont pas été très concordants. On peut dire cependant que les premières formes qui apparaissent, dès qu'on a immergé la lanterne, sont les stolons sexués de Syllidiens, dont beaucoup sont phosphorescents et qu'on recueille parfois en grand nombre.

Dans la dernière partie de la pêche, ce sont les mâles de Néréidiens qui prédominent largement et qu'on prend parfois par milliers. Les femelles sont généralement bien plus rares.

Nous avons tenté, à l'aide de verres colorés adaptés à la lanterne, de voir l'influence que pourraient avoir, sur les animaux arrivant à la surface, les radiations des différentes régions du spectre. Nos efforts n'ont pas été couronnés de succès; il faudrait reprendre ces essais, suivant une autre technique.

En somme, au cours de ces pêches à la lumière, nous avons recueilli 71 espèces de Polychètes, dont il faut défalquer des larves de *Pœcilochætus*, un jeune *Nephthys* indéterminable spécifiquement et un tout jeune serpulien (probablement *Serpula vermicularis* L.). Il reste 68 espèces d'individus parvenus à la maturité sexuelle et allant évacuer leurs cellules reproductrices à la surface de la mer. Ces Vers annelés se répartissent en 13 familles distinctes. Le simple examen de la liste des espèces capturées montre que deux familles y tiennent une très large place : celle des Syllidiens et celle des Néréidiens. Ce sont aussi celles chez lesquelles les phénomènes d'épigamie se manifestent avec le plus d'intensité.

Depuis longtemps, on a trouvé des formes sexuées de Syllidiens à la surface de la mer, mais c'étaient des individus isolés se rattachant à un petit nombre d'espèces. Dans la baie d'Alger, la nuit, au feu, il nous est arrivé bien des fois de prendre des centaines et même des milliers de stolons sexués, de formes épigames ou des individus à reproduction directe remplis d'éléments sexuels. Les Autolytés, en particulier, doivent fourmiller en certains points de la baie, car nous avons pris, à peu près à toutes les époques de l'année, des mâles (Polybostrichus) d'*Autolytus* en nombres considérables. Les femelles (Sacconereis) sont beaucoup plus rares à la surface.

Les Néréidiens nous ont fourni également un fort contingent d'espèces et surtout d'individus, principalement des mâles, en général. A différentes reprises, nous avons récolté des formes non mentionnées jusqu'ici dans la Méditerranée. En outre, nous avons trouvé une nouvelle forme hétéro-

néréidienne mâle, dont l'une des particularités est de posséder des crénelures au cirre ventral, comme au cirre dorsal, ce qui n'existe chez aucune espèce décrite jusqu'à maintenant. La femelle reste à découvrir, de même que la forem asexuée. Nous avons pu élucider quelques points de la biologie des Néréidiens, notamment en ce qui concerne l'évacuation des produits génitaux, ce qui fera l'objet d'une Communication ultérieure.

Parmi les autres familles, les mieux représentées dans nos récoltes sont celle des Phyllodociens et celle des Euniciens. Les autres ne figurent sur la liste que par quelques noms d'espèces et parfois par un seul. Ce sont, à certains points de vue, les plus intéressantes, parce que ce sont elles qui nous ont révélé les faits les plus inattendus. Nous avons recueilli la nuit, à la lumière, des animaux, d'apparence, essentiellement sédentaires qui semblent être, d'après leur forme, rivés au fond, absolument inaptes à la natation et qui gagnent cependant les couches superficielles pour y déposer leurs produits génitaux. Il suffit de citer un exemple vraiment frappant. Plusieurs fois, nous avons saisi, autour de la lanterne, des Flabelligériens dont le corps tout entier est enveloppé d'une cuirasse épaisse, d'aspect rigide, qui semble interdire tout mouvement de quelque amplitude et qui est formée par une abondante sécrétion tégumentaire devenant consistante au contact de l'eau. A notre connaissance, on n'a jamais rencontré de Flabelligériens à la surface de la mer.

Ces individus sexués qui s'élèvent dans les eaux de la surface, qui ne sont que des animaux pélagiques temporaires, y demeurent peu, quelques jours à peine, parfois même moins, le temps d'y déverser leurs cellules reproductrices et cet événement marque pour la grande majorité d'entre eux le terme de leur existence. Or, chez eux, l'œuf donne naissance à une larve ciliée, la trochophore, qui nage un certain temps à la surface de la mer, avant de descendre au fond, où elle achèvera son développement et où l'adulte mènera désormais toute son existence, de sorte que pour ces vers annelés, la vie se termine comme elle a commencé; elle est limitée par une phase pélagique au début et par une autre à la fin; ces deux phases sont, en général, assez brèves.

GÉODÉSIE. — *Sur l'altimétrie de la Corse.* Note de M. P. **Helbronner.**

Au fur et à mesure que s'achèvent les différentes parties du volume relatant les opérations géodésiques que j'ai exécutées en Corse au cours de ces

dernières années, je crois devoir, sans attendre la terminaison de son impression qui demandera encore vraisemblablement quelques mois, donner le résumé des principaux résultats successifs obtenus. Ayant ainsi mis déjà l'Académie au courant des conclusions planimétriques découlant de la Jonction directe de l'île au continent, puis de la Chaîne Méridienne la traversant du Nord au Sud, enfin des liaisons par l'archipel toscan avec la triangulation fondamentale italienne, je présente aujourd'hui un aperçu succinct de l'altimétrie telle qu'elle provient des dernières observations et calculs consécutifs.

Pour établir les bases de cette altimétrie, je me suis trouvé privé des facilités que j'avais rencontrées depuis le début de mes travaux géodésiques dans la présence des nombreux repères du Service du Nivellement général de la France, jalonnant toutes les vallées et toutes les routes des Alpes et d'où il était loisible d'obtenir presque sans relais les valeurs des dénivelées relatives aux crêtes voisines; c'est grâce à ces repères que j'avais pu, depuis le début de l'exécution des réseaux de la *Description géométrique détaillée des Alpes françaises*, réaliser toute la documentation altimétrique apportant souvent des modifications considérables aux chiffres inscrits précédemment sur la carte de l'État-Major.

Il n'en a pas été de même pour la Corse sur laquelle le Service de Nivellement général n'a commencé à faire porter ses études et ses opérations qu'au printemps de 1926, alors que les principales documentations nécessaires à mes réseaux étaient ou terminées ou sur le point de l'être. J'ai donc dû prendre directement mes bases altimétriques de départ sur le niveau même de la mer, en certains points du littoral qui, bien entendu, m'assuraient une parfaite sécurité dans la zone voisine, mais qui ne remplaçaient pas, dès que l'éloignement en devenait un peu considérable, les contrôles donnés par des cheminements géométriques qui auraient existé à l'intérieur de l'île et qui eussent été précieux pour couper les portées souvent très longues des nivellements géodésiques, notamment celles montant plus ou moins directement aux sommets de la chaîne centrale. Ce n'est qu'en faisant converger un grand nombre de ces valeurs dont le poids individuel ne pouvait jamais être bien considérable que j'ai fini par obtenir des moyennes paraissant très proches de la vérité et dotées d'un poids total satisfaisant.

Il est évident en effet que le nivellement géométrique qui va se trouver prochainement attaché à toutes les artères principales de communication, franchissant les cols les plus élevés au voisinage des massifs centraux, apportera toute la facilité et toute la sécurité à la précision des dénivelées

par le transport en quelque sorte à pied d'œuvre de la référence du niveau zéro quel que soit l'éloignement du littoral.

J'ai donc choisi à Bastia, à Ile-Rousse, à Ajaccio et à Bonifacio quatre centres de départ pour les déterminations d'altitudes. Si les valeurs qui ont été déduites des trois premiers pour toutes les positions des régions voisines correspondantes ont paru apporter de très suffisantes concordances, il n'en a pas été tout à fait de même pour le quatrième, à tel point qu'ayant remarqué un certain aléa de flottement de ces déterminations, je n'ai pas hésité tout récemment — le mois dernier — à consacrer une nouvelle petite campagne (la vingt-quatrième de la *Description géométrique*, la troisième de Corse) à l'établissement d'un réseau local à l'extrême sud de l'île, spécialement destiné à l'altimétrie, s'insérant à l'intérieur de celui que j'avais établi en 1925 et se reliant à la plupart des positions géographiques que j'avais déjà déterminées planimétriquement. Ce réseau s'est composé de cinq stations réparties au voisinage du Goulet, où elles se référaient au niveau même de la mer, tout en permettant l'observation en chacune d'elles des visées réciproques sur les quatre autres.

A titre d'exemple je donne ci-dessous : 1° un ensemble de valeurs établissant une altitude moyenne dans la zone voisine du littoral; 2° un ensemble de valeurs établissant une altitude moyenne dans la région centrale à grande distance du départ des bases données par le niveau de la mer; 3° un tableau comparatif de quelques-unes des valeurs résultant des opérations et des valeurs obtenues par les officiers du Dépôt de la Guerre dans leur triangulation de 1863 ayant servi aux feuilles de la Carte de l'État-Major. On y verra que les concordances sont des plus satisfaisantes et qu'il ne s'y révèle aucune des nombreuses discordances — souvent très importantes — qui ont caractérisé la plupart des mises en parallèle des résultats des géodésiens des Alpes pour la carte au 80000e et de ceux auxquels j'ai été conduit pour la *Description géométrique détaillée des Alpes françaises*.

Tout au plus est-il intéressant de signaler que le Monte Stello qui passait jusqu'à présent pour posséder, à l'altitude égale de 1305^m, avec la Pointe de la Follice, la prééminence dans la presqu'île du Cap Corse, est nettement dominé d'une vingtaine de mètres par ce sommet (alt. 1326^m); il n'y a cependant pas lieu de trop insister sur cette inexactitude qui ne se serait certainement pas produite si les officiers de 1863 avaient traité la Pointe de la Follice comme point géodésique et non comme point topographique.

1° *Exemple d'un ensemble de valeurs concourant à l'établissement d'une altitude moyenne dans la zone littorale.*

Villa Serra sur Plateau Capello à Bonifacio (sommet de la tourelle Est) :

	m
De la Cale de halage du Goulet	61,8
Du quai du magasin de la Marine	61,8
Sur le quai du magasin de la Marine	61,8
Sur la Cale de halage du Goulet	61,7
Sur une poutrelle d'amarrage au niveau de la mer	61,8

Moyenne, $61^m,8$ (altitude du sol, $56^m,7$).

2° *Exemple d'un ensemble de valeurs concourant à l'établissement d'une altitude moyenne dans la zone centrale.*

Monte Asto (Signal) :

		Poids.
De Monte Pigno (1925)	1538,3	0,4
De Monte Pigno (1926)	1539,8	0,4
De Monte Murzajo	1542,0	0,4
De Sémaphore Ile-Rousse	1540,7	0,4
De Phare de la Pietra	1535,1	0,4
Sur Stello	1533,9	0,4
Sur Sémaphore Ile-Rousse	1538,2	0,4
Sur Phare de la Pietra	1533,7	0,4
Sur Phare inférieur d'Ile-Rousse	1538,5	0,4
Sur Église principale d'Ile-Rousse	1538,9	0,4
Sur Église Sainte-Marie d'Ile-Rousse (tour Ouest)	1538,5	0,4
Sur Église Sainte-Marie d'Ile-Rousse (tour Est)	1538,0	0,4
Sur Monte Pigno	1535,7	0,4

Moyenne : sommet du Signal, $1537^m,9$; sol du Signal, $1535^m,9$.

3° *Tableau comparatif de quelques altitudes (sol) extraites du* Recueil des positions géographiques *des feuilles de la Corse au* $\frac{1}{80000}$ (1863) *et de la* Description géométrique *de* 1925-1928 (Hr).

	Recueil des positions géographiques.	Triangulation Hr. 1925-1928.
	m	m
Monte d'Oro	2390,8	2390,6
Monte Rotondo	2624,5	2621,7
Monte Cinto	2710,0	2709,1
Monte San Appiano	1093,2	1093,6
Monte San Pedrone	1765,6	1765,0
Monte Travonato	2179,6	2182,5
Punta Artica	2328,8	2330,2

	Recueil des positions géographiques.	Triangulation Hr. 1925-1928.
	m	m
Monte Pigno	956,6	957,9
Monte Stello	1305,4	1306,9
Monte Padro	2392,5	2394,6
Monte Asto	1533,1	1535,9
Monte Paglia Orba	2525,5	2526,5
Monte Cozzanaccio	1060,2	1061,1
Tour Santa Manza (sol)	127,2	128,2
Trinité (sol de la croix)	219,1	220,1
Phare de la Pietra (sol)	52,2	52,1
Phare de la Revellata (sommet)	98,6	98,8

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur une curieuse photographie d'éclair obtenue dans la région du Lac des Quatre-Cantons.* Note (¹) de M. **E. Mathias.**

Je dois à M. Jean Lugeon la communication d'une photographie d'éclair, d'une forme tout à fait anormale, prise par un amateur le 10 juillet 1927, vers 22^h; l'amateur n'a pas voulu dire son nom. La photographie comprend cinq taches lumineuses; les deux plus grosses sont sensiblement dans une verticale; une beaucoup plus petite est presque tangente à la plus élevée et à droite de celle-ci; les deux autres taches, de grandeur moyenne, sont un peu plus à droite sur un arc de grand cercle peu différent d'un vertical et, par rapport à l'horizon, l'une au-dessus, l'autre au-dessous des deux taches presque tangentes.

Les deux taches moyennes et la petite tache sont *semblables et semblablement placées;* il en est probablement de même de la plus élevée des grosses taches, mais n'anticipons pas.

L'éclair précédent, qui est incompréhensible avec les idées anciennes, s'explique très simplement dans la théorie que nous soutenons depuis 1924. L'explication que nous proposons est la suivante :

Un éclair vertical descendant, rencontrant une région peu conductrice (peu ou pas ionisée), s'est partagé en cinq branches qui se sont terminées dans l'air à peu de distance les unes des autres. En se refroidissant, la

(¹) Séance du 7 mai 1928.

matière fulminante des cinq branches s'est rétractée sous l'influence de sa tension superficielle, qui devient d'autant plus grande que la température est plus basse et une accumulation de matière fulminante plus ou moins irrégulière s'est formée dans la partie moyenne des cinq branches. Il s'est formé ainsi cinq foudres globulaires qui sont les analogues de celles qui s'étaient formées dans les éclairs à sept branches d'Amiens et de Pontgibaud (¹).

Ces cinq foudres, d'inégale grosseur, de potentiel différent, se refroidissent avec des vitesses différentes. Celle qui a explosé la première était la plus voisine de l'horizon; la photographie ne donne plus d'elle qu'un nuage très lumineux, un peu oblique par rapport à la verticale. Cette explosion, légèrement antérieure à la prise du cliché, a secoué violemment la région de l'air environnante et dans laquelle sont placées, à peu de distance les unes des autres, les quatre autres foudres globulaires.

L'explosion a déterminé une onde centrifuge, suivie d'une condensation centripète, puis d'une nouvelle onde centrifuge, etc., c'est-à-dire d'une série d'oscillations plus ou moins irrégulières. La violence de ces mouvements n'a laissé subsister qu'une certaine longueur de l'éclair linéaire primitif de part et d'autre de chaque foudre globulaire; sous l'influence de ces mouvements de translation oscillatoires et simultanés, les segments d'éclair linéaire ont pris des formes *géométriquement homothétiques* sur les quatre globes non éclatés. Ces oscillations ont duré un certain temps, pendant lequel les globes ont continué à se refroidir. Aussi le gros globe supérieur de gauche commence-t-il sérieusement à exploser, lui aussi, tandis que les trois plus petits sont à des stades moins avancés. C'est une fois les oscillations terminées que paraît pouvoir se placer la prise instantanée du cliché.

Pour la première fois, on voit, fixée par la photographie, *d'une manière objective*, la naissance de plusieurs foudres globulaires aux dépens de branches d'éclairs linéaires. Comme la quantité de matière fulminante était trop faible, les globes explosent avant d'avoir pris complètement la forme sphérique. Quand on regarde la photographie au microscope simple ou binoculaire, on trouve que les globes ont plutôt l'air de grumeaux, à surface mamelonnée ou verruqueuse, la tension superficielle n'ayant pas eu le temps de les amener à l'aire minima avant l'explosion.

La stabilité de la matière fulminante filiforme, montrée par la photo-

---

(¹) E. MATHIAS, *La foudre, ses différentes formes, la matière fulminante* (*Annales des Postes, Télégraphes et Téléphones*, 16, 1927, p. 965).

graphie, donne un intérêt tout particulier à l'observation suivante de MM. H. Dember et U. Meyer, près de Dresde. « Vers $18^h 45^m$, le 12 mai 1912, à la distance de 1^{km} et sans aucun éclair, ils virent, dans l'air, deux globes de couleur orangée, disposés verticalement l'un au-dessous de l'autre *et reliés par un fil rectiligne peu lumineux et de structure granulaire comme certains éclairs en chapelet.* Le globe supérieur était plus grand que l'autre et tous les deux allaient vers le Nord-Est *en maintenant toujours leurs centres sur une même verticale;* mais le globe supérieur décrivait une trajectoire horizontale pendant que l'inférieur descendait en décrivant une espèce de ligne parabolique. En sorte que le fil intermédiaire s'éteignit après s'être un peu allongé » ([1]).

M. **M. Brillouin** fait hommage à l'Académie d'une Notice sur *A. Fresnel et son œuvre.*

M. **M. Caullery** fait hommage à l'Académie du *Traité d'Embryologie comparée des Invertébrés* de M. C. Dawydoff ([2]), dont il a écrit la *Préface.* Cet ouvrage comble une lacune importante dans les traités de langue française, mais il sera également très apprécié à l'étranger, aucun livre équivalent n'ayant été publié depuis longtemps. M. Dawydoff a lui-même fait des recherches embryologiques nombreuses et importantes; en outre, ses connaissances linguistiques très étendues lui ont permis un dépouillement très complet des mémoires originaux, en particulier en langue russe. Par sa clarté et l'esprit positif dans lequel il est conçu, ce Traité sera précieux aux étudiants et aux chercheurs, à qui il offre un tableau très satisfaisant de l'état actuel de l'embryologie des Invertébrés, tant au point de vue des faits que des principales vues théoriques exprimées.

NOMINATIONS.

M. **C. Sauvageau** est désigné pour représenter l'Académie à la célébration, par la *Société Linnéenne de Bordeaux*, du Centenaire de sa reconnaissance d'utilité publique.

([1]) *Meteorologische Zeitschrift*, 29, 1912, p. 384-385.

([2]) Paris, Masson et Cie, in-8°, 930 pages, 509 figures, 1928.

CORRESPONDANCE.

M. **A. Guilliermond** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Botanique par le décès de M. *L. Guignard*.

La **Société des Amis de l'École normale supérieure** invite le Bureau et les Membres de l'Académie à assister à la cérémonie qui aura lieu le 23 mai à la Sorbonne à l'occasion du centenaire de la naissance d'*Hippolyte Taine*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Jean Jung. *Contribution à la géologie des Vosges hercyniennes d'Alsace*. (Présenté par M. P. Termier.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Expression pour le nombre des représentations d'un nombre par une forme quadratique positive à plus de trois variables.* Note (1) de M. **W.-A. Tartakowsky**, présentée par M. Hadamard.

Smith et Minkowsky ont trouvé que la totalité des nombres impairs premiers avec le discriminant $\Delta(F)$ et représentables par la forme $F(x_1, x_2 \ldots, x_s)$ $(s \geqq 3)$ doit appartenir à un système fini de progressions déterminées par les caractères. Cette condition est aussi suffisante pour qu'un nombre soit représentable par *une classe au moins du genre* correspondant, mais *sans que l'on puisse dire par laquelle*. La question relative aux nombres qui ont un diviseur commun avec $2\Delta(F)$ est moins étudiée. Je détermine la totalité des nombres représentables par une seule classe pour $s \geqq 4$. Tout d'abord, dans cette Note, je calcule le nombre des repré-

(1) Séance du 2 avril 1928.

sentations d'un nombre ν par une forme positive F pour $s \geqq 4$ (1). Soient :

$$F(x_1, x_2, \dots, x_s) = \sum_{i,k} a_{ik} x_i x_k; \qquad A_{\beta\alpha} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1\alpha-1} & a_{1\beta} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{\alpha 1} & a_{\alpha 2} & \dots & a_{\alpha\alpha-1} & a_{\alpha\beta} \end{vmatrix} (\beta, \alpha = 1, 2, \dots, s);$$

$$A_{00} = A_{ii} = 1; \qquad A_{\beta\alpha} = 0 \ (\beta < \alpha); \qquad \lambda_{ik} = \frac{A_{ki}}{A_i}; \qquad \mathfrak{A} = A_0 A_1 \dots A_s; \qquad \mathfrak{A}_i = \frac{\mathfrak{A}}{A_{i-1} A_i}.$$

$A_i > 0$ puisque F est une forme positive. Moyennant la substitution

$$(1) \qquad h'_i = A_i h_i + A_{i+1,i} h_{i+1} + \dots + A_{si} h_s \qquad (i = 1, 2, \dots, s),$$

on obtient l'identité $\mathfrak{A} F(h_1, \dots, h_s) = \mathfrak{A}_1 h'^2_1 + \mathfrak{A}_2 h'^2_2 + \dots + \mathfrak{A}_s h'^2_s$. La totalité des systèmes $(h'_1, h'_2, \dots h'_s)$ représente dans l'espace à s dimensions un réseau cubique (K). La substitution (1) en tire un réseau partiel (U) dont le parallélépipède fondamental U a le volume $\mathfrak{A}$ et contenant à son tour un réseau partiel (W) dont on obtient le cube fondamental au moyen des vecteurs $(\mathfrak{A}, 0, \dots, 0, 0), \dots, (0, 0, \dots, 0, \mathfrak{A})$. Soient $M_1 = 0$, $M_2, \dots, M_\sigma$ tous les points du système (U) appartenant au cube W déterminé par $0 \leqq h_i < \mathfrak{A}$ $(i = 1, 2, \dots, s)$. On a $\sigma = \mathfrak{A}^{s-1}$. En faisant subir au système (W) les translations M, nous obtenons σ systèmes cubiques $(W_\iota) = (W_\iota + M)$. Soient $B_1(\iota), \dots, B_s(\iota)$ les coordonnées du point M_ι. Alors les coordonnées des points du système (W_ι) sont $h'_j(\iota) \mathfrak{A} z_j + B_j(\iota)$ $(j = 1, 2, \dots, s)$, où les z_j prennent toutes les valeurs entières. La question de la représentation du nombre ν par la forme F se réduit donc à la question de la représentation du nombre $n = \mathfrak{A}\nu$ par σ fonctions

$$f_\iota(z_1, z_2, \dots, z_s) = \mathfrak{A}_1 h'^2_1(\iota) + \dots + \mathfrak{A}_s h'^2_s(\iota) \qquad (\iota = 1, 2, \dots, \sigma).$$

Soit $r(\Phi, m)$ le nombre des représentations du nombre m par le polynome Φ. On a alors

$$(2) \qquad r(F, \nu) = r(\mathfrak{A}F, n) = r(f_1, n) + r(f_2, n) + \dots + r(f_\sigma, n).$$

Les variables sont ainsi séparées. Maintenant, pour $r(f_\iota, n)$, la méthode de MM. Hardy et Littlewood (2) [en ajoutant, pour $s = 4$, les lemmes de

(1) J'apprends que MM. Hecke et Klostermann ont démontré la même expression pour $s = 2k$ $(k \geqq 2)$: Hecke, *Abhandlungen des Hamburger Seminärs*, 5, III, 1927, p. 199-224. — Klostermann, *Ibid.*, 5, IV, 1927, p. 337-353.

(2) Landau, *Vorlesungen über Zahlentheorie*, Band I, p. 261-275.

M. Klostermann (1)] donne $\left(\text{avec } b_1 < \frac{s}{2} - 1 - 0{,}05 \text{ et } |\theta| \leqq 1\right)$

$$(3)\qquad r(f_i, n) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)^s}{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)} \frac{n^{\frac{1}{2}s-1}}{\mathfrak{A}^{s-1}\sqrt{\mathfrak{A}_1 \Delta_s}} \gamma(f_i, n) + \theta c_1 n^{b_1}$$

Les nombres b_i sont des constantes, dépendant de s seul et les c_i des constantes déterminées par les coefficients de F. $\gamma(\Phi, m)$ se détermine par

$$(4)\qquad \begin{cases} S(q; \Phi, \rho) = \displaystyle\sum_{x_1, x_2, \ldots, x_s = 0}^{q-1} \rho^{\Phi(x_1, \ldots, x_s)} \qquad \text{où } \rho = e^{2\pi i \frac{l}{q}}, \\ \gamma(\Phi, m) = \displaystyle\sum_{q=1}^{\infty} \frac{1}{q^s} \sum_{(l, q) = 1} S(q; \Phi, \rho)\rho^{-m}. \end{cases}$$

Le point essentiel du calcul de la somme (2) est l'égalité suivante :

$$(5)\qquad \sum_{i=1}^{\sigma} S(q; f_i, \rho) = \mathfrak{A}^{s-1} S(q; \mathfrak{A}F, \rho).$$

Pour la démontrer, remarquons que le domaine de sommation, au point de vue des h, est l'ensemble des points du système (U), appartenant au cube L $(0 \leqq h_i < \mathfrak{A} q)$. En vertu de la substitution (1), il vient

$$\sum S(q; f_i, \rho) = \sum_{h_1, h_2, \ldots, h_s} t(h_1, h_2, \ldots, h_s)\, \rho^{\mathfrak{A}F(h_1, h_2, \ldots, h_s)},$$

où $t(h_1, h_2, \ldots, h_s)$ est le nombre des points appartenant au cube L, dont les coordonnées, relatives à U, sont congrues à $h_1, h_2, \ldots, h_s \pmod q$. Tous ces points forment un nouveau réseau partiel $U_q(h_1, \ldots, h_s)$. (L) un réseau partiel de $U_q(0, \ldots, 0)$, on démontre que $t(h_1, h_2, \ldots, h_s)$ ne dépend pas du choix $(h_1, h_2, \ldots, h_s)$ dans (U), et est égal à $\mathfrak{A}^{s-1}$. De (3), (4) et (5) nous déduisons, pour $r(\mathfrak{A}F, n)$, une expression pareille à $r(f_i, n)$, au remplacement près de $\gamma(f_i, n)$ par $\mathfrak{A}^{s-1}\gamma(\mathfrak{A}F, n)$. Or on a

$$(6)\qquad \gamma(\Phi, m) = \prod_{p=2}^{\infty} \chi_p(\Phi, m) = \prod_{p=2}^{\infty} \lim_{\lambda \to \infty} p^{-\lambda(s-1)} N(p^\lambda; \mathfrak{A}F, n).$$

---

(1) KLOSTERMANN, *Acta mathematica*, 49, 1926, p. 407-464.

$N(k;\varphi, m)$ est le nombre des représentations m par le polynome φ (mod k), (6) donne

$$\chi_p(\mathfrak{A}F, n) = p^\alpha \chi_p(F, \nu),$$

où p^α est la puissance la plus élevée de p par laquelle est divisible $\mathfrak{A}$. *On obtient ainsi l'expression analytique suivante pour* $r(F, \nu)$:

$$(7)\qquad r(F, \nu) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)^s}{\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)} \frac{\nu^{\frac{1}{2}s-1}}{\sqrt{\Delta(F)}}\gamma(F, \nu) + \theta c_2 \nu^{h_1}.$$

TOPOLOGIE. — *Sur l'homéomorphie des ensembles fermés.* Note de M. **Paul Alexandroff** (¹), présentée par M. Hadamard.

Le but de la présente Note est de *caractériser l'homéomorphie* des deux ensembles fermés absolument quelconques en termes de propriétés combinatoires de certaines suites de polyèdres (²), qu'on peut attacher d'une certaine manière à tout ensemble fermé (³).

1. Supposons donnée une suite infinie de polyèdres

$$(1)\qquad P_1,\ P_2,\ \ldots,\ P_k,\ \ldots$$

et de représentations simpliciales (⁴) π,

$$(2)\qquad P_k = \pi(P_{k+1}) \quad \text{(quel que soit } k\text{)},$$

de P_{k+1} sur P_k; l'ensemble de polyèdres (1) et de représentations (2) sera

(¹) Cf. aussi un Mémoire que j'ai publié dans les *Mathematische Annalen*, 96, 1926, p. 489-511.

(²) Les polyèdres ou *complexes* sont envisagés au sens de la Topologie combinatoire (voir par exemple Alexander, *Trans. Amer Math. Soc.*, 28, 1926, p. 301). Les éléments d'un polyèdre sont des tétraédroïdes (de dimensions différentes).

(³) Voir sur les ensembles fermés, leur dimension, etc., par exemple ma Note dans les *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 640.

(⁴) On entend, d'après M. Brouwer, par *représentation simpliciale* d'un polyèdre P sur un polyèdre Q, une représentation continue f définie de la façon suivante : on fait correspondre à tout sommet a de P sommet b de Q, et cela sous la condition que le système de tous les sommets d'un élément quelconque de P soit transformé en un système de sommets appartenant à un élément de Q; la fonction f étant ainsi définie en tous les sommets de P, un simple usage des coordonnées barycentriques permet de la définir sans ambiguïté en tous les autres points de P.

dit *système en projection*; les représentations simpliciales (2) elles-mêmes s'appellent *projections* (de P_{k+1} sur P_k) (1).

Une suite d'éléments respectifs des polyèdres P_k :

(3) $$\tau = (t_1, t_2, \ldots, t_k, \ldots)$$

s'appelle *suite projective* si, quel que soit k, on a

$$t_k = \pi(t_{k+1}).$$

On dit que la suite (3) *contient* la suite projective $\tau' = \{t'_k\}$, si, pour toute valeur de k, tous les sommets de t'_k sont contenus parmi les sommets de t_k. Deux suites projectives τ' et τ'' sont *adjacentes* si leurs éléments correspondants t'_k et t''_k ont (pour toute valeur de k) au moins un sommet commun.

2. Cela posé, un système en projection sera dit *spectre projectif*, lorsque la condition suivante se trouvera vérifiée :

Si deux suites projectives sont adjacentes, il existe une suite projective qui les contient toutes les deux.

Celles-ci, parmi les suites projectives d'un spectre qui ne sont contenues dans aucune autre suite de la même nature, peuvent être considérées comme *points* d'un espace abstrait : il suffit de définir le $k^{\text{ième}}$ voisinage d'un *point*

$$x = (t_1, t_2, \ldots, t_k, \ldots)$$

comme l'ensemble de tous les points

$$x' = (t'_1, t'_2, \ldots, t'_k, \ldots),$$

tels que, pour $i \leq k$, t'_i est contenu dans t_i. L'espace, ainsi défini, s'appelle *noyau* du spectre projectif; *c'est toujours un espace métrique compact dont la dimension ne surpasse jamais le maximum de dimensions des polyèdres* P; d'autre part, tout espace métrique compact F est le noyau d'un spectre projectif convenablement choisi; si la dimension de F est finie et égale à m, on peut supposer que tous les polyèdres du spectre sont à m dimensions; si la dimension de F est infinie, le nombre de dimensions de P_k tend nécessairement vers ∞ avec k.

3. Deux spectres projectifs différents peuvent avoir des noyaux homéo-

(1) En posant $\pi_k^{k+1}(P_{k+1}) = \pi(P_k)$ et, d'une façon générale, $\pi_k^r(P_r) = \pi\pi_{k+1}^r(P_r)$, on obtient la définition des projections $\pi_m^r(P_r^r)$ de P_r sur P_m pour toutes les valeurs de r, m, $r > m$.

morphes; la condition nécessaire et suffisante pour qu'il en soit ainsi est la suivante :

Il existe une suite partielle que nous désignons par

(4) $$A_1, \quad A_3, \quad \ldots, \quad A_{2m-1}, \quad \ldots$$

de polyèdres du premier spectre et une suite partielle

(5) $$B_2, \quad B_4, \quad \ldots, \quad B_{2m}, \quad \ldots$$

de polyèdres du second spectre; il existe, en outre, pour tout m, une représentation simpliciale $f_{2m}(A_{2m-1})$ *de* A_{2m-1} *sur* B_{2m} *et une représentation simpliciale* $f_{2m-1}(B_{2m})$ *de* B_{2m} *sur* A_{2m-1} *telles que les entiers m et r,* $m < r$, *et les sommets respectifs* a_{2r+1} *et* b_{2r} *de* A_{2r+1} *et* b_{2r} *de* B_{2r} *étant arbitraires, chacun des quatre couples de points*

$$\pi^{2r-1}_{2m+1} f_{2r-1} f_{2r}(a_{2r+1}) \quad \text{et} \quad \pi^{2r+1}_{2m+1}(a); \qquad \pi^{2r}_{2m} f_{2r}(a_{2r+1}) \quad \text{et} \quad f_{2m}\pi^{2r+1}_{2m+1}(a_{2r+1}),$$

de même que

$$\pi^{2r-2}_{2m} f_{2r-2} f_{2r-1}(b_{2r}) \quad \text{et} \quad \pi^{2r}_{2m}(b_{2r}); \qquad \pi^{2r-1}_{2m+1} f_{2r-1}(b_{2r}) \quad \text{et} \quad f_{2m+1}\pi^{2r}_{2m+2}(b_{2r})$$

est formé de deux sommets voisins [1] *de polyèdres correspondants* [2].

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Surfaces réglées algébriques : singularités et classification.* Note de M. **Bertrand Gambier**.

1. Classer les courbes algébriques *planes* revient à étudier *une* fonction algébrique d'une variable; classer les courbes *gauches* à étudier *deux* fonc-

---

(1) Deux sommets d'un polyèdre sont voisins s'ils appartiennent à un même élément.

(2) Les deux remarques suivantes sont souvent utiles :

1° La connaissance d'un spectre projectif de l'ensemble fermé F suffit pour construire un spectre projectif pour un sous-ensemble fermé quelconque de F.

2° Choisissons pour tout sommet a d'un polyèdre quelconque P_k (appartenant au spectre donné de l'ensemble F) un point déterminé $\tilde{a}$

$$\tilde{a} = (t_1, t_2, \ldots, t_k, \ldots)$$

de F sous la seule condition que a soit un sommet de t_k; il correspond ainsi au polyèdre P_k et à tout polyèdre Q_k faisant partie de P_k un sous-ensemble fini $\tilde{P}$ (ou $\tilde{Q}_k$) de F que nous appelons *ensemble associé* à ce polyèdre; on voit aisément que F est la limite topologique (voir par exemple Hausdorff, *Mengenlehre*, Berlin, 1927, p. 146, *abgeschlossener Limes*) de ses sous-ensembles $\tilde{P}_k$.

tions algébriques d'une variable. On peut, dans le même ordre d'idées, dire que classer les surfaces réglées algébriques revient à étudier *trois* fonctions d'une variable, bien que ces fonctions ne jouent plus, cette fois, un rôle symétrique; mais comme toute surface algébrique réglée possède une courbe singulière, on peut dire aussi que la surface réglée est caractérisée par cette courbe (du moins *grosso-modo*); cela donne donc l'occasion d'utiliser le travail considérable d'Halphen, couronné par Berlin en 1882 [*Journal de l'École Polytechnique*, LII[e] cahier, 1882, p. 1, ou *Œuvres complètes* (Paris, Gauthier-Villars), 3, p. 261-455]; or, en abordant la question par cette voie un peu détournée, on est amené à étudier le cas laissé systématiquement de côté par Halphen, à savoir celui où la courbe algébrique gauche offre un ou plusieurs points singuliers ou bien admet des cordes quadruples, quintuples, ..., n-uples ou encore se décompose; de la sorte seront justifiées une série de recherches destinées à compléter celles d'Halphen et les deux problèmes en jeu pourront se compléter mutuellement. Nous excluons de cette étude les développables.

2. Sur une surface réglée, en dehors des *génératrices* (simples ou multiples), on peut, éventuellement, rencontrer une ou deux *droites exceptionnelles* (simples ou multiples). Une même droite peut accidentellement être à la fois génératrice et droite exceptionnelle : exemple Ox sur la surface $z^3 + 2xy^2 - 3zy = 0$.

Cela posé, sur une génératrice *quelconque* G de la surface réglée algébrique S de degré m, soit un point M *quelconque* : le plan tangent en M coupe S suivant G et une courbe plane C de degré $m - 1$ rencontrant G en divers points $P_1, \ldots P_h$, autres que M, comptant respectivement dans l'intersection (C, G) pour $p_1, \ldots, p_h$ unités, et $\Sigma p_i = m - 2$; ces divers points sont indépendants du choix de M sur G et engendrent chacun, quand G varie, une branche de la ligne multiple de S : si nous considérons une portion analytiquement indécomposable de cette ligne multiple, de chaque point partent le même nombre de génératrices, engendrant autant de nappes qui ne se raccordent pas ou se raccordent le long de la ligne multiple suivant que les plans déterminés par chaque génératrice et la tangente à la ligne multiple sont distincts ou non.

Cette étude, faite au point de vue ponctuel, doit être complétée par *dualité*; on sait que le degré d'une surface réglée et sa classe coïncident; il y a lieu d'étudier la développable enveloppe des plans tangents multiples; pour un même degré on pourra donc avoir ou bien des surfaces appartenant à la même catégorie que leur transformée par dualité ou bien des catégories se

correspondant deux par deux par dualité. On remarquera d'ailleurs que si la surface possède ∞^1 plans tangents p-uples la coupant suivant p génératrices et une courbe C' de degré $m-p$, deux quelconques de ces courbes C' se correspondent birationnellement, la correspondance se faisant par les génératrices.

3. Appliquant ceci au degré 4 on obtient les types suivants :

A. Deux droites exceptionnelles doubles; surface de genre 1.

B. Deux droites exceptionnelles doubles, une génératrice double; surface de genre zéro.

C. Une cubique gauche double; les génératrices appartiennent à un complexe linéaire non spécial; la surface possède ∞^1 coniques véritables dont les plans enveloppent une développable de classe 3.

D. Une cubique gauche double; les génératrices rencontrent toutes une droite exceptionnelle, simple (ponctuellement), mais triple (tangentiellement).

E. Une droite double exceptionnelle et une conique double ayant un point commun.

F. Une droite exceptionnelle triple (ponctuellement) et simple (tangentiellement).

G. Une droite exceptionnelle triple et une autre simple.

H. Une droite exceptionnelle de raccord, la surface étant de genre 1.

K. Une droite exceptionnelle de raccord et une génératrice double.

Par dualité D, F s'échangent, mais chaque autre cas se correspond à lui-même.

Pour le degré 5, il est déjà nécessaire de compléter la classification d'Halphen pour les courbes gauches de degré 5 et 6.

Un exemple intéressant s'obtient en joignant sur la courbe unicursale $\Gamma, (t^4, t^3, t^2)$, le point t au point $t' = t^3$; la surface est de degré 11, admet pour ligne quadruple la quartique Γ, pour ligne double une quintique unicursale Γ_1 du plan $y=0$ et une courbe gauche Γ_2 de degré 16 que chaque génératrice rencontre deux fois; on peut donc définir S comme lieu des sécantes triples du total Γ, Γ_1 (ou Γ_1, Γ_2) : mais alors cette définition a l'inconvénient de masquer le restant Γ_2 (ou Γ) de la ligne multiple et en même temps d'introduire une surface réglée parasite.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur la déformation des surfaces avec conservation d'un système conjugué conique.* Note [1] de M. A. **Th. Masloff**, transmise par M. Goursat.

1. C'est en 1868 que Peterson [2] a indiqué trois classes de surfaces susceptibles d'une déformation continue avec conservation d'un système conjugué conique (cylindrique); ce sont les surfaces dérivées des surfaces de révolution, les surfaces de translation et les surfaces minima; dans le cas des surfaces minima le système conjugué persistant est imaginaire. En 1905 Mlodzieiowski [3] retrouva d'une autre manière les mêmes surfaces. Dans la Note présente, je recherche *toutes* les surfaces susceptibles de la déformation énoncée; d'ailleurs je découvre une nouvelle et réelle solution du problème.

2. Comme il est bien connu [4] l'équation tangentielle de Laplace de la surface avec réseau (u, v) conjugué persistant, qui comprend au moins une famille de lignes coniques, peut être présentée sous la forme

$$(E_0)\qquad \frac{\partial^2 \mathfrak{S}}{\partial u\,\partial v} = 0$$

ou

$$(E_1)\qquad \frac{\partial^2 \mathfrak{S}}{\partial u\,\partial v} = \frac{2}{(u+v)^2}\mathfrak{S}.$$

Toutes les surfaces avec réseau conjugué persistant, qui correspondent aux équations (E_0) et (E_1) sont connues; j'en dégage les surfaces avec réseau conjugué persistant conique, en recherchant les arêtes de rebroussement des surfaces développables engendrées par les plans tangents le long des lignes $u =$ const. ou $v =$ const. (la méthode de M. D. Th. Egoroff).

Ces surfaces s'obtiennent au moyen de quatre intégrales d'une équation

(1) Séance du 22 août 1927.

(2) Voir *Annales de Toulouse*, **7**, 1905, p. 5.

(3) *Math. Annal.*, **63**, 1907, p. 62.

(4) Egoroff, *Comptes rendus*, **145**, 1907, p. 1256.

(E_0) ou (E_1), de l'une des formes suivantes :

(I) $\theta_1 = U_1(u), \quad \theta_2 = U_2(u), \quad \theta_3 = V_3(v), \quad \theta_4 = V_4(v),$

(II) $\theta_1 = \text{const.} = 1, \quad \theta_2 = U_2, \quad \theta_3 = V_3, \quad \theta_4 = U_4 + V_4,$

(III) $\theta_1 = \dfrac{2U_1}{u+v} - U'_1, \quad \theta_2 = \dfrac{2U_2}{u+v} - U'_2, \quad \theta_3 = \dfrac{2V_3}{u+v} - V'_3, \quad \theta_4 = \dfrac{2U_4}{u+v} - U'_4$

(U_2, U_4 sont les polynomes du 2e ordre ; $U_1^2 + U_2^2 = a_0 u^4 + a_1 u^3 + a_2 u^2 + a_3 u + a_4$. $V_3^2 = -a_0 v^4 + a_1 v^3 - a_2 v^2 + a_3 v - a_4$; les lignes $u = \text{const.}$, les lignes $v = \text{const.}$ sont coniques).

Les solutions obtenues du problème sont uniques. Les surfaces (III) n'ont pas été jusqu'à présent connues ; le haut intérêt est qu'elles sont algébriques.

3. Les surfaces applicables sur la surface avec réseau conjugué persistant conique sont les surfaces du même type. Les surfaces applicables sur la surface de classe (I, II) sont connues (d'après Peterson). Passons à la surface (III). Déterminons la surface applicable sur la surface donnée (III) par les formules

$$\theta_1 = \frac{2\overline{U}_1}{u+v} - \overline{U}'_1, \qquad \theta_2 = \frac{2\overline{U}_2}{u+v} - \overline{U}'_2, \qquad \theta_3 = \frac{2\overline{V}_3}{u+v} - \overline{V}'_3, \qquad \overline{\theta}_4,$$

$$\begin{bmatrix} \overline{U}_1 = \sqrt{\overline{a}_0 u^4 + \overline{a}_1 u^3 + \overline{a}_2 u^2 + \overline{a}_3 u + \overline{a}_4}\, \cos\overline{\varphi}(u), \\ \overline{U}_2 = \sqrt{\overline{a}_0 u^4 + \overline{a}_1 u^3 + \overline{a}_2 u^2 + \overline{a}_3 u + \overline{a}_4}\, \sin\overline{\varphi}(u), \\ \overline{V}_3 = \sqrt{-\overline{a}_0 v^4 + \overline{a}_1 v^3 - \overline{a}_2 v^2 + \overline{a}_3 v - \overline{a}_4}. \end{bmatrix}$$

Nous avons

$$\rho = \sum_1^3 \theta_i^2 = U(u) + V(v) = -4a_0 u^2 - 2a_1 u + U_1'^2 + U_2'^2 + 4a_0 v^2 - 2a_1 v + V_3'^2,$$

$$\overline{\rho} = \sum_1^3 \overline{\theta}_i^2 = \overline{U}(u) + \overline{V}(v) = -4\overline{a}_0 u^2 - 2\overline{a}_1 u + \overline{U}_1'^2 + \overline{U}_2'^2 + 4\overline{a}_0 v^2 - 2\overline{a}_1 v + \overline{V}_3'^2.$$

En posant

$$\overline{U}(u) + \overline{V}(v) = \frac{U}{1 - hU} + \frac{V}{1 + hV} \qquad (h = \text{paramètre de la déformation}),$$

nous trouvons par comparaison $\overline{\varphi}$, $\overline{a}_i$ ($i = 0, 1, 2, 3, 4$). Les fonctions θ_i ($i = 1, 2, 3$) obtenues de cette manière satisfont aux conditions de M. Tzitzéica [1] ; ainsi $\overline{\theta}_1$, $\overline{\theta}_2$, $\overline{\theta}_3$ sont les coordonnées du plan tangent à

---

[1] *Comptes rendus*, 138, 1904, p. 553.

surface applicable sur la surface donnée. En calculant les fonctions $\overline{D}$, $\overline{D}''$ pour la surface applicable (d'après les formules de M. Tzitzéica), nous déterminons ([1]) dans les coordonnées cartésiennes la surface applicable sur la surface donnée (III) par les formules

$$\bar{x} = \int \frac{\overline{D} \begin{vmatrix} \bar{\theta}_2 & \bar{\theta}_3 \\ \dfrac{\partial \bar{\theta}_2}{\partial v} & \dfrac{\partial \bar{\theta}_3}{\partial v} \end{vmatrix} du - \overline{D}'' \begin{vmatrix} \bar{\theta}_2 & \bar{\theta}_3 \\ \dfrac{\partial \bar{\theta}_2}{\partial u} & \dfrac{\partial \bar{\theta}_3}{\partial u} \end{vmatrix} dv}{\bar{\rho}\sqrt{eg - f^2}}, \quad \ldots$$

Par exemple, les surfaces applicables sur la surface

$$(e) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \dfrac{4(u-1)^{\frac{3}{2}}}{3u+3v-2}, \qquad y = \dfrac{6u - \frac{3}{2}u^2 + \frac{3}{2}v^2 - 4}{3u+3v-2}, \qquad z = -\dfrac{4v^{\frac{3}{2}}}{3u+3v-2} \\ \qquad (U_1 = \sqrt{u-1},\ U_2 = 1,\ V_3 = \sqrt{v},\ U_4 = -u), \end{array} \right.$$

d'après le précédent seront

$$(\bar{e}) \quad \bar{x} = \frac{4\left(u - 1 - \frac{h}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}{3u+3v-2}, \quad \bar{y} = \frac{6u - \frac{3}{2}u^2 + \frac{3}{2}v^2 - 4 - h}{3u+3v-2}, \quad \bar{z} = -\frac{4\left(v + \frac{h}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}{3u+3v-2}.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Théorèmes d'existence pour l'équation intégrale de Fredholm de première espèce, dont le noyau possède des lignes de discontinuité.* Note ([2]) de M. **Rodolphe Raclis.**

Théorème I. — *Si le noyau* $N(x, y) = A(x, y) + \lambda B(x, y)$ *pour* $0 \leqq y \leqq x$ *et* $N(x, y) = \lambda B(x, y)$ *pour* $x < y \leqq \omega$ *admet la droite* $y - x = 0$ *comme ligne de discontinuité,* $A(x, x) \neq 0$ *pour* $0 \leqq x \leqq \omega$; *si* $A(x, y)$, $B(x, y)$, $f(x)$ *sont des fonctions continues dans le domaine d'intégration et si* $B(0, y) = f(0) = 0$, *l'équation intégrale de Fredholm de première espèce*

$$(1) \qquad \int_0^{\omega} N(x, s)\, \varphi(s)\, ds = f(x)$$

admet une solution unique, qui reste finie et continue pour les petites valeurs de x.

([1]) On peut appliquer aussi la même méthode aux autres surfaces avec réseau conjugué persistant, qui correspondent aux équations (E_0), (E_1).

([2]) Séance du 7 mai 1928.

1. La démonstration se fait en utilisant la méthode des approximations successives; c'est la même marche que celle suivie par M. Picard pour établir le théorème d'existence de l'équation intégrale de Volterra de première espèce (*Comptes rendus*, 139, 1904, p. 245-248).

On commence par chercher une solution formelle

$$(2)\qquad \varphi(x) = \varphi_0(x) + \lambda\varphi_1(x) + \ldots + \lambda^n\varphi_n(x) + \ldots$$

où les fonctions $\varphi_n(x)$ se déterminent par les relations de récurrence

$$\int_0^x A(x, s)\varphi_0(s)\,ds = f(x),$$

$$\int_0^x A(x, s)\varphi_1(s)\,ds + \int_0^\omega B(x, s)\varphi_0(s)\,ds = 0,$$

. . . .

$$\int_0^x A(x, s)\varphi_n(s)\,ds + \int_0^\omega B(x, s)\varphi_{n-1}(s)\,ds = 0.$$

Si l'on pose

$$C(x, s) = \frac{\partial B(x, s)}{\partial x},$$

on déduit d'une manière générale

$$\varphi_n(x) = -\frac{1}{A(x, x)}\int_0^\omega C(x, s)\varphi_{n-1}(s)\,ds.$$

La série (2) des approximations successives converge pour les petites valeurs de λ; en effet, si, dans le domaine $0 \leqq x$ et $y \leqq \omega$, on a les inégalités

$$\left|\frac{f'(x)}{A(x, x)}\right| < M, \qquad |A(x, y)| > A, \qquad |C(x, y)| < C,$$

on déduit

$$|\varphi_0(x)| < M, \qquad |\varphi_1(x)| < \frac{1}{|A(x, x)|}\int_0^\omega |C(x, s)|.|\varphi_0(s)|\,ds < M\frac{C\omega}{A},$$

$$|\varphi_n(x)| < M\left(\frac{C\omega}{A}\right)^n$$

et la série (2) est absolument et uniformément convergente pour $|\lambda| < \frac{A}{C\omega}$.

2. Le théorème d'existence de l'équation (1) peut encore s'établir en la réduisant, par dérivation ou par intégration par parties, à une équation intégrale de Fredholm de seconde espèce.

On a supposé plus haut que la ligne de discontinuité L est la portion, comprise dans le domaine d'intégration, de la droite $y = x$; le cas où L

serait un arc de courbe $y = l(x)$, où $l'(x)$ garde un signe constant dans l'intervalle $0 \leqq x \leqq \omega$, se ramène au précédent.

J'ai établi également les théorèmes d'existence de l'équation intégrale (1) dans l'hypothèse d'une ligne L d'équation $y = l(x)$, où $l'(x)$ change de signe dans l'intervalle $0 \leqq x \leqq \omega$ et aussi le cas d'un noyau qui possède sur L des points isolés de continuité; j'obtiens un théorème analogue au théorème Volterra-Holmgren-Lalesco, que j'exposerai ailleurs.

Si l'on cherche l'intégrale $y = y(x)$ de l'équation différentielle-fonctionnelle

$$(3) \quad \frac{d^{n+1}y(x)}{dx^{n+1}} + \lambda\left[a_1(x)\frac{d^n y(x+\omega_1)}{dx^n} + \ldots + a_{n+1}(x)y(x+\omega_{n+1})\right] = f(x)$$

définie par les conditions initiales

$$k\,y^{(\nu)}(\omega) + y^{(\nu)}(0) = (k+1)c_\nu \qquad (\nu = 0, 1, \ldots, n),$$

on est ramené, en posant

$$\varphi(x) = \frac{d^{n+1}y(x)}{dx^{n+1}},$$

à l'équation intégrale

$$(4) \quad \varphi(x) + \frac{\lambda}{k+1}\int_0^\omega \left[\sum_{\nu=0}^{n} \frac{a_{\nu+1}(x)}{\nu!}\tilde{R}_\nu(x+\omega_{\nu+1}-s)\right]\varphi(s)\,ds$$
$$= f(x) - \lambda\sum_{\nu=0}^{n} a_{\nu+1}(x)\sum_{\mu=0}^{\nu}\frac{c_{n-\nu+\mu}}{\mu!}R_\mu(x+\omega_{\nu+1}),$$

où $\tilde{R}_\nu(x)$ est un polynome périodique à multiplicateur (voir mes Notes du *Bulletin de la Société Roumaine des Sciences* en 1926 et 1927); l'existence de l'intégrale $y = y(x)$ se déduit, sous certaines hypothèses que doivent remplir les fonctions $a_i(x)$ et $f(x)$, de l'existence de la solution $\varphi(x)$ de (4).

Si l'on pose maintenant $\psi(x) = \frac{d^{n+2}y(x)}{dx^{n+2}}$, cette même équation (3) se réduit à

$$(5) \quad \frac{1}{k+1}\int_0^\omega \tilde{R}_0(x-s)\psi(s)\,ds + \frac{\lambda}{k+1}\int_0^\omega \left[\sum_{\nu=0}^{n}\frac{a_{\nu+1}(x)}{\nu!}\tilde{R}_{\nu+1}(x+\omega_{\nu+1}-s)\right]\psi(s)\,ds$$
$$= f(x) - c_{n+1} - \lambda\sum_{\nu=0}^{n} a_{\nu+1}(x)\sum_{\mu=0}^{\nu+1}\frac{c_{n+1-\nu+\mu}}{\mu!}R_\mu(x+\omega_{\nu+1}),$$

où $\tilde{R}_0(x-s) = 1$ pour $0 \leqq s \leqq x$ et $\tilde{R}_0(x-s) = -k\tilde{R}_0(x-s+\omega) = -k$ pour $x < s \leqq \omega$; l'équation (5) est bien une équation intégrale de Fredholm

dont le noyau possède la ligne de discontinuité $y - x = 0$ et l'existence de la solution $\psi(x)$ est évidente, car $\psi(x) = \frac{d^{n+2}y(x)}{dx^{n+2}}$, où la fonction $y(x)$ a été définie précédemment.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une classification nouvelle des discontinuités d'une fonction uniforme de variables réelles.* Note de M. **Alex. Froda**, présentée par M. Émile Borel.

On connaît le résultat suivant, devenu classique, donné par M. Baire dans sa Thèse :

L'ensemble des points de discontinuité d'une fonction ponctuellement discontinue est de première catégorie, c'est-à-dire qu'il peut être décomposé en une infinité dénombrable d'ensembles non denses.

Nous allons présenter une classification complète des discontinuités possibles d'une fonction uniforme $f(P)$ de n variables réelles, en trois genres différents, de manière qu'on puisse caractériser d'avance la nature de l'ensemble des points de discontinuité de chaque genre, d'une manière analogue au théorème cité plus haut qui sera utilisé dans la suite.

On arrive d'une manière naturelle à cette classification en généralisant la propriété énoncée et démontrée dans une Note précédente. Voici les définitions et résultats.

Toute discontinuité d'une fonction uniforme $f(P)$ de n variables réelles appartient à un des trois genres distincts que nous définirons, à l'aide de la fonction $\omega(P)$, représentant l'oscillation de $f(P)$ en chaque point P, comme il suit :

1° La discontinuité est de genre I, au point $\mathfrak{P}$ de $f(P)$, quand il existe une limite unique pour $\omega(P)$ lorsque P tend vers $\mathfrak{P}$ d'une manière quelconque et $\omega(P) > \lim \omega(P)$.

2° La discontinuité est de genre II, au point P de $f(P)$, quand, la limite unique précédente n'existant pas, on a $\omega(P) > m[\omega(P), \mathfrak{P}]$, en notant par $m[\omega(P), \mathfrak{P}]$, selon M. Baire, le minimum de $\omega(P)$ au point $\mathfrak{P}$.

3° La discontinuité est de genre III au point P pour $f(P)$, quand il existe une limite unique pour $\omega(P)$, lorsque P tend vers $\mathfrak{P}$ d'une manière quelconque et que $\omega(\mathfrak{P}) = \lim \omega(P)$, avec $\omega(P) > 0$.

Les propriétés des ensembles de points de discontinuité des trois genres sont, respectivement :

1° *Une fonction uniforme $f(P)$, de n variables réelles, ne peut posséder, tout au plus, qu'un ensemble dénombrable de discontinuités de genre* I.

2° *Une fonction $f(P)$ ne peut posséder, tout au plus, qu'un ensemble de première catégorie de discontinuités de genre* II.

3° *L'ensemble des discontinuités de genre* III *d'une fonction $f(P)$ peut être absolument quelconque et se confondre même avec le domaine d'existence de $f(P)$.*

La démonstration des deux premières propriétés se fait d'une manière tout à fait analogue, respectivement, à celle de notre proposition de la Note précédente et du théorème de Baire, cité plus haut, pourvu qu'on l'applique à la fonction oscillation $\omega(P)$ de $f(P)$.

Il n'y a qu'à citer la fonction de Dirichlet, égale à un, sauf pour les valeurs rationnelles des variables, ou elle égale zéro, pour avoir une preuve de la troisième propriété.

La démonstration fait ressortir la nécessité de considérer la fonction $\omega_1(x) = \omega[\omega(P), \mathfrak{T}]$, qu'on pourrait appeler la réoscillation de $f(P)$ et qui a pour valeur, en chaque point P, la valeur de l'oscillation de la fonction $\omega(P)$.

L'itération de l'opération « oscillation » ne peut se poursuivre indéfiniment. On démontre aisément, que la fonction réoscillation se reproduit par l'opération « oscillation ».

Ajoutons, pour finir, qu'aux points de discontinuité de genre I, II et III de $f(x)$ la fonction $\omega(x)$ présente respectivement des discontinuités de première espèce, de seconde espèce, ou des points de continuité, avec $\omega > 0$ et *réciproquement*.

Les définitions et démonstrations précédentes subsistent lorsque $f(P)$ est définie sur un ensemble parfait.

RELATIVITÉ. — *Sur les expériences de M. Esclangon et leur application à l'étude des mouvements de l'Éther à proximité des masses matérielles.* Note de M. **Corps**, présentée par M. Ch. Lallemand.

Les expériences de M. Esclangon, qui ont fait l'objet d'une Note insérée aux *Comptes rendus* du 27 décembre 1927, sont de la plus haute importance pour la solution des problèmes posés par la célèbre expérience de Michelson et Morley. Bien qu'elles soient d'une extrême délicatesse, les expériences de M. Esclangon offrent l'avantage de ne pas être troublées par les variations

de température et de pression atmosphérique, lesquelles se trouvent automatiquement éliminées par le dispositif adopté.

L'effet observé paraît résulter des conditions de la réflexion sur des masses en mouvement dans le milieu où se propagent les ondes lumineuses. Les angles d'incidence et de réflexion ne sont plus rigoureusement égaux, leurs sinus sont dans le même rapport que les vitesses des ondes incidentes et réfléchies, qui elles-mêmes sont les résultantes de la vitesse propre de la Lumière, et des vitesses de l'Éther relativement au miroir.

Quelle que soit la cause du phénomène, M. Esclangon a constaté un résultat positif très net, dont la seule existence est la négation du Principe de Relativité, puisqu'il établit une discrimination entre les directions de l'Espace, et ouvre la possibilité de déceler un mouvement absolu de la Terre.

Si l'on interprète ce résultat d'après la théorie classique, fondée sur l'hypothèse de la fixité de l'éther, on démontre que la vitesse totale de la Terre ne peut pas être inférieure à 75^{km} par seconde, mais qu'elle est probablement beaucoup plus grande, puisque la vitesse autour du Soleil ne paraît pas avoir d'influence sensible sur le résultat de l'expérience, lequel dépend uniquement de l'heure sidérale, et nullement de l'heure solaire ni de l'époque de l'année.

Mais la question suivante se pose. Comment une telle vitesse aurait-elle pu échapper à toutes les observations antérieures, desquelles il semble résulter que la composante horizontale du vent apparent d'éther ne dépasse pas 9^{km} par seconde, dans les cas les plus favorables et d'après les estimations les plus élevées ?

On a pu attribuer le faible résultat de l'expérience de Michelson et Morley, et de celle de Miller à la contraction des corps en mouvement, avec un coefficient légèrement différent de celui de Lorentz. Mais, si elle existait, cette contraction agirait également sur l'appareil de M. Esclangon, notamment par un changement d'orientation des miroirs. Les lois de la réflexion, modifiées en réalité, ne le seraient pas en apparence pour un observateur entraîné par le mouvement de translation, et tout se passerait pour lui comme si l'appareil était immobile dans l'éther.

A ma connaissance il n'existe pas, pour expliquer cette différence des résultats, une autre hypothèse que celle présentée par moi dans une Note insérée aux *Comptes rendus* du 23 mai 1927. Par suite des mouvements de l'éther déterminés par sa condensation aux points de l'Espace successivement occupés par les atomes matériels, l'intensité du vent d'éther est

variable, sa direction est modifiée et rapprochée de la verticale, sa composante verticale est amplifiée dans un rapport très élevé, et sa composante horizontale est réduite dans un rapport inverse.

C'est pourquoi, dans les expériences antérieures, le résultat qui dépendait uniquement de la composante horizontale, s'est trouvé insignifiant, tandis qu'il est beaucoup plus grand dans les conditions de l'expérience de M. Esclangon, où, comme le démontre le calcul, il dépend surtout de la moyenne proportionnelle entre les valeurs des composantes verticale et horizontale.

On a donc tout lieu de penser — et c'est là l'utilité de notre hypothèse, quelle que soit sa valeur intrinsèque — qu'un dispositif mettant directement en évidence la composante verticale donnera encore un résultat beaucoup plus élevé.

Malheureusement, cela exige pour la lunette un mouvement dans le plan vertical, lequel peut donner lieu à une erreur systématique, la flexion de la lunette variant avec son inclinaison.

Poursuivant ses belles recherches, M. Esclangon surmontera, nous l'espérons, cette difficulté, ce qui permettra de faire un nouveau pas en avant dans la connaissance de la structure de l'Univers.

OPTIQUE. — *Observations sur les franges obtenues en lumière convergente.* Note de M. C. **Gaudefroy**, présentée par M. Wallerant.

Dans une Note récente sur la mesure de l'angle des axes optiques dans les cristaux (1), j'ai parlé incidemment de certaines franges d'interférence parce que leur forme permet de guider l'œil de l'observateur vers la ligne neutre qui intéresse directement la mesure à faire.

L'appareil dont je me sers m'a permis de vérifier une propriété remarquable de ces franges, déduite de l'équation d'Airy par M. Raveau et observée grâce à un dispositif décrit par lui (2).

Lorsqu'on examine en lumière convergente une lame parallèle au plan des axes, on aperçoit en général, au voisinage d'un pôle d'axe optique deux faisceaux de franges séparés par la trace du plan de réfraction axiale. En

(1) *Appareil pour mesurer l'angle vrai des axes optiques* (*Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 877).

(2) *Comptes rendus*, **155**, 1912, p. 965.

réalité, la limite précise de ces deux faisceaux est une courbe. Pour la mettre en évidence, j'éclaire mon appareil avec la lumière homogène qui sort d'un monochromateur, et pendant que les radiations passent progressivement du rouge au violet, les deux franges d'interférence les plus voisines du plan de réfraction axiale se rapprochent, puis se confondent en une seule qui finit par disparaître.

La disposition de l'appareil permet de suivre cette frange singulière dans toute sa longueur. Elle a la forme d'un arc qui contourne le point du champ où perce la bissectrice de l'angle aigu et dont les branches se rapprochent des deux pôles des axes optiques, chacune des extrémités de cet arc ayant pour asymptote la trace du plan de réfraction axiale. Il faut noter cette particularité : les deux franges se confondent en tous leurs points simultanément, c'est-à-dire pour une même longueur d'onde.

Et ceci est conforme à la théorie. Puisque les franges d'interférences en lumière convergente ont des formes définies par l'intersection de la surface d'égal retard avec un plan parallèle à la lame étudiée, la jonction des deux franges de même ordre se produit lorsque le plan, de sécant, devient tangent à cette surface. Et s'il est vrai que le plan parallèle aux axes optiques a la propriété singulière d'être tangent à la surface d'égal retard le long d'une hyperbole, comme l'a démontré M. Raveau, les deux franges de même ordre ne doivent pas se joindre en un point, comme dans la lemniscate, mais se confondre en tous leurs points, comme dans l'observation décrite ici.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la structure du spectre du second ordre du soufre.* Note de M. **J. Gilles**, présentée par M. A. Cotton.

Dans une Note précédente ([1]), j'ai donné les valeurs des termes de 5, des termes quadruples du spectre de SII, qui correspondent aux configurations électroniques *ans.*, *anp.*, *and.* de l'ion SII. Les valeurs de ces multiplets de termes *ans.* ^{4}P, *anp.* ^{4}P, *anp.* ^{4}D, *and.* ^{4}D et *and.* ^{4}F étaient rapportées à celles du terme *ans.* $^4P_{\frac{5}{2}}$, prise égale à 100000. Les valeurs, rapportées à la même origine, des deux multiplets manquants, savoir *anp.* ^{4}S et *and.* ^{4}P, peuvent être déduites des combinaisons formant les multiplets de raies donnés dans les tableaux suivants :

([1]) J. Gilles. *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1109.

Combinaisons ans. ⁴P-anp. ⁴S.

$^4S_{\frac{3}{2}}$	5		4		3
79239,7	20760,06	437,3	21197,37	270,7	21368,07
	100000 $^4P_{\frac{5}{2}}$		100437 $^4P_{\frac{3}{2}}$		100707 $^4P_{\frac{1}{2}}$

Combinaisons anp. ⁴D-and. ⁴P.

60010,2 $^4P_{\frac{1}{2}}$	1 22432,8	150,6	2 22282,25				
			272,3				
59537,1 $^4P_{\frac{3}{2}}$	[ ]		2 22554,56	256,7	3 22297,86		
					464,8		
59273 $^4P_{\frac{5}{2}}$			[ ]		1 22762,6	365,7	3 22396,93
	82443,02 $^4D_{\frac{1}{2}}$		82291,7 $^4D_{\frac{3}{2}}$		82034,95 $^4D_{\frac{5}{2}}$		81669,2 $^4D_{\frac{7}{2}}$

Combinaisons anp. ⁴P-and. ⁴P.

60010,2 $^4P_{\frac{1}{2}}$	[ ]		[ ]		
59737,1 $^4P_{\frac{3}{2}}$	0 20742,36	70	[ ]		[ ]
59273 $^4P_{\frac{5}{2}}$			0 21138	270	2 20862,0
	80480,7 $^4P_{\frac{1}{2}}$		80410,2 $^4P_{\frac{3}{2}}$		80135,2 $^4P_{\frac{5}{2}}$

Combinaisons anp. ⁴S-and. ⁴P.

$^4S_{\frac{3}{2}}$ 79239,7	[ ]	[ ]	2 19967,9
	60010,2 $^4P_{\frac{1}{2}}$	59737,1 $^4P_{\frac{3}{2}}$	59273 $^4P_{\frac{5}{2}}$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Indice de réfraction et masse spécifique du soufre liquide et du soufre visqueux*. Note de MM. **Paul Mondain Monval** et **Paul Schneider**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

A la suite de nos recherches récentes [1] sur la transformation du soufre liquide en soufre visqueux à 160°, nous avons été amenés à déterminer la variation de l'indice de réfraction du soufre liquide en fonction de la température. On ne trouve en effet à ce sujet aucune indication dans la littérature. Nous avons utilisé la méthode du minimum de déviation avec un prisme en verre creux rempli de soufre liquide. La courbe ci-contre contient les résultats de nos mesures d'indices entre 130° et 200°. On notera le remarquable changement d'allure qu'elle présente à la température de 160°.

Pour pouvoir étudier sa réfraction spécifique, nous avons déterminé à nouveau la densité du soufre liquide par la méthode dilatométrique dans le même intervalle de température. Le soufre utilisé n'avait pas subi de chauffe préalable à une température supérieure à sa température de transformation, contrairement à ce qui avait eu lieu dans les déterminations antérieures de différents auteurs. La courbe représentative des variations de la densité que nous avons observées présente un palier horizontal correspondant à la température de transformation.

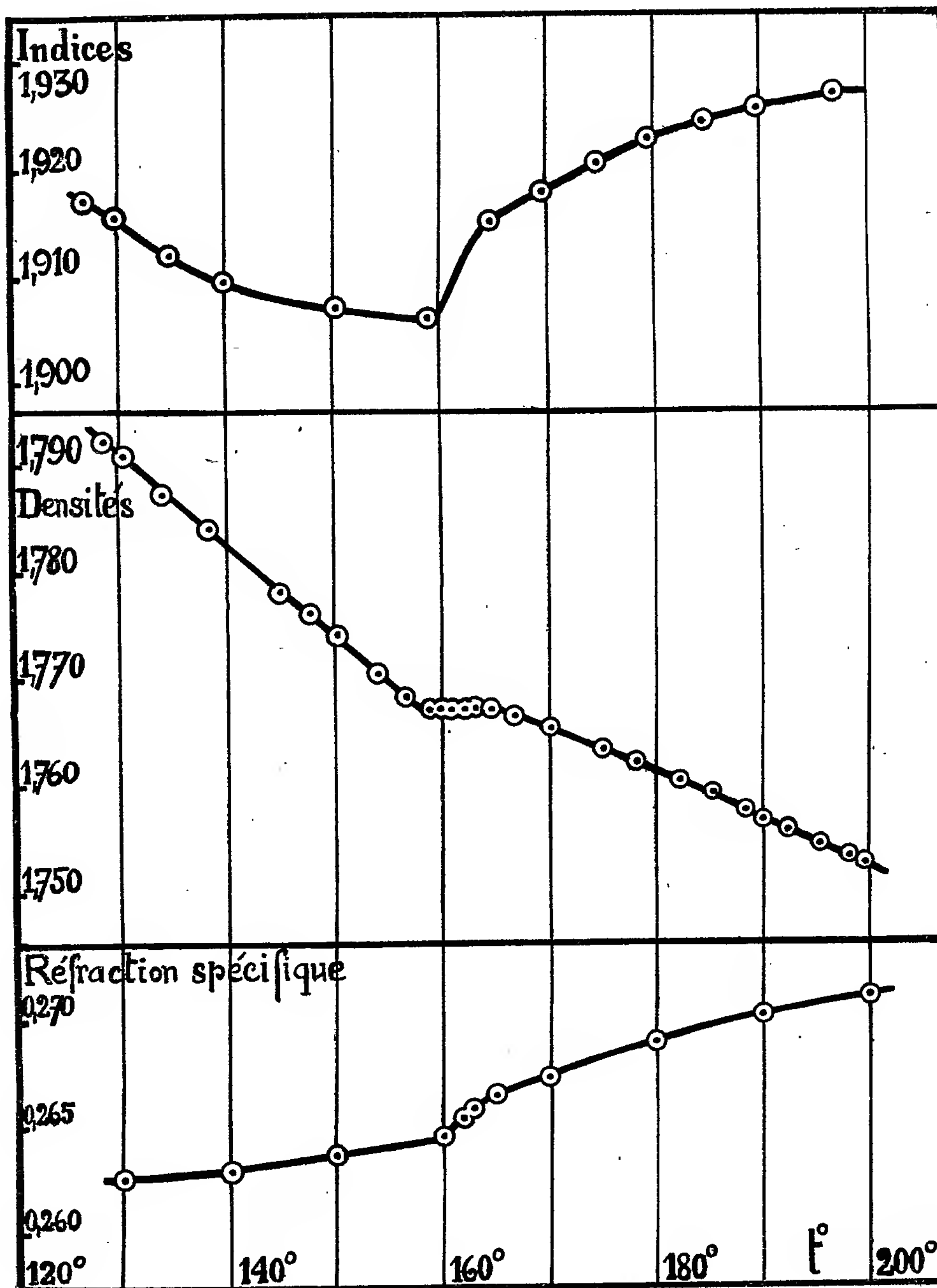
Connaissant alors l'indice de réfraction n et la densité d du soufre liquide, nous en avons déduit à chaque température la réfraction spécifique R au moyen de la formule de Lorentz et Lorenz

$$R = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{1}{d}.$$

Avant comme après la transformation, cette quantité n'éprouve avec la température que de faibles variations, analogues à celles que l'on rencontre chez beaucoup d'autres corps. Mais à 160°, la courbe représentative de ses variations éprouve un changement d'allure très notable. Elle aussi met nettement en évidence la transformation interne subie par le soufre à cette température.

---

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 751.


Indices
1,930
1,920
1,910
1,900
1,790
Densités
1,780
1,770
1,760
1,750
Réfraction spécifique
0,270
0,265
0,260
120°
140°
160°
180°
t°
200°

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'adsorption de l'iode dans quelques mélanges de dissolvants organiques, par le charbon.* Note de M. **J. Trividic**, présentée par M. Béhal.

Les premiers travaux sur l'adsorption de l'iode par le charbon, dans les dissolvants organiques mixtes, sont dus à N. Schilow et L. Lepin en 1920 [1]. En 1925, la question est reprise par N. Schilow et S. Pewsner [2]. La conclusion de ces divers auteurs est la suivante :

« Si l'on représente graphiquement la relation entre la quantité adsorbée de corps dissous et les mélanges de deux dissolvants, la courbe obtenue est une courbe à minimum accentué, passant par les deux points correspondant aux adsorptions dans les dissolvants purs, constituants du mélange. »

Au cours de nos recherches sur l'adsorption de l'iode par le charbon, nous avons étudié le phénomène dans les mélanges suivants : eau-alcool, benzène-toluène, chloroforme-tétrachlorure de carbone, alcool-toluène.

A. Tout d'abord nous avons recherché si, dans les mélanges binaires de dissolvants, l'adsorption est régie, comme dans le cas des liquides purs, par l'expression de Freundlich [3].

Nous donnons, à titre d'exemple, dans le tableau ci-dessous, les éléments nécessaires pour construire les courbes d'adsorption dans quelques dissolvants mixtes :

Nature et composition du mélange.	Concentrations initiales [4].	Log C [5].	$\frac{x}{m}$ [6].	$\log \frac{x}{m}$ [7].
Eau-alcool (alcool à 80°)....	0,02 M	$\bar{3}$,67210	388,62	0,48572
	0,04	$\bar{2}$,21484	599,44	0,67394
	0,1	$\bar{2}$,79588	952,50	0,87506
Benzène, toluène (1 partie)	0,02	$\bar{3}$,93450	264,16	0,31806
	0,04	$\bar{2}$,35025	447,04	0,54654
	0,1	$\bar{2}$,84973	742,95	0,76716

(1) Schilow et Lepin, *Zeit. f. physik. Chemie*, **94**, 1920, p. 25.

(2) Schilow et Pewsner, *Zeit. f. physik. Chemie*, **118**, 1925, p. 361.

(3) Voir *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 865.

(4) Concentrations initiales en molécules-gramme.

(5) Logarithmes des concentrations finales.

(6) Iode fixé en milligrammes par gramme de charbon sec.

(7) $\frac{x}{m}$ exprimé en millimolécules.

Nature et composition du mélange.	Concentrations initiales.	Log C.	$\frac{x}{m}$.	$\log \frac{x}{m}$.
Chloroforme 1 partie; tétrachlorure, 3 parties.......	0,02	$\bar{3}$,82930	336,55	0,42325
	0,04	$\bar{2}$,32222	482,60	0,57978
	0,01	$\bar{2}$,85733	711,20	0,74819
Toluène 1 partie; alcool, 3 parties................	0,02	$\bar{3}$,88081	314,96	0,39445
	0,04	$\bar{2}$,34242	457,20	0,55630
	0,1	$\bar{2}$,86629	673,10	0,72428

En portant en abscisses les Log C, en ordonnées les $\log \frac{x}{m}$, on obtient des droites comprises entre celles relatives aux composants purs des liquides mixtes considérés. Des résultats absolument identiques ont été obtenus avec les divers mélanges étudiés. On peut donc dire que dans les dissolvants organiques mixtes, l'adsorption de l'iode par le charbon est régie par l'expression de Freundlich.

B. Du fait que, dans le cas particulier que nous envisageons, les courbes d'adsorption relatives aux composants purs et à leurs mélanges forment un faisceau de droites, il s'ensuit nécessairement une relation entre les quantités d'iode fixé et les compositions des mélanges binaires de dissolvants, ainsi que le montrent les tableaux suivants où les valeurs des adsorptions sont exprimées en millimolécules, les concentrations initiales en iode étant $\frac{M}{10}$, $\frac{M}{25}$, $\frac{M}{50}$.

Mélange eau-alcool.

Degré alcoolique du mélange.	$\frac{x}{m}$ (1), les concentrations initiales étant $\frac{M}{10}$.	$\frac{M}{25}$.	$\frac{M}{50}$.
95°....	4,8	3,4	2,44
90....	5,75	3,9	2,70
85....	6,6	4,32	2,85
80....	7,5	4,72	3,06
75....	8,4	5,16	3,22
70....	9,3	5,6	3,42
65....	10,25	6,06	3,56
60....	(2)	6,4	3,68

Mélange benzène-toluène.

Toluène pour 100 dans le mélange.	$\frac{x}{m}$ (1), les concentrations initiales étant $\frac{M}{10}$.	$\frac{M}{25}$.	$\frac{M}{50}$.
0....	4,5	3,02	2,10
25....	5,2	3,26	2,20
50....	5,85	3,52	2,28
75....	6,5	3,80	2,38
100....	7,2	4,08	2,48

(1) Iode adsorbé par gramme de charbon sec, exprimé en millimolécules.

(2) Limite de solubilité.

Mélange chloroforme-tétrachlorure.

Tétrachlorure pour 100 dans le mélange.	$\frac{x}{m}$ (¹), les concentrations initiales étant $\frac{M}{10}$.	$\frac{M}{25}$.	$\frac{M}{50}$.
0....	4,7	3,42	2,51
25....	5,0	3,56	2,55
50....	5,3	3,66	2,6
75....	5,6	3,80	2,65
100....	5,9	3,90	2,69

Mélange toluène-alcool.

Toluène pour 100 dans le mélange.	$\frac{x}{m}$ (¹), les concentrations initiales étant $\frac{M}{10}$.	$\frac{M}{25}$.	$\frac{M}{50}$.
0....	4,8	3,40	2,44
25....	5,3	3,60	2,48
50....	6,0	3,70	2,46
75....	6,6	3,90	2,48
100....	7,2	4,08	2,48

Si l'on prend pour abscisses les compositions des mélanges de deux dissolvants, et pour ordonnées les valeurs des adsorptions relatives à ces compositions, les graphiques résultants sont des droites réunissant les valeurs des adsorptions dans les liquides purs, et non une courbe à minimum, comprise entre cette droite et l'axe des abscisses comme l'avaient trouvé antérieurement Schilow, Lepin et Pewsner.

En résumé : 1° La fixation, par le charbon, de l'iode au sein des mélanges binaires de dissolvants organiques est régie par l'expression de Freundlich.

2° Connaissant les valeurs des adsorptions de l'iode dans deux des liquides organiques purs envisagés, pour trouver l'adsorption dans l'un quelconque des mélanges de ces dissolvants, il suffira, sur la droite qui joint ces deux valeurs, de prendre l'ordonnée du point représentant, sur l'axe des abscisses, le mélange considéré.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'amino-malonate d'éthyle.* Note de MM. **R. Locquin** et **V. Cerchez**, présentée par M. Moureu.

L'éther amino-malonique $NH^2-CH=(COOC^2H^5)^2$ n'a encore été décrit qu'à l'état de traces sous forme de chlorhydrate, lequel d'ailleurs est déliquescent et très altérable.

Nous nous sommes attachés à préparer cet éther en quantités appréciables et à l'état pur. Nous avons atteint le but visé en réduisant *l'isonitrosomalonate* $HO.N=C=(COOC^2H^5)^2$, liquide bouillant à 166° sous 12^{mm}, que nous obtenons avec un rendement de 90 pour 100 en faisant tomber

(¹) Iode adsorbé par gramme de charbon sec, exprimé en millimolécules.

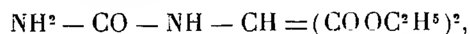
peu à peu, à la température ordinaire et en agitant mécaniquement, une solution aqueuse saturée de nitrite de sodium (3^{mol}) dans l'éther malonique (1^{mol}) préalablement dissous dans l'acide acétique (3^{mol}).

La réduction de cet éther isonitrosé n'est pratiquement réalisable qu'en milieu neutre. Quelques essais d'hydrogénation catalytique en présence du nickel (sous une surpression de $0^{atm},5$) n'ayant pas été encourageants, nous avons utilisé les amalgames de Mg ou d'Al. Ce dernier réactif a conduit au résultat désiré à condition de l'employer de la manière suivante, qui est un peu différente de celle qu'avaient préconisée Piloty et Neresheimer dans le même but :

Dans un récipient à trois tubulures muni d'un réfrigérant à reflux, d'un agitateur mécanique et d'une ampoule à robinet, on introduit 25^g d'isonitrosomalonate d'éthyle, 250^g environ d'éther ordinaire et 6^g d'aluminium en lamelles minces préalablement décapées à la soude et amalgamées à froid au moyen de $HgCl^2$; puis on fait tomber peu à peu sur le tout — de façon à maintenir une réaction assez vive — 35^{cm^3} d'eau, proportion qu'il importe de respecter pour obtenir une alumine pulvérulente facilement essorable.

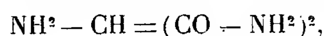
Ensuite on essore l'alumine, qu'on épuise encore trois ou quatre fois avec de l'éther bouillant, on chasse le dissolvant des extraits éthérés et distille directement le résidu dans le vide.

L'amino-malonate d'éthyle s'obtient ainsi avec un rendement de 65 pour 100 et se présente sous l'aspect d'une huile incolore à odeur basique, $Eb_{12^{mm}} = 116^o$-118°, facilement soluble dans l'eau ou dans les solvants organiques. Il s'altère en se carbonatant à l'air et donne aisément les dérivés caractéristiques suivants : *oxalate* $NH^2 - CH = (COOC^2H^5)^2 + (COOH^2)$, fines aiguilles, P. F. $= 138^o$ solubles dans l'eau et dans l'alcool, insolubles dans l'éther anhydre et dans la ligroïne; *urée*



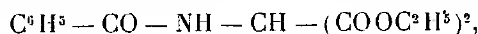
$$NH^2 - CO - NH - CH = (COOC^2H^5)^2,$$

cristaux grenus, P. F. $= 167^o$ (de l'alcool); *diamide*



$$NH^2 - CH = (CO - NH^2)^2,$$

P. F. $= 196^o$ avec décomposition (de l'alcool étendu); *dérivé benzoylé*



$$C^6H^5 - CO - NH - CH - (COOC^2H^5)^2,$$

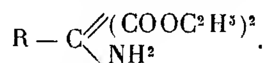
P. F. $= 61^o$ (du pétrole 60-80°).

La propriété intéressante de l'éther amino-malonique est que, cet éther possédant encore un atome d'hydrogène remplaçable par du sodium, on

peut faire agir sur son dérivé sodé différents composés halogénés, de façon à obtenir des produits de substitution. Ce fut d'ailleurs ainsi qu'en 1923 Putochin réalisa la synthèse de la proline par action du dibromopropane-1.3 sur l'amino-malonate d'éthyle sodé, obtenu péniblement à partir du chlorhydrate.

Nous avons constaté qu'on peut soder l'éther amino-malonique au moyen de l'éthylate de sodium ou du sodium en fils en milieu éthéré.

Le sulfate de méthyle ne semble pas être avantageux pour remplacer le métal du sodamino-malonate par le radical CH^3; mais les iodures et bromures alcooliques R-X réagissent normalement pour donner, avec des rendements d'environ 50 pour 100, les dérivés alcoylés correspondants


$$R - C\begin{matrix}\diagup (COOC^2H^5)^2 \\ \diagdown NH^2\end{matrix}.$$

Ces derniers, saponifiés par l'eau surchauffée, perdent un carboxyle, ce qui conduit directement aux acides α-aminés $R - CH\begin{matrix}\diagup COOH \\ \diagdown NH^2\end{matrix}$ dont il y a peut-être là un rapide moyen de synthèse. Entre autres essais nous avons avantageusement préparé de la sorte de la leucine et de la phénylalanine.

Par contre et contrairement à toute attente, lorsqu'on traite le sodamino-malonate par les chlorures d'acides, la substitution ne porte pas sur l'atome de carbone central mais uniquement sur le groupement aminé, de sorte qu'on obtient ainsi quantitativement des *dérivés acylés à l'azote* qui, eux, ne paraissent plus aptes à fournir un dérivé sodé.

Nous poursuivons l'étude de ces différentes réactions, que nous avons déjà étendues à des cas plus complexes, entre autres à la mise en œuvre du phosgène, ce qui nous a conduits à des dérivés de l'hydantoïne.

GÉOLOGIE. — *Sur le métamorphisme des calcaires et sur la structure du versant nord-pyrénéen.* Note de M. **Charles Jacob**, présentée par M. Pierre Termier.

M. Léon Bertrand [1] me cite comme refusant un caractère géosynclinal au métamorphisme des calcaires secondaires du versant nord-pyrénéen. Voici en effet mon point de vue, que cette réponse me fournit l'occasion de préciser.

---

(1) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1227.

Dans les Pyrénées centrales, dont seules je me suis occupé jusqu'ici, il me paraît difficile d'attribuer *un caractère géosynclinal au métamorphisme d'une série qui, elle-même, n'offre pas du tout ce caractère*. Avec du Lias peu épais, de la dolomie du Jurassique moyen, suivie d'une émersion et d'une lacune que soulignent, au moins vers Foix, des affleurements sporadiques de bauxite, avec des calcaires urgoniens, des marnes albiennes et un Crétacé supérieur dont l'allure néritique est bien connue, la série ne saurait à aucun titre être qualifiée de géosynclinale.

J'ajoute que, dans toute l'étendue envisagée, à savoir sur une centaine de kilomètres à travers les feuilles de Bagnères-de-Luchon et de Foix, depuis la Barousse jusqu'au Saint-Barthélémy, le métamorphisme n'est plus à chercher particulièrement dans une nappe ou série B, pas plus que dans toute autre, puisque *l'existence même des nappes ou séries* Z, A, B *et* C *s'y trouve sérieusement compromise*. Toutes les observations précises, rassemblées depuis 1926 par des géologues divers, vont à l'encontre d'une structure avec grandes nappes, qui comporterait le charriage vers le Nord de massifs cristallins venus de la Zone axiale [voir Ch. Jacob, *La structure du versant septentrional des Pyrénées centrales* (*C. R. somm. de la Soc. géologique de France* du 7 mai 1928)]. Au lieu de cela, on constate des saillies anticlinales, ramenant de la profondeur des massifs hercyniens indépendants de la Zone axiale. Sur les massifs s'emplace un revêtement sédimentaire dont la continuité est facile à rétablir, revêtement qui se trouve au surplus coincé entre les masses hercyniennes avec des dispositions tectoniques compliquées dans le détail, mais des grandes lignes simples.

Pour le métamorphisme des terrains secondaires, il affecte particulièrement des bandes prises entre les massifs. Il n'a véritablement une certaine généralité que pour l'une d'entre elles, celle des calcaires marmoréens, connue depuis longtemps dans la géologie pyrénéenne. Cette bande, presque caractéristique des Pyrénées centrales, court, suivant un trajet longitudinal, sur le versant Nord de la Zone axiale et au Sud des massifs plus frontaux, de la Barousse au Saint-Barthélémy, qu'elle dépasse peu dans son extention latérale tant vers l'Ouest que vers l'Est. La même bande fournit avec abondance des affleurements de roches vertes. Quoi qu'il advienne de l'âge exact et de la mise en place des ophites, nullement élucidés dans les Pyrénées centrales, M. Léon Bertrand reconnaît lui-même, avec les auteurs antérieurs, que les lherzolites montent jusque dans les marnes albiennes, tout comme le métamorphisme. Rien n'empêche de lier les phénomènes : serrée des masses hercyniennes profondes, plissements du revêtement,

montée entre les masses profondes de roches et de fumerolles plus ou moins indépendantes les unes des autres, les fumerolles pouvant étendre leur action plus ou moins loin des magmas déplacés.

Ces vues s'accordent avec ce que révèle l'observation. Par contre la conception d'une série géosynclinale métamorphique, primitivement située sur la Zone axiale, puis découpée en nappes ou séries charriées vers le Nord, est controuvée par les révisions géologiques des deux dernières années.

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique des environs d'Arbas (Haute-Garonne).* Note de M. **Marcel Roubault**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans une Note récente ([1]), j'ai donné un premier aperçu d'observations faites aux environs d'Arbas. Quelques courses effectuées dernièrement dans cette région me permettent d'apporter de nouvelles précisions, particulièrement en ce qui concerne les relations du Crétacé supérieur avec les terrains voisins. L'étude de la terminaison orientale de l'affleurement de ces couches est très instructive à cet égard.

Si, partant du village de Lachein, on se dirige vers le Col de la Houst en suivant le chemin situé sur le versant gauche du Ruisseau de la Ille, on traverse d'abord un affleurement d'ophite, avec marnes bariolées du Trias, puis une bande de schistes siluriens bien reconnaissables en particulier à la fontaine située au NNO de Lachein où ils sont en contact anormal avec le Jurassique moyen. En continuant vers l'Ouest, au lieu de rester dans le Silurien ainsi qu'il est figuré sur la feuille de Bagnères-de-Luchon de la carte géologique au $\frac{1}{80\,000}$, dès le village de Brous, on entre dans une zone où les bancs marneux souvent plus clairs alternent avec de nombreux bancs gréseux. Dès lors, et jusqu'au Col de la Houst, on reste dans le flysch : le faciès est en effet absolument identique à celui des terrains rencontrés autour des villages d'Arbas et de Fougaron, et depuis Brous le Crétacé supérieur est, à mon avis, le seul terrain existant.

A la traversée de ce dernier village, et uniquement en ce lieu, j'ai trouvé quelques dalles de schistes ardoisiers : mais ces derniers sont en tous points semblables à ceux de l'Albien métamorphique des environs de Buzan, et je les crois du même âge.

([1]) M. Roubault, *Note préliminaire sur la géologie des environs d'Arbas (Haute-Garonne)* (*Bull. Soc. Géol. de Fr.*, 4e série, 28, 1928, p. 98-100).

Au Col de la Houst, les couches crétacées, à pendage 45° OSO, sont en contact anormal avec une brèche très importante à gros éléments, parmi lesquels on reconnaît de nombreux fragments de Jurassique et d'Aptien. Au Sud-Ouest, au col dominé par la cote 1324, le Crétacé supérieur très broyé et assez riche en niveaux bréchoïdes fait immédiatement suite à des calcaires gris clair, probablement aptiens.

En aucun point, dans la région située au Nord-Ouest du Sommet du Bosc-Capsat, je n'ai trouvé de Silurien, pas plus dans les sentiers qui se dirigent vers Herran que dans ceux qui se dirigent vers le Tuc de la Cabanasse puis vers Hergade et Courille. Partout on ne rencontre que du Crétacé supérieur, plus ou moins gréseux ou bréchoïde suivant les affleurements, mais néanmoins toujours reconnaissable. Dans toute la région à l'est de Fougaron le pendage dominant des couches est SSO, celles-ci étant le plus souvent fortement redressées.

La terminaison occidentale de l'accident est beaucoup moins nette : cependant la tranchée de la route d'Arbas à Herran permet d'étudier les pendages. Les couches, toujours presque verticales, sont d'abord inclinées vers l'Est puis vers le Sud.

D'autre part, à environ 1500^{m} à l'ENE de Courille j'ai reconnu, dans la forêt, l'existence d'un affleurement de schistes avec intercalations gréseuses, à léger pendage Sud-Ouest. Ceux-ci étant en tous points identiques au flysch d'Arbas, je crois devoir les considérer comme constituant un nouveau témoin de Crétacé supérieur, situé au milieu de niveaux secondaires plus anciens, jurassiques en particulier, et manifestement pincé lors de plissements postérieurs au dépôt.

Des observations déjà publiées et de celles énoncées ci-dessus, que je développerai d'ailleurs bientôt dans un Mémoire plus détaillé, je tire donc les conclusions suivantes : le Crétacé supérieur, largement développé aux environs d'Arbas et de Fougaron, est un témoin respecté de la couverture déposée à l'époque correspondante. Il se présente en synclinal, mais en synclinal complexe avec nombreuses cassures et laminages, surtout sur le bord Sud, témoignant ainsi de poussées vers le Nord : les relations avec les terrains voisins sont surtout nettement visibles au Sud-Ouest du Sommet du Bosc-Capsat où le Crétacé, qui franchit la crête sans redescendre au fond du ravin de la Ille, se termine complètement étiré aux environs de Brous.

HYDROLOGIE. — *Spectrochimie des eaux minérales portugaises; l'eau du Gerez.* Note de M. A. **Pereira Forjaz**, présentée par M. Charles Moureu.

Après avoir fait l'étude de plusieurs minéraux portugais ([1]), j'ai commencé l'étude de la spectrochimie hydrologique portugaise.

J'ai employé un spectrographe, en quartz, de Cornu.

J'ai employé l'eau de Gerez (Bica), après l'avoir fortement concentrée et après avoir séparé au préalable les métaux alcalino-terreux; j'ai utilisé ainsi 50 litres d'eau. J'ai employé la technique du fulgurateur, en quartz, avec fenêtre elliptique.

Les spectrogrammes ont été mesurés dans un comparateur spécial.

Comme spectre témoin j'ai fait usage de l'alliage de Edder, et j'ai toujours employé la formule d'interpolation de Hartmann.

Ces recherches ont eu l'intérêt spécial de porter sur une source très remarquable sur laquelle on a beaucoup discuté, et qui est située au nord du Portugal, dans un périmètre hydrologique des terrains anciens de formation granitique porphyroïde.

De cette façon j'ai caractérisé quatre éléments, outre ceux caractérisés dans les analyses chimiques antérieures; le *germanium*; le *cæsium*, l'*argent* et le *plomb*, particulièrement par les raies 3269,7; 4555,4; 3280,8; 3639,7 et 3683,6.

Comme MM. Urbain et de Launay l'avaient fait pour les minéraux de zinc, quelques expérimentateurs français ont étudié le rôle du germanium comme indicateur géologique, en hydrologie. Ils ont été amenés à considérer, par exemple, la source d'Ys, à Grisy, comme ayant une origine primitive, tandis que la source n° 2, non germanifère, aurait une origine superficielle.

Notre premier essai spectrographique, appliqué à l'hydrologie portugaise, confirme cette hypothèse du germanium-indicateur. Il montre qu'on peut profiter de la spectrochimie, non seulement pour étudier la minéralisation secondaire des eaux minérales, mais aussi pour résoudre le problème de son origine.

La recherche spectrochimique des éléments rares complète l'étude de la

---

([1]) *Comptes rendus*, **164**, 1917, p. 102; **173**, 1921, p. 1170.

radioactivité et celle des gaz rares, entreprises avec un si grand succès par MM. Moureu et Lepape.

BOTANIQUE. — *Étude de la famille des Gyrophoracées*. Note de M. **Roger-Guy Werner**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Les *Gyrophoracées* sont des Lichens foliacés caractérisant les régions alpines. Habillés de gris ou de noir à l'état sec, de brun lorsqu'ils sont humides, ils habitent presque tous les rochers siliceux exposés au soleil des Hautes Vosges de 800 à 1000^m d'altitude. Un seul de leurs représentants, l'*Umbilicaria pustulata*, s'aventure plus bas et se rencontre déjà à 500 ou 600^m. Ils offrent pour la plupart la particularité de se rattacher par un seul point, l'ombilic, au substratum, et on les nomme pour cette raison aussi les *Ombilicariacées*.

L'*Umbilicaria pustulata*, comme l'indique son nom, possède un thalle constitué par des petites pustules placées les unes à côté des autres. Fructifiant rarement sur les rochers exposés au soleil, il est, par contre, fertile aux endroits ombragés, plus humides. Son thalle se compose d'une écorce supérieure et d'un cortex inférieur entre lesquels se localise la couche gonidiale et la médulle. Les gonidies semblent appartenir au type *Cystococcus Xànthoriæ*, mais nous ne pourrons nous prononcer qu'après un examen détaillé de leurs éléments en culture pure. Les périthèces se développent à partir d'ascogones complexes qui font leur apparition dans la médulle sous forme de petits pelotons serrés à contenu dense. Plusieurs pelotons s'assemblent en un ascogone composé sans coque. De chacun émane, comme le constatait déjà Baur (1), un véritable trichogyne qui n'est pas du tout, contrairement à Lindau (2), nne hyphe perforatrice. Ces ascogones ovoïdes sont nombreux à la fin de l'automne et pendant tout l'hiver.

Ils se transforment en hyphes ascogènes et en jeunes asques. La formation des périthèces s'effectue de la façon que nous avons décrite pour l'*Abrothallus Parmeliarum* (3). Par suite du développement plus intense du fond de

(1) E. Baur, *Untersuchungen über die Entwicklungsgeschichte der Flechtenapothecien* I (*Bot. Zeit.*, 62, 1904, p. 21-44, 2 planches).

(2) G. Lindau, *Beitrage zur Kenntnis der Gattung Gyrophora* (*Bot. Untersuchungen in Festschr. f. Schwendener*, 1899, p. 19-37, 2 planches).

(3) J. Schaechtelin et R. G. Werner, *Développement et Biologie de l'*Abrotallus Parmeliarum *Smlft.* (*Bull. Soc. Myc. Fr.*, 42, III et IV, 1926, p. 233-243, 1 planche).

l'ébauche ascogoniale, il se produit une poussée vers le haut, et le cortex lichénique éclate et dégénère bientôt. La poussée de bas en haut continuant à se manifester, le petit périthèce apparaît à l'extérieur sous forme d'une excroissance noire. La fructification est supportée par un pédicule qui gagne en largeur, et chaque asque mûrit deux grosses spores brunes, mûriformes. Celles-ci se projettent rarement et ne germent jamais, même sur les milieux les plus nutritifs [1]. L'*Umbilicaria* possède des spermogonies qui se forment généralement dans les pustules et dont l'ostiole présente extérieurement l'aspect d'un petit point noir. Elles appartiennent au type *Sticta* [2], et leurs stérigmates se composent par conséquent de petites cellules superposées agencées en chapelet qui émettent des spermaties minces, allongées, légèrement courbes. Les organes de multiplication sont constitués par des isidies, sortes d'arbuscules noirs, recouvrant en quantité les *Ombilicaires* stériles. Se composant de deux écorces qui entourent une moelle très dense et quelques gonidies, elles remplacent donc les sorédies des autres Lichens.

Le *Gyrophora cylindrica*, Lichen grisâtre en rosettes, fructifie presque toujours abondamment dans les Vosges. Il se fixe au substratum à l'aide de rhizines noires. Son développement correspond à celui de l'*Umbilicaria*. Les ascogones composés, formés de pelotons plus lâches, émettent plusieurs trichogynes qui ne sont cependant jamais aussi nombreux que l'indique Lindau [3]. Après leur fléchissement l'ascogone se transforme en périthèces pédiculés dont l'épithélium noir s'agence en cercles concentriques. Nous étudierons ultérieurement la formation de ces cercles. Les spores, au nombre de huit par asque, se projettent abondamment; elles ne germent qu'en juin, et leur germination s'arrête bientôt dans les stades initiaux. Le *Gyrophora eylindrica* héberge souvent un Parasymbiote, le *Pharcidia Gyrophorarum*, que nous nous proposons également d'étudier.

Le *Gyrophora erosa* voisine avec son frère aux altitudes de 1000^m. Ses périthèces restent à moitié enfoncés dans le thalle. Les spores germent en juin et produisent en culture pure un thalle noirâtre sans gonidies, crevassé comme le Lichen.

---

(1) R. G. Werner, *Recherches biologiques et expérimentales sur les Ascomycètes de Lichens* (*Thèse Fac. Sc.*, Paris, p. 1-88; 8 planches, fig. texte; Mulhouse, 1927).

(2) F. Moreau, *Recherches sur les Lichens de la famille des Slictacées* (*Ann. Sci. nat.*, 10e série, 3, 1921, p. 297-372, fig. texte, planche).

(3) *Loc. cit.*

BOTANIQUE. — *Contribution à l'étude des caractères morphologiques et biologiques de* Mucor spinosus *Van Tieghem* (Zygorhynchus spinosus) *cultivé sur des milieux se rapprochant de l'habitat où il a été isolé*. Note de MM. **A. Sartory**, **R. Sartory** et **J. Meyer**, présentée par M. Molliard.

Après avoir isolé du tube digestif de certaines larves xylophages de *Lépidoptères* et de *Cléooptères*, le *Mucor spinosus* Van Tieghem (*Zygorhynchus spinosus*) nous avons tenu à vérifier les caractères morphologiques et biologiques de cet organisme décrits par Rabenhorst ([1]). Dans une Note précédente ([2]) nous avons exposé les caractères morphologiques de l'espèce envisagée ainsi que les modifications des appareils végétatifs et reproducteurs sous l'influence des radiations du radium. Étant données les conditions de vie du *Mucor spinosus* à l'intérieur du tube digestif des larves xylophages il nous a paru nécessaire d'examiner les caractères morphologiques, les conditions de croissance et les propriétés biologiques de l'espèce sur des milieux spéciaux à base de cellulose ([3]) ou d'autres hydrates de carbone. Après avoir obtenu les résultats que nous indiquons plus loin, nous avons tenu à opérer en anaérobiose étant donnée la pauvreté en oxygène de l'atmosphère du tube digestif des larves.

Le mode opératoire a été le suivant ; nous avons fait appel au milieu de culture indiqué par Khouvine-Delaunay ([4]) pour la culture d'une bactérie digérant la cellulose, ce milieu a été légèrement modifié de façon à l'adapter à la culture de notre champignon.

Les cultures ont été réparties en deux groupes : l'un a été maintenu en

---

([1]) Rabenhorst, *Kryptogamen Flora* : 1, *Pilze*, Abt. 4, 1892, p. 203.

([2]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1010.

([3]) Nous avons utilisé deux milieux de culture : le premier était composé comme suit : eau, 100^{g}; cellulose pure, 0,3; nitrate d'ammoniaque, 0,1; sulfate de magnésie, 0,1; chlorure de sodium, 0,1; phosphate d'ammoniaque, 0,1. Le deuxième milieu employé a été celui de Khouvine-Delaunay : cellulose pure, 10^{g}; peptone pancréatique de viande, 1^{g}; chlorure de sodium, 1^{g}; phosphate di-potassique, 1^{g}; carbonate de calcium, 2^{g}; eau de source, 850$^{cm^3}$; extrait de matières fécales, 250. Ces milieux ont été amenés au pH = 6,6 concentration optima en ions H pour l'organisme envisagé; ils ont été stérilisés pendant 20 minutes à + 120°. Pour l'étude de l'action de l'organisme sur les hydrates de carbone, la cellulose a été remplacée dans le milieu de Khouvine-Delaunay par les différents sucres étudiés.

([4]) Khouvine-Delaunay, *C. R. Soc. Biol.*, 86, 1922, p. 922.

aérobiose à la température de $+23^\circ$, température optima de croissance pour l'organisme envisagé. Le deuxième groupe a été placé dans une étuve à vide à la même température; le vide de 70^{cm} de mercure a été pratiqué pendant 10 jours. Le onzième jour nous avons pu constater les faits suivants :

En aérobiose : sur milieu cellulose-matières minérales, l'organisme pousse sous la forme d'une croûte de couleur crème; la croissance est très faible (1 pour 100 de celle observée sur le même milieu additionné d'extrait de matières fécales). L'examen microscopique montre des éléments ovales ou ronds à parois extrêmement épaissies; dans certains cas le protoplasme est très réduit dans un mince canal. Nous avons vu germer ces formes qui donnent sur pomme de terre le *Mucor spinosus* type. A côté de ces éléments sur lesquels nous reviendrons dans une Note prochaine, nous notons la présence de rares sporanges normaux.

Sur milieu matières fécales-cellulose la croissance de l'organisme est bonne, comparable à celle obtenue sur les milieux usités en Mycologie parasitaire. Les caractères morphologiques sont les mêmes que ceux indiqués par Rabenhorst.

En anaérobiose la croissance de l'organisme est très favorisée, elle varie du simple au double comparée avec les témoins en aérobie. L'examen microscopique montre des filaments mycéliens plus grêles, incolores, lisses, à parois très épaissies; certains présentent des poches d'air se vidant par projection lorsqu'on montagnise énergiquement la préparation en présence de potasse. Le protoplasme est granuleux, renferme des graisses en abondance. Les hyphes fructifères sont en cymes sympodiales, se terminant par des sporanges à membranes très épaissies et hérissées de pointes; sur le rameau se forme une cloison au-dessus de l'aisselle du rameau secondaire : les sporanges sont de deux sortes (type *Vuillemin*), columelles cylindriques ou piriformes, munies des prolongements caractéristiques. Mentionnons ici un caractère anormal : une cloison se forme toujours à la base de la columelle; spores sensiblement normales, elles sont capables de germer (production exagérée de graisses, coloration de Guéguen).

Les caractères biologiques constatés sur les différents milieux à base d'hydrates de carbone pour la forme aérobie et anaérobie sont résumés ci-après. Les chiffres expriment les milligrammes d'hydrates de carbone assimilés ou hydrolysés pour 10^{cm^3} de milieu à une concentration de 5^g pour 100 :

	Aérobiose.		Anaérobiose.	
	Assimil.	Hydrol.	Assimil.	Hydrol.
Milieu initial + Maltose..........	12	0	27,5	5,3
» + Lactose..........	0	0	0	0
» + Saccharose.......	7	2	22,3	14,1
» + Amidon	18,8	0	31,6	6,2
» + Cellulose........	0	0	4,3	Color. bleue par iode.

Conclusions. — I. La croissance du *Mucor spinosus* est considérablement augmentée par l'addition dans le milieu de culture d'une petite quantité d'extrait de matières fécales.

II. En anaérobie la croissance de l'organisme est beaucoup plus importante qu'en aérobie.

III. L'anaérobiose fait apparaître des diastases hydrolysantes en ce qui concerne le maltose et l'amidon ainsi que la transformation de la cellulose en amidon ; elle exalte les propriétés hydrolysantes vis-à-vis du saccharose.

La technique complète ainsi que le détail des résultats feront l'objet d'un prochain Mémoire.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les conditions du dégagement de l'iode libre chez les Laminaires.* Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. P.-A. Dangeard.

Dans une Note précédente [1] nous avons montré que plusieurs Laminaires et diverses Fucacées avaient la propriété d'émettre de l'iode libre durant leur vie normale : on observe que la surface de ces algues, dépourvue de lésions et ne portant pas d'épiphytes, dégage, sur des exemplaires totalement immergés, ou venus à sec au moment de la marée basse, un produit qui colore instantanément l'amidon en bleu. Ce produit est volatil, puisqu'il provoque la réaction à quelques millimètres de la région émettrice et il ne peut être que de l'iode libre, à moins de supposer l'existence d'un composé iodé, volatil à la température ordinaire et décomposable immédiatement au contact de l'eau en libérant de l'iode.

---

(1) Pierre Dangeard, *Sur le dégagement d'iode libre chez les algues marines* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 892).

L'existence d'un tel corps étant hypothétique et peu probable, nous considérons que les Laminaires émettent au dehors par toute leur surface de l'iode libre et que cette propriété est le fait de la plante vivante, normale, dans son milieu naturel.

Les conditions de l'iodovolatilisation (1) devront être précisées, en vue de déterminer l'influence de certains facteurs biologiques ou physico-chimiques.

Dans cet ordre d'idées, nous indiquons le résultat des expériences faites dernièrement à Wimereux sur les *Laminaria flexicaulis*.

Ces Laminaires, en place et dans leur état naturel, ont montré une intense production d'iode à l'extérieur. La plupart des exemplaires adultes étaient très actifs et seules les jeunes plantes de moins de 10^{cm} de longueur environ ne montraient aucun dégagement.

Si l'on fait une coupe épaisse du stipe et qu'on la place sur un papier amidonné, on obtient très rapidement le décalque en bleu du pourtour de la coupe, mais, dans ce cas, il y a eu renforcement de l'activité des cellules périphériques par suite de la blessure; en effet, si l'on détermine avec la pointe d'un scalpel une strie peu profonde entamant l'écorce et qu'on place cette région sur le papier sensible, on obtient presque aussitôt deux traits bleus, séparés par une ligne claire qui correspondent aux bords de la lésion, alors que les autres régions du stipe ne donnent encore qu'une très faible teinte bleue, indiquant que le dégagement d'iode y est beaucoup moins intense.

De même, si l'on enlève une portion de l'écorce par une coupe tangentielle très mince, on observe que le territoire de la blessure reste complètement inactif tandis que la bordure est délimitée nettement par une ligne bleue où l'émission d'iode est momentanément plus intense que sur les autres régions du stipe.

Ces expériences répétées à plusieurs reprises ont toujours donné les mêmes résultats, établissant l'action excitatrice d'un traumatisme sur les cellules vivantes au voisinage d'une blessure. On assiste à une brusque rupture d'équilibre qui se traduit par un rejet d'iode important à l'extérieur et qui précède peut-être la mort des cellules iodogènes.

On peut obtenir un résultat analogue avec un acide ou de l'alcool fort,

---

(1) Ce terme paraît préférable à celui d'iodovaporisation employé tout d'abord.

dans lesquels on plonge quelques secondes un fragment de stipe qu'on vient de détacher d'une Laminaire fraîche : il se produit un brusque dégagement d'iode, suivi bientôt d'un arrêt complet, tandis que les régions voisines, qui n'ont pas subi l'action du réactif, continuent à émettre l'iode plus lentement, mais d'une façon continue.

Après la récolte des Laminaires, l'intensité de l'iodovolatilisation va en diminuant progressivement; on peut cependant mettre en évidence les sorties d'iode durant plusieurs jours, en évitant la dessiccation trop rapide des algues et en les plaçant au contact d'un papier amidonné durant quelque temps. Lorsque l'altération des tissus commence, on peut encore observer l'émission d'iode qui, à ce moment, se localise sur le pourtour des zones nécrosées. Ces dernières régions ont ainsi leurs contours comme décalqués sur le papier.

Il est donc certain que les Laminaires détachées qui sont rejetées en épaves subissent, par volatilisation, des pertes d'iode importantes qui durent jusqu'à la mort des tissus épidermiques.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Pourridié du Noyer cultivé* (Juglans regia *L.*) *et carbonate de chaux*. Note de M. **Gard**, présentée par M. H. Lecomte.

L'état pathologique des Noyers cultivés (*Juglans regia* L.) notamment la répartition et l'intensité du *pourridié* dû à l'*Armillariella mellea* Vahl. varient beaucoup d'une région à l'autre.

De nombreux facteurs ont pu être éliminés : nature de la variété cultivée, nature physique du sol (la maladie existe aussi bien dans les terres froides que dans les sols chauds).

Au point de vue chimique, certains éléments essentiels, azote, acide phosphorique, potasse, ne montrent pas de relations nettes entre leur pourcentage et l'épiphytie; il en est de même pour la magnésie, le fer.

Deux facteurs jouent un rôle essentiel : la proportion de calcaire, la teneur en eau et la facilité avec laquelle elle est retenue. De ce côté, les mesures ne sont pas terminées. Pour ce qui concerne le carbonate de chaux, le tableau suivant montre la relation entre les chiffres du dosage pour 100 et l'existence ou l'absence du pourridié.

Régions.		Calcaire pour 100.	Intensité du pourridié.
Aveyron :	Nogarède à Nuces	36,5	Absent.
»	Au Rey, près Villeneuve	2,67	Abondant.
Cantal :	Pléaux	0,4	Assez fréquent.
Charente :	Montbron	38	Absent.
»	Saint-Christophe-de-Chalais	35	Absent.
»	Marthon	0,8	Abondant.
Corrèze :	Ayen	12,1	Çà et là.
»	Environs d'Argentat	traces.	Fréquent.
»	Chauffour	3,6	Çà et là.
Deux-Sèvres :	Souchet, près Niort	53,6	Absent.
Dordogne :	Sorges	9,4	Çà et là.
»	Proissans, la Roussie	0	Très intense.
»	Proissans, le Plateau	1,80	Moins fréquent.
»	Au Ranquet près Niversac	0,5	Abondant.
Drôme :	Poyols	25	Absent.
		51,7	Absent.
Lot :	Thégra	6,5	Abondant.
»	Lalbenque	47,75	Absent.
»	Gramat	26,36	Absent.
»	Pays de Landes, près Martel	0	Abondant.
Puy-de-Dôme :	Vertaizon	20,3	Absent.
»	Riom	23	Absent.
Vienne :	Près Ligugé	76,6	Absent.
»	Près Neuville : sol	47,6	Absent.
»	» sous-sol	68,8	

J'ai pu tirer de ces recherches les conséquences suivantes :

1° *L'extension du pourridié du Noyer depuis une vingtaine d'années a comme cause principale une décalcification progressive des sols*, par suite de l'emploi intensif des engrais chimiques. C'est ce qui a lieu dans la majorité des terrains en Corrèze, Dordogne, dans les noyeraies de l'Isère, dans certains cantons de la Charente, de l'Aveyron, du Lot, etc. (¹).

2° Ces résultats sont confirmés par l'étude des germinations et des cultures au laboratoire. Dans l'eau de chaux (1,30 pour 1000 à 15°) utilisée comparativement à l'eau distillée et stérilisée et aux milieux nutritifs liquides (en cellule humide et goutte pendante), la germination des spores n'a pas lieu ou en faible proportion. En cultures, dans les milieux variés

(¹) Une autre cause importante est due à la modification des instruments aratoires qui mutilent le collet et blessent les racines.

liquides ou solides, de la craie précipitée, incorporée à la dose de 1 pour 100 ou de 2 pour 100, empêche tout développement ou donne lieu à des cultures très réduites de l'*Armillariella mellea*.

3° Cette maladie est rare dans les terrains dosant de 20 à 25 pour 100 de calcaire. Au delà, elle n'existe plus, à moins qu'une circonstance locale augmente la teneur en eau d'une manière permanente.

4° *L'emploi des engrais produisant une décalcification doit être prohibé dans les plantations de Noyers;* il est nécessaire de donner la préférence aux engrais apportant de la chaux (nitrate de chaux, cyanamide, résidus industriels, écumes de défécation des sucreries, chaux des cendres, chaux des charrées).

5° *Il existe de nombreuses régions où la culture du Noyer peut se développer sans aucune crainte de pourridié : ce sont celles où les sols renferment plus de 25 pour 100 de calcaire.*

Dans les autres, on peut envisager une protection suffisante, non qu'il soit nécessaire de porter d'emblée la teneur en calcaire à cette dose de 25 pour 100, ce qui serait trop onéreux et provoquerait une perturbation dans les sols qui en seraient l'objet. Des expériences en cours me permettent d'espérer que des chaulages ordinaires, assez forts et régulièrement exécutés, suffiront pour défendre les noyers sains.

Cet apport de chaux n'a lieu qu'en vue d'une action fongicide et préservatrice dans des sols qui en contiennent une quantité déjà élevée (encore qu'il ne soit pas démontré qu'elle ne puisse jouer un rôle bienfaisant sur la végétation et la fructification). Dans le traitement curatif du pourridié des jeunes noyers, il faut donner la préférence, pour cautériser les plaies, à un lait épais de chaux.

HISTOLOGIE. — *Atrésie folliculaire chez* Girardinus Guppyi. Note de M. **Georges Nichita**, présentée par M. Ch. Gravier.

Dans une étude histologique entreprise sur l'ovogénèse de *Girardinus Guppyi*, Cyprinodontidé vivipare, nous avons observé un phénomène de dégénérescence ovocytaire remarquable par son intensité et les troubles morphologiques profonds dont il est la cause.

Les faits anormaux se manifestent dans l'ovaire, la cavité viscérale et quelques organes de ces poissons.

Chez les femelles jeunes, nullipares et primipares, l'examen microsco-

pique montre des ovaires à structure absolument normale et des ovaires où se trouvent, à côté d'une grande majorité d'ovocytes normaux, des plages frappées par un processus dégénératif. Ce sont des jeunes ovocytes qui ont subi une dégénérescence graisseuse ou une dégénérescence hyaline et chromatolytique.

Chez les femelles adultes, l'ovaire présente plusieurs aspects :

1° D'abord, l'ovaire contient des grands ovocytes chargés de vitellus nutritif et quelques ovocytes jeunes; puis, après maturation et fécondation des grands ovocytes, il devient la poche incubatrice qui renferme un nombre variable d'embryons ainsi que des jeunes ovocytes normaux et des ovocytes dégénérés.

2° L'ovaire est le siège d'une dégénérescence hypertrophique. A part quelques ovules normaux, il est entièrement rempli d'ovules dégénérés. En même temps, il est le siège d'un processus inflammatoire, d'une invasion leucocytaire et d'une véritable sclérose conjonctive.

3° L'ovaire, d'un volume considérable, ne renferme plus aucun ovocyte normal. Seule, la lumière du fond du sac ovarien, fortement plissée, conserve sa structure normale alors que tout le parenchyme ovarien a l'aspect d'une masse compacte de follicules à divers stades de dégénérescence.

L'ovaire ainsi transformé est le siège de deux phénomènes simultanés qui ont pour but de le débarrasser, complètement et rapidement, des follicules atrésiés. Il se produit, d'une part, une action abortive interne des ovocytes dégénérés de la zone superficielle de l'ovaire par effraction des parois et mise en liberté, dans la cavité viscérale, des cadavres folliculaires isolés ou groupés dans la nappe conjonctive détachée de l'organe. D'autre part, il se produit un processus actif de résorption des follicules atrésiés restant dans la partie intégrale de l'ovaire. Il consiste en une vascularisation abondante, une infiltration leucocytaire et une transformation conjonctive qui est le dernier terme de l'évolution du follicule dégénéré dans l'ovaire.

La conséquence de l'avortement interne des ovocytes dégénérés est leur présence dans la cavité viscérale. Certains sont libres, d'autres sont faiblement adhérents aux parois de la cavité et aux viscères. De plus, nous avons constaté la présence de follicules dégénérés jusque parmi les organes de la région rétropharyngienne et même dans la portion craniale de la cavité sous-operculaire.

Mais le processus d'invasion ovocytaire va encore plus loin. Les ovocytes dégénérés pénètrent parmi les fascicules musculaires primaires dissociés de la région sous-vertébrale dorsale. Ils pénètrent aussi dans le parenchyme rénal, hépatique et au milieu de la rate.

Les reins sont affectés au plus haut degré par l'action, en quelque sorte corrosive, des follicules dégénérés comme l'attestent la fréquence de l'invasion et la réaction défensive déclenchée. La pénétration dans le parenchyme rénal commence par une compression et une action cytolytique sur l'organe, de l'extérieur vers l'intérieur, causant une déformation progressive de la périphérie. Finalement, les ovocytes sont complètement entourés par les tubes rénaux. La réaction organique déclenchée se traduit par un afflux leucocytaire et une vascularisation très abondante, parfois même par une véritable congestion hémorragique.

A côté des nodules en voie de résorption, on trouve des plages leucocytaires qui semblent s'être substituées aux follicules disparus.

La pénétration des ovocytes dégénérés dans le foie est moins fréquente que dans le rein. Elle y débute de la même façon et devient totale pour les petits follicules. S'il s'agit de grands follicules, le tissu hépatique les entoure incomplètement et la loge se ferme par un tissu conjonctif fusiforme. Comme dans le rein, on voit des plages leucocytaires à côté des follicules atrésiés en voie de résorption.

La rate se place après le rein quant à la fréquence de cette invasion ovocytaire. De même que dans le foie et dans le rein, à côté du processus phagocytaire se trouvent des plages leucocytaires que l'on rencontre également dans la partie dégénérée des ovaires jeunes, ce qui porte à supposer que le processus de résorption est le même.

Nous n'avons jamais trouvé dans les organes qui ont subi une pénétration folliculaire (rein, foie, rate, muscles) ni dans les ovaires jeunes en dégénérescence partielle aucun noyau conjonctif qui pourrait rappeler le dernier stade de l'ovocyte dégénéré dans l'ovaire adulte. On est donc porté à admettre la possibilité d'une régénérescence du tissu de l'organe. La masse cellulaire remplaçant l'ovocyte disparu, dans ce cas la masse leucocytaire ne subirait pas de transformation conjonctive, son rôle actif se limitant à une action phagocytaire. La résorption achevée, elle serait destinée à conserver l'intégrité de l'organe et peut-être à activer l'action régénératrice du tissu parenchymateux. Elle diminuerait alors progressivement de volume et disparaîtrait parallèlement à la régénération du tissu noble.

On se trouve donc en présence d'une nouvelle adaptation fonctionnelle et accidentelle des tissus et des organes qui se manifeste par une collaboration avec l'ovaire pour résorber les follicules dégénérés.

Ces phénomènes pathologiques, s'ils n'entraînent pas la mort, conduisent

fatalement à la stérilité définitive. On pourrait penser que la stérilité est seulement passagère en admettant que l'organisme adulte puisse régénérer complètement l'ovaire aux dépens des éléments de la paroi du fond du sac ovarien qui conserve seule sa structure normale.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *De l'influence du pincement des veines sushépatiques sur la glycémie et la cholestérinémie*. Note de MM. **J.-J. Rouzaud** et **L.-C. Soula**, présentée par M. Widal.

Depuis cinq ans, nous poursuivons des recherches expérimentales dans le but de dissocier le métabolisme des glucides et des lipides.

L'expérience que nous communiquons est, à ce point de vue, caractéristique. Nous avons réalisé sur des chiens chloralosés le pincement des veines sushépatiques pour en étudier les effets sur la glycémie et la cholestérinémie.

Les dosages du glucose et de la cholestérine ont été faits sur des prélèvements de sang carotidien :

1° Avant le pincement sushépatique;

2° Pendant le pincement sushépatique;

3° Après le rétablissement de la circulation.

Le glucose a été dosé par la méthode préconisée par l'un de nous : combinaison des deux procédés de Bertrand et de Benedict.

La cholestérine par la méthode colorimétrique de Grigaut.

Le pincement sushépatique a eu régulièrement comme conséquence l'élévation de la glycémie et l'abaissement de la cholestérinémie dans le sang carotidien.

Expérience 1.

Chienne chloralosée : 11kg.

	Pincement		
	au début de l'expérience.	15 minutes après.	30 minutes après.
Glycémie	1	1,50	2
Cholestérinémie	2,50	2	2,40

	Rétablissement de la circulation		
	5 minutes après.	20 minutes après.	45 minutes après.
Glycémie	2,10	1,80	1
Cholestérinémie	2,55	2,60	2,70

Expérience 2.

Chien chloralosé : 22^{kg}.

	Pincement		
	au début de l'expérience.	15 minutes après.	45 minutes après.
Glycémie	0,90	1,30	1,60
Cholestérinémie	1,60	1,10	1,40

Expérience 3.

Chien chloralosé : 26^{kg}.

	Pincement	
	au début de l'expérience.	45 minutes après.
Glycémie	1	1,65
Cholestérinémie	2,10	1,55

Expérience 4.

Chien chloralosé : 18^{kg}.

	Pincement			
	au début de l'expérience.	5 minutes après.	15 minutes après.	30 minutes après.
Glycémie	0,90	1,25	1,50	1,60

	Rétablissement de la circulation	
	2 minutes après.	30 minutes après.
Glycémie	1,50	0,75

Expérience 5.

Chien chloralosé : 28^{kg}.

	Pincement			
	au début de l'expérience.	20 minutes après.	40 minutes après.	60 minutes après.
Cholestérinémie	1,70	1,70	1,41	1,41

	Rétablissement de la circulation	
	15 minutes après.	30 minutes après.
Cholestérinémie	1,82	1,96

Expérience 6.

Chien chloralosé : 15^{kg}.

	Pincement		
	au début de l'expérience.	30 minutes après.	1 h. 30 m. après.
Cholestérinémie..........	1,50	1,20	1,60

La *glycémie* subit, du fait du pincement, une élévation progressive : au bout d'une heure elle est doublée. Cette hyperglycémie est-elle due, en totalité ou en partie, à la suppression du débit insulinien qu'entraîne le pincement sushépatique? L'affirmative est vraisemblable.

La cholestérinémie subit un abaissement immédiat, mais transitoire, qui ne semble pas durer plus d'une demi-heure. Cette hypocholestérinémie peut être provoquée par la suppression brusque du sang veineux splénique dans la circulation générale ([1]).

Le caractère transitoire de l'hypocholestérinémie ne peut-il s'expliquer par le fait que la rate intervient dans la cholestérogénèse par les éléments de sa pulpe appartenant au système réticulo-endothélial? La déficience peut être corrigée, soit par d'autres éléments du même système, soit par une migration de ses propres éléments.

Quel que soit le mécanisme respectif de l'hyperglycémie et de l'hypocholestérinémie consécutives au pincement des veines sushépatiques, et nous reviendrons sur l'un et l'autre pour apporter des faits nouveaux, nous ne retiendrons aujourd'hui que le fait de la production simultanée de ces deux syndromes par une même cause.

HISTOCHIMIE. — *Sur la teneur en calcium des diverses régions du cartilage d'ossification des os longs.* Note de M. **A. Policard**, présentée par M. F. Mesnil.

Au cours de l'évolution du cartilage d'ossification, se déroulent une série de mutations de sels calcaires sur lesquelles on est encore très mal fixé. L'application de la microincinération au cartilage d'accroissement des os

([1]) Le rôle de la pulpe splénique *in vitro* et du sang veineux splénique *in vivo* dans la cholestérogénèse a été démontré par l'un de nous (en collaboration avec Abelous) (*Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1850, et 182, 1926, p. 98).

longs (extrémité supérieure du tibia de nouveau-nés normaux) permet d'apprécier la quantité de matières calcaires renfermées dans les diverses zones de la région d'ossification et d'apporter ainsi des documents utiles à la solution de ce problème.

Le cartilage hyalin de la tête épiphysaire donne des cendres assez abondantes, très homogènes et de teinte grisâtre. Les points occupés par les cellules ne renferment pas de matières minérales et paraissent vides. Autour de ces cavités, on trouve souvent, après incinération, un liseré de cendres ne correspondant à rien de distinct sur les coupes colorées ordinaires; la signification de ce liseré est obscure.

Le cartilage sérié se comporte comme le cartilage hyalin et montre des cendres d'aspect identique, avec cette seule différence que les espaces clairs correspondant aux cellules ont une disposition en séries.

Le cartilage hypertrophique montre, par contre, une apparence très différente. On sait qu'il renferme des groupes de cellules cartilagineuses hypertrophiées eutourées par une zone de substance fondamentale devenue plus claire, moins dense (corpuscules cartilagineux). Au niveau de ces corpuscules, la quantité de cendre est beaucoup plus faible; il y a, en ces points, une véritable déminéralisation de la matière cartilagineuse. Les travées de substance fondamentale qui séparent les corpuscules (travées intercorpusculaires) donnent par contre un dépôt de cendres identique à celui du cartilage hyalin.

Tout à fait au niveau de la zone d'ossification, au point où commencent les premières lamelles osseuses, ces travées intercorpusculaires montrent des cendres plus abondantes (cartilage calcifié). Mais, contrairement à l'opinion classique, l'hypercalcification se fait très près du point où commence l'ossification véritable. L'étendue de ce cartilage hypercalcifié est beaucoup plus réduite qu'on ne le pense ordinairement.

Les cendres fournies par les lamelles osseuses sont très différentes des cendres du cartilage. Au lieu d'être blanchâtres, d'aspect crayeux, opaques, elle sont jaunâtres, translucides, d'apparence cornée et fort résistantes, non friables. Ce fait est tout en faveur d'une différence de constitution physicochimique entre le dépôt osseux vrai et le dépôt calcaire simple. De plus, tandis que le cartilage se rétracte peu sous l'influence de la chaleur, les lamelles osseuses subissent une véritable crispation.

Ainsi l'étude des cendres de la zone d'ossification des os longs montre que les mutations calcaires à ce niveau commencent par une décalcification progressive de la substance fondamentale au niveau des cellules du carti-

lage hypertrophique. Cette déminéralisation se déroule dans une région privée de vaisseaux. Elle progresse peu à peu dans la substance fondamentale environnante. Les travées intercorpusculaires, tout d'abord, ne se modifient pas en ce qui concerne leur teneur en cendres. Mais dès que les corpuscules cartilagineux ont été ouverts et dès que le tissu conjonctif a pénétré dans leur intérieur, ces travées sont le siège d'une hyperminéralisation à peu près contemporaine du dépôt des premières lamelles osseuses. Il y a lieu de noter que la déminéralisation de la substance fondamentale coïncide avec les phénomènes d'hyperactivité des éléments cartilagineux.

PROTISTOLOGIE. — *Sur la structure, l'évolution et les affinités des Opalinopsides (Ciliés) des Céphalopodes.* Note de MM. **Édouard Chatton** et **André Lwoff**, présentée par M. F. Mesnil.

Fœttinger a fait connaître en 1881 ([1]) des Infusoires parasites du rein (*Chromidina* = *Benedenia*) et du foie (*Opalinopsis*) des Céphalopodes, dont Gonder (1905) ([2]) et Dobell (1908) ([3]) ont repris l'étude. Telle qu'elle résulte des travaux de ces trois auteurs, la connaissance des Opalinopsides peut être résumée ainsi : Holotriches à bandelettes ciliaires hélicoïdales; les unes (*Chromidina*) pourvues d'une bouche (Gonder, Dobell), les autres (*Opalinopsis*) astomes. Appareil nucléaire en réseau tendu dans tout le corps, qui représente pour Gonder un appareil chromidial, et pour Dobell un noyau ramifié analogue à celui des *Fœttingeria* ou des *Rhyzocaryum* (Caullery et Mesnil) ([4]). Pas de micronucleus (les trois auteurs). Nutrition soit par ingestion de cellules rénales (*Chromidina*, Dobell), soit par diffusion (*Opalinopsis*). Multiplication par bourgeonnement (Fœttinger) ou plutôt segmentation (Dobell) de l'extrémité postérieure. Très labiles, ne résistant pas à l'eau de mer (les trois auteurs) et ne pouvant ainsi passer directement d'un hôte à un autre (Dobell). Mode de dissémination et de passage inconnus. Affinités très discutées surtout en raison de l'absence de micronucleus qui leur assigne jusqu'ici une place à part dans les Ciliés.

L'étude des *Fœttingeriidæ* des Crustacés et des Actinies nous a amenés ([5])

([1]) *Arch. Biol.*, **2**, 1881, p. 344-367, pl. XIX-XXII.

([2]) *Arch. f. Protistenk.*, **5**, 1905, p. 240-262, pl. IX-XI.

([3]) *Quart. Journ. of Micr. Sc.*, **53**, 1908, p. 183-199, 1 planche.

([4]) Ces savants avaient déjà fait ce rapprochement.

([5]) E. Chatton et A. Lwoff, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 675-677.

à concevoir entre eux et les Opalinopsides l'existence de très étroites affinités et la notion d'un cycle des deuxièmes comportant, comme celui des premières, une phase de dissémination après palintomie et une phase de phorésie sur un Crustacé.

Nos recherches, qui ont porté surtout sur *Chromidina elegans*, à Banyuls-sur-Mer, nous ont permis de vérifier ces vues sauf pour le dernier point qui reste encore en question. Leurs résultats peuvent se résumer ainsi :

1° Les *Chromidina* sont sédentaires. Elles sont fixées à l'épithélium rénal par une papille antéro-apicale pourvue de myonèmes, et passée inaperçue jusqu'ici.

2° Elles ne montrent jamais, dans les conditions normales, cette dépression ou fente antérieure, de forme, d'étendue et de situation d'ailleurs variables, donnée comme bouche par Gonder et par Dobell. Ce sont là des artefacts. Placées dans une émulsion épaisse d'encre de Chine dans l'eau de mer, elles ne montrent jamais, comme les *Fœttingeriidæ*, l'ingestion immédiate de l'encre par un pertuis. Celle-ci n'y pénètre que par *diffusion* extrêmement lente et progressive (de 4 à 12 heures) de sa portion colloïdale (cf. von Möllendorf, Hatt), et toujours *à partir du pôle postérieur*. Les prétendues cellules rénales ingérées, colorées au rouge-neutre par Dobell, sont des enclaves d'élaboration. Elles sont d'ailleurs de dimensions très inférieures aux cellules rénales. La division des Opalinopsides en deux familles par Poche d'après l'existence ou le défaut de bouche est donc injustifiée.

3° Il existe dans chaque *Chromidina*, quelle que soit sa taille, un micronucleus et un seul, de forme fuselée, à membrane très nette, avec un caryosome sphérique situé dans la moitié postérieure du corps. Chez *Opalinopsis*, il est unique aussi et ellipsoïdal. Les Opalinopsides sont donc des Hétérocaryotes. Leur réseau chromatique représente un macronucleus, comme celui des *Fœttingeriidæ* (Chatton et Lwoff).

4° Les *Chromidina* adultes restées adhérentes à l'épithélium rénal résistent beaucoup plus longtemps (24 et 36 heures) à l'eau de mer que séparées de lui. Elles dégénèrent toujours rapidement dans les Céphalopodes morts [1].

5° La multiplication est bien, comme l'a dit Dobell, une segmentation

---

[1] On sait que les Dicyémides, qui cohabitent avec les *Chromidina* dans le rein des Céphalopodes, sont aussi très sensibles à l'eau de mer. Mais leurs mâles y résistent mieux et sont, pour cela, considérés comme formes de dissémination. Nous les avons toujours vus s'altérer au bout de 48 heures à 16°.

plutôt qu'un bourgeonnement du pôle postérieur. Elle est très comparable à la palintomie des *Fœttingeriidæ* et tout à fait semblable, en particulier, à celle des *Polyspira*.

6° Les petits individus qui en procèdent se conservent mobiles dans l'eau de mer jusqu'à 5 et 6 jours à 16°. Ils doivent donc être considérés, non seulement comme capables d'accroître l'infection à l'intérieur de l'hôte, mais encore de la disséminer à l'extérieur comme font les tomites des *Fœttingeriidæ*.

7° Ils ont tous un macronucleus, plus condensé qu'aux stades végétatifs et un micronucleus en navette. Mais ils diffèrent du tomite de tous les *Fœttingeriidæ* par l'absence de la bouche et de ses différenciations ciliaires.

8° Leur fixation n'a pu être observée, résultat négatif sans signification, étant données les difficultés de l'expérience et la spécificité possible de la phorésie de ces éléments. Nous n'écartons pas, au reste, l'hypothèse de l'infestation directe. Celle-ci témoignerait d'une condensation du cycle et, ainsi que l'astomie, apparaîtrait en rapport avec le parasitisme interne. Les *Synophrya* des Crabes, qui sont astomes à l'état d'hypertrophonte sanguicole et chez lesquelles le stade phorétique est très réduit, montrent déjà liées ces deux conditions.

En somme les *Opalinopsidæ* présentent avec les *Fœttingeriidæ* les affinités les plus étroites. Mais tandis que les premiers sont essentiellement des Ciliés phorétiques qui ne passent au parasitisme que d'une manière très graduée et encore incomplète, les seconds sont des parasites invétérés devenus astomes à tous les stades. Cette astomie, qui affecte même les éléments de dissémination extérieure, est, entre les deux familles, un caractère distinctif suffisant pour justifier leur autonomie. Mais pour bien affirmer leurs relations phylogénétiques, nous proposons de les réunir en un sous-ordre, les *Apostomea*, dont le nom exprime la régression graduelle de la bouche allant jusqu'à sa disparition.

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Influence de l'insuline, sur le trouble du métabolisme azoté dans le diabète grave.* Note de MM. **Labbé**, **Floride Nepveux** et **Hiernaux**, présentée par M. Widal.

Le diabète grave est caractérisé par un trouble profond du métabolisme azoté associé à un trouble du métabolisme des hydrocarbonés et des graisses.

L'un de nous a montré en 1907 avec M. Labbé, l'existence de la dénutrition azotée, avec H. Bith, l'existence de l'amino-acidurie, avec Dauphin, celle d'une excrétion exagérée d'azote colloïdal.

Nous avons repris ensuite l'étude du métabolisme azoté, par la mesure du rapport azotémique (et de l'amino-acidémie).

A l'état normal, le rapport azotémique varie de 48 à 50 pour 100, ainsi que l'ont établi les recherches de Hammett, de Laudat et de Fl. Nepveux. Dans le diabète bénin, le rapport azotémique reste normal. Dans le diabète grave, il s'abaisse. Dans nos 15 cas, il a varié de 15,8 à 36 pour 100.

L'azote aminé du sang, dosé au formol, dans le sérum sanguin désalbuminé, se trouve à l'état normal, dans la proportion de $0^g,040$ à $0^g,060$ par litre; la proportion est la même dans le diabète bénin, elle s'élève dans le diabète grave à $0^g,050$ et $0^g,120$ par litre.

De même le rapport de l'azote aminé à l'azote total du sérum, qui est de 12 à 16 pour 100 à l'état normal, monte de 13 à 34 pour 100 dans le diabète grave.

	Insuline.		Rap. azotémique.		Azote aminé.		Azote aminé / Azote total.		Réserve alcaline.	
Noms.	Quantités (unités).	Durée (jours).	Avant insuline (p. 100).	Après insuline (p. 100).	Avant insuline (en gr).	Après insuline (en gr).	Avant insuline (p. 100).	Après insuline (p. 100).	Avant insuline.	Après insuline.
Lacour J.	20,60	27	18	47	0,06	0,056	17,8	14	45,6	63,7
Millien...	0,30	30	26	48	0,10	0,07	29	20	57,7	62,7
Lévy.....	40,60	6	36	46,1	-	-	-	-	47,7	49,7
Héjean...	0,20	45	20	41	0,067	0,078	20	13,2	47,1	64,6
Squam...	60,100	27	24	40	0,045	0,044	16	15	28	52,8
Dien.....	20,80	10	15,8	36	-	-	-	-	38,1	68
Guill.....	290,70	64	27	35	0,075	0,06	34	23,3	17,7	65,9
Fièvre....	40	-	40	45	0,068	0,068	17	14	39,5	65,3
Arrizoli..	80	-	47	64	-	-	-	-	38	63,2
Lacour H..	20,40	28	30	33	0,045	0,083	13	14,3	42,4	66,5
Juram....	— 60	32	34	35	0,096	0,07	27	25	63,4	69,4
Darsy....	20,40	15	19,4	28	-	-	-	-	30,1	64,2
Harel....	0,60	17	29	27	-	-	-	-	33,4	59,4

Le traitement par l'insuline fait disparaître le trouble du métabolisme azoté. Nous le savions déjà par l'examen des urines; l'examen du sang le met très nettement en lumière. L'insuline relève le rapport azotémique, tantôt complètement (de 26 à 48 pour 100 dans un cas), tantôt incomplètement (de 15,8 à 36 pour 100 dans un autre cas); parfois même le rap-

port n'est pas amélioré. L'hyperamino-acidémie disparaît en même temps que le rapport azotémique se relève.

Le rapport azotémique est moins rapidement influencé que ne l'est le taux des corps acétoniques, ou celui de la réserve alcaline du plasma sanguin. Il faut un traitement plus prolongé pour rétablir le métabolisme azoté normal que pour faire cesser l'acidose.

La séance est levée à 16h.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 30 avril 1928.)

Note de M. *G. Valiron*, Sur les cercles de remplissage des fonctions méromorphes :

Page 1189, dernière ligne, *au lieu de* $\log|g(0)|$, *lire* $\overset{+}{\log}|g(0)|$.

Page 1190, ligne 2, *au lieu de* $\log|x|$, *lire* $\overset{+}{\log}|x|$.

Page 1191, ligne 2, *au lieu de* $\frac{T(r)}{1}$, *lire* $\frac{1}{T(r)}$.

Note de M. *André Meyer*, Sur les produits de condensation de l'homoptalimide avec les aldéhydes aromatiques :

Page 1216, ligne 12, après *naphtyridine* (VIII), $C^{16}H^{10}ON^2$, *ajouter* (F. 246°).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'AVRIL 1928 (*suite et fin*).

Essais de classification hélicoïdale des éléments chimiques, par CHARLES JANET. Beauvais, Imprimerie départementale de l'Oise, 1928; 1 fasc. 25^cm.

Das Weltbild der Naturwissenschaft in Lichte vroaussetzungsloser Forschung. Eine naturphilosophische Studie, par E. LINGENBERG. Badkissingen, Lingenberg, 1928; 1 fasc. 22^cm,5.

Sur l'agrandissement apparent des constellations du Soleil et de la Lune à l'horizon, par PAUL STROOBANT. Bruxelles, Marcel Hayez, 1928; 1 fasc. 22^cm,5.

Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux, 7e série, Tome I. Bordeaux, Feret et fils, 1927; 1 vol. 25^cm,5.

La pêche dans la préhistoire, dans l'antiquité et chez les peuples primitifs, par A. GRUVEL. Paris, Société d'éditions géographiques maritimes et coloniales, 1928; 1 vol 25^cm,5. (Présenté par M. Mangin.)

La production industrielle et l'utilisation mécanique de la vapeur d'eau à haute pression, par MM. CH. ROSZAK et M. VÉRON. Paris, Chaleur et Industrie, 1928; 1 vol. 28^cm,5. (Présenté par M. Guillet.)

Physique industrielle. Études sur la chaleur, par CH. ROSZAK. Paris, Dunod, 1925; 1 vol. 25^cm,5. (Présenté par M. Guillet.)

Academia das Sciencias de Lisboa. *Curso de Fisica geral.* Tome III : *Optica geométrica.* Fasc. I : *Catóptrica;* fasc II : *Dióptrica;* fasc. III : *Instrumentos de óptica*, par J. M. ALMEIDA LIMA. Lisboa, Imprensa nacional, 1926; 3 fasc. 28^cm,5.

Catalogue méridien d'étoiles variables, publié sous la direction de J. MASCART, par Mlle C. BAC. (Extrait du *Bulletin de l'Observatoire de Lyon.*) Trévoux, Patissier, 1928; 1 fasc. 24^cm.

Sur les Algues phéosporées à éclipse ou éclipsiophycées, par H.-C. SAUVAGEAU. (Extrait du *Recueil des travaux botaniques néerlandais.*) Amsterdam, Druk de Bussy, 1928; 1 fasc. 22^cm,5.

M. Berthelot (1827-1927), par D. KONOVALOV, S. VUKOLOV, I. KABLUKOV, B. MENŠUTKIN. (En russe.) Leningrad, Académie des Sciences, 1927; 1 vol. 20^cm,5.

Die Pizkrankheiten der landwirtschaftlichen kulturgewächse, par JAKOB ERIKSSON. Stuttgart, Franckh'sche Verlagshandlung, 1926; 1 vol. 23^cm,5.

Die Pilzkrankheiten der Garten und Parkgewächse, par JAKOB ERIKSSON. Stuttgart, Franckh'sche Verlagshandlung, 1928; 1 vol. 24^cm.

Les météorites tombées en France et dans ses colonies et conservées au Muséum d'histoire naturelle, avec remarques sur la classification des météorites, par A. Lacroix. (Extrait du *Bulletin du Muséum national d'histoire naturelle*, t. XXXIII.) Paris, Imprimerie Nationale, 1927; 1 fasc. 25^{cm}.

Commission permanente d'études aéronautiques. Sous-Commission des alliages légers et ultra-légers. *Mémoires résumant les travaux de la Sous-Commission* en 1926-1927. Paris, 1928; 1 fasc. 31^{cm},5. (Présenté par M. Rateau.)

Nobles vies. Grandes œuvres. *Lavoisier*, par Lucien et Désiré Leroux. Paris, Plon, 1928; 1 vol. 19^{cm},5.

La Mécanique ondulatoire, par Louis de Broglie; in *Mémorial des sciences physiques*, fasc. I. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. 25^{cm},5. (Présenté par M. de Broglie.)

Les Poissons des eaux douces d'Asie-Mineure, par Jacques Pellegrin. (Extrait du *Voyage zoologique d'Henri Gadeau de Kerville en Asie-Mineure*, avril-mai 1912.) Paris, J.-B. Baillière, 1928; 1 vol. 25^{cm},5. (Présenté par M. Bouvier.)

Le Monde des automates. Etude historique et technique, par Alfred Chapuis et Édouard Gélis. Paris, Blondel de la Rougery, 1928; 2 vol. 28^{cm}.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1927 (*suite*).

Journal de géophysique et de météorologie (en russe). Moscou, Léningrad.
Journal de la Société nationale d'horticulture de France. Paris.
Journal de pharmacie et de chimie. Paris.
Journal de physique (Le) et le Radium. Paris.
Journal des Observateurs. Marseille.
Journal of Agricultural Research. Washington.
Journal of Chemical Industry (The) (en russe). Moscou.
Journal of the American Chemical Society (The). Easton.
Journal of the British Astronomical Association (The). London.
Journal of the Chemical Society. London.
Journal of the Faculty of Science. Tokio.
Journal of the Franklin Institute. Philadelphia.
Journal of the Indian Mathematical Society (The). Madras.
Journal of the Royal Astronomical Society of Canada. Toronto.
Journal of the Royal Institute of British Architects. London.
Journal of the Royal Microscopical Society. London.
Journal of the Science Association, Maharajah's College. Madras.
Jugoslavenska Akademija Znanosti i Umjetnosti (publications). Zagreb.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SEANCE DU LUNDI 21 MAI 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de la Pentecôte la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 30 mai au lieu du lundi 28.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Cesare Artom**, professeur de Zoologie à l'Université de Pavie; M. **Torroja**, secrétaire de l'Académie des Sciences mathématiques et physiques de Madrid; M. **E. Moles**, professeur de l'Université de Madrid, secrétaire de la Fédération des Sociétés chimiques; M. **Odòn de Buen**, président de la Délégation espagnole à la Conférence économique hispano-portugaise; M. **Wright**, astronome de l'Observatoire Lick, qui assistent à la séance.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau le volume IV de l'*Histoire physique, naturelle et politique de Madagascar*, publiée par A. et G. Grandidier: *Ethnographie de Madagascar*, par Guillaume Grandidier. (Publication faite à l'aide d'une subvention accordée en 1923 sur le Fonds Loutreuil.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Le Calcul des Probabilités et l'Arithmétique.* Note de M. **Émile Borel**.

Les phénomènes arithmétiques sont rigoureusement déterminés, au moins théoriquement, même s'ils doivent nous rester toujours inconnus, en raison

de la faiblesse des moyens dont nous disposons. C'est ainsi que la décimale du nombre π qui occupe le rang 10^{1000} après la virgule, ou le nombre premier qui occupe ce même rang dans la série des nombres premiers, sont abstraitement des nombres déterminés, mais qui resteront vraisemblablement toujours ignorés.

Dans quelles conditions peut-on appliquer à de tels phénomènes arithmétiques le calcul des probabilités? C'est là une question délicate, que j'ai eu l'occasion de discuter dans le fascicule de mon *Traité des probabilités* consacré aux applications à l'arithmétique. Je voudrais signaler aujourd'hui un aspect intéressant de cette question, relatif à la distribution des nombres premiers. Ces remarques m'ont été inspirées par l'étude de la publication d'une table des nombres premiers compris entre 100000000 et 100100000 par MM. L. Poletti et E. Sturani [1]. Le nombre des nombres premiers compris dans cet intervalle est 5410, c'est-à-dire que leur densité moyenne est 5,41 pour 100.

J'ai supputé, dans la première moitié de la table (100000000 à 100050000), le nombre des nombres premiers contenus dans chacune des 500 centaines; il est, d'autre part, facile de calculer la répartition théorique qui résulterait du hasard, en admettant que des points soient distribués avec une densité moyenne de 5,41 dans chaque intervalle (correspondant à 100 unités), sans que l'on sache rien d'autre sur la nature de ces points ou sur leur distribution.

La distribution observée donne des nombres variant de 0 à 11 tandis que la distribution calculée fait prévoir des nombres variant de 0 à 13 (alors que la valeur moyenne serait 5,41); de plus les différences entre les fréquences observées et les fréquences calculées pour ces divers nombres sont assez grandes, ainsi qu'il résulte du tableau suivant, où T désigne la fréquence observée d'après la Table et C la fréquence calculée; N est le nombre de nombres premiers ou des points répartis qui se présentent dans les 500 centaines un nombre de fois égal à T ou à C.

---

[1] *Rendiconti del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere*, 2e série, 61, 1928, p. 140.

N.	T.	C.	T − C.
0	1	2	− 1
1	10	12	− 2
2	20	33	−13
3	34	60	−26
4	96	80	+16
5	103	87	+16
6	97	78	+19
7	69	60	+ 9
8	40	41	− 1
9	20	24	− 4
10	6	13	− 7
11	4	6	− 2
12	0	3	− 3
13	0	1	− 1
Total	500	500	0

On voit que pour les fréquences voisines de la fréquence moyenne, 4, 5, 6 et 7, il y a excès du nombre observé, tandis que pour les autres fréquences, c'est l'inverse qui se produit. Il y a, par exemple, 103 centaines sur 500 renfermant exactement 5 nombres premiers, alors que le calcul ne permettrait d'en prévoir que 87 (¹).

En résumé, la répartition par centaines des nombres premiers dans l'intervalle considéré est *sensiblement plus régulière que si elle était due au hasard*. Ce résultat n'est pas très surprenant, puisque la démonstration même de la formule bien connue qui donne la fréquence asymptotique des nombres premiers permettrait de calculer avec une certaine précision le nombre exact des nombres premiers dans un *assez grand* intervalle. Ce qui doit peut-être nous frapper davantage, c'est le fait que, malgré les différences appréciables avec la répartition théorique C, la répartition T effectivement observée d'après la table dans de *petits intervalles* a la même allure que cette répartition théorique, avec un coefficient de dispersion légèrement inférieur.

Il y aurait intérêt à poursuivre ces investigations, à la fois à l'aide des tables publiées de nombres premiers et en utilisant des considérations théoriques et de se rendre compte exactement de la forme sous laquelle on peut

(¹) Une vérification faite par le calcul de ΣNT m'a permis de constater une erreur de 2 unités dans le nombre total (2720 au lieu de 2722); cette erreur de moins de 1 sur 1000 m'a paru assez faible pour que j'aie jugé inutile de reprendre tout le travail.

appliquer le calcul des probabilités à cette répartition. D'une manière précise, il serait désirable de donner le moyen de prévoir, par le calcul, les nombres de la colonne T, ou du moins des nombres théoriques ne présentant pas de différences systématiques avec ces nombres observés. Il serait alors possible de résoudre des problèmes relatifs à la répartition des nombres premiers dans des intervalles numériques pour lesquels le calcul direct est et restera toujours impraticable. On pourrait, par exemple, résoudre, *avec une approximation connue*, le problème suivant : dans l'intervalle compris entre 10^{20} et $10^{20}+10^{6}$, combien y a-t-il de centaines ne renfermant aucun nombre premier?

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur un comparateur propre à la mesure des spectres filiformes destinés à la détermination des vitesses radiales des étoiles.* Note de M. **Maurice Hamy**.

J'ai donné (¹) des indications générales sur la construction d'un nouveau comparateur, propre à la mesure des spectrogrammes obtenus en vue de la détermination des vitesses radiales des étoiles. J'ai conçu cet appareil dans le but de donner aux mesures des spectres stellaires étroits la précision qui leur fait défaut. Or il y a grand intérêt, pour diminuer la durée des temps de poses de ces spectres, et sous d'autres rapports, à réduire le plus possible leur largeur. La solution à laquelle je me suis arrêté offre l'avantage de faire disparaître le grain de la gélatine de la couche photographique, circonstance éminemment favorable à assurer l'exactitude des pointés sur les raies spectrales. Après des tâtonnements, inévitables dans une recherche de ce genre, j'ai réussi à réaliser la nouvelle machine. Mon premier soin a été de recourir à l'expérience, pour me rendre compte du degré d'exactitude des résultats auxquels conduit son utilisation.

Comme je l'ai déjà expliqué, la méthode de mesure, adoptée avec l'instrument, est fondée sur la comparaison d'un spectrogramme stellaire à un spectrogramme solaire, tous deux obtenus avec le même spectrographe et encadrés des mêmes raies de comparaison. Leurs images, fournies par un système optique particulier dont j'ai donné la description, sont découpées en bandes longitudinales, imbriquées les unes dans les autres et visibles simultanément dans le champ d'un microscope. Les opérations s'exécutent,

---

(¹) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 981.

en se conformant à des conditions qui ont été nettement définies. Pour avoir une idée de la précision susceptible d'être atteinte avec l'appareil, dans la mesure relative de ces spectrogrammes, en cas de spectre stellaire très étroit, j'ai remplacé le spectre stellaire par un second spectre solaire, de largeur réduite à $0^{mm},1$. Le calcul faisant connaître les vitesses radiales du Soleil, pour les deux épreuves, leur différence est parfaitement connue. On peut ainsi contrôler à coup sûr les nombres fournis par l'expérience.

L'accord des vitesses radiales calculées avec celles tirées des mesures confirme pleinement mes prévisions sur l'utilité de la nouvelle machine, dans les recherches précises.

L'étroitesse du spectre, tenant lieu de spectre stellaire, n'affecte pas l'exactitude des pointés. Sa largeur pourrait d'ailleurs tomber au-dessous de $0^{mm},1$, sans inconvénient. Il y a simplement à résoudre alors une question d'intensité d'éclairage et l'on dispose, sous ce rapport, de vastes possibilités, en faisant emploi des lampes électriques puissantes que l'on construit aujourd'hui. Or la mesure de spectres aussi déliés, par les moyens habituels, ne comporte pas le degré de précision que l'on cherche à atteindre, dans la détermination des vitesses radiales. J'ajouterai que les résultats obtenus, par l'emploi de la nouvelle machine, ont été excellents, bien que plusieurs des pièces dont elle se compose aient été faites en bois, pour accélérer sa construction.

En résumé, le comparateur donne des possibilités nouvelles, dans le problème de la détermination précise des vitesses radiales, sujet qui intéresse en particulier la recherche de la parallaxe solaire par la voie spectroscopique, avec une dispersion élevée.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations géologiques dans la Corse orientale : essai de synthèse tectonique.* Note de MM. **Pierre Termier** et **Eugène Maury**.

Nos récentes observations stratigraphiques et tectoniques en Corse orientale [1] nous permettent de rattacher définitivement cette région Est

[1] Faites en commun avec MM. Steinmann, Kober, Staub, Tilmann et Raguin (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1077-1081, 1168-1172, 1247-1251 et 1324-1327).

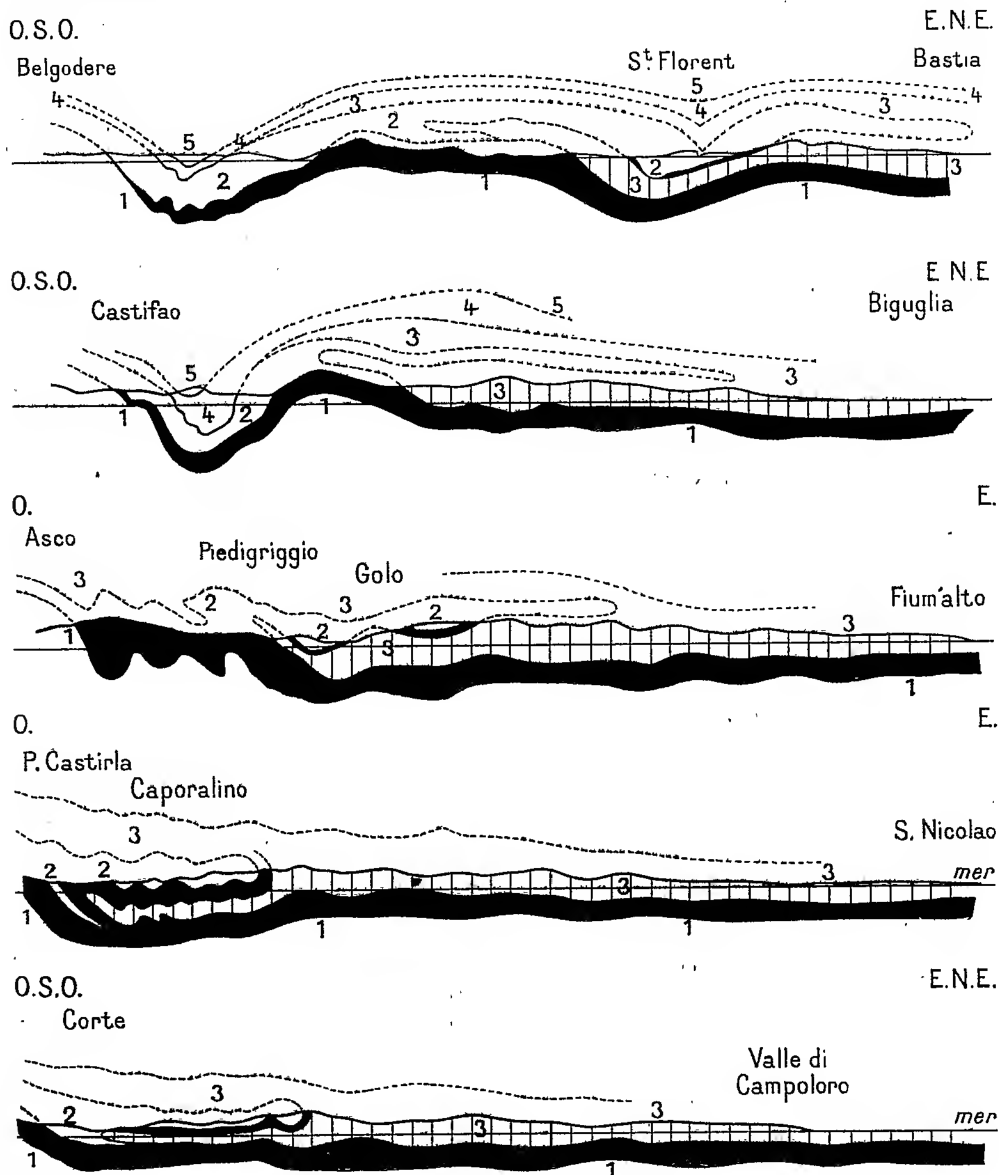
de l'île à la chaîne alpine et de lui donner sa place et son rôle dans l'immense synthèse des Alpes. La Corse orientale est incontestablement un *pays de nappes*, et les nappes qui la constituent sont incontestablement des *nappes alpines*. Par rapport à la Corse hercynienne, ou Corse profonde, dont la partie visible forme la région centrale et la région occidentale de l'île, le mouvement d'ensemble de ces nappes a été dirigé de l'Est à l'Ouest. Mais l'une d'elles, la plus puissante, la nappe III ou nappe des Schistes Lustrés a subi, dans toute la contrée comprise entre la côte nord et les environs de Venaco, un retour en arrière qui a ramené sur elle des éléments arrachés au pays autochtone : ces éléments, ainsi arrachés et refoulés en arrière, sont ce que nous avons appelé la nappe II, dont le mouvement, par rapport à III, est inverse et, par conséquent, de l'Ouest à l'Est. Il y a eu là un phénomène analogue à celui qui, dans les Alpes pennines, grées et cottiennes, a fait plonger sous l'éventail briançonnais le pli couché du Mont-Rose, du Grand-Paradis, du massif Dora-Maira. Cela revient à dire que, dans un espace assez vaste, une partie de la nappe des Schistes Lustrés a *pénétré sous* la couverture sédimentaire du massif profond ou, plus exactement, *sous* une lame granitique décollée de ce massif; mais ce n'est là qu'une complication locale du mouvement d'ensemble des Schistes Lustrés, mouvement d'ensemble qui est une avancée de l'Est à l'Ouest *par-dessus* la Corse hercynienne et sa couverture mésozoïque et paléogène.

La longueur aujourd'hui visible de la région où s'est produite cette pénétration est d'une centaine de kilomètres (de Venaco à Macinaggio); mais elle se prolonge au Nord, sous la mer, nous ne savons jusqu'où. Le maximum d'amplitude de la pénétration paraît avoir été d'environ 30^{km} et avoir coïncidé approximativement avec le parallèle de Bastia; il semble que déjà à Venaco la pénétration soit nulle, et qu'il n'y ait plus là qu'un redressement jusqu'à la verticale de la surface de charriage, base des Schistes Lustrés.

Nous donnons ici une série de cinq profils tectoniques à travers la région comprise entre la Balagne et les environs de Corte. Ces profils sont Est-Ouest ou dirigés de l'Ouest-Sud-Ouest à l'Est-Nord-Est; ils sont donc à peu près parallèles entre eux et parallèles au cheminement des nappes. Il eût été facile d'en tracer d'autres, plus méridionaux; mais la simplification graduelle de la structure, du Nord au Sud, les rendait inutiles.

Les chiffres 1, 2, 3, 4, 5 du dessin correspondent aux unités tectoniques I, II, III, IV, V de notre texte. 1 est la Corse granitique, hercynienne, ou

profonde; le noir opaque est la *protogine*, c'est-à-dire la zone où le granite est laminé par le traînage des nappes; l'épaisseur réelle de cette *zone proto-*



Cinq profils tectoniques à travers la Corse orientale.
Échelle $\frac{1}{320\,000}$.

ginique est souvent bien supérieure à celle que nous avons indiquée; le complexe dit des *roches brunes* n'a pas été séparé de la *protogine*. 2 est la

couverture sédimentaire du pays 1, tantôt collée à 1 et autochtone [1], tantôt décollée de 1 en gardant à sa base une lame granitique, et alors plissée, chiffonnée, disloquée, refoulée, rejetée en arrière. 3 est la nappe des Schistes Lustrés, avec *roches vertes* et radiolarites, nappe où règne partout le métamorphisme. 4 et 5 sont deux nappes supérieures dont il ne reste que des lambeaux peu étendus (vallée de la Navaccia et col de San Colombano); ces deux nappes supérieures ne contiennent pas de terrains métamorphiques; 4 a des faciès Margna, avec radiolarites et *roches vertes;* 5, des faciès austro-alpins inférieurs. Le Miocène de Saint-Florent et celui de Ponte-Leccia sont supposés enlevés.

Dans ce pays de nappes (sauf dans 2 qui est souvent bouleversée et chaotique), l'allure horizontale est la règle, avec, simplement, de larges ondulations. Ce n'est que sur le bord de la haute chaîne que les pendages, brusquement, se redressent, redressement qui a eu comme conséquence que les nappes ont disparu, enlevées par l'érosion. Le promontoire du Cap Corse et la chaîne du Tenda sont deux larges voûtes entre lesquelles le golfe de Saint-Florent est un synclinal de nappes.

L'âge des charriages est probablement postpriabonien. Par analogie avec la région de Savone (Ligurie), nous le croyons antérupélien. Il serait donc lattorfien suivant toute vraisemblance. Quant à l'âge du plissement ou de l'ondulation des nappes, il est postpontien, c'est-à-dire de l'extrême fin du Miocène ou du début du Pliocène. Les dépôts pontiens de Saint-Florent se reliaient jadis à ceux de Ponte-Leccia; les uns et les autres contiennent des galets des porphyres de la haute chaîne : la voûte du Tenda qui fait aujourd'hui monter la *protogine* jusqu'à près de 1500^{m} d'altitude n'existait donc pas à l'époque pontienne.

La disparition des Schistes Lustrés à l'ouest du Tenda, entre le Nummulitique autochtone de Palasca et les lambeaux des nappes 4 et 5, et aussi le fait que, dans cette région, les phénomènes de laminage du substratum s'atténuent jusqu'à disparaître, ces deux faits donnent à penser que la nappe des Schistes Lustrés finissait réellement ici, qu'elle ne dépassait guère, dans sa marche vers l'Ouest, le pays qui est devenu le Tenda. Les nappes supérieures auraient été un peu plus loin qu'elle. L'avancée générale de toutes les nappes aurait été beaucoup plus grande sur le parallèle de Corte; et c'est là sans doute qu'elle a été maxima.

Si l'on compare cette structure corse aux coupes des Alpes, on voit les

(1) En supposant que l'unité 1 soit autochtone, ce que nous ne savons pas avec certitude : c'est une *autochtonie* probable et relative.

analogies et les différences. I (1 de la figure) s'apparente à la zone Mercantour, Pelvoux, Mont Blanc, Aar, et a dû donner naissance à des nappes du type helvétique aujourd'hui disparues, nappes faites des terrains de la couverture sédimentaire II (2 de la figure). III correspond à l'ensemble des nappes pennines. IV et V (4 et 5 de la figure) sont déjà austro-alpines. La série des nappes est ici très réduite. Les nappes Aiguilles d'Arves et Briançonnais n'existent pas, ou sont fondues dans le complexe pennin. Rien ne permet de croire que les nappes austro-alpines moyennes et supérieures se soient prolongées jusqu'en Corse.

Il est désormais certain que c'est par l'est du massif corso-sarde que les Alpes se prolongent dans la Méditerranée occidentale. Elles contournent la Sardaigne par le Sud, s'en vont passer un peu au sud des Baléares; et on les retrouve, *avec leurs nappes pennines*, dans la Sierra Nevada (P. Termier, H. A. Brouwer, R. Staub, E. Raguin).

Reste le problème de l'Apennin, de l'île d'Elbe, de la Ligurie, problème dont la solution semble prochaine. Il y a, à l'île d'Elbe, une nappe de Schistes Lustrés, très métamorphique, surmontée d'une nappe non métamorphique qui contient radiolarites et roches vertes. Raison forte de penser que l'île d'Elbe appartient encore aux Alpes. C'est dans l'étroit intervalle Elbe-Toscane que passerait la séparation Alpes-Apennin : les Alpes s'enfonçant à l'Est sous l'Apennin, comme en Ligurie, séparées de l'Apennin par un *coin* de pays dinarique (*Toscanides* de N. Tilmann, et schistes de Gênes).

ÉLASTICITÉ. — *Sur les équations des petits mouvements des surfaces élastiques.* Note de M. **Louis Roy.**

Les équations des petits mouvements d'une surface élastique autour d'une position d'équilibre stable se déduisent aisément des équations générales, en différentiant celles-ci, les accroissements δ de chaque quantité étant comptés à partir de l'état d'équilibre et les termes figurant hors des caractéristiques δ devant recevoir leurs valeurs correspondant à l'équilibre. Dans le cas de la surface à trois paramètres ([1]), les quatre inconnues principales sont les composantes u, v, w du déplacement d'un point M de la

([1]) Voir nos Notes des 20 février, 23 avril et 7 mai 1928 (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 480, 1081 et 1251).

surface moyenne S suivant les axes locaux $Muvw$ et l'accroissement θ de la température en M par rapport à la température d'équilibre.

Les équations ainsi obtenues sont évidemment très compliquées, elles se simplifient notablement si la surface est plane dans son état primitif, plus encore si, en outre, les petits mouvements s'effectuent autour de cet état, puisque alors les forces et couples extérieurs et de liaisons sont tous nuls à l'équilibre. Dans ces conditions, les équations indéfinies deviennent

$$(1)\quad \left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial\, \delta\mathcal{R}_u}{\partial \omega} + \frac{\partial\, \delta\mathcal{R}_{1u}}{\partial \omega_1} = \delta\mathcal{X}_e - \rho\, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ &\frac{\partial\, \delta\mathcal{R}_{1u}}{\partial \omega} + \frac{\partial\, \delta\mathcal{R}_{1v}}{\partial \omega_1} = \delta\mathcal{Y}_e - \rho\, \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ &\frac{\partial}{\partial \omega}\left(\delta\mathfrak{M}_e + \rho\, \frac{e^2}{12}\, \frac{\partial^3 w}{\partial \omega\, \partial t^2} - \frac{\partial\, \delta\mathcal{C}_v}{\partial \omega} - \frac{\partial\, \delta\mathcal{C}_{1v}}{\partial \omega_1}\right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \omega_1}\left(- \delta\mathcal{L}_e + \rho\, \frac{e^2}{12}\, \frac{\partial^3 w}{\partial \omega_1\, \partial t^2} + \frac{\partial\, \delta\mathcal{C}_u}{\partial \omega} + \frac{\partial\, \delta\mathcal{C}_{1u}}{\partial \omega_1}\right) + \delta\mathcal{Z}_e - \rho\, \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \end{aligned} \right.$$

et les conditions aux limites

$$(2)\quad \left\{ \begin{aligned} &\delta\mathcal{X} + a\, \delta\mathcal{R}_u + b\, \delta\mathcal{R}_{1u} = 0, \\ &\delta\mathcal{Y} + a\, \delta\mathcal{R}_{1u} + b\, \delta\mathcal{R}_{1v} = 0, \\ &\delta\mathcal{Z} + \frac{\partial\, \delta\mathcal{N}}{\partial l} + \delta\mathfrak{T}_e + a\left(\frac{\partial\, \delta\mathcal{C}_v}{\partial \omega} + \frac{\partial\, \delta\mathcal{C}_{1v}}{\partial \omega_1} - \rho\, \frac{e^2}{12}\, \frac{\partial^3 w}{\partial \omega\, \partial t^2}\right) \\ &\qquad - b\left(\frac{\partial\, \delta\mathcal{C}_u}{\partial \omega} + \frac{\partial\, \delta\mathcal{C}_{1u}}{\partial \omega_1} + \rho\, \frac{e^2}{12}\, \frac{\partial^3 w}{\partial \omega_1\, \partial t^2}\right) \\ &\qquad + \frac{\partial}{\partial l}\left[a(a\, \delta\mathcal{C}_u + b\, \delta\mathcal{C}_{1u}) + b(a\, \delta\mathcal{C}_v + b\, \delta\mathcal{C}_{1v})\right] = 0, \\ &\delta\mathfrak{T} - a(a\, \delta\mathcal{C}_v + b\, \delta\mathcal{C}_{1v}) + b(a\, \delta\mathcal{C}_u + b\, \delta\mathcal{C}_{1u}) = 0; \end{aligned} \right.$$

les quantités

$$\delta\mathcal{N} = a\, \delta\mathcal{L} + b\, \delta\mathfrak{M}, \qquad \delta\mathfrak{T} = b\, \delta\mathcal{L} - a\, \delta\mathfrak{M}$$

représentant les composantes du couple par unité de longueur ($\delta\mathcal{L}$, $\delta\mathfrak{M}$) suivant la normale extérieure (a, b) et la tangente (b, $-a$) au contour, puisque S coïncide maintenant, dans son état d'équilibre, avec son image dans le plan $\omega O \omega_1$, et $\delta\mathfrak{T}_e$ ayant une signification analogue à celle de $\delta\mathfrak{T}$ relativement au couple par unité d'aire ($\delta\mathcal{L}_e$, $\delta\mathfrak{M}_e$).

Les variations $\delta\mathcal{R}_u$, $\delta\mathcal{R}_{1u}$, ..., $\delta\mathcal{C}_{1v}$ sont calculables dans le cas d'une contexture quelconque ; elles se simplifient évidemment si la substance présente trois plans de symétrie de contexture et surtout si elle est isotrope. On trouve

alors :

$$\delta\mathcal{R}_u = -2e\left\{\frac{\mu}{\lambda+2\mu}\left[-\nu\theta + 2(\lambda+\mu)\frac{\partial u}{\partial\omega} + \lambda\frac{\partial v}{\partial\omega_1}\right] + (\Lambda+\mathrm{M})\frac{\partial^2 u}{\partial\omega\,\partial t} + \Lambda\frac{\partial^2 v}{\partial\omega_1\,\partial t}\right\},$$

$$\delta\mathcal{R}_{1u} = -e\left[\mu\left(\frac{\partial u}{\partial\omega_1} + \frac{\partial v}{\partial\omega}\right) + \mathrm{M}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial\omega_1} + \frac{\partial v}{\partial\omega}\right)\right],$$

$$\delta\mathcal{R}_{1v} = -2e\left\{\frac{\mu}{\lambda+2\mu}\left[-\nu\theta + \lambda\frac{\partial u}{\partial\omega} + 2(\lambda+\mu)\frac{\partial v}{\partial\omega_1}\right] + \Lambda\frac{\partial^2 u}{\partial\omega\,\partial t} + (\Lambda+\mathrm{M})\frac{\partial^2 v}{\partial\omega_1\,\partial t}\right\},$$

$$\delta\mathcal{C}_u = -\frac{e^3}{6}\left(\mu\frac{\partial^2 w}{\partial\omega\,\partial\omega_1} + \mathrm{M}\frac{\partial^3 w}{\partial\omega\,\partial\omega_1\,\partial t}\right) = -\delta\mathcal{C}_{1v},$$

$$\delta\mathcal{C}_v = \frac{e^3}{6}\left[\mu\left(\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}\Delta w + \frac{\partial^2 w}{\partial\omega^2}\right) + \Lambda\frac{\partial\,\Delta w}{\partial t} + \mathrm{M}\frac{\partial^3 w}{\partial\omega^2\,\partial t}\right],$$

$$\delta\mathcal{C}_{1u} = -\frac{e^3}{6}\left[\mu\left(\frac{\lambda}{\lambda+2\mu}\Delta w + \frac{\partial^2 w}{\partial\omega_1^2}\right) + \Lambda\frac{\partial\,\Delta w}{\partial t} + \mathrm{M}\frac{\partial^3 w}{\partial\omega_1^2\,\partial t}\right],$$

λ, μ désignant les deux coefficients d'élasticité de Lamé, ν le troisième coefficient qu'introduisent les variations de température, Λ et M les coefficients de viscosité de la plaque. En substituant ces expressions dans les équations (1) et (2), on voit que la température n'influe que sur le mouvement tangentiel et l'on retrouve ainsi les équations que nous avons obtenues directement autrefois ([1]), mais complétées ici par les termes de viscosité. Si, pour simplifier, on suppose la plaque homogène et d'épaisseur constante, l'équation indéfinie du mouvement transversal s'écrit :

$$\frac{e^3}{6}\Delta\Delta\left[2\mu\frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}w + (\Lambda+\mathrm{M})\frac{\partial w}{\partial t}\right]$$
$$-\delta\mathcal{Z}_\nu - \frac{\partial\,\delta\mathcal{M}_\nu}{\partial\omega_1} + \frac{\partial\,\delta\mathcal{E}_\nu}{\partial\omega_1} + \rho\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(w - \frac{e^2}{12}\Delta w\right) = 0$$

et les deux conditions aux limites correspondantes

$$\delta\mathcal{Z} + \frac{\partial\,\delta\mathcal{M}}{\partial l} + \delta\mathcal{T}_\nu - \rho\frac{e^2}{12}\frac{\partial^3 w}{\partial n\,\partial t^2}$$
$$+\frac{e^3}{6}\frac{\partial}{\partial n}\left[2\mu\frac{\lambda+\mu}{\lambda+2\mu}\Delta w + (\Lambda+\mathrm{M})\frac{\partial\,\Delta w}{\partial t} + \frac{\partial^2}{\partial l^2}\left(\mu w + \mathrm{M}\frac{\partial w}{\partial t}\right)\right] = 0,$$

$$\delta\mathcal{T} - \frac{e^3}{6}\left[\frac{\lambda\mu}{\lambda+2\mu}\Delta w + \frac{\partial^2}{\partial n^2}\left(\mu w + \mathrm{M}\frac{\partial w}{\partial t}\right) + \Lambda\frac{\partial\,\Delta w}{\partial t}\right] = 0,$$

$\frac{\partial}{\partial n}$ désignant la dérivée suivant la normale extérieure du contour.

---

(1) L. Roy, *Recherches sur les propriétés thermomécaniques des corps solides* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 6e série, 6, 1910, p. 240).

M. **Georges Perrier** présente à l'Académie le tome 5 des *Travaux de la Section de Géodésie de l'Union géodésique et géophysique internationale : Rapports nationaux sur les travaux géodésiques dans les différents pays, présentés à la troisième Assemblée générale, Prague*, 29 *août*-10 *septembre* 1927. Ce volume constitue le premier de ceux qui rendront compte au monde savant des travaux de cette Section à la troisième Assemblée générale de l'Union tenue à Prague en septembre dernier. Ne contenant pas moins de 30 rapports et 81 planches, il présente le tableau complet des travaux géodésiques effectués dans les États contractants de l'Union depuis sa dernière Assemblée, à Madrid, en 1924.

M. **Georges Perrier** fait également hommage à l'Académie des volumes antérieurs de la série des *Travaux de la Section de Géodésie* et de la collection du *Bulletin géodésique* trimestriel, toutes publications parues sous sa direction.

NOMINATIONS.

M. **L. Joubin** est désigné pour représenter l'Académie au centenaire de la reconnaissance d'utilité publique de la *Société Linnéenne de Bordeaux*, les 30 juin et 1er juillet 1928.

MM. **L. de Launay, Ch. Depéret, P. Janet, L. Lumière, G. Ferrié** sont désignés pour représenter l'Académie à l'inauguration que fera la Société française des Électriciens de la maison d'*Ampère* à Poleymieux, le samedi 2 juin 1928.

MM. **H. Deslandres, G. Bigourdan, M. Hamy, Ch. Lallemand, H. Andoyer, G. Ferrié, E. Fichot, G. Perrier, A. de la Baume-Pluvinel** sont désignés pour constituer la délégation française à la troisième Assemblée générale de l'*Union astronomique internationale* qui se tiendra à Leyde du 5 au 13 juillet 1928.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Le Opere* di Alessandro Volta. Edizione nazionale. Volume sesto.

2° *Leçons sur les spectres mathématiques* professées à la Sorbonne en 1928, par Michel Petrovitch.

3° Pedro Jevenois. *El túnel submarino del estrecho de Gilbraltar.* (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *La détermination de la totalité des nombres représentables par une forme quadratique positive à plus de quatre variables.* Note [1] de M. **W. A. Tartakowsky**, présentée par M. Hadamard.

Pour résoudre le problème énoncé dans une Note précédente [2], il faut déterminer la totalité des nombres (ν) pour lesquels la valeur absolue du terme principal dans la formule (7) de la Note mentionnée est plus grande que celle du terme complémentaire, soit $s \geqq 5$.

Nous allons nous servir de la décomposition (6) de la Note précédente pour la *singular series* $\gamma(F_1\nu)$. La détermination de la borne inférieure de $\gamma(F_1\nu)$ se réduit à l'évaluation analogue des $\chi_p(F_1\nu)$ et tout revient donc à l'évaluation du nombre des solutions de certaines congruences.

Nous dirons que la solution $(h_1, h_2, \ldots, h_s)$ de la congruence $\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_s) \equiv m \pmod{p^\tau}$ est régulière : 1° dans le cas où $p=2$ et les coefficients de tous les $x_i x_j$ pairs, à condition que l'un au moins des s nombres $\frac{1}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial h_1}, \ldots, \frac{1}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial h_s}$ soit impair, et 2° dans tous les autres cas, si un au moins des s nombres $\frac{\partial\varphi}{\partial h_1}, \ldots, \frac{\partial\varphi}{\partial h_s}$ n'est pas divisible par p.

Pour [3] $p / 2\Delta(F)$ on peut calculer $\chi_p(F_1\nu)$, à l'aide de la formule de

(1) Séance du 23 avril 1928.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1337.

(3) $/$ signifie « divise » et $\not/$ « ne divise pas ».

récurrence

$$(1)\quad N(p^{\tau+1};\varphi, p^{\sigma}\mu)$$
$$= p^{s-1}N(p^{\tau};\varphi, p^{\sigma}\mu) + p^{s}N(p^{\tau-1};\varphi, p^{\sigma-1}\mu) - p^{2s-1}N(p^{\tau-1};\varphi, p^{\sigma-2}\mu)$$

(que l'on peut obtenir pour $\tau > 1$ et $\sigma > 1$), on trouve les expressions effectives pour $N(p^{\tau}, \varphi, p^{\sigma}\mu)$ pour $\tau \geqq 1$, $\sigma \geqq 0$, $p \not\mid \mu$ et $\not\mid 2\Delta(F)$. En se basant sur ces formules, on peut montrer que chaque nombre entier, zéro inclus, est régulièrement représentable (mod p^{τ}) par une forme arbitraire φ à trois variables, si p est impair et $\not\mid \Delta(F)$. Dans le cas de $s \geqq 5$, on peut démontrer que chaque nombre entier peut être représenté (mod 8) régulièrement par une forme quadratique (où les coefficients des produits peuvent être aussi impairs), si le reste principal de la classe de cette forme (mod 8) est $\varphi = \Phi(x_1, x_2, \ldots, x_l) + 2\Psi(x_{l+1}, \ldots, x_s)$, où $l \geqq 3$ et les coefficients de Φ et Ψ sont impairs. En employant les formules obtenues à l'aide de (1) pour les $p \not\mid 2\Delta(F)$, nous trouvons

$$x_p(F, v) \geqq 1 - \frac{1}{p(p-1)}, \qquad \prod_{2\times 2\Delta(F)}^{\infty} x_p(F, v) \geqq \prod_{p=3}^{\infty}\left[1 - \frac{1}{p(p-1)}\right].$$

La difficulté principale est l'évaluation de $x_l(F, v)$ pour $p / 2\Delta(F)$. Elle se résout par la propriété suivante : Au cas où la congruence

$$\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_s) \equiv m \qquad (\text{mod } p^l) \ (l \geqq 3 \text{ pour } p = 2 \text{ et } l \geqq 1 \text{ pour les autres } p)$$

a exactement x solutions régulières, elle a exactement $x.p^{(\tau-l)(s-1)}$ solutions régulières, mod p^{τ} ($\tau \geqq l$). On introduit l'*égalisation*, qui consiste : 1° en substitution « égalisante » du type $x_i = p^{\omega_i}\xi_i$ (nous appellerons $\Sigma\omega_i = \omega$ — degré de cette opération) faite sur la congruence

$$\varphi(x_1, \ldots, x_s) \equiv m \qquad (\text{mod } p^l),$$

et 2° en réduction des trois éléments de cette congruence par le multiplicateur « égalisant » p^k ainsi obtenu. Cela nous conduira à la congruence

$$\varphi_1(x_1, \ldots, x_s) \equiv m_1 \qquad (\text{mod } p^{l-k}).$$

On peut montrer que $N(p^l; \varphi, m) \geqq p^{-\omega}N(p^{l-k}; \varphi_1, m_1)$.

Soient $\delta(p) = 3$ pour $p = 2$, 1 pour $p > 2$; $U_j(p)$ l'exposant de la puissance la plus élevée qui divise $o_1 o_2 \ldots o_{j-1}$ (1); $\gamma_j(p) = 1$ si $p = 2$ et

(1) Voir MINKOWSKY, *Gesammelte Werke*, Band 1 : *Grundlagen, etc.*, p. 5-12.

que χ_j entre dans un des produits du reste principal module 2^t; dans les autres cas, $\lambda(p) = U_3(p) + \gamma_3(p) + \delta(p)$. Si un nombre est représentable par la forme module $p^{\lambda(p)}$, mais que parmi ces représentations il ne s'en trouve pas de régulières, on peut faire une égalisation (de degré moindre que $s\lambda$ et dont le multiplicateur « égalisant » $p^{k(p)} \leqq p^{\lambda(p)-\delta(p)}$) après laquelle la nouvelle congruence admettra aussi des solutions, dont une au moins sera régulière *a priori*; ou bien la congruence sera de la forme

$$\Phi(x_1 \ldots x_t) + p\Psi(x_{t+1} \ldots x_s) \equiv p^{\sigma - k(p)} \mu (\bmod p^{\lambda(p) - k(p)}) \; t \geqq 3,$$

où les coefficients de Φ et de Ψ sont premiers avec p. Mais une congruence pareille, d'après les lemmes indiqués, doit avoir des solutions régulières. Cela nous donne $x_p(F, \nu) \geqq p^{-2\lambda(p)s}$ et nous trouvons :

$$\gamma(F, \nu) \geqq 2^{-8s}[\Delta(F)]^{3s} \prod_{p=3}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{p(p-1)}\right) = \gamma_0(F),$$

dans le cas où ν est représentable par $F(x_1 \ldots x_s)$ selon tous les modules $p^{\lambda(p)}$ où $p/2\Delta(F)$. En posant $d = \prod\limits_{p/2\Delta(F)} p^{\lambda(p)}$, nous obtenons le théorème :

La condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre ν soit représentable par une forme quadratique positive $F(x_1 x_2 x_3)$ dans le cas de $s \leqq 5$ (lorsque ce nombre surpasse une quantité N qui peut être calculée à l'aide des coefficients de la forme F) est présentée par la possibilité de la représentation de ce nombre ν par la forme F modulo d, ce qui se réduit au fait que ν est contenu dans un certain système fini des progressions qui ont la différence commune d.

Le nombre $r(F, \nu)$ des représentations est donné par la formule

$$(3) \quad r(F, \nu) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)^s}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)} \frac{\nu^{\frac{1}{2}s-1}}{\sqrt{\Delta(F)}} \gamma(F, \nu) + \vartheta c_2 \nu^{b_1} \qquad \left(|\vartheta| \leqq 1;\; b_1 < \frac{1}{2}s - 1 - 0{,}05\right).$$

b_1 dépendant seulement des s et c_2, seulement des coefficients de F''. Donc :

I. On détermine le système des progressions indiquées dans le théorème.

II. On détermine consécutivement les constantes c_2, b_1 et N.

III. On détermine les nombres des progressions trouvées qui sont plus petits que N et ne peuvent être représentés par F.

Tous ces trois moments de l'algorithme n'exigent, pour une forme donnée, qu'un nombre fini d'opérations élémentaires.

GÉOMÉTRIE. — *Sur certaines congruences de normales.*
Note de M. **P. Vincensini.**

Soient X, Y, Z (fonctions connues de u, v) les cosinus directeurs d'un rayon quelconque d'une congruence rectiligne; Φ une fonction *arbitraire* des variables u, v fixant le rayon; x et y les coordonnées du point où le rayon perce le plan xOy.

Envisageons les congruences définies par des équations de la forme

$$(1) \qquad x = \mathcal{F}(Z)\Delta(\Phi, Y), \qquad y = -\mathcal{F}(Z)\Delta(\Phi, X);$$

$\mathcal{F}(Z)$ est une fonction *quelconque* de Z et Δ le paramètre différentiel mixte du premier ordre relatif au ds^2 de la représentation sphérique de la congruence $ds^2 = E\,du^2 + 2F\,du\,dv + G\,dv^2$.

Ces congruences dérivent simplement des congruences de normales (1). Recherchons celles des congruences (1) qui sont elles-mêmes normales. Elles dépendent d'une équation du deuxième ordre à laquelle on peut donner une forme simple *invariante*, se prêtant par suite aisément aux transformations (transformable entre autres en équation harmonique). La condition pour qu'une congruence (1) soit normale $\left(S\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial X}{\partial v} = S\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial X}{\partial u}\right)$ s'écrit, après un calcul facile, et en posant $h\sqrt{EG - F^2} = 1$:

$$(2) \quad \frac{1}{h}\mathcal{F}'(Z)[X\Delta(\Phi, X) + Y\Delta(\Phi, Y)] + \mathcal{F}(Z)\left[\frac{\partial X}{\partial v}\frac{\partial \Delta(\Phi, Y)}{\partial u} - \frac{\partial Y}{\partial u}\frac{\partial \Delta(\Phi, X)}{\partial v} + \frac{\partial Y}{\partial u}\frac{\partial \Delta(\Phi, X)}{\partial v} - \frac{\partial X}{\partial u}\frac{\partial \Delta(\Phi, Y)}{\partial v}\right] = 0.$$

Transformons le deuxième crochet. En posant α, β, γ, δ pour

$$h^2(G\Phi_{11} - F\Phi_{12}), \quad h^2(E\Phi_{12} - F\Phi_{11}), \quad h^2(G\Phi_{21} - F\Phi_{22}), \quad h^2(E\Phi_{22} - F\Phi_{11}),$$

$$\Phi_{\mu\nu} = \frac{\partial^2\Phi}{\partial x_\mu \partial x_\nu} - \sum_i \begin{Bmatrix}\mu\nu \\ i\end{Bmatrix}\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \qquad (x_1 = u, \quad x_2 = v),$$

les dérivées des paramètres différentiels s'écrivent

$$\frac{\partial \Delta(\Phi, X)}{\partial u} = \alpha\frac{\partial X}{\partial u} + \beta\frac{\partial X}{\partial v} - \frac{\partial \Phi}{\partial u}X, \qquad \frac{\partial \Delta(\Phi, X)}{\partial v} = \gamma\frac{\partial X}{\partial u} + \delta\frac{\partial X}{\partial v} - \frac{\partial \Phi}{\partial v}X,$$

et l'on a des expressions analogues pour les dérivées de $\Delta(\Phi, Y)$.

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1182.

En tenant compte de ces expressions et en utilisant les relations

$$\frac{D(X, Y)}{D(u, v)} = \frac{Z}{h}, \qquad X\frac{\partial Y}{\partial v} - Y\frac{\partial X}{\partial v} = h\left(F\frac{\partial Z}{\partial v} - G\frac{\partial Z}{\partial u}\right),$$

$$Y\frac{\partial X}{\partial u} - X\frac{\partial Y}{\partial u} = h\left(F\frac{\partial Z}{\partial u} - F\frac{\partial Z}{\partial v}\right),$$

la deuxième quantité entre crochets de (2) s'écrit successivement :

$$\frac{1}{h}\left[-Z(\alpha+\delta) + h^2\frac{\partial\Phi}{\partial u}\left(F\frac{\partial Z}{\partial v} - G\frac{\partial Z}{\partial u}\right) + h^2\frac{\partial\Phi}{\partial v}\left(F\frac{\partial Z}{\partial u} - E\frac{\partial Z}{\partial v}\right)\right],$$

$$-\frac{1}{h}[Z(\alpha+\delta) + \Delta(\Phi, Z)].$$

Il suffit maintenant de remarquer que l'on a

$$\alpha + \delta = h^2(G\Phi_{11} - 2F\Phi_{12} + E\Phi_{22}) = \Delta_2\Phi, \qquad X\Delta(\Phi, X) + Y\Delta(\Phi, Y) = -Z\Delta(\Phi, Z),$$

pour pouvoir mettre (2) sous la forme invariante annoncée :

$$(3) \qquad \Delta_2\Phi + \frac{d\log[Z\mathcal{F}(Z)]}{dZ}\Delta(\Phi, Z) = 0.$$

Si $\mathcal{F}(Z) = Z, \frac{1}{Z}, \frac{1}{Z} - Z$, on a les congruences normales à surface moyenne plane, à enveloppée moyenne point, à foyers associés équidistants d'une droite fixe. Dans le cas général, (3) est une équation linéaire de la forme

$$M\frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2} + N\frac{\partial^2\Phi}{\partial u\,\partial v} + P\frac{\partial^2\Phi}{\partial v^2} + Q\frac{\partial\Phi}{\partial u} + R\frac{\partial\Phi}{\partial v} = 0.$$

Avec la représentation isométrique $\left(u = \log\operatorname{tang}\frac{u_1}{2}, u_1 = \text{colatitude}; v = \text{longitude}\right)$, (3) s'écrit :

$$(4) \qquad \frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial v^2} + \frac{d\log[Z\mathcal{F}(Z)]}{\partial u}\frac{\partial\Phi}{\partial u} = 0.$$

Z étant fonction de u seul, on sait que (4) peut être transformée en une équation de Laplace à *invariants égaux* réductible à la forme harmonique, ce qui revient à prendre pour représentation sphérique le système des génératrices rectilignes. Alors l'équation (3) prend la forme

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial u\,\partial v} + \frac{\partial\log\sqrt{Z\mathcal{F}(Z)}}{\partial v}\frac{\partial\Phi}{\partial u} + \frac{\partial\log\sqrt{Z\mathcal{F}(Z)}}{\partial u}\frac{\partial\Phi}{\partial v} = 0.$$

Parmi les équations (3), celle qui correspond aux congruences à surface

moyenne plane, $\mathfrak{F}(Z) = Z$,

$$Z \Delta_2 \Phi + 2 \Delta(\Delta_1 Z) = 0,$$

est, sous une nouvelle forme, l'équation des surfaces minima.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe d'équations du second ordre, intégrables à l'aide des fonctions polygènes.* Note de M. **Calugaréano**.

Dans une Note antérieure [1] nous avons montré que les fonctions polygènes d'une variable complexe peuvent satisfaire à des équations différentielles. On démontre facilement que toute fonction polygène, contenant ou non des constantes arbitraires, est attachée, de ce point de vue, à une équation différentielle. Mais toute équation ne possède pas des solutions polygènes. Ainsi, nous avons pu démontrer que toutes les équations *du second ordre*, admettant des solutions polygènes, rentrent nécessairement dans la classe

$$y'' + A(z, y)y'^2 + B(z, y)y' + C(z, y) = 0, \tag{1}$$

A, B et C étant des fonctions analytiques de z et y, satisfaisant aux deux conditions

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial y} &= 2\frac{\partial A}{\partial z}, \\ B^2 - 4AC &= 4\frac{\partial C}{\partial y} - 2\frac{\partial B}{\partial z}. \end{aligned} \right. \tag{2}$$

Pour obtenir ce résultat, il suffit de substituer

$$y' = \frac{\partial y}{\partial z} + \mu \frac{\partial y}{\partial \bar{z}}, \qquad y'' = \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} + 2\mu \frac{\partial^2 y}{\partial z \, \partial \bar{z}} + \mu^2 \frac{\partial^2 y}{\partial \bar{z}^2}; \qquad \mu = e^{-2i\varphi},$$

dans (1) et d'annuler les puissances de μ. On trouve le système

$$\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} + A\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2 + B\frac{\partial y}{\partial z} + C = 0,$$

$$2\frac{\partial^2 y}{\partial z \, \partial \bar{z}} + 2A\frac{\partial y}{\partial z}\frac{\partial y}{\partial \bar{z}} + B\frac{\partial y}{\partial \bar{z}} = 0,$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial \bar{z}^2} + A\left(\frac{\partial y}{\partial \bar{z}}\right)^2 = 0.$$

---

[1] Voir *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 930.

La dernière équation, qu'on peut appeler une *équation aux dérivées aréolaires*, s'intègre facilement, car $\bar{z}$ doit être regardé comme indépendant de z. On a

$$\bar{z}\Phi_1(z) + \Phi_2(z) = \int_0^{y} e^{\int_0 A(z,s)\,ds}\,dt = \Psi(z, y) \tag{3}$$

qui, résolue par rapport à y, fournira les solutions polygènes de (1) si cet y satisfait aussi aux deux premières équations de (S_1). Cette méthode, assez laborieuse, a l'avantage de déterminer complètement les fonctions monogènes Φ_1 et Φ_2 restées arbitraires. Les conditions (2) s'obtiennent plus facilement par élimination de y dans le système (S_1). A et B étant liées par la première équation (2), la seconde donne

$$C = e^{-\int A\,dy}\left[\Phi(z) + \frac{1}{4}\int\left(B^2 + 2\frac{\partial B}{\partial z}\right)e^{\int A\,dy}\,dy\right],$$

$\Phi(z)$ étant une fonction monogène arbitraire. On voit que la classe (1) garde beaucoup de généralité. On trouve

$$\Phi_1 = \alpha, \qquad \Phi_2 = \beta z + \gamma - \int_0^z (z - s)\Phi(s)\,ds,$$

α, β et γ étant des constantes arbitraires, ce qui détermine complètement les solutions polygènes définies par (3). Le changement de $\bar{z}$ en $z - C$ nous offre, selon un théorème annoncé précédemment, les solutions monogènes de (1). Les équations (1) sont donc intégrables par quadratures. Ces résultats se généralisent à des classes d'équations d'ordre supérieur.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques relations entre la croissance d'une fonction holomorphe dans un demi-plan et sa croissance en une suite de points isolés.* Note (¹) de M. **Vladimir Bernstein**, présentée par M. Hadamard.

1. Le but de cette Note est d'indiquer le théorème suivant :

I. *Soit $\varphi(z)$ une fonction holomorphe pour $R(z) > \alpha$ et satisfaisant aux deux conditions*

$$\overline{\lim_{t=\infty}} \frac{\log|\varphi(\beta \pm it)|}{t} \leq \vartheta < \pi \qquad \text{pour } \beta > \alpha; \tag{1}$$

$$|\varphi(re^{i\psi})| < e^{Ar}|\Gamma(1 + \delta re^{i\psi})| \quad \text{pour} \quad -\frac{\pi}{2} < \psi < \frac{\pi}{2} \qquad (r < r_0), \tag{2}$$

(¹) Séance du 14 mai 1928.

où A *est une constante quelconque et* δ *est compris entre* o *et* $2\left(1-\frac{\vartheta}{\pi}\right)$ (*limites exclues*). *Si alors l'une des inégalités*

$$(a)\qquad |\varphi(z)| < e^{k|z|-\gamma|z|\log|z|},$$
$$(b)\qquad |\varphi(z)| < e^{k|z|-\gamma|z|(\log|z|)^{\omega}},$$
$$(c)\qquad |\varphi(z)| < e^{k|z|},$$
$$(d)\qquad |\varphi(z)| < e^{k|z|+\gamma|z|(\log|z|)^{\omega}},$$
$$(e)\qquad |\varphi(z)| < e^{k|z|+\Delta|z|\log|z|},$$

où k, γ, Δ, ω *sont des constantes telles que* $\gamma > 0$, $0 < \Delta < \delta$, $0 < \omega < 1$, *est vérifiée pour toutes les valeurs entières de* z, *sauf peut-être pour une suite de valeurs exceptionnelles de densité zéro, la même inégalité, où l'on devra peut-être remplacer* k *par un nombre* k_1 *supérieur à* k, *sera vérifiée dans chaque angle* $|\psi| \leqq \psi_0 < \frac{\pi}{2}$ *intérieur au demi-plan* $R(z) > \alpha$.

De plus, si l'inégalité (*a*) *est vérifiée avec une valeur de* γ *supérieure à* $\frac{2\vartheta}{\pi}$, *la fonction* $\varphi(z)$ *est identiquement nulle.*

Ce théorème, qui généralise un théorème que j'ai indiqué en 1926 (1), se déduit d'une généralisation d'un théorème de Le Roy-Lindelöf (2) et de son inverse (3). Voici cette généralisation :

Théorème direct. — *Soit* $\varphi(z)$ *une fonction holomorphe pour* $R(z) > \alpha$ (α non entier et plus grand que $\frac{-1}{\delta}$) *et satisfaisant aux conditions* (1) *et* (2). *La série* $\sum_{0}^{\infty} \varphi(\nu)\, x^{\nu}$ *est alors sommable par la fonction sommatrice* $E_{\delta}(x)$ (4) *dans le domaine*

$$(S)\qquad \vartheta + \frac{\delta\pi}{2} < \arg x < 2\pi - \left(\vartheta + \frac{\delta\pi}{2}\right)$$

---

(1) V. Bernstein, *Sull'unicità di funzioni interpolari ecc.* (*Rend. Acc. Lincei*, 6e série, 3, 1926, p. 540).

(2) E. Lindelöf, *Calcul des résidus*, p. 108-116, Paris, 1905.

(3) Voir F. Carlson, *Sur une classe de séries de Taylor*, Upsal, 1914, p. 51, ou V. Bernstein, *Sopra l'interpolazione a mezzo di funzioni olomorfe in un semipiano* (*Rend. Acc. Lincei*, 6e série, 3, 1926, p. 732). Je ne connaissais pas le travail de M. Carlson lorsque j'ai publié cette Note. Ma démonstration est d'ailleurs légèrement différente de la sienne.

(4) Voir par exemple Buhl, *Séries analytiques : Sommabilité* (*Mém. Sc. math.*, VII, p. 31).

et sa somme $f(x)$ est holomorphe dans le domaine

$$\text{(H)} \qquad \vartheta < \arg x < 2\pi - \vartheta.$$

En outre, quelque petits que soient les nombres positifs σ et ε, l'expression

$$\text{(3)} \qquad \left\{ \begin{array}{ll} f(x)\, x^{-(\alpha+\varepsilon)} & si \quad \alpha > -1, \\ \left\{ f(x) + \sum_{\nu=1}^{k} \frac{\varphi(-\nu)}{x^{\nu}} \right\} x^{-(\alpha+\varepsilon)} & si \quad -k > \alpha > -(k+1) \end{array} \right.$$

reste bornée dans le domaine

$$\text{(H}') \qquad \vartheta + \sigma < \arg x < 2\pi - (\vartheta + \sigma).$$

Théorème inverse. — *Si la série*

$$\text{(4)} \qquad a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots$$

est sommable par la fonction sommatrice $E_\delta(x)$ dans le domaine (S), ϑ et δ étant tels que $\vartheta < \pi$, $\vartheta + \frac{\delta\pi}{2} < \pi$, et si, α étant un nombre non entier et plus grand que $\frac{-1}{\delta}$, la série associée $\sum_0^{\infty} \frac{a_\nu}{\Gamma(1+\delta\nu)}$ a un rayon de convergence non nul et sa somme $f_1(x)$ satisfait, quelque petits que soient les nombres positifs σ et ε, à la condition

$$|f_1(x)\, x^{-(\alpha+\varepsilon)}| < M(\sigma) \qquad si \quad \alpha > -1,$$

$$\left| \left\{ f_1(x) + \frac{\alpha_{-1}}{x} + \frac{\alpha_{-2}}{x^2} + \ldots + \frac{\alpha_{-k}}{x^k} \right\} x^{-(\alpha+\varepsilon)} \right| < M(\sigma) \qquad si \quad -k > \alpha > -(k+1)$$

dans le domaine

$$\text{(S}') \qquad \vartheta + \frac{\delta\pi}{2} + \sigma < \arg x < 2\pi - \left(\vartheta + \frac{\delta\pi}{2} + \sigma\right),$$

il existe une fonction $\varphi(z)$ holomorphe pour $R(z) > \alpha$ qui satisfait aux conditions (1) et (2), et qui est telle que

$$\varphi(n) = a_n \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$
$$\varphi(-n) = \alpha_{-n}\Gamma(1 - \delta n) \qquad (n = 1, 2, \ldots, n < -\alpha).$$

Dans ces conditions, la somme $f(x)$ de la série (4) est holomorphe dans tout le domaine (H), et l'expression (3) reste bornée dans le domaine (H'), quelque petits que soient les nombres positifs σ et ε.

J'espère avoir l'occasion de donner bientôt la démonstration de ces théorèmes dans un autre recueil.

La condition $\alpha > -\frac{1}{\delta}$ est introduite pour que les pôles de $\Gamma(1+\delta z)$ n'interviennent pas. Elle peut être aisément levée de même que la condition que α n'est pas un nombre entier.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les droites de Julia des fonctions entières.* Note [1] de M. **Miécislas Biernacki**, présentée par M. Hadamard.

Dans une Note récente [2], j'ai énoncé le théorème suivant : *$f(z)$ étant une fonction entière d'ordre positif, il existe une demi-droite issue de l'origine, telle que, $\theta(z)$ désignant l'une quelconque des fonctions*

$$\ldots,\quad f''(z),\quad f'(z),\quad f(z),\quad \int_0^z f(z)\,dz,\quad \int_0^z dz\int_0^z f(z)\,dz,\quad \ldots$$

et $P(z)$ un polynome, un angle de sommet origine et d'ouverture arbitrairement petite contenant la demi-droite considérée à son intérieur contient une infinité des racines de toutes les équations de la forme $\theta(z)-P(z)=0$, sauf pour un seul polynome pour chaque fonction $\theta(z)$ au plus. J'ai esquissé d'ailleurs les démonstrations dans le cas de l'ordre infini. Je vais indiquer la marche des raisonnements dans le cas où la fonction $f(z)$ est d'ordre fini positif ρ.

Supposons d'abord qu'aucune fonction de la suite : $f(z)$, $f'(z)$, ..., ne soit exceptionnelle (B). q étant un nombre positif ($q>1$) et k un entier arbitrairement grand, il existe un angle A″ d'ouverture $\frac{\pi}{2k}$, l'angle $|\arg z|\leqq\frac{\pi}{4k}$ par exemple, et une suite infinie des couronnes $S_n : \frac{r_n}{q}<|z|<r_n$, telles que $f(z)$ a $r_n^{\rho-\varepsilon}$ zéros au moins dans les secteurs interceptés par les S_n dans A″. En désignant par $\varphi(z)$ l'une quelconque des fonctions $\int_{c_1}^z dz\ldots\int_{c_1}^z f(z)\,dz$, je poserai $x=\log r$, $x_n=\log r_n$, etc. Si $\mu(r)$ est le maximum de $|\varphi(z)|$ sur l'arc de $|z|=r$ compris dans l'angle A′ $\left(|\arg z|\leqq\frac{\pi}{k}\right)$,

---

[1] Séance du 14 mai 1928.

[2] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1260, théorème III.

je poserai

$\overset{+}{\mathrm{V}}(x) = \log_2 \mu(r)$ si $\log_2 \mu(r) \geqq (\log x)^2$ et $\overset{+}{\mathrm{V}}(x) = (\log x)^2$ si $\log_2 \mu(r) \leqq (\log x)^2$.

Je choisirai enfin un nombre fixe δ tel que $\frac{k-\rho}{k} < \delta < 1$. Deux cas sont seulement possibles :

1° Ou bien il existe une fonction $\varphi(z)$ et une suite partielle $r'_1, r'_2, \ldots, r'_n, \ldots$ extraite de la suite $r_1, r_2, \ldots, r_n, \ldots$, telle que ε étant un nombre positif arbitrairement petit on aura $\overset{+}{\mathrm{V}}(x + \log q) < \overset{+}{\mathrm{V}}(x) + \varepsilon$ dans tout l'intervalle $\delta x'_n \leqq x \leqq x'_n$ dès que $n > n_\varepsilon$.

2° Ou bien quelle que soit la fonction $\varphi(z)$ on peut trouver un nombre positif fixe h tel que l'inégalité $\overset{+}{\mathrm{V}}(x + \log q) > \overset{+}{\mathrm{V}}(x) + h$ sera vérifiée en un point ξ_n de chaque intervalle $\delta x_n \leqq x \leqq x_n$ dès que $n > n_0$.

Dans le *premier cas*, on trouve que $\varphi(z)$ et ses intégrales sont d'ordre inférieur à ρ dans les secteurs interceptés dans A' par les couronnes $\frac{r'_n}{q} < |z| < q r'_n$. L'inégalité de Jensen montre, d'autre part, qu'il existe, dans ces couronnes, des points où ces fonctions sont d'ordre effectif ρ. Des raisonnements analogues à ceux du théorème I de ma Note citée achèvent la démonstration.

Dans le *deuxième cas*, on pose $t_n = e^{\xi_n}$ et l'on étudie la famille $\varphi_n(z) = \varphi(t_n z)$ dans le secteur R : $|\arg z| \leqq \frac{2\pi}{k}$, $\frac{1}{q^3} < |z| < q^3$. Si la famille $\varphi_n(z)$ n'y est pas normale, l'angle $|\arg z| \leqq \frac{2\pi}{k}$ contient une droite $(\mathcal{J}^*)$ (¹) de $\varphi(z)$.

Si la famille est normale, la seule fonction limite possible est la constante infinie et le noyau, tel qu'il a été défini par M. Mandelbrojt (²), ne contient pas la constante un. On peut établir que dans un domaine intérieur à R, les $\varphi'_n(z)$ n'ont qu'un nombre borné de zéros; ceci permet d'appliquer les résultats de la Note citée de M. Mandelbrojt : on trouve ainsi, en posant $g(z) = \frac{f(z)}{\varphi(z)}$, qu'à l'intérieur des secteurs variables R_n qui correspondent au R, $|g(z)|$ est compris en général entre deux puissances fixes de $|z|$ et que $\left|\frac{g'(z)}{g(z)}\right|$ est inférieur, dans les mêmes régions, à $\mathrm{K}\frac{\log|z|}{|z|}$, K étant fixe. Si $\varphi(z)$ ne s'annule pas dans $|\arg z| \leqq \frac{2\pi}{k}$, $|g(z)|$ est inférieur, d'après M. Boutroux (³), à une

(¹) Cf. ma Note citée.
(²) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1248.
(³) *Acta mathematica*, 28, 1904, p. 145.

puissance fixe de $|z|$ dans tout l'angle A'. En appliquant alors une formule de MM. R. et F. Nevanlinna ([1]) au secteur $|\arg z| \leqq \frac{\pi}{2k}$, $\rho_0 < |z| < \rho$, en choisissant ρ_0 dans l'intervalle $\frac{t_n}{q^2} \leqq \rho_0 \leqq \frac{t_n}{q}$ et en faisant augmenter ρ indéfiniment on est conduit à une contradiction ; $\varphi(z)$ a donc une infinité de zéros dans $|\arg z| \leqq \frac{2\pi}{k}$. En faisant augmenter k indéfiniment et en remplaçant ensuite, dans tout ce qui précède, $f(z)$ successivement par $f'(z)$, $f''(z)$, ..., on obtient l'énoncé. Si une fonction $f^{(m)}(z)$ était exceptionnelle (B), elle serait bornée dans un angle et l'on pourrait reprendre les raisonnements du premier cas.

Le théorème subsiste vraisemblablement pour toutes les fonctions d'*ordre nul;* il en est bien ainsi lorsque le nombre des zéros de $f(z)$ dans toute couronne $r < |z| < qr$ ne dépasse pas un nombre fixe; il en est encore de même (du moins en ce qui concerne les dérivées) si tous les zéros de $f(z)$ sont positifs. Il en résulte, en tenant compte des conditions connues de M. Ostrowski ([2]) que *la dérivée logarithmique d'une fonction entière possède toujours une droite de Julia.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un groupe de rotations fonctionnelles à un paramètre et sur certaines équations intégro-différentielles qui y sont attachées.* Note ([3]) de M. **J. Delsarte**, présentée par M. Goursat.

Partons d'un noyau symétrique gauche

$$h_0(su) = \sum_p \frac{V_p(u)\,U_p(s) - U_p(u)\,V_p(s)}{\alpha_p},$$

où les U_p et les V_p forment un système orthogonal normé et où $\sum_p \frac{1}{\alpha_p^2}$ converge, de telle sorte que la série h_0 converge en moyenne.

Considérons ensuite le noyau symétrique gauche

$$h_t(su) = \sum_p \frac{V_p(u)\,U_p(s) - U_p(u)\,V_p(s)}{\frac{t}{2}\cot\frac{t}{2\alpha_p}},$$

([1]) *Acta societ. scient. Fennicæ*, 50, v, 1922, p. 34-36.

([2]) Montel, *Leçons sur les familles normales*, p. 174 et 175.

([3]) Séance du 14 mai 1928.

cette série convergeant en moyenne comme celle qui donne h_0, quel que soit t, et se réduisant pour $t = 0$ à la série h_0.

Prenons enfin la rotation euclidienne [1]

$$(1) \qquad g_t(s) = f(s) + t\int_a^b k_t(su)f(u)\,du,$$

où $k_t(su)$ désigne la résolvante du noyau $h_t(su)$ pour la valeur $\frac{t}{2}$ du paramètre λ.

Ces rotations, dépendant du paramètre t, forment un groupe à un paramètre, et ce paramètre est canonique; c'est-à-dire que la rotation de paramètre 0 est l'identité et que le produit des rotations de paramètres t et t_1 est la rotation de paramètre $t + t_1$.

Les trajectoires du groupe sont les $\mathfrak{M}_1$ intégrales de l'équation intégro-différentielle

$$\frac{\partial}{\partial t} g_t(s) = \int_a^b h_0(su)\,g_t(u)\,du.$$

qui admet l'intégrale première

$$\int_a^b [g_t(s)]^2\,ds = \text{const.}$$

et qui doit être rapprochée des systèmes d'équations différentielles linéaires identiques à leurs associés.

La relation (1) donne l'intégrale se réduisant à $f(s)$ pour $t = 0$.

On aura aussi pour $g_t(s)$ les développements suivants :

$$(2) \qquad g_t(s) = f(s) + \sum_{n=1}^{\infty} \int_a^b h_0^{(n)}(su)\,\frac{t^n}{n!}\,f(u)\,du =$$

$$(3) \qquad = \sum_p \left\{ U_p(s)\left[a_p \cos\frac{t}{\alpha_p} - b_p \sin\frac{t}{\alpha_p}\right] + V_p(s)\left[a_p \sin\frac{t}{\alpha_p} + b_p \cos\frac{t}{\alpha_p}\right]\right\}.$$

Le développement (2) converge uniformément quel que soit t;

Le développement (3) converge en moyenne quel que soit t; et l'on y a posé

$$a_p = [f.U_p] = \int_a^b f(s)\,U_p(s)\,ds, \qquad b_p = [f.V_p] = \int_a^b f(s)\,V_p(s)\,ds.$$

---

(1) Voir à ce sujet ma *Thèse* publiée aux *Ann. de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3e série, **20**, 1928, p. 29.

On doit prendre comme transformation infinitésimale du groupe l'opérateur différentiel fonctionnel

$$\varkappa[F] = \int_a^b \int_a^b h_0(su) f(u) F'_{f(s)}\{|f|| s\} \, du \, ds,$$

défini pour toute fonctionnelle dérivable $F\{|f|\}$.

Cet opérateur a toutes les propriétés de l'opérateur analogue employé en théorie des groupes. En particulier on a pour t assez petit

$$F\{|g_t|\} = F\{|f|\} + \frac{t}{1}\varkappa[F] + \frac{t^2}{2!}\varkappa^{(2)}[F] + \ldots,$$

avec

$$\varkappa^{n}[F] = \varkappa[\varkappa^{n-1}[F]];$$

si F est une fonctionnelle linéaire, $\varkappa^{(n)}$ se réduit à

$$\varkappa^{n}[F] = \int_a^b \int_a^b h_0^{(n)}(su) f(u) F'_{f(s)}\{|f|| s\} \, du \, ds.$$

Enfin les fonctionnelles invariées par le groupe sont solution de l'équation

$$\varkappa[F] = 0;$$

c'est nécessaire et suffisant.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la structure analytique d'une fonction continue arbitraire.* Note (¹) de Mlle **Nina Bary**, présentée par M. Émile Borel.

1. On sait que Camille Jordan a introduit dans la science la notion de *fonction à variation bornée*. C'est à lui qu'on doit l'idée d'une classe de fonctions dont l'allure est composée d'un nombre fini d'allures *monotones :* toute fonction à variation bornée est la somme d'une fonction *croissante* et d'une fonction *décroissante*.

D'autre part, on sait que parmi les fonctions à variation bornée les fonctions absolument continues jouissent d'une propriété toute remarquable d'être un *élément analytique :* toute fonction absolument continue est une intégrale indéfinie et *vice versa*.

(¹) Séance du 14 mai 1928.

2. C'est en suivant la voie de Jordan qu'on rencontre le problème : trouver la famille la plus générale des fonctions dont chacune est une combinaison *finie* de fonctions monotones. Et c'est en suivant cette voie qu'on obtient le résultat peu attendu suivant :

I. *Toute fonction continue $\mathcal{F}(x)$ d'une variable réelle est la somme de trois fonctions absolument continues de fonctions absolument continues*

$$\mathcal{F}(x) = f_1[\varphi_1(x)] + f_2[\varphi_2(x)] + f_3[\varphi_3(x)].$$

D'ailleurs les fonctions intérieures φ_i peuvent être supposées à nombres dérivés bornés et les fonctions extérieures f_i essentiellement croissantes [1].

La notion qui se rattache à ce théorème est celle de *rang d'une fonction continue*. Appelons *rang* d'une fonction continue $\mathcal{F}(x)$ le nombre *minimum* des termes dans la représentation de la fonction donnée sous la forme d'une somme de fonctions $f_i[\varphi_i(x)]$, les f_i et φ_i étant absolument continues. D'après la proposition énoncée, on voit bien que toute fonction continue est de rang inférieur ou égal à 3. Cette définition à laquelle nous avons été naturellement conduits paraîtra sans doute plus claire si nous constituons la proposition suivante : *il existe des fonctions continues de rang précisément égal à* 1, *à* 2 *et à* 3 [2].

3. M. René Baire a introduit dans la Théorie des fonctions l'idée très féconde de rechercher la structure géométrique qui caractérise d'une manière complète les fonctions d'une famille donnée. C'est lui qui a trouvé la structure géométrique qui caractérise les fonctions discontinues représentables par des séries convergentes de polynomes.

M. Menchoff et moi avons indiqué la structure géométrique qui caractérise les fonctions continues de rang 1 [3]. Donc le problème de M. Baire pour les fonctions continues de rang 1 est complètement résolu.

---

(1) Nous sommes amenés ainsi à représenter l'allure d'une fonction continue arbitraire par *neuf* allures monotones (et absolument continues). J'ai démontré précédemment [voir ma Note *Sur la représentation finie des fonctions continues* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1112)] que toute fonction continue est la somme de *quatre* fonctions absolument continues de fonctions absolument continues $f_i[\varphi_i(x)]$. Or ce nombre quatre est superflu, le théorème restant exact pour trois fonctions de la forme $f_i[\varphi_i(x)]$.

(2) Il serait intéressant d'avoir une fonction $\mathcal{F}(z)$ d'une variable complexe z, continue sur la périphérie du cercle $z = 1$, dont les parties réelle et imaginaire seraient des fonctions continues de rangs donnés à l'avance.

(3) Il faut et il suffit que l'ensemble des valeurs de $\mathcal{F}(x)$ aux points où sa dérivée $\mathcal{F}'(x)$ n'existe pas ou n'est pas finie, soit de mesure nulle [voir N. Bary et D. Menchoff, *Sur l'intégrale de Lebesgue-Stieltjes et les fonctions absolument conti-*

Quant aux fonctions de rang 2 nous n'avons à présent que des résultats fort partiels ([1]).

Mais il existe des fonctions continues dont le rang est précisément égal à 3. Tel est le cas des fonctions *ridées*.

Nous appellerons *fonction ridée* toute fonction continue $F(x)$ qui possède la propriété suivante : quel que soit l'ensemble E de mesure *positive* dans le domaine de la définition de $F(x)$, il existe un ensemble E_1 de mesure nulle contenu dans E, tel que $F(x)$ est *monotone* sur E_1 et l'ensemble des valeurs de $F(x)$ sur E_1 est de mesure positive.

On a, relativement aux fonctions ridées, la proposition suivante :

II. *Toute fonction ridée est une fonction de rang 3 précisément.*

4. Indiquons enfin qu'il serait très désirable d'étendre les résultats précédents aux fonctions continues de plusieurs variables.

De même il est très intéressant de savoir si toute fonction continue $F(x)$ est représentable par la somme de quatre (ou même trois) *itérations* de fonctions absolument continues $\varphi_i[\varphi_i(x)]$ (nous n'avons considéré ici que les superpositions). S'il en est ainsi nous aurons une proposition analogue à celle de Fermat sur la représentation de chaque nombre entier par une somme de quatre carrés.

---

nues de fonctions absolument continues (*Annali di Matematica pura ed applicata*, 4e série, 5, 1927-1928, p. 43)]. Une propriété équivalente est due à MM. Banach et Saks *Sur les fonctions absolument continues de fonctions absolument continues* (*Fund. Math.*, 11, 1927, p. 87).

([1]) Comme exemple, indiquons que toute fonction continue à dérivée finie quasi partout est sûrement de rang $\leqq 2$. (On dit qu'une propriété a lieu quasi partout dans un intervalle (a, b) si elle est vérifiée sur un ensemble E de mesure positive dans toute portion de $(a, b.)$ Il en résulte que toute fonction jouissant de la propriété $\mathfrak{N}$ est de rang $\leqq 2$. [On dit avec M. Lusin qu'une fonction $\mathcal{F}(x)$ jouit de la propriété $\mathfrak{N}$ (propriété nulle) si l'ensemble des valeurs de $\mathcal{F}(x)$ sur chaque ensemble de mesure nulle est encore de mesure nulle].

Il existe des fonctions de rang 2 qui ne possèdent de dérivée que sur un ensemble de mesure nulle.

La série trigonométrique de Fourier d'une fonction de rang 1 étant toujours quasi partout convergente, il serait très désirable de former des fonctions continues de rang 2 telles que la démonstration de la convergence quasi partout de leurs séries de Fourier présenterait des difficultés *sérieuses*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries numériques divergentes.* Note de M. **D. Pompeiu**, présentée par M. Émile Borel.

1. Dans un Mémoire inséré au *Bulletin de la Société mathématique de France* (54, 1926, p. 5), M. Paul Lévy, s'occupant des procédés de sommation des séries divergentes, signale à l'attention des analystes un point de vue nouveau ou, du moins, qui n'a jamais été développé systématiquement et qui mérite de l'être. D'après ce point de vue, la possibilité d'attribuer, à certaines séries divergentes, un nombre S comme somme, résulterait d'une espèce de compensation entre les valeurs S_n, lorsque n croît indéfiniment.

2. Cette idée de compensation et le caractère de moyenne attribué à S fait penser tout de suite, lorsque du problème discontinu on passe au problème continu, aux fonctions $f(x)$ *discontinues*, mais qui sont fonctions *dérivées*, c'est-à-dire donnent lieu, pour tous les points de l'intervalle où $f(x)$ est définie, à la relation

$$f(x) = F'(x),$$

$F(x)$ étant une fonction *continue* et *dérivable*. Dans une Note, publiée il y a 22 ans, dans *l'Enseignement mathématique* [1] (8, III, mai 1906, p. 203-206), j'avais considéré le cas d'une fonction $f(x)$ dont l'expression analytique devient indéterminée en un certain point x_0 et cette expression analytique ne tendant pas vers une limite déterminée, lorsque x tend vers x_0 (en sorte que la méthode classique de la vraie valeur, fondée sur la *continuité*, ne peut pas s'appliquer) et j'avais proposé d'attribuer au point x_0 à la fonction $f(x)$, comme vraie valeur, la valeur $f(x_0)$ qui résulterait de l'opération $F'(x_0)$, *dans le cas où $f(x)$ est une fonction dérivée*, $F(x)$ étant sa primitive.

3. Cela rappelé, considérons les sommes S_n relatives à une série numérique divergente. La recherche d'un nombre S, comme somme de la série divergente, peut être mise en rapport avec le problème de vraie valeur du numéro précédent s'il existe une fonction dérivée $f(x)$ qui, dans le voisinage d'un point de discontinuité x_0, prend les valeurs S_n.

D'ailleurs, comme le remarque fort judicieusement M. Lévy lui-même, le problème discontinu ne diffère guère du problème continu, dans le voisi-

(1) *Sur une extension possible de la notion de vraie valeur.*

nage de x_0, où les valeurs

$$f(x_n) = S_n$$

sont infiniment resserrées.

Si $f(x)$ est une fonction dérivée on est donc amené à attribuer à la série divergente comme somme S la valeur de $f(x)$ au point de discontinuité x_0, c'est-à-dire $f(x_0)$.

Ainsi, pour la série d'Euler,

$$1 - 1 + 1 - 1 + \ldots.$$

on trouve que les sommes S_n sont des valeurs extrêmes de la fonction

$$f(x) = \sin^2\left(\frac{1}{x}\right)$$

dans le voisinage du point de discontinuité $x = 0$. Or, $\sin^2\left(\frac{1}{x}\right)$ est une fonction dérivée et sa valeur au point $x = 0$ est $\frac{1}{2}$.

L'emploi des fonctions dérivées comme instrument de sommation explique aussi l'attribution du même nombre-somme à des séries divergentes très différentes en apparence.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la composition des familles normales.* Note de M. **Mandelbrojt**, présentée par M. Émile Borel.

I. *Considérons une famille des couples de deux fonctions*

$$f(x) = \Sigma a_n x^n, \qquad \varphi(x) = \Sigma b_n x^n,$$

holomorphes dans le cercle unité et telles que pour un couple quelconque on ait

$$|a_0| > a < |b_0| \quad (^1).$$

a étant une constante positive fixe.

Soit E_1 *l'ensemble composé de points irréguliers de la famille* $e^{f(z)}$ *et de ceux de la famille* $e^{if(z)}$ *(c'est-à-dire les points dans le voisinage desquels l'une au moins de deux familles* $e^{f(z)}$ *et* $e^{if(z)}$ *n'est pas normale), et soit* E_2 *l'ensemble composé des points irréguliers de la famille* $e^{\varphi(z)}$ *et de ceux de la famille* $e^{i\varphi(z)}$.

Soient A *et* B *respectivement les points les plus rapprochés de l'origine de l'ensemble* E_1 *et* E_2 *et supposons* $A \neq 0$, $B \neq 0$.

---

(1) Cette hypothèse n'est pas bien restrictive.

Il existe un cercle de rayon R *non nul autour de l'origine où la famille*

$$F(x) = \Sigma a_n b_n x^n$$

est normale.

Si les fonctions $F(x)$ *ne s'annulent que dans l'ensemble* E *dont les points sont obtenus en multipliant de toutes les façons possibles les points de* E_1 *par ceux de* E_2, *alors dans le cercle de rayon*

$$R_1 = \min(|A|, |B|),$$

la famille $F(x)$ *admet comme seuls points irréguliers possibles ceux de l'ensemble* E.

En particulier :

II. *Si* $A \neq 0$ *il existe un cercle non nul autour de l'origine où* $[xf(x)]'$ *est normale. Si* $f(x)$ *ne s'annulent pas, les seuls points irréguliers possibles de la famille des fonctions* $[xf(x)]'$ *sont ceux de la famille* $e^{f(x)}$ *et ceux de la famille* $e^{if(x)}$.

III. *Il existe un cercle non nul autour de l'origine où* $\frac{1}{x}\int_0^x f(x)\,dx$ *est normale. Les seuls points irréguliers possibles de la famille des fonctions* $\frac{1}{x}\int_0^x f(x)\,dx$, *si elles ne s'annulent pas, sont les points de la frontière de l'étoile rectiligne formée à partir des points irréguliers de la famille* $e^{f(x)}$ *et de ceux de* $e^{if(x)}$.

(Remarquons en passant que, comme on le sait, les familles $e^{f(z)}$, $e^{if(z)}$, $e^{i\varphi(z)}$, $e^{\varphi(z)}$ ont comme points irréguliers des ensembles formant des continus.)

Pour démontrer le théorème I, on part de l'intégrale de Parseval

$$F_n(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_C f_n(z)\,\varphi_n\left(\frac{x}{z}\right)\frac{dz}{z},$$

C entourant un domaine D où $e^{f(z)}$ et $e^{if(z)}$ sont normales (D fermé). Les seuls cas présentant une certaine difficulté sont ceux où une des fonctions $f_n(z)$, $\varphi_n\left(\frac{x}{z}\right)$ [x parcourant un domaine dont la frontière est obtenue en combinant les points de C avec ceux de la courbe C_1, entourant un domaine D_1, où $e^{\varphi(x)}$ et $e^{i\varphi(z)}$ sont normales] ou toutes les deux tendent vers l'infini.

Supposons, par exemple, que $f_n(x) \to \infty$ uniformément dans D. On

aura [1] dans ce domaine

$$0 < \alpha' < \left| \frac{f_n(z)}{f_n(0)} \right| < \beta' < +\infty,$$

car on a soit

$$\alpha < \left| \frac{\mathrm{R}\, f_n(z)}{\mathrm{R}\, f_n(0)} \right| < \beta \qquad \text{et} \qquad |\mathfrak{I}\, f_n(z)| < \mathrm{M},$$

soit

$$|\mathrm{R}\, f_n(z)| < \mathrm{M} \qquad \text{et} \qquad \alpha < \left| \frac{\mathfrak{I}\, f_n(z)}{\mathfrak{I}\, f_n(0)} \right| < \beta,$$

soit

$$\alpha < \left| \frac{\mathrm{R}\, f_n(z)}{\mathrm{R}\, f_n(0)} \right| < \beta \qquad \text{et} \qquad \alpha < \left| \frac{\mathfrak{I}\, f_n(z)}{\mathfrak{I}\, f_n(0)} \right| < \beta.$$

Si dans D_1

$$|\varphi_n(z)| < \mathrm{N},$$

la suite ainsi extraite

$$\psi_n(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathrm{C}} \frac{f_n(z)}{f_n(0)} \varphi_n\left(\frac{x}{z}\right) \frac{dz}{z}$$

est bornée dans tout domaine intérieur au cercle $|z| < \mathrm{R}_1$ quand on en exclut les points E.

Aucune suite extraite de $\psi_n(x)$ ne peut tendre vers zéro uniformément dans ce domaine car

$$|\psi_n(0)| > a.$$

De plus il existe un cercle à l'intérieur duquel $\psi(x)$ ne s'annule pas car d'une part, pour $|x| < (|\mathrm{A}| - \varepsilon)(|\mathrm{B}| - \varepsilon)$,

$$|\psi_n(x)| < \left| \frac{f_n([|\mathrm{A}| - \varepsilon] e^{i\varphi})}{f_n(0)} \right| |\varphi_n([|\mathrm{B}| - \varepsilon] e^{i\varphi})| \leqq \mathrm{K} \text{ (constante)},$$

et, d'après un théorème de M. Landau [2], $\psi_n(x)$ ne peut s'annuler que pour

$$|x| \geqq \left| \frac{a}{\mathrm{K}_1} \right|, \qquad \mathrm{K}_1 = \text{const.}$$

Il en résulte qu'il existe un cercle autour de l'origine où $\mathrm{F}_n(z) \to \infty$ uniformément.

En opérant d'une manière analogue en supposant

$$f_n(x) \to \infty \qquad \text{et} \qquad \varphi_n(x) \to \infty,$$

---

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1098.

(2) *The Tohoku Math. Journal*, 5, 1914, p. 104.

dans des domaines convenables on voit que l'origine n'est pas un point O, donc il est régulier ([1]).

Si l'on suppose que $F(z)$ ne s'annule pas dans le domaine spécifié à la fin de notre hypothèse on démontre le théorème entier ([2]).

ÉLASTICITÉ — *Sur le calcul de certaines déformations élastiques, avec application à l'inertie des spiraux.* Note de M. J. **Haag**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Je reprends la théorie qui a fait l'objet de ma précédente Note ([3]). Mais je suppose que S est en outre soumis à certaines forces (Φ), indépendantes des paramètres q_i. L'énergie de déformation se présente alors sous la forme d'un polynome du second degré

$$W = W_0 + 2\Sigma a_i Q_i + W'(Q_i), \tag{1}$$

W′ désignant une forme quadratique. En appliquant le *théorème de réciprocité*, on peut démontrer que toute variation infinitésimale des (Φ) produit sur les q_i des accroissements égaux aux accroissements subis par les coefficients a_i.

2. Appliquons ceci au *spiral*. Si μ désigne le moment fléchissant dû aux forces (Φ), les coefficients a_i de la formule (1) sont

$$a_1 = \frac{1}{EI}\int_0^L \mu y\, ds, \qquad a_2 = -\frac{1}{EI}\int_0^L \mu x\, ds; \qquad a_3 = \frac{1}{EI}\int_0^L \mu\, ds. \tag{2}$$

On peut déduire de ces formules le déplacement et la rotation élémentaires en un point P quelconque, sous l'action d'une rotation infiniment petite $d\theta$ du balancier. On forme ainsi le *système intégro-différentiel dont dépend la déformation du spiral* et l'on établit facilement les *conditions*

([1]) Voir P. Montel, *Leçons sur les familles normales*, p. 37 (Paris, Gauthier-Villars, 1927).

([2]) Le théorème I peut être lié à une question posée par M. V. Bernstein et concernant les droites de Julia.

Je crois qu'il est essentiel d'introduire les fonctions exponentielles dans les énoncés précédents. M. Biernacki a donné un exemple d'une fonction entière $f(z)$ pour laquelle une certaine droite n'est pas une droite de Julia, bien qu'elle le soit pour $f'(z)$ et comme il a bien voulu le vérifier, pour $e^{if(z)}$.

([3]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1194.

générales d'isochronisme, dont les *conditions de Phillips* constituent la première approximation.

3. Prenons comme forces (Φ) les forces d'inertie. On trouve [1] que le couple perturbateur appliqué au balancier est, en appelant m la masse du spiral,

(3) $$-\frac{m}{L^3}\left(H\theta''+\frac{1}{2}\frac{\partial H}{\partial \theta}\theta'^2\right),$$

en posant

(4) $$H=\int_0^L \rho^2 s^2\,ds$$

et désignant par ρ la distance du point P au centre de gravité de l'arc $AP = s$.

D'autre part, soit $Ag(\theta, \theta')$ un couple perturbateur quelconque, A représentant le moment d'inertie du balancier et g une fonction de θ et θ', développable en série :

$$g(\theta, \theta') = \Sigma\Sigma A_{p,q}\theta^p\theta'^q.$$

L'altération correspondante de la durée d'oscillation est

(5) $$\frac{\Delta T}{T} = \Sigma\Sigma A_{2p+1,2q}\theta_0^{2p+2q}\alpha^{2q-2}\frac{(2p+1)!(2q)}{2^{2p+2q+1}(p+q+1)!\,p!\,q!},$$

en posant $\alpha^2 = \frac{EI}{LA}$.

Dès lors, soit

(6) $$\frac{H}{L^5} = \Sigma A_n\theta^n.$$

La formule (5) devient, dans le cas actuel,

(7) $$\frac{\Delta T}{T} = \frac{mL^2}{2A}\left[A_0+\sum_{n=1}^{\infty}A_{2n}\theta_0^{2n}\frac{2^{2n}(n!)^2}{(2n)!}\right].$$

Tout revient donc à développer H *suivant les puissances de* θ. Le coefficient A_{2n} peut être calculé directement par la formule

(8) $$A_{2n}=\frac{2(-1)^n}{n!\,L^{n+5}}\int\int(L-s)ss'(s-s')^{2n}\cos(\varphi-\varphi')\,ds\,ds' \qquad (0<s'<s<L),$$

en appelant φ l'angle polaire de la tangente en P.

4. Dans le cas du *spiral cylindrique*, la fonction H est très facile à calculer.

---

[1] On aboutit au même résultat en appliquant le théorème des forces vives au système balancier-spiral.

Si λ désigne le développement angulaire, on trouve

$$(9)\qquad H = \frac{1}{\lambda^3}\left(\frac{\lambda^3}{3} + 2\lambda + 2\lambda\cos\lambda - 4\sin\lambda\right).$$

Les coefficients A_n s'en déduisent par la formule de Taylor.

Tous les auteurs qui se sont occupés de cette question ont fait une approximation, qui revient à *réduire la parenthèse à son premier terme*, sous prétexte que λ est très grand. Ceci n'a pas d'inconvénient pour A_0, mais *modifie complètement* A_2 et les coefficients suivants. En se bornant aux deux premiers termes de (7), on trouve

$$(10)\qquad \frac{\Delta T}{T} = \frac{mR^2}{6A}\left[1 + \frac{3}{2}\frac{\theta_0^2}{\lambda^2}\left(1 - \cos\lambda + 10\frac{\sin\lambda}{\lambda} + 20\frac{1 + 2\cos\lambda}{\lambda^2}\right)\right],$$

R et λ désignant le rayon et le développement angulaire naturels.

La présence des termes trigonométriques montre que *la perturbation due à l'inertie du spiral change complètement quand on lui ajoute, par exemple, un quart de spire*. Il paraît dès lors vraisemblable d'admettre que *les courbes terminales doivent entrer en ligne de compte*. Mais, je ne suis pas encore arrivé à apprécier exactement leur influence.

Pour un *spiral plat*, dont la forme naturelle serait une *développante de cercle*, l'emploi des formules (8) permet le calcul des coefficients A_{2n}. On retrouve, comme cas particulier, les formules du spiral cylindrique. *Si le rayon intérieur est nul*, on trouve

$$(11)\qquad \frac{\Delta T}{T} = \frac{mR^2}{24A}\left(1 + 2,4\frac{\theta_0^2}{\lambda^2}\right).$$

Les courbes terminales semblent avoir une influence négligeable.

HYDRODYNAMIQUE — *Sur le mouvement relatif d'un liquide remplissant un vase tournant.* Note de M. **Benjamin Meisel.**

Imaginons d'abord un liquide incompressible remplissant entièrement un vase fixe s simplement connexe, le liquide étant immobile.

Maintenant supposons que le vase tourne autour d'un axe fixe Oz; soient ω la vitesse angulaire; W_r la vitesse relative et W_{rx}, W_{ry}, W_{rz}, $W_{r\xi}$, $W_{r\eta}$, $W_{r\zeta}$ ses projections sur les axes fixes Ox, Oy, Oz et sur les axes $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$ invariablement liés au vase; U la vitesse d'entraînement

et $(-\omega y)$, ωx, o ses projections sur les axes Ox, Oy, Oz; W_a la vitesse absolue et W_{ax}, W_{ay}, W_{az} ses projections sur les axes Ox, Oy, Oz.

D'après l'équation de continuité

$$(1) \quad \frac{\partial W_{ax}}{\partial x}+\frac{\partial W_{ay}}{\partial y}+\frac{\partial W_{az}}{\partial z}=\frac{\partial(W_{rx}-\omega y)}{\partial x}+\frac{\partial(W_{ry}+\omega x)}{\partial y}+\frac{\partial W_{rz}}{\partial z}$$
$$=\frac{\partial W_{r\xi}}{\partial \xi}+\frac{\partial W_{r\eta}}{\partial \eta}+\frac{\partial W_{r\zeta}}{\partial \zeta}=0.$$

Le mouvement absolu était irrotationnel à l'instant initial; par suite, d'après le théorème de Lagrange, à chaque instant

$$(2) \quad \frac{\partial W_{az}}{\partial y}-\frac{\partial W_{ay}}{\partial z}=\frac{\partial W_{rz}}{\partial y}-\frac{\partial(W_{ry}+\omega x)}{\partial z}=\frac{\partial W_{r\zeta}}{\partial \eta}-\frac{\partial W_{r\eta}}{\partial \zeta}=0,$$

$$(3) \quad \frac{\partial W_{r\xi}}{\partial \zeta}-\frac{\partial W_{r\zeta}}{\partial \xi}=0,$$

$$(4) \quad \frac{\partial W_{r\eta}}{\partial \xi}-\frac{\partial W_{r\xi}}{\partial \eta}=-2\omega.$$

La condition aux parois pour W_{rn} (projection sur la normale à s du vecteur W_r) est

$$(5) \quad W_{rn}=0.$$

Supposons que le vase tourne autour de quelque autre axe fixe $O'z'$ parallèle à l'axe Oz; la vitesse angulaire ω est la même. Soient W'_r la vitesse relative et $W'_{r\xi}$, $W'_{r\eta}$, $W'_{r\zeta}$ ses projections sur les axes $O\xi$, $O\eta$, $O\zeta$ invariablement liés au vase. On a (le tourbillon et la divergence sont indépendants du choix des axes)

$$(6) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial W'_{r\xi}}{\partial \xi}+\dfrac{\partial W'_{r\eta}}{\partial \eta}+\dfrac{\partial W'_{r\zeta}}{\partial \zeta}=0, \\ \dfrac{\partial W'_{r\zeta}}{\partial \eta}-\dfrac{\partial W'_{r\eta}}{\partial \zeta}=0, \\ \dfrac{\partial W'_{r\xi}}{\partial \zeta}-\dfrac{\partial W'_{r\zeta}}{\partial \xi}=0, \\ \dfrac{\partial W'_{r\eta}}{\partial \xi}-\dfrac{\partial W'_{r\xi}}{\partial \eta}=-2\omega, \end{cases}$$
$$W'_{rn}=0.$$

Les équations (1)-(6) montrent que le vecteur

$$\overline{W'_r}=\overline{W_r},$$

d'où ce théorème :

Théorème. — *Le mouvement relatif d'un liquide incompressible remplissant entièrement un vase simplement connexe tournant autour d'un axe de rotation est invariant pour tous les axes de rotation parallèles, c'est-à-dire que le déplacement du vecteur ω de la rotation angulaire ne change pas le mouvement relatif du liquide.*

ASTRONOMIE. — *La précision des mesures et son contrôle dans l'opération des longitudes mondiales.* Note [1] de M. **A. Lambert**, présentée par M. Deslandres.

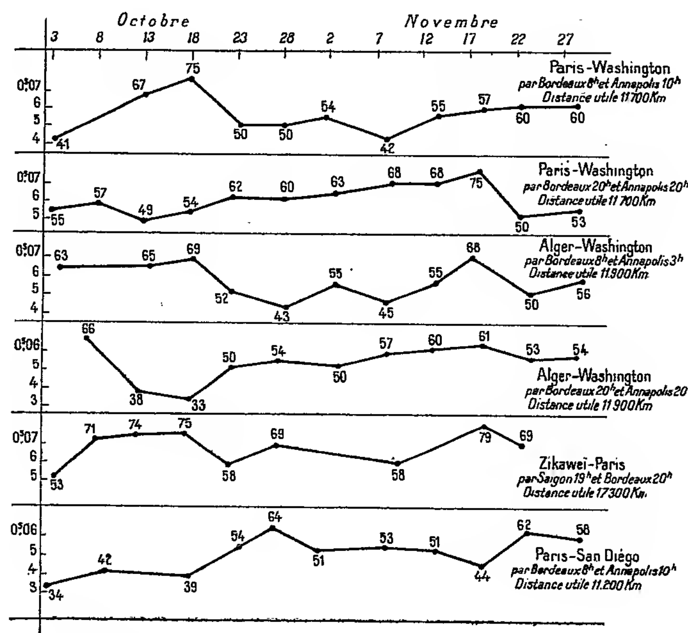
a. Erreurs provenant des observations astronomiques. — A la station d'Alger, les résultats tirés de l'ensemble des observations sont affectés d'une erreur d'origine instrumentale certainement faible. Deux instruments méridiens y ont été en service, présentant des caractéristiques diverses et les méthodes d'observation et de réduction y étaient différentes. Or l'écart en longitude des piliers des deux instruments mesuré sur le terrain vaut $0^s,040$, alors que les observations astronomiques ont donné $0^s,044$. On n'a pas eu aux stations de San Diégo et Zikawei la possibilité de semblable comparaison, un seul instrument méridien y ayant été installé. Mais le contrôle de fermeture dont il sera question plus loin renseignera, dans une certaine mesure, sur la sécurité des résultats.

b. Erreurs d'origine radiotélégraphique. — Pour chaque émission, une vingtaine de signaux concourent à la détermination des heures de deux signaux de rangs donnés. On admet pratiquement l'équidistance des signaux successifs [2]. On a comparé les heures de signaux de *mêmes rangs* enregistrés à Paris et à San Diégo, cela chaque jour et pour six émissions. L'inconstance des différences traduit les irrégularités de propagation, d'enregistrement et de lecture. La valeur moyenne des écarts déduite de l'ensemble de ce matériel est $|0^s,014|$; ainsi les erreurs *accidentelles* qui affectent les relevés radiotélégraphiques sont du même ordre de grandeur que celles des observations astronomiques. Les durées de propagation des

(1) Séance du 30 avril 1928.

(2) Il résulte d'une étude de M. Bigourdan (*Bull. Horaire*, 2, 1927, p. 364) que les écarts à l'équidistance ont une valeur absolue variant, suivant les postes, de $0^s,003$ à $0^s,009$. Ces écarts sont sans influence appréciable sur un résultat final lié à plusieurs émissions quotidiennes, recueillies en chaque station pendant deux mois.

ondes présentent des variations, dues aux causes en question, que manifestent les graphiques suivants :



L'erreur moyenne quadratique de l'*ordonnée moyenne*, sur ces tracés, est $\pm 0^s,0027$. On en déduit sans peine que l'erreur moyenne, due aux causes envisagées, affectant une différence de longitude conclue, est de l'ordre de $0^s,001$. Mais la faible valeur obtenue pour la vitesse de propagation des ondes (¹) laisse craindre une erreur systématique pouvant provenir de retards à l'enregistrement. Son influence pourtant n'entache pas les différences de longitude relatives des trois stations fondamentales de plus de $0^s,01$.

c. Contrôle de fermeture. — En vue de l'établissement d'un critérium de fermeture, il avait été recommandé de déterminer d'une manière indépendante la longitude de chaque station avec sa voisine de l'Est et celle de l'Ouest. La réalisation de cette indépendance et le choix des caractéristiques qui l'assurent comportent une part d'arbitraire. En fait les divers observateurs de chaque station ont, en général, alternativement observé soit avant, soit après minuit local et l'influence de leurs équations person-

(¹) Voir notre Note, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 686.

nelles relatives sur la qualité des résultats se trouve masquée. Mais ces équations personnelles résultent des observations elles-mêmes et, sauf une exception sur un ensemble de huit observateurs, elles sont faibles (ordre de $0^s,01$). Un groupement des résultats tenant compte d'un écart possible entre les observations méridiennes du soir et du matin, ainsi qu'entre les émissions contemporaines, a conduit au chiffre de $0^s,009$ (¹) représentant la différence entre 24^h et la somme des trois angles mesurés. Autrement encore, si l'on considère des mesures partielles, *effectuées à des époques différentes*, en rapprochant toujours observations et émissions contemporaines, on a

	Stations radio.	Date (T. U.).	Époques des mesures.	Différence de longitude.
				h m s
Zikawei-Alger.....	Bordeaux	t,8	11-31 oct.	7.53.34,369
Alger-San Diégo...	Annapolis	t,1	1-10 oct. et 21-30 nov.	8. 0.56,902
San Diégo-Zikawei.	Honolulu-Saïgon	t,5	1-20 nov.	8. 5.28,729
	Somme............................			24. 0. 0,000

Sans s'attacher à la perfection *toute fortuite* de la fermeture, elle montre que les erreurs systématiques n'ont pas eu de fluctuation importante en deux mois. Aucun critère évidemment ne peut mettre en évidence les erreurs permanentes.

En conclusion, les différences de longitude adoptées pour les stations fondamentales prises deux à deux ne semblent pas comporter d'erreur systématique d'origine astronomique dépassant $0^s,02$ et d'origine radiotélégraphique dépassant $0^s,01$.

ASTRONOMIE. — *Observations polarimétriques de la comète Pons-Winnecke* (1927 *c*). Note de M. **A. Danjon**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai pu effectuer quelques mesures polarimétriques sur la comète Pons-Winnecke (1927 *c*), lors de son passage près de la Terre, en juin 1927. Les mesures visuelles du 20 juin ont porté sur la lumière du noyau et de son enveloppe gazeuse, qui formaient alors une petite nébulosité ronde de 10ᵉ grandeur et de 2″ au plus de diamètre. Je comparais entre elles les deux images polarisées à angle droit, données par un photomètre de Pickering, qui fonctionnait alors comme un polarimètre de Cornu. La direction du

(¹) Ferrié, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 609.

plan de polarisation, déterminée par tâtonnements, coïncidait autant qu'on pouvait en juger, avec celle du plan contenant le Soleil et la comète. Deux séries de mesures effectuées dans la soirée du 20 juin m'ont donné respectivement une proportion de lumière polarisée de 0,10 et 0,12.

Le 21 juin, j'ai opéré photographiquement sur l'ensemble de la comète, noyau et chevelure. Je formais son image, au moyen d'un miroir argenté, sur une petite lentille, qui donnait à son tour l'image du miroir sur une plaque photographique. Cette dernière image était dédoublée par un biréfringent situé entre la lentille et la plaque. Chaque pose photographique donnait ainsi deux images du miroir, correspondant à deux directions rectangulaires connues de la vibration. On faisait plusieurs poses, pour divers angles de position, repérés, du biréfringent ; pour chacune d'elles, on déterminait sur le cliché la différence de densité des deux images, en employant le microphotomètre différentiel dont j'ai donné la description (*Revue d'Optique*, 5, 1926, p. 55). L'ensemble des mesures donnait aisément l'angle de position du plan de polarisation, — j'ai vérifié à quelques degrés près qu'il coïncidait avec le plan défini plus haut — et la proportion de lumière polarisée : j'ai trouvé la valeur 0,11.

On remarquera que la lumière du noyau donne sensiblement la même proportion de lumière polarisée que la chevelure. Il est donc probable que la majeure partie de la lumière du noyau provient des gaz qui l'entourent, ainsi que M. F. Baldet l'a constaté directement au grand réfracteur de Meudon (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 39). Pour ma part, en utilisant le réfracteur de 49^{cm} de Strasbourg, je n'ai pas pu discerner le très faible noyau dont il a reconnu l'existence, mais notre désaccord sur ce point s'explique fort bien par la moindre dimension de mon instrument.

Si toute la lumière de la comète avait été de la lumière solaire diffusée par un gaz, la polarisation eût été de 0,8 le 20 juin, et de 0,6 le 21. On voit qu'en réalité, on ne peut expliquer ainsi qu'un sixième de la lumière totale, le reste étant émis par la comète elle-même.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Basses températures du mois de mai 1928 et diminution de l'activité solaire.* Note de M. **Henri Mémery.**

Le refroidissement anormal qui sévit en ce moment sur l'ouest de l'Europe coïncide exactement avec une diminution importante des taches à la surface du Soleil.

L'observation montre que, même au cours des années de grande abondance des taches solaires, il se produit assez souvent des diminutions d'activité, qui sont suivies, chaque fois, d'un abaissement de la température sur nos contrées.

Le nombre des taches solaires, qui a été assez élevé dans la première quinzaine de mai, a diminué considérablement à partir du 13 mai, comme le montre le tableau suivant :

1928.	1er mai...	9 groupes de taches	1928.	10 mai...	8 groupes de taches
	2 » ...	10 »		11 » ...	5 »
	3 » ...	8 »		12 » ...	4 »
	4 » ...	6 »		13 » ...	3 »
	5 » ...	5 »		14 » ...	3 »
	6 » ...	4 »		15 » ...	2 gr. de taches minuscules, à peine visibles
	7 » ...	7 »		16 » ...	2
	8 » ...	7 »		17 » ...	2
	9 » ...	8 »		18 » ...	1

Un immense groupe de taches, paru au bord est le 1er mai, a été *visible à l'œil nu du 5 au 10 mai*, et a disparu au bord ouest le 14 mai.

Les 15, 16, 17 et 18 mai, les taches visibles étaient minuscules et à peine visibles au télescope.

La température a suivi un mouvement parallèle et s'est abaissée très sensiblement à partir du 15 mai.

Même remarque pour l'abaissement de la température survenu du 15 au 25 avril dernier, qui a coïncidé également avec une diminution très sensible des taches solaires à la même époque.

Ces concordances apparaissent nombreuses quand on effectue des comparaisons journalières entre l'aspect changeant de la surface solaire et les fluctuations météorologiques; il semble difficile de trouver, en dehors du Soleil, une cause qui explique aussi bien les variations anormales de la température sur nos contrées.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la constante diélectrique du benzile.* Note de M. L. Saint-Antoine, présentée par M. G. Ferrié.

M. de Mallemann [1] a reconnu que le benzile $C^6H^5COCOC^6H^5$ en solution dans le benzène avait des propriétés électro-optiques remarquables

[1] De Mallemann, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 709.

et exceptionnelles. La connaissance de la constante diélectrique de ce corps est nécessaire pour chercher une explication de ses propriétés. Or cette constante n'a pas été déterminée jusqu'ici, nous avons donc entrepris de la mesurer.

Nous avons employé la méthode suivante : un oscillateur à lampes triodes est couplé à un résonateur, du genre des résonateurs Blondlot, constitué par une self L et une capacité C assez grande pour que l'on puisse appliquer la formule de Thomson. On cherche la résonance entre le résonateur et l'oscillateur en faisant varier la fréquence de ce dernier et l'on mesure la longueur d'onde λ de ses oscillations. La longueur d'onde du résonateur est alors $\lambda = 2\pi V\sqrt{LC}$. En plongeant le condensateur du résonateur dans un diélectrique de constante K, la longueur d'onde du résonateur devient $\lambda' = 2\pi V\sqrt{KLC}$; on en déduit $K = \left(\frac{\lambda'}{\lambda}\right)^2$.

L'oscillateur employé est un oscillateur du genre Mesny entretenant des oscillations dont on peut faire varier la longueur d'onde de 2^m à 9^m en modifiant d'une façon continue la longueur des selfs de grilles et de plaques et en s'arrangeant de telle sorte que l'amplitude reste constante dans l'intervalle de fréquence nécessaire à la recherche de la résonance. Le condensateur du résonateur est cylindrique. Les armatures sont deux tubes de laiton de même longueur 32^{mm} et de diamètre 20^{mm} et 17^{mm} qui sont maintenus centrés à distance invariable par quatre petits étriers en verre, scellés aux tubes par un mélange de silicate de soude et de kaolin en poudre fine. Le choix d'un condensateur cylindrique s'est imposé au cours de nos expériences, car nous avons fait des mesures à diverses températures et que la variation de capacité due aux dilatations thermiques est beaucoup plus faible que pour un condensateur plan. Les longueurs d'onde ont d'ailleurs été mesurées toutes deux à la même température. La self du résonateur est un rectangle en fil de cuivre de $\frac{11}{10}$ de millimètre de diamètre.

Au milieu du fil est intercalé une soudure thermo-électrique fer-constantan reliée à un galvanomètre. Nous nous sommes assuré que la capacité du fil était négligeable vis-à-vis de celle du condensateur en faisant des mesures de la constante diélectrique du benzène et en constatant que la constante mesurée ne changeait pas lorsqu'on modifiait un peu les dimensions du résonateur. A 15° la constante diélectrique du benzène a été trouvée égale à 2,23 à 2 pour 100 près environ. La longueur d'onde du résonateur qui nous a servi est $\lambda = 231^{cm}$ lorsque le condensateur est dans l'air. Les mesures des longueurs d'ondes se font à l'aide d'une ligne de deux fils de

cuivre de $\frac{9}{10}$ de millimètre de diamètre, distants de 22^{mm}. A son origine cette ligne est couplée à l'oscillateur et fermée par une soudure thermo-électrique. Pour mesurer l'internœud on déplace sur la ligne un pont constitué par une plaque rectangulaire de cuivre de 90×70^{mm} de dimensions et percée de deux trous à travers lesquels passent les fils. Les solutions ou le benzile fondu (point de fusion : 94°) sont contenues dans un vase chauffé par un bain d'huile.

Nos mesures ont porté sur deux solutions de benzile dans le benzène à $10^g,6$ pour 100^{cm^3} et 20^g pour 100^{cm^3} et sur le benzile fondu. Nous avons déterminé les densités de ces solutions, ainsi que celle du benzile fondu aux températures de 95°, 110° et 120° en jaugeant le flacon à densité par du mercure. Le tableau suivant résume les résultats des mesures :

t°.	λ' cm.	K.	d.	$\frac{n-1}{d}$.
		$c = 10,6$.		
5	424,4	3,37	0,920	0,909
15	422,4	3,34	0,911	0,908
35	418,2	3,28	0,895	0,905
		$c = 20$.		
5	471,6	4,17	0,943	1,103
15	469,4	4,13	0,932	1,107
35	464,8	4,05	0,920	1,100
		Benzile fondu.		
95	834,2	13,04	1,095	2,387
110	818,1	12,54	1,087	2,337
120	804,3	12,12	1,077	2,304

La précision des mesures pour les constantes diélectriques des solutions est environ 3 pour 100; pour celles relatives au benzile fondu, environ 4 pour 100. La constante diélectrique du benzile fondu varie beaucoup avec la température. Celles des solutions employées par M. de Mallemann pour des mesures électro-optiques sont dans la limite de nos expériences à peu près proportionnelles aux concentrations et diminuent avec la température. Le benzile fondu a une très grande constante diélectrique dont la connaissance pourra permettre une explication des propriétés électro-optiques exceptionnelles de ce corps.

OPTIQUE. — *Sur les lames de mica quart d'onde.*
Note de M. **Rabinovitch**, présentée par M. A. Cotton.

I. On connaît déjà, comme on sait, divers procédés pour déterminer pour quelle radiation une lame de mica est exactement quart d'onde. Une méthode particulièrement sensible a été indiquée par Chaumont [1]. On place entre deux nicols une lame compensatrice auxiliaire voisine d'un quart d'onde, immergée dans un liquide dont l'une des lignes neutres est orientée à 45° de la vibration rectiligne incidente, puis la lame à étudier, employée nue, dont une des lignes neutres est dirigée parallèlement à la vibration incidente initiale. Les rayons traversent un analyseur et sont reçus par un spectroscope. L'examen des cannelures produites dans le spectre par les réflexions successives indique immédiatement la radiation pour laquelle la lame est quart d'onde. J'ai remarqué que pour avoir la sensibilité indiquée par Chaumont, c'est-à-dire pour déterminer à $1^{m\mu}$ près la radiation pour laquelle la lame à étudier est quart d'onde, il faut que les orientations des deux lames cristallines soient faites avec une grande précision. En effet, si l'on commet une erreur ε sur l'orientation du compensateur et une erreur β sur celle de la lame à étudier, il en résulte dans la détermination de λ_1 une erreur :

$$\Delta\lambda_1 = \frac{4\lambda_1}{\pi}\left[\varepsilon \operatorname{tang}\frac{\pi}{4}\frac{\lambda_2}{\lambda_1} + \beta \cot\frac{\pi}{2}\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right],$$

λ_2 étant la radiation pour laquelle la lame compensatrice est quart d'onde. Avec un compensateur quart d'onde pour $\lambda_2 = 546^{m\mu}$ il faut que ε soit inférieur à 3 minutes pour que l'erreur due au compensateur soit inférieure à $1^{m\mu}$ dans toute la région du spectre visible; il faut de même que β soit inférieur à 11 minutes pour que l'erreur due à la lame à étudier soit inférieure à $1^{m\mu}$ dans toute la région du spectre visible.

Dans le cas où $\lambda_1 = \lambda_2$ l'orientation de la lame devient indifférente. Si donc on remplace la lame compensatrice par un parallélépipède de Fresnel, qui est sensiblement quart d'onde pour toutes les radiations du spectre visible, cette seconde cause d'erreur est supprimée.

II. Quand on a, de même, une lame de mica quart d'onde nue et qu'elle est

---

[1] Chaumont, *Annales de Physique*, 4, 1915, p. 200.

un peu grande, on peut tracer sur cette lame les lignes neutres (¹), on peut la couper en deux et par superposition former une lame demi-onde. On est alors ramené à chercher la radiation pour laquelle une lame est demi-onde. En immergeant l'ensemble dans un liquide de même indice, on observe une frange noire en nicols parallèles occupant la place de la radiation λ_1, ou bien, en laissant la lame nue, on observe le phénomène signalé par Chaumont de déplacement des cannelures autour de cette radiation. Soit α l'angle de la direction commune aux deux lignes neutres avec la vibration incidente. Si l'angle α est voisin de 45° on peut altérer le parallélisme des axes des deux lames superposées de façon que leurs lignes neutres fassent un petit angle ε sans introduire une erreur appréciable sur λ_1. Si l'on s'écarte notablement de cette position l'erreur devient plus grande :

$$\Delta\lambda_1 = \frac{2\varepsilon}{\pi}\lambda_1 \operatorname{cotg} 2\alpha;$$

mais, même pour $\alpha = 22^\circ 30'$ par exemple, pour avoir des mesures exactes à $1^{m\mu}$, il suffit que ε soit inférieur à 9 minutes, ce qui est facilement réalisable.

On peut même s'affranchir de cette cause d'erreur en employant une seule lame quart d'onde traversée deux fois normalement par le faisceau de lumière polarisée, la lame étant placée sur un miroir normal au faisceau. Parmi les montages possibles j'indiquerai un des plus simples : on forme l'image d'une source de lumière blanche sur un petit prisme à réflexion totale qui renvoie le faisceau verticalement; celui-ci après avoir été rendu parallèle par une lentille traverse un nicol, tombe sur la lame et le miroir placés horizontalement, puis, après réflexion et nouvelle traversée du nicol et de la lentille, converge sur un deuxième petit prisme à réflexion totale, qui renvoie ce faisceau horizontalement sur la fente d'un spectroscope.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les vitesses d'absorption du gaz sulfureux par les solutions alcalines.* Note (²) de MM. **Paul Riou** et **P.-A. Bérard**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Pour préparer les pâtes à papier au sulfite, on fait réagir sur des copeaux de bois une solution de bisulfite de calcium. On prépare généralement

(¹) Cotton, *Ann. de Chim. et Phys.*, 22, 1911, p. 425.
(²) Séance du 23 avril 1928.

cette liqueur en faisant réagir le gaz sulfureux sur un lait de chaux dans lequel on fait barboter le gaz obtenu par la combustion du soufre. L'anhydride sulfureux se combine à la chaux pour donner du sulfite neutre. Celui-ci absorbe à son tour le gaz sulfureux et il se forme du bisulfite de calcium soluble. C'est avec cette liqueur que l'on traite les copeaux de bois pour en isoler la cellulose.

La chaux n'est jamais pure. Elle contient, à côté d'autres corps, des quantités notables de magnésie. La présence du magnésium n'est pas une impureté nuisible. Elle est même recherchée par certains fabricants qui emploient des chaux fortement magnésiennes.

Nous avons étudié la vitesse d'absorption du gaz sulfureux par l'eau, l'eau de chaux et des laits de chaux contenant des concentrations variables en chaux hydratée solide, et nous avons déterminé l'influence de la température sur les vitesses d'absorption du gaz sulfureux par ces solutions.

Nous nous proposons d'étudier les mêmes facteurs sur le sulfite neutre de calcium, la magnésie, le sulfite neutre de magnésium et sur les mélanges de chaux et de magnésie, afin de déterminer l'influence de ce dernier corps sur la vitesse d'absorption.

Nous nous sommes servis pour faire ces mesures de l'appareil imaginé par M. Paul Riou que nous avons construit et mis au point.

Dans toutes nos expériences les concentrations sont exprimées en molécules-grammes multipliées par 10^{-2}, les vitesses V sont exprimées en centimètres cubes de gaz absorbé en une seconde par centimètre carré de surface absorbante.

La chambre d'absorption a une surface de $11^{cm^2},07$. La vitesse d'agitation est de 250 tours à la minute.

Les chiffres suivants donnent la vitesse de dissolution du gaz sulfureux dans l'eau à différentes températures :

Température	10.	20.	30.	45.	55.
$V \times 10^3$	102,6	92,5	85	76,5	72,8

Pour déterminer la vitesse d'absorption du gaz sulfureux par la chaux en solution, nous avons préparé une solution contenant 0,175 centièmes de molécule-gramme de chaux dans 100^{cm^3} de dissolution. Nous avons mesuré la vitesse d'absorption à différentes températures et nous avons obtenu les chiffres suivants :

Température	5.	10.	15.	20.	30.	44.	55.
$V \times 10^3$	125	117,5	112	104,8	94,4	82,1	76,5

La chaux solide en suspension dans l'eau saturée de chaux a une influence marquée sur la vitesse d'absorption. Nous avons pris de la chaux éteinte, desséchée, broyée très finement et passée au tamis de 120 mailles. Notre appareil ne nous permet pas de mesurer de très grandes concentrations en chaux. La chaux se dépose et engorge l'appareil. A la vitesse d'agitation de 250 tours à la minute et aux concentrations où nous avons fait ces mesures, le lait de chaux était sensiblement homogène. Il est pratiquement impossible de mesurer l'influence de la grosseur des grains. Les particules trop lourdes se déposent et l'homogénéité du lait n'est pas suffisante et les mesures ne sont pas concordantes. Les chiffres suivants donnent la vitesse d'absorption du gaz sulfureux par des solutions contenant des concentrations variables en chaux solide. Les expériences ont été faites à 20°.

Concentration en $Ca(OH)^2$....	0,0	0,175 (sol.)	3,5	6,75	10	13,6
$V \times 10^3$.....................	92,0	104,8	112,5	119,2	126,3	136,6

Ces chiffres sont représentés par le diagramme (*fig.* 1).

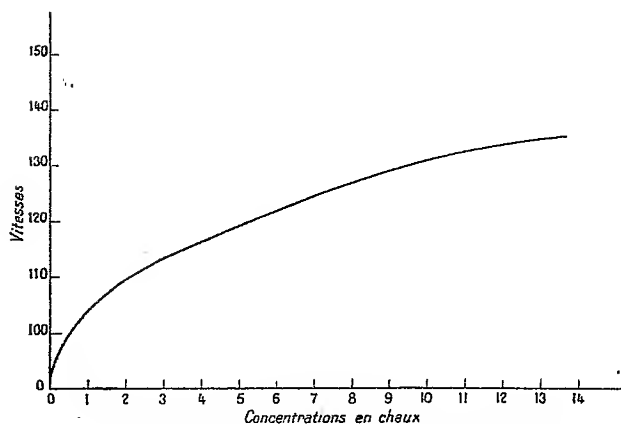


Fig. 1. — Diagramme montrant l'influence de la concentration en chaux solide sur la vitesse d'absorption.

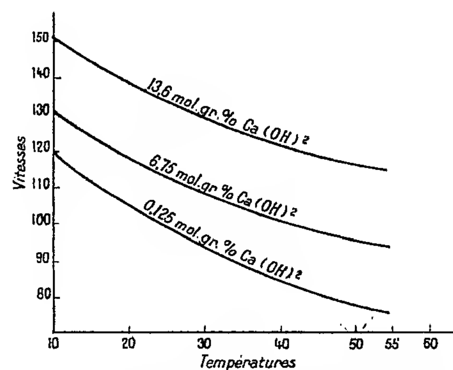


Fig. 2. — Diagramme montrant l'influence des températures sur la vitesse d'absorption.

La courbe nous montre qu'à partir du point où la chaux solide apparaît dans la solution, la vitesse augmente proportionnellement à la concentration en chaux solide.

L'influence de la température sur une solution contenant 6,75 molécules-grammes de chaux solide dans 100^{cm^3} de dissolution est marquée par les chiffres suivants :

Température...	10.	18.	25.	35.	40.	45.	54.
$V \times 10^3$......	129	118,5	110,4	104,8	102,5	99,5	95

Les chiffres suivants se rapportent à une solution contenant 13,6 molécules-grammes de chaux hydratée solide dans 100^{cm^3} de solution :

Température	10.	20.	30.	40.	50.	55.	60.
$V \times 10^3$	150	136,9	129	122	116	114	112

Le diagramme (*fig.* 2) montre l'influence de la température sur la vitesse d'absorption du gaz sulfureux par ces différentes solutions. Ces courbes nous montrent clairement que la vitesse d'absorption diminue graduellement avec l'élévation de la température.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les courbes d'absorption ultraviolette de la pulégone et de l'isopulégone.* Note [1] de M. **Jean Savard**, transmise par M. V. Grignard.

Au cours de précédentes recherches [2], nous avions déjà constaté que la pulégone, extraite par simple distillation de l'essence de menthe pouliot, n'est pas un corps pur, mais contient 15 à 18 pour 100 d'isopulégone. Le traitement au bisulfite avait permis de séparer les deux isomères. L'analyse quantitative par l'ozone [3] avait confirmé ces résultats.

Ils le sont une fois de plus par l'étude des courbes d'absorption ultraviolette des diverses pulégones.

Ces courbes ont l'allure générale correspondant aux fonctions cétonique et éthylénique. Elles présentent deux bandes : la moins accusée correspond au groupement CO et l'autre à la double liaison.

Nous avons déterminé les courbes :

1° De la pulégone, forme β pure (extraite par l'intermédiaire de la combinaison bisulfitique); courbe 1.

2° De l'isopulégone, forme α pure (isopulégone naturelle et isopulégone du bromhydrate); courbe 2.

3° De la pulégone extraite par simple distillation de l'essence de menthe pouliot; courbe 4.

4° De mélanges, en proportions variables, de pulégone β et d'isopulégone.

On remarque immédiatement que :

1° le maximum de la bande d'absorption due au groupe CO est, pour la pulé-

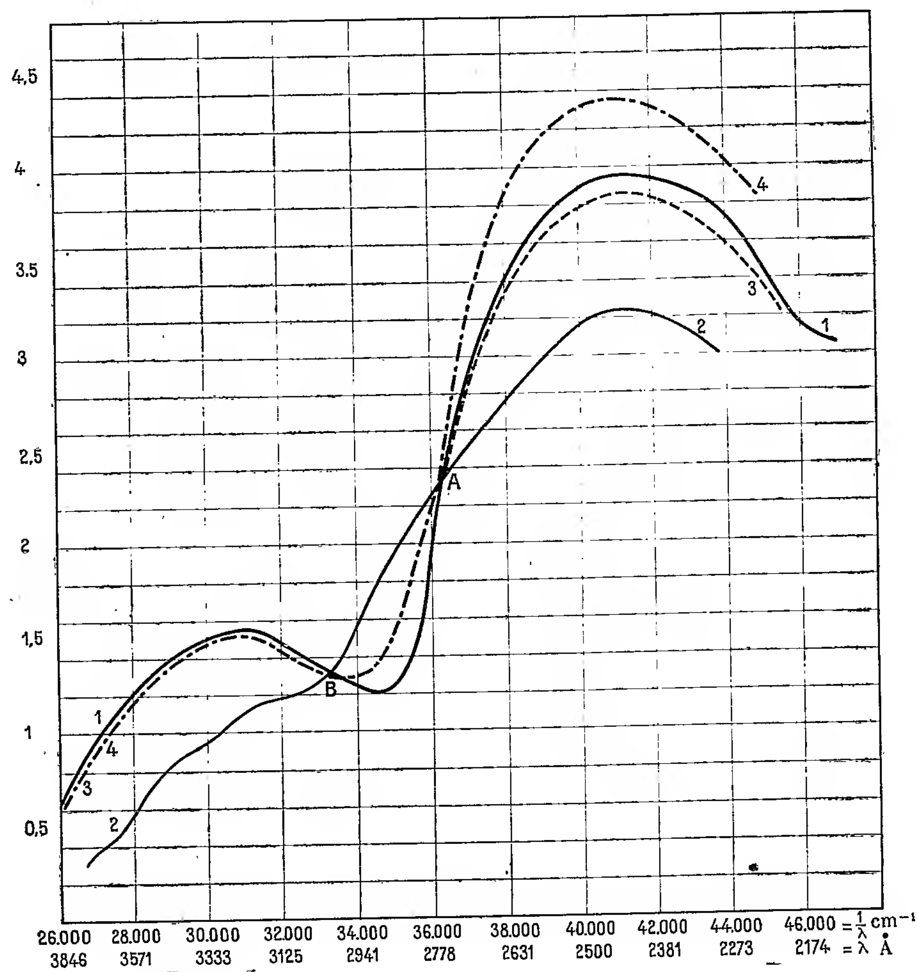
(1) Séance du 7 mai 1928.

(2) Grignard et Savard, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 422.

(3) Grignard et Savard, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 589.

gone β pure, repoussé de plus de 200 Å; la double liaison et le CO sont donc bien conjugués;

2° pour l'isopulégone, au contraire, les deux bandes sont tellement rapprochées



qu'elles se pénètrent l'une l'autre [positions non conjuguées du CO et de la double liaison];

3° les mélanges de pulégone et d'isopulégone ont tous des courbes intermédiaires entre celles des deux corps purs;

4° la courbe d'absorption de la pulégone de distillation coïncide, jusqu'au point A, avec celle donnée par le mélange : forme $\beta = 85$ pour 100; forme $\alpha = 15$ pour 100 courbe 3). Les deux bandes fonctionnelles sont totalement confondues. Les bandes) éthyléniques le sont jusqu'en A, mais celle de la pulégone de distillation a pour point

maximum : $\frac{1}{\lambda} = 41152$; $\log \varepsilon = 4,360$, tandis que celle du mélange a pour sommet : $\frac{1}{\lambda} = 41254$; $\log \varepsilon = 3,845$.

Devons-nous conclure que la pulégone de distillation n'est pas le mélange des deux formes α et β à 15 pour 100 de la première? Ou bien l'élévation du maximum n'est-elle qu'accidentelle?

La pulégone possédant une forte aptitude à l'énolisation, une petite quantité d'énol libre, introduisant une deuxième double liaison, suffirait à provoquer l'augmentation considérée. Nous avons donc agité la pulégone de distillation avec une solution de KOH à 10 pour 100, qui tautomérise l'énol de la pulégone, et déterminé la courbe d'absorption du produit ainsi traité.

La courbe obtenue se confond alors totalement avec celle du mélange : forme $\beta = 85$ pour 100, forme $\alpha = 15$ pour 100.

La valeur de la méthode d'analyse par l'ozone est, dans le cas de la pulégone, entièrement confirmée.

Les points remarquables de nos courbes sont consignés dans le tableau suivant :

Forme α pour 100.	Forme β pour 100.	Maximum [CO]. $\frac{1}{\lambda}$.	log ε.	Maximum [C = C]. $\frac{1}{\lambda}$.	log ε.
0	100	30664	1,560	41254	3,950
15	85	31181	1,544	41254	3,845
50	50	31826	1,450	41237	3,550
75	25	32362	1,280	41152	3,450
80	20	Pas de maximum dû au CO		41237	3,447
100	0			41237	3,243
Pulégone de distillation avant traitement à KOH.		31201	1,544	41152	4,360
Pulégone de distillation après traitement à KOH		31152	1,544	41237	3,845

PHYSIOLOGIE. — *Influence comparée des lipides et des glucides du régime sur l'évolution de l'avitaminose B.* Note de Mme **Lucie Randoin**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

En 1924, avec H. Simonnet, j'ai prouvé que, en l'absence de vitamines B, des régimes artificiels ne renfermant comme substances énergé-

tiques que des *lipides* et des *protides* entretenaient la vie du Pigeon et du Rat beaucoup plus longtemps que des régimes de composition normale contenant à la fois des *glucides*, des *lipides* et des *protides* (¹). Mais nos animaux ne consommaient pas, dans les deux cas, des rations isodynames (sauf les Pigeons, alimentés par gavage) et ils n'ingéraient pas non plus chaque jour la même quantité de substances spécifiquement indispensables.

Désirant éviter ces objections, j'ai repris la question avec une méthode beaucoup plus rigoureuse, en opérant de telle sorte que les deux séries d'animaux puissent recevoir très exactement, *en nature et en quantité*, la même ration protidique, minérale et vitaminique (vitamine A dans beurre) et aussi la même quantité d'énergie potentielle. Je n'ai laissé subsister, d'une série à l'autre, qu'un seul facteur variant : *la nature de la substance destinée à fournir les deux tiers de cette énergie* (glucide ou lipide).

Technique. — J'ai donc constitué deux régimes artificiels privés de vitamines B :

	Régime avec glucides.				Régime sans glucides.			
	Pour 100g.		Pour 100Cal.		Pour 100g.		Pour 100Cal.	
	N. de gr.	N. de cal.	N. de gr.	N. de cal.	N. de gr.	N. de cal.	N. de gr.	N. de cal
Caséine purifiée.....	6,2	23	1,5	5,5	10,0	37	1,5	5,5
Fibrine purifiée.....	6,2	23	1,5	5,5	10,0	37	1,5	5,5
Ovalbumine purifiée.	5,6	21	1,3	4,8	8,8	33	1,3	4,8
Graisse de beurre...	10,0	85	2,4	20,4	15,0	128	2,3	20,0
Graisse de saindoux.	»	»	»	»	**50,0**	**425**	**7,55**	**64,2**
Glucose pur........	**68,0**	**265**	**16,4**	**64,0**	»	»	»	»
Mélange de sels.....	4,0		0,9		6,2		0,9	
Total	100	417	**24**	100	100	660	**15**	100

1g de la ration avec glucides correspond à 0g,63 de la ration sans glucides.

1g de la ration sans glucides correspond à 1g,60 de la ration avec glucides.

Des Rats ont été répartis en quatre groupes, d'après leur poids : A, 40 à 50g; B, 75 à 100g; C, 100 à 125g; D, 150 à 200g. Chaque groupe, *comprenant des individus de même portée*, a été divisé en deux lots.

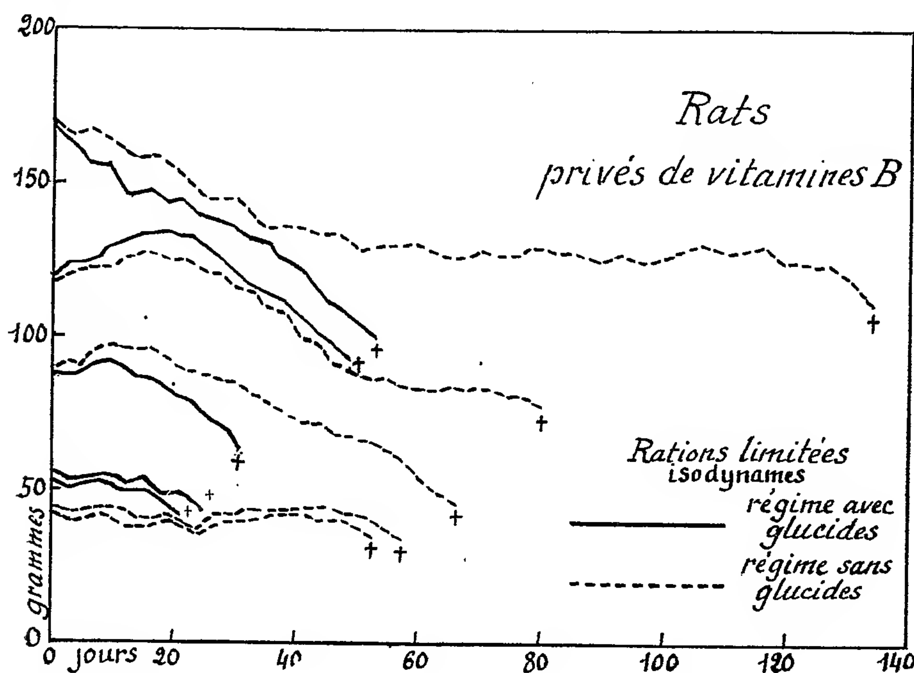
Dans chacun des groupes, l'un des lots a reçu, à volonté, le premier régime et, chaque jour, pour chaque sujet, le poids des ingesta a été déterminé en même temps que le poids de l'animal.

L'autre lot a reçu régulièrement *un poids du second régime, de même valeur énergétique que la quantité de ration consommée spontanément le jour précédent par les individus du premier lot.*

(¹) Mme L. Randoin et H. Simonnet, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 700 et 1219.

Tous les Rats d'un même groupe ont donc ingéré des rations isodynames renfermant — à l'exception des vitamines B — toutes les substances spécifiquement indispensables, dans des proportions identiques; mais, tandis que les uns ont reçu 64 pour 100 de leurs principes énergétiques sous forme de *glucose*, les autres ont eu la valeur calorifique correspondante sous forme de *graisse de saindoux*.

Les doubles séries de résultats que j'ai obtenus sont donc en tous points comparables. La diminution de l'appétit, due à l'avitaminose B, rend la ration quotidienne relativement faible. A cause de cette sous-alimentation, la mort se produit, chez les jeunes Rats soumis au régime sans glucides, plus rapidement que dans le cas de rations non limitées.



Résultats et conclusions. — Le graphique met en évidence une partie des résultats. *Incontestablement, en l'absence des vitamines B, les glucides et les lipides ne sont pas équivalents.* L'ingestion d'un régime à base de glucose détermine, ici comme dans les expériences sur le Pigeon (¹), d'une manière très rapide, les accidents de polynévrite et la mort (22ᵉ-53ᵉ jours). La substitution, dans la ration, d'un lipide à la totalité du glucose, permet à l'or-

(¹) Mme L. Randoin et H. Simonnet, *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 903. — Mme L. Randoin et R. Lecoq, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1347.

ganisme de lutter longtemps contre l'avitaminose B (53-134 jours) ou, plutôt, rend beaucoup moins accentué le déséquilibre causé par l'absence de vitamines B.

Une autre preuve de ce fait, c'est que, pour assurer l'entretien et la croissance avec les deux régimes ci-dessus indiqués, les doses minima indispensables de vitamines B (levure de bière ou extrait de levure) sont extrêmement différentes, le régime sans glucides n'exigeant que *la dixième partie* de la quantité nécessaire pour rendre complet et équilibré le régime avec glucides.

PHYSIOLOGIE. — *Étude biochimique de la sulfourée.* Note (¹) de MM. **E. Nicolas** et **J. Lebduska**, présentée par M. E. Leclainche.

E. et G. Nicolas ont étudié l'action de la sulfourée sur les végétaux supérieurs, comparativement avec celle de l'urée, et essayé de voir quelle influence exerçait à l'égard des plantes la substitution du soufre à l'oxygène dans la molécule de la carbamide (²). Il nous a paru intéressant d'étendre cette étude aux animaux et de rechercher, en outre, si la thiocarbamide, qui s'est montrée toxique pour certains végétaux, se comporte de même pour les microbes.

L'étude offre d'autant plus d'intérêt que le corps dont il s'agit est le point de départ de toute une série de composés soufrés, parmi lesquels figure le dérivé allylique, employé en médecine sous le nom de thiosinamine, et que la thiourée, dont l'action antioxydante a été signalée et utilisée par Sisley (³), appartient à la classe des antioxygènes (catalyseurs négatifs d'oxydation) de Moureu et Dufraisse. Enfin il n'est pas sans importance de connaître le sort, dans l'organisme animal, de cette substance, si proche de l'urée et de savoir notamment ce que devient le soufre qu'elle renferme, sous quelle forme il s'élimine et si, le cas échéant, il peut être ou non d'une certaine utilité pour l'économie.

Nous rapporterons, dans cette Note, les résultats de nos expériences sur l'action physiologique et toxique de la sulfourée.

Action sur le sang in vitro. — La sulfourée retarde ou empêche, suivant la concentration, la coagulation du sang; à partir de 3 pour 100, le sang

(¹) Séance du 7 mai 1928.
(²) *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1286.
(³) *Bull. Soc. chim.*, **31**, 1922, p. 674, et *Rev. gén. des mat. col.*, 15, 1911, p. 337.

reste liquide. Cette substance se sépare ainsi nettement de l'urée, qui, jusqu'à la concentration de 3,5 pour 100, ne modifie pas le temps de coagulation et, aux concentrations de 4 à 5 pour 100, retarde simplement le phénomène. Il n'est pas douteux que le soufre joue ici un rôle dont le mécanisme reste à élucider.

Comme l'urée, dont l'action hémolysante n'a été constatée jusqu'ici qu'occasionnellement (Köllicker, Grehant, etc.) et n'a pas fait l'objet d'études systématiques, la thiourée hémolyse les globules rouges à toutes les concentrations, même à la concentration isotonique avec le sang. A partir de 0,5 pour 100, le phénomène a lieu déjà après 10 minutes; dans tous les cas, l'hémolyse est totale; on ne voit apparaître aucune sédimentation globulaire.

Toxicité. — La sulfourée est très peu toxique. L'ingestion d'une forte dose n'exerce aucune influence nocive sur l'organisme (Wurtz) ([1]).

L'introduction dans le duodénum du chien de 1^g par kilogramme de poids vif, dissous dans 10^{cm^3} d'eau, ne produit qu'une augmentation légère et passagère de la pression sanguine et pas de modification de la respiration.

Par la voie intraveineuse, il faut arriver aux doses élevées de 10^g (chien) et de 11^g (lapin) par kilogramme pour tuer les animaux, dans le premier cas, après une survie de 4 heures. La mort est précédée de convulsions cloniques. Vers la fin de l'intoxication, le cœur se ralentit, puis cesse de battre. Son arrêt est précédé de celui de la respiration. Quant à la pression, elle augmente passagèrement lorsque l'injection est lente, pour diminuer ensuite d'une façon régulière et continue. On observe sur le cadavre que le sang est hémolysé et incoagulé; l'intestin grêle est le siège d'hémorragies ou d'une injection intense de ses vaisseaux; le rein est congestionné.

En comparant les chiffres publiés par Gréhant sur la toxicité de l'urée avec les précédents, on constate que la carbamide est notablement plus toxique que la sulfocarbamide pour le chien et le lapin.

Action sur le rein. — L'urée est considérée comme un diurétique, à la fois tissulaire, vasculaire et rénal. Il était particulièrement intéressant de lui comparer la sulfourée à ce point de vue.

Qu'elle soit introduite dans le duodénum ou injectée dans les veines, la thiourée est modérément diurétique ([2]). Elle doit cette propriété diurétique

---

([1]) *Dict. Chimie*, 3, 1878, p. 126.

([2]) La diurèse a été évaluée au moyen de l'appareil compte-gouttes de Marey, méthode la plus précise.

non à une influence sur les vaisseaux du rein, mais à une action excitante sur l'épithélium rénal, tout comme l'urée, ainsi que nous avons pu l'observer en confirmation des travaux récents de Simuci et Marcou [1] sur le mécanisme de la diurèse produite par la carbamide. La diurèse observée est notablement plus forte avec l'urée qu'avec la sulfourée. La diurèse s'accompagne, au début, d'une augmentation petite, mais nette cependant, du volume du rein.

Action sur le foie — Cette action se traduit, après l'injection duodénale, par un accroissement très léger du débit biliaire, que l'injection intraveineuse ne modifie pas.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Les effets de moire sont dus à la production sur la rétine de cercles de diffusion.* Note [2] de M. **Bordier**, présentée par M. d'Arsonval.

Si l'on place un point lumineux à une distance finie D de l'œil (0,50 par exemple) l'image de ce point se forme en arrière de la rétine et le faisceau réfracté, limité par la pupille, découpe sur la rétine un petit cercle, appelé cercle de diffusion. Le diamètre de ce cercle a pour valeur

$$c = p \cdot \frac{1 + N.D}{1 + \dfrac{e.D}{f.f'}},$$

formule dans laquelle :

p est le diamètre de la pupille,
N le degré d'amétropie de l'œil,
D la distance du point au foyer antérieur de l'œil,
e la distance du plan de la pupille au foyer postérieur,
f et f' les distances focales de l'œil.

Cette formule montre tout d'abord que les cercles de diffusion varient avec le diamètre de la pupille; de ce diamètre aussi dépend l'acuité visuelle, comme je l'ai démontré expérimentalement [3].

Prenons deux fils rigides et rectilignes et regardons-les en face d'une fenêtre en les inclinant l'un sur l'autre de façon qu'ils forment un

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 98, 1928, p. 455.
(2) Séance du 14 mai 1928.
(3) Voir H. Bordier, *De l'acuité visuelle*, p. 138, Paris, Baillière et fils.

angle aigu : à leur intersection les deux côtés des angles opposés ne sont pas distingués nettement jusqu'à leur sommet; l'espace angulaire paraît occupé par une ombre dont la hauteur est d'autant plus grande que l'angle est plus petit.

Si l'on prend une grille formée de fils minces parallèles fixés sur un cadre et distants de quelques millimètres, puis qu'on lui superpose une autre grille identique en inclinant les deux cadres l'un par rapport à l'autre, on voit se former de part et d'autre du sommet de chaque angle aigu l'ombre dont je viens de parler : tous les sommets de ces angles produisent sur notre œil l'impression d'une zone sombre que l'on peut appeler *bande de moire*. Ces bandes sont parallèles entre elles si les fils de chaque cadre sont équidistants. En faisant tourner une des grilles devant l'autre, les bandes de moire se rapprochent ou s'éloignent les unes des autres suivant que l'on augmente la valeur des angles ou qu'on la diminue : l'effet de moire disparaît quand les fils des deux grilles font un angle se rapprochant de 90°. Remarquons qu'il serait possible de déterminer pour chaque œil l'angle à partir duquel la bande de moire disparaît et utiliser cette valeur angulaire pour la mesure de l'acuité visuelle.

Pour comprendre ce qui se passe lorsque deux lignes droites ou courbes se rencontrent sous un petit angle, supposons que les côtés de cet angle sont décomposés en petits segments parallèles deux à deux : les images rétiniennes de ces deux petits traits sont accompagnées de cercles de diffusion. L'écartement de ces éléments parallèles va en diminuant à mesure qu'on les considère plus près du sommet de l'angle : avant d'arriver à ce sommet, les petits traits parallèles donnent des images rétiniennes dont les cercles de diffusion deviennent d'abord tangents, puis empiètent les uns sur les autres, et cela de plus en plus à mesure que l'on se rapproche davantage du sommet où les deux traits élémentaires finissent par n'en former qu'un seul. C'est donc à partir du moment où les cercles de diffusion de deux petits traits vont se toucher que la sensation de netteté des côtés de l'angle considéré va devenir trouble et que notre œil verra l'espace angulaire devenir obscur et flou.

Nous allons voir que le même phénomène se produit avec une étoffe tissée fil à fil. La moire de soie s'obtient, comme on le sait, en soumettant du taffetas à une forte pression; les effets de moire sont d'autant plus marqués que la trame du taffetas est plus grosse et plus ronde : l'étoffe est pliée en deux, les deux lisières se superposant exactement. Sous l'influence de la pression exercée par une presse hydraulique, il se produit sur les deux faces

du taffetas un glissement et un écrasement irrégulier des trames qui par endroits forment avec les trames voisines des lignes donnant naissance à des angles très aigus aux sommets desquels apparaissent les bandes sombres de moire dont il vient d'être parlé : ce sont les oppositions d'ombres et de reflets qui donnent au taffetas ainsi apprêté l'aspect chatoyant bien connu de la moire.

L'existence des bandes de moire n'est donc que le résultat de la formation sur la rétine de cercles de diffusion qui produisent une sensation de flou au niveau du sommet des angles, tandis que dans les parties voisines du réseau la sensation visuelle est nette et claire.

On arrive ainsi à la conclusion suivante : si l'acuité d'un œil était assez grande pour ne pas être influencée par les cercles de diffusion, les effets de moire n'existeraient pas pour cet œil.

CHIMIE PATHOLOGIQUE. — *Influence de l'insuline sur le trouble du métabolisme des lipides dans le diabète grave.* Note de MM. **Marcel Labbé**, **Floride Nepveux**, **Hiernaux**, transmise par M. Widal.

L'élimination abondante de corps acétoniques par les urines est la première caractéristique du trouble du métabolisme des graisses dans le diabète grave. L'examen du sang a donné des caractères nouveaux qui sont : l'accumulation de corps acétoniques dans le sang, l'augmentation de cholestérine, de lécithine et d'acides gras, l'hyperlipochromie; indirectement l'abaissement de la réserve alcaline et du pH, indices d'acidose sont la conséquence du trouble du métabolisme des graisses.

L'examen de treize diabétiques graves nous a donné les résultats ci-après (voir p. 1446).

Les corps acétoniques n'existent pas dans le sang normal. Dans le diabète grave, on les trouve dans des proportions variables, depuis des traces, jusqu'à la dose de 2^g par litre.

La cholestérine qui varie à l'état normal de $1^g,50$ à $1^g,80$ (dosage par la méthode de Grigaut) est généralement en excès dans le diabète grave; nous avons trouvé des chiffres allant de $1^g,40$ à $7^g,05$.

La lécithine (normalement de $1^g,25$ à $1^g,50$) s'est montrée dans le diabète grave de $0^g,95$ à $3^g,21$.

La réserve alcaline (normalement 52 à 65 volumes de CO^2 pour 100 de

plasma) est généralement abaissée dans le diabète grave; dans nos cas elle a varié de 63,4 à 17,7 volumes.

Noms.	Insuline. Quantités. Unités.	Insuline. Durée. Jours.	C. A. du sang. Avant l'insuline.	C. A. du sang. Après l'insuline.	Cholestérine. Avant l'insuline.	Cholestérine. Après l'insuline.	Lécithine. Avant l'insuline.	Lécithine. Après l'insuline.	Réserve alcaline. Avant l'insuline.	Réserve alcaline. Après l'insuline.
Lac... J...	20,60	27	1,609		2^{g},73				45^{vol},6	63^{vol},7
Mill	0,30	30		0	2,16	1^{g},50	0^{g},95		57,7	62,7
Lév........	40,60	6	0,250	0,57	2,88	2,46	1,80	1^{g},53	47,7	49,7
Méj........	0,20	45	0,230	0	3,26	3,30	1,49		47,1	64,6
Squ........	60,10	27	1,14	0,114	6,71	5,56	3,21	4,54	28	52,8
Die........	20,80	10	0,57	0	4,89	1,78	2,56	1,62	38,1	68
Guill.......	290,70	64	0,460	0	2,33	2,50	1,20	1,3	17,7	65,9
Fiév	40		1,790		7,05		2,74		39,5	65,3
Arriz	80		1,14	0	1,69		1,05		38	63,2
Lac... M...	20,40	28	0,804		3	3,57	2,07		42,4	66,5
Jur........	0,60	32	0,068	0	3	3	2,14		63,4	69,4
Dars.......	20,40	15	1,24	0	2,75	1,71	1,80	1,85	30,1	64,2
Mar........	0,60	17	1,93	0	2,67	2,20	1,58	1,40	33,4	59,4

L'insuline a pour action de rétablir le métabolisme des graisses. Dans tous nos cas, les corps acétoniques du sang, sont tombés rapidement à zéro. En même temps la réserve alcaline s'est relevée jusqu'au taux normal. Il y a une relation entre les deux éléments; quand le taux de la réserve alcaline atteint 50 volumes, et au-dessus, les corps acétoniques ont disparu du sang.

La cholestérine s'abaisse en général. Nous l'avons vue tomber de 7^{g},05 à 3^{g} en 17 jours avec 40 unités d'insuline par jour; une autre fois de 3^{g},26 à 1^{g},36 en un mois. Parfois l'hypercholestérinémie a résisté à l'insuline; nous l'avons vue monter de 2^{g},33 à 2^{g},50, malgré une forte dose d'insuline.

La lécithine suit en général le sort de la cholestérine; elle s'abaisse pour tomber à la normale et même au-dessous.

La réserve alcaline est remontée dans tous nos cas à la normale. On peut toujours y arriver à condition d'employer une dose suffisante d'insuline.

On voit par là que le métabolisme des lipides est fortement et rapidement influencé par l'insuline; l'hormone pancréatique paraît agir directement sur les lipides, et plus rapidement que sur les protides et que sur les hydrocarbonés même.

GÉNÉTIQUE. — *Trois cas de cataracte congénitale obtenus expérimentalement dans une même lignée de Souris.* Note de M. L. **Mercier**, présentée par M. F. Mesnil.

L'œil des Vertébrés est un organe particulièrement sensible et nous savons que certains toxiques d'origine minérale, végétale ou animale sont susceptibles de le frapper dans ses éléments anatomiques. De même, en l'absence de la vitamine liposoluble de croissance A, il y a production d'une substance toxique qui se fixe électivement sur la cornée déterminant de la xérophtalmie. Il est également établi que, dans certaines maladies (du foie en particulier), on relève souvent des troubles du cristallin. Beaucoup de cas de cataracte congénitale accompagnent des stigmates de la syphilis héréditaire. *A priori*, on est donc en droit de discuter la spécificité des origines d'une maladie quelconque de l'œil; mais on peut admettre avec R. Stockard (1924) (¹) que l'œil des Vertébrés est un précieux indicateur du développement déficient.

Au cours de ces dernières années, Guyer et Smith, Bagg et Little, Cuénot et ses collaborateurs, Jones, etc., sont parvenus à provoquer par des méthodes différentes et chez des animaux de diverses espèces, l'apparition d'individus à yeux défectueux. Mais, alors que Guyer et Smith (1920-1924) (²) ont constaté la transmission héréditaire de certaines anomalies oculaires obtenues expérimentalement, d'autres : Cuénot et ses collaborateurs (1923) (³), J. S. Huxley et Carr-Saunders (1924) (⁴), n'ont observé aucune altération de l'œil dans la descendance de Lapins à yeux défectueux obtenus soit par la méthode à la naphtaline, soit par la méthode du sérum anticristallin.

Ces résultats contradictoires m'ont incité à reprendre, sur de nouvelles

(¹) Ch. R. Stockard, *The structure of the Vertebrate Eye as an index of developmental deficiencies* (*Amer. Nat.*, 38, 1924, p. 24).

(²) Guyer et Smith, *Studies on cytolysins. Transmission of induced Eye defect* (*Journ. of exp. Zool.*, 31, 1920, p. 171); *Further studies on inheritance of Eye defect induced in Rabbits* (*Journ. of exp. Zool.*, 38, 1924, p. 449).

(³) L. Cuénot, R. Lienhart et M. Mutel, *Expériences montrant la non-hérédité d'un caractère acquis* (*Comptes rendus*, 176, 1923, p. 611).

(⁴) J. S. Huxley et A. M. Carr-Saunders, *Absence of prenatal effects of lens-antibodies in Rabbits* (*Brit. Journ. Exper. Biol.*, 1, 1924, p. 215).

bases, l'étude du déterminisme de certaines lésions oculaires et de leur transmission héréditaire.

Matériel et technique. — Des Souris albinos provenant d'une souche suivie pendant deux ans et dans laquelle je n'ai constaté ni lésion oculaire [1], ni tumeur cancéreuse, reçoivent une injection intrapéritonéale de $0^{cm^3},5$ de *goudron de houille repris par l'huile d'olive.*

Résultats. — 1° Tous les jeunes (*génération* I) nés de parents ayant reçu une injection intrapéritonéale de goudron présentent des yeux normaux.

2° Deux Souris de la génération I, frère et sœur, sont accouplées (couple A). Elles donnent 23 jeunes (*génération* II); tous présentent des yeux normaux.

3° Sept couples formés avec des Souris de la génération II donnent 109 petits (*génération* III) dont trois sont aveugles. Ces trois Souris aveugles sont du sexe mâle; elles ont présenté dès la naissance de la cryptophtalmie et chez toutes j'ai constaté, sur coupes histologiques, l'existence de la cataracte des deux yeux.

4° Malgré toutes les tentatives effectuées, il a été impossible d'obtenir un accouplement fécond en utilisant les mâles aveugles [2]. J'ai cependant constaté, sur coupes, une évolution en apparence normale de la spermatogénèse.

5° Une Souris femelle, sœur d'un mâle aveugle, a présenté à l'âge d'un an un adéno-carcinome du volume d'une noix.

Conclusions. — A la suite d'une injection intrapéritonéale de goudron de houille repris par l'huile d'olive à des Souris albinos, j'ai constaté l'apparition, à la troisième génération d'une même lignée, d'accidents oculaires et en particulier de cas de cataracte congénitale. Ces malformations se sont présentées uniquement chez des mâles et ceux-ci se sont montrés inféconds. Le cristallin étant un organe épithélial, on peut se demander s'il n'y a pas plus qu'une simple coïncidence entre l'apparition de la cataracte et le développement d'un adéno-carcinome chez deux Souris nées d'une même portée.

---

(1) E. P. Pearson a observé des anomalies oculaires, probablement héréditaires, dans un élevage normal de Souris albinos (*Nature*, 1, 1924, p. 433). De même, C. E. Keeler a sélectionné une race de Souris aveugles par suite d'une anomalie structurale de la rétine (*Proceed. of the Nation. Acad. of Sc.*, 10, 1924, p. 329).

(2) J. Maisin et P. de Smedt (*C. R. Soc. Biol.*, Paris, 91, 1924, p. 134) ont signalé une stérilité relative chez les Souris soumises à des badigeonnages de goudron.

HYGIÈNE. — *La pneumokoniose des piqueurs de grès*. Note de MM. **F. Heim de Balsac**, **E. Agasse-Lafont** et **A. Feil**, transmise par M. Widal.

La question des pneumokonioses, de leur fréquence relative, de leur gravité, enfin de leurs rapports avec la tuberculose pulmonaire, est actuellement une des plus importantes de la pathologie professionnelle. Il est reconnu que les notions cliniques anciennes sur ce sujet ne sauraient être toujours acceptées sans conteste : elles doivent être vérifiées et complétées, grâce aux données plus récentes que fournissent l'examen bactériologique et radiologique.

C'est dans ce but que nous avons procédé à une enquête récente sur les conditions actuelles du travail, la morbidité et la mortalité des ouvriers, dans l'industrie des pavés de grès.

Au cours des occupations variées que nécessite l'exploitation d'une carrière de pavés pour le pavage des rues, on constate que seuls les carriers et les piqueurs de grès sont menacés de pneumokoniose, en raison de l'inhalation des poussières gréseuses.

L'observation de 24 carriers ou piqueurs de grès, choisis parmi les plus anciens, sur les 62 occupés dans la carrière étudiée, ouvriers âgés de 30 à 54 ans, exerçant leur profession depuis une durée moyenne de 20 ans (le plus ancien 35 ans, le plus jeune 5 ans), a permis de faire les constatations que voici :

Presque tous ont de la toux et une expectoration plus ou moins abondante, le matin. Des signes physiques d'auscultation, du côté de l'appareil respiratoire, d'ailleurs légers, en général, sont aisément décelables, dans 60 pour 100 des cas.

D'autre part, on relève la fréquence et l'intensité des anomalies radiologiques (constatées avec le concours de M. A. Desmoulins). On trouve dans les poumons de ces ouvriers de grosses calcifications, qui ne paraissent pas être des cicatrisations de lésions tuberculeuses, car elles n'en ont ni le siège habituel, ni le volume. D'autre part, elles constituent souvent des modifications limitées, isolées, sans altérations parenchymateuses concomitantes. A l'examen de la plupart des radiographies, on trouve des transformations scléreuses des images hilaires, des ramifications broncho-vasculaires plus accusées qu'elles ne le sont d'ordinaire, chez les sujets du même âge.

Contrastant avec ces constatations, on note, chez la plupart des ouvriers, un état général bon : rares sont ceux qui présentent l'aspect d'une santé vraiment précaire. Aussi n'a-t-on pas à s'étonner de voir que ces manifestations broncho-pulmonaires chroniques ne sont qu'exceptionnellement dues à une tuberculose, décelable par l'examen bactériologique : même en employant les méthodes d'homogénéisation de l'expectoration, et en multipliant les recherches, on ne trouve de bacilles tuberculeux que dans 2 cas sur 24, soit une proportion de seulement 8 pour 100.

Ces notions expliquent les anomalies relatives dans une autre partie de la même enquête, qui a porté sur les statistiques de mortalité pendant près de 50 années. On constate en effet que, de tout temps, dans cette profession, la mortalité a été due presque exclusivement aux affections des voies respiratoires (56 cas sur 68, soit 85 pour 100). Mais la nature de ces affections est interprétée de façon très différente, suivant l'époque plus ou moins ancienne envisagée. En effet, dans une première période, pendant laquelle les examens bactériologiques n'étaient pas ou n'étaient que rarement pratiqués (1881-1896), *tous* les décès par affections des voies respiratoires sont attribués à la tuberculose. Au contraire, dans la période qui s'étend de 1902 à 1926, on voit apparaître une distinction entre les affections chroniques des voies respiratoires, suivant que la tuberculose paraît devoir être, ou non, incriminée : presque autant de morts sont attribués à la bronchite chronique simple qu'à la tuberculose.

Il est vraisemblable que, lorsque l'attention aura été suffisamment attirée sur la nécessité de cette distinction entre la tuberculose et les pneumokonioses revêtant le masque de la tuberculose, les statistiques de mortalité se rapprocheront des constatations de morbidité précisées dans la présente enquête.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Recherches sur le mode de propagation de la fièvre aphteuse.* Note de MM. C. **Kling** et A. **Höjer**, présentée par M. Roux.

Kling et Höjer ([1]), après avoir étudié les épizooties de fièvre aphteuse apparues en Suède depuis 1875 et spécialement celle ayant sévi pendant les années 1924-1926, ont trouvé que l'homme était le principal importateur et propagateur de virus. Prenant comme point de départ le fait démontré

([1]) Kling et Höjer, *C. R. Soc. Biol.*, 94, 1926, p. 613.

par Lebailly [1], ainsi que par Vallée et Carré [2], que le germe, en dehors de l'organisme et dans des conditions ordinaires, est très labile, les auteurs suédois ont émis l'hypothèse que l'homme doit être un véritable porteur de virus.

Nous avons cherché à vérifier expérimentalement cette supposition. De très nombreuses tentatives de transmission du virus à l'homme (sécrétions nasopharyngées, fèces) aux animaux réceptifs (cobayes, porcs, bovidés) ont, sauf dans deux cas douteux, tout à fait échoué. D'où la nécessité de choisir une autre méthode expérimentale.

Nous avons d'abord examiné la réceptivité de l'homme pour le virus de la fièvre aphteuse. Quatre personnes adultes, dont l'un de nous, furent inoculées par voie intra-dermique (paume de la main) avec la lymphe virulente (provenant d'un cobaye infecté avec le virus de passage, souche suédoise).

Les quatre sujets inoculés restèrent tout à fait indemnes, alors que le cobaye témoin montra des lésions typiques et intenses. Nos résultats à cet égard confirment donc les observations de Lebailly [3]. Deux singes (*Macacus rhesus*) furent infectés avec une dose massive de virus (souche Riems) par voie cutanée et péritonéale. Mêmes résultats négatifs.

Après ces essais infructueux, nous avons réalisé l'expérience suivante : après avoir instillé de l'huile de croton dans les deux narines d'un *Cercocebus fuliginosus*, nous avons badigeonné les muqueuses du nez, du pharynx et de la bouche avec le virus de passage (souche Riems, lymphe et aphtes d'un cobaye récemment recueillies et triturées dans de la glycérine). Le lendemain, le singe présentant une rhinite intense et de la diarrhée, nous avons recherché le virus dans les sécrétions nasopharyngées et dans les fèces. Des échantillons furent émulsionnés dans la glycérine et conservés à la glacière pendant quelques jours. Des cobayes furent inoculés par la voie cutanée habituelle, avec le matériel non filtré, et par voie intramusculaire, après filtration sur papier. La spécificité des lésions apparues chez les cobayes infectés fut vérifiée par l'inoculation à des animaux neufs (cobayes, porcs) ainsi que par des épreuves d'immunité. Voici les résultats obtenus :

---

(1) Lebailly, *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 1580.
(2) Vallée et Carré, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 292.
(3) Lebailly, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 1140.

	Sécrétions nasopharyngées.	Fèces.
24 heures après l'infection	*Positif*	*Positif*
72 heures »	Négatif	Négatif
21 jours »	Négatif	Négatif
49 jours »	–	*Positif*
57 jours »	–	Négatif

Il est à observer qu'au 49e jour, alors que nous avons réussi à déceler le virus pour la troisième fois, le singe a été atteint de diarrhée cholériforme. Nous signalerons également qu'à ce moment le virus isolé était d'une virulence atténuée (prolongation de l'incubation).

Conclusions. — Le singe (*Cercocebus fuliginosus*), quoique ne montrant pas de symptômes manifestes après l'infection par le virus de la fièvre aphteuse, peut héberger le germe sur ses muqueuses (nez, bouche, pharynx, intestin) et l'éliminer sous une forme virulente, après un laps de temps assez long (49 jours).

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Contribution à l'étude de l'immunité vis-à-vis du streptocoque dit scarlatineux.* Note de MM. **G. Ramon**, **R. Martin** et **A. Laffaille**, présentée par M. Roux.

Nous avons entrepris une série de recherches sur les manifestations *in vivo* et *in vitro* de l'immunité vis-à-vis du streptocoque dit scarlatineux [1].

Les antigènes utilisés. — Afin de ne pas compliquer nos essais, du moins à leur début, nous avons fait choix de souches considérées comme les plus caractéristiques du streptocoque scarlatineux, à savoir les différentes souches isolées soit par G.-E. et G.-H. Dick, soit par Dochez.

Nous avons employé des milieux de culture variés; nous estimons à l'heure actuelle que le bouillon Martin convient aussi bien sinon mieux que les milieux spéciaux (bouillon de Dick par exemple, additionné ou non de sang humain ou animal) pour la production des antigènes. Un pH plutôt faible, au voisinage de pH = 7, nous semble plus favorable à cette production qu'un pH plus élevé. Les cultures dont nous nous sommes servis étaient en général âgées de 5 jours et nous utilisions soit la culture totale elle-même, soit le filtrat.

---

(1) C'est afin de ne rien préjuger quant au rôle étiologique du streptocoque dans la scarlatine que nous disons dans le titre de cette Note : streptocoque dit scarlatineux.

Expérimentation chez le cheval. — Sept chevaux neufs ont été injectés : les nos 41, 44, 55 avec le filtrat de culture de la souche Dick II, le no 45 avec ce même filtrat chauffé 3 heures à 100°; les nos 46 et 56 avec la culture totale vivante, souche Dick II pour le premier, souche Dochez II pour le deuxième; le no 48 avec la culture totale souche Dochez II chauffée à 100° durant 3 heures. En outre, deux chevaux étaient soumis à des injections de culture de streptocoques non scarlatineux : streptocoque isolé d'une septicémie puerpérale (souche CH) pour le cheval no 50; le même streptocoque, modifié (souche CHM) selon la technique de Cantacuzène et Bonçiu, pour le cheval no 54.

Les injections étaient faites sous la peau en de multiples endroits du corps de l'animal; répétées tous les cinq jours, elles étaient effectuées en quantités croissantes : 50, 100, 150, 200, 300, 420 et 600$^{cm^3}$; les deux dernières étaient, en partie, additionnées de tapioca.

Réaction d'agglutination. — Voici à titre d'exemple quelques-uns des résultats obtenus :

Le sérum du cheval 55 (injecté avec le filtrat de la souche Dick II) ne possède aucun pouvoir agglutinant. Le sérum de cheval 46 (culture vivante Dick II) agglutine la souche Dick au 1/4000, la souche Dick II au 1/500, la souche Dochez II au 1/1000, il n'agglutine par les souches CH et CHM. Le sérum du cheval 56 (culture vivante Dochez II) n'agglutine pas la souche Dick I, faiblement le Dick II; il agglutine la souche Dochez II au 1/4000, etc.

Les sérums 50 et 54 agglutinent les souches CH et CHM au 1/500 et seulement ces souches.

On remarquera l'absence de pouvoir agglutinant pour le sérum du cheval injecté avec le filtrat et, par contre, l'abondance et surtout la spécificité des agglutinines des sérums provenant de chevaux injectés avec les cultures vivantes du streptrocoque scarlatineux.

Réaction de floculation. — Cherchons à provoquer dans les mélanges de filtrat de streptocoque scarlatineux et de sérum de nos chevaux, un phénomène de floculation semblable à celui mis en évidence, par l'un de nous, dans les mélanges de toxine et d'antitoxine diphtériques. Dans ce but, disposons dans un porte-tubes une série de tubes contenant chacun 2$^{cm^3}$ d'un filtrat qui s'est révélé très actif pour la production chez l'homme de la réaction de Dick. Ajoutons dans ces tubes des quantités décroissantes, 0$^{cm^3}$,1, 0,075, ..., 0,03, 0,02, 0,015, etc., de l'un des sérums obtenus

chez le cheval, par exemple celui du cheval 55 (injecté avec le filtrat de la souche Dick). Agitons les tubes, puis plaçons-les à l'étuve à 40°.

Nous constaterons au bout d'un temps variable (10 à 12 heures ou plus), l'apparition dans l'un des tubes d'une floculation (floculation initiale) très nette, encore que moins intense que celle que l'on observe dans les mélanges de sérum antidiphtérique et de toxine spécifique.

Si l'on remplace le filtrat utilisé dans cette expérience par un filtrat de culture de streptocoque non scarlatineux, la floculation ne se produit pas.

Le phénomène de floculation permet donc de déceler dans les filtrats de streptocoque scarlatineux la présence d'une substance capable d'entrer en réaction, *in vitro*, avec un anticorps dirigé spécialement contre elle et que l'on trouve en grande abondance dans le sérum des chevaux qui ont reçu sous la peau soit les filtrats, soit les cultures de ce streptocoque.

Des essais nombreux, dont les détails seront donnés ailleurs, nous ont montré qu'il existe une relation très étroite entre le pouvoir floculant des filtrats (obtenus dans les conditions les plus variées) (1) et l'activité de ces filtrats mesurée chez l'homme à l'aide de la réaction de Dick. De plus, des expériences que nous poursuivons encore actuellement nous indiquent qu'il y a un rapport certain entre la valeur floculante des sérums provenant de chevaux injectés avec les produits de culture du streptocoque scarlatineux et l'action neutralisante de ces sérums décelée et appréciée chez l'homme.

On sait à quelles difficultés et à quelles impossibilités même se heurtent les expérimentateurs obligés, en l'absence de tout autre réactif, à recourir à l'espèce humaine pour effectuer des dosages qui demeurent toujours très approximatifs. La réaction de floculation convenablement mise en œuvre fournit le moyen d'apprécier facilement, à peu de frais et avec une précision suffisante, la valeur de l'antigèn eet de l'anticorps du streptocoque dit scarlatineux.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.

(1) C'est ainsi que nous avons pu faire des floculations croisées avec nos filtrats et sérums et ceux que MM. Johan et Kanÿo (de Budapest) nous avaient envoyés et signalés comme particulièrement actifs.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1927 (*suite*).

Katalog der schweizerischen Landesbibliothek. Bern.
Kodaikanal Observatory. Bulletin. Madras.
Koninklijk magnetisch en meteorologisch Observatorium te Batavia (*Verhandelingen*). Batavia.
Koninklijk nederlandsch meteorologisch Instituut. Utrecht, La Haye.
Kosmos. Société polonaise des naturalistes « Kopernik ». Lwow.
Kronika uniwersytetu Jana Kazimierza we Lwowie (Chronique de l'Université Jean Casimir de Lwow). Lwow.
Kungliga Sjoekarteverket Jordmagnetiska publikationer. Stockholm.
Kungliga svenska vetenskaps akademiens Årsbock. Stockholm.
Kungliga svenska vetenskaps akademiens Skrifter i Naturskyddsärenden. Stockholm.
Kungliga svenska vetenskaps akademiens handlingar. Stockholm.
Kyushu Imperial University Calendar (The). Kyushu.

Latvijas Universitates Raksti. Riga.
Latvijas Universitates Meteorologiskà Instituta darbi (Travaux de l'Institut météorologique de l'Université lettone). Riga.
Library of Congress; report of the librarian of Congress. Washington.
Lick Observatory Bulletin. Berkeley.
Ligue des Sociétés de la Croix-Rouge. Paris.
Ligue nationale contre le taudis. Études et documents. Paris.
List of Members of the British Astronomical Association. London.
List of the Geological Society of London. London.
Lowell Observatory. Bulletin. Flagstaff.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 5 mars 1928.)

Note de M. *Maurice Caullery* et Mlle *Marguerite Comas*, Le déterminisme du sexe chez un Nématode (*Paramermis contorta*), parasite des larves de Chironomes :

Page 647, dernière colonne du tableau, ligne 3, *au lieu de* 2 ♀$_2$, **122** ♂♀, 22 ♂$_2$, *lire* 29 ♀$_2$, **122** ♂♀, 2 ♂$_2$; ligne 10, *au lieu de* **1** ♀$_2$♂$_8$, 2 ♀ ♂$_9$, *lire* **1** ♀$_2$♂$_8$, **2** ♀ ♂$_9$.

(Séance du 26 mars 1928.)

Note de M. *Serge Bernstein*, Sur quelques propriétés asymptotiques de la meilleure approximation :

Page 841, ligne 10, *au lieu de* $p(x) = \frac{1}{p(x)}$, *lire* $p(-x) = \frac{1}{p(x)}$.

Page 842, ligne 5, *au lieu de* $R_n(x)$, *lire* $R_n^2(x)$.

(Séance du 23 avril 1928.)

Note de M. *Serge Bernstein*, Sur les polynomes de Jacobi :

Page 1091, ligne 19, *au lieu de* $(1-x)^2$, *lire* $(1-x_i^2)$; ligne 24, *au lieu de* $(-1)^2$, *lire* $(-1)^i$.

Page 1092, ligne 5, *au lieu de* $2hn$, *lire* εhn; ligne 22, *au lieu de* $\frac{\pi}{\gamma}$, *lire* $\frac{\pi}{4}$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 30 MAI 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

LITHOLOGIE. — *Sur une nouvelle région de roches intrusives néphéliniques à Madagascar.* Note (¹) de M. **A. Lacroix.**

J'ai montré antérieurement (²) qu'en outre de la province lithologique d'Ampasindava, caractérisée par des roches néphéliniques variées, traversant et métamorphisant le Jurassique, il existe à Madagascar des roches alcalines de la même famille dans trois régions distinctes du Massif cristallin, les deux premières sur sa bordure occidentale, la troisième en son centre.

Le gisement d'Anosikely, voisin du confluent de la Mahajamba et de la Betsioka, renferme une syénite néphélinique à biotite et à hastingsite, du type magmatique I.6.1.4, avec veines pegmatiques hololeucocrates.

Le gisement de Makaraingo se trouve plus au Sud, sur l'arête séparant les vallées de la Bekinamo et de la Mahakamba, affluent de la Mahavavy. La syénite néphélinique y a perdu sa structure originelle et, par recristallisation granoblastique, est devenue un gneiss néphélinique. Sa composition est voisine de celle de la roche précédente : I(II).'6.(1)2.(3)4.

Ces roches appartiennent donc l'une et l'autre à un type sodique offrant une grande analogie chimique avec ceux de la région sédimentaire du Nord-Ouest.

(¹) Séance du 21 mai 1928.

(²) Ces travaux ont été résumés dans ma *Minéralogie de Madagascar*, 2, 1921, p. 388, 503, etc.

La syénite néphélinique à ægyrine et biotite du centre de l'île est, au contraire, chimiquement différente des précédentes. Elle gît dans la vallée de l'Itsindra. Elle est parmi les plus riches en potasse des roches connues (II.6'.1'.'3) et j'en ai fait un type spécial (itsindrite).

Une caractéristique minéralogique commune à toutes ces roches néphéliniques, à facies éruptif ou gneissique, se trouvant dans les schistes cristallins du Massif central et dont l'âge est certainement très ancien, réside dans la nature du feldspath potassique qui est le microcline quadrillé, accompagné d'albite, n'y existant qu'à l'état de cristaux indépendants, tandis que dans les syénites néphéliniques postjurassiques du Nord-Ouest, le feldspath potassique est toujours de l'orthose, plus ou moins sodique, fréquemment associée en microperthite à l'albite; quant à la structure elle est souvent foyaïtique.

Ces données devaient être précisées, afin de souligner l'intérêt de la découverte d'une quatrième région de roches intrusives néphéliniques située, celle-là, au milieu des gneiss de la côte orientale de la Grande Ile.

J'ai constaté son existence en étudiant une collection de roches recueillies par M. Decary, au cours d'une récente mission. Leur nature n'ayant pas été reconnue au moment de leur récolte, aucun renseignement sur leur mode de gisement n'a pu être donné.

Syénite néphélinique. — Cette syénite provenant de l'ouest de Vohitaka, à mi-chemin entre Manatorivotra et Ankarimbolo (province de Farafangana), est hétérogène, mi-partie à grain moyen, mi-partie à grain fin, mais il s'agit là de facies de variation d'une même roche.

La composition minéralogique est la suivante : orthose faculée d'albite, albite, néphéline, sodalite, losite en grands cristaux enveloppant pœcilitiquement les autres éléments, enfin, augite ægyrinique d'un vert foncé; comme minéraux accessoires, il faut signaler une hastingsite d'un vert très sombre, le sphène en grands cristaux automorphes du type commun et en longues aiguilles filiformes allongées suivant c, un grenat jaune, la fluorine et enfin un minéral triclinique, à macles polysynthétiques, à rapprocher de la hiortdahlite. La néphéline est partiellement automorphe; les feldspaths ont une tendance à l'aplatissement, mais la structure est grenue.

L'analyse 1 (par M. Raoult) donnée plus loin conduit aux paramètres magmatiques 1.6.1(2).4, c'est-à-dire à un type fréquent parmi les syénites néphéliniques du nord-ouest de l'île.

Micro-essexite. — Cette roche a été recueillie entre Ankarimbolo et Karianga, au nord de Manatorivotra; elle affleure dans le fond des vallées

et notamment dans celle de Voandrozo. Sa pâte, très cristalline d'un gris verdâtre, renferme quelques phénocristaux macroscopiques de plagioclases, de hornblende, et de sphène. Au microscope, les grands cristaux feldspathiques se montrent très zonés (50 à 38 pour 100 d'anorthite) cerclés d'orthose; l'amphibole est une hornblende barkévicitique brune, verdissant sur les bords, elle est accompagnée d'augite violacée, de biotite d'un vert sombre concentrée autour des métasilicates. L'apatite et le sphène sont assez abondants. Ces minéraux sont distribués au milieu de plagioclases acides et d'orthose en lames enchevêtrées (structure intersertale) dont les intervalles sont remplis par de la néphéline (en voie de transformation en losite), avec un peu de sodalite, d'analcime et une petite quantité des minéraux colorés précédemment énumérés : il existe aussi de l'andradite biréfringente occupant la place de la néphéline [1].

Cette composition minéralogique est celle des essexites du Nord-Ouest, mais la structure est porphyrique, ce qui est exceptionnel dans cette dernière région. La composition chimique est aussi analogue, mais avec un caractère leucocrate un peu plus accentué; cela est mis en évidence par la comparaison de l'analyse 2 conduisant à la formule (I) (II).6.2.4 et de celle (analyse 3) de l'essexite de Sandrakoto que j'ai publiée antérieurement ('II.'6.2.4); il est à noter que cette dernière roche se rencontre non pas dans les terrains sédimentaires, mais dans les schistes cristallins.

	1.	2.	3.
SiO^2	55,50	51,56	53,42
Al^2O^3	24,50	22,76	20,20
Fe^2O^3	0,88	2,01	2,65
FeO	1,32	3,50	2,77
MgO	0,25	0,76	2,20
CaO	1,42	5,72	5,12
Na^2O	9,96	8,25	6,85
K^2O	4,72	2,97	3,87
TiO^2	0,14	0,68	1,39
P^2O^5	0,05	0,23	0,11
H^2O (+)	0,77	0,82	0,72
» (—)	0,15	0,31	0,28
MnO	0,12	0,26	0,18
Cl	0,13	0,10	»
	99,91	99,93	99,76

(1) Cette pseudomorphose de néphéline en un grenat rappelle celle que j'ai décrite jadis dans la monzonite néphélinique de Pouzac (Hautes-Pyrénées) offrant de grandes analogies chimiques et minéralogiques avec la roche étudiée ici.

Les deux roches qui viennent d'être décrites ayant été rencontrées au milieu des schistes cristallins, en l'absence de sédiments il est impossible d'avoir une notion de leur âge; mais leur existence doit être rapprochée d'un fait qui n'est pas sans importance à ce point de vue. Dans la collection faite par Catat, avant la conquête de la colonie, j'ai trouvé un granite à ægyrine, à tous égards identique à celui de l'Ambohitrosy. Il est indiqué comme ayant été recueilli dans la vallée du Mangoro, c'est-à-dire sur le versant oriental du Massif central, au nord de la région d'où proviennent les deux roches étudiées dans cette Note. Or, à l'époque du voyage de Catat, l'Ambongo n'ayant pas encore été pénétré par les Européens, il n'y a aucune raison de douter de l'exactitude de l'indication de gisement fournie, bien qu'elle manque de précision.

Minéralogiquement, ce granite à ægyrine, la syénite néphélinique et l'essexite décrites plus haut, constituent un tout dont l'ensemble et le détail sont identiques à ce qui est réalisé dans la province lithologique d'Ampasindava. Structuralement, le granite présente tous les caractères des roches intrusives de consolidation peu profonde de cette série postjurassique, et probablement crétacée; en outre, la syénite néphélinique de notre nouveau gisement présente les caractères feldspathiques de ces mêmes roches. Il y a donc des probabilités pour que les roches faisant l'objet de cette Note aient été mises en place plus tardivement que celles des autres gisements du Massif central et qu'elles soient du même âge que celles de la région sédimentaire.

J'ai appliqué déjà un raisonnement analogue à d'autres roches fort abondantes dans la grande forêt de l'Est, je veux dire des dolérites qui présentent la plus grande analogie de composition et de structure avec celles constituant tant de dykes dans la région triasique de l'Ouest. Je me suis demandé si, dans l'Est et dans l'Ouest, ces dolérites n'étaient pas contemporaines et si, en outre, celles de l'Est n'étaient pas en relation génétique avec les épanchements de laves de même composition qui jalonnent les rives de l'Océan Indien.

Comme conclusion, j'estime — et c'est là le but de cette Note — qu'il y a lieu d'attirer l'attention des géologues qui étudieront le versant oriental du Massif cristallin de la Grande Ile sur la nécessité de rechercher si les roches dont je viens de faire l'étude n'existent pas en plus grand nombre et, dans ce cas, d'étudier avec précision les conditions de leur gisement, afin d'éclairer une question d'une grande importance pour la connaissance des phénomènes éruptifs dont Madagascar a été le siège.

M. **J.-B. Charcot** fait hommage à l'Académie de l'Ouvrage qu'il vient de publier sous le titre *Christophe Colomb vu par un marin*. Préface de Paul Chack.

CORRESPONDANCE.

M. **Paul Guérin** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Botanique par le décès de M. *L. Guignard*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° P. Charbonnier. *Essais sur l'histoire de la Balistique*. (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

2° *Éléments de Nomographie*, par Toyotaro Tanimura (en japonais). (Présenté par M. M. d'Ocagne.)

ÉLASTICITÉ. — *Sur l'équilibre d'élasticité d'un prisme rectangle.* Note (¹) de M. **Belzecki**, présentée par M. Mesnager.

En tirant $\underset{i=1,2,3}{N_i}$ de chacune des trois équations d'équilibre, nous obtiendrons

$$(a)\qquad \begin{cases} N_1 = -\int \frac{\partial T_3}{\partial y}\,dx - \int \frac{\partial T_2}{\partial z}\,dx - \int X\,dx + \varphi_1(y, z), \\ N_2 = -\int \frac{\partial T_3}{\partial x}\,dy - \int \frac{\partial T_1}{\partial z}\,dy - \int Y\,dy + \varphi_2(x, z), \\ N_3 = -\int \frac{\partial T_2}{\partial x}\,dz - \int \frac{\partial T_1}{\partial y}\,dz - \int Z\,dz + \varphi_3(x, y). \end{cases}$$

Les φ_i sont trois fonctions arbitraires.

Exprimons que $\Delta\Sigma N_i = 0$, en posant

$$\frac{\partial^3}{\partial x\,\partial y\,\partial z}\Delta\Sigma N_i = 0,$$

nous obtenons l'équation de condition

$$(b)\quad \frac{\partial}{\partial z}\left[\underset{xy}{\Delta\Delta} T_3 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\underset{xy}{\Delta} T_3\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\underset{yz}{\Delta\Delta} T_2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\Delta T_2\right] + \frac{\partial}{\partial x}\left[\underset{zy}{\Delta\Delta} T_1 + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\underset{zy}{\Delta} T_1\right] = 0.$$

(¹) Séance du 21 mai 1928.

Chaque fonction φ_i peut satisfaire séparément à l'équation

$$\Delta\varphi_i = 0.$$

Soient F_{xy}, F_{xz}, F_{zy} trois fonctions de ces variables qui satisfassent à l'équation

$$\Delta\Delta F = 0$$

et trois autres qui satisferont à l'équation

$$\Delta f = 0.$$

Les trois fonctions

$$T_3 = z F_{xy} + z^3 f_{xy}, \qquad T_2 = y F_{xz} + y^3 f_{xz},$$
$$T_1 = x F_{zy} + x^3 f_{zy}$$

satisferont à l'équation (b) car chacune annule l'expression entre crochets. Ces trois fonctions et les trois fonctions N_i définies par (a) présentent une solution particulière mais d'application étendue du problème posé.

Cette solution du problème posé dépend d'une relation [équation (b)] qui doit être satisfaite par les solutions de trois problèmes plans.

Le problème plan, grâce aux recherches connues de MM. Mathieu, Maurice Lévy, Ribière, Mesnager et Kolossoff, est épuisé. Par un choix convenable de la solution ci-dessus, on peut obtenir une série de solutions du problème proposé par l'Académie des Sciences en 1846. M. Mathieu a trouvé une solution en ajoutant les solutions de quatre problèmes plans. De notre remarque découle que la solution du problème général dépend des solutions de trois problèmes plans, réunies par l'équation (b) et complétées par trois fonctions φ_i satisfaisant séparément à l'équation de Laplace. En général le problème plan est défini par des équations

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial \alpha} + \frac{\partial T_j}{\partial \beta} = 0 \\ \frac{\partial T_j}{\partial \alpha} + \frac{\partial N_{i+1}}{\partial \beta} = 0 \end{aligned}\right. \qquad (\Delta\Delta T_j = 0).$$

Deux forces normales doivent être complétées par deux fonctions arbitraires, qui dans le cas du problème plan traité en coordonnées cartésiennes sont des fonctions linéaires, l'une de α, l'autre de β.

Le problème à trois dimensions est défini par : 1° trois équations d'équilibre (a); 2° l'équation (b).

Les forces normales peuvent être complétées par trois fonctions arbitraires satisfaisant séparément à l'équation de Laplace.

Cependant il peut être utile de se servir de l'équation (b) exprimée en fonction des déplacements élastiques u, v, w.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Influence de divers facteurs sur les tensions internes d'étirage.* Note [1] de M. **Albert Portevin**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

L'étirage à froid par passage à la filière des barres métalliques met en extension les couches périphériques et en compression la région axiale [2]. La valeur et la répartition de ces efforts internes peuvent être influencées par de multiples facteurs :

1° Avant étirage, par l'état initial : recuit, laminé à froid, trempé.

2° Pendant l'étirage, par les conditions de l'opération : importance de la réduction de diamètre ou passe d'étirage, diamètre de la barre, nombre de passes, vitesse d'étirage, forme des filières, graissage, etc.

3° Après étirage, par les opérations mécaniques ou thermiques ultérieures : dressage, usinage, recuit.

Comme il s'agissait de comparaisons, on a, pour simplifier, étant données les conclusions de notre dernière Note [3], procédé à la détermination des efforts longitudinaux par tournage. Le tracé de la courbe de répartition de ces efforts dans la barre fournit les termes de comparaison suivants : valeurs maxima des efforts, valeurs des efforts moyens et rayon du cylindre d'effort nul, autrement dit distance à l'axe des fibres neutres séparant la zone en extension de la zone en compression :

1° *Importance de la passe d'étirage* (réduction de diamètre). — Pour un même diamètre et une seule passe d'étirage, les efforts croissent avec l'importance de la passe. Pour une barre de 20^{mm} de diamètre en laiton à 58,4 pour 100 Cu initialement recuite, on a trouvé :

Réduction de diamètre (en mm).........	2	1,5	1	0,5
Effort de compression axial (en kg/mm²)..	−23	−20	−15	−6

En outre, les efforts internes sont moins élevés si l'on opère en plusieurs passes, mais bien plus inégalement répartis sur le pourtour de la barre. Si l'on compare à une réduction de 2^{mm} de diamètre obtenue par 4 passes de $0,5^{mm}$, on trouve :

---

(1) Séance du 21 mai 1928.

(2) *Comptes rendus*, 167, 1918, p. 1033.

(3) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 939.

	1 passe de 2^{mm}.	4 passes de $0^{mm},5$.
Compression axiale (en kg/mm²)	—23	—10
Allongement total moyen sur 4 génératrices (en μ)	312	131
Écart maximum entre les allongements sur 4 génératrices (en μ)	16	114

2° *Diamètre de la barre et vitesse d'étirage.* — Pour une même passe d'étirage, 2^{mm} par exemple, les efforts d'extension périphériques sont bien plus élevés sur une barre de 40^{mm} que sur une barre de 20^{mm} alors que les compressions axiales sont sensiblement les mêmes. Il en résulte un déplacement vers l'extérieur des fibres neutres pour le gros diamètre; autrement dit, l'effet est plus localisé en surface.

Par contre, l'influence des vitesses d'étirage, aux vitesses usuelles, est très faible et négligeable en première approximation.

3° *État initial :* laminé, recuit ou trempé. — Le laminage à froid met, comme l'étirage, en extension les couches périphériques, mais les efforts sont plus irrégulièrement distribués autour de l'axe et les fibres neutres plus rapprochées de l'axe; en tout cas son effet s'ajoute à celui de l'étirage ultérieur au lieu de le contrarier comme il a été dit.

La trempe, qui provoque en principe une répartition inverse des efforts internes (1), pourrait par suite être utilisée avant l'étirage pour atténuer l'effet de cette dernière opération sur les tensions, mais le résultat constaté a été à peu près nul sur le laiton.

4° *Atténuation des efforts internes dans les produits étirés.* — Trois procédés peuvent être employés pour diminuer les efforts internes dans les barres étirées : le recuit, le dressage, l'usinage.

Le recuit est le moyen le plus efficace comme dans le cas des efforts créés par un refroidissement rapide (2), mais les résultats de cette étude seront exposés ultérieurement.

Le dressage à la machine, opération qui succède toujours à l'étirage, amène une réduction très notable des efforts périphériques d'extension et reporte vers l'axe les fibres neutres, n'agissant que peu sur les efforts axiaux de compression, comme le montre l'exemple suivant relatif à une barre de 20^{mm} de diamètre après une passe d'étirage de $1^{mm},5$:

---

(1) *Comptes rendus*, **167**, 1918, p. 531.
(2) *Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 959.

	Barre étirée.	Barre dressée.
Efforts d'extension périphériques (en kg/mm²)...	+31,7	+10,1
Efforts de compression axiaux (en kg/mm²)......	−15,0	−11,8
Efforts moyens périphériques (en kg/mm²)......	+17,8	+ 4,7
» centraux (en kg/mm²)...........	− 9,2	− 9,1

L'usinage réduit dans tous les cas les efforts internes puisque c'est le principe même de la méthode de détermination de ces efforts; mais dans le cas de barres étirées, le rayon du cylindre des fibres neutres étant compris, en général, entre les $\frac{8}{10}$ et les $\frac{9}{10}$ du rayon de la barre, l'effet du tournage est bien plus efficace que celui du perçage. Si l'on enlève du métal concentriquement à l'axe d'une barre étirée de 20^{mm} de diamètre de manière à réduire de $\frac{1}{6}$ l'aire de la section droite, les efforts sont diminués d'une quantité à peu près double lorsque le métal est enlevé à la périphérie par tournage que lorsqu'il est enlevé au centre par perçage [1]. Cette constatation est rassurante au point de vue des efforts internes dans les pièces obtenues par décolletage.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la vitesse d'absorption du gaz sulfureux par l'hydrate de magnésium.* Note [2] de MM. **Paul Riou** et **A.-P. Bérard**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Dans une publication précédente, nous avons donné la vitesse d'absorption du gaz sulfureux par des solutions contenant de la chaux et l'influence de la température sur la vitesse d'absorption de ces liqueurs.

Nous avons étudié les mêmes facteurs sur la magnésie hydratée et le sulfite de magnésium.

Dans toutes nos expériences, les concentrations sont exprimées en molécules-grammes multipliées par 10^{-2}. Les vitesses V sont données en centimètres cubes de gaz absorbé en une seconde par centimètre carré de surface absorbante. La chambre d'absorption a une surface de $11^{cm^2},07$. La vitesse d'agitation est de 250 tours à la minute.

L'hydrate de magnésium est un corps très peu soluble dans l'eau. Une

---

[1] Il est à noter que dans les déterminations des efforts internes on note souvent qu'à la première couche enlevée, à la périphérie ou au centre, correspond une valeur anormale des efforts par rapport à l'allure générale de la courbe de répartition radiale des efforts.

[2] Séance du 30 avril 1928.

solution saturée de ce corps à 20° n'a donné à l'analyse que $0,0015.10^{-2}$ molécule-gramme de magnésie hydratée dans 100^{cm^3} de dissolution. C'est une quantité pratiquement négligeable.

La vitesse d'absorption du gaz sulfureux par cette solution diffère très peu de celle de l'eau. Il semble cependant que la présence de la magnésie tende à relever légèrement la courbe des vitesses aux températures élevées. Les chiffres suivants montrent ce phénomène :

Températures...	15°.	20°.	35°.	45°.	55°.
$V \times 10^3$.........	96	92,1	83,5	80,6	75,2

La concentration en magnésie hydratée solide a une influence considérable sur la vitesse d'absorption. La magnésie préalablement desséchée est passée au tamis de 120 mailles. Dans la solution saturée, nous avons ajouté des quantités variables de ce corps. Les expériences ont été faites à 20°. Les chiffres qui suivent montrent les variations de la vitesse d'absorption avec la concentration :

Concentration...	0.	0,0015.	5.	8,6	10.	16,7.	20.	25,8.
$V \times 10^3$...	92	92,6	102	107,5	109	117,2	122	130

L'influence de la température sur la vitesse d'absorption du gaz sulfureux par les solutions contenant en suspension de la magnésie solide est donnée dans le tableau suivant. Les concentrations en $Mg(OH)^2$ sont exprimées en molécules-grammes multipliées par 10^{-2} :

8,6 $Mg(OH)^2$.		16,7 $Mg(OH)^2$.		25,8 $Mg(OH)^2$.	
Températures.	$V \times 10^3$.	Températures.	$V \times 10^3$.	Températures.	$V \times 10^3$.
15°.......	112,5	15°.......	123,0	15°.......	135,2
20.......	107,5	25.......	112,5	25.......	125,6
35.......	97,8	35.......	104,4	35.......	116,5
45.......	93,5	45.......	100,2	45.......	111,2
55.......	92,0	55.......	98,7	55.......	108,4

Le sulfite neutre de magnésium est un corps pratiquement insoluble. Il forme un précipité lourd, difficile à mettre en suspension. Nous avons eu beaucoup de difficultés à mesurer exactement l'influence de sa concentration en particules solides. Les quelques mesures que nous avons faites établissent cependant nettement que la vitesse d'absorption diminue avec l'augmentation de la concentration.

Les chiffres suivants montrent ce phénomène :

SO^3Mg 5.		SO^3Mg 10.	
Températures.	$V \times 10^3$.	Températures.	$V \times 10^3$.
10°	104,6	10°	100,2
20	101,5	20	98,3
35	96	35	92,6
45	90	45	84,8
55	74,2	55	72,8

On constate aussi que la vitesse d'absorption diminue avec l'élévation de la température. Cette loi est générale et s'applique à tous les composés du calcium et du magnésium que nous avons étudiés.

La séance est levée à 16h30m.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

PUBLICATIONS PÉRIODIQUES REÇUES PENDANT L'ANNÉE 1927 (*suite*).

Maandstatistiek van den in-uit-en doorvoer. S'Gravenhage.
Magnetical Meteorological and Seismographic Observations made at the Government Observatories, Bombay and Alibag. Calcutta.
Marseille médical. Marseille.
Masarykova Akademie Práce. Publications. Prague.
Matériaux pour la carte géologique de la Suisse (voir *Beiträge* ...).
Meddelanden från Statens meteorologisk-hydrografiska Anstalt. Stockholm.
Mededeelingen van het algemeen proefstation voor den Landbouw. Buitenzorg (Java)
Mededeelingen van het Instituut voor plantenziekten. Buitenzorg.
Medical and Scientific Archives of the Adelaide Hospital. Adélaïde.
Mémoires couronnés et autres Mémoires publiés par l'Académie royale de médecine de Belgique. Bruxelles.
Mémoires de l'Académie des sciences, belles-lettres et arts de Lyon. Lyon.
Mémoires de l'Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres de Toulouse. Toulouse.
Mémoires de l'Académie malgache. Tananarive.
Mémoires de l'Académie royale des sciences et des lettres de Danemark. Copenhague.
Mémoires de la classe des sciences physiques et mathématiques. Académie des sciences de l'Ukraine. Kieff.
Mémoires de la section zoologique de la Société des amis des sciences naturelles, d'anthropologie et d'ethnographie. Moscou.
Mémoires de la Société académique d'agriculture, des sciences, arts et belles-lettres du département de l'Aube. Troyes.
Mémoires de la Société des sciences naturelles du Maroc. Rabat.
Mémoires de la Société géologique de Belgique. Liége.
Mémoires de la Société helvétique des sciences naturelles. Zurich.
Mémoires de la Société géologique de France. Paris.
Mémoires de la Société nationale des Sciences naturelles et mathématiques de Cherbourg. Cherbourg.
Mémoires de la Société royale des Sciences de Bohême. Prague.
Mémoires de la Société royale des Sciences de Liége. Bruxelles.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 JUIN 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Paul Stroobant**, directeur de l'Observatoire d'Uccle, qui assiste à la séance.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau le tome LIX (deuxième série) des *Mémoires de l'Académie des Sciences* et annonce qu'il est en distribution au secrétariat.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème de Monge à plusieurs variables indépendantes.* Note [1] de M. **E. Goursat**.

La liaison entre l'intégration d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre à deux variables indépendantes et la détermination sous forme explicite de toutes les solutions d'une équation de Monge à deux fonctions inconnues $F\left(x, y, z, \frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}\right) = 0$ est classique. Quand on passe d'une équation aux dérivées partielles à deux variables indépendantes à une équation du premier ordre à $(n+1)$ variables indépendantes, l'équation de Monge est remplacée elle-même par une relation entre n variables indépendantes, deux fonctions inconnues de ces n variables et leurs dérivées partielles du premier ordre.

1. Soit

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}, x_{n+2}; P_1, P_2, \ldots, P_{n+1}) = 0 \tag{1}$$

[1] Séance du 21 mai 1928.

une équation aux dérivées partielles du premier ordre, où $x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}$ sont les variables indépendantes, x_{n+2} la fonction inconnue, et $P_1, P_2, \ldots, P_{n+1}$ ses dérivées partielles. Une multiplicité intégrale M_{n+1} est en général déterminée si on l'assujettit à contenir une multiplicité ponctuelle M_n de l'espace à $n+2$ dimensions. Soient

(2) $$x_{n+1}=f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n), \qquad x_{n+2}=f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

les équations de M_n; nous poserons

$$p_i=\frac{\partial f_1}{\partial x_i}, \qquad q_i=\frac{\partial f_2}{\partial x_i} \qquad (i=1, 2, \ldots, n).$$

Si M_n appartient à une multiplicité intégrale M_{n+1} de (1), les valeurs de $P_1, \ldots, P_{n+1}$ en un point de M_n doivent vérifier l'équation (1) et en outre les n relations

(3) $$q_i=P_i+P_{n+1}p_i \qquad (i=1, 2, \ldots, n)$$

qui se déduisent de la relation générale

$$dx_{n+2}=P_1 dx_1+\ldots+P_n dx_n+P_{n+1} dx_{n+1}.$$

La valeur de P_{n+1} en un point de M_n est donc donnée par l'équation

(4) $$F(x_1, x_2, \ldots, x_{n+1}, x_{n+2}; q_1-p_1 P_{n+1}, \ldots, q_n-p_n P_{n+1}, P_{n+1})=0.$$

Toute racine de cette équation qui est holomorphe dans le domaine d'un point (x_i^0) de M_n donne, d'après les théorèmes généraux de Cauchy, une intégrale M_{n+1} holomorphe dans le même domaine. La conclusion est en défaut pour une racine P_{n+1} de l'équation (4) qui satisfait en même temps à la condition

(5) $$\frac{\partial F}{\partial P_1} p_1+\ldots+\frac{\partial F}{\partial P_n} p_n-\frac{\partial F}{\partial P_{n+1}}=0.$$

L'élimination de P_{n+1} entre les équations (4) et (5) conduit à une relation de la forme

(6) $$\Phi(x_1, \ldots, x_{n+1}, x_{n+2}, p_1, \ldots, p_n, q_1, \ldots, q_n)=0,$$

qui est l'équation différentielle des *multiplicités singulières* M_n de l'équation (1). Ces multiplicités sont évidemment tout à fait analogues aux *courbes intégrales* pour une équation à trois variables.

2. On peut encore trouver explicitement les équations qui définissent ces multiplicités si l'on connaît l'intégrale générale de l'équation (1). Soit

(7) $$V(x_1, \ldots, x_{n+2}; a_1, a_2, \ldots, a_{n+1})=0$$

une intégrale complète. Les multiplicités singulières M_n sont représentées par les équations

$$(8)\qquad V=0,\quad \frac{dV}{da_1}=0,\quad \ldots,\quad \frac{dV}{da_n}=0,$$

$$(9)\qquad H=\begin{vmatrix} \frac{d^2V}{da_1^2} & \frac{d^2V}{da_1 da_2} & \cdots & \frac{d^2V}{da_1 da_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{d^2V}{da_n da_1} & \cdots & \cdots & \frac{d^2V}{da_n^2} \end{vmatrix}=0,$$

où l'on a remplacé a_{n+1} par une fonction arbitraire $f(a_1, a_2, \ldots, a_n)$, et où $\frac{d}{da_i}$, $\frac{d^2}{da_i da_k}$ ont la signification habituelle.

De l'une ou l'autre de ces définitions on déduit facilement des conditions *néeessaires* pour qu'une équation de la forme (6) définisse les multiplicités singulières d'une équation aux dérivées partielles du premier ordre; *le rapport* $\frac{\partial \Phi}{\partial p_i} : \frac{\partial \Phi}{\partial q_i}$ *doit être indépendant de* i, en tenant compte de l'équation elle-même.

Ces conditions ne sont pas suffisantes dans tous les cas, mais, si elles sont remplies, on peut toujours intégrer l'équation (6), en exprimant explicitement les variables et les deux fonctions inconnues au moyen de n paramètres auxiliaires, d'une fonction arbitraire de ces paramètres et de ses dérivées jusqu'au second ordre. J'indiquerai rapidement la démonstration. Supposons l'équation (6) résolue par rapport à l'une des dérivées, q_n par exemple, $q_n = f(x_i, p_1, \ldots, p_n; q_1, \ldots, q_{n-1})$. Cette fonction f doit satisfaire aux conditions

$$(10)\qquad \frac{\partial f}{\partial p_k} + \frac{\partial f}{\partial q_k}\frac{\partial f}{\partial p_n} = 0 \qquad (k = 1, 2, \ldots, n-1)$$

et l'intégration de l'équation (6) est équivalente à la recherche des intégrales à n dimensions du système de deux équations de Pfaff à $3n+1$ variables

$$(11)\qquad \begin{cases} \omega_1 = dx_{n+1} - p_1 dx_1 - \ldots - p_n dx_n = 0, \\ \omega_2 = dx_{n+2} - q_1 dx_1 - \ldots - q_{n-1} dx_{n-1} - f dx_n = 0. \end{cases}$$

Or les conditions (10) expriment que l'équation $\Omega = \omega_2 - \frac{\partial f}{\partial p_n}\omega_1 = 0$ est une *équation singulière* [1] de ce système, pour laquelle il existe une famille

[1] *Bulletin de la Société mathématique*, 52, 1924, p. 38-49.

de ∞^n éléments linéaires intégraux en involution avec tous les éléments linéaires intégraux du système, relativement à l'équation $\Omega = 0$. Cette équation est en général de classe $2n+1$, et, par un changement de variables qui revient à mettre Ω sous forme canonique, on peut amener les équations du système (11) à la forme

$$(11)' \quad \begin{cases} dZ - P_1 dX_1 - \ldots - P_n dX_n = 0, \\ A_1 dX_1 + \ldots + A_n dX_n + B_1 dP_1 + \ldots + B_n dP_n = 0, \end{cases}$$

les coefficients A_i, B_k étant des fonctions des variables nouvelles X_i, P_k, Z et de n autres variables Q_i indépendantes des premières. On satisfait aux équations du nouveau système en prenant pour Z une fonction arbitraire $F(X_1, \ldots, X_n)$, les variables P_i, Q_i étant déterminées par les relations

$$P_i = \frac{\partial F}{\partial X_i} \qquad A_i + B_1 \frac{\partial^2 F}{\partial X_i \partial X_1} + \ldots + B_n \frac{\partial^2 F}{\partial X_i \partial X_n} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Ces résultats peuvent encore être généralisés en remplaçant l'équation (1) par un système en involution d'équations aux dérivées partielles du premier ordre à une seule fonction inconnue.

ÉLASTICITÉ A DEUX DIMENSIONS. — *Pièce rectangulaire subissant des pressions normales sur ses bases.* Note [1] de M. A. Mesnager.

Les fonctions employées par M. Estanave dans sa Thèse, non symétriques par rapport à $x = ka$, introduisant des $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \neq 0$ pour $x = 0$, ma Note du 14 mai 1928 doit être modifiée de la façon suivante à partir du point de la neuvième ligne en remontant la page 1322 :

Multiplions par une fonction quelconque de y que, pour la simplicité de l'exposé, je prendrai symétrique par rapport à la droite $y = \frac{b}{2}$. Nous obtiendrons une expression en x et y, qui peut s'écrire en posant $\alpha = \frac{p\pi}{a}$, $\beta = \frac{i\pi}{b}$, p étant un nombre pair et i un nombre impair

$$c = \left(\frac{1}{2} + \sum_p \cos \alpha x\right) \sum_i M_i \sin \beta y.$$

(1) Séance du 30 mai 1928.

Elle pourra représenter la charge par unité de longueur appliquée sur les droites $x = ka$.

En posant $H = \frac{\varepsilon I}{1-\eta^2} = \frac{\varepsilon h^3}{12(1-\eta^2)}$ (ε module d'Young, η coefficient de Poisson, h épaisseur de la plaque), on en déduira les déplacements verticaux de la plaque portant c,

$$w_1 = \frac{1}{H}\left[\frac{1}{2}\sum_i \frac{M_i \sin\beta y}{\beta^4} + \sum_i \sum_p M_i \frac{\cos\alpha x \sin\beta y}{(\alpha^2+\beta^2)^2}\right]$$

par application de la formule, de la pression subie par une plaque et comptée dans le même sens que les déplacements, $\varpi = H\,\Delta\Delta w$. Prenons la dérivée par rapport à y et annulons y, il vient

$$\frac{\partial w_1}{\partial y}_{y=0} = \frac{1}{H}\left[\frac{1}{2}\sum_i \frac{M_i}{\beta^3} + \sum_i \sum_p M_i \frac{\beta \cos\alpha x}{(\alpha^2+\beta^2)^2}\right].$$

On sait, en employant des définitions convenables pour les valeurs des séries [1], que les charges par unité de surface,

$$\varpi = \sum_i \beta \sin\beta y,$$

équivalent à un moment constant sur $y = 0$ et un moment égal et de signe contraire sur $y = b$,

$$f(x) = A + \sum_p B_p \cos\alpha x,$$

représente une fonction quelconque symétrique par rapport à $x = \frac{a}{2}$, ayant pour période a. Donc

$$\varpi_2 = -\left(A + \sum_p B_p \cos\alpha x\right)\sum_i \beta \sin\beta y$$

sera la pression équivalente à un moment symétrique par rapport à $x = \frac{a}{2}$ et ayant pour période a. Les déplacements verticaux de la plaque subissant ces moments seront

$$w_2 = -\frac{1}{H}\left[\sum_i \frac{A\beta \sin\beta y}{\beta^4} + \sum_i \sum_p B_p \frac{\beta \cos\alpha x \sin\beta y}{(\alpha^2+\beta^2)^2}\right],$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial y}_{y=0} = -\frac{1}{H}\left[\sum_i \frac{A}{\beta^2} + \sum_i \sum_p B_p \frac{\beta^2}{(\alpha^2+\beta^2)^2}\cos\alpha x\right].$$

---

[1] LEBESGUE, *Séries trigonométriques*, Gauthier-Villars, 1906.

Pour que, sur la droite $y = 0$, $\frac{\partial w_1}{\partial y} + \frac{\partial w_2}{\partial y} = 0$, il faut

$$(1) \qquad A = \frac{1}{2} \frac{\sum_i M_i \beta^{-2}}{\sum_i \beta^{-2}}, \qquad B_p = \frac{\sum_i M_i \beta (\alpha^2 + \beta^2)^{-2}}{\sum_i \beta^2 (\alpha^2 + \beta^2)^{-2}}.$$

Les dénominateurs sont des sommes connues. Quand $M_i = \beta^{-(2m-1)}$ toutes les sommes sont connues. On sait aussi qu'alors les charges, sur les droites $x = ka$ de w_1, sont exprimées par des polynomes; si $m = 1$ la charge y est uniforme.

$$(2) \qquad w = Dy(y - b) + \frac{1}{H} \left[\left(\sum_i \frac{M_i}{2} - A\beta \right) \frac{\sin \beta y}{\beta^4} + \sum_i \sum_p (M_i - B_p \beta) \frac{\cos \alpha x \sin \beta y}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} \right]$$

sera la fonction générale d'Airy de la tige soumise, sur ses sections extrêmes $x = 0$ et $x = a$, à des pressions uniquement normales à ces bases et libre sur les côtés $y = 0$ et $y = b$.

Plaque encastrée. — Faisons $D = 0$ dans (2), nous obtenons les déplacements d'une plaque infiniment longue suivant Ox encastrée sur $y = 0$ et $y = b$, chargée seulement suivant $x = ka$. En lui superposant les déplacements (2), avec $D = 0$ et $x = 0$, changés de signe (ce qui est une plaque infinie dans le sens Ox encastrée sur $y = 0$, $y = b$, chargée de $\varpi = f(y)$, nous obtenons l'équation

$$w = -\frac{1}{H} \sum_i \sum_p (M_i - B_p \beta) \frac{(1 - \cos \alpha x) \sin \beta y}{(\alpha^2 + \beta^2)^2}$$

qui est celle de la plaque encastrée sur tout son contour, portant la charge arbitraire $\varpi = f(y)$, ainsi qu'on peut le contrôler facilement.

Tige subissant seulement des cisaillements sur ses bases. — Par des calculs analogues et une formule (p. 45 de la Thèse de M. Estanave), on arriverait à la fonction d'Airy de la tige, soumise seulement à des cisaillements symétriques par rapport à l'axe sur les sections extrêmes $x = 0$ et $x = a$,

$$(3) \qquad w = \frac{1}{H} \sum_i \sum_j \frac{B_j}{(\alpha^2 + \beta^2)^2} \left\{ \sin \beta y - \frac{\beta}{\alpha b + \operatorname{sh} \alpha b} \times [(b - y) \operatorname{sh} \alpha y + y \operatorname{sh} \alpha (b - y)] \right\} \alpha \sin \alpha x,$$

dans laquelle $\alpha = \frac{i\pi}{a}$ et $\beta = \frac{j\pi}{b}$, i et j étant des nombres impairs.

OPTIQUE. — *Remarques à propos de la Note de MM. Cabannes et Daure sur la diffusion moléculaire* (¹), par M. **A. Cotton.**

Les faits nouveaux, très intéressants et de grande importance, que viennent de découvrir M. Raman, puis MM. Cabannes et Daure, et qu'ils rattachent à la *diffusion moléculaire*, me semblent aussi devoir être rapprochés des phénomènes de *fluorescence* et de *résonance optique* trouvés en 1908, sur des milieux optiques tout différents, par M. Wood. Les mots employés de part et d'autre pour désigner les phénomènes sont différents, mais il y a en réalité, entre les faits observés eux-mêmes, des analogies frappantes : Les *vapeurs* étudiées par M. Wood, éclairées par une radiation monochromatique (ou quasi monochromatique) émettent un rayonnement formant un spectre discontinu : ce spectre comprend, outre la radiation excitatrice elle-même, d'autres radiations dont le plus grand nombre a une longueur d'onde plus grande que cette dernière, et les fréquences de ces radiations dépendent à la fois du corps éclairé et de la radiation excitatrice. D'autre part le rayonnement ainsi émis est polarisé, comme il l'est lors de la diffusion pure et simple, c'est-à-dire que les vibrations de Fresnel normales au plan passant par le faisceau éclairant et la direction d'observation sont plus intenses que les vibrations perpendiculaires.

On peut, dans un cas comme dans l'autre, employer le mot de *diffusion*, puisqu'on retrouve dans le rayonnement secondaire la radiation excitatrice elle-même — ou bien le mot de *fluorescence* puisqu'il y a apparition de radiations différentes. On ne peut plus en effet, comme autrefois, réserver le mot de fluorescence aux cas où le rayonnement secondaire n'est pas du tout polarisé : je rappelle en effet les travaux de M. Weigert et ceux que M. Francis Perrin a publiés ici même (²) où il montrait que cette polarisation devient plus importante lorsque les molécules fluorescentes, placées dans un *solvant* visqueux, changent moins vite d'orientation.

Le mot même de résonance ne doit peut-être pas être écarté, lui non plus, *a priori*, dans le cas actuel. Sans doute il est bien invraisemblable qu'il y ait quelque relation simple entre les périodes vibratoires du mercure et de substances organiques comme le benzène. Mais le résultat que viennent de

---

(¹) Voir page 1533.

(²) Francis Perrin, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 581, et **181**, 1925, p. 514.

trouver MM. Cabannes et Daure sur l'élargissement de la raie principale montre que dans cette raie élargie il y a des périodes distinctes de celles du mercure lui même.

Une autre remarque est la suivante : MM. Cabannes et Daure trouvent entre les fréquences des raies du mercure qu'ils ont employées, et les fréquences des premières raies correspondantes du spectre diffusé un écart constant égal à 99 (les nombres de vibration étant comptés par eux dans 1 millimètre de chemin parcouru). Or on retrouve cet écart entre les fréquences en consultant d'autres travaux sur les propriétés optiques du benzène : le spectre de fluorescence ultraviolette du benzène en vapeur ([1]), le spectre d'émission ultraviolette de la vapeur de benzène traversée par des décharges de haute fréquence ([2]), le spectre de phosphorescence des solutions alcooliques de benzène à basse température ([3]) présentent des maxima successifs entre lesquels existe précisément cette différence de fréquence. Comme l'ont montré Baly et Victor Henri cette valeur remarquable se retrouve — à peu près exactement au moins — dans le spectre d'absorption ultraviolet du benzène en vapeur et elle constitue une fréquence caractéristique du spectre d'absorption du benzène dans l'infrarouge.

BIOLOGIE. — *Sur quelques points de la biologie des Annélides Polychètes de la famille des Néréidiens.* Note ([4]) de MM. **Ch. Gravier** et **J.-L. Dantan.**

I. Chez les Annélides Polychètes, les cellules reproductrices parvenues à leur complet développement occupent la plus grande partie de la cavité du corps. Ces Vers deviennent alors de véritables sacs tout bourrés les uns de cellules mâles, les autres de cellules femelles, car les sexes sont le plus souvent séparés. Chez certains d'entre eux, les éléments sexuels sont évacués par des tubes qui font communiquer la cavité du corps avec l'extérieur et qu'on appelle néphridies, à cause de leur rôle excréteur ou organes segmentaires, à cause de leur répartition régulière, à raison, généralement, d'une paire par segment, sur une partie de la longueur du corps. Mais il en

---

([1]) S. K. Marsh, *Phil. Mag.*, 49, 1925, p. 972.

([2]) V. H. M. Vicker, S. K. Marsh, A. Stewart, *Phil. Mag.*, 48, 1924, p. 628.

([3]) De Kowalski, *Société française de Physique*, Séance du 7 janvier 1910, et *Phys. Zeitschrift*, 12, 1911, p. 966.

([4]) Séance du 30 mai 1928.

est d'autres, chez lesquels les organes segmentaires sont impropres à remplir la même fonction. Chez ces Annélides, on ignore totalement, en général, le mécanisme de la ponte chez les femelles et celui de l'évacuation des éléments fécondants chez les mâles. Les Néréidiens sont dans ce cas. Grâce aux matériaux récoltés dans nos pêches nocturnes à la lumière dans la baie d'Alger, nous avons pu élucider quelques points de la question encore bien obscure de la sortie des cellules génitales dans les deux sexes.

Les mâles à maturité d'un assez grand nombre d'espèces portent, autour de l'anus, des papilles creuses digitiformes ou fusiformes disposées généralement en cercle et qui constituent ce qu'on appelle la rosette pygidiale. Cet organe paraît être indispensable à ces mâles. Nous avons constaté, chez plusieurs espèces, que lorsque l'animal perd accidentellement une partie plus ou moins étendue de la région épigame, le premier organe régénéré et, le plus souvent, à l'exclusion de toute trace même de nouveau segment, c'est la rosette. Au moment de l'émission des cellules mâles, ces papilles se distendent fortement, ce qui a fait penser que l'organe était un appareil sensitif. Elles sont pourvues, à maturité, d'un orifice terminal par où s'écoule normalement le sperme, comme le montrent les coupes en séries pratiquées dans la rosette et aussi l'examen direct de cet organe chez les individus qui n'ont évacué que partiellement leur sperme. Ainsi, la liqueur mâle s'échappe par une série de conduits disposés en couronne autour de l'orifice postérieur du tube digestif, comme par une pomme d'arrosoir minuscule, ce qui a fait croire que le sperme était rejeté par l'anus, erreur bien compréhensible d'ailleurs pour l'observateur qui assiste au phénomène. Nous avons, du reste, observé chez plusieurs espèces que la partie terminale du tube digestif, au moment de la maturité sexuelle, n'est pas du tout en voie de destruction; mais sa paroi — notamment chez les stolons sexués de Syllidiens — est formée de hautes cellules fortement ciliées. En général, on trouve cependant, chez les Syllidiens aussi, des spermatozoïdes qui ont pénétré dans le tube digestif, probablement à travers la paroi directement, là où elle est affaiblie, mais ce n'est qu'une partie relativement insignifiante de la masse constituée par les éléments mâles.

Certaines dispositions, chez les Néréidiens, peuvent remplacer très vraisemblablement la rosette pygidiale au point de vue physiologique; tels sont, par exemple, les digitations concrescentes qu'Augener (1913) a figurées chez le *Nereis australis* Schmarda, les tubes préanaux bien développés à la maturité chez le *Nereis* (*Neanthes*) *funchalensis* Langerhans, les poches génitales du *Nereis icosiensis* Gravier et Dantan, deux des cirres soi-disant anaux du *Perinereis macropus* (Claparède).

Est-ce à dire que l'émission du sperme se fasse toujours et uniquement par les orifices situés aux extrémités des digitations de la rosette? On ne saurait l'affirmer actuellement. D'abord, il y a des espèces de Néréidiens dont les mâles sont dépourvus de rosette et qui ne paraissent pas présenter d'organes physiologiquement équivalents. Ensuite, il y a des individus qui, se trouvant peut-être au voisinage immédiat d'une femelle, ont, pour ainsi dire, fait explosion, car ils présentent de multiples et larges déchirures par où a dû s'échapper le sperme, brusquement et presque instantanément; il en est d'autres qui sont munis de nombreuses petites masses de sperme de chaque côté du corps, petites masses qui paraissent avoir trouvé leur issue dans de légères lésions interparapodiales. Il est possible aussi que certaines déchirures du tégument soient imputables aux réactifs fixateurs.

Quant aux femelles, on ne leur connaît pas d'orifices comparables, exception faite du *Micronereis variegata* Claparède, d'après les observations de Racovitza (1893) et du *Nereis* (*Neanthes*) *funchalensis* Langerhans, dont la femelle possède, à maturité, deux gros tubes courts préanaux par où, croyons-nous, les œufs sont pondus; mais nous n'avons pas observé directement le fait. Peut-être s'ouvre-t-il, chez certaines femelles, des orifices temporaires qui disparaissent aussitôt après l'évacuation des cellules reproductrices, et chez certains mâles sans rosette, des organes passagers — comme probablement les poches génitales du *Nereis icosiensis* Gravier et Dantan — qui ne se formeraient qu'au moment de l'éjaculation et qui ont pu échapper à l'attention des observateurs.

Parmi les Néréidiens sexuellement mûrs que l'on recueille en pêche nocturne aux périodes d'essaimage, il en est, surtout chez les mâles, qui, tout mutilés, sont réduits en quelque sorte à l'état de lambeaux, comme par une expulsion violente et soudaine du sperme. Ces individus paraissent bien ne pas pouvoir survivre à l'émission des éléments mâles. Il en est d'autres qui ont évacué progressivement, en plusieurs temps, leurs cellules reproductrices et qui, extérieurement, paraissent intacts; ceux-ci, comme l'avaient pensé F.-R. Lillie et E.-E. Just (1913), peuvent reparaître plusieurs jours de suite à la surface. Redevenus asexués, il est possible qu'ils puissent reprendre leur vie normale au fond de la mer, jusqu'à une nouvelle période de reproduction. Le fait n'a pas été suivi et l'on ne sait rien de positif à ce sujet, si ce n'est que certaines femelles ont pu être conservées vivantes quelques jours après la ponte. Ce qui porterait à croire que le même individu peut traverser plusieurs périodes de maturité sexuelle dans son existence, c'est que, dans certaines pêches, on trouve des exemplaires de la même espèce sexuellement mûrs, de tailles extrêmement différentes

qui, pour un même sexe, peuvent varier, par exemple, dans le rapport de 1 à 5 et les plus petits sont généralement les plus nombreux. C'est ce que Hempelmann (1910) a traduit dans un schéma bien connu, mais purement hypothétique. S'il en était ainsi, la reconstitution de l'individu serait fort intéressante à suivre, anatomiquement et physiologiquement. Il faut dire que, malgré les résultats obtenus jusqu'ici, même dans les recherches les plus récentes, il nous reste encore beaucoup à apprendre au sujet des phénomènes d'histolyse et d'histogénèse qui accompagnent la phase épigamique, chez les Néréidiens, comme chez les Syllidiens.

II. Une même espèce animale capable de vivre dans des milieux différents peut présenter de notables variations dans son comportement. Deux exemples pris parmi les Néréidiens mettent en évidence une fois de plus ce fait biologique bien connu. Le *Platynereis Dumerilii* (Aud. et Edw.) est abondamment représenté sur nos côtes. A Concarneau L. Fage et R. Legendre (1927) l'ont recueilli de mai à septembre seulement; ils ne firent aucune capture à la pleine lune; ils n'en récoltèrent qu'un nombre restreint à la nouvelle lune; les essaimages qu'ils constatèrent eurent lieu au premier et au dernier quartier. Dans la baie d'Alger, la même espèce vient à maturité toute l'année; les périodes d'essaimage sont fort nombreuses, particulièrement à la nouvelle lune et au dernier quartier; le plus fort essaimage de tous, avec 6926 individus comptés un à un, eut lieu, au cours de nos pêches à la lumière, le 24 septembre 1926, trois jours après une pleine lune.

Les divergences ne sont pas moins accusées pour le *Leptonereis glauca* Clap. Dans la Manche, R. Herpin a montré que la femelle du *Leptonereis glauca* Clap. est incubatrice; elle pond ses œufs dans un tube où elle entretient la circulation de l'eau. Dans l'Atlantique, à Concarneau, L. Fage et R. Legendre n'ont récolté d'exemplaires de cette espèce que du début de mai à celui de septembre et, à une exception près, au dernier quartier et à la nouvelle lune seulement; ils n'ont trouvé que des mâles et en nombres peu considérables. A Alger, nous l'avons recueilli du 1er janvier au 31 décembre; la plupart des pêches nous en ont fourni chaque fois des centaines et quelques-unes des milliers; nous en avons fait de fructueuses à toutes les phases de la lune. En outre nous avons recueilli 380 femelles à la surface, les unes vidées, les autres remplies d'œufs. Il n'y a pas lieu de s'en étonner; les conditions de la vie sont loin d'être les mêmes dans l'Atlantique et dans la Méditerranée, en dehors de la question de marée qui doit jouer ici un rôle important.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'importance du manganèse pour les animaux.* Note (¹) de MM. **Gabriel Bertrand** et **Hirosi Nakamura**.

Continuant à utiliser la technique que l'un de nous avait inaugurée avec B. Benzon en 1922, en vue d'établir, par une méthode directe, l'importance du zinc dans la vie animale (²), technique que nous avions appliquée plus tard avec succès au cas du fer (³), puis du nickel et du cobalt (⁴), nous avons cherché s'il était également possible de mettre en évidence le rôle du manganèse.

Nos nouvelles expériences ont été effectuées sur six séries d'animaux et ont comporté, dans l'ensemble, 34 individus. Toutes les particularités et toutes les précautions déjà décrites à propos du zinc, du fer, du nickel et du cobalt ont été scrupuleusement suivies : purification minutieuse des aliments, utilisation exclusive d'individus d'une même portée dans chaque série d'expériences, emploi d'un bocal en verre spécialement aménagé au lieu de cage, etc. Le mélange nutritif est resté celui de G. Bertrand et B. Benzon, avec ou sans manganèse, mais additionné de nickel et de cobalt, aux doses que nous avons indiquées dans notre dernière publication.

Deux des jeunes souris n'ont pu s'adapter au régime auquel nous les avons soumises et sont mortes d'inanition les premiers jours. Quatre autres ont présenté, au contraire, cette singulière résistance à la privation totale de vitamines reconnue au cours des recherches antérieures (⁵) et nous avons été obligés, par économie, d'interrompre leur alimentation artificielle après 40 à 50 jours. Le signe ∞ les désigne dans le tableau ci-après, qui résume la totalité des résultats obtenus :

(¹) Séance du 30 mai 1928.

(²) G. Bertrand et B. Benzon, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 289, et *Ann. Inst. Past.*, 38, 1924, p. 405.

(³) G. Bertrand et H. Nakamura, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 129.

(⁴) *Ibid.*, 185, 1927, p. 321.

(⁵) G. Bertrand et B. Benzon, *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 297; G. Bertrand et H. Nakamura, *Comptes rendus*, 179, 1924, p, 320.

		Poids des souris au début.	Poids des souris à la mort.	Aliment consommé.	Survie en jours.
Série A. — *Débutant le 23 avril 1927, avec des souris blanches nées le 31 mars 1927 (âgées de 23 jours).*					
Sans manganèse	n° 1 (femelle).....	11g,30	10g,05	48g,60	24
	n° 2 (mâle)........	10,30	7,70	36,40	20
	n° 3 (mâle),.......	9,30	6,80	40,60	22
Avec manganèse	n° 4 (mâle)........	11,40	6,40	39,90	26
	n° 5 (femelle).....	10,20	8,10	34,00	20
	n° 6 (mâle)........	9,50	8,50	2,30	5 (inanition).
	n° 7 (mâle)........	8,75	7,60	37,60	23
Série B. — *Débutant le 9 mai 1927, avec des souris blanches nées le 17 avril 1927 (âgées de 22 jours).*					
Sans manganèse	n° 8 (mâle).......	8g,60	g –	g (1)	∞ (> 50 j.)
	n° 9 (femelle)....	7,60	6,80	31,20	19
	n° 10 (femelle)....	6,80	5,70	51,30	33
Avec manganèse	n° 11 (mâle).......	8,40	7,50	53,60	36
	n° 12 (femelle)....	8,30	5,80	26,70	24
Série C. — *Débutant le 27 mai 1927, avec des souris blanches nées le 6 mai 1927 (âgées de 21 jours).*					
Sans manganèse	n° 13 (mâle).......	7g,00	5g,10	34g,80	24
	n° 14 (mâle).......	5,90	4,80	28,40	28
Avec manganèse	n° 15 (mâle).......	7,00	5,10	31,20	30
	n° 16 (femelle)....	6,20	5,00	29,30	30
Série D. — *Débutant le 8 juin 1927, avec des souris blanches nées le 18 mai 1927 (âgées de 21 jours).*					
Sans manganèse	n° 17 (mâle).......	7g,60	g –	g (2)	∞ (> 45 j.)
	n° 18 (mâle).......	6,60	–	(3)	∞ (> 45 j.)
	n° 19 (femelle)....	5,60	4,50	37,20	21
Avec manganèse	n° 20 (mâle).......	7,30	4,80	41,60	33
	n° 21 (mâle).......	7,00	4,90	21,80	22
	n° 22	6,10	5,80	(4)	∞ (> 40 j.)

(1) L'expérience avec l'aliment artificiel a été interrompue à partir du 50e jour. Quantité d'aliment consommée : 103g,6.

(2) L'expérience avec l'aliment artificiel a été interrompue à partir du 45e jour. Quantité d'aliment consommée : 82g,8.

(3) L'expérience avec l'aliment artificiel a été interrompue à partir du 45e jour. Quantité d'aliment consommée : 55g,6.

(4) L'expérience avec l'aliment artificiel a été interrompue à partir du 40e jour. Quantité d'aliment consommée : 57g,5.

Série E. — *Débutant le 8 juin 1927, avec des souris blanches nées le 18 mai 1927 (âgées de 21 jours).*

		Poids des souris au début.	Poids des souris à la mort.	Aliment consommé.	Survie en jours.
Sans manganèse	nº 23 (femelle)....	g 9,20	g 6,70	g 30,50	19
	nº 24 (mâle).......	7,80	5,10	33,50	27
	nº 25 (mâle).......	7,30	6,70	58,10	32
Avec manganèse	nº 26 (femelle)....	8,80	5,60	32,80	30
	nº 27 (femelle)....	7,70	5,30	28,80	32
	nº 28 (femelle)....	6,70	5,20	33,50	24

Série F. — *Débutant le 24 juin 1927, avec des souris blanches nées le 3 juin 1927 (âgées de 21 jours).*

		Poids des souris au début.	Poids des souris à la mort.	Aliment consommé.	Survie en jours.
Sans manganèse	nº 29 (mâle).......	g 7,10	g 6,50	g 0,00	2 (inanition).
	nº 30 (mâle).......	5,40	5,20	34,90	25
	nº 31 (femelle)....	4,90	4,70	27.60	23
Avec manganèse	nº 32 (femelle)....	6,80	5,50	29,00	24
	nº 33 (femelle)....	6,20	5,10	44,20	31
	nº 34 (mâle).......	5,60	4,80	30,90	26

Mis à part les deux individus morts d'inanition et les quatre dont la résistance exceptionnelle ne permet pas de tenir compte, il nous est resté 13 souris alimentées sans manganèse avec une survie moyenne de 24 jours 4/10 et 15 souris ayant reçu du manganèse dont la survie moyenne a été de 27 jours 4/10.

Comme dans les recherches antérieures, nous avons constaté qu'une partie du métal en expérience avait été retenue par l'organisme des jeunes animaux. En opérant sur 13 individus des lots nourris sans manganèse et sur 15 individus des lots nourris avec manganèse, nous avons dosé, en moyenne :

Chez les souris alimentées :	Manganèse en milligrammes par : souris.	kilog. frais.	kilog. sec.	kilog. de cendres.
Sans manganèse..................	0,0006	0,10	0,36	1,48
Avec manganèse..................	0,0060	1,04	3,69	16,60

Il avait été reconnu que le manganèse, partout présent chez les plantes [1],

[1] Voir notamment G. Bertrand et M. Rosenblatt, *Comptes rendus*, 173, 1921, p. 333.

est indispensable au développement de la matière végétale ([1]); les nouveaux résultats que nous publions aujourd'hui, joints à ceux que Mac Hargue a récemment obtenus avec le rat, en employant une technique très voisine de la nôtre ([2]), s'accordent avec l'idée que le manganèse, partout présent chez les animaux ([3]), intervient aussi dans l'ensemble des échanges nutritifs de la matière animale.

GÉODÉSIE. — *Déviations de la verticale dans les Alpes françaises.* Note de M. P. **Helbronner.**

Dès la fin de 1923, j'avais songé à utiliser les résultats géodésiques de la chaîne fondamentale des Alpes françaises pour une contribution à l'étude de la courbure d'un méridien et aussi éventuellement pour la recherche de déviations locales de la verticale. M'étant ouvert de ce projet à M. G. Fayet, directeur de l'Observatoire de Nice au moment où j'y terminais la station géodésique de ma Méridienne, j'avais trouvé auprès de ce savant et très habile observateur l'écho le plus enthousiaste en vue d'une collaboration qu'il voulait bien m'offrir immédiatement et pour laquelle notre éminent confrère M. Appell, recteur de l'Université de Paris dont dépend l'observatoire, voulait bien donner aussitôt son complet acquiescement. Je pouvais donc, dans les premiers mois de 1924, fixer la documentation que je désirais obtenir et me mettre d'accord avec cet astronome sur les principes et les méthodes devant être suivis. Ne pouvant ici que résumer les grandes lignes de mon programme, qui recevront dans la publication du tome IX de la *Description géométrique détaillée des Alpes françaises* leur complet développement, je me bornerai à signaler que le principe du choix des stations consistait à fixer cinq lieux d'occupation écartés les uns des autres d'une centaine de kilomètres en latitude, de façon à diviser en quatre segments à peu près égaux l'intervalle compris entre le Léman et le sémaphore de Porquerolles à l'extrémité méridionale de l'enchaînement. J'arrêtais finalement les emplacements à Ripaille sur le bord du Léman, à Séez au pied du Petit-Saint-Bernard, à Aiguilles dans la haute vallée du Guil, à l'obser-

([1]) Voir notamment G. Bertrand, *Comptes rendus*, 154, 1912, p. 381.

([2]) Mac Hargue, *The Amer. Journ. of Physiology*, 77, 1926, p. 245.

([3]) G. Bertrand et M. F. Medigreceanu, *Comptes rendus*, 154, 1912, p. 941, et 155, 1912, p. 82; aussi *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 11, 1912, p. 834 et 857.

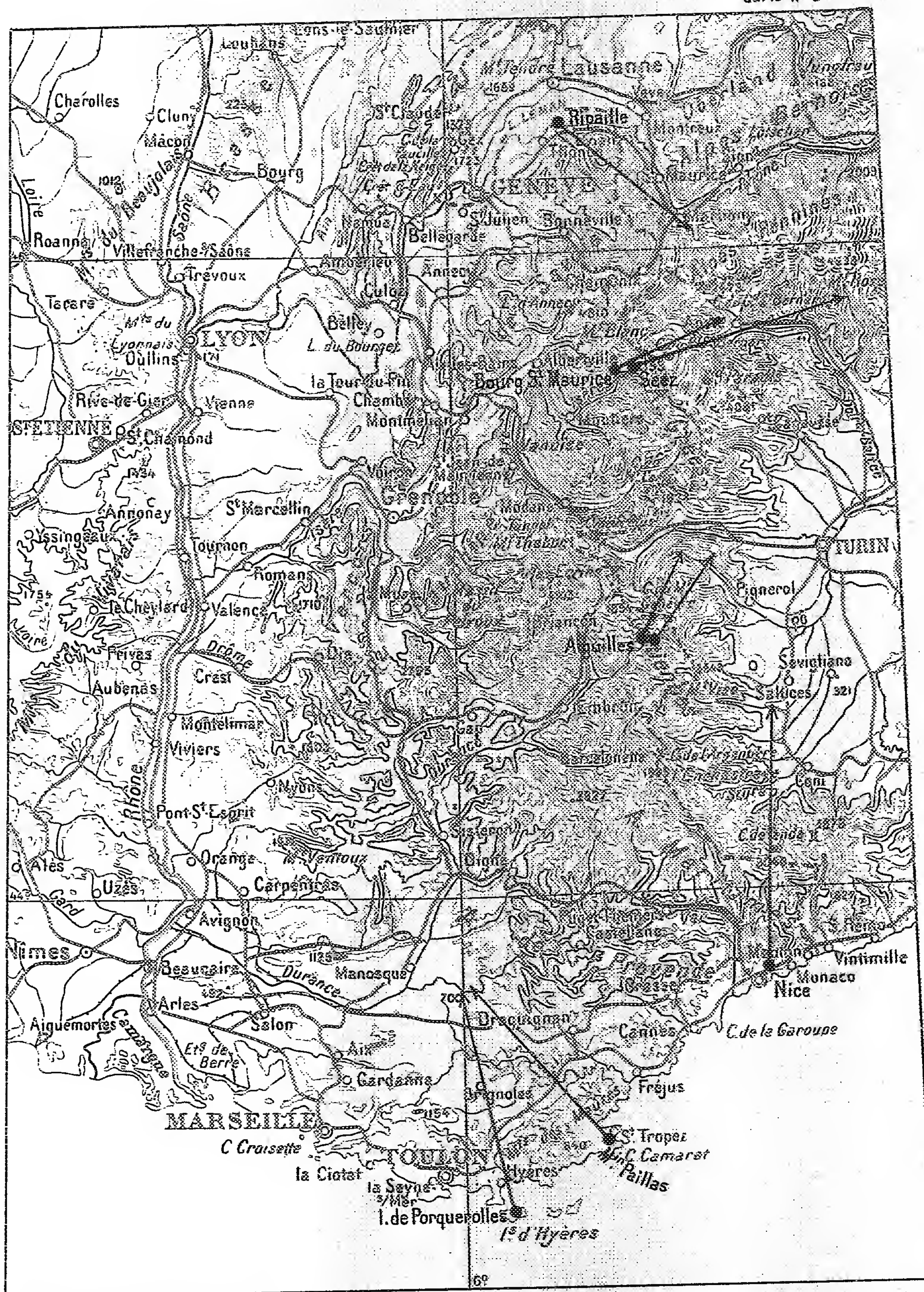
vatoire du Mont Gros à Nice et à Porquerolles. Ce choix fut bientôt complété par celui de trois autres stations dont deux destinées à doubler celle de Séez et celle d'Aiguilles et la troisième destinée à fixer dans la presqu'île de Camarat les coordonnées astronomiques du Moulin-Paillas qui m'avait été signalé comme spécialement intéressant par le Service hydrographique de la Marine et qui se trouvait déjà faire partie des positions de ma chaîne primordiale des Alpes françaises. Le principe du doublement de la station de Séez par celle de Bourg-Saint-Maurice située à 2^{km} et demi à l'Ouest et de la station d'Aiguilles fixée à l'entrée occidentale du village par une autre située à la sortie orientale, était inspiré par le désir de constater d'une façon en quelque sorte différentielle dans quelle proportion, suivant deux cas spéciaux, les masses orographiques pouvaient faire agir leur influence à courte distance.

Les observations furent effectuées avec l'astrolabe à prisme dont l'emploi et les méthodes se révélèrent une fois de plus tout à fait remarquables et qui ont semblé avoir permis d'atteindre une facilité de travail et une précision des plus satisfaisantes. Les signaux de T. S. F. utilisés pour les déterminations de la longitude provinrent exclusivement de la Tour Eiffel pour la campagne 1924, tandis qu'en 1925 ceux du poste Lafayette furent utilisés concurremment dans les stations du Moulin Paillas et de Porquerolles. J'avais cru utile de demander en chaque station quatre séries complètes comprenant au minimum 40 à 50 étoiles, ce qui fut par la suite démontré une documentation surabondante. En ce qui concerne l'approximation des résultats obtenus, on peut admettre que chaque série a permis d'obtenir les coordonnées avec une incertitude ne dépassant pas $0^{sec},04$ pour la longitude et $0'',3$ pour la latitude, abstraction faite, bien entendu, de l'équation personnelle pouvant éventuellement affecter les opérations à l'astrolabe utilisé. Le temps très médiocre de l'été 1924 ne permit en trois mois que l'exécution des stations est et ouest d'Aiguilles, de Séez, de Bourg-Saint-Maurice et de Ripaille, les stations de Porquerolles et du Moulin Paillas étant remises au printemps de 1925. Quant à la station du Mont Gros, plusieurs séances spécialement destinées à la recherche actuelle vinrent s'ajouter à la documentation déjà obtenue antérieurement au cours des études poursuivies depuis la création de l'Observatoire.

Une fois mis en possession des résultats astronomiques obtenus aux huit stations, je dus, pour permettre leur comparaison avec les coordonnées géodésiques de mon réseau opérer plusieurs transformations et corrections dont les principales portèrent sur le transport graphique du centre astrono-

DÉVIATION DE LA VERTICALE DANS LES ALPES FRANÇAISES

Carte n° 3



Imprimé au Service Géographique de l'Armée. Echelle 1:2.000.000. Reproduction interdite.



mique au centre géodésique, sur la traduction des latitudes et longitudes en mesures linéaires de façon à établir la valeur métrique des écarts des deux composantes nord-sud et est-ouest, enfin sur l'établissement de la résultante de ces deux composantes en valeur et en azimut. En ce qui concerne le signe de ces composantes, une construction très simple montre facilement que lorsque la latitude astronomique est supérieure à la latitude géodésique c'est que la verticale est déviée vers le Sud, et réciproquement. De même lorsque la longitude astronomique est plus forte que la longitude géodésique, c'est que la verticale est déviée vers l'Est, la réciproque étant évidente.

Pour les huit positions étudiées dans les Alpes françaises le long de la chaîne méridienne, les valeurs par lesquelles on est convenu de déterminer la déviation de la verticale sont résumées par le tableau suivant dans lequel sont mises en évidence les différences des coordonnées astronomiques et géodésiques et sont donnés les chiffres de l'azimut et de l'intensité proportionnelle des vecteurs dominants représentatifs des attractions locales.

	Latitude astronomique moins latitude géodésique.	Longitude astronomique moins longitude géodésique.	Attraction finale en azimut (Nord = O et sens trigonométrique).	Attraction finale en valeur métrique
	"	"	G	m
1° Ripaille	+20,60	+34,97	255	317,2
2° Séez	−13,35	+63,96	319	466,8
2° Bourg-Saint-Maurice	− 9,68	+30,71	327	235,6
4° Aiguilles Ouest	−14,23	+11,20	368	163,0
5° Aiguilles Est	−15,01	+14,00	363	179,9
6° Nice-Observatoire	−50,57	+ 3,65	398	506,4
7° Moulin-Paillas	−30,19	−35,92	45	399,6
8° Porquerolles	−43,88	−12,66	13	448,5

Ces valeurs, traduites d'une façon expressive sur la carte au $\frac{1}{2000000}$ accompagnant cette Note, et établies sur l'hypothèse d'une identification à Paris des coordonnées astronomiques et géodésiques rapportées à l'ellipsoïde de la Carte de France, donnent le résumé en chaque point de la compensation finale seule perceptible qui peut alors être ainsi commentée : A *Ripaille*, l'attraction prépondérante provient de la masse du massif de la Dent d'Oche renforcée à l'arrière par celles de la Pointe de Grange, des Hauts Forts et de la Dent du Midi, et l'on peut supposer que les actions plus éloignées des Alpes Valaisanes, Pennines et du Mont Blanc se neutralisent plus ou moins,

tandis que l'effet du Jorat et du Jura au Nord de la fosse du Léman disparaît dans la composition d'ensemble des forces.

De même à *Séez*, il semble que les massifs du Mont Blanc au Nord et du Grand Paradis au Sud se soient neutralisés pour laisser l'influence prépondérante aux reliefs voisins de la grande chaîne frontière du Ruitor et des crêtes méridionales du Petit-Saint-Bernard.

A *Bourg-Saint-Maurice*, l'attraction se fait sentir dans le même sens qu'à *Séez* sous la prédominance compensée des mêmes masses. Mais il est remarquable de constater — et c'est une des conséquences recherchées dans le choix que j'ai fait des déterminations astronomiques jumelées — que la faible distance, inférieure à 3^{km}, qui sépare la station précédente de celle-ci, a modifié considérablement en puissance l'effet de la masse montagneuse de la frontière par le rapprochement des masses antagonistes du Roignais et de son système orographique, puisqu'il a suffi de ce petit déplacement vers l'Ouest pour réduire de moitié l'attraction des massifs du Ruitor et de la Grande Sassière.

A *Aiguilles Ouest*, l'action prépondérante se fait par la chaîne principale frontière du Bric-Froid, modérée toutefois par les épaisses masses opposées du Sud de la vallée du Guil, en masquant d'ailleurs complètement l'influence du massif de Rochebrune déjà plus éloigné et aussi peut-être neutralisé par le massif de Viso situé dans la direction opposée.

A *Aiguilles Est*, l'analogie de l'attraction finale avec celle de la précédente station toute voisine présente un intérêt particulier découlant de la similitude d'orientation et de distance du centre de gravité des masses entrant dans le jeu de compensation des forces.

A *Nice*, la très puissante déviation vers le Nord est due manifestement à la masse très proche des chaînons, contreforts méridionaux du système général des Alpes-Maritimes, tandis qu'au Sud la fosse méditerranéenne n'oppose aucune contre-partie attractive.

A *Moulin-Paillas*, dans la presqu'île de Camarat, c'est également le massif très voisin des Maures qui agit exclusivement, en direction presque rigoureuse de son centre topographique.

Enfin à *Porquerolles*, c'est ce même massif qui prédomine incontestablement, sans qu'on puisse discerner quelque influence due à la masse d'ensemble des Alpes, laquelle, aussi bien qu'à la station précédente, se serait marquée dans ce cas par une déviation orientée beaucoup plus vers le Nord-Est.

En conclusion de ces résultats, il semble d'abord possible d'énoncer que

c'est toujours le massif orographique le plus puissant en volume, surtout lorsqu'il est le plus proche, qui détermine l'attraction finale apparente et que, quelle que soit la diversité de densité des constituants géologiques, leur action semble totalement voilée par les influences des grands reliefs. Ensuite il semble bien que, quelle que soit l'importance de la masse qui provoque les attractions, celles-ci ne se font sentir qu'à des distances relativement faibles qui ne doivent pas dépasser deux à trois dizaines de kilomètres.

PHOTOMÉTRIE. — *Sur la mesure de la brillance des surfaces diffusantes.* Note [1] de M. **André Blondel**.

La mesure de la brillance des surfaces diffusantes a donné lieu à des malentendus, particulièrement à l'étranger. Dans ce qui suit, on montrera comment on peut éclaircir et préciser cette technique spéciale.

1° *Unités à employer.* — Les calculs pratiques relatifs à la brillance sont notablement simplifiés par l'emploi des unités photométriques C. G. S. dont j'ai préconisé antérieurement l'emploi [2]. Dans ce système, l'unité de flux lumineux *lumen* est le flux émis dans un steréradian (unité d'angle solide) par une source ponctuelle égale à une bougie décimale; l'unité d'éclairement *phot* (égal à 10 lux) est l'éclairement d'une source qui reçoit un lumen par centimètre carré; l'unité de brillance *stilb* (du grec στίλβεω) est la brillance d'une surface qui présente une intensité lumineuse de 1 bougie par centimètre carré de la section droite du faisceau diffusé dans la direction considérée [3]. Le milliphot qui ne diffère que de 7 pour 100 de l'unité anglaise foot-candle et le millistible sont d'un usage très pratique.

2° *Étalon secondaire de brillance* [4]. — J'ai réalisé, il y a quelques années

(1) Séance du 30 mai 1928.

(2) Cf. *Recueil de constantes physiques*, publié par la Société française de Physique, 1912, p. 504 et 552-533, et Rapports aux sessions de la Commission internationale de l'Éclairage à Paris (1921) et à Genève (1924).

(3) On pourra, si l'on préfère les unités métriques, *lumen* et *lux*, employer une unité métrique de brillance correspondante, le *nit* : 1 nit = 1 bougie par mètre carré (*nit* vient de *nitere* briller); mais le nit est moins commode que le stilb, et n'est pas international.

(4) L'étalon primaire est l'étalon Violle au platine, qui donne une brillance de 20 stilbs.

et exposé à la Société de Physique, un étalon secondaire de brillance matérialisant le stilb ou le demi-stilb, constitué très simplement par une enceinte cylindrique [1] revêtue intérieurement d'une enveloppe blanche et contenant : 1° à une extrémité une lampe à incandescence mobile, de quelques bougies, à ampoule dépolie, alimentée par une batterie d'accumulateurs à 4 ou 6 volts, et dont le régime est défini par un milliampèremètre de précision; 2° à l'extrémité opposée un écran d'albâtre contre lequel s'applique extérieurement un diaphragme opaque plan muni d'une ouverture dont la surface est un chiffre rond de centimètres carrés (1 à 5 suivant les modèles d'étalon), qui peut être soigneusement mesurée à l'aide des procédés micrométriques usuels.

D'après les mesures faites, la chemise blanche intérieure triple au moins l'intensité lumineuse que donnerait l'éclairage du diffuseur par la lampe seule, et réalise, à 0,5 pour 100 près environ, *l'uniformité* de la brillance sur toute la surface de la partie utilisée de la plaque diffusante, ce qui est une condition essentielle.

On mesure l'intensité de la surface lumineuse apparente sur le banc photométrique comme celle d'une source quelconque, en plaçant l'écran lumineux perpendiculairement à l'axe du banc photométrique. On modifie la brillance apparente de l'écran en réglant la position de la lampe dans l'enveloppe par une crémaillère de façon à obtenir un chiffre rond de bougies internationales pour l'intensité globale; en le divisant par la surface, on obtient un nombre rond de stilbs, qui caractérise l'étalon de brillance tant que l'on pourra maintenir constante l'intensité de la lampe.

En employant pour placer l'étalon sur le banc photométrique une plateforme tournante, qui permet d'orienter après l'étalonnage la surface brillante dans une direction quelconque, on peut ensuite observer celle-ci comme étalon de brillance à l'aide d'un photomètre portatif et faire des mesures comparatives de brillance, comme on le dira plus loin; on peut aussi, en déplaçant ce photomètre parallèlement à lui-même, vérifier l'uniformité de la brillance sur la surface de l'étalon.

La conservation de l'étalon secondaire est assurée pendant un certain temps (le temps pendant lequel sa lampe garde son étalonnement) par la mesure de l'intensité de courant de sa lampe au moyen du milliampère-

---

(1) Dans le premier modèle l'enceinte était un cylindre de 7^{cm} de diamètre et 8^{cm} de longueur; dans le dernier modèle (employé dans mon photomètre portatif), ces dimensions ont été réduites à $3^{cm},5$ et 4^{cm}; l'orifice du diaphragme a 2^{cm^2}.

mètre de précision, qui assure une précision suffisante pour la photométrie. Quand on doit changer la lampe de l'étalon secondaire de brillance, le réétalonnage reste constamment facile à refaire sur le banc photométrique [1].

3° *Définition d'un facteur de brillance.* — Le rapport du nombre de stilbs définissant l'intensité de l'émission d'une surface diffusante au nombre de phots de l'éclairement qui la produit constitue, pour chaque type de diffuseur (par réflexion aussi bien que par diffusion), un *coefficient numérique* (car la brillance et l'éclairement ont même dimension physique) qui *caractérise* le diffuseur employé et auquel on pourra attribuer la définition suivante :

Le facteur de brillance β_{ie} sous un certain angle d'observation e d'une surface diffusante recevant un éclairement uniforme sous un certain angle d'incidence i est le rapport de la brillance mesurée suivant l'angle e à l'éclairement mesuré suivant i.

Si le flux reçu était diffusé sans pertes, suivant la loi de Lambert, le facteur de brillance β serait simplement $\frac{1}{\pi}$; si le coefficient de transmission est τ, le facteur devient $\beta = \frac{\tau}{\pi}$. Cette valeur est toujours modifiée par l'écart qui existe entre la loi réelle de diffusion et la loi de Lambert. En pratique, pour des facteurs de radiance (rapport du flux émis au flux reçu) compris entre 0,30 et 0,90, on trouve des facteurs de brillance compris entre 0,08 et 0,30 suivant l'absorption et la loi de diffusion du diffuseur. Celles-ci dépendent de son épaisseur s'il s'agit d'un diffuseur par transmission.

On appellera *facteur de brillance normal* β celui qui correspond au cas, le plus intéressant, d'un éclairement sous incidence normale et d'une émission perpendiculaire à la surface.

On pourra, en réglant par une taille progressive l'épaisseur d'un écran diffuseur transparent en verre d'albâtre comme on règle l'épaisseur de verres neutres, donner au facteur de brillance une valeur exprimée en chiffres ronds, par exemple $\beta = 0,10$ ou $0,20$. (Si le diffuseur suivait la loi

---

[1] J'ai réalisé un autre étalon de brillance, équivalent mais moins parfait, fondé sur la diffusion par réflexion, en utilisant toujonrs une enceinte fermée à revêtement blanc mais contenant autour d'une ouverture de 1 à 2^{cm} de diamètre une couronne de 6 à 12 petites lampes éclairant uniformément le fond plan faisant face à l'ouverture et formé d'une surface diffusante blanche. On obtient encore ainsi un étalonnement de l'appareil sur le banc photométrique, en considérant la surface brillante comme étant placée dans le plan même du diaphragme, en vertu des principes connus.

de Lambert, ces valeurs correspondraient à des coefficients de transmission de 0,314-15 et 0,628-30 respectivement, compte tenu des réflexions spéculaires sur les deux faces supposées polies et qui diminuent le facteur de transmission de près de 10 pour 100.)

Tout Laboratoire de Photométrie devrait posséder de tels *étalons* de facteur de brillance pour pouvoir faire d'autres étalonnements par simple comparaison ([1]).

4° *Mesure du facteur de brillance normal.* — On peut mesurer le facteur de brillance normal directement ou par comparaison :

a. Méthode directe. — On mesure directement la brillance de l'écran diffusant comme on a mesuré plus haut celle de l'étalon de brillance en plaçant celui-ci verticalement sur le banc photométrique, à une distance connue L, d'une source étalon I très puissante (par exemple une lampe à atmosphère gazeuse à grille de 1000 bougies); on placera la grille parallèle à l'écran; de l'autre côté on limite la surface de l'écran translucide par un diaphragme de surfaces connues avec précision; à l'aide d'un photomètre quelconque on détermine l'intensité globale de la surface par comparaison avec une source étalonnée d'intensité lumineuse S; soient x_1, x_2 les distances du photomètre à l'écran et à la source respectivement, e l'éclairement du photomètre; on a la relation :

$$e = \frac{\beta_3}{x_1^2}\frac{I}{L^2} = \frac{S}{x_2^2}. \tag{1}$$

On enlève ensuite l'écran et l'on détermine sur le même banc photométrique par déplacement du photomètre jusqu'à la distance x'_2 de S l'intensité I de la source auxiliaire; d'où la deuxième relation

$$e' = \frac{I}{L'^2} = \frac{S}{x'^2_2}; \tag{2}$$

en éliminant S, il reste

$$\beta = \frac{1}{s}\frac{L^2}{L'^2}\frac{x'^2_2}{x_2^2}. \tag{3}$$

b. Méthode de comparaison si l'on photomètre successivement, de la manière qu'on vient d'indiquer pour la première mesure, deux écrans diffu-

---

([1]) L'albâtrine de Baccarat, dont j'ai signalé dès 1895 les remarquables propriétés photométriques, constitue un diffuseur par transmission presque parfait, n'altérant pas la teinte de la lumière transmise, et convient tout particulièrement à l'exécution de tels étalons.

sants, dont l'un a le facteur de brillance connu β_0, en gardant constants I, S_1, L, x_2, on a immédiatement

$$\frac{\beta}{\beta_0} = \frac{x_2^2}{x_0^2}.$$

Cette méthode de comparaison peut être appliquée également à l'aide d'un photomètre portatif en lisant les chiffres correspondants N_0 et N_2 sur la graduation de cet appareil. Il faut seulement que β_0 ait été mesuré préalablement par la méthode directe comme dans l'étalonnement de l'étalon secondaire de brillance.

Dans la méthode directe, la variation considérable (dans le rapport de 1 à 1000 environ) des éclairements (ou des brillances) mesurés rend nécessaire l'emploi d'un affaiblisseur (étalonné) au 1/1000e ou au moins au 1/200e. Les écrans absorbants dits neutres, ayant toujours une certaine teinte résiduelle, il faut en général recourir à l'emploi d'un disque tournant Masson-Talbot.

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur l'utilisation de l'énergie thermique des mers.* Note de MM. **Georges Claude** et **Paul Boucherot.**

A la suite de la visite qu'ont bien voulu faire plusieurs Membres de l'Académie à notre installation d'Ougrée ([1]), il nous paraît utile de donner quelques renseignements sur cette installation et sur les résultats de nos essais.

Nous rappellerons d'abord que cette installation a été réalisée avec l'aimable concours de la Société d'Ougrée-Marihaye pour controuver, par des essais faits dans des conditions voisines de celles de la pratique et sur une échelle semi-industrielle, les objections faites à notre procédé d'extraction de l'énergie thermique des mers tropicales.

Voici de quelle façon ont été appliqués les principes exposés dans de précédentes Communications ([2]) :

Deux bassins A et A' de 100 m³, installés au-dessous des appareils, sont alimentés, à niveau constant, d'eau pompée dans la Meuse. L'un des bassins A' reçoit cette eau froide, l'autre A reçoit de l'eau portée à volonté, par des chaleurs perdues et par une injection complémentaire de vapeur,

---

([1]) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1251.

([2]) *Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 929 et 1005; **185**, 1927, p. 987; **186**, 1928, p. 1251.

de 15 à 20° au-dessus de la température de l'eau froide, de manière à reproduire les conditions réalisables dans les mers tropicales.

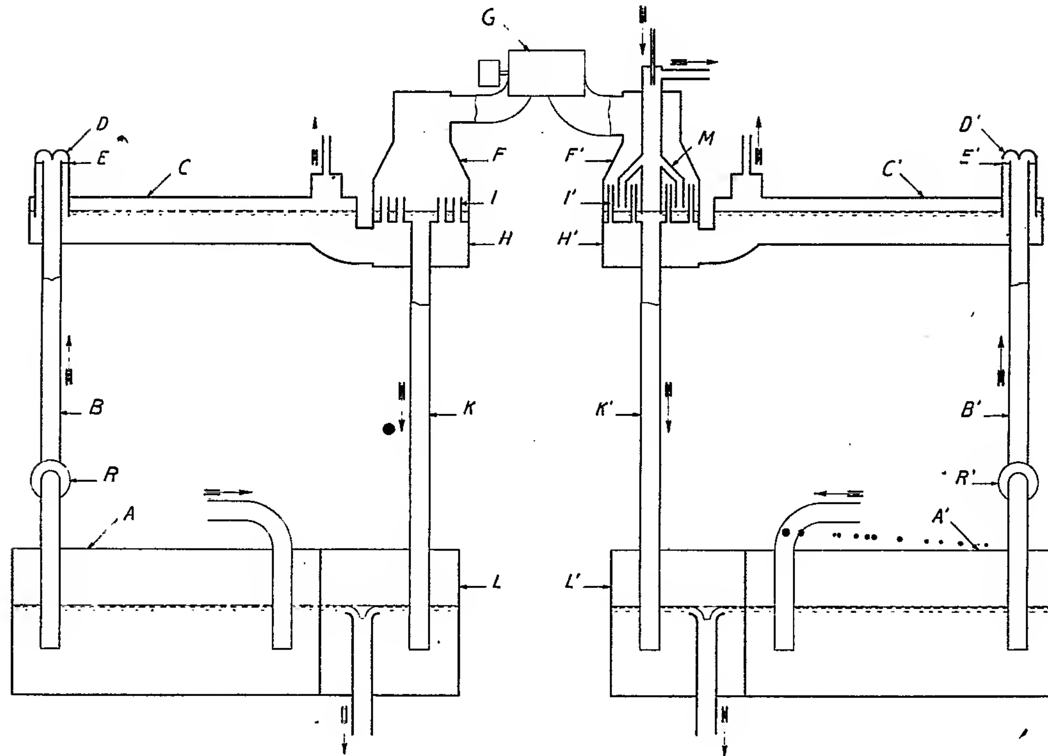


Schéma de l'installation d'Ougrée.

Deux colonnes barométriques verticales B et B′ relient les bassins à l'étage du bâtiment, soit environ 8^{m} au-dessus des bassins. Elles conduisent respectivement l'eau chaude et l'eau froide, d'abord aux chambres de dégazage C et C′, cylindres horizontaux dans lesquels la surface libre du liquide est à 9^{m} environ au-dessus du niveau de l'eau dans les bassins et dans lesquels s'opère, par un des nombreux procédés qu'on peut employer, le dégazage préalable dont nous avons signalé l'intérêt (1). Les gaz dissous sont refoulés, par un éjecteur Delas à deux étages, de cette enceinte au dehors, c'est-à-dire de 0^{atm},1 à 1^{atm} (1). L'eau froide et l'eau chaude ainsi préalablement et partiellement dégazées arrivent respectivement par des faux

(1) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 987.

fonds au bouilleur et au condenseur F et F′, que des conduites relient respectivement à l'amont et à l'aval de la turbine G.

L'eau chaude partiellement dégazée arrive au bouilleur par le compartiment H, monte dans les tubes I de 10^{cm} de diamètre; à mesure qu'elle pénètre dans l'enceinte de vapeur par ces tuyaux I, elle y subit une ébullition qui la projette en fines gouttelettes au-dessus de la sortie des tubes I.

On remarquera qu'avec le dispositif de circulation ci-dessus, dispositif déjà appliqué du reste par la maison Sautter et Harlé pour le traitement d'eaux résiduelles à 110°, il n'y a aucune transmission laborieuse de chaleur à travers des parois, chaque goutte d'eau apportant avec elle la provision de chaleur qui permettra sa propre ébullition; que, par suite, l'eau fût-elle très sale, l'ébullition n'en sera pas troublée, et que, l'arrivée de l'eau au bouilleur ne se faisant que par de larges passages, il n'y a aucun risque d'obstruction par des corps étrangers.

L'eau, qui vient ainsi de bouillir en se refroidissant de quelques degrés, se rassemble dans un espace laissé libre au centre du bouilleur, d'où elle est évacuée par une colonne barométrique descendante K, vers un bassin de décharge L placé au même niveau que le bassin d'eau chaude A; l'énergie nécessaire pour entretenir le renouvellement de l'eau chaude dans le circuit barométrique BCFK et vaincre les pertes de charge est fournie par une pompe Rateau de $800 m^3/h$ placée en R dans la colonne B.

L'eau froide arrive semblablement au condenseur par des tubes I′ de 5^{cm} de diamètre et s'écoule *tranquillement*, de fait de son dégazage préalable, le long de la surface extérieure de ces tubes en provoquant la condensation de la vapeur qui a traversé la turbine. Cette eau de condensation, réchauffée par son usage, se rassemble dans un espace libre central du condenseur, d'où elle est évacuée par une colonne barométrique descendante K′ à un bassin de décharge L′ placé au niveau inférieur commun. Le renouvellement de l'eau froide dans ce second circuit barométrique B′C′F′K′ est également entretenu par une pompe Rateau, placée en R′ dans la colonne montante d'eau froide B′. Un dispositif multitubulaire M puise vers le bas des tubes du condenseur l'air échappé au dégazage préalable et mélangé de vapeur, et le conduit vers un autre éjecteur Delas.

Ces éjecteurs, qui réclament de la vapeur à haute pression, sont employés ici en raison de la difficulté de réaliser pour une si petite installation des *compresseurs centrifuges*, mais M. Rateau a bien voulu nous confirmer la possibilité d'un excellent emploi de ces derniers appareils dans les grandes installations.

La turbine G placée entre le bouilleur F et le condenseur F' a été étudiée et construite par la Société alsacienne de Constructions mécaniques. Le diamètre du rotor est de 1^m. Sa puissance normale prévue est de 50 kilowatts; elle a pu être poussée sans inconvénient à plus de 60 kilowatts à la vitesse de 5700 tours par minute. L'axe de la turbine, prolongé à l'extérieur à travers un joint hydraulique à force centrifuge, attaque directement une dynamo à courant continu.

Lorsque la charge des moteurs des pompes est passée sur la dynamo, il n'y a plus d'indétermination, quant aux travaux d'entretien du système, qu'en ce qui concerne les gaz dissous. Mais ceux-ci sont recueillis à la sortie de chaque éjecteur, de sorte qu'on peut aisément calculer la puissance que nécessiterait en pratique leur extraction, en se basant sur l'assurance de M. Rateau que le rendement des compresseurs rotatifs des grandes installations pourra atteindre aisément 60 pour 100 d'une compression isothermique parfaite.

L'étude de l'installation a été faite en utilisant les résultats et les coefficients fournis au laboratoire de M. Georges Claude par les essais faits sous la direction de M. André Claude. Commencée en décembre 1927 sous la direction de M. Schideler et avec l'aide puissante des excellents collaborateurs d'Ougrée-Marihaye et spécialement MM. Derclaye et Comhaire, l'usine était terminée le 25 avril. Le 29, elle était mise en marche sans difficulté, la puissance fournie par la dynamo atteignant presque dès ce premier jour le chiffre prévu de 50 kilowatts, malgré qu'on fût gêné par une température déjà élevée des eaux de la Meuse.

Nous donnons ici les résultats essentiels d'un essai du 19 mai, effectué entre 33° et 12°,5.

Débit		Temp. initiale		Temp. finale		Écart de températures		Pression absolue	
d'eau chaude.	d'eau froide.	eau chaude.	eau froide.	eau chaude.	eau froide.	initial.	final.	bouilleur.	condens.
720$^{m^3/h}$	680$^{m^3/h}$	33°	12°,8	29°,7	16°,2	20°,2	13°,5	32^{mm}	18^{mm},5

Rapport des pressions.	Vitesse de la turbine.	Puissance produite par la dynamo.	Puissance mécanique à la turbine.	Puissance absorbée par les pompes.
1,73	5600 tours	59,4 kw	65 kw	11 kw

Gaz dissous extraits		Puissance pratiquement nécessaire à l'extraction des gaz dissous mélangés de vapeur.	Rapport de la puissance disponible à la puissance fournie par la dynamo.
du dégazeur.	du condenseur.		
17$^{m^3/h}$	9$^{m^3/h}$	7 kw	69 pour 100

Il faudrait en pratique tenir compte de la dépense d'énergie supplémen-

taire correspondant à la densité de la colonne d'eau froide et à la perte de charge dans la conduite d'aspiration des eaux profondes.

Ces résultats d'une installation qui, en pareille matière, peut être qualifiée de minuscule, montrent l'erreur de ceux qui prétendaient que les services auxiliaires absorberaient bien plus que la totalité du travail fourni par la turbine.

Obtenus avec des dispositifs auxquels, bien entendu, nombre d'améliorations pourraient être apportées, ces résultats laissent prévoir que dans les grandes installations la puissance disponible atteindra largement $\frac{3}{4}$ de la puissance fournie par les turbines.

On voit en particulier par les chiffres ci-dessus que la pression au condenseur n'est pas aussi faible qu'elle pourrait être : c'est le plus grand défaut de l'installation, et il paraît facile à corriger.

Dans la visite faite le 1er juin par les délégués de l'Académie, auxquels s'étaient jointes nombre de notabilités scientifiques et industrielles belges, les résultats ont été naturellement affectés par la montée de la température des eaux de la Meuse au-dessus de 18°; nos visiteurs n'en ont pas moins pu apprécier la régularité absolue de la marche et la facilité des manœuvres.

Bien entendu, de nombreuses questions restent à étudier; sans parler des difficultés du travail à la mer ni du prix des grandes installations, sur lequel notre optimisme reste entier, il reste à voir comment l'eau de mer se comportera au point de vue des gaz dissous et de l'ébullition.

A la suite de cette Communication, M. **H. Le Chatelier** s'exprime en ces termes :

Ceux d'entre nous qui ont pu aller à Liége assister aux expériences de M. Claude ont été très intéressés par les résultats obtenus. Si, comme tout permet de le penser maintenant, l'installation définitive à Cuba doit être réalisée, cette journée du 1er juin restera historique dans les fastes de l'industrie. C'est la première fois que l'on a vu tourner une machine à vapeur réelle fonctionnant avec un écart de température de 10° seulement. Tous les gens du métier considéraient la chose comme pratiquement impossible.

Depuis longtemps, on se préoccupe de l'avenir de la civilisation mondiale, le jour où les mines de charbon seront épuisées. On pensait bien que l'on finirait par trouver un autre procédé pour utiliser l'énergie solaire, mais les tentatives faites avec les machines solaires ou les turbines alimentées par les marées nécessitaient de telles immobilisations de capitaux, à cause

de la faible densité de l'énergie à recueillir, que l'on avait fini par considérer ces solutions comme économiquement irréalisables. La chaleur accumulée dans l'eau de la mer, sans être aussi concentrée que celle emmagasinée par les végétaux durant la période houillère, offre cependant des possibilités infiniment plus avantageuses que toutes les autres solutions étudiées jusqu'ici.

La turbine à vapeur que nous avons vu fonctionner à Ougrée, près Liége, donne le moyen d'utiliser très avantageusement ces réserves d'énergie calorifique. On pouvait redouter la difficulté d'assurer l'étanchéité absolue des appareils nécessaire pour le fonctionnement de cette machine. Nous savons tout le mal que nous avons dans nos laboratoires pour tenir le vide, même dans de petits appareils. Cet obstacle semble avoir été franchi facilement. Le fait que la machine tournait et produisait les 50 kilowatts prévus montre bien que cette condition était complètement réalisée, car les plus petites rentrées d'air auraient suffi pour paralyser la turbine.

Le maniement de cette machine est très doux. Il suffit de ralentir la pompe qui alimente en eau le condenseur pour voir immédiatement la turbine se ralentir à son tour et finalement s'arrêter dès que les pressions sont égales de part et d'autre du disque tournant. Elle repart avec la même facilité lorsque l'on recommence l'alimentation en eau froide.

La vitesse nécessaire de 5000 tours par minute a été obtenue sans aucune trépidation nuisible. Nous n'avons d'ailleurs remarqué aucun incident fâcheux, ce qui est bien rare la première fois que l'on fait une expérience en public. Cette machine donne l'impression d'une sécurité de marche absolue.

La première partie du problème est ainsi résolue; on doit penser que la seconde partie, l'immersion du long tube nécessaire pour aller chercher au fond de la mer l'eau froide du condenseur, réussira également. Il y aura certainement des difficultés imprévues, mais l'esprit inventif de MM. Claude et Boucherot saura les lever au fur et à mesure qu'elles se présenteront.

Qu'il me soit permis de remercier, au nom de nos confrères présents à Liége, les administrateurs de la Société d'Ougrée-Marihaye pour leur aimable réception et de souhaiter plein succès à cette nouvelle collaboration franco-belge.

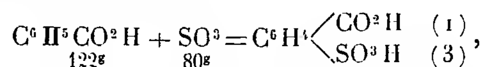
CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acide sulfurique sur les acides aromatiques; acides sulfo-aromatiques.* Note (1) de MM. **Jean-Baptiste Senderens** et **Jean Aboulenc.**

Comme suite à l'action de l'acide sulfurique sur les acides forméniques (2), nous avons étudié cette action sur les acides aromatiques. La dissolution de ces derniers dans une quantité convenable (4 à 8 parties) d'acide sulfurique à 66° B. se fait à froid ou en chauffant légèrement. Additionnée d'eau cette solution laisse déposer l'acide aromatique inaltéré, en sorte que si, après une opération, l'eau ne donne pas de précipité, c'est que l'acide a été totalement transformé.

Acide benzoïque $C^6H^5CO^2H$. — Le mélange de cet acide avec 8 parties d'acide sulfurique à 66° B. donne lieu, vers 200°-210°, à un dégagement assez faible de CO^2 qui ne tarde pas à devenir insignifiant. Au bout de 6 heures le liquide ne précipite plus par l'eau; traité au carbonate de baryum il laisse déposer du sulfate de baryte, tandis que le sulfobenzoate de baryte reste en dissolution, et, par l'acide sulfurique dilué, donne l'*acide m-sulfobenzoïque*.

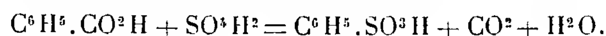
Jusqu'ici ce dernier acide se préparait en traitant l'acide benzoïque par SO^3 (3) ou par l'acide sulfurique fumant (4). Nous avons constaté que le meilleur procédé de préparation consiste à maintenir durant 3 heures à 200° un mélange d'acide benzoïque avec 4 parties d'acide sulfurique fumant à 20 pour 100 de SO^3. Dans ce cas, on n'observe pas de CO^2.

Il semble bien que c'est principalement par le SO^3 contenu dans l'acide fumant que s'opère la sulfonation :



$$\underset{122^g}{C^6H^5CO^2H} + \underset{80^g}{SO^3} = C^6H^4\begin{cases} CO^2H & (1) \\ SO^3H & (3) \end{cases},$$

ce qui montre qu'une partie d'acide benzoïque exigerait près de quatre parties d'acide fumant à 20 pour 100 de SO^3, c'est-à-dire deux fois plus que dans le procédé Gräbe qui nous a fourni une sulfonation plus lente, accompagnée de CO^2 qu'expliquerait la formation d'acide, $C^6H^5.SO^3H$ benzène sulfonique provenant de la réaction



$$C^6H^5.CO^2H + SO^4H^2 = C^6H^5.SO^3H + CO^2 + H^2O.$$

(1) Séance du 21 mai 1928.

(2) J.-B. Senderens et J. Aboulenc, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1487.

(3) Mitscherlich, *Liebigs Ann. Chem.*, 12, 1835, p. 314.

(4) Gräbe, *Ibid.*, 280, 1894, p. 6.

Acide o-phtalique $C^6H^4\langle\begin{smallmatrix}CO^2H & (1)\\ CO^2H & (2)\end{smallmatrix}$. Il diffère du précédent par un carboxyle qui paraît augmenter sa résistance à l'acide sulfurique à 66° B. lequel, après 6 heures de chauffe à 200°-215°, le laisse inaltéré. L'anhydride phtalique est tout aussi résistant.

L'acide *sulfo-4-orthophtalique* $C^6H^3\begin{smallmatrix}CO^2H & (1)\\ CO^2H & (2)\\ SO^3H & (4)\end{smallmatrix}$ avait été préparé par Rée en faisant passer durant 6 heures, à 200°-210°, des vapeurs de SO^3 dans un mélange d'une partie d'anhydride phtalique et d'une partie et demie d'acide pyrosulfurique [1]. Nous l'avons préparé plus facilement en chauffant durant 4 heures vers 215°, avec quatre parties d'acide fumant à 20 pour 100 d'anhydride, soit l'acide *o*-phtalique, soit son anhydride; le courant de SO^3 du procédé Rée se trouvant avantageusement remplacé par le SO^3 de l'acide fumant employé en excès.

Acides toluiques $C^6H^4\langle\begin{smallmatrix}CH^3\\ CO^2H\end{smallmatrix}$. — A l'inverse du CO^2H, l'introduction de CH^3 dans l'acide benzoïque pour former les acides toluiques facilite leur attaque pour l'acide sulfurique à 66° B. Il suffit en effet de les chauffer à 150°-160° durant 3 à 4 heures avec cinq à six parties de cet acide pour obtenir les acides sulfoniques [2].

Lorsqu'on dépasse ces températures nous avons constaté un dégagement de CO^2 qui devient abondant à 200°.

La sulfonation est plus active avec l'acide fumant à 20 pour 100 de SO^3, qui la détermine au-dessous de 100° et peut amener la disulfonation à des températures plus élevées, sans jamais dégager du gaz.

Acide phénylacétique $C^6H^5.CH^2.CO^2H$. — Cet isomère des acides toluiques dans lequel le carboxyle, au lieu d'être uni directement au noyau benzénique, en est séparé par CH^2, se comporte vis-à-vis de l'acide sulfurique à 66° B., non plus comme les acides précédents, mais sensiblement comme les acides forméniques [3], dont il se rapproche, comme on sait, par plusieurs de ses propriétés. Il ne se sulfone pas, et, dès 180° il fournit un dégagement très abondant de CO, CO^2, SO^2, avec dépôt de charbon.

Le dégagement gazeux s'observe à froid avec l'acide fumant à 20 pour 100 de SO^3, qui fournit l'acide *sulfophénylacétique* mêlé de produits de destruction.

(1) Rée, *Lieb. Ann. Chem.*, **143**, 1867, p. 257.
(2) Jacobsen et Wierss, *D. Chem. G.*, **14**, 1881, p. 2355, et **16**, 1883, p. 1328.
(3) Cf. J.-B. Senderens et J. Aboulenc, *loc. cit.*

Acide cinnamique $C^6H^5.CH = CH.CO^2H$ et *acide hydrocinnamique* ou *phénylpropionique* $C^6H^5.CH^2.CH^2CO^2H$. — La présence d'un second groupe forménique rend ces deux acides plus sensibles que le précédent à l'action de l'acide sulfurique à 66° B. qui dès 150° les détruit avec production des gaz cités plus haut et de charbon.

L'*acide sulfocinnamique* $C^6H^4\begin{cases}CH = CH.CO^2H \\ SO^3H\end{cases}$ se prépare en traitant à froid l'acide cinnamique par l'acide sulfurique fumant (¹).

L'*acide sulfohydrocinnamique* signalé par Göring (²) a été obtenu par nous sous la forme de prismes microscopiques assez déliquescents, en introduisant à froid, par petites portions, l'acide hydrocinnamique dans 8 parties d'acide fumant à 20 pour 100 de SO^3, et en évaporant sur l'acide sulfurique la solution aqueuse du mélange préalablement traitée au CO^3Ba, comme il a été dit pour l'acide sulfo-benzoïque.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Mesures magnétiques dans la Creuse, la Dordogne et la Haute-Vienne.* Note (³) de M. **E. Mathias.**

Ces mesures ont été faites pendant la campagne de 1926 du Nouveau Réseau magnétiqne de la France (subvention de la Fondation Loutreuil) en 42 stations; 14 sont des stations de Moureaux, 28 sont des stations entièrement nouvelles (noms en italiques).

En général, la déclinaison et la composante horizontale sont données par deux barreaux; l'inclinaison est donnée, comme dans les autres campagnes, par la seule aiguille n° 1. Ces mesures ont été faites avec les boussoles de voyage de l'École Normale supérieure comparées, avant et après, avec les instruments étalons de l'Observatoire magnétique du Val-Joyeux.

Le tableau suivant donne les mesures ramenées au 1er janvier 1922.

(¹) Herzog, *J. prakt. Chem.*, 29, 1843, p. 31; Rudnew, *Liebigs Ann. Chem.*, 173, 1875, p. 8.

(²) Goring, *Jahresb.*, 30, 1877, p. 860,

(³) Séance du 30 mai 1928.

Creuse.

	Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
1.	*Ahun*	11°.53′,6	62°.18′,1	0,20962	Calme
2.	Aubusson	11.43,8	62.21,4	0,21029	id.
3.	*Auzances*	11.40,4	62.13,8	0,21012	Calme ou pr. calme
4.	*Bonnat*	11.48,4	»	0,20878	id.
5.	*Bourganeuf*	11.40,1	62.12,5	0,21011	Calme
6.	Boussac	11.49,0	62.30,3	0,20868	id.
7.	*Courtine (la)*	11.40,6	62. 4,0	0,21132	id.
8.	*Crocq*	11.47,6	62.10,3	0,21092	id.
9.	*Dun*	11.41,8	62.35,1	0,20825	Calme ou pr. calme
10.	*Gentioux*	11.51,8	62. 9,8	0,21111	Calme
11.	Guéret	12. 1,1	62.26,6	0,20929	id.
12.	*Parsac*	11.51,7	62.26,2	0,20917	D presque calme; I, H un peu agitée
13.	*Royère*	»	62.12,6	0,21062	Calme ou pr. calme
14.	*Souterraine (la)*	9.55,4	62.38,6	0,20851	Calme

Dordogne.

	Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
15.	Belvès	° ′ »	61°.23′,2	0,21570	Calme
16.	Bergerac	12.24,1	61.30,2	0,21447	Calme ou pr. calme
17.	*Bugue (le)*	12. 9,7	61.25,0	0,21465	id.
18.	*Eymet*	12.22,4	61.21,8	0,21539	D, H presque calme; I agitée
19.	*Montpont*	12.34,5	61.39,3	0,21387	D, H presque calme; I agitée
20.	Niversac	12.17,0	61.41,9	0,21349	Calme
21.	Nontron	12.27,9	62.41,0	0,21127	D un peu agitée; I agitée; H pr. calme
22.	Périgueux	12.25,8	61.40,1	0,21317	Calme
23.	Ribérac	12.31,4	61.48,5	0,21254	D un peu agitée; I agitée; H pr. calme
24.	*Saint-Astier*	12.25,6	61.40,3	0,21346	Calme ou pr. calme
25.	*Sarlat*	»	61.26,6	0,21527	Calme
26.	*Terrasson*	»	61.38,7	0,21376	Calme ou pr. calme
27.	*Thiviers*	12.15,6	61.53,3	0,21203	D pr. calme; I, H agitée
28.	*Vélines*	12.36,1	61.27,2	0,21466	Calme

	Stations.	D.	I.	H.	Situation magnétique.
			Haute-Vienne.		
29.	*Ambazac*	10°.37′,7	62°.14′,9	0,21002	D, I un peu agitée; H presque calme
30.	Bellac	12.42,5	62.30,2	0,20878	Agitée
31.	*Châteauponsat*	12.18,0	62.22,6	0,20910	D, H agitée; I perturbation
32.	*Dorat (le)*	12.24,7	62.32,6	0,20834	D, I un peu agitée; H calme
33.	*Eymoutiers*	12. 2,7	62. 5,4	0,21124	Calme ou pr. calme
34.	Limoges	12.10,4	62.13,3	0,21050	Calme
35.	*Nantial*	11.48,4	62.18,6	0,20976	Calme ou pr. calme
36.	*Nexon*	12.41,5	62. 1,2	0,21116	id.
37.	*Oradour*	»	»	0,21072	Calme
38.	Rochechouart	»	62.13,6	0,21025	Calme ou pr. calme
39.	*St-Germain-les-Belles*	12. 5,7	62. 3,2	0,21099	Calme
40.	St-Sulpice-Laurière	12.15,3	62.21,1	0,20896	D, I perturbation; H très agitée
41.	*St-Sulpice-les-Feuilles*	12.13,4	62.34,2	0,20826	D, H agitée; I très agitée
42.	St-Yrieix	12.13,7	61.57,0	0,21155	Calme

Ces mesures, comparées à celles de Moureaux, donnent pour la variation séculaire entre le 1er janvier 1896 et le 1er janvier 1922 des différences très concordantes, sauf à Bellac et à St-Sulpice-Laurière où l'agitation magnétique a donné une déclinaison par excès à Bellac et une composante horizontale trop faible à St-Sulpice-Laurière. Les valeurs moyennes de ces différences, pour D, I, H, sont respectivement :

$$-2°,53'.5, \quad -47'.7 \quad \text{et} \quad 279\gamma.$$

M. **G. Kœnigs** fait hommage à l'Académie du Mémoire de M. C. Guichard, *Sur les courbes de l'espace à n dimensions* (fascicule XXIX du *Mémorial des Sciences mathématiques*), pour lequel il a écrit la Préface dont le texte suit :

Le travail qu'on trouvera dans ces pages a été rédigé d'après les Notes laissées par l'éminent et regretté géomètre Cl. Guichard, concernant le sujet de son cours à la Sorbonne pendant l'année scolaire 1919-1920.

M. Raymond Jacques, professeur à l'Université de Montpellier, et dont on connaît les beaux travaux sur la Géométrie, a bien voulu se charger de

mettre au point cette rédaction. Il a manifestement su interpréter avec élégance la pensée du maître disparu, et placer en évidence la grande fécondité des idées directrices de cet Ouvrage. Au moyen d'un minimum de calculs, toute sorte de résultats géométriques divers se trouvent ingénieusement rapprochés les uns des autres, le classement des problèmes qui se posent s'opère avec une grande sûreté. Nul doute que la lecture de ce fascicule ne soit fructueuse pour tous ceux qui s'intéressent aux études de géométrie, et qui attachent un prix particulier, non seulement aux faits en eux-mêmes, mais aux idées générales qui constituent la structure même de la Géométrie.

Ce très intéressant opuscule tiendra une place des plus honorables dans la belle Collection de travaux constituée par M. le professeur Henri Villat, qui a déjà su, en tant de circonstances, susciter et soutenir la production mathématique, avec le concours toujours si dévoué de la maison Gauthier-Villars.

NOMINATIONS.

M. le **Ministre du Travail** prie l'Académie de vouloir bien lui faire connaître les changements qu'il y aurait lieu d'apporter dans sa représentation au *Conseil supérieur de Statistique*.

MM. **P. Painlevé** et **Ch. Lallemand** sont désignés à nouveau pour faire partie de ce Conseil.

MM. **M. Hamy**, Président de l'Académie, **H. Deslandres**, **H. Le Chatelier**, **L. Lecornu**, **R. Bourgeois**, **A. Mesnager**, **G. Perrier**, **A. Rateau** sont désignés pour représenter l'Académie à la cérémonie de la pose de la première pierre des nouveaux bâtiments de l'École Polytechnique, le 9 juin 1928.

MM. **Charles Fabry** et **Jules Baillaud** sont adjoints à la délégation française à la troisième Assemblée générale de l'*Union astronomique internationale*, qui se tiendra à Leyde du 5 au 13 juillet 1928.

Le **Président du Comité du Monument élevé au Maréchal Foch**, à Cassel (Nord) prie l'Académie de se faire représenter à la cérémonie d'inauguration, qui aura lieu le samedi 7 juillet à Cassel; un train spécial sera mis à la disposition des délégués.

L'Académie délègue son Bureau et M. Barrois.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à dresser une liste de candidats à un poste d'Astronome titulaire vacant à l'*Observatoire de Paris*.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la comparaison des résultats météorologiques et des effets du hasard.* Note (¹) de M. **G. Rempp**, présentée par M. Bigourdan.

Sous ce titre, M. L. Besson a étudié la succession des valeurs d'une grandeur x, quand cette succession est exclusivement régie par le hasard et a calculé les probabilités de certaines singularités telles que minima, etc. (²).

Il a trouvé les probabilités suivantes : minimum ($x_1 > x_2 < x_3$) ou maximum, $\frac{1}{3}$; intervalle 2 entre deux minima (c'est-à-dire minima en x_2 et en x_4), ou entre deux maxima, intervalles 3, 4, 5, 6, 7, 8, respectivement $\frac{2}{15}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{35}$, $\frac{1}{45}$, $\frac{4}{567}$, $\frac{1}{525}$, $\frac{2}{4455}$; série de m hausses ($x_1 > x_2 < x_3 < x_4 \ldots < x_{m+2} > x_{m+3}$), ou m baisses $\frac{1+m(m+3)}{(m+3)!}$.

Ces résultats ont été obtenus identiquement à partir de deux hypothèses différentes, savoir :

1° La grandeur x est susceptible de prendre un grand nombre de valeurs, toutes également probables;

(¹) Séance du 30 mai 1928.

(²) *Ann. des Services techniques d'hygiène de la Ville de Paris*, 1, 1921, p. 54-76.

2° La grandeur x peut prendre toutes les valeurs de $-\infty$ à $+\infty$, et sa courbe de probabilité $f(x)$ est la courbe de Laplace-Gauss

$$f(x)=\frac{h}{\sqrt{\pi}}e^{-h^2x^2}.$$

Ayant démontré ses formules pour deux cas aussi dissemblables, l'auteur admet qu'elles seront valables dans la plupart des cas.

Or il est facile de démontrer que *les résultats de M. Besson s'appliquent rigoureusement à tous les cas*, quelle que soit la courbe $f(x)$ et quelles que soient les limites assignées à x, à la seule condition que x soit susceptible de varier d'une façon continue entre ces limites (ou, ce qui revient pratiquement au même, à prendre, entre ces limites, un très grand nombre de valeurs différentes).

1° Admettons d'abord la première hypothèse de M. Besson, et assignons à x, pour simplifier, les limites 0 et 1. De cette façon, $f(x)=1$, et la probabilité élémentaire d'un x quelconque est dx. Calculons, à titre d'exemple, la probabilité d'un maximum; suivant que nous choisissons x_1 (ou x_3) ou x_2 comme variable indépendante, cette probabilité est obtenue par

$$\int_0^1 dv\int_0^x dx\int_x^1 dx=\frac{1}{3} \qquad \text{ou} \qquad \int_0^1 dx\left(\int_x^1 dx\right)^2=\frac{1}{3}.$$

2° Admettons maintenant que x peut varier entre les limites, finies ou infinies, a et b, et que la courbe de probabilité $f(x)$ a une forme quelconque. Posons

$$\int f(x)\,dx=u \qquad \text{et} \qquad u_a=k,\quad u_b=l.$$

Comme, par définition, $\int_a^b f(x)\,dx=1$, il s'ensuit $l-k=1$.

Posons $v=u-k$; nous aurons

$$v=0 \quad \text{pour } x=a; \qquad v=1 \quad \text{pour } x=b; \qquad dv=du,$$

et la probabilité d'un minimum sera donnée soit par

$$\int_0^1 dv\int_0^v dv\int_v^1 dv=\frac{1}{3},$$

soit par

$$\int_0^1 dv\left(\int_v^1 dv\right)^2=\frac{1}{3},$$

c'est-à-dire par des formules identiques à celles que nous avions obtenues en

admettant le cas le plus simple : limites de x; o et 1, et $f(x) = 1$. Le cas général peut donc toujours être ramené à ce cas particulier.

La proposition est ainsi démontrée.

En suivant systématiquement la voie indiquée plus haut, on peut, très facilement, retrouver toutes les probabilités calculées par M. Besson, et encore calculer les probabilités d'autres singularités, par exemple : suite de 2, 3, 4, 5 minima (ou maxima) accolés; respectivement $\frac{2}{15}$, $\frac{17}{315}$, $\frac{62}{2835}$, $\frac{1382}{155925}$; succession (¹) de m hausses $(x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_{m+1})$ ou baisses : $\frac{1}{(m+1)!}$; succession de m hausses (ou baisses), suivie immédiatement d'une succession de m' baisses (ou hausses) : $\frac{1}{(m+m'+1)m!m'!}$; série (¹) de m hausses suivie (ou précédée) d'une série de m' baisses $(x_1 > x_2 < x_3 < \ldots < x_{m+2} > x_{m+3} > \ldots > x_{m+m'+2} < x_{m+m'+3})$,

$$\frac{mm'(m+m'+3)+m+m'+1}{(m+m'+1)(m+m'+3)(m+1)!(m'+1)!}.$$

Cette dernière formule conduit rapidement aux probabilités des intervalles entre deux minima; on trouve, par exemple, pour l'intervalle 9, $\frac{4}{42525}$; pour l'intervalle 10, $\frac{4}{225225}$.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la nature arithmétique du nombre e.* Note de M. J. **Popken**, transmise par Émile Borel.

Tout nombre algébrique θ a la propriété

$$|e - \theta| > 0,$$

d'où il suit : si θ vérifie l'équation irréductible

$$\sum_{h=0}^{n} \lambda_h x^h = 0$$

à coefficients entiers rationnels, dont le plus grand commun diviseur est égal à 1, on peut trouver un nombre positif η_1, dépendant seulement de n et de

$$H = |\lambda_0| + |\lambda_1| + \ldots + |c_n|,$$

(¹) Les termes *série de m hausses* et *succession de m hausses* ont ici une signification différente.

tel que

$$|e-\theta| > \eta_1.$$

Appelons H la hauteur de θ (H est donc un nombre entier $>$ o déterminé par θ). Pareillement on a

$$|P(e)| > o$$

pour tout polynome à coefficients entiers rationnels

$$P(x) = \sum_{h=0}^{n} \lambda_h x^h.$$

Si nous appelons

$$H = |\lambda_0| + |\lambda_1| + \ldots + |\lambda_n|$$

la hauteur du polynome $P(x)$, nous pouvons donc trouver un nombre positif η_2, dépendant seulement de n et de H, tel que

$$|P(e)| > \eta_2.$$

Les propositions suivantes nous montrent quelles fonctions η_1 et η_2 de n et de H ont ces propriétés.

Proposition I. — *Soit* $P(x)$ *un polynome quelconque à coefficients entiers rationnels du degré n et de la hauteur* $H \geqq 3$.

Alors il existe un nombre λ_1, *dépendant seulement de n, tel que*

$$|P(x)| > H^{-n-\frac{\lambda_1}{\log \log H}}.$$

Corollaire 1. — A tout nombre $\varepsilon > o$ et à tout nombre entier $n > o$ il correspond un nombre positif λ_1, dépendant seulement de ε et de n, tel que chaque polynome $P(x)$ du degré n à coefficients entiers rationnels satisfait à l'inégalité

$$|P(e)| > C_1 H^{-n-\varepsilon},$$

H désignant la hauteur du polynome $P(x)$.

Corollaire 2. — Soit $\delta > o$ et soit $P(x)$ un polynome du degré n à coefficients entiers rationnels vérifiant la relation

$$|P(e)| < \delta.$$

Alors à tout nombre $\varepsilon > o$ il correspond un nombre positif C_2, dépendant seulement de ε et de n, tel que la hauteur du polynome $P(x)$ est supérieure à

$$C_2 \left(\frac{1}{\delta}\right)^{\frac{1}{n+\varepsilon}}.$$

M. E. Borel [1] a considéré le même problème. Il a trouvé le résultat suivant.

Si le polynome $P(x)$ du degré n à coefficients entiers rationnels satisfait à l'inégalité

$$|P(e)| < \delta,$$

δ désignant un nombre positif $< \frac{1}{e}$, on peut trouver deux nombres positifs λ_3 et λ_4, ne dépendant que de n, tels que la hauteur du polynome $P(x)$ est supérieure à

$$C_3\left(\frac{1}{\delta}\right)^{\frac{C_4}{\log\log\frac{1}{\delta}}}.$$

La proposition I (corollaire 2) nous apprend plus, parce qu'elle montre que, dans l'expression dernière, nous pouvons supprimer le dénominateur $\log\log\frac{1}{\delta}$ dans l'exposant et que tout nombre fixe $< \frac{1}{n}$ peut servir de C_4.

En comparant le premier corollaire de proposition I à la proposition suivante, on voit que la première proposition donne un résultat très précis.

Proposition II. — *A tout nombre positif entier n il correspond un nombre positif* C_5, *dépendant seulement de n, tel qu'à tout nombre entier* $H > 0$ *on peut trouver un polynome* $P(x)$ *du degré n et d'une hauteur* $\leqq H$ *à coefficients entiers rationnels tels que*

$$P(e) < C_5 H^{-n}.$$

En outre j'ai démontré la proposition suivante :

Proposition III. — *Si* θ *est un nombre algébrique du degré n et de la hauteur* $H \geqq 3$, *on peut choisir un nombre* λ_2, *dépendant seulement de n, tel que*

$$|e - \theta| > H^{-n-1-\frac{\lambda_2}{\log\log H}}.$$

Corollaire 1. — A tout nombre $\varepsilon > 0$ et tout nombre entier $n > 0$ il correspond un nombre C_6, dépendant seulement de ε et de n, tel que chaque nombre algébrique θ du degré n et de la hauteur H satisfait à l'inégalité

$$|e - \theta| > C_6 H^{-n-1-\varepsilon}.$$

---

[1] E. Borel, *Sur la nature arithmétique du nombre e* (*Comptes rendus*, 128, 1899, p. 596-599).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur la seconde forme fondamentale relative à l'affineur de torsion.* Note [1] de M. V. **Hlavatý**.

Nous nous proposons de généraliser un théorème de M. O. Meyer [2], pour en déduire quelques conséquences se rattachant à la notion de l'affineur de torsion $S_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu}=\frac{1}{2}(\Gamma_{\lambda\mu}^{\nu}-\Gamma_{\mu\lambda}^{\nu})$ d'une connexion métrique aux paramètres $\Gamma_{\lambda\mu}^{\nu}$.

Étant donnée une V_m^* (variété métrique à m dimensions avec torsion) dans une V_n^*, nous désignerons par $g'_{\lambda\mu}$ le tenseur métrique de V_m^* et introduisons les affineurs

$$H_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu}=g'^{\alpha}_{\lambda}g'^{\beta}_{\mu}\nabla_\alpha g'^{\nu}_{\beta}=-\sum_{m+1}^{n}{}_{e}\overset{e}{h}_{\lambda\mu}\underset{e}{i}^{\nu} \quad [3], [4],$$

où ∇_μ désigne le symbole de la dérivée covariante dans V_m^* et $\underset{e}{i}^{\nu}$ $(e=m+1, \ldots, n)$ sont les vecteurs unitaires orthogonaux et normaux à V_m^*. En désignant par ∇'_μ le symbole de la dérivée covariante dans V_m^*, on trouve, pour un vecteur quelconque w^ν, resp., et, pour un vecteur v^ν dans V_m^*,

$$(1)\qquad g'^{\beta}_{\mu}g'^{\nu}_{\lambda}\nabla_\beta w^\lambda=\nabla'_\mu g'^{\nu}_{\lambda}w^\lambda-w^\lambda H_{\mu\cdot\lambda}^{\cdot\nu} \quad [3], [4],$$

$$(2)\qquad g'^{\alpha}_{\mu}\nabla_\alpha v^\nu=\nabla'_\mu v^\nu+v^\lambda H_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\nu} \quad [3], [4].$$

Si w^ν est tangent à V_m^* *au point examiné*, et si on le déplace parallèlement dans V_n^* au point voisin, le long d'un vecteur dx^ν on a, d'après (1),

$$(2')\qquad 0=dx^\mu\nabla'_\mu g'^{\nu}_{\lambda}w^\lambda-w^\lambda dx^\mu H_{\mu\cdot\lambda}^{\cdot\nu}=dx^\mu\nabla'_\mu g'^{\nu}_{\lambda}w^\lambda.$$

Or, cette équation nous fait voir que la définition classique du pseudo-parallélisme (de M. Levi-Cività) s'étend aussi aux variétés avec torsion.

1. Cela posé, déplaçons, pseudo-parallèlement *dans* V_m^*, un vecteur uni-

---

[1] Séance du 21 mai 1928.

[2] O. Meyer, *Une interprétation géométrique de la seconde forme quadratique fondamentale d'une surface, etc.* (*Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1954).

[3] Hlavatý, *Contribution au calcul différentiel absolu* (*Vestnik Kr. C. Spol. nauk*, 2, 1926, p. 1-12).

[4] Pour les variétés sans torsion, voir Struick, *Grundzüge der mehrdimensionalen Differentialgeometrie*, Berlin, 1922, p. 94; Schouten, *Ricci-Kalkül*, Berlin, 1924, p. 197.

taire $\underset{1}{i}^\nu = \frac{d_1 x^\nu}{ds}$, le long d'un autre vecteur unitaire $\underset{2}{i}^\nu = \frac{d_2 x^\nu}{ds_2}$, au point infiniment voisin du point considéré. On obtient, d'après (2),

$$d_2 x^\mu \nabla_\mu \underset{1}{i}^\nu = \underset{1}{i}^\lambda \underset{2}{i}^\mu H_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\nu} ds_2$$

et l'angle ω_1 des vecteurs

$$\underset{1}{i}^\nu, \quad \underset{1}{i}^\nu + d_2 x^\mu \nabla_\mu \underset{1}{i}^\nu$$

est défini par

$$\cos\omega_1 = \frac{\underset{1}{i}_\lambda \left(\underset{1}{i}^\lambda + d_2 x^\mu \nabla_\mu \underset{1}{i}^\lambda\right)}{\sqrt{\left(\underset{1}{i}^\lambda + d_2 x^\mu \nabla_\mu \underset{1}{i}^\lambda\right)\left(\underset{1}{i}_\lambda + d_2 x^\mu \nabla_\mu \underset{1}{i}_\lambda\right)}}.$$

Il s'ensuit la formule approchée

$$\frac{d\omega_1}{ds_2} = \sqrt{H_{21}^{\cdot\cdot\nu} H_{21\nu}} = \sqrt{\sum_{m+1}^{n} \left(\overset{e}{h}_{21}\right)^2}, \tag{3}$$

où, en convenant de prendre la valeur positive de la racine carrée, on a posé

$$H_{21}^{\cdot\cdot\nu} = \underset{2}{i}^\lambda \underset{1}{i}^\mu H_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu}, \qquad \overset{e}{h}_{\lambda\mu} \underset{2}{i}^\lambda \underset{1}{i}^\mu = \overset{e}{h}_{21}.$$

Si $m = n - 1$, la formule se simplifie

$$\frac{d\omega_1}{ds_2} = \overset{n}{h}_{21}, \tag{3'}$$

ainsi que l'on a

$$H_{21}^{\cdot\cdot\nu} = -\frac{d\omega_1}{ds_2} \underset{n}{i}^\nu.$$

Pour $m = 2$ et $n = 3$ et si V_3^* devient R_3 (l'espace euclidien), la formule (3′) est celle de M. O. Meyer (au signe près) (1).

Remarque. — En désignant par $\varkappa_{(1)}$, ($\varkappa_{(2)}$) la première (la seconde) courbure de la courbe géodésique G de V_{n-1}^* dans la direction $\underset{2}{i}^\nu$ et par $\varphi(\psi)$ l'angle de G et $\underset{1}{i}^\nu$ (resp. de sa seconde normale et de $\underset{1}{i}^\nu$), on trouve aussitôt de (3′)

$$\frac{d\omega_1}{ds_2} = -\varkappa_{(1)} \cos\varphi + \varkappa_{(2)} \cos\psi.$$

2. Analogiquement, si l'on déplace $\underset{2}{i}^\mu$ parallèlement dans V_m^* le long

(1) O. Meyer, *loc. cit.*

de $d_1 x^\nu = \underset{1}{i}^\nu ds_1$, on obtient

$$\frac{d\omega_2}{ds_1} = \sqrt{\mathrm{H}_{12}^{\cdot\cdot\nu}\,\mathrm{H}_{12\nu}} = \sqrt{\sum_{m+1}^{n}{}_{e}\left(\overset{e}{h}_{12}\right)^2}.$$

Or, si l'on tient compte de l'équation

$$\overset{e}{h}_{\mu\lambda} - \overset{e}{h}_{\lambda\mu} = 2\, g_{\mu}^{\cdot\alpha} g_{\lambda}^{\cdot\beta} \mathrm{S}_{\alpha\beta}^{\cdot\cdot\nu}\, \underset{e}{i}_\nu,$$

on trouve

$$(4)\qquad \boxed{\left(\frac{d\omega_1}{ds_2}\right)^2 - \left(\frac{d\omega_2}{ds_1}\right)^2 = 2\sum_{m+1}^{n}{}_{e}\,\mathrm{S}_{21}^{\cdot\cdot e}\left(\overset{e}{h}_{21} + \overset{e}{h}_{12}\right)} \qquad \left(\mathrm{S}_{21}^{\cdot\cdot e} = \underset{2}{i}^\mu \underset{1}{i}^\lambda \underset{e}{i}_\nu \mathrm{S}_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu}\right).$$

Si en particulier $m = n - 1$, on peut poser aussi

$$\frac{d\omega_1}{ds_2} - \frac{d\omega_2}{ds_1} = 2\,\mathrm{S}_{21}^{\cdot\cdot n},$$

ou bien (en utilisant le vecteur de torsion de M. Cartan $\mathrm{S}^\nu = 2\,\mathrm{S}_{21}^{\cdot\cdot\nu}$ attaché à la bidirection $\underset{1}{i}^\nu \underset{2}{i}^\lambda - \underset{2}{i}^\nu \underset{1}{i}^\lambda$),

$$(5)\qquad \boxed{\frac{d\omega_1}{ds_2} - \frac{d\omega_2}{ds_1} = \mathrm{S}^\nu \underset{n}{i}_\nu},$$

et cette formule nous donne l'interprétation de la composante orthogonale à V_{n-1}^{*} du vecteur de torsion.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les solutions des équations différentielles, considérées comme fonctions du point initial.* Note de M. **Remes**, présentée par M. Goursat.

I. Soit d'abord, pour simplifier l'écriture, le cas d'une seule équation du premier ordre

$$(1)\qquad \frac{dy}{dx} = \mathrm{F}(x, y).$$

Lorsqu'il existe pour cette équation, dans un intervalle $(\overline{x}_0, x_1)$, une solution particulière continue $y = \varphi(x)$, qui prend pour $x = \overline{x}_0$ la valeur $\varphi(\overline{x}_0) = \overline{y}_0$, et qui peut être prolongée un peu au delà de l'intervalle, si l'on

suppose la continuité de $F(x, y)$ dans un certain domaine D

(2) $$\varphi(x) - a \leqq y \leqq \varphi(x) + a, \qquad \bar{x}_0 - b \leqq x \leqq x_1 + b,$$

a, b étant deux nombres positifs, et, en outre, l'existence et la continuité de la dérivée $\frac{\partial F}{\partial y}$ dans le même domaine, l'équation (1) admettra dans le même intervalle $(\bar{x}_0, x_1)$ une solution $y = \Phi(x; x_0, y_0)$ dépendant du point initial (x_0, y_0) qui peut varier dans quelque domaine D', contenant à son intérieur l'arc de courbe intégrale

$$y = \varphi(x) = \Phi(x; \bar{x}_0, \bar{y}_0), \qquad \bar{x}_0 \leqq x \leqq x_1,$$

et dont on pourrait indiquer analytiquement la frontière de différentes manières. Il était signalé par divers auteurs l'existence et la continuité de la dérivée partielle $\frac{\partial}{\partial y_0}\Phi(x; x_0, y_0)$ (1).

En ajoutant une condition supplémentaire, à savoir celle de l'existence et de la continuité de $\frac{\partial F}{\partial x}$, on avait aussi signalé l'existence et la continuité de $\frac{\partial}{\partial x_0}\Phi(x; x_0, y_0)$ (2). Nous voulons montrer ici très rapidement que *cette condition supplémentaire* de l'existence de $\frac{\partial F}{\partial x}$ *n'est nullement nécessaire.*

En effet, en fixant l'ordonnée $\bar{y}_0$ du point initial et en faisant varier, entre quelques limites suffisamment rapprochées, l'abscisse x_0, la courbe intégrale rencontrera la ligne droite $x = \bar{x}_0$ en quelque point $(\bar{x}_0, y_0)$ dont l'ordonnée y_0 sera une fonction de x_0, et il est évident, d'après la continuité de $F(x, y)$, que l'on aura

$$\left[\frac{dy_0}{dx_0}\right]_{x_0=\bar{x}_0} = -F(\bar{x}_0, \bar{y}_0).$$

Donc, on aura

$$\left[\frac{\partial}{\partial x_0}\Phi(x; x_0, \bar{y}_0)\right]_{x_0=\bar{x}_0} = -F(\bar{x}_0, \bar{y}_0)\left[\frac{\partial}{\partial y_0}\Phi(x; \bar{x}_0, y_0)\right]_{y_0=\bar{y}_0},$$

ou, en mettant les traits au-dessus de x_0, y_0,

(3) $$\frac{\partial}{\partial x_0}\Phi(x; x_0, y_0) = -F(x_0, y_0)\frac{\partial}{\partial y_0}\Phi(x; x_0, y_0),$$

---

(1) Voir sur ce sujet un Mémoire intéressant de M. Émile Cotton dans le *Bulletin de la Société mathématique*, 37, 1909, p. 204-214, où aussi d'autres travaux sont cités.

(2) Voir par exemple É. COTTON, *loc. cit.*, p. 213.

sans aucune condition supplémentaire concernant l'existence ou la continuité de $\frac{\partial F}{\partial x}$.

II. Pour établir l'existence des dérivées partielles de $\Phi(x; x_0, y_0)$ par rapport à x_0 et y_0 d'ordre au plus égal à N, on aura besoin des dérivées partielles $\frac{\partial^{k+l} F(x; y)}{\partial x^k \partial y^l}$, où $0 \leqq k \leqq N - 1$, $0 \leqq l \leqq N - k$.

III. On aura des conclusions tout à fait analogues pour un système d'équations de la forme

$$(4) \qquad \frac{dx_1}{f_1} = \frac{dx_2}{f_2} = \ldots = \frac{dx_r}{f_r},$$

où $f_i = f_i(x_1, x_2, \ldots, x_r)$, $i = 1, 2, \ldots, r$, les fonctions f_i pouvant en outre dépendre d'un nombre quelconque de paramètres arbitraires $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p$; l'une d'elles au moins étant différente de zéro dans un certain domaine, entourant la courbe intégrale particulière dans l'espace

$$(x_1, x_2, \ldots, x_r; \lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_p).$$

IV. Nous signalerons encore un exemple de généralisation d'autre espèce. Lorsque les fonctions f_i dans le système (4) sont soumises seulement à vérifier la condition de Lipschitz par rapport à $x_2, x_3, \ldots, x_r$ (en supposant $f_1 \neq 0$), les solutions vérifieront la même condition par rapport au point initial [1], lequel on pourra faire varier dans une direction arbitraire.

En revenant, pour simplifier les notations, au cas simple de l'équation (1), nous pourrons écrire des relations analogues à (3) pour les nombres dérivés du premier ordre $\overline{D}_+$, $\overline{D}_-$, $\underline{D}_+$, $\underline{D}_-$, en désignant, par exemple,

$$\overline{D}_+ \psi(x) \equiv \overline{\lim_{h \succ 0}} \frac{\psi(x+h) - \psi(x)}{h} \qquad (h > 0).$$

Ainsi nous aurons

$$(3') \qquad (\overline{D}_{x_0})_+ \Phi(x; x_0, y_0) = - F(x_0, y_0) (\overline{D}_{y_0})_\pm \Phi(x; x_0, y_0),$$

où l'on prendra dans le second membre $(\overline{D}_{y_0})_-$ ou $(\overline{D}_{y_0})_+$, suivant que la valeur $F(x_0, y_0)$ est positive ou négative, et trois autres relations de la même espèce.

---

(1) Cf. les Mémoires de M. E. Cotton dans les *Comptes rendus*, 141, 1905, p. 177, et dans les *Acta mathematica*, 31, 1908, p. 107.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un groupe de rotations fonctionnelles à un paramètre, et sur les équations aux dérivées fonctionnelles qui y sont attachées.* Note de M. **J. Delsarte**, présentée par M. Goursat.

1. Dans une précédente Note (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1412), j'ai défini un groupe de rotations fonctionnelles à un paramètre, et j'ai indiqué que les fonctionnelles invariées par le groupe étaient solutions de l'équation

$$\varkappa[F] \equiv \int_a^b \int_a^b h_0(su) f(u) F'_{f s_1} \{|f| | s\} \, du \, ds = 0.$$

en reprenant les notations employées antérieurement.

Posant, en général,

$$[\alpha.\beta] = \int_a^b \alpha(s)\beta(s)\,ds,$$

puis

$$\rho_p\{|f|\} = [f.U_p]^2 + [f.V_p]^2,$$

$$\theta_p\{|f|\} = \alpha_p \operatorname{Arc\,tang} \frac{[f.V_p]}{[f.U_p]},$$

on vérifie que

$$\varkappa[\rho_p] = 0, \qquad \varkappa[\theta_p] = 1.$$

[Je rappelle que le noyau symétrique gauche $h_0(su)$ est défini par le développement convergent en moyenne

$$h_0(su) \sim \sum_p \frac{V_p(u)U_p(s) - U_p(u)V_p(s)}{\alpha_p},$$

où $\sum_p \frac{1}{\alpha_p^2}$ converge, et où les U_p et V_p forment un système orthogonal normé.]

Nous avons donc les intégrales particulières linéairement indépendantes

$$\rho_1, \quad \rho_2, \quad \ldots, \quad \rho_p, \quad \ldots;$$

$$\theta_1 - \theta_2, \quad \theta_2 - \theta_3, \quad \ldots, \quad \theta_p - \theta_{p+1}, \quad \ldots;$$

et toute fonctionnelle intégrale est une fonction quelconque de ces variables, pourvu que ce soit une fonctionnelle dérivable de f, et que le système des U_p et V_p soit complet.

2. Si l'on cherche, en second lieu, toutes les équations aux dérivées fonctionnelles du type

$$Y[F] = \int_a^b \int_a^b K(su) f(u) F'_{f(s)} \{ |f| | s \} \, du \, ds = 0,$$

c'est-à-dire linéaires et dont le coefficient

$$\int_a^b K(su) f(u) \, du$$

est une fonctionnelle linéaire normale, qui admettent le groupe de rotations fonctionnelles à un paramètre dont $\chi[F]$ est la transformation infinitésimale; *on voit qu'il est nécessaire et suffisant pour cela que l'on ait*

$$[h_0 K](su) - [K h_0](su) = \lambda K(su),$$

où λ est une constante et où nous posons

$$[AB](su) = \int_a^b B(sv) A(vu) \, dv.$$

C'est, en particulier, ce qui a lieu si K et h_0 sont permutables de seconde espèce au sens de Volterra.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur un nouveau dispositif utilisant sans chute les courants liquides ou gazeux, ainsi que ceux de la houle.* Note de M. **Maurice Thomas**, présentée par M. L. Lecornu.

Dans les machines rotatives à aubes pivotantes, tournant horizontalement, actionnées par un courant liquide ou gazeux, celles des aubes qui remontent contre le sens du courant peuvent produire néanmoins une force positive et de même sens que les aubes tournant dans le sens du courant.

Soit une machine rotative, comprenant un arbre entraîné par au moins deux aubes articulées à un support relié audit arbre et établies de manière telle que, étant soumises à l'action d'organes de retenue, elles s'orientent automatiquement au cours de la rotation de l'arbre suivant le sens du courant et qu'elles soient propres à transmettre audit arbre la réaction du fluide en circulation, et cela pendant une période suffisante pour donner lieu, grâce à la coopération des autres aubes, à une rotation continue dudit arbre.

Il est possible d'agencer les organes de retenue (qui peuvent consister en des ressorts ou des organes récupérateurs d'énergie, tels que des compresseurs, hydrauliques, pneumatiques, etc.) de telle manière qu'une seule aube entraîne effectivement l'arbre suivant un angle supérieur à 180° et atteignant même 280 à 300°, et que durant la partie restante de la rotation elle ne donne pas lieu à un couple s'opposant à l'entraînement par l'intermédiaire des aubes coopérantes.

Il faut pour obtenir ce résultat que l'aube ne soit soumise à l'action des organes de retenue que juste pendant les positions où la réaction du fluide moteur passe par rapport à l'axe du côté voulu pour la rotation. Il existe en effet une série de positions de l'aube où celle-ci doit rester libre de pivoter sur son support sans provoquer la rotation de l'arbre, rotation qui, pour lesdites positions, serait de sens contraire et freinerait l'action des aubes se trouvant en position convenable.

Les organes de retenue seront donc disposés de façon à ne pas actionner l'aile pendant la partie de la rotation où l'aube fait avec le support la reliant à l'arbre central un angle compris entre 60 et 90°, l'aube restant propulsive dans toutes les autres positions; et, quelle que soit celle de ses faces qui reçoive l'impulsion du courant, quel que soit également le sens de ce dernier; la rotation aura toujours lieu dans le même sens, même si le courant est de sens alternatif comme celui de la houle.

La puissance d'une telle machine rotative peut enfin être régularisée, quelles que soient les variations d'intensité du fluide moteur, en agissant par l'intermédiaire d'un régulateur centrifuge sur le point de fixation des organes de retenue qui, pouvant ainsi être rendus plus ou moins lâches ou tendus, modifieront la durée d'action de l'aube et finalement la puissance recueillie sur l'arbre central proportionnellement à la vitesse de ce dernier qui sera ainsi rendue sensiblement constante.

Une machine rotative construite sur les données ci-dessus et solidaire d'un chariot monté sur roues a permis la propulsion de l'appareil contre le vent avec la seule aide de ce dernier.

Montée sur un radeau avec des roues à aubes, la même machine s'est propulsée elle-même contre le courant d'une rivière avec la seule aide de ce courant.

Enfin un bateau de 11^{m} de long, muni de deux machines semblables de 5^{m} de hauteur, actionnant une hélice marine, s'est propulsé facilement dans tous les sens, contre le vent et contre le courant.

AVIATION. — *L'atterrissage et le freinage des avions.* Note de M. **Louis Breguet**, présentée par M. Rateau.

L'amélioration de la finesse aérodynamique des avions et l'augmentation de leur charge par mètre carré, qui caractérisent le progrès en aviation, accroissent les difficultés d'atterrissage en campagne et posent, tant que le risque d'atterrissage imprévu ne sera pas éliminé, le problème des dispositions spéciales à prendre pour faciliter et rendre plus sûr l'atterrissage sur terrain de fortune, plus ou moins exigu et bordé d'obstacles élevés.

Jusqu'ici on a envisagé, à cet effet et de divers côtés, surtout des dispositions permettant de réduire la vitesse horizontale d'atterrissage par augmentation de la portance maximum de la voilure.

Ces procédés ne fournissent qu'une solution insuffisante. Je me propose ici de montrer de façon précise l'importance des procédés de freinage d'un avion, sur l'air et au sol, dont on doit logiquement envisager l'emploi pour faciliter et rendre plus sûr l'atterrissage.

J'appelle *freinage sur l'air* un dispositif permettant au pilote d'augmenter à volonté, entre certaines limites et pour un régime arbitrairement choisi de portance des ailes, les résistances à l'avancement de l'avion. Ce freinage peut être obtenu par divers moyens, notamment en mettant en jeu des surfaces freinantes ou en utilisant une hélice, libre ou entraînée par le moteur, formant frein.

Le freinage pendant le roulement sur le sol est obtenu à la fois par les moyens de freinage sur l'air et par le freinage sur les roues et béquilles.

Pour un régime de descente planée, de portance des ailes donnée, les procédés précités de *freinage sur l'air*, même s'ils ne réduisent guère la vitesse sur la trajectoire (ils peuvent la réduire de façon notable si des surfaces ou hélices freinantes concourent à la sustentation), offrent le *triple avantage :*

1° d'augmenter la pente de descente;

2° de réduire la longueur de la *ressource* avant contact avec le sol (pour une accélération centripète moyenne donnée pour cette phase de l'atterrissage); les deux résultats précédents contribuant à réduire le parcours effectué entre le franchissement d'un obstacle donné et la prise de contact avec le sol;

3° de réduire la longueur de parcours de roulement au sol.

Si l'on compare à ces procédés ceux que j'appellerai *d'amplification de la*

polaire (homothétiquement par rapport à son origine), procédés auxquels on peut, notamment, rattacher en première approximation ceux dits des ailes à surface ou à courbure variable et des ailes à fente, on constate que, pour un régime de descente planée correspondant à une fraction déterminée de la portance maximum (pour conserver une réserve déterminée de maniabilité), ces procédés :

1° réduisent la vitesse de descente, sans modifier la pente de la trajectoire;

2° réduisent la hauteur et la longueur de la *ressource*, ainsi que la vitesse d'atterrissage.

3° réduisent un peu le parcours de roulement sur le sol.

Les résultats d'une étude détaillée (qui sera publiée ultérieurement) comparant ces divers procédés pour un avion de type normal (chargé à 50 kg/m² et atterrissant à la fois sur les roues et la béquille) sont résumés dans le tableau suivant :

Modifications apportées à l'avion.	Vitesse d'atterrissage.	Distances horizontales parcourues après franchissement d'un obstacle de 30m de hauteur: en descente planée avant ressource.	en ressource au ras du sol.	en roulement sur le sol: sans freinage sur les roues.	avec freinage sur les roues.	Distance totale: sans freinage sur les roues.	avec freinage sur les roues.
	km/h	m	m	m	m	m	m
a. Avion de référence	91	210	180	340	166	730	556
(A) *Freinage sur l'air :*							
b. Addition de résistances passives $\Delta c_x = 0,04$ doublant sensiblement la résistance minimum de l'avion.....	91	140	143	300	89	583	372
c. Hélice freinante ajoutant, en vol, $\Delta c_x = 0,16$ et exerçant au sol un effort de freinage égal à 0,20 P ...	91	70	113	106	80	289	263
d. On totalise (*b*) + (*c*).......	91	60	110	104	77	274	247
(B) *Amplification de la polaire :*							
e. Polaire transformée par homothétie dans le rapport $\lambda = 2$.............	64	255	90	170	89	515	434
(A) + (B) :							
f. On totalise (*b*) + (*c*) + (*e*)..	64	73	55	54	51	182	179

On remarque sur ce tableau que les procédés (A) de seul frainage sur

l'air offrent un intérêt considérable pour l'atterrissage sur terrain exigu bordé d'obstacles assez hauts.

Le cas (e), résultant d'une hypothèse très favorable ($\lambda = 2$) au procédé (B) de seule amplification homothétique de la polaire, montre que ce procédé est très nettement inférieur, sous le rapport précédent et malgré la réduction qu'il procure de la vitesse d'atterrissage, aux procédés (A) : cas (b) avec freinage sur les roues ou cas (c) et, *a fortiori*, cas (d).

Il y a, par ailleurs, tout intérêt à disposer les surfaces ou hélices freinantes de manière qu'elles fournissent une composante sustentatrice et, en général, à associer judicieusement les divers procédés envisagés de façon à tirer de chacun le maximum d'efficacité.

ÉLASTICITÉ. — *Sur les plaques épaisses circulaires et rectangulaires chargées au centre.* Note [1] de M. **Carl A. Garabedian**, présentée par M. Mesnager.

Envisageons une plaque *épaisse*, posée ou encastrée sur un contour circulaire ou rectangulaire, et portant une charge uniformément répartie ou concentrée en son centre. On a ainsi huit problèmes dans les plaques épaisses fléchies dont j'ai déjà publié des solutions [2]. Mais malheureusement il y en avait quatre, à savoir celles où il s'agissait d'une charge centrale, qui ont été basées sur certains raisonnements (avancés le premier par de Saint-Venant) dont je n'ai que tout récemment découvert par hasard l'inexactitude. Ayant réussi à corriger les erreurs de de Saint-Venant [3] j'ai pu alors reprendre le problème de la plaque épaisse chargée au centre afin d'obtenir des solutions correctes.

Dans le cas d'un contour circulaire, je trouve que les déplacements peuvent s'écrire :

$$U = -\omega' z - \frac{z}{6(1-\sigma)}\left[6h^2 - (2-\sigma)z^2\right]\omega'^{*},$$

$$w = \omega + \frac{\sigma z^2}{2(1-\sigma)}\omega'^{*}, \qquad \omega^{*} = \frac{1}{r}(r\omega')',$$

(1) Séance du 30 mai 1928.

(2) *Trans. Amer. Math. Soc.*, **25**, 1923, p. 343, et *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 252.

(3) *Journal de l'École Polytechnique*, 26e cahier, 1927, p. 89. Disons que les fausses solutions de de Saint-Venant ont été retrouvées par Love, *The Mathematical Theory of Elasticity*, Cambridge, 1927, p. 475.

où $\omega = w_{0b} + w_{2b}$, w_{0b} étant la solution de la plaque mince correspondante, et w_{2b} le déplacement vertical dû à l'effort tranchant. Si la plaque est posée, on a

$$w_{0b} = -\frac{W}{16\pi D}\left[\frac{3+\sigma}{1+\sigma}(r_0^2 - r^2) - 2r^2 \log\frac{r_0}{r}\right], \qquad w_{2b} = -\frac{(8+\sigma)Wh^2}{20(1-\sigma)\pi D}\log\frac{r_0}{r},$$

tandis que pour la plaque encastrée il vient

$$w_{0b} = -\frac{W}{16\pi D}\left[(r_0^2 - r^2) - 2r^2\log\frac{r_0}{r}\right],$$

$$w_{2b} = -\frac{(8+\sigma)Wh^2}{20(1-\sigma)\pi D}\left[\log\frac{r_0}{r} - \frac{r_0^2 - r^2}{2r_0^2}\right].$$

Le w_{2b} n'est pas fini au centre, comme l'avaient supposé les auteurs précités.

Passons ensuite au cas d'un contour rectangulaire, on trouve

$$u = -\frac{\partial}{\partial x}\omega z - \frac{z}{6(1-\sigma)}[6h^2 - (2-\sigma)z^2]\frac{\partial}{\partial x}\nabla\omega,$$

v se déduit de u par permutation des axes,

$$w = \omega + \frac{\sigma z^2}{2(1-\sigma)}\nabla\omega, \qquad \nabla\omega = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\omega + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\omega.$$

On connaît la solution de la plaque rectangulaire mince chargée au centre, les bords étant posés ou encastrés. Bornons-nous donc à indiquer comment trouver la fonction w_{2b}. Si la plaque est posée, il vient

$$w_{2b} = -\frac{(8+\sigma)h^2}{10(1-\sigma)}\nabla w_{0b}.$$

Vu les calculs très compliqués, contentons-nous de dire que dans le cas de la plaque encastrée, on peut mettre w_{2b} sous une forme analogue à celle trouvée ci-dessus pour la plaque circulaire, à savoir

$$w_{2b} = -\frac{(8+\sigma)h^2}{10(1-\sigma)}[\nabla w_{0b} + F],$$

w_{0b} étant la solution de la plaque mince empruntée au cas de la plaque posée, et F une fonction biharmonique qui s'annule aux bords en même temps qu'elle satisfait aux conditions $\frac{\partial}{\partial x}w_{2b} = 0$ aux bords $x = \pm a$, $\frac{\partial}{\partial y}w_{2b} = 0$ aux bords $y = \pm b$ (1).

(1) Pour déterminer la fonction F en série, on a recours aux méthodes de M. Hencky, *Dissertation*, Darmstadt, 1913.

Remarques. — Notons qu'on a enfin l'analogie entre les plaques circulaires et rectangulaires qu'on pouvait attendre. Nous en tirons certaines observations qui paraissent être indépendantes de la forme du contour.

A. *Charge uniforme.* — Dans la plaque posée, le déplacement vertical est augmenté par w_{2b}, dû à l'effort tranchant; mais dans la plaque encastrée, on a $w_{2b} \equiv 0$, ce qui revient à dire que la formule de la plaque mince est ici l'expression du feuillet moyen. Le feuillet moyen s'allonge ou non suivant qu'on demande que les tensions ou les déplacements dans ce plan s'annulent au contour.

B. *Charge centrale.* — Quant à la plaque mince, on voit : (a) que w_{0b} reste fini au centre; (b) que les moments tendent vers l'infini au centre comme le logarithme et *dans le même sens*. Passons donc aux termes d'un ordre plus élevé, il paraît que dans une plaque épaisse chargée au centre (i) le déplacement vertical dû à l'effort tranchant tend vers l'infini au centre comme le logarithme ([1]), (ii) les termes du second ordre dans les moments restent finis au centre ([2]), (iii) le feuillet moyen ne s'allonge pas. Ajoutons que tous ces traits caractéristiques paraissent être indépendants aussi des conditions au contour.

ASTRONOMIE MATHÉMATIQUE. — ***Sur les rapports entre les potentiels riemanniens et les formes quadratiques différentielles des champs stationnaires à symétrie sphérique.*** Note de M. **P. Swings**, présentée par M. H. Deslandres.

1. Considérons un mouvement plan et appelons (r, θ) les coordonnées polaires du plan. Tout ds^2 d'un champ stationnaire à symétrie sphérique a la forme

$$ds^2 = -g_1\, dr^2 - g_3 r^2\, d\theta^2 + g_4 c^2\, dt^2, \tag{1}$$

g_1, g_3 et g_4 étant des fonctions de r seulement, non nulles pour les valeurs de r que l'on doit considérer.

---

(1) Rappelons que nos solutions s'appliquent seulement à l'extérieur d'un petit cercle autour du centre. Donc il reste toujours la possibilité de trouver une solution, plus rigoureuse que la nôtre, dans laquelle le déplacement vertical dû à l'effort tranchant serait fini au centre.

(2) Touchant (b) et (iii), disons que dans la plaque épaisse circulaire ou carrée, les moments tendent vers *des valeurs égales* au centre, comme on aurait pu le prédire.

L'équation $\delta\int ds = 0$ conduit facilement aux deux intégrales premières

$$(2) \qquad r^2\frac{d\theta}{dt} = h_1\frac{g_4}{g_3} \qquad (h_1 = \text{const.}),$$

$$(3) \qquad g_1\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + g_3 r^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 - g_4 c^2 + \frac{g_4^2 c^4}{E^2} = 0 \qquad (E = \text{const.}),$$

les constantes h_1 et E étant déterminées par les conditions initiales du problème.

Considérons d'autre part le potentiel riemannien

$$(4) \qquad \Phi = \frac{k^2}{r}(1+\delta) - \alpha\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \beta\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2,$$

k^2 étant une constante et α, β, δ des fonctions de r seulement; appliquons la convention de Riemann [1].

Les intégrales premières sont :

$$(5) \qquad r^2\frac{d\theta}{dt}\left(1 + \frac{2\beta}{r^2}\right) = h_2 \qquad (h_2 = \text{const.}),$$

$$(6) \qquad \left(\frac{dr}{dt}\right)^2\left(\frac{1}{2} + \alpha\right) + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\left(\frac{r^2}{2} + \beta\right) - \frac{k^2}{r}(1+\delta) = A \qquad (A = \text{const.}).$$

Si l'on donne la forme (1) et qu'on veuille trouver un potentiel équivalent tel que (4), on identifiera d'une part les équations (2) et (5), d'autre part (3) et (6). On obtient

$$(I) \qquad \Phi = -\frac{1}{2}(g_4 - 1)\frac{c^4}{E^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{g_1}{g_4} - 1\right)\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 - \frac{r^2}{2}\left(\frac{g_3}{g_4} - 1\right)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2.$$

En particulier, on trouvera ainsi la fonction riemannienne équivalente au ds^2 d'Einstein-Schwarzschild; cette fonction a été indiquée pour la première fois par M. Dehalu [2].

Réciproquement, étant donné le potentiel (4), on pourra trouver le ds^2

---

(1) M. Dehalu et P. Swings, *Sur les potentiels contenant les composantes des vitesses* [*Mém. in-8° de l'Académie royale de Belgique* (*Classe des Sciences*), 9, 1927, p. 12].

(2) M. Dehalu, *Bull. de l'Ac. R. de Belg.* (*Cl. des Sc.*), 5e série, **12**, 1926, p. 639-641.

équivalent [1]

$$(\mathrm{II})\qquad ds^2 = \left[1 - \frac{2p^2}{c^2 r}(1+\delta)\right]\left[-(1+2\alpha)\,dr^2 - \left(1 + \frac{2\beta}{r^2}\right)r^2\,d\theta^2 + c^2\,dt^2\right]$$

moyennant la notation

$$p^2 = k^2\,\frac{c^2}{c^2 - 2\mathrm{A}} = k^2\,\frac{\mathrm{E}^2}{c^2}.$$

2. Reprenons l'expression (1) et proposons-nous de trouver une forme

$$(7)\qquad d\sigma^2 = \mathrm{G}_1\,dr^2 + \mathrm{G}_2\,r^2\,d\theta^2$$

telle que l'équation $\delta\int d\sigma = 0$ donne la même orbite que (1); nous supposons que G_1 et G_2 sont des fonctions de r seulement.

L'orbite correspondant à (1) se tire immédiatement des intégrales premières (2) et (3); c'est, en posant $\rho = \frac{1}{r}$,

$$(8)\qquad \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2 + \frac{g_3}{g_1}\,\rho^2 = \frac{c^2 g_3^2}{h_1^2 g_1 g_4} - \frac{c^4 g_3^2}{h_1^2 \mathrm{E}^2 g_1}.$$

Quant à la trajectoire obtenue par la forme (7), elle s'écrit

$$(9)\qquad \left(\frac{d\rho}{d\theta}\right)^2 + \frac{\mathrm{G}_2}{\mathrm{G}_1}\,\rho^2 = \frac{\mathrm{G}_2^2}{\mathrm{G}_1}\,\frac{1}{\mathrm{H}^2},$$

H étant une constante déterminée par les conditions initiales

$$\mathrm{H} = \mathrm{G}_2\,r^2\,\frac{d\theta}{d\sigma}.$$

L'identification de (8) et (9) donne

$$(\mathrm{III})\qquad d\sigma^2 = \left(1 - \frac{c^2}{\mathrm{E}^2}\,g_4\right)\left(\frac{g_1}{g_4}\,dr^2 + \frac{g_3}{g_4}\,r^2\,d\theta^2\right).$$

3. On trouvera de la même façon une forme $d\sigma^2$ conduisant à la même orbite qu'un potentiel riemannien donné (4). On obtient

$$(\mathrm{IV})\qquad d\sigma^2 = 2\left[\frac{k^2}{r}(1+\delta) + \mathrm{A}\right]\left[(1+2\alpha)\,dr^2 + \left(1 + \frac{2\beta}{r^2}\right)r^2\,d\theta^2\right].$$

On peut d'ailleurs, pour arriver à cette formule, passer par l'intermédiaire du ds^2 et utiliser les résultats de la deuxième partie.

---

(1) Nous avons démontré en 1926 les résultats indiqués dans cette première partie; voir *Bull. Ac. R. de Belg.*, 5e série, 12, 1926, p. 742-753.

ASTROPHYSIQUE. — *Preuve spectroscopique de la présence du bore dans le Soleil.* Note (1) de MM. **Seth B. Nicholson** et **Nicolas G. Perrakis**, présentée par M. H. Deslandres.

Dans une Note antérieure (2), discutant la constitution chimique de l'atmosphère solaire, nous avons particulièrement attiré l'attention sur l'absence du bore, que nous avons attribuée au fait que le spectre habituel de cet élément est situé dans l'ultraviolet.

Dans l'impossibilité donc d'identifier le bore par son spectre fondamental, on pourrait essayer de l'identifier par le spectre de ses combinaisons; c'est de cette manière d'ailleurs que le carbone et l'azote, ses voisins immédiats dans le tableau de Mendeleef, ont été reconnus dans le Soleil.

Dans ce qui va suivre, nous nous proposons d'exposer brièvement les recherches qui nous ont permis de retrouver le bore dans le Soleil, ou plus précisément dans les taches solaires. Un compte rendu plus détaillé de ces mesures sera donné dans un autre Recueil.

Les plus fortes bandes du spectre moléculaire du bore étant situées dans le vert, nous avons comparé la région (λ 4645-5137) du spectre d'arc de l'acide borique obtenu à l'aide du spectrographe de 15 pieds, à la même région du spectre des taches, fourni par le spectrographe de 75 pieds de la grande Tour-télescope de l'Observatoire du Mont Wilson.

Comme on le voit, l'intervalle étudié est de 500 Å environ. Au début de ces recherches, nous avons essayé d'étendre nos mesures à la presque totalité des raies comprises dans cet intervalle, mais nous avons été obligés par la suite de nous limiter à la mesure des raies intenses seulement, celle des raies faibles ne pouvant se faire avec assez de précision à cause de l'extrême richesse en raies, appartenant à d'autres bandes, de cette région du spectre des taches. Instruits par ce travail préliminaire, nous avons borné nos mesures aux 81 plus fortes raies de la région (λ 4645-5137) du spectre d'arc de l'acide borique.

Parmi ces raies, 55 ont été rendues inutilisables par le voisinage, soit d'une raie forte présentant l'effet Zeeman soit d'autres raies solaires; quant aux autres, elles ont été toutes identifiées, à l'exception d'une seule, dont

(1) Séance du 30 mai 1928.

(2) S. Nicholson et N. Perrakis, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 492.

l'intensité est sensiblement plus faible que celle des autres raies sélectionnées.

Les raies-étalons dont nous nous sommes servis pour les mesures d'identification (spectre des taches) ont été choisies parmi les raies solaires les mieux déterminées de la table de Rowland revisée, d'ailleurs en partie inédite.

Les raies du fer ont été utilisées pour la mesure des longueurs d'onde des raies du spectre de l'acide borique.

Les longueurs d'onde des raies identifiées sont les suivantes (échelle internationale):

4656,836 Å	4913,431 Å	5073,219 Å	5105,829 Å
4670,718	4923,487	5074,120	5106,974
4743,603	5046,637	5081,214	5117,522
4765,679	5057,651	5094,977	5122,439
4772,977	5062,383	5097,978	5122,880
4797,768	5064,365	5099,606	5134,667
4847,874	5067,997		

Ces valeurs sont relatives aux longueurs d'onde du spectre d'arc de l'acide borique; l'écart moyen entre ces valeurs et celles mesurées dans le spectre des taches est de 0,005 Å, l'écart maximum étant de 0,013.

ASTRONOMIE. — *Description d'un photomètre stellaire visuel à œil-de-chat.* Note (¹) de M. **A. Danjon**, présentée par M. A. Cotton.

On considère habituellement la photométrie stellaire visuelle comme susceptible de donner tout au plus la médiocre précision du vingtième ou du dixième. Je me suis proposé de rechercher pourquoi, et j'ai constaté qu'on pouvait l'améliorer sensiblement, à la condition de suivre des règles d'observation bien définies. J'ai établi un nouvel instrument qui se prête mieux que les modèles actuels à l'application de ces règles, et j'ai effectivement atteint la précision du centième dans les observations courantes.

Pour obtenir des résultats cohérents dans la comparaison des étoiles, on ne doit s'adresser qu'à des astres de même couleur, ou bien faire

(¹) Séance du 30 mai 1928.

usage d'écrans colorés. On ne le fait pas en général, bien qu'on n'ignore rien des difficultés que soulève la comparaison photométrique de sources diversement colorées. C'est peut-être parce qu'on s'imagine qu'il est nécessaire d'employer des écrans très sélectifs, et par conséquent très absorbants; et l'on est arrêté par la crainte de manquer de lumière. J'ai établi que cette crainte est vaine, car on peut se contenter d'employer des écrans jaunes, absorbant complètement le bleu et le violet, mais très transparents pour les autres radiations : ces écrans sont très efficaces dans tous les cas usuels.

En second lieu, il est nécessaire de s'affranchir de toute correction *tabulaire* d'absorption. Les erreurs accidentelles de la photométrie stellaire, et particulièrement celles des catalogues photométriques, ont principalement cette origine, ainsi que je l'ai constaté sur des exemples précis : l'absorption atmosphérique varie dans de trop larges limites pour qu'il soit légitime d'en dresser des tables. Si l'on ne veut pas s'astreindre à la mesurer au cours de chaque séance d'observation, il faut limiter les comparaisons photométriques à des étoiles de même distance zénithale. Dans le cas d'une étoile variable et d'une étoile de comparaison qu'il s'agit d'observer dans tous les angles horaires, cela suppose que leur distance est petite, par exemple inférieure au degré. Mais alors la statistique stellaire montre qu'on sera amené à adopter comme étoiles de comparaison des astres de magnitude très différente de celle de la variable : la méthode de mesure doit donc permettre la détermination précise de grands rapports. A cet égard la photométrie visuelle a une supériorité marquée sur les méthodes photographique ou photo-électrique appliquées à l'astronomie.

On évitera l'introduction d'un intermédiaire dans la comparaison des étoiles entre elles, et l'on proscrira l'usage des photomètres à étoile artificielle, sauf dans les mesures d'absorption. Seuls les photomètres différentiels, comme celui de Pickering, ou celui dont on va lire la description, sont affranchis de toute erreur du fait des variations rapides de l'atmosphère.

L'erreur moyenne d'un pointé photométrique entre points stellaires est d'un dixième; on effectuera donc au moins une centaine de pointés; les erreurs accidentelles dues au manque de sensibilité de l'œil sont réparties suivant la loi de Gauss, à la condition que l'organe de gradation de la lumière soit à action rapide. Enfin on éliminera soigneusement, par de fréquents croisements des images — au moins tous les cinq pointés — l'équation de position, phénomène bien connu, mais dont peu d'observateurs soupçonnent l'importance numérique.

L'appareil que j'ai établi se compose essentiellement d'une lunette précédée d'un système de deux prismes à réflexion totale qui permettent de viser un astre situé à une distance quelconque de l'axe de la lunette, même en dehors de son champ. L'objectif n'est que partiellement utilisé pour cette observation, et la partie de sa surface laissée libre sert à l'observation directe de l'une des étoiles. En agissant sur les organes de réglage des prismes, on amène l'image de la seconde étoile, deux fois réfléchie, au voisinage immédiat de la première. Un diaphragme à œil-de-chat, disposé entre les deux prismes, permet de graduer l'image correspondante et d'obtenir l'égalité. Comme on peut être amené à réaliser de grandes extinctions, et qu'il faut éviter d'étaler par diffraction l'image affaiblie, on dispose de surcharges, obtenues par simple retournement de chacun des prismes, ce qui substitue la réflexion vitreuse à la réflexion totale.

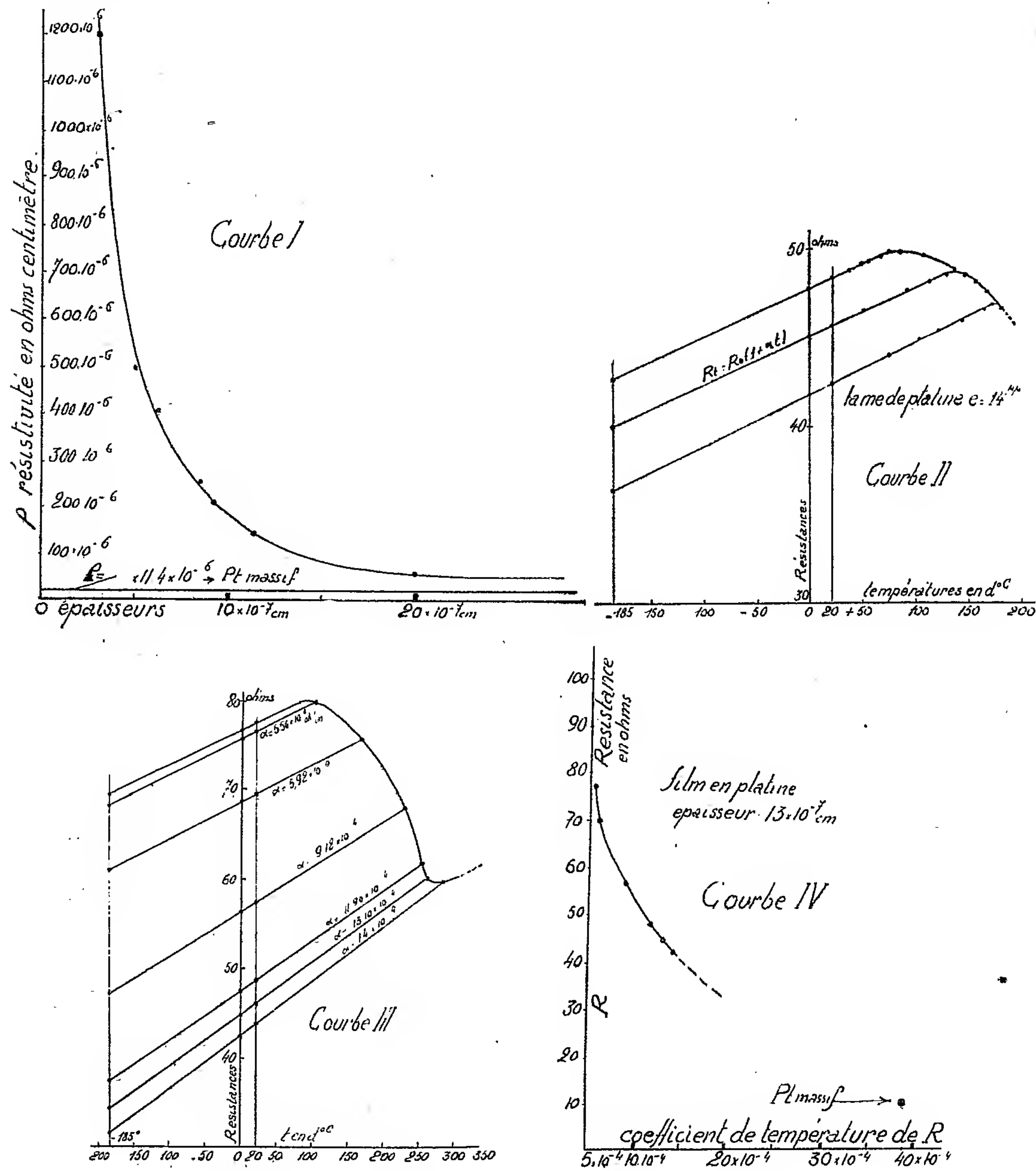
On effectue aisément 100 pointés en 20 minutes, et l'expérience montre que l'erreur moyenne d'une série est de $0^m,006$. L'appareil a fait ses preuves au cours de diverses recherches de photométrie stellaire; en outre il est susceptible de rendre des services comme photomètre à brillance (lumière cendrée, lune éclipsée).

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la résistivité des couches métalliques minces obtenues par pulvérisation cathodique.* Note (¹) de M. **Frédéric Joliot**, présentée par M. Jean Perrin.

Les expériences décrites dans cette Note ont porté sur des films de platine déposés sur verre par pulvérisation cathodique dans les conditions suivantes : distance anode-cathode 3^{cm}, tension 900 volts, pression d'air $\frac{1}{100}$ de millimètre de Hg, débit de $0,2.10^{-5}$ gr/cm² de Pt par minute. Nous avons en premier lieu étudié la variation de la résistivité en fonction de l'épaisseur du film mesurée par pesée du platine à l'aide d'une microbalance. La courbe I représente les résultats obtenus. Les valeurs de la résistivité pour un métal et une épaisseur donnée varient beaucoup suivant les auteurs, nous pensons que ces différences tiennent en majeure partie aux conditions diverses de la pulvérisation. Nous avons observé que la résistivité à épaisseur constante diminue lorsqu'on élève la tension anode-cathode; or, à une tension plus grande correspond un bombardement électronique du support

(¹) Séance du 30 mai 1928.

plus énergique et par suite une plus grande température du support. En



conséquence nous avons étudié le comportement de la résistance de ces films quand on élève la température : 1° L'expérience montre (courbe II)

que lorsqu'on élève la température du film par apport de chaleur d'une enceinte, la résistance augmente d'abord en suivant une loi linéaire jusqu'à une certaine température où elle diminue; si nous refroidissons, la résistance diminue en suivant une nouvelle loi linéaire valable jusqu'à — 185° C.

Dans cette figure la série des droites inclinées représente un phénomène réversible sur chacune d'elles, au contraire le passage d'une droite à la suivante est un phénomène irréversible qui correspond à une modification permanente de la résistance. Le chauffage a pour effet de faire tendre les valeurs de la résistivité et du coefficient de température de la résistance vers les valeurs correspondantes au platine massif. 2° Si l'on ne prend aucune précaution de refroidissement, l'expérience montre qu'un courant de forte densité circulant dans le film produit une diminution permanente de la résistance, que l'effet croît avec le temps et avec la densité du courant. Ainsi un courant de densité 10^5 amp/cm² provoque une diminution de la résistivité de 50 pour 100 de la valeur initiale. Le coefficient de température augmente dans les mêmes conditions. L'effet est dû à l'échauffement du métal car il ne se produit pas même pour de grandes densités de l'ordre de 10^6 amp/cm² si l'on maintient le film à température constante voisine de — 185°. La courbe III représente l'évolution de la résistance d'un film quand on élève la température par le passage d'un courant. Connaissant la tension aux bornes et le courant circulant dans le film nous calculons la résistance R_T à la température inconnue T, nous supprimons la tension et nous mesurons les résistances à 20°, 0° et — 185° et nous atteignons par suite le coefficient de température α; utilisant la valeur de R_T portée en ordonnée nous calculons la température T que nous portons en abscisse. La courbe IV représente la variation de α en fonction de la résistance du film en évolution.

Nous pensons que l'effet du chauffage sur la résistance est attribuable principalement à l'évacuation des gaz occlus dans le film de métal.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur un dispositif permettant de maintenir constante la tension d'alimentation d'un récepteur branché sur un réseau à courant alternatif.* Note (¹) de M. **Soulié**, transmise par M. A. Blondel.

Si l'on branche aux bornes d'un réseau à courants alternatifs un solénoïde à noyau de fer en série avec un condensateur de capacité convenable,

(¹) Séance du 30 mai 1928.

on peut arriver à obtenir que le courant fourni au solénoïde soit complètement déwatté, et pratiquement indépendant du courant actif de travail fourni par le réseau d'alimentation à un appareil mis en dérivation sur le condensateur.

Le système qui permet de réaliser l'expérience se compose d'un solénoïde à axe vertical contenant un noyau de fer feuilleté, susceptible de se déplacer le long de l'axe; il entraîne avec lui un disque plongeant dans l'huile et servant d'amortisseur.

En série avec le solénoïde est un condensateur électrolytique de grande capacité; l'ensemble est relié à un réseau à courant alternatif à tension variable entre 90 et 115 volts, par exemple.

Un premier appareil d'essai, constitué par un solénoïde de 900 spires, contenant un noyau de fer feuilleté de $4^{cm} \times 4^{cm} \times 20^{cm}$, était en série avec un condensateur de 70 microfarads environ sur un réseau à courant alternatif 50 pér/sec dont on faisait varier la tension entre 90 et 115 volts.

Les résultats obtenus ont été les suivants :

	1er essai.	2e essai.	3e essai.
Tension aux bornes du réseau (en volts)........	90	100	112
Tension aux bornes du solénoïde (en volts).....	188	204	218
Tension aux bornes du condensateur (en volts)..	96,5	96	96

Pendant ce temps, l'intensité du courant dans l'ensemble restait sensiblement constante et voisine de 2 ampères : un courant d'utilisation peut être dérivé entre les bornes du condensateur.

Ces chiffres montrent que la tension est sensiblement constante aux bornes du condensateur tandis qu'elle varie aux bornes du solénoïde par suite du déplacement automatique du noyau de fer à l'intérieur, déplacement qui suit constamment la variation de tension du réseau, grâce à la présence de l'amortisseur qui l'empêche d'osciller.

Un appareil de construction plus précise fut réalisé, d'après mes indications, par MM. Ropiquet, Hozart et Roycourt en vue de l'adopter au réglage du courant de chauffage d'une ampoule de Coolidge.

Cette fois, au lieu de noter la tension aux bornes du filament de chauffage relié par un transformateur aux bornes du condensateur du montage précédent, on enregistrait l'intensité en milliampères du courant à haute tension circulant dans l'ampoule excitée dans les conditions normales.

Il est évident que cette façon d'opérer permettait d'amplifier considérablement les lectures puisque l'émission dans l'ampoule de Coolidge obéit sensiblement à la loi de Stefan, c'est-à-dire qu'elle est proportionnelle à la puissance 4 de la température du filament.

Les résultats obtenus ont été les suivants :

Tension à la source en volts.	Intensité du courant à haute tension dans l'ampoule en milliampères. Avec le stabilisateur.	Sans le stabilisateur.
105.........	32	17
110.........	30	26
115.........	»	48
120.........	29	56
130.........	30	»
140.........	34	»

Il en résulte que le courant à haute tension reste sensiblement constant dans l'ampoule quand son filament est relié au système stabilisateur, c'est-à-dire au condensateur, cela malgré des variations de tension du réseau pouvant atteindre 30 à 40 pour 100. Sans le stabilisateur, on obtient des variations considérables du courant rendant l'application des rayons X fort difficile.

OPTIQUE. — *Fluorescence de la vapeur de mercure excitée électriquement.* Note de M. S. **Pieńkowski.**

Pendant le passage d'un courant électrique par la vapeur du mercure, cette dernière contient des atomes dans différents états d'excitation. On peut donc l'envisager comme un mélange d'atomes différents caractérisé, entre autres, par des propriétés optiques propres. Les premiers résultats de l'étude de leur fluorescence sont résumés ci-dessous.

Dans le but d'étudier le retard éventuel de cette luminescence, j'ai utilisé la vapeur de mercure en mouvement. Le métal se trouvait dans un tube annulaire en silice transparente muni de fenêtres plan-parallèles, soudées convenablement au tube afin d'assurer aussi bien l'illumination de la vapeur que l'observation de la luminescence excitée sans réflexions nuisibles.

Le chauffage, au moyen d'un four électrique, d'une branche et le refroidissement de l'autre branche du tube permettait d'obtenir un jet de vapeur de mercure sortant d'une tuyère intérieure et située à une petite distance d'une fenêtre plan-parallèle à travers laquelle passait le faisceau excitateur. Deux tubes latéraux permettaient d'amener le courant électrique à la masse de mercure distillant d'une part, et à un anneau du

même métal situé un peu plus haut dans la cavité circulaire formée par le rétrécissement de la tuyère conique et le tube extérieur d'autre part. Cet arrangement permettait l'excitation électrique de la vapeur du mercure entre des électrodes du même métal; aucun corps étranger ne pouvait amener, soit directement, soit par des gaz occlus, la contamination de la vapeur étudiée.

En faisant varier le courant de chauffage du four servant à vaporiser le mercure, on obtenait un jet de vapeur plus ou moins dense.

La vapeur était éclairée par la lumière d'une lampe à mercure en silice d'une construction spéciale, à cathode et anode refroidies par un courant d'eau et pouvant fonctionner d'une façon continue en absorbant une puissance allant jusqu'à 1500 watts. Le faisceau lumineux plat, limité par une fente de largeur $0^{mm},8$ environ, traversait horizontalement la vapeur en se déplaçant dans le sens vertical.

Aux densités plus fortes de la vapeur le faisceau en question excite la fluorescence verte bien connue montrant dans l'émission, par rapport à l'absorption, un retard considérable. Les résultats de recherches concernant ce phénomène seront publiés sous peu.

En diminuant la densité de la vapeur on voit s'affaiblir progressivement la fluorescence verte jusqu'à devenir imperceptible. Le faisceau excitateur ne laisse alors aucune trace apparente. Si l'on fait passer alors un courant électrique peu intense, ne produisant qu'une faible luminescence de la vapeur de mercure, il apparaît un faisceau de couleur vert bleuâtre nettement confiné aux limites du faisceau excitateur. Aux points où la densité du courant est plus forte (dans le jet même de vapeur, par exemple) l'intensité de la fluorescence est également plus grande. L'interruption du courant de décharge entraîne la disparition de la fluorescence.

L'interposition de filtres colorés dans le chemin du faisceau éclairant montre que c'est la partie bleue-violette du spectre, et particulièrement la raie 4358 ($2^3S-2^3P_1$) qui excite la fluorescence en question; la raie 4047 ($2^3S-2^3P_0$), étant donnée son intensité relativement petite, ne paraît intervenir qu'à un degré très faible. Il en est de même de la raie 5461 ($2^3S-2^3P_2$) qui, malgré sa forte intensité, ne prend pas part à l'excitation. Peut-on obtenir un faisceau fluorescent analogue par une excitation purement optique (¹)? Dans nos conditions d'expérience cette

(¹) R. W. Wood, *Proc. Roy. Soc.*, (A), **106**, 1924, p. 679; *Phil. Mag.*, **50**, 1925, p. 774.

fluorescence devient perceptible aux densités un peu plus fortes de la vapeur (lorsqu'on aperçoit encore les traces de la fluorescence verte) et sous la charge extrême de la lampe d'éclairement. On peut montrer facilement que, dans ce cas, c'est la raie 2537 qui joue le rôle principal : sa suppression amène la disparition de la fluorescence.

Il résulte de ces observations que, dans le cas examiné ici, l'excitation optique de la vapeur attaque les atomes du mercure à l'état 2^3P_1. L'étude préliminaire du spectre de cette fluorescence montre, avant tout, les raies $2^3S-2^3P_2$ et $2^3S-2^3P_1$ qui apparaissent avec une forte intensité; l'analyse détaillée permettra sans doute de mettre en évidence plusieurs autres raies.

A la lumière de ces données, les modifications subies par l'atome de mercure sont bien claires. La décharge électrique fournit un certain nombre d'atomes à l'état 2^3P_1; l'excitation par la raie $2^3S-2^3P_1$ les amène ensuite à l'état 2^3S. L'émission de la fluorescence est liée au retour de l'atome de ce dernier à l'état normal.

Il est intéressant de constater que, par opposition à la fluorescence verte du mercure moléculaire qui est fortement retardée, la fluorescence décrite ici du mercure atomique ne montre pas de retard sensible.

L'expérience montre effectivement qu'il n'y a aucun déplacement du faisceau fluorescent dans le jet même de la vapeur de mercure.

En observant par la méthode du miroir tournant les décharges périodiques dans la vapeur en mouvement, j'ai mesuré sa vitesse, ce qui permet de fixer la limite supérieure du retard. La vitesse de la vapeur peut atteindre 250 m/sec^{-1}. Les mesures effectuées dans de bonnes conditions d'observation ont donné pour le retard θ

$$\theta < 2,2.10^{-7} \text{ sec.}$$

La fluorescence du mercure monoatomique décrite ici est un phénomène analogue à celui d'excitation multiple observée par Füchtbauer et Wood (1), mais dans lequel la première modification de l'atome, c'est-à-dire le passage de l'état normal à l'état 2^3P_1 est produit par la décharge.

---

(1) Chr. Füchtbauer, *Phys. Zts.*, 21, 1920, p. 635. — R. W. Wood, *loc. cit.*

OPTIQUE. — *Analyse spectroscopique de la lumière obtenue par diffusion moléculaire d'une radiation monochromatique au sein d'un fluide.* Note [1] de MM. **J. Cabannes** et **P. Daure**, présentée par M. Ch. Fabry.

La diffusion moléculaire de la lumière est un phénomène très complexe sur lequel un important travail de Raman [2] vient d'attirer l'attention des physiciens. La radiation incidente est modifiée par diffusion. On peut observer d'une part un changement de longueur d'onde et un élargissement de la raie excitatrice; d'autre part l'apparition de tout un spectre de diffusion lié à la fréquence de la radiation excitatrice et à la nature chimique du fluide (effet Raman).

Il nous a paru utile de faire connaître dès maintenant les résultats expérimentaux obtenus par M. Cabannes à l'aide d'un étalon interférentiel et par M. Daure avec un spectrographe très lumineux à deux prismes de flint.

I. *Changement de longueur d'onde.* — Si l'on éclaire un étalon Perot et Fabry (épaisseur 10^{mm}) avec la radiation 4358 Å du mercure diffusée par un gaz très diffusant (butane), on observe des anneaux d'interférence beaucoup moins nets qu'en lumière directe (par suite des chocs moléculaires) et le diamètre du premier anneau passe de $0^{mm},511$ (lumière directe) à $0^{mm},485$ (lumière diffusée), ce qui correspond à une augmentation de la longueur d'onde voisine de 0,01 Å. Nous avons vérifié que la réflexion et la diffusion sur une surface solide quelconque ne produisent ni élargissement des anneaux, ni changement de longueur d'onde (à 0,001 Å près). La même expérience a été essayée dans les liquides (benzène et éther) avec un nicol sur le rayon diffusé, mais les anneaux disparaissent alors complètement, quelle que soit l'orientation du nicol.

II. *Élargissement des raies spectrales.* — L'étude au spectroscope des raies 4358 et 4046 Å du mercure, après diffusion dans le benzène et l'éther, montre en effet un élargissement symétrique considérable, phénomène nouveau qui paraît dû aux chocs moléculaires. La répartition des intensités dans la raie élargie par diffusion est approximativement :

---

(1) Séance du 30 mai 1928.

(2) C. V. Raman, *Indian Journal of Physics*, 2, 1928, p. 1-12.

	Distance au centre de la raie (en Å).				
	0	4	8	12	16
Intensités relatives. Benzène........	10000	400	80	25	8
Intensités relatives. Éther.........	10000	20	4	»	»

Avec une durée de pose suffisante le benzène donne de part et d'autre de la position 4358 Å une véritable bande continue sur un intervalle total de 50 Å.

III. *Étude du spectre de diffusion* (*Effet Raman*). — Cette étude a porté sur le benzène éclairé, soit avec la radiation 4358, soit avec la radiation 4046 Å. Chacune de ces radiations excite au moins 4 raies secondaires de fréquences inférieures à celle de la raie excitatrice, les diminutions de fréquence étant les mêmes dans les deux spectres ([1]).

	Raie fondamentale.	Raies secondaires. 1.	2.	3.	4.
Excitation par 4046 Å.					
Longueur d'onde en Å........	4046	4215	4250	4324	4616
Nombre d'ondes $\times 10^{-1}$.......	2471	2471-99 raie forte et nette.	2471-118 faible et floue.	2471-158 doublet faible (intervalle 4 Å).	2471-305 bande forte (largeur 6 Å).
Excitation par 4358 Å.					
Longueur d'onde en Å........	4358	4555	4594	4681	5030
Nombre d'ondes $\times 10^{-1}$.......	2294	2294-99	2294-117	2294-158	2294-306

Les observations précédentes s'appliquent exactement à ce nouveau spectre. Les raies secondaires de fréquence supérieure à celle de la raie excitatrice, prévues théoriquement ([2]), n'ont pas été observées, ni avec le spectrographe à prismes de flint, ni même avec un spectrographe à optique de quartz : l'émission des raies secondaires n'est pas symétrique par rapport à la raie fondamentale.

([1]) L'intensité de ces raies secondaires est faible : la plus intense exige un temps de pose environ soixante fois plus long que la raie principale.

([2]) Y. Rocard, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1107; J. Cabannes, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1201.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Recherches spectrographiques sur l'emboutissage des tôles.* Note (1) de M. **Jean-J. Trillat**, présentée par M. M. de Broglie.

La spectrographie par rayons X a déjà permis à de nombreux auteurs d'obtenir des résultats d'un grand intérêt sur les divers traitements mécaniques ou thermiques des métaux (laminage, étirage, trempe, recuit, etc.). A notre connaissance, l'étude de l'emboutissage n'avait pas encore été abordée par cette méthode; il nous a paru utile de combler cette lacune, en examinant des échantillons de tôles d'acier embouties.

Mode opératoire. — L'emboutissage était pratiqué à froid sur des tôles faiblement laminées, de façon à provoquer la formation d'une collerette circulaire rabattue à l'extérieur. Une petite lamelle de 7 à 8^{mm} de longueur, de 2 à 3^{mm} de largeur et de 1 à 2^{mm} d'épaisseur est découpée dans la région étudiée, et est réduite à une épaisseur de $\frac{12}{100}$ à $\frac{16}{100}$ de millimètre par attaque dans un bain d'acide nitrique étendu. La petite parcelle métallique ainsi obtenue est fixée à l'extrémité d'un collimateur de 1^{mm} de diamètre. Tube Coolidge, anticathode molybdène (régime 20 milliampères, 40 kilovolts). Temps de pose : 2 heures.

Résultats. — Les diagrammes obtenus, qui seront publiés dans un autre Recueil, amènent aux conclusions suivantes :

a. Il est possible de mettre en évidence et d'apprécier les effets d'orientation dus à l'emboutissage. Ce dernier provoque un alignement de microcristaux du métal, tel qu'une des directions des cubes devient un axe de fibres; cet axe, que nous avons déterminé, est l'axe (110), c'est-à-dire la diagonale de face du cube: il se place parallèlement à la direction de la fibre moyenne déformée, comme le prouvent les essais effectués dans trois plans rectangulaires.

b. L'effet d'orientation est spécialement intense dans les régions de fortes courbures.

c. Cet effet, dû à l'emboutissage, s'accompagne en même temps d'une diminution considérable de la grosseur des grains; d'après des essais comparatifs, on peut fixer à quelques centièmes de millimètre la grosseur moyenne du grain du métal dans les régions déformées, et à environ $\frac{1}{50}$ à $\frac{1}{100}$ de millimètre dans les régions non déformées, situées à une certaine distance des premières (de l'ordre de 1 à 2^{cm}).

---

(1) Séance du 30 mai 1928.

d. Enfin l'emboutissage donne lieu à des tensions internes d'autant plus marquées que les courbures sont plus accentuées. Ces tensions, qui sont dues à des distorsions et à des déformations des plans réticulaires, sont réparties symétriquement autour de l'axe d'orientation; elles ne s'exercent donc que suivant certaines directions privilégiées qui sont contenues dans les plans (110).

e. Au contraire, dans les régions non déformées, il n'apparaît plus, à partir d'une certaine distance des régions déformées, d'effets d'orientation ni de tensions internes; le métal possède un grain beaucoup plus gros que dans le premier cas, et ces grains sont disposés au hasard sans directions privilégiées.

f. Le très faible laminage (à froid) auquel est soumise la tôle avant emboutissage ne se manifeste pas par des effets d'orientation sur les diagrammes; il n'en serait certainement pas de même pour un laminage plus poussé, qui ferait apparaître également des orientations et des tensions internes, pouvant d'ailleurs être combattues par des laminages dans plusieurs directions et un recuit approprié, comme l'on montré les diagrammes X.

g. Il est ainsi possible d'examiner d'une façon très précise la structure interne de tôles embouties : comme c'est précisément aux endroits de fortes courbures que se manifestent les criques et qu'ont lieu les ruptures, et qu'en ces points les diagrammes montrent des orientations intenses accompagnées de tensions et de grain fin, il y a lieu de penser que c'est à ces causes que sont dus les effets nuisibles constatés expérimentalement. Il est possible, d'après ce que l'on a obtenu antérieurement par cette méthode, d'indiquer des procédés susceptibles de remédier à ces inconvénients.

h. Nous avons pu enfin représenter sur des schémas la position des cristallites, leurs orientations et leur tensions internes. La méthode ne nécessite qu'une quantité infime de matière, qui peut être prélevée sur une pièce achevée; elle donne des renseignements plus complets que la micrographie, ne nécessite pas de préparation compliquée d'échantillons, et peut être amenée à un rendement industriel au moyen d'un spectrographe permettant de prendre simultanément 8, 16 ou 24 clichés. Un certain nombre de nos clichés ont été obtenus au moyen d'un appareil que nous avons fait établir pour répondre à ces conditions.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la préparation, par électrolyse, des borures de calcium, de strontium et de baryum.* Note de M. L. **Andrieux**, présentée par M. G. Urbain.

Les borures de calcium, de strontium et de baryum ont été préparés pour la première fois en 1897 par Moissan et Williams ([1]) qui réduisaient au four électrique les borates correspondants par l'aluminium en présence de charbon. Depuis ces travaux, seul le borure de calcium a pu être obtenu par d'autres auteurs qui ont utilisé comme réducteurs soit le carbure de calcium, soit le calcium métallique.

J'ai pu préparer ces trois borures par la méthode que j'ai indiquée dans une précédente Communication ([2]), c'est-à-dire en électrolysant à une température voisine de 1000° les borates de calcium, de strontium et de baryum additionnés des fluorures correspondants. On peut d'ailleurs remplacer les bains précédents par des mélanges en proportions convenables d'anhydride borique pulvérisé, d'oxyde ou de carbonate, et de fluorure du métal dont on veut préparer le borure.

Les électrolyses ont été effectuées au moyen de l'appareil que j'ai déjà décrit ([3]), le creuset de charbon de cornue servant de cathode, l'anode étant constituée par une baguette de charbon de 18^{mm} de diamètre située dans l'axe et à 15^{mm} de fond du creuset.

Dans ce creuset, placé dans le four de chauffage et porté à une température de 1000°, on ajoute peu à peu le mélange à électrolyser pour le fondre. En faisant passer le courant dans le bain obtenu, il se forme bientôt sur la paroi intérieure du creuset de petits cristaux de borure. Après l'essai, le creuset et son contenu sont refroidis et brisés au marteau. Les fragments sont traités plusieurs fois à l'ébullition par l'acide chlorhydrique étendu, puis concentré, jusqu'à dissolution complète des sels solides. Les cristaux sont séparés des fragments du creuset et des impuretés par tamisage, par lévigation ou au moyen de liqueurs lourdes; ils sont finalement traités à nouveau par l'acide chlorhydrique concentré, lavés à l'eau et à l'alcool et desséchés à l'étuve.

Les analyses ont été faites de la façon suivante : 1° attaque par l'acide

([1]) H. Moissan et Williams, *Comptes rendus*, **125**, 1897, p. 629.

([2]) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 91.

([3]) *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 126.

azotique étendu (25 pour 100); séparation, par entraînement au moyen de l'alcool méthylique, de l'acide borique formé et dosage de cet acide par la soude titrée en présence de mannite; 2° dosage du métal dans le résidu de la distillation par précipitation à l'état d'oxalate ou de sulfate et calcination de ces derniers.

Voici quelques-uns des résultats que j'ai obtenus :

A. *Électrolyses.*

Composition du bain.	Tempé-rature.	Tension.	Inten-sité.	Durée.	Poids du produit.
	°	v	amp	h'	g
1° $2B^2O^3 + CaO(CaCO^3) + CaF^2$	1000	7,0	20	2,30	3,95
2° $2B^2O^3 + SrO(SrCO^3) + SrF^2$	1000	6,5	20	2,30	5,12
3° $2B^2O^3 + BaO(BaCO^3) + BaF^2$	1000	5,5	20	2,30	9,55

B. *Analyses des cristaux.*

		I.	II.	Calculé pour CaB^6 (B = 10,82).
1°	Bore	62,03	61,89	61,84
	Calcium	37,86	38,05	38,16
		I.	II.	Calculé pour SrB^6.
2°	Bore	42,90	42,82	42,55
	Strontium	56,37	56,53	57,45
		I.	II.	Calculé pour BaB^6.
3°	Bore	31,90	31,98	32,09
	Baryum	67,47	67,35	67,91

Ces trois borures sont de couleurs légèrement différentes : le borure de calcium est noir, le borure de strontium noir violacé et le borure de baryum noir verdâtre. Ils ont les mêmes formules CaB^6, SrB^6, BaB^6 et possèdent, dans l'ensemble, les mêmes propriétés que ceux qui ont été décrits par Moissan et Williams.

En électrolysant les borates de calcium, de strontium et de baryum seuls, j'ai obtenu des mélanges de bore amorphe et de cristaux de borures, mais le poids de ces derniers est toujours plus faible que dans les électrolyses correspondantes où ces borates sont additionnés de fluorures. Ce fait est particulièrement net dans l'électrolyse du borate de baryum. Ainsi, l'électrolyse de $2B^2O^3BaO$ à 1000° par un courant de 20 ampères pendant 2 heures 30 minutes fournit 5g,81 de produit dont on peut isoler seulement 3g,11 de borure, tandis que la troisième électrolyse du tableau précédent qui

a été faite dans les mêmes conditions, le bain étant formé d'un mélange de borate et de fluorure de baryum, permet d'obtenir $9^g,55$ de borure. Il semble donc que l'addition des fluorures, non seulement facilite l'électrolyse mais aussi favorise la formation des borures.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la formation de filaments d'oxyde ferrique par dessiccation de solutions colloïdales.* Note de M. PAUL BARY, présentée par M. A.-Th. Schlœsing.

Les solutions colloïdales d'oxyde de fer obtenues par la méthode de Graham consistant dans la dialyse prolongée de solutions de chlorure ferrique, sont constituées par des chlorures basiques de fer hydratés qu'on peut représenter par la formule $n\,Fe^2O^3.\,Fe^2Cl^6.\,aq.$ En opérant sur une solution de chlorure ferrique, suffisamment hydrolysée par chauffage, et contenant environ 10 pour 100 de sel de fer, après une dialyse d'une dizaine de jours au travers d'une membrane de cellophane, l'analyse a montré que le chlorure basique avait une formule dans laquelle n était égal à 10.

Si l'on verse dans une soucoupe ou dans une capsule de porcelaine une petite quantité de cette solution et qu'on la laisse évaporer dans une étuve à 50-60°, on observe que le résidu sec ne possède ni l'aspect d'une matière cristalline, ni celui d'une substance amorphe qu'on obtiendrait par la dessiccation d'un vernis ou d'une substance colloïdale hydrophile, telle que l'albumine ou la gomme arabique. Ce dépôt se présente sous la forme de filaments, soit extrêmement fins et placés concentriquement à la capsule, soit sensiblement plus gros, disposés radialement et se terminant sur une partie centrale amorphe.

En général, tant que la solution n'est pas encore devenue trop concentrée par suite de l'évaporation, on a des filaments fins concentriques qui vont en grossissant de diamètre en se rapprochant du centre; les premiers ne sont visibles qu'avec une assez forte loupe et restent collés à la capsule; les derniers atteignent un diamètre de 1 à 2 dixièmes de millimètre et se détachent quand le séchage est complet (*fig* 1). A partir d'une certaine réduction de volume de la solution, les filaments sont alors rayonnants et encore plus gros; ils sont très fragiles et se brisent pour une faible flexion.

Une solution préparée de la même manière que la précédente, mais dialysée plus longtemps et ayant une valeur du coefficient n égale à 16 et une concentration de seulement 1,5 pour 100, a donné par évaporation la

presque totalité des filaments dans la deuxième forme, c'est-à-dire rayonnants (*fig.* 2).

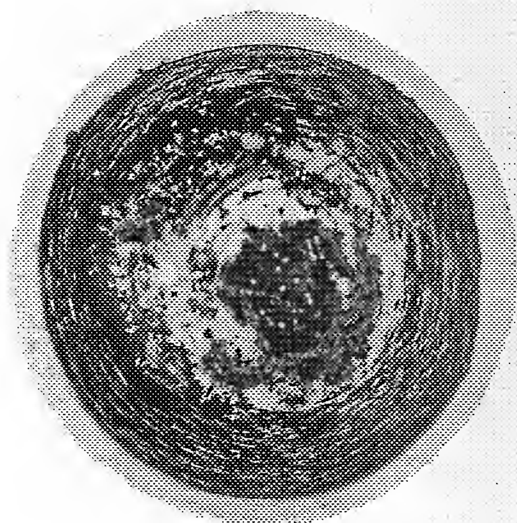


Fig. 1.

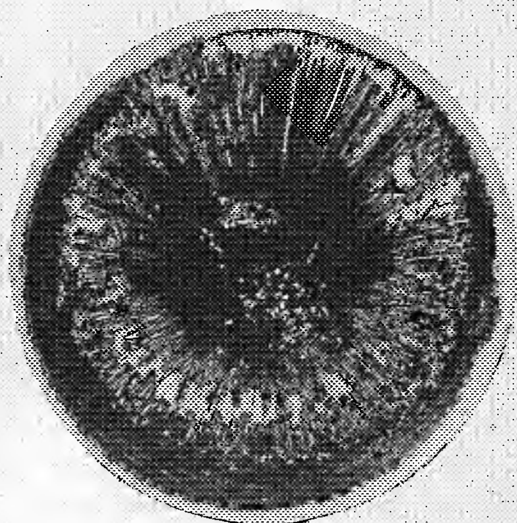


Fig. 2.

Dans le but de reconnaître si l'inclinaison de la paroi de la capsule au niveau du raccordement du liquide avait une influence sur l'aspect du dépôt et de savoir, en particulier, si elle n'était pas cause des deux formes différentes observées suivant le niveau du liquide, j'ai employé, pour remplacer la capsule, une lame de verre inclinée sur l'horizontal comme fond d'une cuvette dans laquelle le liquide était mis à évaporer. Le résultat obtenu dans ce cas était la production de filaments fins de la première espèce, rangés parallèlement à la ligne de raccordement du liquide sur le verre; on observe dans ce cas que les filaments vont progressivement en grossissant quand l'évaporation se poursuit, mais il n'y a pas formation de filaments dans la direction normale à la ligne de séchage.

Un grand nombre d'essais ont été faits en variant les conditions sans qu'il y ait de changement important dans les résultats, sauf dans la grosseur des filaments et la distance qui les sépare les uns des autres après le séchage complet.

Pour expliquer l'aspect particulier de ces dépôts d'oxyde de fer, il me semble nécessaire d'admettre que les particules en suspension dans l'eau de la solution colloïdale ont la forme de bâtonnets de diamètres très petits et que, pour une inclinaison convenable de la paroi, ces bâtonnets, attirés vers

la ligne de raccordement du liquide au contact de la capsule, par suite des actions capillaires, s'accumulent jusqu'à donner les filaments parallèles décrits ci-dessus.

Je me propose de poursuivre cette étude en vue de la détermination des conditions qui provoquent ou entravent les effets observés et de rechercher parmi les autres solutions analogues celles qui sont susceptibles de produire le même phénomène.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la solubilité du sulfure de cadmium dans l'acide chlorhydrique*. Note [1] de M. **Maurice Auméras**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons antérieurement signalé [2] une méthode expérimentale nouvelle, rapide, pour l'étude de l'équilibre des systèmes ionisés. Cette méthode est basée sur la mesure de la solubilité d'un sel peu soluble, comme l'oxalate ou le fluorure de calcium, dans les acides forts, ainsi que dans l'eau. La mesure de la solubilité de ces sels en milieu acide s'effectue en observant, par addition d'un acide fort, la disparition du louche dû à une faible quantité d'oxalate ou de fluorure de calcium en suspension dans l'eau. Nous avons ainsi obtenu des résultats en accord avec la théorie de l'ionisation et la loi d'action des masses; d'autre part, nous avons été conduit à des conclusions intéressantes sur la constitution ionique des solutions diluées des acides faibles.

Comme suite à ces travaux, nous avons appliqué notre méthode à un exemple particulièrement délicat : équilibre sulfure de cadmium - acide chlorhydrique, en milieu dilué. L'acide faible engendré par dissolution (l'acide sulfhydrique) étant très volatif et oxydable, l'écueil résidait non seulement dans la difficulté d'opérer sur une liqueur d'hydrogène sulfuré gardant rigoureusement son titre, mais surtout dans l'oxydation partielle par l'air, au cours de la dissolution, de l'acide sulfhydrique formé. Nous sommes parvenus à éliminer ces deux causes d'erreurs en réalisant nos expériences en atmosphère d'azote.

Nous avons effectué, à la température de 16°, toute une série d'essais en faisant varier soit à la fois les volumes d'acide sulfhydrique et de chlorure

(1) Séance du 14 mai 1928.

(2) M. Auméras, *J. Ch. Phys.*, **24**, I et VIII, 1927, p. 24 et 548.

de cadmium employés (¹), soit séparément l'un ou l'autre de ces facteurs. Après obtention du précipité de sulfure de cadmium, la dissolution était pratiquée par de l'acide chlorhydrique normal. Une dilution convenable avec l'eau distillée permettait d'atteindre le volume de 200$^{cm^3}$ au moment de l'addition de la dernière goutte d'acide nécessaire pour la dissolution exacte; c'est en effet à ce point de transformation du système que nous avons étudié l'équilibre.

Nos résultats sont mentionnés dans les tableaux suivants :

Tableau I.

Influence de la concentration en acide sulfhydrique engendré.

Les concentrations en acide sulfhydrique ($\frac{1}{2}$ H^2S mol-g/litre) et en chlorure de cadmium ($\frac{1}{2}$ $CdCl^2$ mol-g/litre) se correspondent. (Température : 16°.)

Concentration en acide sulfhydrique ($\frac{1}{2}H^2S$ mol-g/litre) engendré.	Concentration en acide chlorhydrique (HCl mol-g/litre) à réaliser pour la dissolution exacte — trouvée.	calculée à l'aide de la formule $(HCl) = 970\sqrt{(H^2S)(CdCl^2)}$.
1/2000	0,24	0,24
2/2000	0,46	0,485
3/2000	0,68	0,73
4/2000	0,885	0,97

Tableau II.

Influence d'un excès d'acide sulfhydrique.

La concentration en chlorure de cadmium réalisée par dissolution exacte égale : $\frac{\frac{1}{2}CdCl^2}{2000}$ mol-g/litre. (Température : 16°.)

Concentration en acide sulfhydrique ($\frac{1}{2}H^2S$ mol-g/litre).	Concentration en acide chlorhydrique (HCl mol-g/litre) à réaliser pour la dissolution exacte — trouvée.	calculée à l'aide de la formule $(HCl) = 970\sqrt{(H^2S)(CdCl^2)}$.
1/2000	0,24	0,24
2/2000	0,355	0,34
3/2000	0,425	0,42
4/2000	0,495	0,48
5/2000	0,545	0,54
6/2000	0,58	0,59

(¹) Ces deux solutions primitives étant au titre N/10.

TABLEAU III.

Influence d'un excès de chlorure de cadmium.

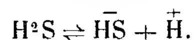
La concentration en acide sulfhydrique engendré par dissolution exacte égale : $\frac{\frac{1}{2}H^2S}{2000}$ mol-g/litre. (Température : 16°.)

Concentration en chlorure de cadmium ($\frac{1}{2}$ Cd Cl² mol-g/litre).	Concentration en acide chlorhydrique (H Cl mol-g/litre) à réaliser pour la dissolution exacte — trouvée.	calculée à l'aide de la formule $(HCl) = 970\sqrt{(H^2S)(CdCl^2)}$.
1/2000	0,24	0,24
2/2000	0,35	0,34
3/2000	0,425	0,42
4/2000	0,49	0,48
5/2000	0,54	0,54
6/2000	0,585	0,59

L'examen de ces tableaux montre que la loi de solubilité du sulfure de cadmium dans l'acide chlorhydrique, en solution étendue et à la température de 16°, peut être représentée par l'équation d'équilibre :

$$(HCl) = 970\sqrt{(H^2S)(CdCl^2)} \quad (^1).$$

Cette loi, établie par application de la théorie ionique et de la loi d'action des masses, concorde avec l'hypothèse d'une dissociation complète de l'acide chlorhydrique et du chlorure de cadmium. Elle indique également que, dans les conditions de nos expériences, l'acide sulfhydrique ne subit pratiquement qu'une seule dissociation, suivant le premier stade :



$$H^2S \rightleftharpoons \overset{-}{HS} + \overset{+}{H}.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de quelques substances colloïdales sur la vitesse d'absorption du gaz carbonique par les solutions de carbonate neutre de sodium.* Note (²) de MM. **Paul Riou** et **Léon Lortie**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Dans nos recherches antérieures sur l'influence de la viscosité sur la vitesse d'absorption des gaz par les liquides (³) nous avions ajouté, pour

(¹) (H Cl), (H²S) et (Cd Cl²) désignant les concentrations totales en acide chlorhydrique, acide sulfhydrique et chlorure de cadmium.

(²) Séance du 30 mai 1928.

(³) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 325.

augmenter la viscosité, des poids variables de cristalloïdes organiques ne participant pas à la réaction.

Nous étudions actuellement l'influence de l'addition à la solution absorbante de substances colloïdales plus ou moins visqueuses ne précipitant pas par le carbonate neutre de sodium. Nons présentons aujourd'hui les résultats obtenus avec la peptone, la pepsine, l'amidon soluble et la gélatine.

Nous avons pris pour cela des solutions de $3,7.10^{-2}$, $7,4.10^{-2}$ et $14,8.10^{-2}$ molécule-gramme de carbonate neutre de sodium dans 100^{cm^3} de solution contenant des quantités croissantes de gélatine, d'amidon, de pepsine et de peptone.

La vitesse d'absorption fut mesurée au moyen de la burette de Bunte étalonnée avec un nouvel appareil pour la mesure des vitesses de réaction ([1]). Nous avons pris quelques viscosités avec le viscosimètre de Grobert et Demichel.

Dans toutes nos recherches, les vitesses sont exprimées en centimètres cubes de gaz absorbés en une seconde par centimètre carré de surface absorbante et sout multipliées par 10^4.

Les concentrations en carbonate sont données en molécules-grammes multipliées par 10^{-2} dans 100^{cm^3} de solution. Les concentrations en substances étrangères sont données en grammes dans 100^{cm^3} de solution. Les expériences ont été faites à 20°C.

Nous donnons, dans les tableaux qui suivent, les chiffres obtenus avec les quatre corps mentionnés plus haut :

Peptone.

Molécules-grammes $CO^3Na^2 \times 10^{-2}$.

Concentrations pour 100 en peptone.	$CO^3Na^2 = 3,7$. Viscosités.	Vitesses.	$CO^3Na^2 = 7,4$. Viscosités.	Vitesses.
0	0,01065	64,1	0,01164	53,4
1/128	–	–	–	47,8
1/64	–	–	–	43,9
1/32	–	50,8	–	40
1/16	–	46	–	37,7
1/8	–	43,3	–	37,7
1/4	–	43,3	–	37,7
1/2	0,01091	43,3	0,01185	37,7
1	0,01106	43,3	0,01211	37,7
2	0,01125	43,3	0,01244	37,7
3	0,01170	43,3	0,01274	37,7
4	0,01196	43,3	0,01304	37,7
5	0,01238	43,3	0,01375	37,7

([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 195.

Pepsine.

Molécules-grammes $CO^3Na^2 \times 10^{-2}$.

Concentrations pour 100 en pepsine.	$CO^3N^2 = 3,7$. Viscosités.	Vitesses.	$CO^3Na^2 = 7,4$. Viscosités.	Vitesses.	$CO^3Na^2 = 14,8$. Vitesses.
0	0,01065	64,1	0,01164	53,4	30
1/128	–	–	–	–	–
1/64	–	–	–	49,3	27
1/32	–	47,1	–	45,1	26,2
1/16	–	43,3	–	39,1	25
1/8	–	40,6	–	35,6	23,9
1/4	0,01067	40,6	0,01199	35,6	23,9
1/2	0,01084	40,6	0,01222	35,6	–
1	0,01110	40,6	0,01252	35,6	–
2	0,01162	40,6	0,01311	35,6	–

La solution de gélatine a été préparée de la façon suivante : nous avions préparé dans l'eau bouillante un sol à 1 pour 100 de gélatine que nous fîmes bouillir à deux reprises pendant une heure et demie pour l'empêcher de geler. En mêlant ce sol à la solution de CO^3Na^2 nous avons obtenu un précipité qui s'est redissous complètement à chaud ou par addition de la solution de CO^3Na^2. Le mélange à 1 pour 100 de gélatine et de carbonate donna un précipité persistant. Nous nous sommes assurés qu'il n'était pas constitué par un sel de sodium et que la solution n'avait rien perdu de sa concentration en carbonate.

Vitesses d'absorption de CO^2 par des solutions de CO^3Na^2 en présence de poids variables de gélatine et d'amidon.

Concentrations pour 100 en gélatine ou amidon.	$CO^3Na^2 \frac{3,7}{100}$ mol-gr pour 100. Amidon.	Gélatine.
0	64,1	64,1
1/128	–	42,7
1/64	–	41,6
1/32	62,8	40,1
1/16	61,6	38,6
1/8	59,3	37,7
1/4	58,5	37,7
1/2	53,3	37,7
1	58,3	37,7

On voit nettement, d'après ces chiffres, que la viscosité n'est pas le facteur

principal qui influe sur la vitesse d'absorption. Toutes les substances que nous avons étudiées, jusqu'à une concentration d'environ 1/8 de gramme pour 100^{cm^3} de solution, diminuent rapidement cette vitesse. Quand on est parvenu à ce point, on peut augmenter considérablement la concentration sans pour cela que la vitesse augmente ou diminue.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Application de la méthode spectrographique et de la méthode spectrophotométrique à l'étude de l'hydrolyse de quelques sels alcalins.* Note de M. **P. Job**, présentée par M. G. Urbain.

Les méthodes spectrographique et spectrophotométrique [1], que j'ai utilisées pour l'étude de la formation des complexes [2], peuvent être appliquées à une réaction quelconque entre deux corps en solution, à condition que le spectre d'absorption des produits de cette réaction diffère suffisamment de celui des corps initiaux. Elles permettront, en particulier, la mesure de la constante d'hydrolyse des sels alcalins d'un acide, ou, ce qui revient au même, de la constante de dissociation de cet acide, chaque fois que le spectre d'absorption de la molécule entière de l'acide différera de celui de son ion négatif. On peut d'ailleurs les appliquer de deux manières. Ou bien l'on étudiera les mélanges en proportion variable d'une solution de l'acide (concentration Γ) et d'une solution alcaline (concentration $p\Gamma$). La constante d'hydrolyse, k [3], est alors donnée en fonction de la composition maximum x, par la formule

$$k=\frac{\Gamma}{p-1}\,\frac{[(p+1)x-1]^2}{1-2x} \quad [4].$$

Ou bien l'on étudiera les mélanges d'une solution d'un sel alcalin de l'acide (concentration Γ) et d'une solution d'un acide fort (concentration $p\Gamma$); la

---

(1) P. Job, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 928.

(2) P. Job, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1108 et 1932; 182, 1926, p. 1621; 184, 1927, p. 1066; *Annales de Chimie*, 9, 1928, p. 113.

(3) $k=\dfrac{\text{concentration de l'acide} \times \text{concentration de la base}}{\text{concentration du sel}}$.

(4) Cette formule n'est correcte que si l'acide est assez faible. Pour préciser, il faut que $\dfrac{\Gamma}{K}$ soit grand par rapport à l'unité, K étant la constante de dissociation de l'acide ($Kk=\varepsilon^2$).

constante de dissociation K de l'acide sera donnée en fonction de la composition maximum par la même formule que k.

On choisira le premier procédé, si le sel alcalin est plus absorbant que l'acide; on utilisera le second si l'acide absorbe la lumière plus fortement que son sel. Il n'est d'ailleurs pas impossible que, dans certains cas, les deux méthodes puissent être employées à la fois, en choisissant convenablement les régions spectrales explorées.

J'ai appliqué le premier procédé à l'étude du phénol et de quelques-uns de ses dérivés.

La neutralisation du phénol par la soude est accompagnée d'un déplacement vers les grandes longueurs d'onde de ses bandes d'absorption ultraviolettes. Dans les mélanges phénol-soude en solution aqueuse, j'ai observé deux bandes d'absorption, qui se rejoignent pour une concentration ou une épaisseur suffisantes. La composition maximum est donc déterminée, selon les conditions par la position de deux ou d'un seul maximum. Pour les mélanges équimoléculaires, la composition reste fixe, quelle que soit la concentration, et correspond à 50 pour 100 de phénol. L'étude des mélanges équimoléculaires permet de calculer la constante d'hydrolyse par la formule précédente. Les résultats concordent aux erreurs d'expérience près :

$$k = 4,5 \times 10^{-4} \quad \text{à} \quad 15^{\circ}$$ (1).

La méthode spectrographique s'applique de la même manière à l'étude du parachlorophénol et l'on trouve :

$$k = 2 \times 10^{-5} \quad \text{à} \quad 12^{\circ},5.$$

Pour les dérivés nitrés du phénol, il est plus commode de se servir de la méthode spectrophotométrique. Leurs solutions acides sont incolores, et leurs solutions alcalines fortement colorées en jaune. Le maximum d'absorption d'une série de mélanges pour une longueur d'onde donnée (2), fixe la composition maximum. Cette composition est encore égale à 50 pour 100 pour les mélanges équimoléculaires. Les constantes d'hydrolyse déduites de l'étude des mélanges non équimoléculaires, sont les suivantes :

o-nitrophénol................. $k = 1,55 \times 10^{-5}$ (1),
p-nitrophénol................. $k = 1,45 \times 10^{-5}$ (1).
Dinitrophénol (*o-p*)........... $k = 1,5 \times 10^{-6}$ (3).

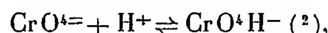
---

(1) J'ai déjà fait remarquer (*loc. cit.*) que la méthode employée n'est pas susceptible d'une grande précision. Les constantes ne peuvent être considérées comme exactes qu'à 10 pour 100 près environ.

(2) Les longueurs d'onde ont varié de 4910 à 5490 Å, selon les concentrations.

(3) Les mesures sont difficiles avec le nitrophénol, et la valeur obtenue pour k ne doit être considérée que comme un ordre de grandeur.

J'ai appliqué le second procédé à l'étude des mélanges de chromate de soude et d'acide sulfurique, en solution étendue (de 10^{-2} à 10^{-3} molécule de chromate par litre). Sous l'action des acides la coloration jaune du chromate vire au rouge. L'étude spectrophotométrique (¹) des mélanges équimoléculaires montre qu'un ion hydrogène réagit sur une molécule de chromate. L'étude des mélanges non équimoléculaires montre que la réaction $2CrO^{4=} + 2H^+ \rightleftharpoons Cr^2O^{7=}$ ne se produit pas et que, tout au moins en première approximation, et dans les conditions de dilution indiquées précédemment, la seule réaction observée est la suivante :



$$CrO^{4=} + H^+ \rightleftharpoons CrO^4H^- \quad (^2),$$

avec une constante de dissociation K égale à $K = 7 \times 10^{-5}$ à 15°.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Perméabilité sélective des membranes. Influence de la mobilité des ions sur la polarisation.* Note (³) de Mlle **Choucroun**, présentée par M. Jean Perrin.

Si l'on sépare deux solutions inégalement concentrées d'un même électrolyte par une membrane quelconque [vessie de porc (⁴), septums faits de sphérules de résine (⁵) ou de gelées (⁶)], on obtient pour le couple liquide ainsi cloisonné un voltage qui peut être différent de celui du couple liquide non cloisonné, la différence de voltage mesurant la polarisation de la membrane.

J'ai montré (⁵) que cette polarisation, entraînée par la charge des parois de la membrane, est d'autant plus forte que le feutrage constitué par la membrane est plus serré, que le calibre des interstices est plus petit.

Expérimentant avec des septums faits de gelées acides ou alcalines (⁶) j'avais pu mettre en évidence une diffusion retardée des ions très mobiles H^+ et OH^- par rapport à celle des ions moins mobiles Cl^- et K^+. Cette action

---

(¹) Les longueurs d'onde employées ont varié de 4910 à 5580 Å environ, selon les concentrations.

(²) Cette réaction peut être accompagnée de la suivante : $2CrO^4H^- \rightleftharpoons Cr^2O^{7=} + H^2O$, mais en solution diluée cette seconde réaction est négligeable.

(³) Séance du 30 mai 1928.

(⁴) Pierre Girard, *J. Chimie physique*, **17**, 1920, p. 383.

(⁵) F. Choucroun, *J. Chimie physique*, **20**, 1923, p. 430.

(⁶) F. Choucroun, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 502.

retardatrice ne semblait pas liée à la nature particulière des ions H^+ et OH^- car j'observai en même temps, avec une solution de chlorure de potassium une diffusion retardée soit de l'ion K^+ soit de l'ion Cl^- suivant que le couple liquide était cloisonné par une gelée « acide » ou par une gelée « alcaline ». La membrane paraissait fonctionner comme un crible, la charge de la paroi déterminant par son signe la sorte d'ions (positifs ou négatifs) gênée dans sa diffusion.

Je peux aujourd'hui préciser davantage les conditions de cette perméabilité sélective.

Considérons par exemple le couple liquide constitué par du ferrocyanure de potassium et de l'eau. En l'absence de membrane, le champ est dirigé de la solution diluée vers la solution concentrée; ceci implique que les ions K^+ prennent l'avance sur les ions $FeCy_6^{----}$, donc qu'ils sont plus mobiles. Cloisonnons ce couple liquide par une gelée acide puis par une gelée alcaline de mêmes teneurs en gélatine (3 pour 100). On pouvait s'attendre à observer dans les deux cas une polarisation de la membrane : polarisation de la gelée acide par les ions K^+, polarisation de la gelée alcaline par les ions $FeCy_6^{----}$.

Or, seuls les ions K^+ polarisent la membrane, entraînant l'abaissement observé du voltage. En ce qui regarde les ions $FeCy_6^{----}$ le voltage du couple liquide n'est pas modifié par l'interposition, entre ses éléments, d'une gelée négative.

Ce résultat, en apparence paradoxal, se retrouve avec tous les anions des sels à cations plus mobiles en ce qui regarde les gelées alcalines; avec tous les cations des sels à anions plus mobiles en ce qui regarde les gelées acides.

Parfois, le moins mobile des deux ions associés polarise lui aussi, mais faiblement la membrane : ceci se comprend si l'on pense qu'à la limite, des ions d'égale mobilité comme K^+ et Cl^- polarisent l'un et l'autre fortement la membrane. Il semble bien alors que l'on puisse, en première approximation, énoncer la règle suivante :

Si l'on sépare deux solutions inégalement concentrées d'un même électrolyte par une membrane « chargée », la membrane n'est polarisée appréciablement que si l'ion, chargé du même signe qu'elle, a une mobilité à peu près égale, ou supérieure, à celle de l'autre ion associé.

Tableau des valeurs en millivolts des forces électromotrices et des polarisations.

	Couples liquides (sels opposés à l'eau).	Cloisonnés par gelées		Polarisation des gelées	
		acides.	alcalines.	acides.	alcalines.
$FeCy^6K^4$ $2n$	64	44	64	20	0
$Cr^2O^7K^2$ $1/3,7n$	36	6	40	30	4
PO^4HK^2 $1,5n$	76	42	76	34	0
$BaCl^2$ $2n$	−38	−42	−12	4	26
$MgCl^2$ $2n$	−26	−28	−10	2	16
$La(NO^3)^3$ $3/4n$	−42	−42	−32	0	10
$Nd^2(SO^4)^3$ $n/4,7$	−10	−10	+6	0	16

Cherchons à comprendre ce résultat en raisonnant, par exemple, sur le cas du ferrocyanure de potassium.

La valeur du voltage de ce couple liquide dépend essentiellement de l'avance relative prise par les ions K^+. On peut se représenter schématiquement de la manière suivante la marche des ions K^+ et $FeCy_6^{----}$ dans leur diffusion vers la solution diluée : une première zone d'ions de plus grande densité en ions K^+, une zone moyenne d'égales densités en ions K^+ et en ions $FeCy_6^{----}$, une dernière zone de plus grande densité en ions $FeCy_6^{----}$, l'ensemble formant une chaîne dans laquelle les deux sortes d'ions sont liées par attraction électrique.

Interposons entre les deux éléments du couple une gelée acide. Grâce à la charge positive de ses parois, la gelée acide, en opposant un *barrage* aux ions K^+, va retarder leur diffusion, donc modifier leur avance relative, d'où l'abaissement observé du voltage.

Cloisonnons maintenant ce couple par une gelée alcaline. L'expérience montre (voltage non modifié) que les ions K^+ conservent la même avance relative. Or ces ions positifs K^+ cheminent librement au travers de cette gelée négative. Il faut donc admettre que le frottement certain exercé par la paroi négative sur les ions tétravalents négatifs $FeCy_6^{----}$ est sans action sur la répartition des densités des deux sortes d'ions dans la chaîne de diffusion. Mais alors ce frottement doit entraîner un ralentissement de la vitesse de déplacement de toute la chaîne. Et l'on devrait observer pour le ferrocyanure diffusant dans une gelée alcaline une vitesse de diffusion ralentie par rapport à celle qu'il prend dans une gelée neutre. C'est bien ce que l'on observe, comme je le montrerai.

La règle ici énoncée doit présenter en biologie un certain intérêt. Dans l'organisme où les échanges se font entre des parois cellulaires très minces,

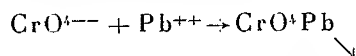
ces polarisations de membrane correspondent à des champs considérables. Or nous voyons en particulier qu'une modification du pH, en changeant le signe de la membrane, pourra faire apparaître ou disparaître de tels champs.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Microtitrage des cations plomb et des anions chromiques par centrifugo-volumétrie.* Note [1] de MM. **Robert-F. Le Guyon** et **Roger-F. Auriol**, présentée par M. C. Matignon.

L'un de nous a établi sous le nom de *centrifugo-volumétrie* [2] un nouveau procédé général analytique permettant de faire des dosages volumétriques en utilisant des réactions de précipitation totale pour lesquelles il n'existe pas d'indicateur coloré indiquant le terme de la réaction. On remédie à cette absence d'indicateur en employant la centrifugation pour rassembler le précipité, de telle sorte que, dans le liquide clair, l'absence de précipité dû à une goutte de réactif précipitant indique le terme de la réaction.

Le principe de la centrifugo-volumétrie s'applique particulièrement bien à la micro-analyse volumétrique [3] comme nous l'avons déjà montré dans des publications récentes [4] et [5].

Cette présente Note a pour objet l'application du même principe aux cations plomb et aux anions chromiques. Mis en présence l'un de l'autre ceux-ci donnent la réaction d'ions suivante :



$$CrO^{4--} + Pb^{++} \rightarrow CrO^4Pb \searrow$$

H. Schwartz [6] a donné un titrage du plomb basé sur sa précipitation par l'anion *bichromique* en liqueur acétique, avec touches sur des gouttes

---

(1) Séance du 30 mai 1928.

(2) R.-F. Le Guyon, *Nouveau procédé général analytique : La centrifugo-volumétrie* (*Comptes rendus*, **183**, 1926, p. 361).

(3) R.-F. Le Guyon, *Micro-analyse volumétrique et centrifugo-volumétrie* (Thèse Fac. des Sciences Paris, 1927, p. 56 à 83).

(4) R.-F. Le Guyon, *Microtitrage des anions sulfuriques et des cations baryum par centrifugo-volumétrie* (*Bull. Société chimique*, **41**, 1927, p. 1387).

(5) R.-F. Le Guyon, *Microtitrage des anions chromiques et des cations baryum basé respectivement sur la disparition ou l'apparition de la coloration jaune due aux ions chromiques* (*Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 945).

(6) H. Schwartz, *Dingler polyt. Journal*, **169**, 1921, p. 284.

de solution neutre de nitrate d'argent. Nous avons réalisé le même titrage avec l'anion *chromique*, l'indicateur (2 à 3 gouttes de nitrate d'argent au $\frac{1}{10}$) étant versé directement dans la liqueur plombique à doser ([1]), mais ces procédés ne permettent que des macrotitrages.

Le coefficient de solubilité du chromate de plomb étant égal en grammes par litre à 2×10^{-4} et son produit de solubilité étant de $1,5 \times 10^{-3}$, il nous a semblé que la réaction de précipitation du chromate de plomb devait être complète sans l'addition du moindre excès de réactif, et qu'un microtitrage par centrifugo-volumétrie pouvait se faire aisément.

Raisonnant en outre par analogie avec ce qui se passe pour le titrage des anions chromiques par les cations baryum (et inversement) où la fin de la réaction correspond à la disparition (ou à l'apparition) de la coloration jaune due aux ions chromiques ([2]), nous avons pensé qu'il devait en être aussi de même dans le cas de précipitation des cations plomb par les anions chromiques. Nos prévisions ont été entièrement vérifiées par l'expérience.

Nous avons employé une liqueur de nitrate de plomb décinormale contenant par conséquent $\frac{1}{10}$ d'une demi-molécule, soit $16^g,55$ par litre, et une liqueur de chromate de potassium également décinormale, 1^{cm^3} de chromate de potassium $\frac{N}{10}$ correspond à $0^g,01655$ de nitrate de plomb et par conséquent précipite $0^g,01036$ de plomb. En faisant des prises d'essai de liqueur de nitrate de plomb $\frac{N}{10}$ s'étageant de $0^{cm^3},5$ à 10^{cm^3} (exactement $0^{cm^3},50$, 1^{cm^3}, 2^{cm^3}, 5^{cm^3} et 10^{cm^3}), nous avons trouvé qu'il fallait ajouter respectivement $0^{cm^3},50$, 1^{cm^3}, 2^{cm^3}, 5^{cm^3} et 10^{cm^3} de chromate de potassium $\frac{N}{10}$, pour précipiter le plomb des prises d'essai par centrifugo-volumétrie, les additions de chromate de potassium se faisant après chaque centrifugation et jusqu'à ce que l'on arrive au terme de la réaction, celui-ci étant marqué par l'absence de précipité par addition d'une nouvelle goutte de chromate de potassium. Avec 1^{cm^3} de liqueur de nitrate de plomb $\frac{N}{50}$ ou $\frac{N}{100}$, il faut exactement 1^{cm^3} de liqueur $\frac{N}{50}$ ou $\frac{N}{100}$ de chromate de potassium. L'absence de louche dans le liquide clair après centrifugation et l'apparition

---

([1]) R.-F. Le Guyon, *Thèse Fac. des Sciences*, Paris, 1927, p. 52-53.

([2]) R.-F. Le Guyon, *loc. cit.* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 245).

de la coloration jaune se correspondent exactement. Le virage est visible à une demi-goutte.

Les résultats sont absolument quantitatifs. Ils montrent dans le cas du titrage du plomb, comme dans ceux précédemment donnés, que le principe de la centrifugo-volumétrie se trouve entièrement vérifié par l'expérience. Mais il ne faudrait pas conclure du fait que l'erreur est ici égale à zéro, que dans les dosages faits avec des liqueurs ne se correspondant pas (c'est-à-dire dans la pratique), l'erreur serait aussi égale à zéro. L'erreur serait très faible mais elle existerait toujours, parce que la dernière goutte ou demi-goutte ajoutée pourrait ne pas correspondre à la dernière trace de plomb restant à précipiter. Cette remarque s'applique bien entendu à tous les dosages par centrifugo-volumétrie.

Inversement la méthode permet de titrer les ions chromiques par une solution titrée de nitrate de plomb.

La méthode ne marche pas quand on se trouve en présence de cations bismuth qui seraient précipités en même temps que les cations plomb, ni en présence d'anions arsénique qui donneraient de l'arséniate de plomb difficilement décomposable par le chromate alcalin. Le chromate de plomb étant soluble dans l'acide nitrique et les lessives alcalines, on doit opérer en liqueur neutre ou acétique.

Notre microméthode a été établie principalement dans le but de faciliter la recherche du plomb en chimie biologique, et dans le sang et les urines des saturnins.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Phénols chloroiodés obtenus avec les acides chloro-5 et dichloro-3.5-salicyliques.* Note de MM. **P. Brenans** et **Ch. Girod**, présentée par M. Charles Moureu.

L'action de l'iode et de la soude sur l'acide chloro-5-salicylique nous a fourni le chloro-4-diiodo-2.6-phénol déjà décrit par MM. W. Hunter et F. Joyce [1]. L'action du même réactif sur l'acide dichloro-3.5-salicylique nous a donné le dichloro-2.4-iodo-6-phénol, composé nouveau.

Nous indiquerons les conditions dans lesquelles cette réaction a été effectuée ainsi que les propriétés de ces phénols et de leurs dérivés éthylés et acétylés.

---

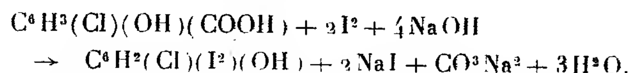
(1) W. Hunter et F. Joyce, *Journ. amer. Chem. Soc.*, 39^2, 1917, p. 2640.

$C^6H^2(Cl)_4(I^2)_{2,6}(OH)_1$. — L'acide chloro-5-salicylique dont nous avons eu besoin a été obtenu par la méthode de M. G. Mazzara [1] qui consiste à fixer le chlore sur le salicylate d'éthyle au moyen du chlorure de sulfuryle, puis à saponifier le chloro-5-salicylate d'éthyle.

Nous nous sommes assurés que l'acide salicylique chloré ainsi obtenu était l'isomère 1.2.5 en préparant cet isomère à partir de l'acide amino-5-salicylique dont le diazoïque a été décomposé par l'acide chlorhydrique en présence de poudre de cuivre.

L'éther acétique $C^6H^3(Cl)_5(OCOCH^3)_2(COOH)_1$, qui n'a pas été décrit, cristallise dans le benzène en aiguilles blanches, fusibles à 142°.

L'iode en présence de soude réagit sur l'acide chloro-5-salicylique d'après l'équation



$$C^6H^3(Cl)(OH)(COOH) + 2I^2 + 4NaOH$$
$$\rightarrow C^6H^2(Cl)(I^2)(OH) + 2NaI + CO^3Na^2 + 3H^2O.$$

Dans une dissolution de $3^g,45$ d'acide chlorosalicylique dans 80^{cm^3} de soude N étendue à $3^l,5$ avec de l'eau, on verse une solution d'iode iodurée renfermant 12^g d'iode, étendue à $0^l,5$.

Au bout de 2 à 3 heures, on acidule la liqueur par l'acide sulfurique 2N et l'on décolore le mélange avec du gaz sulfureux.

Le précipité blanc, séché, pèse $6^g,80$.

Purifié par cristallisation dans l'alcool, le phénol trihalogéné constitue des aiguilles jaunâtres, fondant à 108°.

L'éther oxyde $C^6H^2(Cl)(I^2)(OC^2H^5)$, non décrit, a été préparé en maintenant à l'ébullition, 1 heure, une dissolution de $1^g,90$ du phénol dans 20^{cm^3} d'alcool absolu, additionnée de 6^{cm^3} de soude N et d'un excès d'iodure d'éthyle. On distille l'alcool, étend le résidu avec de l'eau; le composé huileux ainsi formé cristallise. On le dissout dans l'alcool chaud et la solution abandonne à froid l'éther oxyde en lamelles blanches, fusibles à 69°.

L'éther acétique $C^6H^2(Cl)(I^2)(OCOCH^3)$ qui n'avait pas été préparé a été obtenu en maintenant à l'ébullition le phénol avec trois fois son poids d'anhydride acétique. Le mélange refroidi est versé dans l'eau et le produit blanc, lavé, séché, cristallise dans l'alcool en aiguilles brillantes, fondant à 127°,5.

$C^6H^2(Cl^2)_{3,4}(I)_6(OH)_1$. — L'acide dichloro-3.5-salicylique qui nous a servi cristallise dans l'alcool à 60° en aiguilles blanches, fusibles à 218°.

---

[1] G. Mazzara, *Gaz. Chim. Ital.*, 29, (1), 1899, p. 342.

A une dissolution de 4g,15 d'acide dichloro-3.5-salicylique dans 80cm³ de soude N étendue à 2 litres, on ajoute une solution d'iode iodurée renfermant 10g d'iode et diluée à 0l,5. On emploie ainsi deux fois la quantité d'iode nécessaire à la réaction. Au bout de 6 heures, on acidule la liqueur avec de l'acide sulfurique dilué et l'on décolore le mélange avec du gaz sulfureux. Le précipité blanc, lavé et séché, pèse 5g,85.

En effectuant cette réaction dans les mêmes conditions sauf que la soude est remplacée par le carbonate de soude, on obtient le phénol trihalogéné avec un rendement moindre; de l'acide dichlorosalicylique (1g,70) n'a pas réagi.

Pour purifier le dichloroiodophénol, on le distille dans un courant de vapeur d'eau; l'acide dichlorosalicylique n'est pas entraîné.

Peu soluble dans l'eau, très soluble dans les solvants organiques, l'éther de pétrole excepté, le phénol trihalogéné est dissous à chaud dans ce solvant qui l'abandonne à froid en aiguilles blanches fondant à 63°.

L'éther acétique $C^6H^2(Cl^2)(I)(OCOCH^3)$, obtenu avec l'anhydride acétique, cristallise dans l'alcool étendu en aiguilles soyeuses, fusibles à 66°.

L'éther oxyde éthylique $C^6H^5(Cl^2)(I)(OC^2H^5)$ a été préparé en maintenant à l'ébullition, 1 heure, une dissolution de 2g,90 du phénol trihalogéné dans 30cm³ d'alcool absolu, additionnée de 10cm³ de soude N et d'un excès d'iodure d'éthyle. On distille l'alcool, étend d'eau le résidu. Le produit huileux séparé est agité avec une solution étendue de soude qui enlève un peu du phénol non transformé, puis décanté et dissous dans l'éther. La solution dans l'éther est séchée, puis distillée. On obtient ainsi une huile incolore qui bout à 290-294° en se colorant un peu.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Perfectionnements apportés à la méthode d'analyse organique élémentaire.* Note [1] de MM. **A. Wahl** et **J.-P. Sisley**, présentée par M. Matignon.

L'analyse organique élémentaire dont le principe a été établi par les maîtres du XIXe siècle est encore appliquée à peu près sous sa forme primitive. Il n'a pourtant pas manqué d'auteurs pour proposer des modifications, dont l'énumération serait trop longue, mais qui, en général, ne se sont pas introduites dans la pratique courante.

---

(1) Séance du 30 mai 1928.

Cependant Heslinga [1] a indiqué un procédé dans lequel il remplace l'oxyde de cuivre employé depuis Gay-Lussac, par un bioxyde de manganèse très actif et spécialement préparé. Ce qu'il y a de remarquable dans ce procédé, c'est la rapidité de l'analyse qui demande de 15 à 25 minutes. Mais cet avantage est compensé par l'inconvénient que présente l'altération du bioxyde de manganèse, lequel doit ensuite être régénéré en dehors de l'appareil. Aussi, afin de ménager ce réactif, Heslinga n'opère-t-il que sur de très faibles quantités de substance de l'ordre de 50 à 90^{mg}.

Nous avons appliqué cette méthode à quelques dosages. Nous avons alors été amenés à penser que la rapidité qui, pour nous, constituait l'avantage essentiel, n'était pas due à l'action spécifique de MnO^2, mais qu'il fallait l'attribuer à la faible quantité de matière brûlée. Nous nous sommes alors demandé s'il ne serait pas possible d'appliquer ce principe à la méthode usuelle à l'oxyde de cuivre, convenablement adaptée. Mais auparavant, nous nous sommes reportés aux travaux fondamentaux.

Dans leur travail classique, Dumas et Stas ont établi la composition de diverses substances organiques : naphtaline, benzine, camphre, acide benzoïque, cinnamique, etc. La quantité de matière brûlée dépassait 1^g et les poids d'eau recueillie allaient jusqu'à $0^g,9$, ceux de CO^2 atteignaient jusqu'à $3^g,9$. Les pesées n'étant alors exprimées qu'en milligrammes, ces quantités étaient nécessaires à la précision des dosages, mais la combustion durait 8 heures et demandait une longue colonne de CuO répartie dans un tube de $0^m,9$ à 1^m de long [2].

Avec l'accroissement de la sensibilité de nos balances on a pu diminuer le poids de substance nécessaire jusqu'à $1^{dg},5$ ou 2^{dg}. Mais il ne semble pas que l'on ait songé à modifier parallèlement ni les dimensions ni la construction de l'appareillage. Par contre la microanalyse a apporté une solution nouvelle et rapide; cependant elle exige une balance spéciale, un appareillage délicat et une grande expérience.

Il nous a paru qu'entre la méthode microanalytique et l'ancienne il y avait place pour une solution intermédiaire dont les conditions restaient à déterminer. D'ailleurs Berl et ses collaborateurs [3], poursuivant la même idée, ont publié un procédé d'analyse lequel est cependant encore trop rap-

---

(1) HESLINGA, *Recueil Trav. chim. Pays-Bas*, 43, 1924, p. 555.

(2) DUMAS et STAS, *Ann. Chim. et Phys.*, 3e série, 1, 1841, p. 5.

(3) BERL et BURKHARDT, *Berichte*, 59, 1926, p. 892; BERL, SCHMIDT et WINNEMAKER, *Berichte*, 61, 1928, p. 83.

proché de la microanalyse, puisque les pesées exigent le centième de milligramme. Ils ont remplacé de plus l'oxyde de cuivre par le chromate de plomb. Nous avons donc conservé la technique classique en n'utilisant que le minimum de matière compatible avec la précision des dosages, soit de 80 à 100^{mg}. Ceci permet d'opérer dans un tube beaucoup plus court (55 à 60^{cm}), chauffé dans une grille, cloisonnée, appropriée, alimentée par 5 ou 6 becs; la durée de la combustion varie de 25 minutes à 1 heure.

La technique opératoire sera décrite en détail; qu'il nous suffise de dire que la combustion s'opère en nacelle, et qu'à la fin le tube est balayé par un courant d'oxygène sec.

Voici quelques chiffres que nous avons obtenus.

Substance.	Poids.	Durée.	Trouvé. C.	Trouvé. H.	Calculé. C.	Calculé. H.
Anthraquinone	0,0855	$0^h.30^m$	80,42	3,96	80,75	3,85
»	0,0933	0.45	80,76	3,94	»	»
Naphtaline	0,0918	0.33	93,5	6,16	93,75	6,25
Glucose	0,0930	0.40	40,0	7,0	40,0	6,66
Aniline	0,1114	0.25	77,4	7,7	77,41	7,52
Diphénylamine	0,081	0.45	84,84	6,85	85,2	6,5
»	0,8825	0.45	85,35	6,82	»	»
Nitro-α-naphtol	0,101	0.50	63,3	3,4	63,49	3,74
p-Nitraniline	0,0956	0.45	51,69	4,62	52,1	4,35
»	0,0973	0.45	51,76	4,62	»	»

Dans le cas des dérivés halogénés ou sulfurés, l'oxyde de cuivre est remplacé par du chromate de plomb calciné dans le tube à combustion.

Substance.	Poids.	Durée.	Trouvé. C.	Trouvé. H.	Calculé. C.	Calculé. H.
α-Bromo-β-Naphtol	0,0834	$0^h.55^m$	54,0	3,2	53,81	3,14
»	0,0862	1.10	54,0	3,53	»	»
»	0,1015	0.45	54,19	3,32	»	»
Alcool *p*-chlorobenzylique	0,0974	0.40	58,93	5,1	58,95	4,91
Oxychlorodinitrodiphénylamine	0,0950	1.10	64,47	4,18	64,69	4,31
p-Chloro-*o*-Nitrophénol	0,0970	0.40	41,61	2,86	41,49	2,3
» »	0,1503	0.40	41,1	2,59	»	»
Acide sulfanilique	0,105	0.40	41,48	4,39	41,62	4,04
Acide *p*-toluidine-*o*-sulfonique	0,0978	0.45	44,33	4,94	44,91	4,81
Ponceau cristallisé sec	0,0979	0.45	47,81	2,68	47,8	2,39
o-Chlorotoluènesulfonate de soude	0,0970	0.45	36,55	2,63	36,76	2,62

La thiourée est un corps signalé comme particulièrement difficile à analyser. Elle nous a donné les résultats suivants :

Substance.	Poids.	Durée.	Trouvé. C.	Trouvé. H.	Calculé. C.	Calculé. H.
Thiourée	0,1389	0.45	15,84	5,23	15,79	5,26
»	0,1400	0.28	16,00	5,47		

Cette méthode nous paraît donc d'une application générale.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur un procédé de déshydrogénation partielle de certains hydrocarbures pour les rendre aptes à agglomérer les charbons.* Note [1] de MM. **André Léauté** et **Georges Dupont**, présentée par M. G. Charpy.

L'un de nous [2] a montré que les menus de charbons à haute teneur en matières volatiles pouvaient, par agglomération et distillation à basse température, fournir un substitut de l'anthracite, à condition que le liant servant à l'agglomération ne contînt pas de brai ou n'en contînt que très peu. Mais dans la fabrication des agglomérés, la solidité est due principalement aux propriétés adhésives du brai de houille; malgré la suppression de ce dernier, il fallait permettre aux agglomérés d'atteindre le minimum de cohésion qui leur est indispensable avant la distillation. L'un des moyens utilisés a été de recourir au soufre, qui se dissout dans les goudrons et les huiles de houille [3] ou de pétrole. Toutefois l'obstacle était que tout liant contenant une quantité notable de soufre doit être rejeté de la fabrication des agglomérés de charbon, car le soufre détériore les appareils de chauffage.

Nous avons constaté qu'en traitant des hydrocarbures en contact, à haute température, pendant un temps limité, avec du soufre, il était possible de les déshydrogéner partiellement sans les souiller d'une quantité gênante de soufre. Les goudrons ou les huiles ainsi déshydrogénés sont rendus adhésifs et siccatifs.

Mode opératoire — Un goudron, un fuel-oil ou une huile de houille, est mélangé avec du soufre. La proportion de soufre a été de 10,5 et 2 pour 100, suivant les expé-

---

[1] Séance du 30 mai 1928.

[2] Cf. André Léauté, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 465.

[3] Cf. Haller, *Memento du chimiste*.

riences. Le mélange est chauffé à des températures et pendant des temps variables, mentionnés dans chaque essai, soit à l'air libre, soit de préférence en vase clos; dans ce dernier cas, on déduit du volume de gaz sulfhydrique dégagé la quantité totale de soufre restant dans le mélange. Le soufre libre est isolé par précipitation à l'aide de l'éther sulfurique au-dessous de 10°, et, dans le résidu de filtration, le soufre est dosé par l'hypobromite sodique (1).

Dans tous les essais à haute température, ci-dessous, le soufre libre a été trouvé nul.

Pour chaque échantillon, la viscosité et la siccativité sont mesurées avant et après traitement. Comme la coloration des goudrons rend impossible l'emploi du viscosimètre Baume, la viscosité est mesurée à une échelle arbitraire par la durée en secondes nécessaire pour l'enfoncement, sous son propre poids et sur une longueur de 100^{mm}, d'une baguette de verre ayant 8^{mm} de diamètre et pesant $41^{g},5$. La siccativité est mesurée par le temps après lequel une mince couche sur plaque de verre n'adhère plus au doigt.

Les produits utilisés possédaient les caractéristiques suivantes :

	Densité à 15°.	Fluidité Barbey 15°.
Goudron	1,10	41,5
Fuel-Oil	0,919	12,6
Huile de houille HBrl	1,102	non déterminable

Produit traité.	Traitement subi.	Soufre résiduel pour 100.	Viscosité (arbitraire) à 15°.	à 25°.	à 50°.	Siccativité (en heures).
a. Goudron	avant traitement	»	$< 1^{s}$	»	»	80^{h}
	10 % S à 250°, 90 min.	0,65	$3^{h}20^{m}$	$5^{m}20^{s}$	$3^{m}17^{s}$	12^{h}
b. Fuel-Oil	avant traitement	»	$< 0^{s},5$	»	»	$> 250^{h}$
	10 % S à 300°, 90 min.	0,80	$4^{m}28^{s}$	$6^{s},3$	$< 1^{s}$	»
			à 20°.	à 30°.		
c. Huile de houille HBrl	avant traitement	»	$3^{s},2$	»		
	2 % S à 350°, 120 min.	1,12	$9^{m}57^{s}$	$7^{s},6$	$< 1^{s}$	

Pour le brai de houille, l'accroissement de viscosité est encore très net, mais l'élimination de l'acide sulfhydrique reste faible jusqu'à 250° : l'action du soufre conduit principalement ici à une sulfuration.

Conclusions. — Il est possible de déshydrogéner partiellement le goudron, le fuel-oil, l'huile de houille, en présence du soufre sans laisser dans l'hydrocarbure une proportion de soufre qui, dans l'aggloméré où cet hydrocarbure sert de liant, corresponde à plus de 1 pour 1000 du poids de l'aggloméré. Par cette déshydrogénation, la viscosité du liant est considérablement accrue; pour le goudron, les chiffres qui mesurent la viscosité avant et après

(1) Cf. Denigès, *Chimie analytique*, p. 125.

le traitement, à l'échelle adoptée, sont dans le rapport de 1 à 12000. La siccativité est également accrue. Quant à l'adhésivité, nous nous proposons de montrer par d'autres expériences qu'elle subit un accroissement parallèle.

En ce qui concerne le brai de houille, nous n'avons pas réussi à appliquer ce traitement.

LITHOLOGIE. — *Connaissance minéralogique des bauxites du Pays de Fenouillet*. Note [1] de M. **Jacques de Lapparent**, transmise par M. P. Termier.

Dans une Note précédente j'ai indiqué quelles conséquences il y avait lieu de tirer de la position stratigraphique des bauxites du Pays de Fenouillet (Pyrénées-Orientales) en ce qui concerne l'histoire des terrains qui forment la chaîne pyrénéenne [2].

Ces bauxites ne sont pas seulement singulières par leur gisement, elles le sont en outre par leur composition minéralogique.

Effectivement, qu'elles soient pauvres ou riches en fer, qu'elles soient blanches, verdâtres ou rouges, elles sont essentiellement des *bauxites à diaspore*.

Le diaspore ($Al^2O^3H^2O$), qui atteint dans la plupart de ces bauxites une proportion de l'ordre de 50 pour 100 de leur masse, se voit, au microscope, en très petits cristaux aplatis suivant le plan des axes optiques, $g^1(010)$, et dont les sections ont la forme de fuseaux plus ou moins épais. En très grand nombre, ces cristaux sont maclés, et c'est là un fait qui n'avait pas encore été signalé pour cette espèce minérale. La macle est du même genre que la macle classique de la manganite (acerdèse, $Mn^2O^3H^2O$). Elle est de celles que permettait de prévoir le réseau pseudo-sénaire du diaspore, dont l'axe de pseudo-symétrie sénaire est dirigé comme $pg^1[100]$. L'édifice cristallin complexe réalisé par la macle figure, dans les sections perpendiculaires à $g^1(010)$, une croix de Saint-André parfois réduite aux deux

(1) Séance du 30 mai 1928.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 658. Cette position avait été déjà *marquée*, sans commentaires, sur un croquis cartographique par M. O. Mengel, auquel revient le mérite d'avoir le premier signalé la place du gisement des bauxites du Pays de Fenouillet (*B. S. G.*, 4e série, 25, 1925, p. 68).

branches qui sont du côté de l'angle aigu des axes des cristaux, mettant en évidence un plan d'accolement qui paraît (1) assimilable à $e^{\frac{1}{3}}$ (031).

Les cristaux de diaspore sont répartis dans toute la masse de la roche : dans les pisolites ou dans leur matrice. Ils ont englobé, en cristallisant, les « poussières réfringentes » du milieu sauf toutefois quand ils se sont formés dans des druses ou des fentes, et ils sont alors parfaitement purs et limpides. Ils sont moulés, le plus souvent, par des argiles phylliteuses, parfois par un minéral assimilable à la nontronite et, en certains cas, ils sont associés à la gibbsite. On les voit souvent régulièrement répartis dans les pisolites et intimement unis à ces divers minéraux, formant comme des croûtes successives.

Telles de ces bauxites, à histoire complexe qui témoigne d'une série de remaniements, montrent des fragments de tissus végétaux moulés et pénétrés de diaspore.

Le diaspore apparaît donc avec certitude comme un élément des bauxites (2). Nous l'avons retrouvé, associé à la bœhmite (autre forme de $Al^2O^3H^2O$) dans certaines bauxites de l'Ariège et du Var, en cristaux excessivement petits, mais la bœhmite ne nous est pas apparue dans les bauxites du pays de Fenouillet.

---

(1) Les cristaux sont si petits que l'on ne peut les observer qu'à de forts grossissements du microscope. Des mesures goniométriques précises sont donc impossibles; et impossible aussi la distinction de la macle qui admet comme plan d'accolement le plan de pseudo-symétrie $e^{\frac{1}{3}}$ de celle qui pourrait se faire par rapport à l'axe pseudo-sénaire.

Quoi qu'il en soit de cette macle du diaspore, elle confirme la similitude morphologique de cette espèce et de la manganite. J'ai trouvé d'autre part, dans des bauxites aussi, une macle de la gœthite ($Fe^2O^3H^2O$) du même genre. Ainsi la correspondance morphologique de la manganite, de la gœthite et du diaspore serait établie, en confirmation pour les deux dernières de ces espèces des résultats obtenus par Bœhm à l'aide des rayons X. La lépidocrocite ($Fe^2O^3H^2O$) et la bœhmite sont, de leur côté, homéomorphes, mais il reste à trouver leur correspondant manganique.

(2) Jusqu'ici le diaspore n'avait été bien déterminé, dans des roches analogues à la bauxite, que dans une latérite du Tonkin par M. E. Patte (*B. Soc. fr. Min.*, 48, 1925, p. 116).

SÉISMOLOGIE. — *Les grands tremblements de terre en Bulgarie en 1928.* Note de M. **Mihaïlovitch Jélénko**, présentée par M. Bigourdan.

Au mois d'avril 1928 deux grandes catastrophes séismiques successives ont éclaté dans la plaine de la Marica : la première le 14 avril à $9^h 1^m 0^s,1$; l'autre le 18 avril à $19^h 23^m 55^s,6$. Une troisième secousse extrêmement forte les a suivies le 25 avril à $9^h 27^m 2^s,9$ dans le bassin de la basse Toundja, grand affluent de la Marica. J'ai eu l'occasion d'étudier leurs effets sur le terrain durant 14 jours. Les résultats de ces études sont les suivants :

1° *Description de deux secousses catastrophiques successives.*

a. La secousse du 14 avril a éclaté avec des bruits séismiques d'une intensité formidable, pareils au tonnerre ou à des explosions; choc du Sud; ébranlement de 20 secondes en périodes très courtes, composante verticale prédominante. Surface atteinte : $20^{km} \times 10\text{-}12^{km}$, disloquée par nombre de grandes crevasses de 5 à 10^m de profondeur et de $0^m,50$ à 2^m de large. Simultanément nombre de nappes d'eau sablonneuses ont jailli à la hauteur de 1^m à 2^m pendant 3 à 4 minutes. Panique soudaine. Le village Ljubenovo a été envahi par des eaux souterraines jusqu'à une hauteur de $0^m,70$. Production de nombreux cratères, et de cônes sablonneux de $0^m,50$ à $1^m,20$ de hauteur. Bruits presque continus durant le reste du jour et durant la nuit suivante. Les secousses et les bruits, d'intensité différente, se succédèrent à intervalles très courts.

Jusqu'à l'aube suivante on en a noté plus de 160. Leur fréquence durant les jours suivants était de 20 à 30 en 24 heures, et ils persistent encore. Sur une surface polygonale de 250^{km} carrés tous les villages sont en ruines. La zone sismique la plus active s'étend du sud au nord de Borisovgrad à Ljubenovo, jusqu'à Tchirpan et Omourovo à 16^{km}.

b. La secousse du 18 avril a présenté les mêmes caractères que la précédente mais avec une violence beaucoup plus grande. La surface épicentrale a 190^{km} carrés. La zone sismique la plus active est occupée par les villages Vinica, Satabegovo, Papazli, Douvandja, Sadovo à 16^{km} d'une direction Est-Ouest. Nombreuses crevasses dans le sol, éruption d'eaux sablonneuses souterraines en quantités énormes qui causèrent les inondations des villages de Vinica, Satabegovo, Sadovo. De 20^h à 6^h le lendemain, on ressentit plus de 200 secousses, avec bruits de diverses intensités. Même aujourd'hui leur fréquence est très élevée. Les chocs ont eu des directions prépondérantes du Sud ou de l'Ouest. Suivant les grandes crevasses des

submersions les plus considérables de 2 à 6^m, ouvertures de $0^m,50$ à 10^m, ont eu lieu de Papazli à Douvandja. Une crevasse visible de 6^{km} de distance passe par le village Douvandja en le coupant en deux parties, celle de l'ouest est submergée et couverte d'eau venant de la Marica. Entre les deux parties du village s'étend à présent un lac de 1^{km} de long sur 200^m de large et 2^m de profondeur.

Outre lesdites dévastations, de grandes ruines occupent le long de la Marica une étendue de plus de 500^{km} carrés, de Plovdive à l'ouest à Skobelevo à l'est.

CLIMATOLOGIE. — *Les relations entre les courants froids, l'anhyétisme océanique, les déserts insulaires et les déserts littoraux dans les régions tropicales et subtropicales.* Note de M. L. **Aufrère**, présentée par M. Bourgeois.

Nous avons été amené à rechercher, dans la circulation océanique et atmosphérique, les causes de l'extension des déserts qui se trouvent dans les régions tropicales sur les côtes occidentales des continents.

Sur les pentes méridionales et orientales des anticyclones subtropicaux, les vents impriment aux eaux océaniques un mouvement qui est dévié par la rotation de la Terre, vers la droite dans l'hémisphère boréal et vers la gauche dans l'hémisphère austral. Cette double influence détermine la localisation des eaux froides dans la moitié sud-orientale des océans de la zone tropicale et subtropicale et il semble que les anomalies thermiques négatives qui en résultent donnent aux anticyclones une extension et une stabilité que les dépressions de la zone tempérée et de la zone tropicale n'arrivent généralement pas à vaincre. Aussi, dans ces parages, les tendances à l'*anhyétisme* (αν, privatif; ὑετός, pluie) déterminent au-dessus de l'Océan comme un désert virtuel qui se réalise dans les îles San Felice et San Ambrosio, au large du Chili, dans les îles de l'Ascension et de Sainte-Hélène, et dans celles de la Macaronésie au moins pendant une partie de l'année.

A l'Ouest, les tendances à l'anhyétisme s'étendent jusqu'à ce que la circulation océanique s'éloigne de l'équateur et que les courants froids soient remplacés par des courants chauds; à l'Est, le désert s'étend sur le continent jusqu'à ce que les dépressions de la zone tempérée et de la zone

tropicale apportent des pluies suffisantes pour déterminer son atténuation et sa disparition, l'anhyétisme océanique paraît particulièrement accusé sur le versant équatorial des anticyclones où l'alizé en pénétrant dans des régions où la radiation solaire est de plus en plus élevée, a toujours une tendance au déficit de saturation.

Mais entre le désert continental et les mers anhyétiques, quand la configuration des côtes le permet, les eaux froides déviées par la rotation de la Terre sont remplacées par des eaux de fond plus froides encore qui déterminent d'importantes anomalies thermiques négatives et qui s'opposent, semble-t-il, d'une façon absolue aux mouvements de convection nécessaires à la naissance et à la vie des cyclones. Les dépressions de la zone tempérée ne suivent pas le courant froid pour se rapprocher de l'équateur. Dans le Namib africain et sur le piémont occidental des Andes, les nuages à pluie semblent venir de l'Est, du côté des océans chauds, après avoir traversé le continent, mais ils sont généralement dissous par l'air sec du désert littoral.

Pendant la nuit, quand la radiation solaire ne compense pas les anomalies thermiques de la mer, des condensations se produisent au-dessus des eaux froides et donnent lieu à des brumes stratiformes qui portent, au Pérou, le nom de *garuas*. Pendant le jour, l'écart thermique entre l'Océan et le continent détermine de fortes brises de mer qui entraînent le « stratus littoral » au-dessus du désert où il se vaporise. En se réchauffant, l'air sursaturé des « garuas » devient un air desséchant susceptible d'accentuer l'anhyétisme du désert.

Quand l'extension des continents en longitude n'est pas considérable, les axes de l'anhyétisme se trouvent sur les courants froids alors que les axes de pluviosité se trouvent au-dessus des courants chauds mais à l'est des continents. En dehors des grands déserts continentaux, c'est à proximité des courants froids que sont les déserts les plus secs de la Terre. Le mieux caractérisé est sans doute celui qui se trouve à l'ouest des Andes et pour lequel nous proposons le nom de *Désert de Humboldt* en raison du courant qui paraît en être le facteur principal.

La limite équatoriale des déserts littoraux paraît déterminée par la configuration des côtes. Quand celles-ci s'infléchissent vers l'Est, les contre-courants équatoriaux prennent la place des courants froids et l'anhyétisme disparaît en même temps que le désert. Celui-ci se déplace d'ailleurs avec les saisons en suivant le mouvement apparent du Soleil : il est atténué du côté de la zone tempérée pendant l'hiver astronomique et vers l'équateur pendant l'été, quand des courants chauds se substituent aux courants froids.

Une modification anormale de la circulation atmosphérique et de la circulation océanique peut déterminer, à de longs intervalles, la disparition déterminée du désert, même pendant plusieurs semaines.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Influence de la constitution géologique du sol sur les points de chute de la foudre.* Note [1] de MM. **C. Dauzère** et **J. Bouget**, présentée par M. Brillouin.

Deux accidents récents ont appelé notre attention sur les ravages de la foudre, et ont confirmé les conclusions que nous avons formulées, il y a quelques années, à la suite d'une enquête dont les résultats ont été donnés ailleurs.

1° Le 17 avril 1928, un incendie consécutif à un coup de foudre, a détruit partiellement l'Usine hydro-électrique de Saint-Georges, appartenant à la Société Méridionale de transport de Force, et située sur la rive gauche de l'Aude, au point où cette rivière sort des fameuses gorges de Saint-Georges. Une enquête faite sur les lieux mêmes, quelques jours après l'incendie, nous a appris que des accidents nombreux, produits par la foudre, avaient été souvent observés à l'Usine et sur les lignes de transport d'énergie qui rayonnent autour d'elle. Il semblerait au premier abord que la situation des bâtiments, dans un bas-fond, au bord d'une rivière, au pied d'une falaise abrupte, aurait dû les préserver d'une telle catastrophe.

2° Le 11 juin 1927, l'un de nous, allant de Toulouse à Tarbes, en chemin de fer électrique, fut arrêté à Capvern par la rupture des feeders de la ligne de traction, survenue au cours d'un violent orage quelques instants auparavant. Il put se rendre compte du point précis où la foudre avait frappé. Ce point est situé en face du hameau de Péré, au milieu de la rampe de Capvern, dans un petit bassin dominé par des hauteurs plus élevées; il ne semblerait pas, d'après les idées courantes, qu'il soit prédisposé à un tel accident. Néanmoins le 6 mai 1926, on avait observé la même rupture des feeders par la foudre, exactement au même point; l'année précédente, des isolateurs y avaient été brisés; enfin, le 29 avril 1928, un coup de foudre a encore rompu les feeders, un kilomètre plus bas.

Pour l'explication de ces faits, nous rappellerons les conclusions de la Note précitée, en rappelant que l'enquête qui les a fournies a porté uniquement sur des régions montagneuses :

1° La foudre frappe de préférence certains lieux, qui ne sont pas nécessairement des points proéminents dans le relief du sol.

2° *La position des lieux souvent foudroyés est en relation avec la constitution géologique du sol.* Les calcaires compacts jouissent d'une sécurité très grande; les roches siliceuses (granits, ophites, schistes, etc.), les sols renfermant des minerais métalliques sont souvent frappés par la foudre.

---

(1) Séance du 21 mai 1928.

3° Les lieux les plus exposés à la foudre sont souvent situés sur les lignes de contact de deux terrains géologiques différents. Ces lignes de contact offrant à l'érosion une résistance minima, les cols et les dépressions ont été formés sur leur trajet; c'est pourquoi certains cols ou dépressions sont particulièrement dangereux.

4° On peut donner des phénomènes précédents deux explications, qui ne sont pas d'ailleurs nécessairement contradictoires :

a. Les lieux foudroyés sont ceux dont le sol présente une conductibilité électrique plus grande que celle des lieux environnants.

b. La foudre suit dans l'air le chemin le moins résistant, c'est-à-dire le plus ionisé; les lieux foudroyés sont ceux dans lesquels l'ionisation de l'air est la plus grande.

Si maintenant nous examinons les cartes géologiques au $\frac{1}{80000}$ de la région pyrénéenne, nous voyons ce qui suit :

1° Dans la feuille de Quillan, les gorges de Saint-Georges sont creusées dans les calcaires urgo-aptiens, contre lesquels viennent buter, à la sortie même des gorges, les schistes noirs de l'albien. L'Usine est bâtie exactement sur la ligne de contact des deux terrains.

2° Dans la feuille de Tarbes, le long de la rampe de Capvern, on aperçoit, au milieu des terrains miocènes (argiles à cailloux roulés), deux petits pointements des marnes du santonien, qui sont situés tout près du hameau de Péré; l'un d'eux est coupé par la ligne du chemin de fer au point même de la rupture des conducteurs.

Nous avons vérifié l'exactitude des indications de la carte. Nous avons fait en outre des expériences dans le but de comparer les valeurs de l'ionisation de l'air, au voisinage immédiat du point de chute de la foudre, et en des points situés autour de lui à une centaine de mètres de distance : nous avons trouvé, dans les deux cas, que l'ionisation était maxima au point de chute.

Les conclusions, précédemment formulées par nous au sujet de la foudre, s'appliquent donc très exactement aux deux faits nouveaux que nous venons de rapporter. La préservation contre la foudre, en particulier la protection des usines électriques et des lignes de transport d'énergie, peut être utilement améliorée, en tenant compte des considérations qui font l'objet de cette Note.

BOTANIQUE. — *De la formation de nouvelles races stables chez les champignons inférieurs sous l'influence des rayons X.* Note (¹) de MM. **G. Nadson** et **G. Philippov**, présentée par M. Molliard.

Il y a presque trois ans qu'a paru notre article sur l'influence des rayons X sur la sexualité et la formation des mutantes chez les champignons inférieurs

(¹) Séance du 30 mai 1928.

(Mucorinées)(1). Nous avons depuis continué nos observations sur les races de *Mucor genevensis* et *Zygorhynchus Mölleri* obtenues par nous sous l'action des rayons X; nous avons aussi étudié les races nouvelles des levures *Sporobolomyces* et *Nadsonia* obtenues par nous dans les mêmes conditions. Nous avons expérimenté avec des cultures pures de ces microorganismes sur gélose au moût de bière, cultures provenant chacune d'une seule cellule.

Conditions d'irradiation : Symétrie, appar.; ampoule à gaz: 75 kilovolts; 6,5-7,5 ampères; 2-2,5 milliampères sans filtre; anticathode à 16cm au-dessus des cultures. Durée de l'exposition de 1-2 à 40-50 minutes. Toute irradiation de plus de 20 minutes était fractionnaire.

L'action des rayons X sur *Zygorhynchus* provoquait le dédoublement de la culture en deux races avec formation de ce que l'on appelle ordinairement secteurs-mutants. La race *foncée* était identique à la race initiale; la race *orange*, par contre, s'en distinguait profondément et présentait donc de ce fait un intérêt particulier. En trois ans et demi nous avons obtenu par réensemencements plus de 95 générations qui, placées dans des conditions différentes, ont toutes conservé les caractères acquis sous l'influence des rayons X. La nouvelle race, dite orange, se distingue de la race initiale (normale) par les caractères suivants : 1° perte totale de la sexualité; apogamie absolue, absence de zygotes; 2° augmentation de la quantité de sporanges; sporangiophores plus longs et plus abondamment ramifiés et spores plus grandes que celles des cultures normales; 3° croissance plus énergique, production plus intense du mycélium; la culture forme un feutrage épais au lieu d'être lâche et duvetée; 4° le champignon forme dans toutes ses parties des gouttelettes d'huile orange en énorme quantité, tandis qu'elles sont peu abondantes et tout à fait incolores dans la race normale.

Pour nos expériences sur les levures, nous nous sommes servis d'une race de levure rose isolée par nous à Léningrade de la vase d'une rivière, race que nous appellerons A. La souche, issue d'une seule cellule de cette race, sous l'influence des rayons X, a donné, d'après le type des secteurs-mutants, une race B se distinguant nettement de la race initiale microscopiquement et macroscopiquement. Celle-ci a, à son tour, donné naissance, sous l'action des rayons X, à une race C. Race initiale A : les colonies sont rose foncé, lisses, à reflets graisseux; les cellules se multiplient exclusivement par bourgeonnement; elles contiennent de nombreuses gouttes d'huile et sont entourées d'une épaisse capsule incolore et mucilagineuse. Race B : les colonies rose foncé sont plus sèches, mates, à surface plissée ou

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 43, 1925, p. 473.

cérébriforme; les cellules contiennent peu d'huile et n'ont pas de capsule. Elles se multiplient non seulement par bourgeonnement, mais aussi par formation de conidies aériennes sur stérigmes. Cette race coïncide avec la levure décrite par Kluyver et Van Niel (1924) sous le nom de *Sporobolomyces roseus*. La race C est, au point de vue morphologique, semblable à B, mais en diffère par sa couleur orange. Les caractères distinctifs de ces trois races se sont conservés pendant deux ans et demi au cours de 80 générations successives. Il est à noter que, tandis que sous l'action des rayons X, la transformation des races s'effectue facilement dans le sens A → B → C, elle ne se produit pas dans le sens inverse. La levure *Nadsonia fulvescens* (¹), à copulation hétérogamique, a fait preuve d'une aptitude encore plus considérable à former différentes races sous l'influence des rayons X. L'action de ceux-ci s'exerce surtout sur la fonction sexuelle qui est annihilée, de sorte que la levure forme une race apogame et asporogène. Cette transformation est brusque en certains cas, mais il arrive aussi que le nombre de cellules sporulantes diminue progressivement d'une génération à l'autre. Quelques races de *Nadsonia* présentent des anomalies constantes de la fonction sexuelle (²); chez d'autres, on peut aussi constater des modifications de cellules végétatives. Une même souche de *Nadsonia fulvescens* a ainsi donné, sous l'influence des rayons X, différentes races possédant chacune un complexe déterminé de caractères morphologiques et physiologiques qui se transmettent de génération en génération depuis 2-3 ans.

Conclusions. — De nouvelles races de *Mucorinées* et de Levures ont été obtenues par l'action des rayons X. Elles correspondent, d'après le mode de leur formation et le caractère de leurs propriétés se transmettant d'une génération à l'autre au cours de nombreuses générations, à ce qu'il est convenu d'appeler en microbiologie des mutantes. Étant donné que ce terme est pris maintenant dans un sens plus étroit et plus précis et que la modification du génotype n'est pas démontrée dans nos expériences, il est préférable de considérer ces races comme des *modifications durables*. Quoi qu'il en soit le fait de leur formation sous l'influence des rayons X présente un intérêt incontestable tant pour la radiobiologie que pour la génétique.

(¹) G. Nadson et A. Konokotine, *Annales des Sc. nat. Botan.*, 10ᵉ série, 8, 1926, p. 165.

(²) G. Nadson et G. Philippov, *C. R. Soc. Biol.*, 95, 1926, p. 433.

CRYPTOGAMIE. — *Observations préliminaires sur le genre* Inocybe. Note de M. **Roger Heim**, présentée par M. L. Mangin.

Les mycologues ont toujours considéré le genre *Inocybe*, défini par Fries en 1821 (¹), comme l'un des genres d'Agaricacés dont l'étude présente le plus de difficultés. Aussi, lorsque, dans un certain nombre de représentants de ce genre, Karsten (²) signala, dans l'hyménium, la présence de cystides généralement couronnées de fins cristaux d'oxalate de calcium, et qu'il différencia de nombreuses espèces grâce à la présence ou l'absence de ces cellules particulières, il permit aux systématiciens d'utiliser un caractère qui avait échappé aux anciens auteurs et qui se révélait précieux. Non seulement Peck, Patouillard, Saccardo, Bresadola, Bataille, Ricken, Rea, Lange, Konrad, etc., l'employèrent dans leurs diagnoses, mais, combiné au caractère tiré de la forme et de l'ornementation des spores (*leiosporæ* et *goniosporæ*), il amena Massee (³) à entreprendre une refonte totale de la classification du genre. Dans sa monographie classique, cet auteur établit 4 subdivisions basées sur l'emploi de ce double caractère : présence ou absence de cystides, spores lisses ou rugueuses.

Les études que nous avons faites sur les Inocybes nous ont amené à penser que, d'une façon générale, les cystides n'ont pas l'importance que les auteurs modernes leur assignent : si, dans certains groupes, leur constance spécifique est indéniable, dans d'autres, notamment parmi les *goniosporæ*, elle est discutable, et le système de classification de Massee est non seulement artificiel puisqu'il ne traduit pas les affinités physionomiques, mais encore défectueux. Un premier exemple illustrera cette opinion.

Nous avons recueilli à diverses reprises, en avril et en mai, dans les dunes littorales du Cotentin et les sables du camp d'Auvours, toujours au voisinage de pins maritimes, de nombreux représentants d'un *Inocybe* que nous identifions spécifiquement à I. *dulcamara* des anciens auteurs, mais que la grande taille, le stipe épais et trapu, toujours creux chez l'adulte, nous conduisent à considérer comme une forme stationnelle particulière.

Les échantillons du camp d'Auvours présentent sur la tranche et la sur-

(¹) E. Fries, *Systema mycologicum*, 1821, p. 254.

(²) Karsten, *Finlands Natur och Folk*, 32, 1879, p. 453.

(³) Massee, *Annals of Botany*, 18, lxxi, 1904, p. 459-504.

face des lames de nombreuses cystides couronnées, à membrane mince et par suite peu réfringente. La majorité de ceux récoltés aux environs de Cherbourg possèdent également des cystides, mais celles-ci sont bien caractérisées par leur membrane très épaisse (jusqu'à 15$^{\mu}$) quel que soit le stade de leur évolution. Par contre, certains individus provenant de cette dernière localité, recueillis en même temps que les précédents, soit avec eux, soit au voisinage, ou au contraire récoltés en groupes à l'exclusion des exemplaires à cystides, étaient dépourvus de ces organes : nous n'avons pu y observer que des poils cystidiformes, de nature bien différente, à membrane relativement très mince, non couronnés, localisés à la tranche des lames.

Remarquons que la plupart des auteurs signalent des cystides chez *I. dulcamara*, mais que Ricken les localise « nur an Lamellenschneide », que Patouillard et Bataille considèrent cette espèce comme en étant privée. Ces divergences prennent, du fait de nos observations, une certaine signification.

L'étude comparée des spores des divers échantillons mérite aussi d'être traduite. Les spores des exemplaires cystidiés d'Auvours mesurent 12-15 × 5-6$^{\mu}$,5. Chez ceux du littoral, elles atteignent 15 × 5$^{\mu}$,5 pour les individus à cystides, 9-10 × 4,5-5$^{\mu}$ pour les autres. Du moins est-ce là le résultat de nos premières mensurations, qu'on peut rapprocher de celles de Patouillard (8-10 × 5$^{\mu}$, éch. sans cystides) et de Massee (11-13 × 5-6$^{\mu}$, éch. à cystides). Les nouveaux examens d'individus cystidiés (9-10 × 4,5-5$^{\mu}$, mai 1926) et de ceux, dépourvus de cystides, aimablement communiqués par M. Corbière (8-11 × 4,5-6$^{\mu}$, avril 1928), montrent que les dimensions des spores mûres chez *I. dulcamara* sont simplement aberrantes. D'ailleurs, M. Corbière a pu observer sur des échantillons cystidiés d'été-automne des spores plus petites que sur les autres. Nous n'avons jamais observé que des basides tétraspores, ce qui fait supposer que les spores de grande taille ne peuvent provenir de basides géantes.

D'autre part, si les spores sont toujours lisses, leur forme n'en est pas moins variable, non seulement de carpophore à carpophore mais chez un même champignon : souvent pruniformes, elles sont fréquemment marquées d'un rétrécissement médian, parfois aplanies et élargies à une extrémité, plus aiguës mais arrondies à l'autre, avec un hile plus ou moins marqué.

Signalons que les échantillons cystidiés apparaissent jusqu'en automne d'après M. Corbière, alors que les autres semblent ne venir qu'au printemps et au début de l'été. Cette remarque mérite d'être rapprochée des observations de certains auteurs (Alb. et Schw., Ricken) qui admettent deux formes saisonnières d'*I. dulcamara*, l'une estivale, l'autre automnale.

Nous croyons cependant que tous les champignons rencontrés par nous sont rattachables à la première.

Nous insisterons sur le fait qu'il est impossible de nier l'identité spécifique de tous les échantillons recueillis dont les caractères macroscopiques, la structure générale ainsi que les caractères chimiques des spores sont les mêmes, la cohabitation certaine. On ne peut donc apporter *a priori* dans le genre *Inocybe* une valeur spécifique rigide aux caractères tirés de la présence des cystides et même de la forme ou des dimensions des spores : l'identité morphologique n'est pas obligatoirement liée à une identité anatomique.

Ces observations donnent déjà à penser que, chez les *Inocybes*, les limites assignées à l'espèce devront être élargies.

HISTOLOGIE. — *La pseudobranchie de* Girardinus Guppyi. Note [1] de M. **Georges Nichita**, présentée par M. Ch. Gravier.

La pseudobranchie des poissons, désignée par Broussonet (1782), est considérée comme un organe inconstant. Le fait que nous avons constaté sa présence chez *Girardinus Guppyi*, Cyprinodontidé vivipare, alors que Mazza l'avait déjà reconnue chez *Lebias* et chez *Gambusia*, confirme que l'absence de cet organe n'est pas une caractéristique des Cyprinodontidés, comme on le croyait.

La pseudobranchie de *Girardinus Guppyi* appartient au quatrième type établi par Granel et à la pseudobranchie couverte de J. Müller. C'est un organe glandulaire complexe de très petite taille, situé en avant des branchies, de chaque côté de la ligne médiane et dans la partie craniale de la cavité sous-operculaire. Éloigné de la cavité branchiale, il n'a aucune liaison avec l'épithélium de surface.

Cet organe comporte deux grands lobes principaux réniformes et trois ou quatre lobes accessoires qui convergent vers un petit hile de tissu conjonctif, lequel donne passage aux deux artères pseudobranchiales (afférente et efférente) et au système nerveux de l'organe. Tous ces lobes représentent les mêmes éléments que ceux de la pseudobranchie du quatrième type de Granel, c'est-à-dire des plumules pseudobranchiales principales et accessoires pourvues de chaque côté de lamelles membraneuses.

Les plumules de *Girardinus* diffèrent de toutes les autres par l'absence, presque complète, de la baguette de soutien de nature cartilagineuse qui

(1) Séance du 30 mai 1928.

peut même subir un début d'ossification périostique. La place de la tige cartilagineuse des branchies et des pseudobranchies est occupée, dans le cas de *Girardinus Guppyi*, par les vaisseaux afférent et efférent distincts et englobés dans une même couche conjonctive, constituant ainsi le squelette central de l'organe. On trouve, à la base de chaque plumule principale, un simple vestige cartilagineux réduit à 2 jusqu'à 5 cellules cartilagineuses de très petit diamètre; leur présence est inconstante dans les plumules accessoires.

Un vaisseau afférent aboutit à la base des deux plumules principales formant une énorme nappe sanguine au sein de laquelle prennent naissance les deux vaisseaux qui s'épanouissent dans chaque plumule en forme de triangle isoscèle et qui donnent naissance à un admirable réseau capillaire. Ce réseau prend part à la formation des lamelles pseudobranchiales.

La différence caractéristique entre la structure de la pseudobranchie de *Girardinus Guppyi* et celle des autres pseudobranchies réside dans la parfaite régularité de disposition des lamelles pseudobranchiales des deux plumules principales. Ces lamelles sont implantées perpendiculairement sur l'axe vasculaire.

Le réseau vasculaire lamellaire est couvert de deux côtés par un épithélium unistratifié constitué par les cellules pseudobranchiales. L'endothélium capillaire a la structure des capillaires branchiaux décrits par Biétrix pour les branchies vraies et par Granel et Vialli pour les pseudobranchies. Les cellules pseudobranchiales acidophiles ont la structure et les réactions microchimiques décrites par Granel.

Le tissu conjonctif forme une enveloppe capsulaire pour chaque plumule : elle est bien distincte de la nappe conjonctivo-adipeuse voisine dans laquelle la pseudobranchie est logée. La paroi interne de cette capsule envoie un fin réticulum conjonctif entre les lamelles pseudobranchiales constituant ainsi la lamelle cellulaire externe qui individualise chaque lamelle pseudobranchiale.

La structure des plumules accessoires est moins régulière et les lamelles y sont implantées obliquement.

L'admirable réseau capillaire couvert, de chaque côté, par une seule couche épithéliale acidophile, offre un exemple frappant d'organisation et d'adaptation à une fonction active bien définie.

De même que J. Müller a déclaré que la structure de la pseudobranchie est parmi les faits les plus merveilleux de l'Anatomie comparée, la structure des deux lobes glandulaires constitués par les deux plumules principales de la pseudobranchie de *Girardinus Guppyi* et l'ensemble de tout l'organe nous

permet de dire que nous sommes en présence d'une des plus belles pseudobranchies étudiées jusqu'à présent.

On a attribué à la pseudobranchie, branchée sur le trajet du sang artériel, un rôle hématopoiétique, mécanique et une fonction glandulaire due à la présence des cellules acidophiles. Le rôle mécanique porterait, dans notre cas, exclusivement sur la régulation de l'irrigation de l'œil étant donné que l'artère pseudobranchiale afférente devient la grande artère ophtalmique.

Les rapports intimes des cellules pseudobranchiales avec la lamelle vasculaire et la présence de grains de secrétion à réaction acidophile nous permettent d'attribuer à la pseudobranchie une fonction endocrine et un cycle sécrétoire.

La structure de la pseudobranchie de *Girardinus Guppyi* témoigne d'un stade évolutif très avancé de cet organe des poissons vers une parfaite glande à sécrétion interne.

Comme les rapports, si remarquables, entre la glande choroïdienne de l'œil et la pseudobranchie, ont conduit les auteurs à se demander si la glande choroïdienne n'était pas, elle aussi, une pseudobranchie et si l'œil ne s'était pas développé sur le trajet d'une poche branchiale avortée, on peut supposer que la sécrétion interne de la pseudobranchie serait appelée à collaborer à la fonction de la glande choroïdienne pour fournir les matériaux nutritifs aux milieux réfringents de l'œil.

PHYSIOLOGIE. — *La pression minima d'oxygène compatible avec la vie.* Note de MM. **Béhague**, **Garsaux** et **Ch. Richet** fils, présentée par M. Charles Richet.

Depuis Paul Bert, on admet que, dans un mélange respiratoire non toxique dont la pression diminue progressivement, la vie respiratoire est conditionnée uniquement par la pression absolue de l'oxygène, indépendamment de la pression des autres gaz.

Nous avons été amenés à faire vivre des lapins dans des mélanges respiratoires artificiels dont la proportion d'oxygène était inférieure, égale ou supérieure à celle de l'air. C'est dans ces conditions que nous les avons soumis à des dépressions barométriques poussées jusqu'à l'apparition de l'anisopnée, trouble précédant immédiatement la mort [1].

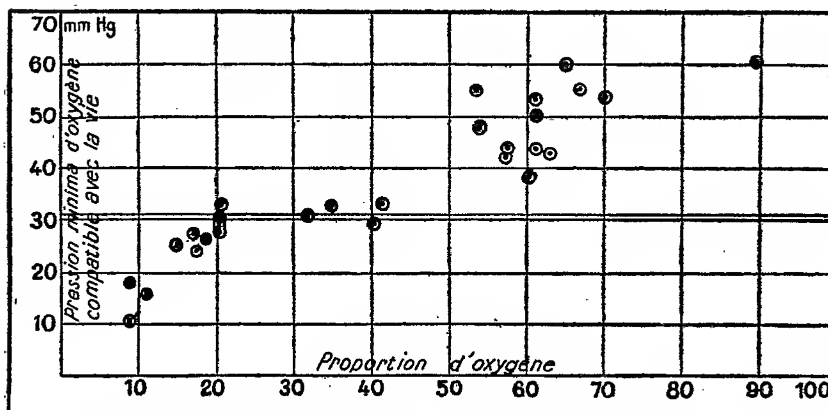
---

[1] Béhague, Garsaux et Ch. Richet fils, *Rythme et fréquence respiratoire des animaux soumis à des dépressions barométriques* (*Comptes rendus*, 184, 1927, p. 542).

Si la loi de Paul Bert était exacte, pour une dépression quelconque du mélange, ces troubles apparaîtraient toujours à la même pression absolue d'oxygène, quelle que fût sa proportion dans le mélange. Donnons à cette pression limite le nom d'*oxypression critique physiologique*. Elle devrait être constante. Or nos expériences nous ont permis de constater que, pour un animal placé dans un mélange gazeux soumis à des pressions variables, l'oxypression mortelle s'abaisse à mesure que le mélange est moins oxygéné, et qu'elle s'élève à mesure que la proportion centésimale d'oxygène est plus élevée [1].

Le graphique ci-après rend compte des résultats.

Nombre d'expériences.	O^2 pour 100 dans l'atmosphère.	Oxypression critique physiologique moyenne.
		mm Hg
4	de 8 à 15	17
8	de 18 à 21	29
4	de 32 à 42	32
5	de 52 à 61	46,6
9	de 61 à 89	52



En abscisses, la proportion d'oxygène dans l'air inspirée. En ordonnées, la pression minima d'oxygène, mesurée en millimètres de Hg, au-dessous de laquelle l'animal meurt. Chaque cercle représente une expérience. Au-dessus de la ligne horizontale 30, se trouve une horizontale indiquant ce que d'après la théorie ancienne, devrait être la pression minima d'oxygène compatible avec la vie. Le graphique montre les variations de l'oxypression critique physiologique suivant les variations de la proportion d'oxygène.

---

(1) Nous n'indiquerons ici que nos recherches effectuées avec les mélanges d'azote et d'oxygène, et contenant plus ou moins d'anhydride carbonique. Il n'y a pas lieu de tenir compte de ce dernier élément, comme nous le montrerons ultérieurement. De même nous reviendrons plus tard sur les mélanges faits avec de l'hydrogène.

Ainsi :

1° Si la proportion d'oxygène oscille autour de 20 pour 100, l'oxypression mortelle oscille autour de 29^mm de mercure;

2° Quand la proportion d'oxygène augmente, l'oxypression critique physiologique augmente;

3° Quand la proportion d'oxygène diminue, l'oxypression critique physiologique diminue.

Deux conséquences peuvent être déduites de ces recherches :

Une conclusion théorique : la pression absolue d'oxygène n'est pas le seul élément qui règle la vie respiratoire des animaux;

Une conséquence pratique au point de vue de l'aviation : à une altitude plus basse que la théorie admise jusqu'à présent n'aurait semblé l'indiquer, et quel que soit le pourcentage d'oxygène de l'air inhalé, la vie est impossible.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Variations de la teneur en acides aminés de quelques Lépidoptères pendant la nymphose.* Note [1] de Mlle **Andrée Courtois**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Nous avons établi [2] la présence de quantités importantes d'acides aminés dans le contenu des chrysalides de Lépidoptères.

Il semble probable *a priori* que ces composés doivent être utilisés dans les phases ultérieures du développement, pour l'édification des divers tissus de l'insecte parfait. Nous apportons aujourd'hui les résultats des recherches que nous avons entreprises pour vérifier cette hypothèse.

Les chrysalides de Lépidoptères de grande taille (*Saturnia carpini*, *Attacus cynthia*, *Attacus Pernyi*, *Sphinx pinastri*) étaient broyées et épuisées aussi complètement que possible par l'eau chaude.

Après défécation par l'acide trichloracétique, les acides aminés étaient dosés par la méthode au formol de Sörensen [3].

Les principaux résultats de nos analyses sont réunis dans le tableau suivant :

---

(1) Séance du 30 mai 1928.

(2) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 652.

(3) Des recherches spéciales avec le réactif de Nessler ne nous ont montré que des traces d'ammoniaque.

Espèces.	Dates.	Teneur en grammes d'azote aminé par kg.
Saturnia carpini	7 janvier	2,50
	11 janvier	2,45
	16 janvier	2,50
	28 février	2,31
	1 mars	1,26
	7 mars	1,22
Attacus cynthia	20 février	2,50
	25 février	2,45
	7 avril	1,80
Attacus Pernyi	7 mars	2,32
	10 mars	2,22
	19 mars	1,75
Sphinx pinastri	15 février	2,50
	25 février	2,41
	10 avril	1,78

Il résulte à l'évidence de l'examen de ces chiffres que la teneur totale en acides aminés des chrysalides reste *élevée et constante* jusqu'au moment où commence l'édification des tissus de l'insecte parfait.

Nous avons constaté en effet qu'au moment où une baisse sensible de la teneur en amino-acides est notable (1er mars pour *Saturnia carpini*, 7 avril pour *Attacus cynthia*, 19 mars pour *Attacus Pernyi*, 10 avril pour *Sphinx pinastri*), les organes du papillon apparaissent à l'ouverture de la chrysalide.

Il faut remarquer d'ailleurs qu'à ce moment les chrysalides diminuent de poids rapidement. La teneur de ces acides aminés, rapportée au kilogramme, devrait augmenter si la quantité absolue de ces composés restait la même dans chaque chrysalide : c'est donc *a fortiori* que la conclusion précédente peut être tirée.

Nous poursuivons nos recherches dans les diverses phases de la vie de l'insecte parfait, puis de la chenille afin d'établir le cycle complet de ces constituants des matières protéiques.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la nature chimique de l'acide digitalique*. Note [1] de MM. **P. Bourcet** et **A. Fourton**, présentée par M. A. Desgrez.

Décrit en 1845 par Pyrame-Louis Morin [2], l'acide digitalique fut, tour à tour, retrouvé puis nié par divers auteurs : Walz [3], Homolle et Quévenne [4], Kolipinski [5], Smith [6], Sharp [7] et Stephenson [8], de sorte que, au moment où nous avons entrepris l'étude de la composition chimique de la digitale, les travaux se rapportant à l'acide digitalique et les propriétés si diverses qu'on lui attribuait, en rendaient l'existence hypothétique. Il a donc fallu s'astreindre à reproduire scrupuleusement les procédés de préparation qu'en avaient donnés les divers auteurs, de façon à pouvoir comparer les produits obtenus par plusieurs méthodes et juger de leur identité ou de leur différence.

Nous avons commencé cette étude par le produit obtenu selon le procédé de Morin. Sa préparation consiste à évaporer en consistance d'extrait une infusion de digitale. Cet extrait est traité par l'alcool à 92°, jusqu'à cessation de précipité. Après repos, l'alcool décanté est distillé et le résidu, repris par l'éther, cède à ce dissolvant une substance acide qui forme avec la baryte caustique un composé insoluble. Purifié par l'alcool et décomposé par l'acide sulfurique sans excès, ce composé barytique libère l'acide digitalique que l'on fait enfin cristalliser dans l'alcool.

Ainsi que Walz l'avait signalé, il nous est arrivé, tout en suivant rigoureusement ce procédé, de ne pouvoir obtenir cet acide digitalique; il suffit que l'extrait alcoolique dont il vient d'être question ne soit pas concentré au point voulu, pour que l'acide, plus soluble dans l'eau restante que dans l'éther, ne soit pas enlevé par ce dernier. Aussi avons-nous desséché cet extrait au bain-marie aussi loin que possible. Dans ces conditions, on obtient régulièrement l'acide digitalique.

---

[1] Séance du 14 mai 1928.
[2] P.-L. Morin, *Journ. de Pharm. et Chim.*, 3e série, 7, 1845, p. 294.
[3] Walz, *Jahrb. f. prakt. Pharm.*, 21, 1850, p. 29-46.
[4] E. Homolle et T.-A. Quévenne, *Mémoire sur la digitale*, 1854, p. 70.
[5] L. Kolipinski, *Interstate medical Journ.*, 20, 1913, p. 1117.
[6] Smith, *Northwest Druggist*, 15, 1914, p. 23.
[7] G. Sharp, *Pharmaceut. Journ.*, 4e série, 38, 1914, p. 360.
[8] Th. Stephenson, *Pharmaceut. Journ.*, 4e série, 38, 1914, p. 165.

Cet acide, suivant son degré de pureté, se présente au microscope sous deux formes cristallines : soit en pyramides doubles, soit en aiguilles groupées en paquets; pur, il cristallise en aiguilles fondant à 185°. Ce dernier, assez facilement soluble dans l'eau, donne avec le chlorure de calcium en concentration suffisante, une solution qui précipite par l'alcool. Avec l'azotate d'argent il donne un précipité soluble dans l'ammoniaque; avec l'acétate de plomb, des cristaux insolubles. Chauffé en présence de poudre de zinc, il donne des vapeurs présentant la réaction du pyrrol.

Il est aisé de remarquer que *toutes ces réactions sont celles de l'acide succinique*. Comme contrôle, nous avons répété l'expérience d'extraction sur la digitale stabilisée qui, comme on le sait, conserve les propriétés de la plante fraîche et le même corps a été retrouvé. Il semble même y exister en plus grande quantité que dans la plante sèche; il est probable qu'il se transforme, au cours de la dessiccation, en donnant d'autres substances, vraisemblablement dotées, elles aussi, de noms très divers.

Ce résultat obtenu, nous avons cherché à reproduire l'acide digitalique de Kolipinski qui est, d'après cet auteur, une substance amorphe verdâtre. En réalité, elle ne correspond en rien à l'acide de Morin, elle ne mérite pas d'être considérée comme une substance définie, possédant une désignation spéciale. Mais comme Kolipinski a prétendu en avoir préparé les sels et que, d'autre part, il a attribué à ce corps l'activité de la digitale et l'origine de ses composés actifs, Sharp et Smith ayant démontré l'inactivité de ce corps et par conséquent démenti les conclusions de cet auteur, il était intéressant de préciser sa nature chimique. Dès à présent, nous pouvons dire que le produit obtenu par Kolipinski contient de l'acide succinique et que ce qu'il a décrit, comme digitalate de soude, contient du succinate de soude.

L'expression d'acide digitalique employée par Morin, citée probablement sans contrôle par Homolle et Quévenne, appliquée par Kolipinski à un mélange impur sans valeur physiologique, doit disparaître de la liste des produits extraits de la digitale. En réalité, les divers corps désignés sous ce nom ne sont autre chose que de l'*acide succinique* plus ou moins souillé d'impuretés.

EMBRYOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Action de divers gaz sur l'œuf de poule. Assimilation de l'oxyde de carbone à un gaz inerte.* Note de Mlle **Suzanne Ancel**, présentée par M. Caullery.

Depuis les travaux de Gréhant (¹), Haldane (²), Nicloux (³), l'oxyde de carbone est considéré comme un poison agissant spécialement sur le sang. « L'oxyde de carbone n'est toxique, dit Nicloux, que parce qu'il agit de telle sorte que l'animal n'est plus assuré du minimum d'oxygène nécessaire à la vie... il n'est un poison qu'indirectement. »

Cependant divers auteurs ont soutenu une opinion différente. C'est ainsi que Linossier (⁴), expérimentant sur l'escargot, considérait l'oxyde de carbone comme plus dangereux qu'un gaz inerte et que d'autres auteurs, dans des expériences que Balthazard (⁵) a d'ailleurs discutées, admettaient une action toxique de l'oxyde de carbone sur le tissu rénal, sur le muscle, ou sur le système nerveux. En outre il n'est pas démontré que l'oxyde de carbone ne soit pas un toxique de la cellule, car l'intoxication oxycarbonée chronique n'est pas encore expliquée et les auteurs ne sont pas d'accord pour rapporter à l'anoxémie les troubles si divers constatés dans l'intoxication aiguë.

J'ai recherché si l'on pouvait mettre en évidence une toxicité cellulaire de l'oxyde de carbone en comparant l'action de ce gaz à celle de gaz inertes et de gaz toxiques sur le germe de l'œuf de poule, constitué de cellules indifférenciées.

La méthode suivie consistait à placer des œufs, aussitôt après la ponte, dans des tubes ou des bocaux hermétiquement clos et à les maintenir pendant un temps donné dans une atmosphère ne renfermant que le gaz à étudier. Après séjour dans le milieu gazeux, les œufs sont exposés à l'air libre pendant 24 heures pour les débarrasser de la plus grande partie du

---

(¹) N. Gréhant, *C. R. Soc. Biol.*, 39, 1887, p. 198.

(²) J. Haldane, *Journ. of Physiol.*, 18, 1895, p. 201-217.

(³) M. Nicloux, *L'oxyde de carbone et l'intoxication oxycarbonique* (*Étude chimico-biologique*), 1 vol. 254 pages, 35 figures in-8°, Paris, Masson, 1924. Voir Chapitre V, p. 118 et suiv.

(⁴) G. Linossier, *C. R. et Mémoires Soc. Biol.*, 9e série, 1, 1889, p. 1-8.

(⁵) V. Balthazard, *Intoxication par l'oxyde de carbone*, in *Nouveau Traité de Médecine*, par G.-H. Roger, F. Widal, P.-J. Teissier, fasc. VI (*Intoxications*), Paris, Masson, 1925; voir p. 183.

gaz ayant agi, puis soumis à l'incubation pendant 48 heures. Ce temps écoulé, on observe le développement du germe.

Les œufs qui ont été maintenus pendant 8 jours dans des gaz inertes comme l'azote, l'hydrogène, puis mis à la couveuse pendant 48 heures, ont évolué normalement ([1]). Par contre, des œufs placés dans des atmosphères de gaz toxiques se sont développés anormalement. Suivant la durée du séjour dans les gaz étudiés, l'évolution du germe s'est trouvée, ou retardée, ou annihilée totalement, ou encore elle s'est effectuée de telle sorte que seul, le blastoderme évoluait quelque peu, alors que l'embryon ne se formait pas, ou n'était représenté que par des masses cellulaires informes. J'ai obtenu ce développement du blastoderme *sans celui de l'embryon* après un séjour de 3 minutes dans l'hydrogène sulfuré, 3 minutes dans le gaz ammoniac, 2 heures dans le gaz sulfureux, 2 heures dans l'acide chlorhydrique, 5 heures dans le chlore, 2 jours dans l'acétylène commercial, 3 jours dans le gaz carbonique, 6 jours dans le gaz d'éclairage. Ainsi des œufs maintenus pendant 8 jours dans un gaz inerte comme l'azote ou l'hydrogène se développent normalement lorsqu'on les met en incubation, tandis que l'évolution du germe devient impossible quand l'œuf a préalablement séjourné dans un gaz toxique.

Ces données acquises, il devenait possible, grâce à la technique que je viens de préciser, de savoir si l'oxyde de carbone se comportait comme un gaz toxique ou comme un gaz inerte. A cet effet, j'ai placé des œufs pendant 8 jours dans une atmosphère d'oxyde de carbone pur et, après ce temps, les ai mis en incubation; ils se sont toujours développés normalement.

La conclusion s'impose donc : l'oxyde de carbone se comporte vis-à-vis de la cellule, non comme un gaz toxique, mais comme un gaz inerte. Ces faits, rapprochés de ceux déjà apportés par Nicloux ([2]), corroborent l'opinion qu'il soutient, que l'oxyde de carbone n'est toxique pour des organismes hautement différenciés, que parce qu'il les prive de l'oxygène absolument nécessaire à leur fonctionnement.

([1]) L'oxygène a été expérimenté; son effet a été analogue à celui des gaz inertes.

([2]) M. Nicloux, *loc. cit.*

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Méthode de détermination de l'élimination respiratoire de l'acétone chez l'Homme.* Note (¹) de M. R. Coquoin, présentée par M. A. Desgrez.

Nous avons étudié la valeur et le rythme de l'élimination respiratoire de l'acétone chez l'Homme sain, la méthode que nous proposons étant susceptible d'applications en clinique.

Conditions physiologiques de l'expérience. — Le sujet, à jeun depuis 12 heures et au repos complet, reçoit en une fois, par voie digestive, 5^{cm^3} d'acétone pure diluée dans 120^g d'eau sucrée à 10 pour 100; on évite toute cause d'erreur en prenant le soin de faire procéder au lavage de la cavité buccale après l'ingestion du liquide.

Ainsi que nous avons pu nous en assurer, les solutions de bisulfite de sodium retiennent quantitativement l'acétone dans les conditions de notre expérience; nous avons adopté la formule suivante :

Solution de bisulfite de sodium	20^g.
Sulfite de sodium cristallisé	5^g.
Eau distillée q. s. p	100^{cm^3}.

formule dans laquelle l'addition de sulfite neutre a pour but d'empêcher tout déplacement d'anhydride sulfureux pendant l'opération.

On recueille les produits de l'expiration dans un barboteur de Cloez adapté directement sur un masque de Tissot et garni de 20^{cm^3} de la solution bisulfitique. Nous avons fixé la durée de chaque prélèvement à 5 minutes et nous avons renouvelé l'expérience toutes les 15, 30 ou 60 minutes, selon qu'il y avait lieu d'en préciser le rythme.

Dosage de l'acétone. — Dans les conditions habituelles de distillation, il est impossible de séparer quantitativement l'acétone de ses solutions aqueuses et l'on fait usage, d'ordinaire, d'un coefficient qui n'est valable qu'en respectant étroitement le mode opératoire pour lequel il a été fixé. Tout au contraire, la distillation dans un courant de vapeur d'eau effectuée dans un appareil de Pregl, nous a permis, au cours d'essais préliminaires, de retrouver la totalité de l'acétone mis en œuvre dans un faible volume de distillat et dans un temps ne dépassant pas 5 minutes.

(¹) Séance du 30 mai 1928.

La solution bisulfitique est introduite dans le ballon de l'appareil de Pregl, puis neutralisée par un volume calculé de soude au 1/10e dont on ajoute un léger excès; opérant ainsi en vase clos, on évite toute perte au cours de cette opération. On distille en ayant soin de faire plonger l'extrémité du réfrigérant dans une petite quantité d'eau distillée destinée à arrêter les traces d'acétone qui, au début, pourraient échapper à la condensation. On recueille ainsi un volume total de 20^{cm^3} de liquide contenant toute l'acétone qu'on dose par iodométrie de la façon suivante : 10^{cm^3} de distillat sont additionnés de 20^{cm^3} de solution N/100e d'iode, préparée extemporanément à l'aide de la solution N/10e, puis de 1^{cm^3} de soude pure au 1/10e; après un contact de 20 minutes, on ajoute $1^{cm^3},5$ environ d'acide sulfurique dilué au 1/20e et l'on titre l'excès d'iode à l'aide d'hyposulfite N/100e, en présence d'empois d'amidon préparé au moment du besoin et filtré. Il est indispensable d'effectuer ce dosage en présence de soude rigoureusement pure et de s'assurer qu'il en est ainsi, par un essai pratiqué dans les mêmes conditions, sous peine de s'exposer à des erreurs souvent considérables.

Élimination respiratoire de l'acétone. — Le taux de l'élimination de l'acétone par voie pulmonaire s'établit rapidement, dans les 15 premières minutes qui suivent l'ingestion, aux environs de 2^{mg} par 5 minutes, puis, il s'élève encore et passe par un maximum dans les 15 minutes suivantes. Il atteint alors une valeur généralement comprise entre $2^{mg},5$ et 3^{mg}, chez la plupart des sujets soumis à l'expérience, et, enfin, il diminue lentement, au taux moyen d'un quart de milligramme par heure. Nous avons rassemblé quelques-unes de nos expériences dans un tableau.

Acétone expirée en 5 minutes (en milligrammes).

Temps.	15m.	30m.	1h.	1h30m.	2h.	2h30m.	3h.	3h30m.	4h.	4h30m.	5h.	5h30m.	6h.	7h.
Sujet A..	2,7	2,8	2,6	2,3	2,2	1,8	-	1,6	-	1,5	-	1,4	-	-
» B..	2,1	2,7	2,8	2,8	2,7	2,5	2,4	2,5	-	-	-	-	-	-
» C..	-	-	2,5	2,2	2,5	2,0	1,8	2,0	1,6	-	-	-	-	1,8
» D..	-	-	-	-	-	2,6	2,0	-	1,6	-	1,3	-	-	1,0

En résumé notre travail montre : 1° qu'on peut fixer facilement l'acétone contenue dans un mélange gazeux, à l'aide du bisulfite de sodium : 2° que l'acétone peut être séparée quantitativement de ses solutions aqueuses par distillation dans un courant de vapeur d'eau; 3° que son dosage dans les produits de l'expiration de l'homme sain conduit à cette notion que l'acétone ingérée s'élimine par la voie pulmonaire avec une constante régularité.

BACTÉRIOLOGIE. — *Action bactéricide des colorants.* Note (¹) de MM. **A. Philibert** et **J. Risler**, présentée par M. Bazy.

Dans nos précédentes expériences, nous avons montré l'action destructive des rayonnements lumineux de grande longueur d'onde, quand ils sont dirigés sur des micro-organismes sensibilisés par des solutions de colorants, fluorescents ou autres.

Ainsi qu'on pourra le remarquer en consultant la Note relative à l'action de la lumière du néon sur les bactéries, nous avons eu soin de choisir comme solution fluorescente celle dont le spectre d'absorption correspond avec le rayonnement émis par la source lumineuse employée. C'est ainsi que, pour sensibiliser les micro-organismes à la lumière du néon, nous avons choisi dans quelques-uns de nos travaux, des solutions telles que le violet de méthyle ou le pinachrome violet (essais sur le bacille tuberculeux).

Si l'on peut admettre en principe que la lumière n'agit qu'autant qu'elle est absorbée, il ne faut pas en conclure une loi générale au point de vue biologique. En effet, en raison du spectre d'absorption de l'hémoglobine, le sang devrait constituer un mélange sensibilisant puissant quand on le soumet à l'action de rayons lumineux correspondant au spectre d'absorption de l'hémoglobine.

Dans des tubes de verre nous avons irradié du sang humain défibriné, dans lequel nous avons introduit les cultures suivantes : diphtérique, streptocoque, colibacille, staphylocoque; réensemencées, ces cultures ont paru repousser normalement. Seule, la culture de staphylocoque a été nettement empêchée. Malgré des irradiations prolongées, nous n'avons pu cependant obtenir une destruction complète du bacille.

Ces expériences montrent donc que l'action des rayons lumineux de grande longueur d'onde est déjà susceptible d'avoir une certaine action sur la vitalité du microbe. (Cette constatation expliquerait une des raisons de l'efficacité de la thérapeutique par les bains de soleil ou les bains de lumière artificielle.)

Par contre, si l'on sensibilise en ajoutant une goutte de violet de méthyle (au $\frac{1}{10000}$) à 10^{cm^3} de sang humain défibriné, on obtient presque instantanément la lyse du microbe. Si enfin on irradie le sang défibriné ainsi sensibilisé, l'action destructive est encore plus rapide.

(¹) Séance du 30 mai 1928.

Différentes expériences sur le cobaye nous ayant montré que le choc produit par certains colorants en solution était tolérable par l'organisme, il apparaît donc aujourd'hui qu'on peut concevoir : 1° une chimiothérapie simple par l'action élective de certains colorants; 2° une chimiothérapie secondaire par la sensibilisation aux rayons lumineux de grande longueur d'onde, rendus ainsi extrêmement actifs.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Pénétration et pullulation de protozoaires dans la cellule nerveuse* (*Neuroprotozooses*). Note [1] de M. **C. Levaditi** et Mlle **R. Schoen**, présentée par M. Roux.

Nous avons exposé dans des travaux antérieurs [2] les arguments qui plaident en faveur de la nature microsporidienne du virus rabique. D'après nous, les corps de Negri représentent la phase pansporoblastique intracellulaire de la microsporidie rabique (*Glugea lyssæ*). L'hypothèse trouve un appui dans les faits résumés dans la présente Note, se rapportant à la pénétration et à la pullulation de certains protozoaires dans les cellules nerveuses (*neuroprotozooses*).

a. Toxoplasma cuniculi (Splendore). — Chez certains lapins et souris inoculés par voie intra-cérébrale avec ce toxoplasme [3], nous avons constaté, au niveau de l'encéphale (corne d'Ammon) et de la moelle (cellules pyramidales des cornes antérieures), la pénétration des parasites dans les neurones. Les toxoplasmes (en général falciformes) sont présents soit dans la dendrite (*fig.* 3), soit dans le cytoplasma (*fig.* 1 et 2, 4 et 5). Ils sont contenus dans des cavités kystiques. Les dendrites parasitées montrent des renflements piriformes; le noyau est souvent rejeté vers la périphérie. Lorsque l'infection est pratiquée par voie intra-oculaire (chambre postérieure), les toxoplasmes se développent dans les neurones de la rétine. Le *Toxoplasma cuniculi* se comporte donc différemment de *l'Encephalitozoon cuniculi* [4], dont nous n'avons jamais constaté la pénétration dans les neurones.

b. Hydrocéphalie humaine. — Janku [5] a décelé dans la rétine d'un

---

[1] Séance du 30 mai 1928.

[2] Levaditi, Nicolau et Mlle Schoen, *Ann. Pasteur*, 40, 1926, p. 973.

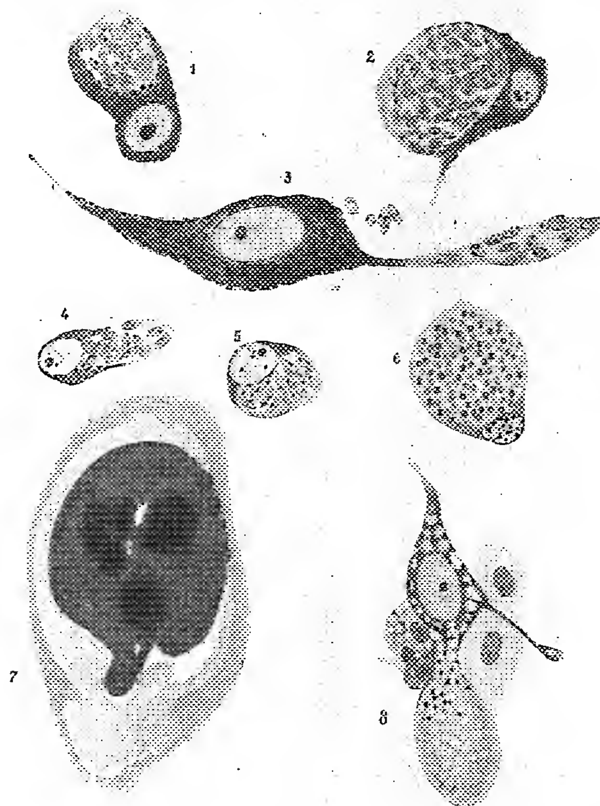
[3] Levaditi, Mlle Schoen et M. Sanchis-Bayarri, *C. R. Soc. Biol.*, 97, 1927, p. 1692; 98, 1928, p. 292.

[4] Levaditi, Nicolau et Mlle Schoen, *Ann. Pasteur*, 38, 1924, p. 651.

[5] Janku, *Casopis lekaruv ceskych*, 62, xxxix-xliii, 1923, p. 215.

enfant atteint d'hydrocéphalie héréditaire et de colobome de la *macula lutea*, des parasites dont la nature protozoaire n'est pas douteuse, et que l'on pourrait rattacher soit aux microsporidies, soit aux toxoplasmes. Ces parasites forment des kystes inclus dans le cytoplasma des neurones rétiniens (*fig.* 6).

c. Nosema (glugea) lophii (Doflein). Doflein [1] décrit dans les cellules



ganglionnaires du *Lophius pescatorius* des kystes microsporidiens (nerfs cérébro-spinaux et moelle épinière). Les kystes se développent souvent dans des neurones considérablement hypertrophiés et contiennent un nombre incalculable de spores (*fig.* 7, d'après Prowazek).

d. Idiotie amaurotique familiale. — Spilmeyer [2] constate dans les neurones de l'écorce cérébrale (2ᵉ couche de Broodmann) des altérations

(1) DOFLEIN, *Lehrb. d. Protozoenkunde*, Fischer, Iéna, 1909, p. 799.
(2) SPILMEYER, *Histopathologie des Nervensystems*, Springer, Berlin, 1922, p. 90.

qui nous paraissent traduire la présence, dans ces cellules, de parasites encore mal définis. Nous reproduisons la figure 8 d'après Spilmeyer. On y voit une cellule nerveuse dont une dendrite est considérablement hypertrophiée, contient des formations irrégulières (à comparer avec la figure 3) et est entourée de cellules névrogliques [1].

Conclusions. — La pénétration et la multiplication de certains protozoaires (*Toxoplasma cuniculi*, *Nosema lophii*, le parasite encore mal défini de l'hydrocéphalie héréditaire humaine) dans le cytoplasma des neurones encéphaliques, médullaires ou rétiniens, est un fait certain. Des processus pathologiques de l'homme, intéressant le système nerveux, telle l'idiotie amaurotique familiale, seront peut-être rattachés au même groupe des *neuroprotozooses*. Ces faits rendent de plus en plus plausible l'hypothèse de la nature microsporidienne du virus rabique.

A $16^{h}45^{m}$, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $17^{h}30^{m}$.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 16 avril 1928.)

Note de M. *Michel Broszko*, Sur le flambage des barres prismatiques comprimées axialement :

Page 1043, formule (4), *lire*

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{\tilde{E}_{cr} J}{(1 - \varepsilon_{cr}) l^2};$$

deux lignes après, *au lieu de* longueur l, *lire* longueur primitive $l_0 = \frac{l}{1 - \varepsilon_{cr}}$.

---

(1) M. Marinesco, ayant examiné nos préparations d'encéphalite toxoplasmique, a attiré notre attention sur l'idiotie amaurotique.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

PUBLICATIONS PÉRIODIQUES REÇUES PENDANT L'ANNÉE 1927 (*suite*).

Mémoires de la Société vaudoise des sciences naturelles. Lausanne.
Mémoires de l'Institut national polonais d'économie rurale à Pulawy. Cracovie.
Mémoires du Musée d'État de la région industrielle centrale. Moscou.
Mémoires du Musée royal d'histoire naturelle de Belgique. Gand.
Mémoires du Service géologique de l'Indochine. Hanoi.
Mémoires et compte rendu des travaux de la Société des ingénieurs civils de France. Paris.
Memoirs and Proceedings of the Manchester Literary and Philosophical Society. Manchester.
Memoirs of the American Academy of Arts and Sciences. Lancaster (Pa.).
Memoirs of the British Astronomical Association. London.
Memoirs of the College of Engineering. Kyoto.
Memoirs of the College of Science. Kyoto.
Memoirs of the Faculty of Engineering (Hokkaido Imperial University). Sapporo (Japon).
Memoirs of the Geological Survey of India. Calcutta.
Memoirs of the National Academy of Sciences. Washington.
Memoirs of the Royal Astronomical Society. London.
Memoirs of the Ryojun College of Engineering. Ryojun.
Mémorial de l'Artillerie française. Paris.
Mémorial de l'Office national météorologique. Paris.
Memorias de la Real Sociedad española de Historia natural. Madrid.
Memorias del Museo de ciencias naturales de Barcelona. Barcelona.
Memorias e estudos do Museu Zoologico da Universidade de Coimbra. Coimbra.
Memorias y revista de la Sociedad cientifica « Antonio Alzate ». Mexico.
Memorie della pontificia Accademia delle scienze. Nuovi Lincei. Roma.
Memorie della reale Accademia nazionale dei Lincei. Roma.
Memorie del reale Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Venezia.
Memorie del R. Ufficio centrale di meteorologia e geofisica. Roma.
Merentutkimuslaitoksen julkaisu. Helsingfors.
Meteorological Observations (Colonies et Dominions). Colombo, Suva, Hongkong, Zomba, etc.
Meteorological Office (Annual Report. The Observatories Yearbook. Geophysical Memoirs). London.
Meteorological Review (en russe). Léningrad.
Michigan Public Health. Lansing.

Ministerio de Agricultura. Direccion general de los servicios agricolas. Publicación. Santiago de Chile.

Ministerio de Agricultura. Dirección general de Minas (Boletin. Publicación). Buenos-Aires.

id. Seccion propaganda e informes (Boletin. Publicacion). Buenos-Aires.

Ministry of Agriculture. Egypt. Technical and Scientific Service (Bulletin). Cairo.

Miscellaneous publications of Bureau of Standards. Washington.

Miscellaneous Publications of the Royal Alfred Observatory. Port-Louis.

Missouri Bureau of Geology and Mines. Biennial Report of the State Geologist Rolla. Missouri.

Mitteilungen über Allgemeine Pathologie und Pathologische Anatomie. Sendaï.

Mois colonial et maritime (Le). Paris.

Monographs (reprint Series) (General Department of Scientific Research). Sendaï.

Montagne (La). Paris.

Monthly Meteorological Bulletin. Hongkong.

Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. London.

— *(Geophysical supplement).* London.

Monthly Weather Report of the Meteorological Office. London.

Monthly Weather Review. Washington.

Mouvement (Le) sanitaire. Paris.

Museo nacional de historia natural. Memoria anual. Buenos-Aires.

(*A suivre.*)



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 JUIN 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime de la façon suivante :

La science italienne vient d'être douloureusement frappée en la personne de M. **Luigi Bianchi**, Correspondant de notre Académie, décédé, il y a quelques jours, à l'âge de 72 ans.

Attaché à la Section de Géométrie depuis l'année 1920, ses premiers travaux remontent à un demi-siècle. L'activité scientifique de Bianchi s'est manifestée parallèlement à son enseignement à l'École normale de Pise. La Géométrie différentielle lui doit d'importantes contributions, concernant les propriétés des surfaces à courbure constante, considérées en elles-mêmes ou comme aboutissement de la déformation d'autres surfaces plus générales. Notre regretté Correspondant a également dirigé ses efforts vers des sujets d'analyse pure, portant ses investigations sur la théorie des groupes fuchsiens qui jouent un rôle si important dans la science. Dans ce domaine comme dans le premier, il laisse des travaux qui lui assurent une place honorable parmi les savants de son époque.

M. le **Président** annonce à l'Académie que la prochaine séance publique annuelle aura lieu le lundi 17 décembre.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Rutten**, membre de l'Académie d'Amsterdam; M. **Schokalsky**, de l'Académie des Sciences de Léningrad; M. **de Odon Buen**, de l'Académie de Madrid; M. **Van Laar**, de

l'Université d'Amsterdam; M. **Dehalu**, Administrateur Inspecteur de l'Université de Liége, membre de l'Académie de Belgique, qui assistent à la séance.

M. L. **Joubin**, rentré la veille de Copenhague, informe l'Académie que M. le Professeur Joh. Schmidt, Correspondant de l'Académie, quitte aujourd'hui le Danemark pour entreprendre, dans l'océan Pacifique, une expédition scientifique qui doit durer deux années.

C'est le navire le *Dana*, qui a déjà servi à exécuter les croisières précédentes du Professeur Schmidt pour l'étude des migrations et les métamorphoses de l'Anguille dans l'Atlantique, qui est de nouveau équipé pour cette expédition; il est muni d'un outillage perfectionné et plusieurs savants spécialisés dans les observations des diverses sciences de la mer sont embarqués sous la direction du Professeur Schmidt.

Le but principal de l'expédition est de rechercher si les Anguilles des îles et continents du Pacifique se comportent comme celles de l'Atlantique dans leurs migrations, si elles ont des aires de ponte au large, si les larves, pour en revenir, font des voyages et subissent des métamorphoses semblables à celles des anguilles atlantiques. Il s'agit de préciser les conditions physiques des eaux du Pacifique qui déterminent les conditions biologiques des mouvements de ces poissons.

Il va sans dire qu'à côté de ce programme spécial, prendront place toutes les observations possibles de physique, chimie, météorologie, hydrographie, biologie, etc., que comportent les expéditions scientifiques modernes et pour lesquelles le *Dana* est parfaitement outillé.

Le *Dana* ne s'arrêtera dans l'Atlantique que pour préciser quelques résultats des expéditions précédentes dans le détroit de Gibraltar, à Madère et aux Açores; il se rend ensuite directement à Panama, d'où il gagnera Tahiti, puis la Nouvelle-Calédonie où il circulera pendant deux mois dans les eaux du sud de l'île; il ira ensuite à la Nouvelle-Zélande, où il fera des recherches pendant plusieurs mois, puis l'Australie Orientale; de là il remontera, en faisant de nombreux crochets, dans les mers de la Chine et du Japon. Il reviendra par le Siam et l'Indo-Chine, les Archipels centraux du Pacifique notamment aux Indes Néerlandaises, pour rentrer en Europe en 1930 par l'océan Indien, Madagascar, le Mozambique, la mer Rouge et la Méditerranée.

Les données déjà acquises par le Professeur Schmidt, au cours d'un

voyage préparatoire exécuté en 1926 autour du monde, permettent d'espérer que le programme de sa nouvelle expédition donnera des résultats scientifiques aussi variés et importants que ceux obtenus par ses expéditions précédentes.

M. **A. Brachet**, par l'organe de M. M. Caullery, fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé *Les bases physiologiques de la fécondation et de la parthénogénèse*, par Albert Dalcq, dont il a écrit la *Préface*.

M. **Bazy** s'exprime en ces termes :

J'ai le plaisir d'offrir à l'Académie de la part de l'auteur, notre Correspondant, le professeur Émile Forgue, de la Faculté de médecine de Montpellier, trois Ouvrages : un premier, fait en collaboration avec son élève, le professeur Massabuau, intitulé *Gynécologie*, et qui en est à sa 2e édition; le deuxième, *Précis de Pathologie externe*, en est à sa 8e édition. Le succès de l'Ouvrage en indique la valeur. Je n'ai pas besoin d'y insister. Il a été traduit en italien et en espagnol : il a donc grandement servi la cause de la science française à l'étranger.

Je veux surtout attirer l'attention sur la troisième œuvre de M. Forgue, c'est un petit volume intitulé *Au seuil de la Chirurgie*.

C'est un recueil d'articles ou de discours prononcés dans différentes solennités.

Les Chapitres qui le composent attestent la haute valeur morale de celui qui les a pensés et écrits. Ils permettent de souligner la vaste culture littéraire de leur auteur et aussi le talent de l'écrivain dont les pensées sont exprimées dans une langue châtiée et de belle tenue, où rien ne sent le poncif ou le lieu commun qu'on trouve parfois dans des écrits de même ordre.

ÉLECTIONS.

Par la majorité des suffrages, MM. **É. Picard**, **A. Cotton**, **Ch. Fabry**, pour la Division des Sciences mathématiques; MM. **A. Lacroix**, **Ch. Moureu**, **F. Mesnil**, pour la Division des Sciences physiques, sont élus membres

de la Commission qui, sous la présidence de M. le Président, présentera une liste de candidats à la place d'Associé étranger vacante par le décès de M. *H. A. Lorentz*.

M. **Wladimir Vernadsky**, par 35 suffrages, contre 5 à M. *Giuseppe Cesàro* et 1 à M. *Edgeworth David*, est élu Correspondant pour la Section de Minéralogie.

NOMINATIONS.

MM. **Henri Chrétien** et **Henri Buisson** sont adjoints à la délégation française à la troisième Assemblée générale de l'Union astronomique internationale, qui se tiendra à Leyde du 5 au 13 juillet 1928.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la Chaire d'*Embryologie comparée* du Collège de France.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarques sur le théorème de composition des familles normales*. Note de M. **Mandelbrojt**.

A. Dans la Note précédente [1] en supposant :

1° $A \neq 0$, $B \neq 0$ (pour I) et $A \neq 0$ (pour II et III) nous avons exigé en plus que

2° Les $F(x)$ ne s'annulent que dans E (pour I) et que les $[xf(x)]'$ et les $\frac{1}{x}\int_0^x f(x)\,dx$ ne s'annulent pas (pour II et III respectivement) [2].

---

[1] Voir *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1418.

[2] Dans la Note précédente j'ai écrit une fois, par inadvertance (théorème II), « si $f(x)$ ne s'annule pas... » au lieu de « si $[x f(x)]'$ ne s'annule pas... ».

Remarquons qu'on peut abandonner les conditions 2° à condition d'ajouter aux points irréguliers possibles de la famille $F(x)$ (pour I) et des familles $[xf(x)]'$ et $\frac{1}{x}\int_0^x f(x)\,dx$ (pour II et III) les points de condensation des zéros de ces familles respectives.

Mais il est évident que si les familles $f(x)$ et $\varphi(x)$ sont bornées à l'origine cette restriction n'est pas nécessaire, les théorèmes précédents ayant d'ailleurs dans ce cas une forme particulièrement simple ainsi que leur démonstration.

Il importe en plus de remarquer que dans la Note précédente comme dans ce qui va suivre on fait les mêmes conventions que pour les singularités de fonctions analytiques représentées par une série de Taylor de rayon de convergence non nul : tous les points d'un domaine qui ne contient pas l'origine et dont la frontière est composée des points irréguliers sont considérés comme des points irréguliers, ce domaine est un domaine lacunaire de la famille normale à l'origine.

Faisons enfin la dernière remarque suivante : dans le théorème I on peut considérer les familles $f(x)$ et $\varphi(x)$ respectivement dans deux domaines différents (contenant l'origine) qui ne sont pas nécessairement simplement connexes, au lieu de les considérer dans le cercle unité, c'est ainsi d'ailleurs qu'on obtient II et III à partir de I.

B. Le théorème de M. Hadamard sur la composition des singularités de deux séries de Taylor entre dans un cas très particulier du théorème I si l'on conçoit ce théorème de M. Hadamard sous la forme suivante : la frontière de l'étoile rectiligne de la fonction $H(\psi, \theta)$ n'a pas d'autres points que $\alpha\beta$ où α sont les points de la frontière de l'étoile de la fonction $\psi(x)$ et β ceux de la frontière de l'étoile de la fonction $\theta(x)$.

En posant en effet

$$\psi(x) = \Sigma a_n x^n, \quad \theta(x) = \Sigma b_n x^n,$$

et en supposant que le rayon de convergence de ces deux séries est égal à un il suffit de poser dans I comme famille de $f(x)$ la famille

$$\sum \frac{a_n R^n x^n}{(n^\sigma)^n}, \tag{1}$$

où $\sigma > 0$ varie avec la fonction de la famille et où $R > 1$ est fixe mais arbitraire et dans les mêmes conditions on pose comme famille de $\varphi(x)$ la famille

$$\sum \frac{b_n R^n x^n}{(n^\sigma)^n}. \tag{2}$$

On sait d'après M. Lindelöf que les fonctions (1) et (2) tendent respectivement vers ψ et θ dans leurs étoiles quand $\sigma \to 0$.

Le théorème I fournit immédiatement le fait que $\sum \frac{a_n b_n}{(n^{2\sigma})^n} x^n$ $(\sigma \to 0)$ converge vers $H(\psi, \theta)$ partout sauf $\alpha\beta$ et uniformément dans tout domaine intérieur à ce domaine de convergence, ce qui est équivalent avec le théorème de M. Hadamard.

On me permettra de faire la remarque suivante : les points singuliers interviennent comme des points irréguliers de certaines familles normales. Comme les droites $(\mathcal{J})$ proviennent aussi des points irréguliers des autres familles normales on voit que l'analogie entre les droites $(\mathcal{J})$ et les points singuliers, signalée par MM. Bloch, Pólya et Gontcharoff, s'explique facilement : ce sont deux formes particulières des points irréguliers.

Ainsi on peut se demander si l'on ne pourrait pas modifier l'énoncé du théorème I en enlevant en outre la condition $A \neq 0$, $B \neq 0$, et de manière à ce qu'il ait un sens dans un certain domaine dont l'origine soit un point frontière, ce qui donnera en même temps qu'un théorème de multiplication des singularités pour les fonctions $\Sigma a_n x^n$, $\Sigma b_n x^n$ avec le rayon de convergence nul [en leur rattachant par exemple comme valeur respectivement les fonctions, si elles existent,

$$\lim_{\sigma=0} f_\sigma(x), \qquad \lim_{\sigma=0} \varphi_\sigma(x),$$

$$f_\sigma(x) = \Sigma \frac{a_n}{(n^\sigma)^n} x^n, \qquad \varphi_\sigma(x) = \Sigma \frac{b_n}{(n^\sigma)^n} x^n$$

et ceci dans des domaines pour lesquels l'origine est un point limite et où ces fonctions limites sont holomorphes], un théorème correspondant pour les droites $(\mathcal{J})$ où interviendront les fonctions entières $e^{f(z)}$, $e^{if(z)}$ en même temps que la fonction entière $f(z)$ (1).

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les systèmes orthogonaux complets de fonctions dans certains espaces de Riemann clos.* Note de M. **E. Cartan**.

M. H. Weyl a démontré récemment (2) un très beau théorème, d'après lequel les différentes représentations linéaires irréductibles d'un groupe

(1) Voir le dernier renvoi de ma Note citée.

(2) F. Peter und H. Weyl, *Die Vollständigkeit der primitiven Darstellungen einer geschlossenen kontinuierlichen Gruppe* (*Math. Ann.*, **97**, 1927, p. 737-755). Voir aussi H. Weyl, *Sur la représentation des groupes continus* (*L'Enseignement math.*, **26**, 1927, p. 226-239).

continu clos fournissent un système orthogonal complet de fonctions dans l'espace du groupe. Il est possible, plus généralement, de déterminer un système orthogonal complet dans tout espace de Riemann clos $\mathcal{E}$ jouissant de la propriété d'être son propre symétrique par rapport à chacun de ses points ([1]). J'indique ici rapidement la solution du problème dans le cas des espaces $\mathcal{E}$ irréductibles, admettant un groupe de déplacements simple. Dans le cas tout à fait particulier de la sphère, on retrouve les fonctions sphériques de Laplace.

Dans un espace $\mathcal{E}$, on peut arriver à des relations d'orthogonalité en se plaçant à deux points de vue différents, celui des équations intégrales et celui de la théorie des groupes.

I. Partons, dans un espace $\mathcal{E}$, d'un noyau *symétrique* N(M, P) assujetti à la seule condition de rester invariant par un déplacement arbitraire effectué simultanément sur les deux points M et P. Si l'on désigne par λ le *rang* de l'espace, la position mutuelle des deux points est définie par un système de λ quantités $\varphi_1, \ldots, \varphi_\lambda$ qui définissent ce qu'on peut appeler la *distance complexe* de ces deux points (*ces deux points jouant un rôle symétrique*): le point admettant pour coordonnées cartésiennes $\varphi_1, \ldots, \varphi_\lambda$ dans un espace auxiliaire à λ dimensions est assujetti à être à l'intérieur d'un $(\lambda+1)$-èdre déterminé (P) ([2]) (segment de droite si $\lambda = 1$).

Tout noyau fonction de la distance complexe de M et P est symétrique; il admet au moins un système de fonctions fondamentales qui constituent un système orthogonal. *Celles qui correspondent à une même valeur singulière du noyau jouissent de la propriété de subir une substitution linéaire par tout déplacement de l'espace.*

II. La propriété précédente nous conduit à appeler, plus généralement, *suite de fonctions fondamentales* un ensemble d'un nombre fini de fonctions linéairement indépendantes subissant une substitution linéaire par tout déplacement ([3]); la suite sera dite *irréductible* si le groupe linéaire qui les transforme est irréductible. A toute suite irréductible de fonctions fondamentales est donc associé un représentant linéaire irréductible du groupe G

([1]) Ces espaces ont été déterminés dans mon Mémoire : *Sur une classe remarquable d'espaces de Riemann* (*Bull. Soc. math.*, 54, 1926, p. 214-264; et 55, 1927, p. 114-134), et étudiés *Ann. Éc. Norm.*, 3e série, 44, 1927, p. 345-467.

([2]) *Ann. Éc. Norm.*, *loc. cit.*, p. 427.

([3]) On peut démontrer directement qu'une fonction de la suite est fonction fondamentale pour un noyau *arbitraire* de la forme indiquée plus haut; mais cela résultera indirectement des conclusions obtenues au paragraphe III.

des déplacements. On démontre qu'*à un représentant linéaire irréductible de G correspond au plus une suite irréductible de fonctions fondamentales*, et que *deux fonctions fondamentales appartenant à deux suites distinctes sont orthogonales*.

III. De ce qui précède résulte immédiatement que l'ensemble de toutes les suites de fonctions fondamentales constitue un système orthogonal *complet* de fonctions pour l'espace $\mathcal{E}$. Dire le contraire, ce serait en effet affirmer l'existence d'une fonction continue f non identiquement nulle telle qu'on ait, quel que soit le noyau N(M, P) fonction de la distance complexe $(\varphi_1, \ldots, \varphi_\lambda)$ des deux points M et P,

$$\int N(M, P) f(P)\, d\tau_P = 0. \tag{1}$$

Or, si l'on prend pour M un point A de l'espace pour lequel $f(A) \neq 0$, le premier membre de l'équation (1) devient *positif* si l'on prend pour noyau la valeur moyenne de la fonction $f(P)$ pour tous les points P situés à la distance complexe $(\varphi_1, \ldots, \varphi_\lambda)$ de A.

IV. La détermination effective de toutes les suites de fonctions fondamentales revient à celle des groupes linéaires irréductibles isomorphes à G tels que le sous-groupe correspondant au groupe des rotations de l'espace admette un invariant linéaire. On sait [1] que tout représentant linéaire de G est caractérisé par un *poids dominant* dépendant de l entiers positifs ou nuls; ces poids dominants forment donc un *réseau positif* de dimension l (rang du groupe G). Les poids dominants des représentants linéaires de G susceptibles d'engendrer une suite de fonctions fondamentales forment alors un *sous-réseau positif* de dimension λ (rang de l'espace). Les suites de fonctions fondamentales admettent donc une *base* formée de λ suites particulières, qu'il suffit de déterminer pour pouvoir, par un procédé régulier, engendrer toutes les autres.

Signalons, comme application, le cas des espaces de rang 1 à courbure constante positive à n dimensions, la suite de fonctions fondamentales d'ordre p étant celle des polynomes harmoniques de degré p de $n+1$ variables $x_1, \ldots, x_{n+1}$ assujetties à la relation $\Sigma x_i^2 = 1$.

Signalons aussi le cas des espaces (de rang 1) hermitiens elliptiques (espace

---

(1) E. Cartan, *Les groupes projectifs qui ne laissent invariante aucune multiplicité plane* (*Bull. Soc. math.*, 41, 1913, p. 53-96).

projectif complexe à n dimensions dans lequel on s'est donné une forme d'Hermite définie $\Sigma x_i \bar{x}_i$), qui conduit à un résultat tout à fait analogue.

V. Ajoutons enfin la remarque que dans toute suite de fonctions fondamentales, il existe une fonction particulière invariante par rotation autour d'un point origine donné (fonction de Legendre); toutes ces fonctions constituent un système orthogonal complet pour le volume du polyèdre (P), doué d'un élément de volume convenablement choisi.

MÉCANIQUE. — *Profils de terrains cohérents à surface de glissement plane.* Note [1] de M. **Frontard**, présentée par M. Mesnager.

Nous avons étudié précédemment les surfaces de glissement, d'allure cycloïdale ou logoïdale, des massifs argileux à talus plans [2].

Nous déterminerons ici, inversement, suivant quelle courbe il faut profiler le talus d'un massif cohérent pour que l'une au moins de ses surfaces de glissement soit plane.

Prenons pour axe des x la trace du plan de glissement sur le plan vertical de symétrie du talus, pour origine O le pied du talus, point d'émergence inférieur de ladite trace, pour axe des y la verticale ascendante. Soient ω l'inclinaison de Ox sur l'horizontale; i l'angle variable que fait avec l'horizontale la tangente au profil du talus en un point M dudit profil, de coordonnées x et y; C, Δ, φ la cohésion, la densité et l'angle de frottement interne de la matière constitutive du massif. (L'angle ω sera, par hypothèse, inférieur à $\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}$, sans quoi le talus se trouverait en surplomb au voisinage de l'origine.)

L'angle $i - \omega = \alpha$ est lié à y par une équation déjà connue :

$$y = \frac{C\cos\varphi}{\Delta\cos i}\,\frac{\cos(2\alpha+\varphi)}{\sin i - \sin\varphi\cos(2\alpha - i + \varphi)}.$$

L'abscisse x répond à l'équation différentielle

$$dx = \cos i \sin^{-1}\alpha\, dy = \cos(\alpha+\omega)\sin^{-1}\alpha\, dy.$$

---

(1) Séance du 4 juin 1928.

(2) *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 526, 740 et 930.

L'intégration s'effectue sans difficulté. Le plus simple est d'opérer par parties :

$$x = y\frac{\cos(\alpha+\omega)}{\sin\alpha} - \int_0^M y\,d\frac{\cos(\alpha+\omega)}{\sin\alpha}.$$

La constante d'intégration se détermine par cette remarque, que la surface de glissement émerge en O sous un angle $\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}$. On obtient finalement :

$$\begin{aligned} x = \frac{C}{\Delta}\cos\varphi \Bigg[& \frac{\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)}{\sin(\omega-\varphi)} - A \times \frac{\operatorname{tang}\alpha + \cot(\omega-\varphi)}{\operatorname{tang}\alpha + A} \\ & + \frac{\sin^2(\omega-\varphi) - \cos^2\omega}{\cos\varphi\cos\omega\sin^2(\omega-\varphi)} L_{\text{nép}} \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)\operatorname{tang}\alpha \\ & + \frac{\cos(2\omega-\varphi)}{\cos\omega[\cos^2\omega+\sin^2(\omega-\varphi)]} L_{\text{nép}} \frac{\cot\omega - \operatorname{tang}\alpha}{\cot\omega - \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)} \\ & + \frac{\cos\omega[\cos^2\omega - \sin^2(\omega-\varphi)]}{\cos\varphi\sin^2(\omega-\varphi)[\cos^2\omega+\sin^2(\omega-\varphi)]} L_{\text{nép}} \frac{\operatorname{tang}\alpha + A}{\operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)+A} \Bigg], \end{aligned}$$

avec

$$\cos\varphi\sin(\omega-\varphi)[\cos\omega - \sin\varphi\sin(\omega-\varphi)]^{-1} = A.$$

Les courbes obtenues peuvent être classées en deux familles distinctes suivant les valeurs respectives de ω et de φ.

Pour $\omega > \varphi$, elles admettent une asymptote, parallèle au plan de glissement, et ayant pour ordonnée

$$y = \frac{C}{\Delta}\,\frac{\cos\varphi}{\cos\omega\sin(\omega-\varphi)}.$$

Pour $\omega \leqq \varphi$, elles revêtent une allure logarithmique, et leur direction asymptotique est inclinée par rapport au plan de glissement d'un angle

$$\alpha = \operatorname{arc\,tang} A.$$

Dans le cas limite $\omega = \varphi$, on trouve :

$$x = \frac{C}{2\Delta}\left[\frac{\cos(2\alpha+\varphi)}{\sin^2\alpha} + \frac{2}{\cos\varphi} L_{\text{nép}} \frac{\cos(\alpha+\varphi)}{\sin\alpha}\right],$$

$$y = \frac{C}{\Delta}\,\frac{\cos(2\alpha+\varphi)}{\sin\alpha\cos(\alpha+\varphi)} = \frac{C}{\Delta}[\cot\alpha - \operatorname{tang}(\alpha+\varphi)].$$

Et, en particulier, pour $\omega = \varphi = 0$,

$$x = \frac{C}{2\Delta}(\cot^2\alpha - 1 + 2\,L_{nep}\cot\alpha),$$

$$y = \frac{2C}{\Delta}\cot 2\alpha = \frac{C}{\Delta}(\cot\alpha - \tan\alpha).$$

On constate, par l'étude de leurs surfaces de glissement, que les talus profilés suivant les courbes $\omega \leqq \varphi$ se trouvent, si haut que l'on place leur crête, en état d'équilibre stable. Leur substitution aux profils rectilignes usuels pourra être avantageuse dans la pratique des grands travaux.

Le dernier revêt un intérêt tout particulier parce qu'il permet d'atteindre, dans le cas des substances de frottement nul, des hauteurs théoriqnement illimitées, alors que les talus rectilignes ne permettent pas, dans l'hypothèse envisagée $\varphi = 0$, l'obtention de massifs de hauteur supérieure à $\frac{C}{\Delta} \times (2 + \pi)$.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Extension de la Gravifique einsteinienne à la Thermodynamique*. Note de M. **Th. De Donder**, présentée par M. M. Brillouin.

Dans cette Note, nous montrons comment on peut exprimer en langage relativiste les deux principes de la Thermodynamique.

1. *Théorème de l'impulsion et de l'énergie.* — En utilisant les notations et méthodes de notre *Théorie des Champs gravifiques* (¹), ce théorème s'écrira

$$(1) \qquad \mathfrak{T}^{\beta}_{\alpha.\beta} = 0,$$

où $\mathfrak{T}^{\beta}_{\alpha.\beta}$ est la divergence covariante du tenseur mixte $\mathfrak{T}^{\beta}_{\alpha}$.

Décomposons la fonction caractéristique $\mathfrak{M}$ comme suit :

$$(2) \qquad \mathfrak{M} \equiv -\mathfrak{N} W^2 + \mathfrak{M}^*,$$

où $\mathfrak{N}$ est le facteur de densité massique, où $W^2 \equiv g^{\alpha\beta}u_\alpha u_\beta = 1$. La fonction caractéristique partielle (²) $\mathfrak{M}^*$ se rapporte aux phénomènes massiques et

(¹) *Mémorial des Sc. math.*, fasc. 14, Paris, Gauthier-Villars, voir spéc. p. 2 à 8.

(²) Voir, pour la valeur explicite de $\mathfrak{M}^*$, notre exposé *The mathematical Theory of Relativity* [*Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, A. Mass., 1927, voir p. 77, éq. (5)].

électromagnétiques. En utilisant (2), le tenseur $\mathcal{T}_{\alpha\beta}$ se décomposera en

$$(3)\qquad \mathcal{M}_{\alpha\beta} \equiv \frac{\partial(\mathcal{M}W^2)}{\partial g^{\alpha\beta}} \quad \text{ou} \quad \mathcal{M}u_\alpha u_\beta, \qquad \mathcal{P}_{\alpha\beta} \equiv -\frac{\partial \mathfrak{M}^*}{\partial g^{\alpha\beta}}.$$

Le théorème (1) s'écrira maintenant

$$(4)\qquad \mathcal{M}^{\beta}_{\alpha.\beta} + \mathcal{P}^{\beta}_{\alpha.\beta} = 0.$$

On en déduira l'*équation de continuité*

$$(5)\qquad (\mathcal{M}u^\alpha)_{.\alpha} + \mathcal{P}^{\beta}_{\alpha.\beta}u^\alpha = 0,$$

ou, en utilisant les notations de la théorie des invariants inégaux,

$$(5')\qquad \frac{d}{ds}[\mathcal{M}\,\delta(x^1\ldots x^4)] = -\mathcal{P}^{\beta}_{\alpha.\beta}u^\alpha.$$

Enfin, remarquons que

$$(6)\qquad \mathcal{P}^{\beta}_{\alpha.\beta}u^\alpha \equiv -(\mathcal{P}^{\beta}_{\alpha}u^\alpha)_{.\beta} + \mathcal{K},$$

où

$$(6')\quad \mathcal{K} \equiv \frac{1}{4}(\mathcal{P}^{\beta}_{\alpha} + \mathcal{P}^{\alpha}_{\beta})\left(\frac{\partial u^\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial u^\beta}{\partial x_\alpha}\right) + \frac{1}{4}(\mathcal{P}^{\beta}_{\alpha} - \mathcal{P}^{\alpha}_{\beta})\left(\frac{\partial u^\alpha}{\partial x_\beta} - \frac{\partial u^\beta}{\partial x_\alpha}\right) + \frac{1}{2}\frac{dg_{\alpha\gamma}}{ds}\mathcal{P}^{\beta\gamma}.$$

2. *Premier principe de la Thermodynamique.* — En relativité générale, nous écrirons ce premier principe comme suit :

$$(7)\qquad \frac{d}{ds}[(\mathcal{M} + \mathcal{U})\,\delta(x^1\ldots x^4)] = \mathcal{Q}\,\delta(x^1\ldots x^4) + (\mathcal{P}^{\beta}_{\alpha}u^\alpha)_{\beta}\,\delta(x^1\ldots x^4),$$

où $\mathcal{U}$ est le facteur d'identité d'énergie *interne* du système ; où $\mathcal{Q}$ est le facteur d'apports calorifiques à ce système. Un élément de l'espace-temps est représenté par $\delta(x^1\ldots x^4)$.

En se reportant à (5′) et à (6), on verra que ce premier principe peut s'écrire

$$(8)\qquad \frac{d}{ds}[\mathcal{U}\,\delta(x^1\ldots x^4)] = \mathcal{Q}\,\delta(x^1\ldots x^4) + \mathcal{K}\,\delta(x^1\ldots x^4).$$

Dans la représentation euclidienne, on posera $\delta v \equiv \delta x^1\,\delta x^2\,\delta x^3$; la quatrième variable x^4 sera le temps t. On aura alors :

$$(9)\qquad dQ \equiv \mathcal{Q}\,\delta v.\frac{ds}{c},$$

$$(10)\qquad E \equiv (\mathcal{M} + \mathcal{U})\,\delta v.\frac{1}{c},$$

où dQ est la chaleur reçue par le système considéré ∂v, pendant ∂t ; E représente l'énergie (interne + cinétique) de ce système.

3. *Deuxième principe de la Thermodynamique.* — En relativité générale, nous écrirons ce second principe comme suit :

$$\frac{d}{ds}[\mathfrak{S}\,\delta(x^1\ldots x^4)] = \frac{\mathfrak{Q}+\mathfrak{Q}^*}{T^*}\,\delta(x^1\ldots x^4), \tag{11}$$

où $\mathfrak{S}$ est le facteur de densité entropique, où $\mathfrak{Q}^*$ est le facteur (positif) d'apport de chaleur *non compensée*, où, enfin, T^* est le scalaire (positif) thermique (¹).

Dans l'espace *et* le temps, c'est-à-dire en utilisant comme variable indépendante le temps t, on posera

$$dQ^* \equiv \mathfrak{Q}^*\,\partial v\,\frac{ds}{c}, \qquad S \equiv u^4\,\mathfrak{S}\,dv, \qquad T \equiv \frac{1}{cu^4}\,T^*, \tag{12}$$

où dQ^* représente l'apport de chaleur non compensée pendant dt; S et T désignent respectivement l'entropie et la température du système ∂v considéré.

ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES. — *Sur la réalisation et le fonctionnement d'un nouvel oscillateur à ondes très courtes.* Note de M. **E. Pierret**, présentée par M. G. Ferrié.

Dans une Note précédente (²), nous avons décrit un oscillateur à deux lampes permettant d'obtenir des ondes entretenues extrêmement courtes (14^{cm} à 18^{cm}). Le bon fonctionnement de cet oscillateur exige des lampes absolument identiques, condition difficile à réaliser. Nous avons donc cherché à construire un oscillateur plus simple, n'utilisant qu'une lampe et donnant des ondes de même longueur que l'appareil à deux lampes. Cet oscillateur est uniquement constitué par une tige de cuivre, dont on peut faire varier la longueur, qui est réunie à la grille d'une lampe triode à cornes. L'autre extrémité de cette tige est soit isolée, soit soudée au centre d'un disque en cuivre de diamètre égal à la demi-longueur d'onde que l'on

---

(¹) Si $\mathfrak{Q} \equiv 0$, on aura $(\mathfrak{S}u^\alpha)_{.\alpha} \geqq 0$. Cette relation est due à M. Richard C. Tolman [(*Proceed. Nat. Ac. Sciences*, Washington, 14, 1928, p. 268 à 372; voir spécialement équation (6)].

(²) E. Pierret, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1284.

obtient. Une batterie d'accumulateurs de force électromotrice 300 volts est intercalée entre la grille et le filament, le pôle positif étant à la grille. Le fil de jonction de la grille à la batterie d'accumulateurs doit être attaché dans le premier cas à un quart de longueur d'onde de l'extrémité isolée de la tige, dans le second cas au disque de cuivre. La plaque est portée à un potentiel inférieur de 40 volts à celui du filament. Dans ces conditions, on obtient, avec le modèle de lampe Métal T.M.C., un système d'ondes stationnaire, de longueur d'onde $16^{cm},5$, le long de la tige reliée à la grille.

On peut se représenter le fonctionnement de cet oscillateur de la manière suivante :

Au milieu de l'intervalle entre deux fils de grille, il y a un point de force nulle; si un électron est déplacé normalement à la grille d'une petite longueur x à partir de ce point, une force due à l'attraction de ces deux fils, qui est la plus grande partie de l'attraction totale, tend à le ramener à ce point de force nulle (1).

En supposant les fils de grille rectifiés et à une distance $2a$ l'un de l'autre, cette force est égale à $\frac{4qex}{a^2+x^2}$, q désignant la charge par unité de longueur du fil de grille et e la charge d'un électron. Comme pour les fréquences très élevées que nous trouvons, x est beaucoup plus petit que a, on peut négliger x^2 devant a^2 et la force communique à un électron libre de charge e et de masse m un mouvement pendulaire dont la pulsation est

$$\omega = \frac{2}{a}\sqrt{q\frac{e}{m}}.$$

Cette oscillation produit des variations du potentiel de la grille, dont la pulsation est double de celle-là, comme dans l'entretien de Melde ou dans l'entretien d'un pendule sur lequel agit une force périodique verticale. On obtiendra donc dans le fil relié à la grille et réglé de façon qu'il soit en résonance des oscillations électriques de pulsation

$$\omega' = \frac{4}{a}\sqrt{q\frac{l}{m}}.$$

La valeur de la charge q par unité de longueur du fil de grille pour une lampe à électrodes cylindriques de rayons R_f, R_g, R_p et aux potentiels o,

(1) L. E. Mc Carty, *Physical Review*, 30, vi, 1927, p. 878.

V_g, V_p, est

$$q = \frac{a}{2\pi R_g}\left(\frac{V_g}{\mathrm{Log}\,\frac{R_g}{R_f}} - \frac{V_g - V_p}{\mathrm{Log}\,\frac{R_p}{R_g}}\right).$$

En calculant la valeur de ω' pour la lampe qui nous a servi, on trouve qu'elle correspond à une longueur d'onde de $11^{cm},7$; l'expérience donne $16^{cm},5$. On ne peut s'attendre qu'à trouver l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, car on a calculé la force en ne tenant compte que de deux fils voisins et en les supposant rectifiés. La longueur d'onde dépend non seulement des dimensions et des tensions des électrodes, comme celle des oscillations de Barkhausen, mais elle dépend aussi de l'intervalle entre les fils de grille.

L'oscillateur que nous venons de décrire donne une fréquence double de la fréquence des oscillations électroniques; c'est la raison pour laquelle les longueurs d'onde obtenues sont aussi courtes.

ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE. — *Sur l'emploi du démultiplicateur de fréquence ferromagnétique comme multiplicateur de phases.* Note de M. **Edmond Rouelle**, présentée par M. Paul Janet.

Dans mes Notes précédentes sur le démultiplicateur de fréquence [1], j'envisageais l'appareil uniquement comme *moyen de liaison éventuel entre deux réseaux monophasés* tels que l'une des fréquences soit multiple de l'autre, l'énergie étant reçue à la plus haute fréquence, aux bornes extérieures du circuit composé d'une bobine à noyau de fer en série avec un condensateur, et débitée à la plus basse fréquence, dans un circuit d'utilisation shuntant le condensateur.

I. Des expériences plus récentes m'ont montré que l'appareil pouvait se prêter parfaitement à *la liaison entre un réseau monophasé de fréquence f et un réseau de fréquence f/n polyphasé d'ordre n* (si n est de parité quelconque)... *ou d'ordre $2n$* (seulement si n est pair). Sa combinaison avec un multiplicateur de fréquence monophasé, de rapport convenable, permettrait en outre d'envisager la liaison entre un réseau monophasé et un réseau polyphasé de même fréquence ou de fréquence quelconque.

L'appareil répondant à ces exigences présente en outre sur le démultipli-

(1) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1450, et **186**, 1928, p. 224.

cateur monophasé un grand avantage du fait que, par son principe même et sans introduction d'aucun organe nouveau, il élimine les deux principaux inconvénients susceptibles de nuire au développement industriel de celui-ci. Il permet en effet de *réduire rigoureusement le courant traversant la source à la composante wattée débitée à la fréquence de cette dernière,* résultat qui ne peut être obtenu par les procédés ordinaires (self ou capacité shuntant la source), puisque la majeure partie de la composante déwattée à annuler est à la fréquence du sous-harmonique. Le même montage fournit en outre *une tension d'utilisation, dont est parfaitement éliminée la fréquence de la source*, ce que l'on ne peut obtenir autrement que par l'emploi de filtres d'autant plus volumineux que la fréquence est plus basse et d'autant moins efficaces que l'ordre du sous-harmonique est moins élevé.

2. Le principe du fonctionnement est le suivant : Supposons qu'*on alimente en parallèle n appareils identiques* et qu'après avoir amorcé le premier, en rompant un court circuit aux bornes de la bobine au moment où le courant s'annule dans le condensateur [1], on répète la même opération sur les bobines suivantes *à des intervalles de temps égaux à une période* [ou plus généralement à $(kn+1)$ périodes] *de la source* [2]. L'amorçage se produira pour tous les appareils, car les conditions qui se trouvaient réalisées par le premier le sont encore après un nombre entier de périodes, mais les oscillations libres qui prennent naissance seront décalées dans le temps de l'intervalle qui sépare les amorçages successifs. Comme la période de ces oscillations est égale à n fois celle de la source, on obtient dans les n appareils amorcés de cette façon, un ensemble *de n forces électromotrices d'amplitudes égales et décalées l'une sur l'autre de $\frac{1}{n}$ de période; c'est-à-dire constituant un système équilibré polyphasé d'ordre n. Les courants engendrés à la fréquence f/n jouissent de la même propriété et leur somme est nulle ;* le courant traversant la source est donc tout entier à la fréquence f et sa composante déwattée (en retard) est facilement compensée par un condensateur.

D'autre part, *au lieu d'utiliser les tensions aux bornes* A_1-C, A_2-C, ..., A_n-C *des n condensateurs*, qui constituent un système de tensions polyphasées étoilées (puisque les condensateurs ont une borne C commune), *entachées comme précédemment d'un harmonique de fréquence égale à celle*

(1) Condition indiquée par MM. Fallou et Mauduit comme étant la plus favorable à l'amorçage (*Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 313).

(2) On peut imaginer un système de contacts tournants synchronisés réalisant automatiquement cette condition.

de la source, on peut recueillir les n tensions composées disponibles entre les bornes $A_1, A_2, \ldots, A_n$, *qui en sont totalement dépourvues.*

Il est facile de voir par quel mécanisme cette condition se trouve satisfaite dans le montage utilisé : les courants circulant à la fréquence de la source sont toujours en phase dans les n circuits identiques alimentés en parallèle, et la différence de potentiel qu'ils créent entre les points homologues $A_1, A_2, \ldots, A_n$ est constamment nulle.

3. *Si les amorçages successifs ne sont distants que d'une demi-période*, la tension de la source reprend la même valeur, mais avec un signe contraire lorsqu'on passe de l'un à l'autre; il est naturel de penser que l'oscillation libre qui prend naissance change également de signe et l'expérience justifie cette hypothèse. Dans ces conditions, la seconde oscillation n'a plus sur la première un retard de $\frac{T}{2n}$, mais bien $\left(\frac{T}{2}+\frac{T}{2n}\right)=\frac{n+1}{2n}T$. Si n est impair $=2k+1$, on a $\frac{n+1}{2n}=\frac{k+1}{n}$; l'oscillation correspondante se confond avec une de celles qu'on obtiendrait par des amorçages décalés d'une période et ne constitue pas une solution nouvelle. *Si n est pair, on peut, au contraire, avec* $2n$ *appareils alimentés en parallèle réaliser ainsi à la fréquence* f/n *un système de tensions équilibrées polyphasées d'ordre* $n2$ présentant encore les avantages précédemment décrits.

4. *Même pour la liaison entre réseaux monophasés*, il reste avantageux d'alimenter deux appareils en parallèle et de recueillir la basse fréquence entre les points A_1 et A_2 où chaque bobine est reliée à son condensateur. Si l'on désire utiliser l'énergie sous des tensions différentes de celles dont on peut disposer entre A_1 et A_2 (¹), on peut le faire sans transformateur spécial, en associant convenablement deux circuits secondaires enroulés sur les noyaux des bobines.

OPTIQUE INSTRUMENTALE. — *Sur un ultramicroscope de très faibles dimensions et les recherches qu'il rend possibles.* Note (²) de MM. **A. Turpain** et **R. de Bony de Lavergne**, transmise par M. Jean Perrin.

L'étude, incidemment faite, des jeux de la lumière dans une sphère de spath (*Bull. Soc. franç. Phys.*, 1925, p. 40, et *Journal de Phys.*, 1925,

(¹) Si n est différent de 3, la tension disponible varie avec le décalage des oscillations entretenues.

(²) Séance du 21 mai 1928.

p. 259-263) de grand diamètre (5^{cm} environ) montre qu'un faisceau de rayons incidents, parallèles au diamètre d'une sphère transparente, fournit un faisceau émergent dont la plage lumineuse sur la sphère dépend de la valeur de l'indice du corps qui constitue la sphère :

pour l'eau, la plage lumineuse est sensiblement le tiers du diamètre;
pour le sulfure de carbone, elle est réduite au dixième du diamètre;
pour le diamant ($n = 2$), la plage brillante se réduit à un point.

Les dispositifs préconisés comme ultramicroscopes (Siedentopf et Zsigmondy, Cotton et Mouton, Siedentopf, etc.) nécessitent de très puissantes sources de lumière. Ils encombrent notablement la platine du microscope, au moins en largeur et surface, parfois même en profondeur. En fait les ultramicroscopes des constructeurs (miroirs paraboloïdes concentrant les faisceaux d'éclairement sous incidence rasante, bloc de verre accolé à la dernière lentille du condensateur Abbe, etc., Nachet, Leitz, Cogit, Stiassnie, Reichert, etc.) ne laissent pas de rester encombrants, ni de nécessiter de très puissants éclairements. Cependant les procédés d'observations microscopiques sur fond noir par interposition d'écrans circulaires éliminant la partie centrale du faisceau ne souffrent que des grossissements moyens. Les dispositifs ultramicroscopiques actuels ne permettent pas d'atteindre les très forts grossissements.

En partant du principe ci-dessus rappelé nous sommes parvenus à réaliser et à construire des ultramicroscopes qui permettent :

1° d'atteindre de très forts grossissements et d'utiliser couramment l'immersion;

2° de permettre l'examen ultramicroscopique de volumes très restreints suivant les trois dimensions et dans lesquels le dispositif d'éclairement ultramicroscopique peut pénétrer.

Nous indiquerons ici la construction de notre ultramicroscope.

Une sphère de verre dont le diamètre n'atteint pas 3^{mm} et a été parfois réduit à 2^{mm} est éclairée par un faisceau de rayons parallèles. Un écran circulaire, opaque, élimine la partie centrale du faisceau. Les rayons émergeant de la sphère, dans ces conditions, forment un cône de très grande ouverture qui éclaire très vivement les objets placés dans un plan parallèle et voisin du plan tangent au point d'impact.

L'éclairement obtenu au moyen d'une petite lampe électrique (ampoule de 1^{cm} de diamètre) est largement suffisant.

Les rayons n'entreront pas dans l'objectif d'un microscope même très rapproché du point d'impact.

Nous avons pu observer, en ultramicroscope, les mouvements browniens de diverses particules (émulsion de bromonaphtaline, mercure colloïdal, etc.).

L'ensemble du dispositif d'éclairement par ultramicroscope fixé dans une lamelle de laiton assurant la fixité de l'écran par rapport à la sphère ne dépasse pas *cinq millimètres en tous sens*.

Dans ces conditions nous avons pu soumettre à des champs magnétiques très intenses des préparations ultramicroscopiques observées soit à sec, soit par immersion et nous convaincre que les particules agitées de mouvement brownien n'étaient pas insensibles à ces champs magnétiques à la condition que lesdits champs soient amenés à agir sur les particules d'une manière convenable.

Les ultramicroscopes que nous avons ainsi construits, au nombre de sept actuellement, utilisent des sphères de 2^{mm} à 4^{mm} de diamètre, détachées dans des blocs de verre. Ces blocs ont été travaillés et les sphères taillées par divers constructeurs. Les écrans d'abord réalisés par un petit disque de plomb, détaché à l'emporte-pièce puis pressé entre deux pistons d'acier dans une matrice d'acier, ont, depuis, été obtenus plus exactement circulaires et surtout plus exactement et plus sûrement centrés en les formant au moyen d'un fragment d'un tube de cuivre soigneusement tourné sur un tour d'horloger très précis, ce fragment de tube étant ensuite obturé.

Voici les caractéristiques principales de nos ultramicroscopes de très faibles dimensions, d'indice variant de 1,5 à 1,8 :

Première série de sphères : 1° $d = 3^{mm}$ avec deux petites facettes; écran en plomb de 2^{mm} collé sur verre, utilise avec avantage un faisceau convergent; 2° $d = 2^{mm}$, écran de $1^{mm},4$.

Deuxième série : $d = 2^{mm}$, 3^{mm}, 3^{mm} et 4^{mm}, écrans des deux tiers du diamètre.

Troisième série : $d = 3^{mm}$ avec deux petites facettes, l'une de 1^{mm}, l'autre de 2^{mm}, écran de 2^{mm} formé par un tube de cuivre travaillé et centré.

ÉLECTRO-OPTIQUE. — *Les pellicules sphériques électrisées et l'effet Compton.* Note de M. **L. Décombe**, présentée par M. Ch. Fabry.

1. Lorsqu'un rayonnement X monochromatique rencontre des éléments matériels il est diffusé dans toutes les directions. Le rayonnement diffusé se compose de deux parties : la première possède la fréquence même ν du rayonnement incident; la fréquence de la seconde est inférieure à ν d'une quantité qui dépend de la direction dans laquelle on observe le phénomène.

Cette diminution de fréquence, qui n'affecte qu'une portion du rayonnement diffusé, constitue l'effet Compton.

La première portion du rayonnement diffusé s'explique aisément, comme l'ont montré J. J. Thomson et Debye ([1]), en admettant la nature ondulatoire du rayonnement X. Quant à la diminution de fréquence observée dans la seconde partie, elle s'interprète remarquablement lorsqu'on se place, au contraire, avec Compton ([2]) et Debye ([3]), au point de vue de la théorie de l'émission, c'est-à-dire lorsqu'on admet l'existence d'atomes de radiation possédant individuellement l'énergie $h\nu$ et susceptibles d'entrer en collision avec les électrons libres de la substance diffusante. En exprimant que l'énergie et la quantité de mouvement se conservent pendant le choc on obtient une formule (formule de Compton) qui exprime exactement, pour chaque direction de diffusion, la diminution de fréquence observée. Cette formule contient naturellement la constante h de Planck.

2. Afin d'homogénéiser l'ensemble de la théorie on a cherché à expliquer la seconde partie du phénomène en se plaçant, comme pour la première, au point de vue ondulatoire. On assimile alors le rayonnement incident à un phénomène électromagnétique de fréquence ν. Lorsque ce rayonnement tombe sur un électron M au repos (électron diffuseur) la pression de radiation communique à ce dernier une certaine vitesse de recul v normale à l'onde incidente. Il est alors très facile de montrer qu'en tenant compte de l'effet Doppler, tout observateur extérieur O reçoit de l'électron diffuseur M une radiation dont la fréquence ν' varie qualitativement avec la direction d'observation MO suivant la loi même de l'effet Compton. Pour que cette fréquence ν' coïncide numériquement avec celle indiquée par la formule de Compton il faut poser

$$\frac{v}{c} = \frac{h\nu}{h\nu + m_0 c^2}, \tag{1}$$

m_0 désignant la masse de l'électron au repos et c la vitesse de la lumière.

Tout le problème se ramène donc à établir cette dernière formule par voie ondulatoire.

On peut y arriver de la manière suivante. La force pondéromotrice agissant sur l'électron étant supposée celle de Lorentz, on peut écrire les équations du mouvement d'un électron soumis à l'action d'une onde élec-

---

([1]) *Annalen der Physik*, 46, 1914, p. 809.
([2]) *Physical Review*, 21, 1923, p. 207 et 483.
([3]) *Physikalische Zeitschrift*, 24, 1923, p. 161.

tromagnétique plane et rectilignement polarisée. Introduisant les variables de Halmiton-Jacobi on peut intégrer ces équations par la méthode de Halpern ([1]) qui fait intervenir deux développements en série de Fourier. Si l'on exprime alors, avec G. Beck ([2]), les conditions habituelles de quantification, l'un des nombres quantiques étant pris égal à l'unité et l'autre à zéro, on retrouve la formule (1) en supposant l'électron diffuseur initialement au repos.

3. Nous allons montrer que la conception des pellicules sphériques électrisées dont nous avons déjà éprouvé la valeur dans d'autres questions ([3]) permet de rattacher *immédiatement et sans aucun calcul* la relation (1) à une simple condition de résonance.

Assimilons, en effet, l'électron libre et au repos à une pellicule sphérique électrisée pulsante dont la fréquence N_0 soit donnée par la formule $hN_0 = m_0 c^2$. La relation (1) prend la forme équivalente

$$\frac{v}{c} = \frac{\nu}{\nu + N_0}. \tag{2}$$

D'ailleurs toute radiation X monochromatique de fréquence ν peut être attribuée aux battements qui interviennent entre les pulsations de deux électrons, l'un au repos de fréquence N_0, l'autre possédant une vitesse de translation et une fréquence pulsatoire N telles que l'on ait $N - N_0 = \nu$.

Dans ces conditions la relation (2) peut s'écrire :

$$\frac{N\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{N_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \tag{3}$$

Or, le premier membre de cette relation représente, pour un observateur lié à l'électron diffuseur, la fréquence apparente de la composante pulsatoire N de l'onde incidente. Le second membre représente la fréquence propre de cet électron modifiée par sa vitesse de recul.

L'équation (3) exprime donc *qu'après l'impulsion communiquée à l'électron par l'onde incidente, il y a résonance, pour un observateur lié à cet électron, entre la composante pulsatoire* N *de l'onde incidente et la pulsation propre de l'électron.*

---

(1) *Zeitschrift für Physik*, **30**, 1924, p. 153.
(2) *Zeitschrift für Physik*, **38**, 1926, p. 144.
(3) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1263; **186**, 1928, p. 68 et 1291.

Elle exprime aussi que, pour un observateur lié à l'électron diffuseur et après l'impulsion qui lui est communiquée par l'onde incidente, *il y a résonance entre l'onde incidente et les battements qui interviennent entre sa composante pulsatoire* N_0 *et la pulsation propre de l'électron.*

A l'inverse, en partant de l'une ou l'autre de ces conditions de résonance, on obtient immédiatement la relation (1) qui se trouve ainsi rattachée à un mécanisme ondulatoire très simple.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur l'emploi en analyse de la cathode à gouttes de mercure.* Note de MM. **Edmond Bayle** et **Lucien Amy**, présentée par M. Ch. Fabry.

1. La cathode à gouttes de mercure empêche la polarisation des électrodes dans l'électrolyse.

Elle a été imaginée par Kucera et introduite en chimie analytique par Heyrovsky [1].

L'appareil de celui-ci comporte un bain de mercure comme anode et comme cathode une goutte de mercure s'échappant par un tube capillaire et se renouvelant constamment. Sur les courbes représentant les variations de l'intensité du courant en fonction de la différence de potentiel on observe des coudes caractéristiques des sels en solutions.

2. Dans cet appareil les gouttes de mercure s'électrisent dans leur chute et produisent des oscillations de courant qui s'opposent à un dosage précis. D'autre part si le mercure n'est pas rigoureusement propre, le tube capillaire se bouche petit à petit, sa résistance augmente et l'intensité du courant diminue.

3. Nous avons supprimé ces variations et obtenu un courant constant en remplaçant la pointe capillaire par une pointe fine débitant de 4 à 5^{cm^3} de mercure à la minute. Les oscillations deviennent trop rapides pour être perçues. En maintenant constante la différence de niveau entre la surface libre du mercure et la pointe le débit reste fixe.

Nous donnons figure 1 le schéma d'un appareil permettant de réaliser ces conditions.

4. L'étude des variations de l'intensité du courant en fonction de la diffé-

---

(1) J. Heyrovsky, *Sur la méthode analytique d'électrolyse avec la cathode à gouttes de mercure* (*Bulletin de la Société chimique de France*, 4e série, 41, 1927, p. 1224).

rence de potentiel et de la concentration des sels en solution permet, dans ces conditions, un dosage précis de ces derniers. Ce dosage est basé sur les remarques suivantes :

1° L'intensité du courant est indépendante de la concentration en un

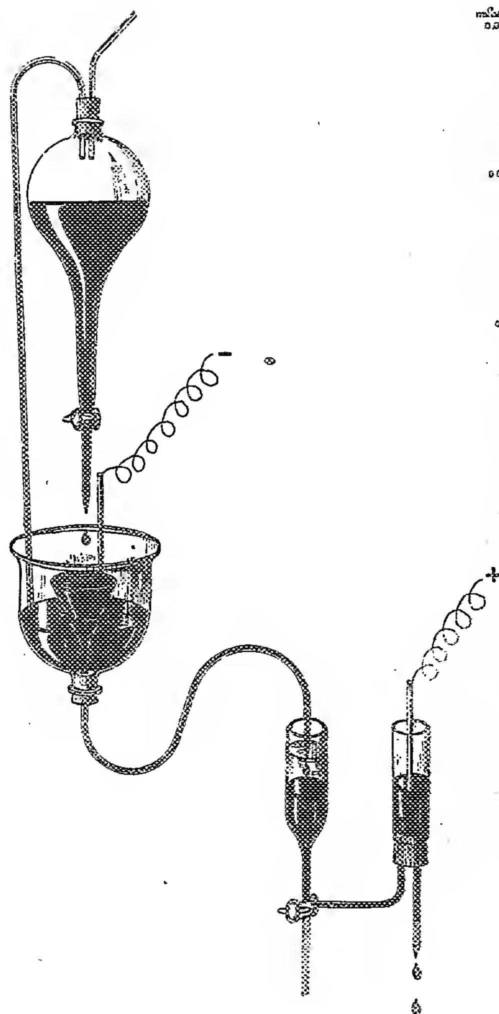


Fig. 1.

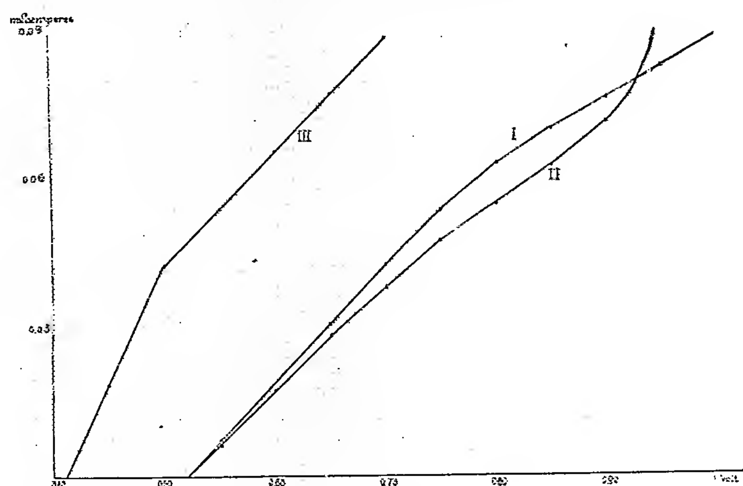


Fig. 2.

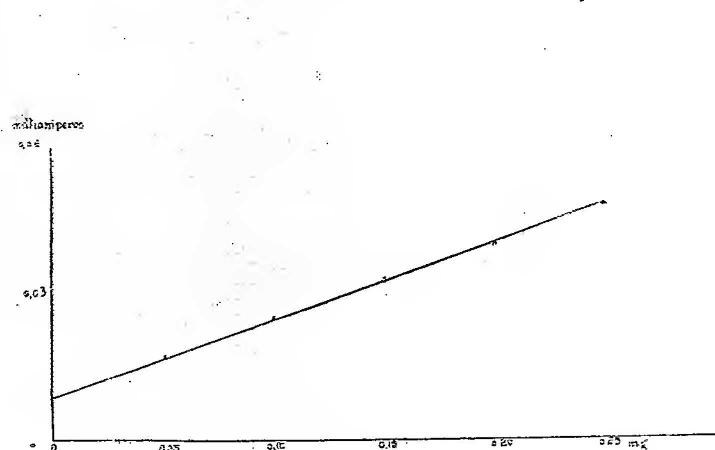


Fig. 3.

sel, tant que la différence de potentiel est inférieure à la différence de potentiel critique.

2° Au delà de ce seuil l'intensité du courant est une fonction linéaire de la concentration, au moins tant que celle-ci reste faible.

On peut donc doser successivement chaque sel en employant une différence de potentiel supérieure à la différence de potentiel critique de ce sel et inférieure à celle du sel immédiatement supérieur.

La méthode est en particulier applicable au dosage de très petites quantités de cations en présence de quantités bien supérieures de cations plus électropositifs. Il suffit de les transformer en sels d'un même acide.

5. Nous donnons, à titre d'exemple, les courbes obtenues pour des solutions de sulfate de bismuth et de cadmium. La figure 2 représente les variations d'intensité en fonction de la différence de potentiel pour une solution d'acide sulfurique au $\frac{1}{10}$ (I), pour la même solution renfermant $\frac{1}{100}$ de cadmium (II) et pour la même solution renfermant $\frac{1}{100}$ de cadmium et $\frac{1}{20000}$ de bismuth (III). La figure 3 représente les variations d'intensité sous une différence de potentiel constante de 0,50 volt pour des solutions renfermant $\frac{1}{10}$ d'acide sulfurique 0g,05 de cadmium et des quantités variables de bismuth pour 5cm³. La précision est d'environ $\frac{1}{100}$ de milligramme, soit 1 pour 100 lorsque l'on dose 0mg,25.

Nous avons également appliqué cette méthode au dosage de l'antimoine dans les plombs de chasse. Il suffit de 30mg d'alliage pour effectuer cette opération (1).

PHOTOGRAPHIE. — *Sur un nouveau sensitomètre photographique.*
Note de M. G. Sindhei, présentée par M. A. Cotton.

L'emploi de plus en plus étendu de la photographie dans les mesures photométriques rend de plus en plus utiles les méthodes servant à l'étalonnage des plaques photographiques, à la détermination de leur sensibilité, de leur inertie et de leur coefficient γ. Il devient nécessaire d'avoir à sa disposition des sensitomètres sensibles et précis dont les indications restent tout à fait comparables.

Le sensitomètre que nous avons construit permet de fournir des indications précieuses sur l'homogénéité des émulsions et sur leurs réactions à la lumière.

L'appareil peut être utilisé pour des mesures courantes et rapides et aussi pour l'étude précise des diverses parties de la courbe caractéristique. Il se compose principalement d'un châssis contenant une bande de quelques centimètres de largeur de la plaque photographique que l'on veut étalonner, auquel on imprime soit un mouvement de rotation uniforme, accompagné en même temps d'une translation, dans le cas de mesures de précision, soit

(1) Les détails opératoires paraîtront dans un autre Recueil.

seulement un mouvement de translation uniforme dans le cas des mesures rapides.

Pour les mesures de précision la plaque photographique, montée normalement sur un axe, est mise en rotation par un moteur phonique, entretenu par un diapason ou par du courant alternatif redressé ; le modèle de moteur que nous avons établi se met aisément en marche par simple impulsion. Le mouvement de rotation de ce moteur est transmis à l'axe supportant la plaque photographique par un système de roues qui permet d'imprimer à la plaque des vitesses de rotation qui sont dans les rapports de 2, 4, 8. La rotation de cet axe commande un train d'engrenages dont le dernier pignon s'engage dans une crémaillère. Celle-ci a une denture telle, que la plaque photographique, en même temps qu'elle fait un tour, subit une translation horizontale de $0^{mm},5$ sur une glissière parfaitement travaillée. Une source lumineuse fixe (lampe électrique à bas voltage à verre opale, alimentée par des accumulateurs et contrôlée par un voltmètre) envoie un faisceau de lumière qu'une lentille fixe de court foyer concentre sur le plan de la plaque sensible tournante. De cette manière l'impression de la plaque photographique se fait suivant une spirale continue dont chaque point situé sur un même rayon a subi une exposition à la lumière qui est rigoureusement en raison inverse du rayon de la circonférence passant par ce point.

Connaissant les variations des rayons entre deux spirales voisines, on trouve aisément la variation de l'éclairement et son logarithme. La simple mesure de la densité au microphotomètre permet alors la construction de la courbe caractéristique de l'émulsion et par suite un étalonnage très précis de toute impression lumineuse obtenue sur les plaques photographiques employées.

Pour les mesures rapides, on introduit la plaque photographique dans un châssis fixé sur la glissière et on lui impose simplement une translation horizontale; la plaque passe alors pendant la pose (comme dans le sensitomètre de Jones) derrière un système de fentes horizontales dont les longueurs sont comme les termes d'une progression géométrique de raison 2. (Par l'éloignement de la lampe électrique qui glisse sur des rails, on peut réduire l'intensité de la source lumineuse dans des rapports parfaitement connus.) On obtient sur la plaque photographique, pour une position fixe de la source lumineuse, des plages impressionnées telles que les logarithmes de l'éclairement croissent linéairement, ce qui facilite la construction de la courbe caractéristique.

RADIOACTIVITÉ. — *Spectrographie des rayons γ par diffraction cristalline.* Note de M. **Marcel Frilley**, présentée par M. Maurice de Broglie.

J'ai présenté dans deux précédentes Notes [1] un spectrographe destiné à l'étude des rayons γ par diffraction cristalline, ainsi que les résultats obtenus avec cet appareil pour la famille du Ra. La longueur d'onde la plus courte ainsi mesurée était de 20 UX, correspondant à la forte raie du RaC signalée par la spectrographie corpusculaire (énergie 617 kilovolts).

En poursuivant l'exploration de cette région extrême du spectre, j'ai pu obtenir des raies plus faibles, dont l'une, appartenant également au RaC, correspond à une longueur d'onde encore plus courte, 16 UX. Les autres sont trois faibles raies de fréquence moins élevée. Voici les caractéristiques de ces nouvelles raies :

λ (en UX).	V (en kv.).	Origine.
16	770	RaC
24	515	»
26	475	RaB
29,5	420	RaC

Celles de 24 et 26 UX sont difficiles à séparer et semblent souvent former une trace unique.

Ces résultats sont d'accord avec ceux des spectres photo-électriques dans les limites de la précision des mesures. La distance source-plaque utilisée dans ces expériences étant de $1^{m},60$, l'erreur absolue est limitée à 0,5 UX environ.

Il y a intérêt, pour ces raies de haute fréquence, à placer devant la source un filtre de plomb de $0^{mm},5$ pour éviter la diffusion des rayons mous du faisceau direct au voisinage de la tache centrale. Pour les raies de fréquence moins élevée, l'emploi d'un filtre diminue la netteté du spectre en faisant perdre le bénéfice de la finesse et de l'éclat de l'ampoule d'émanation utilisée comme source.

Avec environ 500 millicuries, on peut en 15 heures obtenir une impression faible des raies de 16, 20 et 35 UX. On obtient, avec la même intensité initiale et une pose de trois jours, un bon enregistrement de ces raies et les trois faibles raies indiquées plus haut. Toutes ces expériences ont été faites

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 137 et 425.

avec des plaques *Opta* Lumière et des écrans renforçateurs au tungstate de calcium.

Le second ordre de la raie de 20 UX se manifeste sur les clichés intenses comme un élargissement anormal du côté des hautes fréquences de la raie de 42 UX.

L'origine des raies a été indiquée, comme pour les précédents résultats, d'après les données des spectres corpusculaires.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la structure des alliages étain-antimoine*. Note de MM. **W. Broniewski** et **L. Sliwowski**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Malgré l'importance industrielle des alliages étain-antimoine, leur structure n'avait pas été établie définitivement.

La méthode chimique paraissait indiquer le composé SbSn (Stead); par l'analyse thermique on retrouvait ce composé seul (Williams) ou associé à la combinaison Sn^3Sb^4 (Reinders) ou bien des *phases* difficiles à préciser (Gallagher). La résistance électrique (Konstantinow et Smirnow) et la force électromotrice de dissolution (Puschin) semblaient indiquer les combinaisons SnSb et Sn^3Sb^2, cette dernière n'apparaissait qu'après recuit.

Nous avons donc cru utile de reprendre cette étude dans son ensemble par la conductivité électrique, le coefficient de température de la résistance électrique, le pouvoir thermo-électrique et sa variation avec la température, la force électromotrice de dissolution, le coefficient de dilatation et sa variation avec la température, la dureté, la micrographie et l'analyse thermique.

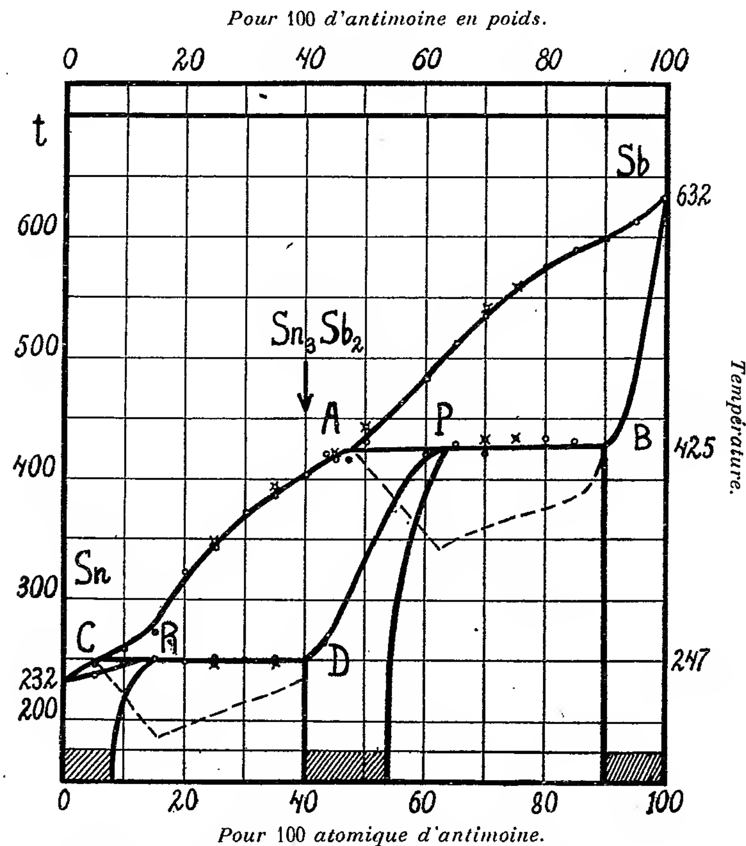
A l'exception de l'analyse thermique, toutes les mesures étaient faites sur les mêmes échantillons recuits pendant 1200 heures à 200°. Cette étude, qui va être publiée, nous montra l'existence d'un seul composé, le Sn^3Sb^2.

Au même résultat conduisit l'analyse thermique exécutée par enregistrement photographique des courbes de solidification à l'aide de l'appareil de M. Rengade. Le diagramme obtenu est reproduit sur la figure ci-après.

A la solidification des alliages de 50 à 90 pour 100 atomiques d'antimoine, se déposent les cristaux en équilibre avec le liquide indiqués par la ligne Sb-B. La solidification prendra fin lorsque B et le liquide A auront formé au péritectique P, à 425° les cristaux d'une solution solide limite de l'antimoine dans le composé Sn_3Sb_2.

Lorsque le liquide a la composition Sn_3Sb_2, à la température du liquidus se déposent les cristaux de la solution solide non saturée, à la composition

indiquée par la ligne PD de sorte que le composé Sn_3Sb_2 sera en équilibre avec la dernière goutte du liquide en C. L'alliage s'homogénéisera lentement par diffusion à l'état solide.



Courbe de fusibilité des alliages étain-antimoine. Les cercles indiquent les températures au refroidissement, les croix à l'échauffemeot. Les lignes en pointillé correspondent au temps de la solidification péritectique. Les bachures indiquent les solutions solides.

Pendant la solidification des alliages industriels à 25 pour 100 d'antimoine, le premier dépôt sera formé par une solution solide à 50 pour 100 d'antimoine environ. Pour un refroidissement technique ordinaire ces cristaux se conserveront entièrement et pourraient être extraits, par la méthode chimique, en donnant les apparences de la combinaison SnSb.

Il n'y aurait, du reste, aucun intérêt à provoquer par un recuit prolongé la transformation de ces cristaux en combinaison Sn_3Sb_2, leur dureté baissant alors de 54 à 42 unités Brinell, ce qui diminuerait la valeur de l'alliage-antifriction.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude thermomagnétique du sesquioxyde de fer attirable à l'aimant.* Note [1] de MM. **J. Huggett** et **G. Chaudron**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Malaguti [2] a découvert un sesquioxyde de fer attirable à l'aimant et en a indiqué plusieurs modes de préparation. Récemment, Abraham et Planiol [3], Chevalier [4], Welo et Baudisch [5] ont étudié diverses propriétés de ce corps.

Nous avons appliqué l'analyse thermomagnétique à l'étude de ce sesquioxyde de fer et nous avons tout d'abord constaté que ses propriétés étaient très différentes suivant le mode de préparation. Nous avons alors cherché à préciser les causes de ces variations.

Nous avons étudié méthodiquement un procédé de préparation indiqué par Malaguti. La matière première de nos expériences était, soit du nitrate ferrique dit pur du commerce, soit du nitrate préparé au laboratoire à partir du fer pur, puis purifié par plusieurs cristallisations. De ce nitrate, on précipite le sesquioxyde par l'ammoniaque; celui-ci, soigneusement lavé, puis séché, est réduit à l'état d'oxyde magnétique Fe^3O^4 par chauffage à différentes températures dans un mélange d'hydrogène et de vapeur d'eau en équilibre avec Fe^3O^4 à la température choisie [6]. La composition de l'oxyde ainsi préparé est contrôlée par l'analyse chimique et thermomagnétique [7]. C'est ce dernier corps qui, par oxydation, fournit le sesquioxyde de fer attirable à l'aimant que nous proposons d'appeler oxyde de Malaguti.

Les meilleures conditions de préparation sont les suivantes : réduction vers 500° du sesquioxyde de fer à l'état de Fe^3O^4, puis oxydation de celui-ci vers 220°. De légères variations de ces températures influent peu sur les propriétés de l'oxyde de Malaguti, mais si l'on prépare l'oxyde Fe^3O^4 au-dessus de 600°, il risque de ne s'oxyder qu'incomplètement, et si la

---

(1) Séance du 21 mai 1928.

(2) Malaguti, *Ann. de Chim. et Phys.*, 3e série, 69, 1863, p. 214.

(3) Abraham et Planiol, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1328.

(4) Chevalier, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1473.

(5) Welo et Baudisch, *Phil. Mag.*, **50**, 1925, p. 399.

(6) G. Chaudron, *Ann. Chim.*, 9e série, **16**, 1921, p. 280.

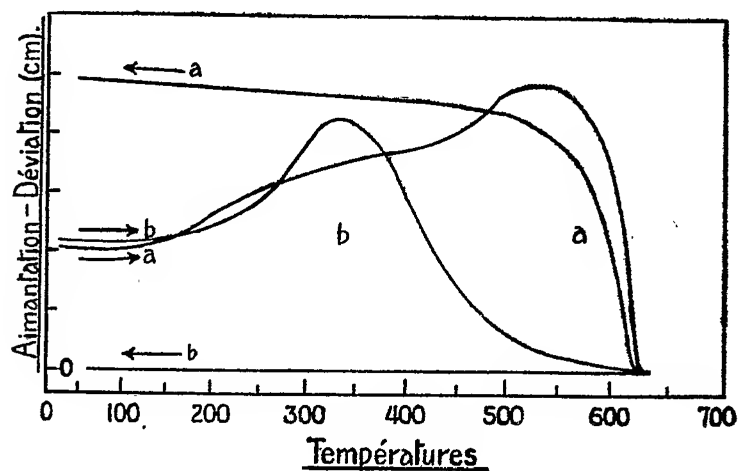
(7) J. Huggett et G. Chaudron, *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 199.

deuxième opération est faite au-dessus de 300°, l'oxyde de Malaguti ainsi obtenu peut se trouver transformé partiellement en sesquioxyde ordinaire.

C'est surtout de la nature et de la proportion des impuretés que dépendent les propriétés de l'oxyde de Malaguti.

Si l'on part d'un nitrate pur préparé au laboratoire, on obtient un oxyde de Malaguti dont l'analyse thermomagnétique donne la courbe *b*. L'aimantation passe par un maximum vers 350°, puis s'annule vers 600°, d'une façon irréversible.

L'analyse thermique décèle un dégagement de chaleur s'étalant entre 350° et 450°, et correspondant à la transformation de l'oxyde de Malaguti en sesquioxyde ordinaire.



Un nitrate moins pur du commerce nous a donné la courbe *a* qui, cette fois, est réversible comme celle d'un corps ferromagnétique ordinaire ayant son point de Curie à 620°. En le chauffant vers 700°, il se transforme avec dégagement de chaleur en sesquioxyde ordinaire.

Si, au lieu d'ammoniaque, on se sert de soude pour précipiter le sesquioxyde de fer, on aura toujours, quels que soient les soins apportés au lavage, des produits contenant un peu de soude à l'état de ferrite de sodium. L'oxyde de Malaguti préparé de cette façon donne toujours des courbes réversibles. Dans ce cas, le dégagement de chaleur, correspondant à la transformation en sesquioxyde ordinaire, n'a lieu que vers 800°.

Une vérification de l'influence des impuretés consiste à recommencer le cycle des préparations avec du sesquioxyde ordinaire fourni par la trans-

formation de divers échantillons d'oxyde de Malaguti. Le corps ainsi obtenu a toujours la même stabilité que l'oxyde de Malaguti initial.

Ainsi, l'oxyde de Malaguti, chauffé à une température suffisamment élevée, se transforme d'une façon irréversible, avec dégagement de chaleur, en sesquioxyde de fer ordinaire, non attirable à l'aimant. Dans le cas des oxydes impurs, cette température se trouve au-dessus du point de transformation magnétique, ce qui explique la réversibilité.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'adsorption dans les systèmes binaires.* Note [1] de Mlle **L.-S. Lévy**, présentée par M. J. Perrin.

I. Comme suite à notre précédente Communication [2], nous exposerons ici les résultats obtenus dans l'adsorption sur le bioxyde de manganèse (10,45 mol/mg pour 1^l) des systèmes fer-nickel, cuivre-nickel, ainsi que les conclusions auxquelles conduit l'ensemble de cette étude.

Introduisant dans les solutions une quantité déterminée de sel de nickel (22,2 mol/mg par litre) on fait varier dans chaque essai la concentration initiale du sel de fer.

A l'équilibre, la concentration C_{Ni} du nickel en solution peut être considérée comme constante, sa variation étant inférieure à 2 pour 100 pour toute la série des expériences.

Le diagramme représentatif de l'adsorption du *fer* — considéré isolément — est encore une droite (*fig.* 1).

Dans le cas du système cuivre-nickel, C_{Ni}(22,2 mol/mg) ne subit qu'une variation inférieure à 3 pour 100, et la courbe représentative de l'adsorption du *cuivre* se confond encore avec une droite dans un grand intervalle de concentrations (*fig.* 2).

II. D'une façon générale :

1° *Dans chacun des systèmes binaires étudiés, la loi d'adsorption de l'une des substances, pour une concentration donnée de l'autre, obéit à la formule de Freündlich :* $c = KC^m$.

2° *Les constantes* K *et m se montrent fonction de la concentration à l'équilibre de la seconde substance.*

Les diagrammes obtenus permettent, dans le cas du système fer-cuivre [2], d'expliciter ces fonctions. En portant en ordonnées Log K_{Fe} et

---

[1] Séance du 4 mai 1928.

[2] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 35.

m_{Fe}, et en abscisses, respectivement Log C_{Cu} et C_{Cu} (*fig.* 3), on obtient des droites, ce qui mène aux équations

$$K_{Fe} = A\,C_{Cu}^{-B}, \qquad m_{Fe} = A_1 C_{Cu} + B_1$$

(A, A_1, B, B_1 étant de nouvelles constantes).

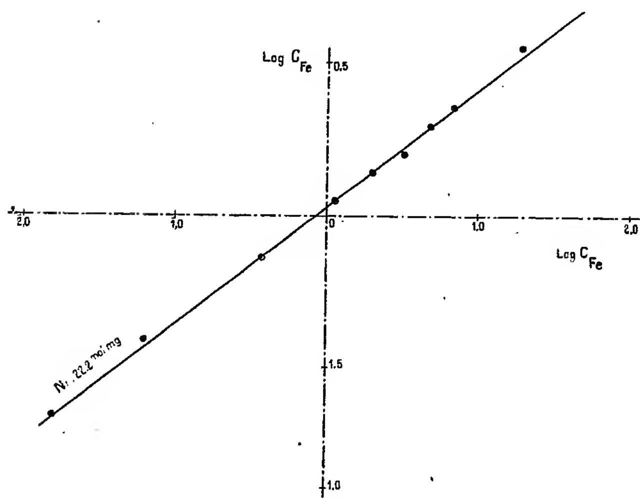


Fig. 1.

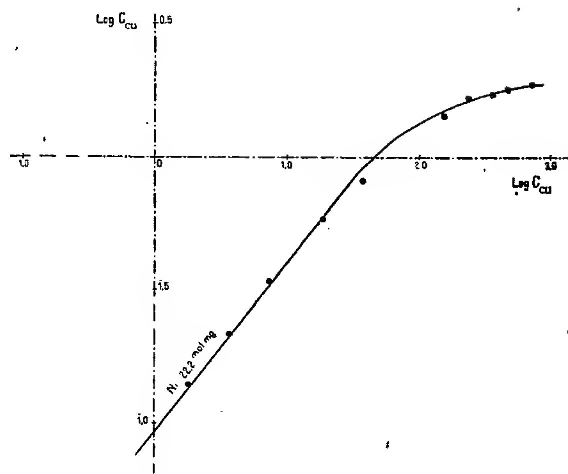
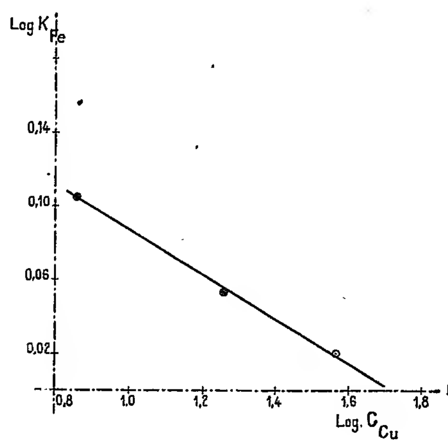


Fig. 2.



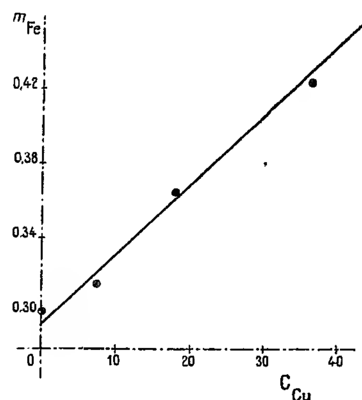


Fig. 3.

La connaissance de K_{Fe} et de m_{Fe} permet de construire toutes les isothermes de l'adsorption du *fer* en présence de cuivre.

III. On peut comparer l'influence du cuivre et du nickel sur l'adsorption

du *fer*. On constate qu'à molarité égale elle est sensiblement la même :

	Cu 22 mol/mg (calculé).	Ni 22 mol/mg.
K_{Fe}	1,11	1,06
m_{Fe}	0,38	0,39

Il n'en est plus de même de l'influence du fer et du nickel sur l'adsorption du *cuivre* : 22 mol/mg de nickel imposent à la courbe représentative les caractéristiques suivantes :

$$K_{Cu} = 0{,}09, \qquad m_{Cu} = 0{,}64.$$

Les mêmes valeurs seraient obtenues en présence de 0,04 mol/mg de fer en solution, soit 600 fois moins environ ([1]).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Les modifications allotropiques et les solutions solides du phosphore*. Note ([2]) de M. **J. W. Nicolaïeff**, présentée par M. C. Matignon.

M. W. N. Ipatieff et moi ([3]) avons montré dans quelles conditions nous avions obtenu les quatre modifications du phosphore blanc, pourpre (décrit par nous pour la première fois), rouge violet et noir.

Depuis lors, nous avons étudié les propriétés de ces différents phosphores dans le but de vérifier leur existence individuelle.

La difficulté résidait surtout dans la nécessité d'avoir, pour les mesures, des produits homogènes. Les espèces courantes de phosphores rouges et les mélanges de phosphores diversement colorés qu'on obtient dans la bombe d'Ipatieff ne présentent pas une structure cristalline homogène, comme on le reconnaît à l'examen microscopique. On a dû effectuer la séparation, sous le microscope binoculaire, des gros cristaux de même couleur et de même aspect; on peut ainsi obtenir, après plusieurs heures de travail, $0^g,15$ à $0^g,20$ de petits cristaux homogènes et semblables. Pour chacun de ces groupes, on a déterminé la densité, le point d'inflammation et la tension de vapeur à la température de 21°.

([1]) C'est l'ordre de grandeur de la différence entre l'adsorption du *fer* et celle du *nickel* sur un précipité de bioxyde de manganèse. (Voir M. Geloso, *Ann. de Chim.*, 10e série, 6, 1926, p. 392.)

([2]) Séance du 30 mai 1928.

([3]) Paraîtra prochainement dans un autre Recueil.

La mesure de densité démontre de suite une relation entre la couleur et la densité.

Entre les densités 1,85 et 2,09, la couleur varie de la teinte orange à la teinte rouge foncé (rubis) en passant par le pourpre. Le phosphore de densité 2,10, 2,11 possède une faible couleur violette, mais cette couleur s'accentue quand augmente la densité.

Avec la densité 2,50, le phosphore est gris violet; pour la densité 2,61, il possède la couleur du graphite, et devient noir métallique avec la densité 2,70.

Les phosphores pourpres et violets dont la densité ne dépasse pas 2,20 s'obtiennent à partir du phosphore blanc aux températures de 250 à 280° par un chauffage plus ou moins prolongé; les phosphores violets de densité plus élevée (2,25 à 2,70) s'obtiennent au-dessus de 300°. Pour atteindre la modification noire, il faut chauffer pendant quatre jours.

Les mesures isothermiques de la tension de vapeur (21°) furent effectuées soit dans un petit tensimètre, soit dans le vide barométrique. Enfin la température de fusion put être déterminée pour les phosphores voisins du phosphore blanc.

Les résultats sont représentés dans les courbes ci-contre où les densités sont portées en abscisses, les tensions de vapeur (courbe B), les températures d'inflammation (courbe A) et les points de fusion en ordonnées (courbe C).

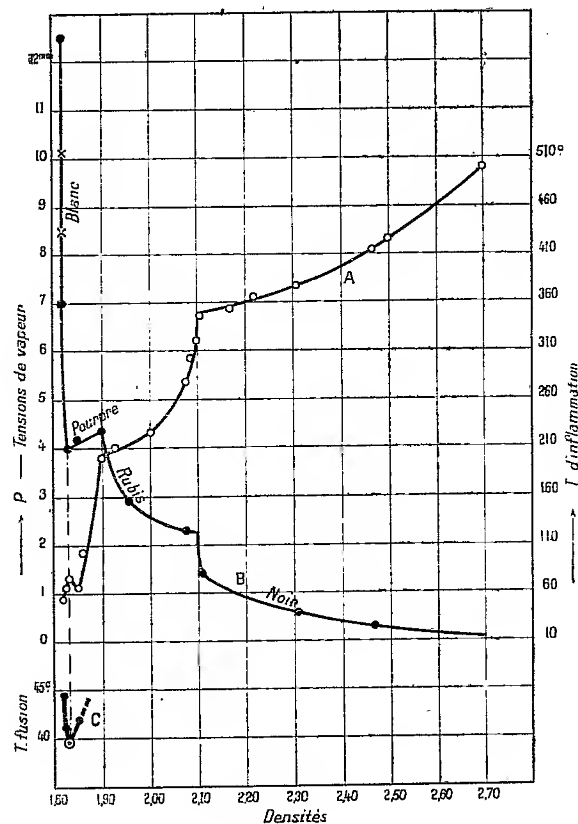
A une certaine densité, correspondent une tension de vapeur, un point d'inflammation et un point de fusion bien déterminés, ce qui démontre l'homogénéité des grains cristallisés dans chaque séparation.

L'examen de ces courbes met en évidence l'existence des quatre modifications du phosphore, et celle de solutions solides formées par ces modifications deux à deux. Le phosphore pourpre a comme densité 1,90, sa tension de vapeur est $4^{mm},4$ et son point d'inflammation 200°. Le phosphore rubis a une tension égale à $1^{mm},4$ avec une densité de 2,11, il s'enflamme à 346°; quant au phosphore noir, sa densité est 2,7 avec une température d'inflammation voisine de 490° et une tension non mesurable, inférieure à un demi-millimètre.

Les phosphores dont les densités sont comprises entre 1,90 et 2,11 sont des solutions solides des deux formes pourpre et rubis; ceux dont la densité varie de 2,11 à 2,70 sont des solutions solides des phosphores rubis et noir.

Le point d'intersection des branches phosphore pourpre et phosphore blanc correspond à l'eutectique de ces deux phosphores; cet eutectique fond

à 39°,5 (phosphore blanc 44°,3), il a une tension de vapeur plus faible que celle du phosphore blanc, sa couleur ressemble à celle de la « pâte de Mendéleeff », il contient très peu de phosphore pourpre, sa densité est 1,83, celle du phosphore blanc étant 1,82. Son point de fusion est bien un minimum



comme le montre la courbe. L'étude microcristallographique de l'eutectique met bien en évidence l'existence des deux formes cristallines constituant cet eutectique. La température d'inflammation présente un maximum pour le mélange eutectique.

Les résultats précédents conduisent aux conclusions suivantes :

1° L'existence de quatre modifications allotropiques du phosphore, formant entre elles une suite continue de solutions solides, est démontrée.

2° La notion vague de phosphore rouge est remplacée par celle de deux espèces de phosphore : le phosphore pourpre et le phosphore rubis (rubis par transparence et légèrement violet par réflexion).

3° Les phosphores violets sont des solutions solides des phosphores noirs et rubis.

4° Les phosphores blanc et pourpre forment un eutectique (¹).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Contribution à l'étude du sulfure de diphénylène.* Note de MM. **Ch. Courtot, L. Nicolas** et **Tchang Han Liang**, présentée par M. Charles Moureu.

La chimie du sulfure de diphénylène est extrêmement peu développée et l'investigation que nous avons entreprise dans ce domaine (²) se poursuit dans la présente Communication par l'étude de certains dérivés halogénés, halogénonitrés et par l'examen de leurs spectres d'absorption dans l'ultraviolet.

I. *Dérivés monohalogénés du sulfure de diphénylène.* — Le sulfure de diphénylène monochloré est obtenu par décomposition du diazoïque de l'aminodiphénylènesulfure fusible à 133°. Le mode opératoire détaillé sera donné dans un autre recueil. Ce dérivé chloré est parfaitement incolore, il fond à 113-114°. On le prépare également par action du chlorure de thionyle, à froid, sur le nitrodiphénylènesulfure, $f = 184°$.

Le bromodiphénylènesulfure, fines aiguilles blanches, $f = 125$-$126°$, prend naissance également par les deux méthodes. En outre, par bromuration directe du sulfure de diphénylène, en solution chloroformique, on isole ce même dérivé bromé. L'identité a été établie : 1° par la preuve du mélange à la fusion ; 2° par l'examen des spectres d'absorption dans l'ultraviolet ; 3° par transformation du dérivé bromé de bromuration directe en dérivé aminé, au moyen de l'ammoniaque et de chlorure cuivreux, à 140-160°. On arrive au dérivé aminé, $f = 133°$, identique à celui obtenu par réduction du dérivé nitré.

Le dérivé iodé n'a été synthétisé que par la décomposition de Sandmeyer. Il fond à 87-88° et constitue par suite une exception à la règle qui exige des points de fusion croissants pour des corps substitués par des halogènes à poids atomiques croissants.

II. *Dérivés dihalogénés du sulfure de diphénylène.* — Le diaminodiphé-

---

(¹) Un Mémoire détaillé paraîtra dans un autre Recueil.

(²) Ch. Courtot et Pomonis, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 893 et 931, et Pomonis, *Thèse d'Université*, Nancy, 1926.

nylènesulfure se tétrazote facilement et nous a permis d'obtenir le dichlorodiphénylènesulfure, aiguilles blanches, $f = 205\text{-}206^\circ$, le dibromodiphénylènesulfure, $f = 229^\circ$, et le diiododiphénylènesulfure, $f = 219\text{-}220^\circ$. Ici encore, le point de fusion du composé iodé est inférieur à celui du produit bromé. Le dérivé dibromé se forme également dans la bibromuration directe du sulfure de diphénylène et l'identité des deux dibromodiphénylènesulfure a été établie par les méthodes développées dans le cas des monobromodiphénylènesulfure.

Le monobromodiphénylènesulfure ainsi que le dérivé dibromé réagissent sur le magnésium, suivant la technique de Grignard. Nous avons ainsi obtenu les acides diphénylènesulfure carbonique, $f = 255^\circ$, et dicarbonique, $f = 320^\circ$ (par projection) et nous nous réservons l'étude approfondie de ces magnésiens.

III. *Monobromomononitrosulfure de diphénylène*. — La nitration du sulfure de diphénylène nous a donné, à côté du dérivé nitré, une notable proportion de diphénylènesulfinone. La présence de l'atome de brome dans la molécule ne modifie pas sensiblement l'allure de la réaction, de sorte qu'il se forme des quantités plus ou moins grandes de bromodiphénylènesulfinones, à côté de bromonitrodiphénylènesulfure. Le dérivé bromonitré se présente en fines aiguilles, jaune pâle, $f = 264\text{-}265^\circ$, alors que la bromodiphénylènesulfinone est parfaitement blanche et fusible à $171\text{-}172^\circ$.

Par réduction du dérivé bromonitré, on arrive au bromoaminodiphénylènesulfure, $f = 150\text{-}151^\circ$, qui, diazoté, puis chauffé en milieu bromhydrique et de bromure cuivreux, donne un dibromodiphénylènesulfure en tous points identique à celui préparé soit par bromuration directe du sulfure de diphénylène, soit par réaction de Sandmeyer sur le dérivé diaminé provenant de la réduction du dérivé dinitré. Nous sommes donc fondés à conclure que le bromonitrodiphénylènesulfure a ses substituants en 2 et en 7, nous basant sur la démonstration précédemment donnée (*loc. cit.*) pour établir la place des groupes nitrés introduits directement dans la molécule de sulfure de diphénylène.

IV. Les spectres d'absorption de tous les dérivés décrits dans cette Note, à l'exception des acides diphénylènesulfurecarboniques, ont été déterminés dans la région $\frac{1}{\lambda} = 2500$ jusqu'à $\frac{1}{\lambda} = 4300$. L'introduction d'un atome d'halogène dans la molécule du sulfure de diphénylène provoque dans tous les cas un effet bathochrome et hyperchrome, peu marqué pour l'iode,

beaucoup plus accentué pour le chlore et le brome. La présence d'un second atome d'halogène, identique au premier, exalte l'effet chromogénique; mais, chose curieuse, c'est cette fois le dérivé diiodé qui accuse le maximum de déplacement de la courbe vers les fréquences les plus faibles.

L'action chromogénique des substituants OH, NH^2, NO^2 est dans tous les cas beaucoup plus intense que celle de deux atomes d'halogène et suit l'ordre croissant : hydroxy, amino, nitro.

Si nous mettons en regard les spectres du sulfure de diphénylène, de la diphénylènesulfinone et de la diphénylènesulfone, bien que les courbes soient voisines et plus particulièrement pour les deux premiers termes, l'effet bathochrome est cependant d'autant plus intense que l'atome de soufre est plus désaturé. Il en est de même pour les dérivés monobromés correspondants, mais il ne faudrait pas se laisser entraîner à une généralisation hâtive, car, si nous remplaçons le substituant brome par un, puis deux groupes aminogènes dans le diphénylènesulfure et la diphénylènesulfone, la prédominance de l'effet bathochrome subsiste dans les fréquences faibles pour le soufre le moins saturé il est vrai, mais s'inverse nettement pour le reste du spectre ultraviolet.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Stabilité comparée des différents isomères selon leur spectre d'absorption. Transpositions dans la série des aryl-1-phényl-2-éthyl-2-butanols-1*. Note [1] de Mme **Ramart-Lucas** et M. **Anagnostopoulos**, présentée par M. Charles Moureu.

L'un de nous a montré [2] l'importance que présente au point de vue de la prévision des transformations intramoléculaires la connaissance des spectres d'absorption dans l'ultra-violet.

Nous exposerons ici l'étude des transpositions qui accompagnent la déshydratation des aryl-1-phényl-2-éthyl-2-butanols-1. L'application des règles énoncées antérieurement nous a permis d'obtenir à volonté, à partir de chaque alcool, l'un ou l'autre des carbures isomères susceptibles de se former.

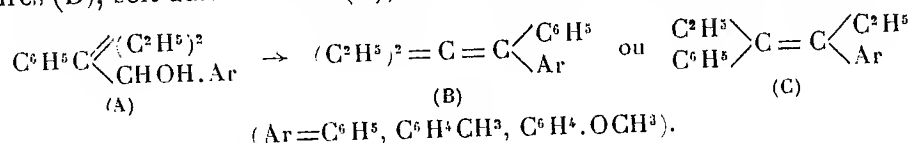
Par déshydratation ces alcools (A) peuvent conduire : soit aux car-

---

(1) Séance du 4 juin 1928.

(2) Mme Ramart-Lucas, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1301.

bures (B), soit aux carbures (C), soit encore au mélange des deux [1] :

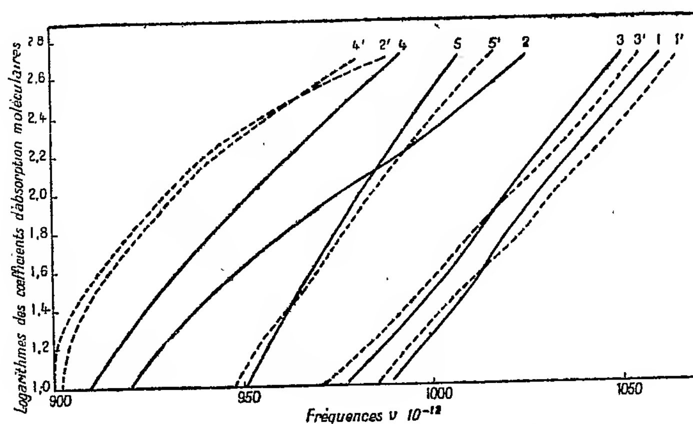


$(Ar = C^6H^5, C^6H^4CH^3, C^6H^4.OCH^3)$.

Ayant déshydraté ces alcools (par passage de leurs vapeurs sur des agglomérés de terre d'infusoires) sous pression réduite vers 300°-350°, nous avons vu que, dans ces conditions, il se forme les carbures (B). Nous avons alors préparé synthétiquement les carbures des deux séries et nous avons constaté que les carbures (C) ont une courbe d'absorption située plus près du visible que celle des carbures (B).

Il devait donc être possible, d'après les règles énoncées, d'obtenir les carbures (C) en opérant la déshydratation à une température plus élevée. Ces prévisions se sont entièrement réalisées. En déshydratant (A) vers 300°-350° on a le carbure (B), et vers 400°-450° c'est le carbure (C) que l'on obtient.

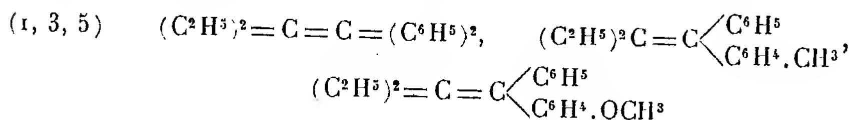
L'identification de ces carbures a été faite par leur oxydation chromique et par la mesure de leurs coefficients d'absorption comparés à ceux de ces mêmes carbures obtenus par synthèse.



Les courbes ci-dessus représentent le coefficient d'absorption des carbures obtenus par voie de synthèse (traits pleins), et ceux des carbures provenant

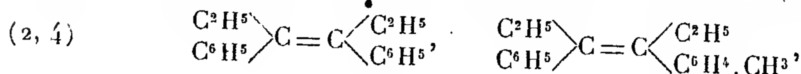
(1) Il est vraisemblable que nous avons en réalité un mélange des deux carbures dans chaque cas, mais nous n'avons pu le déceler.

de la déshydratation des alcools (A) (traits pointillés). En abscisses sont portées les fréquences $\nu . 10^{-12}$, en ordonnées les logarithmes des coefficients d'absorption (¹) moléculaires Σ (définis par $I = I_0 . 10^{-\Sigma cd}$).



(1, 3, 5) $(C^2H^5)^2=C=C=(C^6H^5)^2$, $(C^2H^5)^2C=C<^{C^6H^5}_{C^6H^4.CH^3}$, $(C^2H^5)^2=C=C<^{C^6H^5}_{C^6H^4.OCH^3}$

1′, 3′, 5′ les mêmes carbures obtenus par déshydratation des alcools (A) :



(2, 4) $^{C^2H^5}_{C^6H^5}>C=C<^{C^2H^5}_{C^6H^5}$, $^{C^2H^5}_{C^6H^5}>C=C<^{C^2H^5}_{C^6H^4.CH^3}$

obtenus par synthèse, 2′, 4′ les mêmes carbures obtenus par déshydratation des alcools (A) vers 400°.

Les alcools (A) furent obtenus en réduisant les cétones correspondantes par Na et C^2H^5OH. Les cétones, alcools, carbures ainsi étudiés n'étaient pas connus (sauf la diphényl-1-2-éthyl-2-butanone-1), non plus que certaines combinaisons préparées afin de reproduire synthétiquement les carbures de transposition. Nous donnons ici les constantes de tous ces composés.

p-Tolyl-1-phényl-2-éthyl-2-butanone-1 : P. F. 86°, P. E. 205° sous 15mm. Oxime : P. F. 205°; semi-carbazone : P. F. 169°.

Anisyl-1-phényl-2-éthyl-2-butanone-1 : P. F. 56°, P. E. 222° sous 15mm. Oxime : P. F. 180°.

p-Tolyl-1-phényl-2-butanone-1 : P. F. 35°, P. E. 185° sous 11mm; semi-carbazone : P. F. 161°.

Anisyl-1-phényl-2-butanone-1 : P. F. 45°, P. E. 215°-220° sous 20mm. Oxime : P. F. 154°; semi-carbazone : P. F. 118°.

Diphényl-1-2-éthyl-2-butanol-1 : P. E. 209° sous 20mm; phényluréthane : P. F. 157°.

p-Tolyl-1-phényl-2-éthyl-2-butanol-1 : P. E. 205° sous 11mm; phényluréthane : P. F. 166°.

(¹) Pour les carbures (B) les courbes d'absorption des carbures obtenus par synthèse et celles des carbures de transposition se superposent pratiquement. Il n'en est plus de même pour les carbures (C). Les courbes 2′ et 3′ des carbures de transposition sont plus près du visible que celle des mêmes carbures obtenus par synthèse (2 et 3). Cela tient à ce que ces carbures peuvent exister sous deux formes stéréoisomères, et l'on sait que les formes stables de semblables isomères ont une courbe d'absorption située plus près du visible que celle des formes labiles. Or les carbures de transposition ayant été formés à plus haute température contiennent une plus forte proportion de la forme stable.

Anisyl-1-phényl-2-éthyl-2-butanol-1 : P. E. 234° sous 20mm ; phényluréthane : P. F. 122°.

Diphényl-1.1-éthyl-2-butanol-1 : P. E. 186° sous 15mm.

p-Tolyl-3-phényl-4-hexanol-3 : P. E. 190° sous 15mm.

Diphényl-1.1-éthyl-2-butène-1 : P. E. 160° sous 11mm.

p-Tolyl-1-phényl-1-éthyl-2-butène-1 : P. E. 172° sous 11mm.

Anisyl-1-phényl-1-éthyl-2-butène-1 : P. E. 190° sous 11mm.

Diphényl-3.4-hexène-3 : P. E. 168° sous 14mm.

p-Tolyl-3-phényl-4-hexène-3 : P. E. 170° sous 11mm.

Anisyl-3-phényl-4-hexène : P. E. 204° sous 12mm.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'oxyde de benzyle et de chlorométhyle et sur le formal de l'alcool benzylique.* Note de M. **P. Carré**, présentée par M. G. Urbain.

L'oxyde de benzyle et de chlorométhyle $C^6H^5CH^2OCH^2Cl$ a déjà été obtenu par A. J. Hill et T. Krach [1], en appliquant à l'alcool benzylique la méthode générale de préparation des éthers-oxydes chlorométhylés, c'est-à-dire en saturant par le gaz chlorhydrique le mélange d'alcool benzylique et de formol.

D'après ces auteurs l'oxyde de benzyle et de chlorométhyle serait moins stable en présence du chlorure de benzyle qui faciliterait la décomposition à la distillation. Ils recommandent d'utiliser pour cette préparation un alcool benzylique bien exempt de chlorure de benzyle et d'effectuer la réaction avec un excès de formol (3^{mol} de CH^2O pour 1^{mol} d'alcool benzylique).

En fait, lorsqu'on sature par le gaz chlorhydrique, à la température ordinaire, le mélange de l'alcool benzylique pur avec un excès de formol, il se forme toujours, à côté de l'éther oxyde chlorométhylé, une certaine quantité de chlorure de benzyle, et aussi du formal de l'alcool benzylique.

Nous pensons que l'altération de l'oxyde chlorométhylé, parfois constatée au cours de la distillation du produit brut, provient plutôt de ce qu'il peut rester de l'alcool benzylique non transformé. En effet, lorsqu'on chauffe l'oxyde de benzyle et de chlorométhyle avec l'alcool benzylique il se fait du formal benzylique. On s'explique par suite l'influence d'un excès de formol relativement à l'alcool benzylique dont la réaction totale est alors

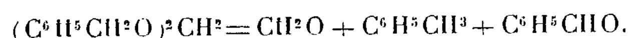
(1) A. J. Hill et T. Krach, *Am. Chem. Soc.*, 48, 1926, p. 257.

plus facilement assurée. Le mélange de l'oxyde de benzyle et de chlorométhyle avec le chlorure de benzyle peut être distillé dans le vide sans décomposition, et après un nombre suffisant de rectifications, on isole facilement l'oxyde $C^6H^5CH^2OCH^2Cl$, liquide mobile, distillant à 103° sous 13^{mm}.

Cet oxyde chlorométhylé ne peut être distillé sans décomposition sous la pression ordinaire.

Le formal benzylique $(C^6H^5CH^2O)^2CH^2$, qui se trouve dans les dernières portions de la rectification du produit brut de l'action du gaz chlorhydrique sur le mélange d'alcool benzylique et de formol, a déjà été préparé par Délépine (1), en traitant l'alcool benzylique par le sulfate de méthylène.

Il est décomposé par la chaleur d'une façon curieuse, non encore signalée. Quand on le chauffe, sous la pression ordinaire, à l'ébullition, vers 330°, il se décompose lentement en aldéhyde formique, toluène et aldéhyde benzoïque :



$$(C^6H^5CH^2O)^2CH^2 = CH^2O + C^6H^5CH^3 + C^6H^5CHO.$$

Le formal benzylique subit donc une décomposition d'autoxydation-réduction, comparable à la réaction de Cannizaro d'autoxydation-réduction des aldéhydes en acides et en alcools par l'action des alcalis.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle synthèse de l'acide tropique.* Note (2) de M. **Marc Chambon**, transmise par M. V. Grignard.

Les synthèses proposées pour la préparation de l'acide tropique



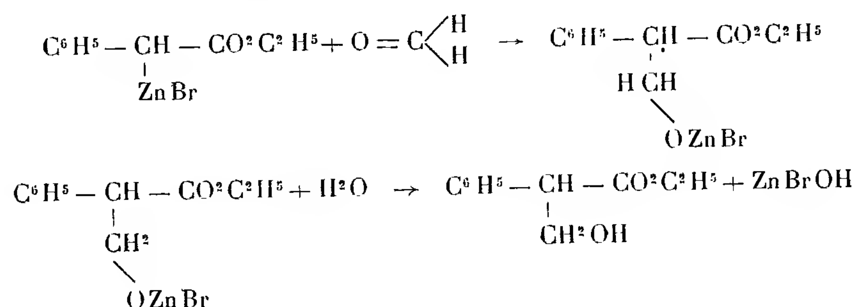
$$C^6H^5CH(CH^2OH) - CO^2H$$

à partir de l'acide atropique, selon la méthode de Ladenburg, plus récemment reprise par A. Mc Kenzie et Wood (3), ou à partir de l'éther formylphénylacétique réduit par l'amalgame d'aluminium, selon E. Muller (4), donnent des rendements trop minimes ou trop péniblement acquis pour permettre l'étude des dérivés de cet acide.

(1) Délépine, *Bull. Soc. chim.*, 3e série, 21, 1899, p. 1059.
(2) Séance du 4 juin 1928.
(3) *J. of Chem. Soc.*, 115, 1919, p. 828.
(4) *Berichte*, 51, 1918, p. 252.

La synthèse que nous avons exécutée s'inspire de celle de E. Blaise et L. Marcilly [1].

L'éther bromophénylacétique $C^6H^5-CHBr-CO^2C^2H^5$, préparé selon Anschütz [2], est condensé avec le trioxyméthylène en présence de zinc en limaille fine, dans le benzène :



L'organozincique est décomposé par l'eau et la solution benzénique, après lavage à l'acide sulfurique à 20 pour 100, puis à l'eau, est évaporée dans le vide. L'éther tropique redissous dans l'alcool est saponifié, à 60°, dans la baryte alcoolique, dont on élimine ultérieurement l'excès par un courant de CO^2. La solution de tropate de baryum séparée par essorage est concentrée dans le vide. L'ensemble, précipité et solution, après acidification par HCl, est épuisé, trois fois, à l'éther. On distille l'éther de la solution, et le résidu encore chaud est versé dans de la benzine qui dissout l'acide atropique et l'acide phénylacétique, tandis que l'acide tropique cristallise, après refroidissement. Celui-ci est mis à recristalliser deux fois dans l'eau bouillante et séché. Le rendement dépasse 50 pour 100.

La pureté du corps a été vérifiée par son point de fusion : 118°, et par l'analyse élémentaire.

LITHOLOGIE. — *Sur la présence des laves alcalines dans la mer Égée septentrionale*. Note de M. **Const. A. Kténas**.

La mer Égée septentrionale nous fournit un exemple, parmi beaucoup d'autres, d'une région où *des laves calco-alcalines sont associées à des venues*

---

(1) *Bull. Soc. chim. de France* (*Condensation du bromoisobutyrate d'éthyle avec le trioxyméthylène en présence de zinc*), 31, 1904, p. 111.

(2) *Annalen*, 354, 1907, p. 127.

magmatiques alcalines. La présente Note est consacrée à l'exposé sommaire des caractéristiques des gisements alcalins.

Les études réciproques se rapportent aux roches des volcans suivants : 1° rochers de Caloyéri, situés au centre de la mer Égée; 2° formation filonienne de Lidario, à l'île de Haghios Eustratios; 3° volcan d'Emboriòs, à la partie méridionale de l'île de Chios.

Dans le tableau ci-dessous sont données les analyses chimiques, effectuées par M. Raoult, des roches alcalines *a*, *b* et *c*.

1° La constitution minéralogique du *tuf palagonitique alcalin* de Caloyéri a été donnée dans une Note antérieure ([1]). La composition virtuelle que l'on peut déduire de l'analyse chimique *a*, malgré la nature tufique de la roche, est celle d'une *téphritoïde* passant à la *basanitoïde* : II (III).6.2.4. La roche renferme à peu près 35 pour 100 de minéraux colorés; elle ne contient pas de néphéline exprimée minéralogiquement.

	a.	*b.*	*c.*	*d.*
SiO^2	42,72	48,84	72,80	52,29
Al^2O^3	15,38	13,78	15,78	17,69
Fe^2O^3	5,26	3,23	0,10	2,56
FeO	3,16	4,35	0,72	4,36
MgO	8,55	8,74	—	6,65
CaO	7,06	9,52	0,86	7,58
Na^2O	5,30	3,88	4,69	3,47
K^2O	1,92	3,62	4,10	2,50
TiO^2	1,52	1,22	0,08	1,13
P^2O^5	0,50	0,93	—	0,36
H^2O +	3,55	1,70	0,39	1,01
H^2O —	3,88	0,36	0,33	0,28
MnO	0 13	0,18	0,20	0,11
CO^2	1,40	—	—	—
	100,23	100 35	100,05	99,98

2° Les couches de tuf et de conglomérat à galets de roches éruptives calco-alcalines de l'île de Haghios Eustratios sont traversées, aux environs de Lidario, par des filons de 4 à 5^m de puissance. La roche filonienne que je désigne du nom *eustratite* est compacte, à facies lamprophyrique. L'analyse chimique *b* conduit à la formule III. 6'.2.3(4). Il y a 10,80 pour 100 de néphéline virtuelle qui n'est pas exprimée minéralogiquement.

([1]) CONST. A. KTÉNAS, *Comptes rendus*, 178, 1926, p. 101.

Le rapport de l'orthose au plagioclase calculé est égal à 0,95; la proportion de potasse et de soude se rapproche de l'égalité.

Parmi les rares phénocristaux prédominent ceux d'olivine et de hornblende résorbée. L'augite verte et l'oligoclase n'apparaissent qu'exceptionnellement. La pâte est formée de nombreux cristaux automorphes d'augite et de magnétite titanifère qui sont enveloppés par une masse à la constitution de laquelle prennent part des plages de feldspaths, des lames de biotite et du verre incolore (1).

Le magma eustratique est plus mélanocrate que les monzonites néphéliniques; cristallisé sous la forme grenue, il doit occuper une place intermédiaire entre les shonkinites et les théralithes, place vacante dans le schéma de classification de M. A. Lacroix.

3° Le volcan d'Emboriòs est formé de deux dômes : celui de Psaronas, et celui de Prophète-Hélie. D'une hauteur de 216^m, ce dernier dôme se compose d'une *rhyolite alcaline*. La roche est blanche, à grain fin, à aspect saccharoïde; elle renferme des cristaux de quartz, d'orthose, d'anorthose, peu d'oligoclase, de hornblende; sa pâte est composée de feldspaths et de petits grains de quartz. Enfin, cette roche est caractérisée par la présence des cristaux d'*almandin*, de *topaze* et d'un minéral bleu dont je poursuis l'étude. Le calcul des paramètres magmatiques (analyse *c*) conduit à la formule I.4.1(2).(3)4.

En terminant, je dois faire remarquer que même les laves des volcans de Thèbes en Thessalie, de Psathoura, d'Antistrovilas (île de Chios) et d'Erythrée septentrionale (Asie Mineure), qui appartiennent à une *andésite andésinique augitique à olivine*, sont relativement riches en alcalis, et surtout en potasse (analyse *d* : moyenne de six analyses). Tous ces volcans se trouvent dans une zone sinueuse qui se développe à travers la mer Egée septentrionale.

GEOLOGIE. — *Sur la structure du massif de Bessède (Aude) et sur ses relations tectoniques avec le massif du Saint-Barthélémy (Ariège)*. Note de M. **Marcel Casteras**, présentée par M. H. Douvillé.

Entre la vallée de l'Aude et celle du Rébenty, un important affleurement hercynien, le massif de Bessède, s'étend, d'abord suivant une étroite bande

(1) A comparer mon étude sur le volcan de Psathoura [*Praktika de l'Académie d'Athènes*, mars 1928 (sous presse)].

depuis le village de Galinagues jusqu'au méridien d'Aunat, pour s'étaler ensuite largement dans les parages de Bessède. La Feuille géologique de Quillan au $\frac{1}{80000}$ en fait le témoin le plus oriental d'une nappe supérieure de l'édifice nord-pyrénéen, dite C. A ce titre, les terrains cristallins et primaires du massif, ainsi que sa couverture secondaire, conservée seulement au nord de Bessède, reposeraient sur la série secondaire de Rodome et du plateau du Clat, attribuée à une nappe B. Les faits observés dans la région m'amènent à des conclusions différentes.

L'interprétation de la Feuille de Quillan repose essentiellement sur deux hypothèses : l'indépendance de la couverture secondaire du massif de Bessède et des calcaires du plateau du Clat et la superposition du Primaire et du Cristallin de Bessède à un synclinal de la nappe B.

1° Dans le versant oriental du cirque de Bessède, il n'est pas possible de distinguer deux séries secondaires superposées.

Les calcaires urgoniens du Roc de la Trébine (Nappe C) sont en continuité avec ceux de la forêt du Miayro, c'est-à-dire avec tout l'ensemble du plateau du Clat (Nappe B). Au Nord, après une inflexion de leur contour, due à une amorce anticlinale qui fait apparaître de la dolomie et du Lias au Col de Dent, ces mêmes calcaires se relient à l'Urgonien du Roc de Labeau et du sommet de Nagreychou. De plus, depuis le versant nord du Roc de la Serre et jusqu'au sud de la forêt de la Devèze, les terrains primaires de Bessède s'enfoncent sous la crête urgonienne, complétée à la base par une série secondaire continue, comprenant du Lias inférieur, du Lias moyen fossilifère et de la dolomie jurassique.

La terminaison orientale du Massif de Bessède est une terminaison périanticlinale et ce massif s'enfonce vers l'Est sous le plateau du Clat.

Quant au petit affleurement de schistes cristallins situés dans la dépression du Pas del Corps, il correspond à la réapparition du substratum primaire, grâce à un repli anticlinal très accentué. Peut-être y a-t-il lieu de la relier, toujours sur la bande anticlinale du Col de Dent, avec un affleurement de marnes liasiques, reconnu encore plus à l'Est, au Pas d'Encausse.

2° A la terminaison occidentale du massif de Bessède au nord de Galinagues, de même que pour toute la bande qui court au nord de Rodome et d'Aunat, il n'y a nullement « superposition évidente » du Primaire à un synclinal de la série B; en outre, la prétendue série B n'y présente pas une allure synclinale.

La barre urgonienne qui traverse la vallée du Rébenty un peu en amont du moulin du Roc ne se relie pas, au sud de Galinagues, avec l'étroite bande qui vient du Col de Triby, cette dernière se terminant au sommet de Jan Blanc; mais elle se poursuit,

le long du contact de l'Albien et du Primaire, en une longue bande étirée qui représente le flanc septentrional du synclinal albien de Munès. De la sorte, dans une succession de plis, tous dirigés Est-Ouest et poussés vers le Nord, les terrains cristallins et primaires du sommet d'Arques et du ruisseau du Ramenis se présentent comme un anticlinal profond. Je citerai à ce sujet un point typique sur le chemin de Galinagues à Rodome, où l'on peut observer une série complète et concordante, allant du gneiss à l'Albien, sur le flanc méridional de l'anticlinal en question.

Sur le méridien de Galinagues, le Primaire, limité par des contacts verticaux, apparaît grâce à un repli anticlinal très accentué. En outre, cette disposition se reproduit plusieurs fois.

En effet au Sud, sur le flanc méridional, les calcaires secondaires du mamelon 948 sont recoupés par plusieurs anticlinaux parallèles, très aigus, qui font réapparaître des langues du substratum primaire. De même au Nord, les schistes et quartzites houillers qui, par place, chevauchent faiblement l'Albien, montrent à l'ouest de Caillens un accident anticlinal du même style.

Aux renseignements qui précèdent sur le massif de Bessède, j'ajoute les suivants, concernant des parages plus occidentaux.

Sous des crêtes occupées par des calcaires secondaires, la bande primaire de Belcaire occupe une dépression, le long des 6^{km} de son parcours. A l'Ouest, elle se termine dans une vallée; à l'Est, au Roc Vertret, elle dessine un pli couché vers le Nord sur l'Albien; mais les schistes primaires, accompagnés d'un affleurement de pegmatite, descendent jusqu'à la vallée du Rébenty montrant, au moulin de Ferrand, la racine de ce pli couché.

Quant au petit massif gneissique situé au nord de Camurac et attribué à C, il s'enfonce indiscutablement à l'Est, sous les calcaires secondaires de B, dans le ravin ouvert vers l'Est, qui court entre les crêtes 1405 et 1304.

En résumé, tous les affleurements cristallins ou primaires que l'on rencontre entre le Saint-Barthélémy et la vallée de l'Aude (Camurac, bande de Belcaire et du moulin du Roc, massif de Bessède, Pas del Corps) appartiennent au substratum d'une unique série secondaire. Ils ont la même position anticlinale que ceux du Saint-Barthélémy et peut-être aussi que ceux de la Salvezine et du massif de l'Agly, apparaissant dans le prolongement de la zone anticlinale complexe étudiée ici, zone découpée parfois en lames verticales ou poussées vers le Nord.

PALÉONTOLOGIE. — *Les Vertébrés du Trias lorrain.*
Note de M. **Georges Corroy.**

Les sédiments triasiques de la Lorraine renferment une faune très variée de Vertébrés n'ayant été jusqu'alors l'objet d'aucune étude approfondie. Je citerai :

1° Poissons. — 25 espèces caractérisées par leur dentition et leurs écailles, appartenant aux groupes suivants :

Élasmobranches : *Hybodus longiconus* Agas., *H. plicatilis* Agas., *Acrodus Gaillardoti* Agas., *A. spitzbergensis* Hulke, *Polyacrodus polycyphus* Agas. sp., *P. minimus* Agas. sp., *Palæobates angustissimus* Agas. sp.

Dipneustes : *Ceratodus Kaupii* Agas., *C. serratus* Agas., *C. latissimus* Agas.

Téléostomes : *Birgeria Mougeoti* Hog. sp., *B. acuminatus* Agas. sp., *Boreosomus* cf. *reuterskioldi* Stensio, *Gyrolepis Agassizi* Munst. sp., *G. Albertii* Agas., *G. Quenstedti* Dames, *Saurichthys apicalis* Agas., *Crenilepis Sandbergeri* Dames, *Dollopterus brunsvicensis* Stol., *Colobodus præmaxinus* n. sp., *C. maximus* Quenst. sp., *C. Hogardi* Agas. sp., *C. frequens* Dames, *C. varius* Gieb., *Paralepidotus ornatus* Agas. sp.

2° Batraciens. — 10 espèces de Stéréospondyles caractérisées par leur dentition, leurs ceintures, leur colonne vertébrale : *Cyclotosaurus robutus* Meyer, sp., *C. mordax* Fraas, *C. posthumus* Fraas, *Metopias diagnosticus* Meyer, *Metopias* sp., *Mastodonsaurus giganteus* Jaeg. sp., *Mastodonsaurus* sp., *Plagiosternum Perrini* Meyer sp., *P. pustuliferum* Fraas, *Plagiosaurus* sp.

3° Reptiles. — 26 espèces caractérisées par leurs os craniens, leur dentition, leurs ceintures, leur colonne vertébrale, leurs membres :

Ichthyoptérygiens : *Mixosaurus atavus* Quenstedt sp., *Mixosaurus* sp., *Cymbospondylus germanicus* Huene, *Cymbospondylus* sp.

Sauroptérygiens : *Nothosaurus giganteus* Munst., *N. mirabilis* Munst., *N. Munsteri* Meyer, *N. Schimperi* Meyer, *N. angustifrons* Meyer, *Nothosaurus* sp., *Pistosaurus grandævus* Mayer, *Pistosaurus* sp., *Simosaurus Gaillardoti* Meyer, *S. Guillielmi* Meyer, *Proneusticosaurus silesiacus* Voltz, *Neusticosaurus pygmæus* Fraas, *Plesiosaurus* sp., *Placodus gigas* Agas., *P. Andriani* Munst., *Placodus* sp., *Cyamodus rostratus* Munst. sp., *C. Munsteri* Agas. sp.

Dinosauriens : *Thecodontosaurus latespinatus* Meyer, *Tanystrophæus* cf. *antiquus* Meyer, *Chirotherium* sp.

L'étude de ces échantillons — souvent en excellent état de conservation ([1]) — provenant des Collections Briquel, Ebel, Gaillardot, Lebrun, Nicklès, Puton ([2]), m'a permis d'établir une révision des genres d'espèces créés par les auteurs du siècle dernier : nombreuses sont les formes qui ont été mises en synonymie. En outre, j'ai pu envisager quelques affinités des groupes entre eux et l'aire de répartition des familles dans les mers arctique, septentrionale et méridionale du Trias.

C'est ainsi que j'ai suivi, par exemple, le phylum des Lépidotidés jurassiques depuis le Trias inférieur avec l'apparition d'un type inconnu jusqu'ici dans le Werfénien de Baccarat : *Colobodus præmaximus*, n. sp. En ce qui concerne les Batraciens, le groupe des Capitosauridés du Muschelkalk lorrain vient combler un hiatus dans la phylogénie entre les formes permiennes et werféniennes de Stégocéphales et les Cyclotosaures du Keuper allemand et anglais. Chez les Reptiles, les Cymbospondyles se révèlent comme la souche des Ichthyosaures liasiques, tandis que les Plésiosaures apparaissent brusquement avec une individualité propre dès le Trias moyen.

Au point de vue des aires de répartition, beaucoup d'espèces sont des formes banales du Trias de l'ouest de l'Allemagne; mais d'autres ont des affinités avec des types du Trias du Spitzberg (*Hybodus longiconus*, *H. plicatilis*, *Acrodus spitzbergensis*, *Polyacrodus minimus*, *Birgeria Mougeoti*, *Boreosomus reuterskioldi*, certains *Mixosaurus* et *Plesiosaurus*), ou Trias alpin, de la Lombardie notamment (*Gyrolepis Agassizi*, *G. Albertii*, *Dollopterus brunsvicensis*, *Paralepidotus ornatus*, *Nothosaurus giganteus*, *N. mirabilis*, *Neusticosaurus pygænus*, certains *Cyamodus* et *Mixosaurus*).

La mer germano-lorraine du Trias — jusque et y compris au Muschelkalk supérieur — était donc en communication d'une part avec la mer polaire, d'autre part avec le Mésogée, ainsi que le démontrent ces migrations de faune pélagique et eurytherme vers le Nord et vers le Sud.

([1]) L'étude histologique détaillée de certaines coupes d'ossements de ceintures, des membres, des vertèbres, des dents, des épines de nageoires a pu être tentée.

([2]) Ces collections ont été léguées par ces auteurs ou leurs familles au Laboratoire de Géologie de l'Université de Nancy.

OCÉANOGRAPHIE. — *Cuvettes d'effondrements sous-marines.* Note de M. S. **Thoulet**.

Le globe terrestre, par son refroidissement, provoque dans l'épaisseur de la croûte qui l'enveloppe de toutes parts la formation d'espaces vides qui, tôt ou tard, provoquent à leur tour l'effondrement des roches sus-jacentes.

Quand la cavité est sous-marine, voisine de la surface et que l'effondrement ne crée pas une communication avec la mer, la secousse, pour un navire passant au-dessus, se borne le plus souvent à la perception d'un bruit sous-marin spécial et à un certain frémissement des eaux qui se confond le plus souvent avec les mouvements de roulis et de tangage dus à l'agitation des flots. Il s'agit alors d'un tremblement de mer.

Si la cavité ouvre une communication modérée avec la mer, il se fait au moment du remplissage par les roches sus-jacentes ébranlées et par l'entrée de l'eau un ébranlement se traduisant selon la distance du rivage le plus voisin par une vague de raz-de-marée de faible importance, généralement par un abaissement presque immédiatement suivi par une montée des eaux tels qu'on en constate sur les côtes de Bretagne, de Portugal, en Méditerranée occidentale (Provence, Corse), ou encore au Maroc.

Si la cavité est vaste et relativement voisine de la côte, si la communication avec la mer s'ouvre brusquement et largement, le phénomène, particulièrement fréquent dans le Pacifique et dans la région volcanique du Japon, crée par la chute subite de toute la colonne d'eau sus-jacente une vague énorme qui aux approches de la terre, par un effet de ressac dû à la diminution de la profondeur, augmente encore de hauteur, déferle sur le rivage, pénètre dans l'intérieur du pays, puis revient ensuite à la mer, balayant hommes et choses devant elle, anéantissant tout dans son double passage, cataclysme effroyable auquel les Japonais, qui en sont trop souvent les victimes, ont donné le nom de tsunami.

Ces phénomènes sont en étroite relation avec les phénomènes volcaniques. Quelle que soit l'intensité du phénomène, comme la cavité primitive n'est jamais qu'en partie remplie par les débris de l'effondrement, lorsque le calme est rétabli il laisse sur le fond une cavité en forme de cône renversé ou de cuvette plus ou moins profonde aux parois plus ou moins abruptes.

La Méditerranée est une énorme cuvette dans son ensemble, collection de cuvettes secondaires telles que la mer Noire et la mer Tyrhénienne; la Méditerranée orientale est parsemée de cuvettes minuscules, la vaste plaine

unie de la Méditerranée occidentale en possède deux entre la Sardaigne et les Baléares; dans le Pacifique on citerait encore la grande cuvette de la mer de l'île de Pâques. La connaissance plus précise du modelé sous-marin en fera découvrir bien d'autres.

Les cuvettes sont de véritables lacs sous-marins recouverts d'une couche d'eau; leurs profondeurs isolées des masses liquides qui les entourent jouissent d'un calme relatif signalé par l'ensemble de leurs propriétés physiques, thermiques et densimétriques.

Leurs relations avec les phénomènes volcaniques, leur sol bouleversé les prédispose à être le siège de dégagements de mofettes d'acide carbonique et d'acide sulfhydrique, terme ultime d'une activité volcanique en train de s'éteindre.

Comme le creusement initial et l'effondrement qui lui a succédé dépendent de la nature même des roches encaissantes, le fait seul de leur existence autorise certaines suppositions relatives à celles-ci.

Les conditions spéciales des eaux profondes des cuvettes ont certainement une influence sur la faune qui les habite ou les fuit et particulièrement sur leur benthos.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la chute de poussière en Pologne du 26 au 28 avril 1928.* Note de MM. **Henryk Arctowski** et **Edward Stenz.**

Le 26 avril 1928, dans l'après-midi, on a observé dans l'extrême sud-est de la Pologne une chute de poussière fort abondante qui, par places étant accompagnée de pluie, est tombée sous forme de boue noire. Dans la nuit du 26 au 27 la précipitation des poussières atteignait Lwów où elle s'est produite principalement après une chute de pluie. Le matin, par ciel couvert, la lumière du jour offrait un aspect singulier. A défaut d'observations instrumentales optiques, on peut dire que la lumière diffuse était fortement affaiblie et avait une teinte jaune sale très particulière, rappelant celle d'une éclipse partielle du Soleil. De plus, les toits, le sol et tous les objets étaient couverts d'une couche de poussière brune, dont l'épaisseur atteignait quelques dixièmes de millimètre. Des nuées sombres, basses, passaient par-dessus la ville. L'air était trouble toute la journée et le soir, avant son coucher, le disque solaire avait une teinte blanche argentée.

La chute de poussière et de boue provoqua en ville et en province une

panique générale et dans la suite un vif intérêt touchant la nature de ce phénomène et sa provenance. De mémoire d'homme rien de semblable n'a été observé chez nous. Sur les toits de l'université de Lwów nous avons recueilli en moyenne 25^g par mètre carré de surface horizontale. A Stanislawow on a mesuré 31^g, à Rzeszow 17^g, à Drohobycz 5^g et à Sanok seulement 2^g par mètre carré. Dans les Carpathes Orientales, par exemple à Worochta, et sur les montagnes encore couvertes de neige, on n'a pas observé de chute de poussière. En général, allant des Carpathes vers l'Est, les quantités de chute observées vont en augmentant.

Le même jour, le 27, la chute de poussière atteignait avant midi Kielce et le soir Cracovie. Le lendemain, le 28, on a observé une forte opacité de l'atmosphère, mais sans chute de poussière, à Bydgoszcz (Bromberg) et à Aleksandrow et le 29 dans le territoire de Wilno. Ni en Silésie, ni en Posnanie, ni sur la côte de la Baltique la poussière n'a été observée. Dans la distribution géographique la chute de poussière et ses symptômes ont été observés sur un territoire en forme de croissant, circonscrivant la Pologne centrale, s'appuyant largement sur la frontière de l'Ukraïne et s'amincissant en pointe vers la Poméranie. Il est intéressant de noter qu'après la première invasion de poussière survenue le 27 nous avons pu observer les phénomènes optiques qui l'accompagnaient à nouveau le surlendemain, mais notablement affaiblis.

La situation météorologique du 25 au 27 avril était anticyclonique. Le centre de haute pression se trouvait le 26 dans les environs de Moscou et le 27 probablement non loin de Saratov. La direction de l'invasion des poussières correspond aux vents observés à Lwów à l'aide de ballons-pilotes, par 1500 à 2000^m d'altitude, c'est-à-dire de l'ESE. Dans toute son extension et dans sa vitesse de propagation (dans le midi de Pologne 30^{km} environ par heure) les observations indiquent que le transport des poussières ne s'est pas effectué dans les régions élevées de l'atmosphère. Ce sont les vents des altitudes moyennes de 2000^m au plus, déjà déviés par rapport aux isobares du niveau de la mer vers le centre de haute pression, qui ont produit le transport. Ce n'est que dans les environs de Bydgoszcz que les poussières se déplaçaient avec la vitesse et suivant la direction des vents inférieurs.

Concernant les causes du phénomène, nous notons le 25 au matin, sur la mer d'Asov et en Crimée, de forts gradients barométriques vers le minimum dont le centre se trouvait en Asie Mineure. Notons aussi les températures (à 8^h T. M. G.) : Lugansk 6°, Sevastopol 12°, Angora 26° C. Le lendemain, les chiffres sont : 11°, 11° et 15° et donnent une différence de 4° seulement,

alors que le 25 nous avions entre Lugansk et Angora une différence de 20°. Ce considérable amoindrissement du gradient thermique et l'extraordinaire gradient observé la veille expliquent les ouragans survenus le 25 avril au soir dans le midi de la Russie, à Melitopol, Dniepropetrovsk, Krivoy Rog, Kherson et ailleurs. Ces tempêtes qui, d'après les renseignements signalés dans les journaux, ont été très destructives et qui ont soulevé à de grandes hauteurs des masses considérables du sol nu, sont de toute probabilité la cause des chutes de poussière observées du 26 au 28 avril en Pologne. Remarquons encore que l'analogie entre les tempêtes de poussière de la Russie méridionale avec les rubans de grain et le khamsin a déjà été noté dans le temps par M. E. Durand-Gréville ([1]).

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Variation diurne de l'agitation magnétique au Val-Joyeux près Paris.* Note de MM. **Ch. Maurain** et **L. Eblé**, présentée par M. G. Ferrié.

Nous avons utilisé les courbes de variation de la déclinaison et des composantes horizontale et verticale du champ magnétique terrestre enregistrées photographiquement de manière continue à l'observatoire du Val-Joyeux. L'agitation magnétique a été caractérisée pour chaque intervalle de 3 heures par l'un des nombres de 0 à 7. Nous avons fait porter notre étude sur les onze années 1917-1927 constituant une période de taches solaires; mais la nature de la variation diurne de l'agitation magnétique paraît sensiblement indépendante de l'activité solaire, car la variation se présente de manière analogue pour chacune des années étudiées. Par contre les résultats mettent en évidence une variation saisonnière très nette de la variation diurne.

Le tableau suivant donne, pour l'année entière et pour chacune des quatre saisons (Hiver : décembre, janvier, février; Printemps : mars, avril, mai, etc.) la variation diurne moyenne pour l'ensemble des onze années.

	0-3h.	3-6h.	6-9h.	9-12h.	12-15h.	15-18h.	18-21h.	21-24h.
Année entière.	1,19	0,99	0,83	0,96	1,13	1,15	1,28	1,33
Hiver........	1,21	0,96	0,71	1,03	1,07	1,06	1,32	1,38
Printemps....	1,24	1,04	0,93	0,99	1,22	1,22	1,36	1,40
Été..........	1,14	1,04	0,88	0,85	1,13	1,24	1,17	1,21
Automne.....	1,16	0,92	0,79	0,98	1,10	1,07	1,28	1,34

([1]) *Annales du Bureau Central Météorologique de France*, 1, 1895, p. B.153.

Ce tableau montre que l'agitation magnétique est la plus forte pendant la nuit et la plus faible dans la matinée. La variation diurne générale (pour l'année entière) présente un minimum très marqué vers 8^h; après le minimum la courbe se relève jusque vers 13^h, présente ensuite un plateau, puis se relève de nouveau jusqu'à un maximum à 22^h. Le rapport entre le maximum et le minimum est un peu supérieur à 1,6.

Le minimum du matin reste bien marqué dans les variations diurnes correspondant aux quatre saisons, mais son heure varie : 7^h environ en hiver et en automne, $8^h 30^m$ au printemps, 9^h en été. L'heure du maximum de nuit est à peu près la même en toutes saisons et voisine de 22^h, mais ce maximum, net en hiver et en automne, est peu marqué au printemps et à peine indiqué en été, et en cette dernière saison existe un deuxième maximum plus marqué vers 16^h, maximum qui apparaît aussi en automne, de manière moins accentuée et un peu plus tôt. Les heures indiquées sont en temps moyen de Greenwich.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le tapis staminal et le grain de pollen de l'*Arum maculatum *L.* Note de M. **Marcel Mascré**, présentée par M. L. Mangin.

I. Le tapis staminal de l'*Arum maculatum* L. appartient au type plasmodial. La description la plus récente et la plus complète en a été donnée par Mme Jacobson Paley (1). Ayant montré antérieurement que la formation du périplasmodium staminal des Commélinacées est due à la dégénérescence mucilagineuse des cellules nourricières (2), j'ai voulu vérifier s'il en était de même chez l'*A. maculatum.*

A la période synaptique, le tapis forme, autour du massif pollinique, un manchon de deux à cinq couches de cellules. Celles-ci ont un protoplasme abondant avec des microsomes osmiophiles, des grains et de très courts bâtonnets mitochondriaux; elles sont dépourvues d'amidon. Elles sont uninucléées; les noyaux ont un nucléole assez volumineux, parfois deux, avec un épais réseau chromatique. Vers la fin de la période synaptique, les parois cellulaires commencent à s'effacer; il n'y a ni cellules binucléées, ni fusions nucléaires. Lorsque les cellules mères polliniques commencent à se

(1) Mme Jacobson Paley, *Le périplasmodium dans les anthères de l'*Arum maculatum *L.* (*Bull. Soc. bot. Genève*, **12**, 1920, p. 306).

(2) M. Mascré, *Sur le périplasmodium staminal des Commélinacées* (*Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 1165, et *Bull. Soc. bot. France*, **72**, 1925, p. 1060).

séparer les unes des autres, les parois des cellules nourricières ont complètement disparu et leur contenu forme une masse qui, peu à peu, pénètre entre les cellules mères, puis entre les jeunes grains de pollen. Cette masse envahit complètement la cavité du sac pollinique, constituant le périplasmodium dans lequel sont dispersés les jeunes grains de pollen et les noyaux du tapis.

Le périplasmodium est de nature mucilagineuse. J'ai utilisé, pour le vérifier, la double coloration au rouge de Casella et au vert acide JEEE Poirier, préconisée par Mangin ([1]) en appliquant la technique de Lutz ([2]). La masse plasmodiale, après étalement sur lame, ou sur les coupes fixées au formol, prend la coloration rouge des mucilages. La formation du périplasmodium résulte donc de la dégénérescence mucilagineuse des cellules du tapis, comme chez les Commélinacées, mais, ici, il ne s'est pas formé de raphides d'oxalate de calcium.

Dans le périplasmodium, on retrouve les microsomes, les grains et bâtonnets mitochondriaux des cellules nourricières, et quelques très petites vésicules; il n'y a ni chondriocontes, ni amidon, ni globules graisseux. La masse plasmodiale se réduit peu à peu, jusqu'à disparaître complètement à la maturité de l'étamine.

Au début de la disparition des parois cellulaires du tapis, j'ai assez souvent remarqué, dans les cellules, de grandes vacuoles dans lesquelles on distingue un fin réseau alvéolaire régulier. Elles me paraissent correspondre aux taches cytoplasmiques que Robyns ([3]) a signalées, tout récemment, dans les cellules à raphides de l'*Hyacinthus orientalis* L.

Les noyaux du périplasmodium prennent d'abord des formes irrégulières, amiboïdes; puis, leur forme se régularise, en même temps que leur volume diminue progressivement. Ils restent jusqu'à la fin très chromatiques; la chromatine y existe sous forme de masses irrégulières, souvent alvéolaires, unies plus ou moins nettement par un réseau. Un peu avant leur disparition complète, les noyaux sont représentés par quelques grumeaux ou par une petite masse unique, très colorables.

Mme Jacobson Paley attribue au périplasmodium un rôle particulièrement actif, en se basant surtout sur la forme et la chromaticité des noyaux. Je ne crois pas à cette activité spéciale, étant donnés les phénomènes de dégénérescence qui aboutissent à la formation du plasmodium; la persistance, sans modification, du chondriome initial, l'absence d'amidon. La structure des noyaux ne saurait être un argument, car j'ai constaté que tous les noyaux quiescents de l'*Arum maculatum*, à quelque tissu qu'ils appartiennent, sont remarquables par leur richesse en chromatine.

([1]) L. Mangin, *Étude sur les composés pectiques dans les végétaux* (*Journ. Bot.*, 5, 1891, p. 400 et 440, et 6, 1892, p. 211).

([2]) L. Lutz, *Contribution à l'étude chimique et botanique des gommes*, Thèse Pharm., Paris, 1895.

([3]) W. Robyns, *L'origine et les constituants cytoplasmiques des cellules à raphides du* Hyacinthus orientalis (*La Cellule*, 38, 1928, p. 177).

Voici donc, après les Commélinacées, un nouvel exemple de tapis plasmodial dont la formation s'explique par la dégénérescence mucilagineuse des cellules nourricières. J'attache à ce fait une importance particulière. Je crois avoir montré le premier que, dans les tapis du type sécréteur, la paroi cellulaire subit une cutinisation ou une subérification ([1]). Ce fait a été confirmé depuis par plusieurs auteurs, parmi lesquels, tout récemment, L. Kosmath ([2]). Il semble donc que l'évolution du tapis staminal vers le type sécréteur ou vers le type plasmodial soit liée à l'évolution de la paroi cellulaire qui se subérifie ou se cutinise dans le premier cas, et subit, dans le second, la dégénérescence mucilagineuse.

II. Dans le grain de pollen de l'*A. maculatum*, la division du noyau reproducteur est très précoce; elle a lieu avant même que la différenciation de l'assise mécanique de l'anthère soit achevée. On observe, dans le pollen mûr, à côté du noyau végétatif, les deux noyaux reproducteurs définitifs (anthérozoïdes). Ceux-ci, de forme sphérique, sont plus petits et plus chromatiques que le noyau végétatif. Cette division précoce du noyau reproducteur, connue chez plusieurs Monocotylédones, n'avait pas été signalée encore, à ma connaissance, chez l'*Arum maculatum*.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Conditions physiologiques de la réaction amylogène uniloculaire ou pluriloculaire des plastes.* Note de M. **A. Maige**, présentée par M. Marin Molliard.

Si l'on place des hypocotyles de Haricot prélevés sur des graines sèches sur une solution de glucose à 1 pour 100 ($t = 30°$), on observe une réaction amylogène toujours pluriloculaire des plastes amylifères ou non, dans toutes les cellules de l'écorce et la même réaction, mais souvent beaucoup moins accusée, et même parfois nulle, dans les cellules de la moelle, ce qui indique chez ces dernières une excitabilité amylogène moindre.

Si au lieu d'une solution à 1 pour 100 on opère avec une solution de 5 à 10 pour 100 dans laquelle baignent largement les embryons, on observe,

---

([1]) M. Mascré, *Sur le rôle de l'assise nourricière du pollen* (*Comptes rendus*, **168**, 1919, p. 1120); *Recherches sur le développement de l'anthère chez les Solanacées*, Thèse Doct. Sc., Paris, 1921; *Sur l'étamine des Borraginées* (*Comptes rendus*, **175**, 1922, p. 927).

([2]) L. Kosmath, *Studien über das Antherentapetum* (*Osterr. botan. Zeitschr.*, **76**, 1927, p. 235).

sur un certain nombre, une réaction uniloculaire plus ou moins accentuée, et souvent exclusive des plastes, dans les cellules de l'écorce, et une réaction pluriloculaire, souvent peu accusée ou nulle, dans les cellules de la moelle. Si l'on place les embryons sur un buvard imbibé de solution de 5 à 10 pour 100 de manière que leur face inférieure soit seule mouillée, on peut obtenir, sur un même embryon, la réaction uniloculaire exclusive sur les cellules de l'écorce de cette face, tandis que celles de la face supérieure et de la moelle présentent la réaction pluriloculaire.

Ces expériences montrent : 1° qu'une cellule déterminée, prise à un état physiologique donné, est susceptible de présenter, quand le taux de sucre varie, soit les deux réactions d'équilibre uni ou pluriloculaire, soit une seule (ici la réaction pluriloculaire pour les cellules de la moelle); 2° que lorsque la cellule est susceptible de présenter les deux réactions, l'équilibre uniloculaire correspond à un taux de sucre plus élevé que l'équilibre pluriloculaire; 3° que si un même taux de sucre détermine respectivement, dans des cellules différentes, les deux réactions, la réaction pluriloculaire est l'indice, pour les cellules qui la présentent, d'une excitabilité amylogène moindre.

Ces deux états d'équilibre précités peuvent d'ailleurs passer naturellement de l'un à l'autre dans une même cellule, et ce passage, lorsqu'il se produit, est évidemment un signe, soit de la variation du taux du sucre, soit de celle de l'excitabilité amylogène de la cellule, soit des deux variations concomitantes.

Le passage de l'état d'équilibre uniloculaire à l'état d'équilibre pluriloculaire peut s'observer lors de l'évolution des plastes dans les cotylédons isolés ou non des légumineuses pendant la germination. Cette évolution qui dépend de l'état physiologique interne du cotylédon, en rapport lui-même avec son état frais ou sec et les conditions de la maturation, débute parfois par la formation de plastes amylifères uniloculaires, qui peuvent devenir ensuite pluriloculaires, soit au cours de leur croissance, soit beaucoup plus tard, après qu'ils sont entrés en hydrolyse et ont commencé à verdir. Il en est de même lors du verdissement à la lumière des rejets de Pomme de terre âgés, développés à l'obscurité : les plastes amylifères uniloculaires en hydrolyse épaississent et verdissent leur stroma, dans lequel peuvent apparaître de nouvelles loges amylacées. J'ai enfin réalisé cette transformation expérimentalement dans mes expériences antérieures, et notamment par l'action d'une solution de glucose à 2,5 pour 100 sur un hypocotyle de Haricot pendant la deuxième période de la germination.

Le passage inverse de l'état pluriloculaire à l'état uniloculaire peut s'effectuer suivant deux processus différents : dans les rejets de Pomme de terre en voie de croissance, les grains fréquemment pluriloculaires dans les cellules voisines de l'extrémité de la tige deviennent ensuite uniloculaires dans les cellules plus éloignées par séparation des loges. Il en est de même dans les cellules cotylédonaires du Pois à grain ridé, où les grains d'amidon inclus dans un même chloroplaste se séparent emportant chacun leur part d'écorce plastidale. J'ai réalisé expérimentalement ce premier mode de passage dans mes expériences antérieures sur l'action d'une solution de glucose à 5 pour 100 sur un hypocotyle de Haricot pendant la 2e ou la 3e période de sa germination.

Le deuxième processus consiste dans la persistance du grain pluriloculaire qui se trouve inclus au centre d'un grain simple volumineux; les descriptions et les figures de A. Meyer des grains d'amidon des écailles des bulbes de Jacinthe et des rhizomes d'*Adoxa Moschatellina* montrent des exemples remarquables de ce type, que j'ai réalisé expérimentalement en disposant des hypocotyles secs de Haricot sur une solution de glucose à 10° ($t = 30°$) : la réaction, pluriloculaire au début de la pénétration du sucre, devient ensuite uniloculaire lorsque la concentration devient plus forte et l'on observe très nettement les aspects précités.

En résumé, il ressort de ce travail que les états amylogènes uniloculaire et pluriloculaire des plastes dépendent du taux de sucre de la cellule et de l'excitabilité amylogène de celle-ci : l'état pluriloculaire correspond à un taux de sucre moins élevé que l'état uniloculaire ou à une excitabilité amylogène plus faible de la cellule.

J'ai d'autre part réalisé, en faisant varier le taux de sucre, ces deux états isolément, ainsi que les divers types de passage de l'un à l'autre, et reproduit ainsi expérimentalement les divers aspects amylogènes que l'on peut observer naturellement dans les cellules végétales.

CHIMIE AGRICOLE. — *Les colloïdes argileux et les solutions des sols.* Note de MM. **A. Demolon**, **H. Burgevin** et **G. Barbier**, transmise par M. Lindet.

Lorsqu'on soumet un sol à des extractions aqueuses répétées on sait qu'il s'établit rapidement un régime sensiblement constant pour les substances qui passent en solution. Pour P^2O^5 en particulier les recherches classiques

de M. Th. Schlœsing fils [1] ont montré l'existence d'un équilibre indépendant du degré de dilution et qui caractérise chaque sol. Nous sommes moins bien fixés sur la potasse assimilable des sols. Nous envisageons dans cette Note le passage en solution des cations K et NH^4 préalablement adsorbés par l'argile. A cet égard, deux d'entre nous [2] ont établi antérieurement que la fixation de ces deux ions par le complexe argile-chaux se fait suivant des équilibres régis par l'équation de Freundlich

$$y = K \times x^{\frac{1}{p}} \qquad (y = \text{conc. dans l'argile};\ x = \text{conc. dans le liquide};\ p > 1).$$

On peut en déduire mathématiquement les conséquences suivantes :

A. Pour la région de la courbe la plus éloignée de l'origine le rapport $\frac{dy}{dx}$ est petit et varie peu; à une faible variation de concentration dans l'adsorbant correspond une grande variation dans la solution en équilibre avec lui. Le cas se trouve réalisé pratiquement dans le sol pour l'ion Ca.

B. Au contraire, quand on s'éloigne suffisamment de la saturation pour se rapprocher de l'origine de la courbe, le rapport $\frac{dy}{dx}$ augmente rapidement; au delà d'une certaine limite il devient très grand; les cations adsorbés sont alors énergiquement retenus et par suite, au cours des extractions successives, la concentration dans l'argile, comme la concentration dans le liquide, ne doivent diminuer que très lentement, si la proportion $\frac{\text{poids d'argile}}{\text{vol. de solut.}}$ est suffisamment grande. Ce cas se trouve en particulier réalisé dans le sol pour les ions K et NH^4.

Nous montrerons maintenant, en opérant directement sur le complexe argileux isolé et en nous plaçant dans des conditions de concentration voisines de celles réalisées dans les sols, que l'expérience directe vérifie pour les ions K et NH^4 les conséquences précédentes.

Technique. — Avec une même argile extraite de la terre à briques nous avons constitué trois échantillons : A, saturé de Ca par traitement au bicarbonate de Ca (pH = 7,0); B, demi saturé; C, privé de bases échangeables par HCl N/20. On a fixé dans chaque cas une quantité de K de l'ordre de grandeur de celle qu'on trouve en moyenne à l'état échangeable dans les terres de limon et une quantité double. 5^g de chacun des complexes ainsi obtenus ont été traités par 20^{cm^3} d'une solution neutre de bicarbonate de

(1) *Comptes rendus*, **127**, 1898, p. 236.

(2) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 537.

chaux N/140 puis centrifugés. La même opération a été répétée quatre fois dans les mêmes conditions. La même étude a été effectuée parallèlement dans des conditions identiques pour NH^4.

Résultats :

Numéro des séries.	Degré de saturation en Ca.	K ou NH^4 en milliéq.-gr. pour 100g d'argile primitivement adsorbé.	déplacé. 1er extr.	2e extr.	3e extr.	4e extr.
		Potassium.				
1.	Nul (pH = 3,2)	7,3	0,25	0,26	0,23	0,26
2.	1/2 satur. (pH = 4,8)	7,3	0,25	0,25	0,28	0,32
3.	Satur. (pH = 7,1)	7,0	0,43	0,40	0,42	0,38
4.	Nul (pH = 3,2)	14.0	0,36	0,33	0,33	0,36
5.	1/2 satur. (pH = 5.0)	13.6	0,45	0,45	0,50	0.55
6.	Satur. (pH = 7,2)	13,2	1,00	0,90	0,90	0,85
		Ammonium.				
1.	Nul (pH = 3,2)	7,5	0,24	0,24	0,28	0,24
2.	1/2 satur. (pH = 4,8)	7,4	0,24	0,24	0,28	0,32
3.	Satur. (pH = 6,95)	7,0	0,44	0,40	0,36	0,36
4.	Nul (pH = 3.2)	14,0	0,36	0,36	0,40	0,36
5.	1/2 satur. (pH = 5,0)	13.8	0,44	0,44	0,48	0,52
6.	Satur. (pH = 7,1)	13,0	1,00	0,92	0,88	0,88

1° Pour une même quantité de K ou NH^4 fixée, toutes conditions égales d'ailleurs, l'argile saturée de Ca abandonne plus facilement à la solution les ions K et NH^4 adsorbés que les complexes privés de Ca ou seulement demi-saturés. Dans ce dernier cas il y a surtout échange d'ions Ca de la solution contre les ions H_+ de l'argile. On remarque en outre que la quantité de cations alcalins mobilisés croît avec la quantité adsorbée par l'argile et ceci d'autant plus qu'on se rapproche de la saturation en Ca.

2° Les quantités de K et NH^4 déplacées lors de chacune des extractions successives de l'argile sont très sensiblement constantes ou tout au moins ne diminuent que très lentement. Pour l'argile demi-saturée les quantités déplacées croissent légèrement au fur et à mesure que l'argile se rapproche de la saturation, ce qui confirme notre première conclusion. Les quantités de cations alcalins déplacées restent indépendantes du degré de dilution dans d'assez larges limites de variation de volume. Elles ne représentent pour ce taux de fixation qu'une faible fraction de la quantité totale adsorbée.

Conclusions. — Ces résultats vérifient les conclusions théoriques déduites

de la formule de Freundlich. Ils montrent l'intérêt qu'il y a à maintenir les sols argileux saturés de Ca, au point de vue de la mobilisation des cations énergiquement fixés par l'argile. La présente étude montre aussi qu'on ne saurait dans ces sols considérer la totalité de la potasse échangeable comme susceptible de concourir dans les mêmes conditions d'efficacité à la nutrition végétale. La nécessité de faire intervenir à cet égard la teneur du complexe absorbant explique en particulier l'inefficacité souvent constatée en pareil cas des faibles doses d'engrais potassiques alors que les doses fortes donnent des résultats positifs. Les mêmes conclusions s'appliqueraient intégralement à l'ammoniaque si la nitrification ne permettait le renouvellement rapide des quantités passant en solution; lorsque celle-ci se ralentit il peut en résulter dans les sols argileux et pour les faibles doses d'engrais ammoniacaux, une concentration des solutions du sol en azote insuffisante à l'obtention des rendements maxima et une infériorité de l'azote ammoniacal vis-à-vis de l'acide nitrique essentiellement mobile.

CHIMIE AGRICOLE. — *Étude du milieu intérieur dans les différents organes de la pomme de terre au cours du développement.* Note de M. **J. Chaussin**, présentée par M. A. Desgrez.

Dans la direction des recherches ouvertes par L. Lapicque sur les échanges cellulaires, et en utilisant la méthode des bouillons (¹) que nous avons précisée ensemble, j'ai entrepris de suivre, dans différents organes de la pomme de terre, certaines variations dans le milieu intérieur, au cours du développement.

Les organes que nous avons soumis à l'analyse sont la mère, les feuilles et les tubercules nouveaux sur lesquels il a été effectué les mêmes déterminations que celles pratiquées antérieurement sur le blé (²) : principalement Δ cryoscopique, poids moléculaire moyen, et pour 100 de cendres dans la partie soluble.

(¹) L. Lapicque et J. Chaussin, *Sur les méthodes de mesure de la concentration moléculaire globale dans les tissus végétaux* (*C. R. Soc. de Biol.*, **91**, 12 juillet 1924, p. 463.

(²) J. Chaussin, *Étude du milieu soluble et des tissus insolubles au cours du développement du blé, influence d'un engrais complet* (*Comptes rendus*, **179**, 1924, p. 1195, et *Annales de la Science Agronomique française et étrangère*, n° **3**, mars-avril 1925.

Nos principaux résultats sont consignés dans le tableau suivant :

Pommes de terre royale Vilmorin.

	Δ.			Poids sec pour 100 de poids frais.			Soluble pour 100 de poids sec.		
	Mère.	Feuilles.	Tubercules.	Mère.	Feuilles.	Tubercules.	Mère.	Feuilles.	Tubercules.
	°	°	°						
22 mai	0,34	0,67	»	3,9	10,35	»	62,07	37,72	»
10 juin	0,17	0,77	0,55	3,1	10,35	17,92	38,80	45,6	29,18
24 juin	»	0,67	0,74	»	12,95	19,85	»	34,6	26,00
10 juillet	»	0,81	0,66	»	14,30	26,05	»	41,88	20,05

	Poids moléculaire moy.			Cendres pour 100 dans l'extrait du bouillon.			Cendres pour 100 de l'insoluble.		
	Mère.	Feuilles.	Tubercules.	Mère.	Feuilles.	Tubercules.	Mère.	Feuilles.	Tubercules.
22 mai	138	120	»	8,60	29,00	»	»	14,1	»
10 juin	135	126	214	16,00	30,80	15,00	»	6,9	»
24 juin	»	142	160	»	27,00	13,00	»	6,3	0,7
10 juillet	»	161	201,6	»	25,00	18,00	»	8,1	»

Remarquons d'abord ce résultat qui nous paraît le plus important de cette étude :

Le rapport des cendres à l'extrait dans le bouillon des feuilles, laboratoire de la plante, ne subit pas de grandes variations au cours du développement.

Les nombres qui correspondent à nos quatre prélèvements : 29 — 30,8 — 27 — 25, sont de plus tout à fait comparables à ceux que nous avons obtenus sur la feuille de blé (2) 27 — 26 — 25,1 — 23,2 — 24,4, cultivé sur le même terrain.

La constance de ce rapport au cours de la vie végétale, en dehors de la phase de premier développement et de la période des migrations de la fin, semble indiquer un *véritable rapport physiologique*, dont le mécanisme reste à éclaircir.

Il nous était apparu, qu'à chaque quantité de matières solubles élaborées dans la synthèse chlorophyllienne devait correspondre une quantité équivalente de matières minérales venant du sol; une confirmation de ce point de vue est venue des travaux de Colin et Grandsire sur les plantes albinisées, où ces auteurs ont constaté : qu'alors que chez les feuilles blanches le rapport $\frac{\text{minéral}}{\text{organique}}$ va sans cesse en croissant, il reste sensiblement constant chez les feuilles vertes.

Nous remarquerons également par l'examen des valeurs du Δ cryoscopique que les pressions osmotiques sont variables dans les différents éléments de la plante. Elles diminuent rapidement dans la mère qui, après avoir cédé à la jeune plante la plus grande partie de ses éléments nutritifs, continue à participer à sa vie; alors qu'elle ne présente plus que l'aspect d'une masse mucilagineuse, toujours gonflée d'eau, elle semble constituer pour la plante une réserve aqueuse très précieuse dans les périodes de sécheresse.

Il est remarquable, comme l'indique le rapport $\frac{\text{cendres}}{\text{extrait}}$, que les matières minérales passent d'abord de la mère à la jeune plante, contre les lois de la diffusion, avant les matières organiques solubilisées progressivement.

Dans le tubercule nouveau, où les réserves venues de la feuille et de la tige se condensent principalement en fécule, nous trouvons un Δ plus faible en général que dans la feuille, sauf au 24 juin, où cette anomalie a été provoquée par la chaleur excessive de la journée, le jeune tubercule ayant sans doute subi une concentration de ses sucs par la cession d'une partie de son eau à la plante.

Dans l'idée d'un rapport constant $\frac{\text{cendres}}{\text{extrait}}$ dans le suc de la feuille, la légère diminution progressive de ce rapport au cours du développement, pourrait être reliée avec l'augmentation correspondante des poids moléculaires moyens. En raison des condensations qui correspondent à cette augmentation, une même valeur osmotique, ou une équivalence au point de vue de combinaisons éventuelles, demanderait un poids plus grand de matières organiques, d'où la diminution du rapport $\frac{\text{cendres}}{\text{extrait}}$.

Remarquons encore que les tubercules nouveaux renferment de 20 à 30 pour 100 de soluble dans leur matière sèche, et que cette fraction soluble renferme environ 18 pour 100 de matières minérales principalement composées de sels alcalins à acides organiques, qui jouent un rôle important au point de vue de l'équilibre acide-base de l'organisme. On voit tout l'intérêt qu'il y a à ne pas jeter l'eau de cuisson de la pomme de terre nouvelle, et l'apport que ce légume peut fournir dans la préparation du bouillon de légumes.

CYTOLOGIE. — *Recherches sur les constituants morphologiques des cellules fibrillaires de l'hépatopancréas de l'Écrevisse, et en particulier sur les relations de l'appareil de Golgi et du vacuome.* Note de M. G. Th. Dornesco, présentée par M. F. Mesnil.

Notre but a été d'étudier les relations entre l'appareil de Golgi et le vacuome dans l'hépatopancréas de l'Écrevisse. Nos recherches ont porté sur les cellules fibrillaires de la paroi des tubes hépatopancréatiques, étudiées incomplètement par Jacobs [1].

Après coloration vitale par le rouge neutre (*fig.* I), ces cellules fibrillaires exemptes de graisses ou n'en renfermant que très peu, laissent voir dans leur cytoplasme des vacuoles dont le contenu, sous l'influence du colorant, s'est précipité sous forme de granulations fortement colorées et de dimensions variables. Ces précipités se trouvent le plus souvent agglomérés à la périphérie de la cavité vacuolaire, rappelant tout à fait ce que l'on voit, par le même procédé, dans les vacuoles des cellules végétales que nous avons étudiées comparativement.

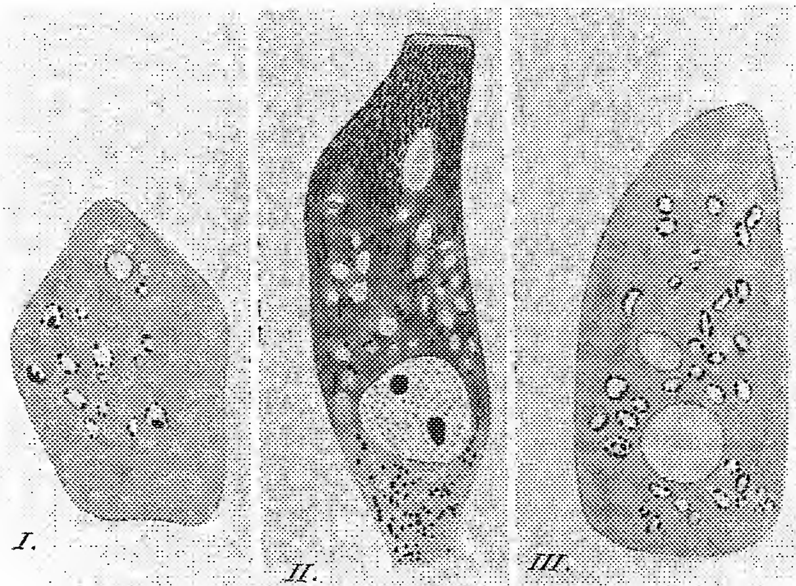
Sur coupes traitées par les méthodes mitochondriales (*fig.* II), ces cellules ont un aspect tronconique, avec un noyau situé dans la partie basale qui divise la cellule en deux parties d'inégales dimensions. Le chondriome est surtout localisé au pôle apical, où il forme un amas très dense de mitochondries granuleuses et de chondriocontes orientés suivant l'axe longitudinal de la cellule, et qui s'étend sur les trois quarts de celle-ci. Il s'étend aussi le long des parois de la cellule et entre les vacuoles, et même dans la partie infranucléaire où il se présente surtout sous forme de grains et plus rarement de courts bâtonnets. Les vacuoles apparaissent condensées au-dessus du noyau sous une forme sphérique ou ovalaire, mais souvent aussi on en trouve dans la région basale en plus ou moins grand nombre. Après fixation par la méthode de Dietrich-Parat et coloration selon Champy-Kull, la région infranucléaire apparaît teintée en jaune tandis que la région supranucléaire est colorée en bleu violet.

Par la méthode de Regaud ou celle de Parat-Dietrich, l'hématoxyline ferrique révèle la présence dans l'intérieur des vacuoles d'un grain teint en

(1) Jacobs, *Sitzungsberichte der Gesells. f. Morphol. und Physiol. in München*, 38, 1927-1928, p. 8.

gris qui résulte de la condensation sous l'influence du fixateur du contenu des vacuoles, tout à fait comme dans les cellules végétales.

La méthode de Da Fano (imprégnation argentique) et celle de Kopsch (imprégnation osmique) (*fig.* III) donnent une image des vacuoles tout à



fait analogue à celle que l'on observe par les techniques mitochondriales, mais dans chacune de ces vacuoles se trouvent des précipités sous forme de fines granulations noires, le plus souvent agglomérées sur l'un des côtés de la vacuole en forme de croissant. Ce sont ces vacuoles, avec leurs précipités, qui ont été décrites comme éléments de Golgi. Elles sont tout à fait analogues à celles que Guilliermond a obtenues dans beaucoup de cellules végétales, notamment dans les Champignons. Entre ces vacuoles, se trouvent une grande quantité de mitochondries granuleuses et de chondriocontes : ces derniers entourent les vacuoles et se moulent sur elles ; c'est cette association de vacuoles et de chondriocontes qui correspond à la zone de Golgi de Parat et Painlevé ou à la substance de Golgi de Morelle.

Nos résultats ne confirment pas ceux de Jacobs, qui, n'ayant fait aucune observation vitale et s'étant borné à des imprégnations osmiques, admet que la base de la cellule, qui présente une structure différente du reste de la cellule, est le lieu de naissance des éléments de Golgi. Comme Hirschler, cet auteur admet que chaque élément est composé de deux parties : une

interne (appareil interne) qui ne s'imprègne pas ou peu par l'acide osmique, et l'autre externe (appareil externe) entourant la première et fortement imprégnée par l'acide osmique. Les éléments de Golgi jeunes apparaissent noirs car, selon lui, la partie externe serait très développée. A mesure qu'ils se développent, ces éléments s'éloigneraient de la région basale, grossiraient, tandis que leur partie interne incolore s'accroîtrait aux dépens de la partie externe, et finalement cette dernière serait détruite et l'élément de Golgi transformé en un grain de sécrétion. Étant donné que l'acide osmique et le nitrate d'argent peuvent se réduire au contact du chondriome en le déformant plus ou moins, nous sommes enclin à considérer l'aspect de la région basale représenté dans la figure 4 du Mémoire de Jacobs (aspect que nous avons obtenu aussi par la méthode de da Fano) comme se rapportant au chondriome altéré. Quant à la prétendue double constitution des éléments de Golgi, elle s'explique facilement à l'aide de l'observation vitale et par les données de la cytologie végétale : sous l'influence du fixateur, le contenu colloïdal de la vacuole se précipite sous forme de fines granulations argentophiles et osmiophiles agglomérées en forme de croissant (appareil externe) sur le bord de la vacuole incolore (appareil interne).

Nos résultats apportent donc la preuve que les appareils de Golgi et de Holmgren constituent une même formation correspondant à un vacuome analogue à celui des cellules végétales et colorable vitalement par le rouge neutre, selon l'opinion soutenue par Guilliermond, Parat, Corti, etc.

PHYSIOLOGIE. — *Pouvoirs alexiques comparés des sérums du sang artériel et du sang veineux.* Note de M. Auguste Lumière et Mme Grange, présentée par M. Roux.

En poursuivant notre étude comparative des sangs artériel et veineux [1], nous avons été amenés à rechercher si les sérums correspondants présentent, dans leurs propriétés alexiques, des différences susceptibles d'éclairer le mécanisme de certains phénomènes hémolytiques. Pour cela, nous avons pratiqué, au même moment, des saignées artérielle et veineuse chez le chien, en ponctionnant, d'une part, l'artère fémorale et, d'autre part, la veine saphène externe, afin d'obtenir, dans des conditions opératoires

---

(1) Auguste Lumière et Mme Grange, *Toxicités comparées des sérums du sang veineux et du sang artériel* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1064).

entièrement identiques d'ailleurs, les deux sérums artériel et veineux du même animal.

Nous avons alors fait réagir chacun de ces sérums à la dose de $0^{cm^3},1$, $0^{cm^3},2$, $0^{cm^3},3$ et $0^{cm^3},5$ sur le mélange de sérum de lapin antimouton et d'hématies de mouton, suivant la technique habituellement utilisée dans la réaction de Bordet-Wassermann et nous avons constaté que l'hémolyse se produisait au bout de 30 minutes à l'étuve à 37° dans les tubes renfermant $0^{cm^3},2$, $0^{cm^3},3$ et $0^{cm^3},5$ de sérum de sang veineux, tandis qu'elle ne se manifestait en aucune manière dans les tubes contenant le sérum artériel; la cytolyse totale n'ayant pu être réalisée avec ce dernier sérum qu'à la dose de $0^{cm^3},9$.

La différence de composition des deux sérums étant due en grande partie à la variation de leur teneur en acide carbonique, nous avons cherché à éliminer cette substance dans le sérum veineux en le soumettant à l'action du vide (pendant dix minutes à la pression de 60^{mm} de Hg).

Alors que le sérum initial était hémolytique à $0^{cm^3},2$, son traitement par le vide a atténué le pouvoir alexique à tel point que l'on n'obtient plus qu'une hémolyse partielle à partir de $0^{cm^3},5$.

Nous avons remarqué, en outre, qu'un sérum normal, inactivé par chauffage à 56°, récupère en partie ses fonctions alexiques quand on le traite par l'acide carbonique, à la pression ordinaire, sans que l'exposition au vide arrive à le rendre inactif. Il faut, pour atteindre ce but, le chauffer de nouveau à 56°.

D'après ces expériences, il semblerait que l'acide carbonique intervienne pour conditionner la propriété alexique des sérums.

Les différences d'effets des préparations artérielle et veineuse, le parallélisme constant entre le pouvoir hémolytique et la teneur en CO^2, la perte de ce pouvoir à une température qui paraît correspondre à celle où commence à s'opérer la dissociation des bicarbonates, la récupération partielle de ce pouvoir par addition d'acide carbonique, la concordance des actions sur les sérums soumis au vide, que ces sérums soient employés sans traitement préalable ou qu'ils soient réactivés par CO^2 après chauffage, tous ces faits viennent à l'appui de l'hypothèse formulée plus haut que nous nous proposons de contrôler par un certain nombre d'investigations actuellement en cours.

PHARMACODYNAMIE. — *Action vasodilatatrice différentielle des chlorures de cobalt et de nickel.* Note de M. **J.-M. Le Goff**, présentée par M. Charles Richet.

J'ai signalé (¹) l'action vasodilatatrice de petites quantités de chlorure de cobalt sur les vaisseaux de la face chez l'animal et chez l'homme.

J'ai recherché depuis si le chlorure de nickel possédait aux mêmes doses cette propriété physiologique, voici le résumé des résultats que j'ai obtenus.

1° Le 5 février dernier, j'ai injecté dans les muscles de la région lombaire d'un lapin de $2^{kg},5$, 2^{cm^3} d'une solution, soit 5^{cg} de chlorure de nickel pur, il ne s'est pas produit de vasodilatation.

2° Le 8 février, j'ai injecté au même lapin 5^{cg} de chlorure de nickel, j'ai constaté l'absence complète de vasodilatation qui s'est montrée avec la plus grande netteté lorsque j'ai injecté au même lapin, une heure après, 2^{cg} de chlorure de cobalt.

3° Le 6 mai, injection de 5^{cg} de chlorure de nickel à une lapine pleine de $3^{kg},5$, absence totale de vasodilatation.

Chez l'homme je me suis adressé à quatre sujets de bonne volonté : A, B, C, D, chez lesquels j'avais déjà depuis longtemps constaté plusieurs fois la vasodilatation à la suite d'injections de 1 à 5^{cg} de chlorure de cobalt.

4° A., 65 ans, poids 70^{kg}, diabétique éliminant de 40 à 60^{g} de glucose par jour, le 2 mars j'ai injecté dans la région fessière $3^{cg},5$ de chlorure de nickel en solution isotonique, le sujet ne fut nullement incommodé et il ne présenta pas de vasodilatation de la face pendant l'heure qui suivit l'injection.

5° B., 25 ans, poids 52^{kg}, reçut le 3 mars une injection de 5^{cg} de $NiCl^2$ en solution isotonique, il ne se produisit aucun changement dans les couleurs de la figure, mais le sujet éprouva quelques nausées. Des injections de 2 à 5^{cg} faites ensuite chaque semaine, pendant un mois, ne produisirent ni rougeur de la face, ni nausées.

6° C., 45 ans, poids 64^{kg}, le 3 mars reçut 3^{cg} de $NiCl^2$, il n'y eut ni vasodilatation, ni nausées.

VII. D..., 36 ans, poids 50^{kg}, reçut le 16 mai 1^{cg}, le 23 mai 2^{cg}, le 30 mai 3^{cg}, le 6 juin 5^{cg} sans éprouver de vasodilatation ni de nausées.

S'il est admis que la toxicité du nickel est identique à celle du cobalt (²), il n'en est pas de même de l'action pharmacodynamique de petites quantités de ces deux métaux : ainsi contrairement à ce que l'on observe après l'injec-

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 171.

(²) Chittenden et Norris, *Studies from the Laboratory of Physiological Chemistry*, Yale University, 1889, p. 148.

tion intra-musculaire de 1 à 5^{cg} de chlorure de cobalt, la même quantité de chlorure de nickel ne produit ni dilatation des vaisseaux, ni rougeur de la face.

Il est remarquable que deux corps doués de propriétés chimiques voisines aient des propriétés physiologiques différentes.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur quelques propriétés chimiques et physiques des protéines du sérum.* Note [1] de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. Matignon.

Comme il a été dit pour le traitement du sérum normal par la méthode à l'acétone, la séparation de la sérumglobuline d'avec les autres protéines est obtenue par neutralisation, à l'aide d'acides titrés, de l'alcali retenu, d'ailleurs en quantités variables suivant les cas, par le sérum globuline pendant la précipitation acétonique des protéines totales.

Les conditions les plus favorables de cette floculation ont lieu pour une dilution égale à 2,5 le volume du sérum mis en œuvre, et pour un pH voisin de 5,1. L'emploi de liqueurs acides (HCl, SO^4H^2, $C^2O^4H^2$) nous a conduit à rechercher l'action de ces réactifs sur les protéines sériques.

I. Le chlore utilisé à l'état de HCl pour la floculation d'une sérumglobuline se retrouve, avec de très faibles écarts, dans la liqueur après floculation et dans les eaux de lavage de la globuline.

Les analyses montrent que la globuline, après lavages suivis de centrifugations, ne contient pas de chlore en quantité appréciable. Les recherches sur $0^g,8257$ et $0^g,5125$ de matière sèche ont été négatives.

Enfin dans les solutions acides ou alcalines de globuline les valeurs du pH semblent uniquement fonction des concentrations en acides ou en bases. La durée de contact ne paraît avoir aucune influence.

Globuline supposée sèche.	pH immédiat.	pH après 72 heures.	pH de $\frac{HCl}{100}$.
$0^g,1905$ dans 100^{cm^3} $\frac{HCl}{100}$	2,06	2,03	2,06
$0^g,3584$ » »	2,10	2,08	
			pH de $\frac{NaOH}{100}$.
$0^g,1905$ » 100^{cm^3} $\frac{NaOH}{100}$	12,02	11,8	12,1
$0^g,3584$ » »	12,04	12,1	

(1) Séance du 4 juin 1928.

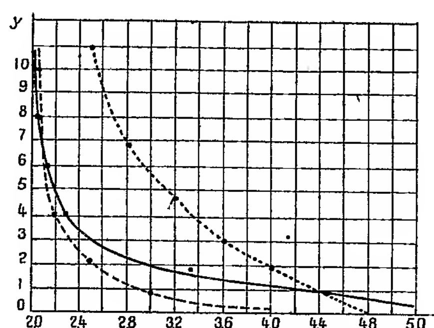
II. Après des constatations analogues faites avec la sérumalbumine, nous avons étudié plus particulièrement les variations du pH des solutions de cette protéine en fonction des teneurs en HCl.

Nous nous sommes placés dans les mêmes conditions expérimentales que Loeb pour l'ovalbumine cristallisée : solutions aqueuses de sérum albumine à 1 pour 100, addition à chacune d'elles de volumes respectifs en $\frac{\text{HCl}}{10}$ (1, 2, 4, 6 et 10^{cm^3}) donnant pour ces solutions les dilutions HCl $\frac{N}{1000}$, $\frac{N}{500}$, $\frac{N}{250}$, $\frac{N}{166}$, $\frac{N}{100}$.

La sérumalbumine employée avait été purifiée par 5 précipitations acétoniques successives : cendres (0,33 p. 100), pouvoir rotatoire ($\alpha_D = -53°21'$).

Les déterminations du pH ont été faites avec la collaboration de M. Demigneux, en utilisant le dispositif potentiométrique bien connu. Seules les deux premières, beaucoup plus délicates, ont dû être exécutées au moyen de l'appareil de M. A. Lassieur, par la méthode balistique qui sera prochainement décrite par cet auteur.

Voici la courbe obtenue :



En abscisses, valeurs de pH. En ordonnées, nombre de centimètres cubes de H Cl N/10 pour 100^{cm^3} de sérum albumine à 1 pour 100. La température $t = 16°$.

- - - - - H Cl seul aux dilutions N/1000, N/400, N/200, N/100.
——— H Cl + sérum albumine.
······· H Cl + ovalbumine (Loeb).

On voit qu'en dehors de faibles écarts à l'origine, les courbes d'HCl seul et d'HCl ajouté à l'albumine tendent à se confondre.

III. Nous nous sommes enfin adressés aux seules méthodes chimiques susceptibles actuellement de fournir des indications sur l'état de l'azote aminé et de l'azote ammoniacal dans la molécule protéinique.

Le titrage au formol (Sörensen), légèrement modifié, avec la phtaléine comme colorant, a donné :

Sérum albumine ($0^g,0973$) = 0,59 pour 100 (N aminé + N ammoniacal),
Sérum globuline ($0^g,1486$) = 0,32 pour 100 »

Le dosage de l'azote ammoniacal (Froidevaux) [1] a fourni :

Sérum albumine ($0^g,2919$) = 0,41 pour 100 (N ammoniacal),
Sérum globuline ($0^g,2229$) = 0,21 pour 100 »

Conclusions. — Ces premières recherches apportent quelques notions nouvelles sur la connaissance des deux principales protéines sériques.

Au point de vue physique, l'examen de la courbe autorise à penser :

1° Qu'il est difficile de considérer désormais ces protéines comme des corps tampons, ce rôle devant être réservé aux impuretés minérales ou organiques qui les accompagnent normalement;

2° Que les valeurs du pH prises dans les milieux biologiques se rapportent bien plus à la solution dispersante qu'aux substances dispersées suivant la conception de J. Duclaux, étendue d'ailleurs par W. Pauli aux matières protéiques.

Au point de vue chimique, la mise en évidence de quantités insignifiantes de N amidé ou ammoniacal établit que dans la molécule protéique *tous* les groupes peptidiques (qui en représentent pondéralement environ les 70 pour 100) ont leurs fonctions amines ou carboxyles non libres mais liées, comme on le sait, par des formations d'anhydrides (liaisons peptidiques).

Au point de vue biologique, l'indifférence des deux principales protéines sériques vis-à-vis des acides ou des bases alcalines (dans les limites de nos expériences) garantit à l'équilibre humoral une précieuse stabilité.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur l'immunisation des Chenilles de* Galleria Mellonella *contre le* Bacterium Galleria n° 2. Note de M. **V. Chorine**, présentée par M. Roux.

Dès qu'on a commencé à étudier l'immunité chez les insectes, on a trouvé quelques microbes contre lesquels on n'a pas réussi à les immuniser.

(1) J. Froidevaux, *Comptes rendus*, 177, 1923, p. 1043.

C'est ainsi que les expériences de Metalnicov [1], de Ishimori [2], de Tateiwa et de nous-même [3] sur l'immunisation des chenilles de *Galleria Mellonella* contre le *Bacterium Galleria* n° 2 [4] n'ont donné que des résultats négatifs. D'après ces travaux, on sait que ce microbe est exceptionnellement virulent pour ces chenilles. Si l'on infecte des chenilles avec le *Bacterium Galleria* n° 2, la phagocytose n'a pas du tout lieu; de même, on n'a pas observé de bactériolyse. Les microbes injectés se multiplient sans obstacle dans le corps des chenilles et déterminent une infection générale qui mène à la mort.

D'autre part, ce microbe produit des spores. Il est très difficile de préparer un vaccin efficace, car la température de 60° ne tue pas les spores et l'émulsion de cette bactérie chauffée à 100° n'immunise pas les chenilles.

Dernièrement, nous avons repris cette question, et nous avons tenté d'obtenir une race asporogène et affaiblie de ce microbe en utilisant le procédé bien connu du Dr Roux à l'acide phénique. Après quelques échecs, nous avons pu obtenir une culture asporogène de *Bacterium Galleria* n° 2. Pour avoir une race plus affaiblie de ce microbe, nous l'avons fait développer à une température de 40 à 41°. Après 15 repiquages de la culture asporogène à cette température, le microbe est devenu environ 45 à 50 fois moins virulent que la culture primitive. La morphologie du microbe n'a pas changé d'une manière appréciable (excepté l'absence des spores) mais sa vitalité est devenue très fragile. La culture sur gélose inclinée périt en 12 à 20 jours à la température du laboratoire; c'est le milieu de Truche [5] qui nous a permis de conserver cette souche plus longtemps sans repiquage.

Il est très intéressant de constater que ce microbe est alors devenu phagocytable, 3 ou 4 heures après l'injection d'une faible dose de cette culture dans la cavité générale du corps, sur les frottis colorés du sang on ne voit que très peu de microbes libres, la plupart sont déjà phagocytés et sont en état de destruction.

Une émulsion de ce microbe asporogène chauffée à 60° une demi-heure

---

(1) Metalnicov, *Ann. Inst. Past.*, 35, 1924, p. 787.
(2) Ishimori, *C. R. Soc. Biol.*, 90, 1924, p. 843.
(3) Chorine, *C. R. Soc. Biol.*, 97, 1927, p. 1288.
(4) Metalnicov, *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 68; Chorine, *C. R. Soc. Biol.*, 95, 1926, p. 199.
(5) Truche, *Ann. Inst. Past.*, 38, 1924, p. 516.

et injectée dans la cavité générale des chenilles les immunise très bien contre la race affaiblie.

De plus, nous avons pu immuniser avec ce vaccin les chenilles de *Galleria* contre la culture primitive très virulente, mais dans ce cas l'immunité est beaucoup moins forte; une partie seulement des chenilles immunisées survit à l'injection d'une dose minima mortelle de la bactérie virulente.

Dans nos expériences, la mortalité des chenilles immunisées varie entre 10 et 50 pour 100. Dans cet ordre d'idées, nous citerons une de nos expériences.

EXPÉRIENCE n° 12 (janvier 1928). — 15 chenilles de *Galleria* ont été injectées par $\frac{1}{100}$ de centimètre cube du vaccin (culture de 6 jours de *Bacterium Galleria* n° 2 asporogène sur gélose inclinée, émulsionnée dans 10^{cm^3} d'eau physiologique chauffée une demi-heure à la température de 60°).

24 heures après, les chenilles immunisées, ainsi que les chenilles témoins, ont reçu une dose minima mortelle de souche virulente de *Bacterium Galleria* n° 2 et nous avons obtenu les résultats suivants :

	Après 24 heures :	Après 6 jours :
Chenilles vaccinées.........	3 mortes 12 vivantes	3 mortes 9 vivantes
Chenilles témoins..........	15 mortes 0 vivante	» »

Les expériences ont démontré que l'immunité acquise 24 heures après la vaccination, s'affaiblit peu de jours après.

De tous ces faits, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° Il est possible d'obtenir du *Bacterium Galleria* n° 2 une race asporogène très affaiblie.

2° On peut, par le vaccin préparé de la culture asporogène, immuniser les chenilles de *Galleria Mellonella* contre la race affaiblie, ainsi que contre la souche la plus virulente de cette bactérie.

3° L'immunité contre le *Bact. Galleria* n° 2 est spécifique, car les autres procédés n'immunisent pas les chenilles.

4° L'immunisation des chenilles de *Galleria* contre ce microbe présente une grande analogie avec la vaccination des mammifères contre le charbon.

A 16h30m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Botanique, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *L. Guignard* :

En première ligne	M. **Paul Guérin**.
En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. **Louis Blaringhem**, **Auguste Chevalier**, **Alexandre Guilliermond**.

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à $17^h 15^m$.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 21 mai 1928.)

Note de M. *Vladimir Bernstein*, Sur quelques relations entre la croissance d'une fonction holomorphe dans un demi-plan et sa croissance en une suite de points isolés :

Page 1408, lignes 3 à 7, dans le second membre de chacune des inégalités (a), (b), (c), (d), (e), *l'exposant de e doit être multiplié par* $\cos\psi$.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Publications périodiques reçues pendant l'année 1927 (*suite*).

National Rhysical Laboratory (*Collected Researches, Report for the Year* ...). London.
National Research Council of Japan (*Publications*). Tokio.
National Research Council. Organization and Members. Washington.
Nature (*La*); *revue des sciences et de leurs applications à l'art et à l'industrie.* Paris.
Natuurkundig tijdschrift voor nederlandsch-Indië. Batavia.
Nautical Almanac (*The*), *and Astronomical Ephemeris.* London.
Nederlandsch kruidkundig archief-verslagen en Mededeelingen der Nederlandsche botanische vereeniging. Amsterdam.
New Hampshire Agricultural Experiment Station (*Technical Bulletin*). Durham.
New-York Meteorological Observatory. New-York.
— (*Annual Tables*). New-York.
New-York State Agricultural Experiment Station (*Bulletin*). Geneva.
— (*Technical Bulletin*). Geneva.
— (*Annual Report*). Geneva.
New-York State Museum Bulletin-Handbook. Albany.
Nieuwe verhandelingen van het Bataafsch Genootschap. Rotterdam.
Norman Lockyer Observatory (*Director's annual report*). Sidmouth.
Norsk matematisk Forenings Skrifter. Oslo.
Norwegian Trade Review. Oslo.
Nouvelles littéraires, artistiques et scientifiques. Paris.
Nouvelles macédoniennes. Sofia.
Nova acta regiæ societatis scientiarum Upsaliensis. Upsala.
Nuovi annali dell'Agricoltura. Roma.

Observations made at the Royal Magnetical and Meteorological Observatory at Batavia. Batavia.
Observations météorologiques à Abisko. Upsala.
Observations météorologiques et magnétiques faites à l'Observatoire astronomique de Prague. Prague.
Observations météorologiques faites aux fortifications de Saint-Maurice. Genève.
Observatoire national astronomique, chronométrique et météorologique de Besançon (*Bulletins*). Besançon.
Observatoire royal de Belgique. Bulletin sismique. Tournai.
Occasional Paper. Geological Survey of Nigeria. London

Occasional Papers of the California Academy of Sciences. San Francisco.
Occasional Papers of the Museum of Zoology. Ann Arbor (Michigan).
Œuvres de l'Institut d'État de la médecine vétérinaire expérimentale à Moscou. Moscou.
Office central de faunistique. Faune de France. Paris.
Office international d'hygiène publique (Bulletin). Paris.
Ohio Journal of Science. Columbus.
Onderzoekingen gedaan in het physiologisch Laboratorium der Rijksuniversiteit. Utrecht.
Oversigt over Det kongelige danske videnskabernes Selskabs forhandlinger. Kobenhavn.

Philosophical Transactions of the Royal Society of London. London.
Physical Review; a Journal of Experimental and Theoretical Physics. Minneapolis.
Physis. Buenos-Aires.
Prace I Materjaly antropologiczno-archeol. i etnograficzine. Cracovie.
Prace komisji etnograficznej Polskielj Akademji Umiejetnosci. Kracowie.
Practica. Athènes (en grec).
Princeton University Catalogue. Princeton.
Priroda. Léningrad.
Proceedings and Transactions of the Nova Scotian Institute of Science. Halifax.
Proceedings of the Academy of natural sciences of Philadelphia. Philadelphia.
Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences. Boston.
Proceedings of the American Philosophical Society. Philadelphia.
Proceedings of the Birmingham Natural History and Philosophical Society. Birmingham.
Proceedings of the California Academy of Sciences. San Francisco.
Proceedings of the Imperial Academy. Tokio.
Proceedings of the London Mathematical Society. London.
Proceedings of the National Academy of Sciences. Easton.
Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan. Tokio.
Proceedings of the Royal Institution of Great Britain. London.
Proceedings of the Royal Irish Academy. Dublin.
Proceedings of the Royal Physical Society. Edinburgh.
Proceedings of the Royal Society (series A). London.
id. (series B). London.
Proceedings of the Royal Society of Edinburgh. Edinburgh.
Proceedings of the Royal Society of Medicine. London.
Proceedings of the Section of Sciences, Koninklijke Akademie. Amsterdam.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 JUIN 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Mac Clung**, professeur à l'Université de Philadelphie, qui assiste à la séance.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Conditions mixtes aux frontières. Océans et continents. Marées statiques.* Note de M. **Marcel Brillouin**.

1. Dans une précédente Note [1], j'ai indiqué comment on peut former, par une méthode de moindres carrés, une suite complète de fonctions normalisées, utilisables pour le calcul des marées statiques, avec continents soit 1° sur un globe indéformable, soit 2° sur un globe sphérique élastique isotrope homogène.

L'emploi des moindres carrés peut paraître brutal et laisser quelque inquiétude. Il m'a paru utile d'indiquer une méthode directe, générale aussi pour tout problème mixte, mais un peu plus longue.

2. J'emploierai les mêmes notations (d'ailleurs suffisamment parlantes) que dans la Note citée de 1927.

Terre indéformable. — Écrivons d'abord les conditions en fonctions sphériques de surface Σ_N (Legendre et Laplace). Le potentiel perturbateur est

$$\mathfrak{P}^0 = \sum \varpi_N \Sigma_N \left(\frac{r}{R}\right)^n.$$

[1] Marcel Brillouin, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 849.

Le potentiel de gravitation dû à la mer déformée est

$$\varphi^i = \sum \varphi_N \Sigma_N \left(\frac{r}{R}\right)^n \qquad \text{et} \qquad \varphi^e = \sum \varphi_N \Sigma_N \left(\frac{R}{r}\right)^{n+1}.$$

Le soulèvement ζ^{aq} est donné par

$$g\zeta^{aq} = \sum (\varphi_N + \varpi_N)\, \Sigma_N.$$

Les conditions frontière sont

$$\sum -\frac{2n+1}{R} \varphi_N \Sigma_N = 0 \qquad [(D_1), \text{ continents}],$$

$$\sum \left(-\frac{2n+1}{R} + \frac{4\pi G}{g}\rho^{aq}\right)\varphi_N \Sigma_N = -\frac{4\pi G}{g}\rho^{aq} \sum \varpi_N \Sigma_N \qquad [(D_2), \text{ océans}].$$

Les φ_N sont les inconnues. Je veux les remplacer par d'autres, plus maniables, que j'obtiendrai à la façon des coefficients de Fourier.

3. Je vais former pour cela de nouvelles fonctions Θ relatives à toute la surface de la sphère, satisfaisant aux deux conditions

$$\Theta_Q = \sum_N \left(\frac{2n+1}{R} \varphi_N^Q \Sigma_N\right) = \begin{cases} 0 & (D_1). \\ \Sigma_Q & (D_2). \end{cases}$$

Le premier membre étant le même sur toute la surface de la sphère, les coefficients φ_N^Q de ce développement Θ_Q en fonctions sphériques s'obtiennent par les formules classiques de Laplace.

Supposons l'opération faite pour toutes les fonctions Σ_Q. *Sur la surface entière de la sphère, les fonctions* Σ_Q *forment une suite fermée et, je suppose, aussi pour le domaine partiel* D_2 ([1]); *il en est donc de même des fonctions* Θ_2, *ou de toute autre suite dont les séries sont construites avec des termes* $\alpha_N \varphi_N^Q \Sigma_N$ *dont les coefficients* α_N *sont indépendants de* Q.

4. Construisons maintenant la solution à l'aide de coefficients

$$\left(\mathop{\mathrm{S}}_{Q=0}^{\infty} \beta_Q \varphi_N^Q\right)$$

au lieu de φ_N. La première condition (D_1) sera toujours satisfaite. Les φ_N^Q sont connus; ce sont maintenant les β_Q qu'il s'agit de déterminer par une seule

([1]) Il y a là une question délicate. Peut-être, dans certains cas, y a-t-il des doubles emplois et est-il, par suite, nécessaire de compléter la suite (par exemple à l'aide de quelques fonctions du deuxième genre) qui convient au domaine D_2?

condition, la condition océanique (D_2). Cette condition s'écrit désormais (¹)

$$\mathop{\mathrm{S}}_{Q=0}^{Q=\infty} \beta_Q \sum \left(-\frac{2n+1}{R} + \frac{4\pi G}{g} \rho''' \right) \varphi_N^Q \Sigma_N = -\frac{4\pi G}{g} \rho''' \sum \varpi_N \Sigma_N,$$

dont le deuxième membre est connu.

Les fonctions sous le signe $\mathop{\mathrm{S}}_{Q}$ n'étant pas orthogonalisées, la détermination des β_Q est encore impraticable.

5. Le premier membre relatif aux océans (D_2) est construit avec les fonctions connues

$$H_Q = \sum_N \left(-\frac{2n+1}{R} + \frac{4\pi G}{g} \rho''' \right) \varphi_N^Q \Sigma_N.$$

C'est cette suite fermée qu'il faut *normaliser* pour le domaine D_2 par le procédé ordinaire :

$$\Lambda_0 = H_0,$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$b_K \Lambda_K = b_K^0 \Lambda_0 + b_K^1 \Lambda_1 + \ldots + b_K^{K-1} \Lambda_{K-1} + H_K,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

en déterminant les b par les intégrales

$$b_K^i = \int_{\text{océans}} \Lambda_i H_K \sin\theta \, d\theta \, d\alpha.$$

$$(b_K)^2 = \int_{\text{océans}} (H_K)^2 \sin\theta \, d\theta \, d\alpha - [(b_K^0)^2 + (b_K^1)^2 + \ldots + (b_K^{K-1})^2].$$

Dans ces fonctions, nous pouvons d'ailleurs mettre en évidence les H au lieu des Λ en éliminant les $\Lambda_0 \ldots \Lambda_{K-1}$ entre les $K+1$ premières équations, et obtenir

$$\Lambda_K = a_K^0 H_0 + a_K^1 H_1 + \ldots + a_K^Q H_Q + \ldots + a_K^{K-1} H_{K-1} + H_K.$$

6. Remplaçons les H par leurs expressions développées et regroupons les termes; la suite formée des Λ normalisée pour D_2 est donnée par

$$\Lambda_K = \sum_{N=0}^{N=\infty} \left(-\frac{2n+1}{R} + \frac{4\pi G}{g} \rho''' \right) \psi_N^K \Sigma_N$$

(¹) Il y aurait lieu de discuter la convergence dans cette écriture en série à double entrée; je ne pense pas qu'il en doive résulter une difficulté au point de vue de l'exactitude des résultats.

avec

$$\psi_N^K = \mathop{\mathrm{S}}_{Q=0}^{Q=K} a_K^Q \varphi_N^Q.$$

Chaque fonction Θ_K formée avec les ψ_N^K au lieu des φ_N^Q est toujours nulle dans le domaine continental D_1. La condition D_1 est toujours satisfaite par la somme d'un nombre quelconque de fonctions de la suite normalisée Λ_K.

A un potentiel de bourrelet liquide

$$\varphi = \sum_N \left(\sum_{K=0}^{K=\infty} A_K \psi_N^K \right) \Sigma_N$$

sur toute la surface de la sphère correspond dans le domaine océanique (D_2) la condition

$$\sum_{K=0}^{K=\infty} A_K \Lambda_K = -\frac{4\pi G}{g} \rho^{aq} \sum_N \varpi_N \Sigma_N,$$

dont les coefficients A_K sont définis, grâce à la normalisation, par

$$A_K = \int_{\text{océans}} \Lambda_K \left(-\frac{4\pi G}{g} \rho^{aq} \sum_N \varpi_N \Sigma_N \right) \sin\theta \, d\theta \, d\alpha.$$

Le soulèvement océanique est

$$g\zeta^{aq} = \sum_N \left(\varpi_N + \sum_{K=0}^{K=\infty} A^K \psi_N^K \right) \Sigma_N,$$

sur le globe indéformable, où les océans n'occupent que le domaine D_2.

7. *Terre élastique.* — Pour un globe élastique homogène, non seulement l'écriture des formules initiales est plus longue (*loc. cit.*) mais encore les deux conditions frontières (D_1), (D_2) ont des seconds membres. C'est l'homogénéité (sans second membre) de la condition continentale D_1 qui a permis de continuer à la satisfaire dans les transformations successives des paragraphes 4, 5, 6.

Il est facile de lever cette difficulté. D'une manière générale, soient sur une sphère deux domaines D_1, D_2, et les conditions

$$\sum f_N \varphi_N \Sigma_N = F(\theta, \alpha). \qquad (D_1),$$

$$\sum h_N \varphi_N \Sigma_N = H(\theta, \alpha). \qquad (D_2).$$

Les coefficients f_N, h_N sont des données du problème, ainsi que les fonctions F, H.

Pour supprimer le second membre de la première, je détermine (par les formules classiques de Laplace) les coefficients χ_N tels que, *sur toute la sphère*, on ait

$$\sum f_N \chi_N \Sigma_N = F(\theta, \alpha)$$

en adoptant pour F dans le domaine D_2 une forme arbitraire, qui paraîtra la plus favorable (par exemple zéro).

Alors, pour soustraction, j'aurai

$$\sum f_N (\varphi_N - \chi_N) \Sigma_N = 0 \qquad (D_1)$$

et

$$\sum h_N (\varphi_N - \chi_N) \Sigma_N = H(\theta, \alpha) - F(\theta, \alpha) + \sum (f_N - h_N) \chi_N \Sigma_N \qquad (D_2).$$

Considérant maintenant $(\varphi_N - \chi_N)$ comme nouvelle inconnue, toute la solution sera obtenue par les procédés des paragraphes 4, 5, 6.

8. Ces procédés de calcul soulèvent des questions délicates qu'il faudra poser clairement, à cause de la large part d'arbitraire que laisse le choix de la fonction F dans le domaine D_2, et aussi du fait que l'on pourrait aussi bien choisir la seconde équation pour la priver de second membre, et d'autres circonstances encore.

PHOTOCHIMIE. — *Sur les actions chimiques des radiations. Remarques au sujet d'une interprétation.* Note [1] de M. P. Villard.

Dans une Note parue au mois de décembre dernier, M. H. Belliott [2] a interprété divers phénomènes photographiques en transposant dans ce domaine la théorie photochimique de la fluorescence, créée par M. J. Perrin [3].

Bien qu'appuyée sur des considérations différentes de celles auxquelles j'avais fait appel, cette interprétation n'est pas sans analogie avec celle que j'avais exposée il y a un peu plus d'un an [4].

(1) Séance du 11 juin 1928.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1463.

(3) *Comptes rendus*, 177, 1913, p. 612.

(4) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 131 et 352.

M. H. Belliott admet qu'une molécule de bromure d'argent, impressionnée par un rayonnement, absorbe une certaine énergie, dont toutefois elle abandonne aussitôt une fraction, et prend, avec ce qui subsiste, un état stable qui serait l'impression latente. Soumise ensuite à une autre radiation de fréquence moindre, cette molécule reprendrait la fraction précédemment perdue de l'énergie primitive, et, libérant alors la totalité de celle-ci, reviendrait à l'état initial, d'où la disparition de l'image.

J'avais supposé que l'impression résultait de ce qu'un des niveaux atomiques (auxquels il faudra toujours arriver) était atteint par la lumière ou les rayons X, et que ce niveau pouvait se reconstituer à la faveur d'une agitation électronique provoquée, moins profondément, par une radiation n'ayant pas un quantum suffisant pour détacher du niveau en question les électrons qui tendraient à y revenir. Ceci peut se traduire dans le langage énergétique en disant que l'atome impressionné absorbe une certaine énergie, et que la régénération libère cette même énergie, caractéristique du niveau atteint, cette libération étant déclenchée par une énergie moindre apportée par une radiation convenablement choisie.

On retrouve ainsi les deux transformations inverses décrites par M. H. Belliott, sauf que je n'ai envisagé aucun phénomène déterminant le départ immédiat d'une partie de l'énergie absorbée pendant l'impression. Le supplément fourni par la radiation régénératrice n'étant pas compensé par une perte initiale équivalente, la somme algébrique des énergies reçues et émises n'est pas nulle comme dans les deux réactions inverses admises par M. H. Belliott [1]. En conséquence, l'atome dont un niveau a été impressionné, puis reconstitué, demeurera généralement altéré par ailleurs, ce qui paraît conforme aux faits : une plaque, voilée par les rayons X, puis traitée par la lumière blanche, peut servir à faire une radiographie, mais non une photographie; de même, si, avec de la lumière rouge, on efface une impression produite par du violet, il est presque évident que la sensibilité, rétablie pour le violet, sera au moins très affaiblie pour le rouge, auquel la surface sensible aura été longuement exposée.

Les deux interprétations diffèrent toutefois en ce qu'au lieu de considérer seulement le côté énergétique des phénomènes j'ai cherché à les représenter par un mécanisme, dans lequel j'ai introduit les niveaux atomiques et les

---

(1) Il pourrait y avoir réversibilité exacte, si, comme je l'avais dit devant la Société de Photographie, on supposait que les électrons détachés d'un niveau vont se fixer par exemple sur un niveau virtuel.

électrons, me bornant, en ce qui concerne les quanta, à indiquer la limite supérieure relative du quantum de la radiation régénératrice. Il en est résulté une hypothèse très simple et qui s'est immédiatement révélée avantageuse :

Elle rend compte des phénomènes d'effacement d'image et de retour à la sensibilité que j'avais observés avec le gélatino-bromure et le gélatino-chlorure d'argent, et décrits en détail en 1907. Ce sont précisément ces phénomènes qui ont été récemment retrouvés et étudiés par M. H. Belliott.

En même temps s'explique le fait que la sensibilité, rétablie pour la radiation qui a produit l'impression, disparaît plus ou moins complètement pour celle qui détermine l'effacement.

Toutes les fréquences supérieures à un certain minimum peuvent être considérées.

Cette même hypothèse a fait prévoir des faits entièrement nouveaux, qu'il a été facile de vérifier ; je les rappelle brièvement :

1° Les impressions produites par des radiations de fréquences très différentes, telles que la lumière ordinaire et les rayons X, n'ont pas les mêmes propriétés, et peuvent être caractérisées par des réactifs appropriés [1].

2° Deux images obtenues dans ces conditions et superposées dans une même plaque (celle de haute fréquence étant la seconde) coexistent sans se confondre, et l'on peut, à volonté, développer l'une quelconque des deux à l'exclusion de l'autre.

3° L'indépendance de deux impressions de ce genre, intéressant, d'après l'hypothèse, des niveaux différents, est telle qu'une plaque, solarisée par une exposition de plusieurs heures à la lumière directe du ciel, et devenue tout à fait impropre à la photographie, n'est nullement solarisée pour les rayons X. Ainsi que je l'ai montré, cette plaque peut servir à faire une radiographie, qui est négative, et sa sensibilité aux rayons X ne paraît pas beaucoup diminuée.

En présence de ces résultats, obtenus dès les premiers essais dans cette voie, je crois devoir maintenir la forme sous laquelle j'avais présenté la constitution qu'on peut attribuer provisoirement à l'image latente.

Relativement à la solarisation, quelques remarques paraissent nécessaires :

---

(1) Claudet avait déjà observé qu'un Daguerréotype obtenu en lumière rouge est toujours terne, et très différent des épreuves ordinaires ; il remarquait également que le rouge peut donner une impression, qu'il ne détruit évidemment pas, alors qu'il efface celle que produit le violet, d'où il conclut que les deux impressions ne sont pas identiques.

M. H. Belliott admet que, par surexposition, un certain nombre de molécules de bromure d'argent sont réduites à l'état métallique, d'où noircissement direct, et perte en même temps de l'aptitude de ces molécules à servir de germes pour le développement.

Il est presque certain que c'est seulement un sous-bromure qui se forme, aisément reconnaissable à son extrême résistance à des réactifs capables de faire disparaître en peu d'instants une image entièrement développée. La réduction complète s'obtient difficilement, et c'est d'ailleurs en exposant du chlorure d'argent à la lumière que Poitevin préparait le sous-chlorure destiné à ses expériences.

En ce qui concerne le rapport qui peut exister entre la solarisation et le léger noircissement qui l'accompagne, je rappellerai que la coexistence, déjà invoquée, de ces deux phénomènes n'est sensiblement réalisée qu'avec le bromure d'argent. Sans remonter bien loin on peut lire en effet dans un Mémoire de M. Eder (1), de Vienne, que l'iodure d'argent est généralement solarisé avant tout noircissement, le chlorure se comportant à l'inverse, et M. Eder rappelle que des recherches minutieuses ont été consacrées à cette relation qu'il estime n'être pas de cause à effet. L'un des résultats cités plus haut est entièrement d'accord avec cette opinion : une plaque notablement noircie par une longue exposition à la lumière n'est, malgré le noircissement, nullement solarisée pour les rayons X. La solarisation existe cependant pour ceux-ci, mais à la condition d'être produite par eux, et s'obtient très facilement, accompagnée de noircissement direct.

Les données suffisantes paraissent faire encore défaut pour trouver une explication; tout au moins la considération des niveaux atomiques permet de comprendre qu'une plaque, solarisée pour une fréquence, peut ne pas l'être pour une autre qui intéresse un niveau plus profond; la solarisation apparaît ainsi comme une chose relative.

L'idée d'attribuer un rôle à l'électricité dans la photographie est très ancienne : Claudet, qui avait découvert l'effacement d'une image latente normale par la lumière rouge, et la restauration de la sensibilité, pensait qu'il ne pouvait s'être produit une décomposition car aucune radiation ne reconstituerait un composé dont l'un des éléments se serait dégagé par suite de sa volatilité. Il concluait à la nécessité de faire appel à un effet électrique se produisant dans un sens ou dans l'autre, sans changer le composé. Ces deux effets inverses pourraient être le départ et la rentrée d'un électron.

Plus tard, à propos du Daguerréotype, ainsi que du collodion dont le développe-

(1) *VIe Congrès international de Photographie*, 1925, p. 210.

ment est surtout physique (1). on peut lire dans le traité de Photographie de Van Monckhoven (1863) les lignes suivantes, où il est presque question de la condensation des vapeurs par les ions :

« Le docteur Hill Norris pense que l'électricité joue là un rôle; M. Testelin, que les molécules d'iodure d'argent ont pris des pôles électriques et que dès lors les vapeurs mercurielles et l'argent se déposent comme une balle de sureau est attirée par un corps électrisé. »

Beaucoup plus récemment MM. S. E. Sheppard et C. E. K. Mees (2) ont considéré l'image latente comme reliée à l'effet photo-électrique et due à la libération d'électrons.

Il m'a paru intéressant de rappeler ces suggestions.

CHIMIE GÉNÉRALE. — *Autoxydation et action antioxygène. Propriétés catalytiques du phosphore.* Note (3) de MM. **Charles Moureu**, **Charles Dufraisse** et **Marius Badoche**.

Dans les expériences qui vont être décrites, le phosphore a été, dans notre dispositif habituel à tubes manométriques, opposé aux corps autoxydables à une dose voisine de 1 pour 100.

Phosphore blanc. — *a*. Le phosphore blanc s'est montré bon antioxygène vis-à-vis du furfurol. La courbe ci-après traduit le résultat observé dans un de nos essais. Comme on le voit, l'oxydation est considérablement ralentie.

C'est un fait vraiment remarquable que cette possibilité de paralyser ainsi l'action de l'oxygène libre au moyen d'une trace de phosphore; et, comme bien on pense, nous n'avons pas manqué de prendre les précautions nécessaires pour que nos expériences ne fussent pas entachées d'erreur.

1° On purifiait le phosphore en le fondant sous une couche de solution aqueuse d'hypobromite; puis après lavage, on le moulait sous l'eau, dans un tube de verre très fin, en un cylindre dont on pesait sous l'eau une longueur connue, et l'on en prenait la longueur correspondant à 1^{cg} (pour 1^{g} de furfurol). C'est sous cette forme massive qu'on l'employait; de la

---

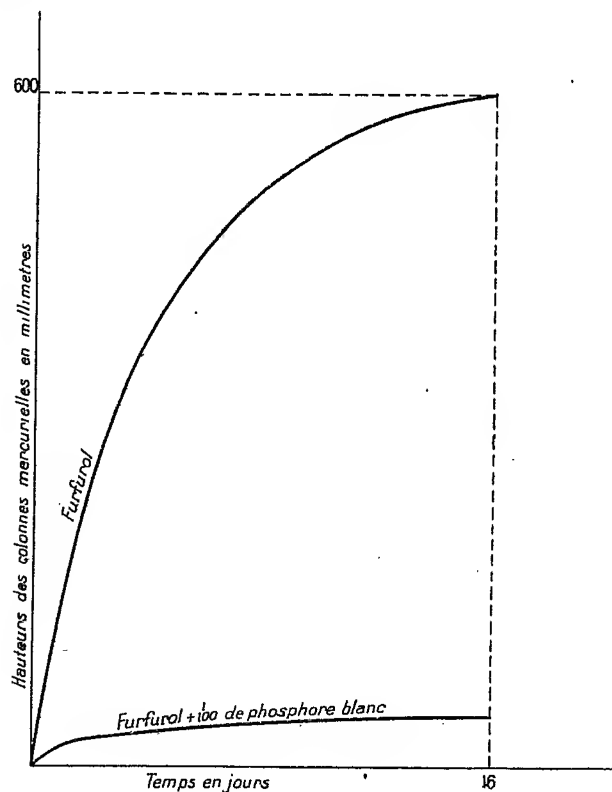
(1) D'après Davanne, le révélateur peut fixer sur l'image six fois plus d'argent que n'en contient le sel sensible.

(2) *Proceed. Roy. Soc.*, Londres, 78, 1908, p. 461.

(3) Séance du 11 juin 1928.

sorte on réduisait au minimum son oxydation avant l'expérience (¹), et l'on était assuré que la presque totalité du phosphore, sinon la totalité, se trouvait bien à l'état libre.

2° A la fin de l'expérience, comme on constatait que la pression gazeuse était du même ordre que celle qui régnait au début (voisine de la pression atmosphérique), on s'assurait que le gaz était bien au moins en majeure partie de l'oxygène.



Voici quelle était sa composition dans un de nos essais : CO^2, 5 pour 100; O^2 (par l'hydrosulfite), 89,6 pour 100; CO (par Cu^2Cl^2 ammoniacal), 3,1 pour 100; résidu, 2 pour 100; le gaz était donc constitué, pour les

(¹) Si l'on avait, au contraire, employé une solution (par exemple, dans le sulfure de carbone), dont on aurait ensuite évaporé le solvant (comme nous le faisons fréquemment pour de minimes quantités de catalyseur), on aurait risqué d'avoir surtout les produits d'oxydation du métalloïde.

9 dixièmes, par de l'oxygène. D'autre part, dans une expérience témoin, effectuée simultanément avec du furfurol pur (sans catalyseur), la pression finale était d'environ 16^{cm}, et le gaz résiduel, qui ne renfermait pas d'oxygène en quantité appréciable, était formé d'environ un tiers d'anhydride carbonique et deux tiers d'oxyde de carbone.

Une autre série d'expériences a donné des résultats analogues.

Comme on le voit, le furfurol témoin (sans catalyseur) absorbe complètement l'oxygène, même sous des pressions très faibles. Par conséquent, le fait que la pression a diminué beaucoup moins vite dans le cas de la présence du phosphore que dans celui du témoin n'est pas dû à ce que l'oxygène aurait été remplacé par un volume voisin d'un autre gaz issu de l'oxydation (CO^2, par exemple), et le phosphore a bien réellement entravé l'oxydation du furfurol.

3° De même, le liquide qui a résisté à l'action de l'oxygène a été examiné à la fin de l'expérience [1], en vue de s'assurer que le furfurol n'avait pas subi de modification importante pouvant faire supposer que le fait qu'il ne s'est pas oxydé serait dû à une autre cause que l'action antioxygène (une polymérisation, par exemple). Le produit était fortement coloré en brun foncé, beaucoup plus que celui du témoin. Mais cette coloration ne correspondait qu'à une faible altération, attendu qu'à la distillation le liquide passait en moins de 1° (55°-55°,5 sous 13^{mm},5), en ne laissant qu'un résidu inférieur à 2 pour 100 [2]. D'autre part, le liquide témoin était retrouvé en grande partie inaltéré, laissant seulement à la distillation un résidu (un peu supérieur au précédent), correspondant à la faible fraction oxydée.

---

(1) Dans nos recherches sur l'action antioxygène, qui ont déjà porté sur plusieurs centaines de catalyseurs, nous ne pratiquons d'ordinaire cet examen que de temps en temps, à titre de contrôle : nous ne le faisons systématiquement que si la constatation d'une anomalie nous donne le soupçon que le produit a pu se transformer. Cette remarque s'applique également au gaz des tubes manométriques à la fin de l'expérience. D'ailleurs, le phénomène secondaire sur lequel nous avons fréquemment insisté (absorption progressive de l'oxygène par le produit qui distille peu à peu sur les parois) a l'avantage de démontrer le plus souvent que le gaz et le produit restant sont toujours capables de réagir l'un sur l'autre et, par conséquent, n'ont pas subi de transformation profonde.

(2) A ce propos, nous ferons remarquer qu'en dépit d'une relation étroite, constatée par nous, entre l'autoxydation du furfurol et la coloration intense qu'il prend à la longue, il peut y avoir, d'après nos observations, une action antioxygène très importante en même temps qu'une forte coloration, comme c'est ici le cas en présence du phosphore.

D'après tout ce qui précède, nous sommes bien en droit d'affirmer que *le phosphore blanc entrave l'autoxydation du furfurol.*

Nous devons ajouter toutefois qu'à la fin de l'essai (plus de trois mois), nous n'avons pas retrouvé le bâtonnet de phosphore introduit au début, bien que, dans des expériences effectuées à cet effet, nous ayons constaté que le métalloïde est très peu soluble, même à chaud, dans le furfurol. Nous pensons qu'il a dû se déposer, à la longue, sur les parois de l'ampoule, entraîné par une petite quantité de matière colorante que nous y avons trouvée.

b. A l'encontre de ce que l'on observe quand on l'oppose au furfurol, l'absorption de l'oxygène, dans le cas de l'aldéhyde benzoïque, a été plus rapide en présence qu'en l'absence de phosphore, et il en a été de même pour le styrolène et l'essence de térébenthine.

La quantité de phosphore présente étant plus que suffisante pour pouvoir absorber le volume d'oxygène mis en œuvre (environ 6^{cm^3}), on peut se demander si l'accroissement de la vitesse d'absorption observée n'était pas due à l'oxydation du phosphore lui-même. Sans écarter absolument cette hypothèse, nous ferons les remarques suivantes : 1° d'après les expériences classiques (Joubert, etc.), le phosphore n'est pas oxydable, à la température ordinaire, sous la pression d'oxygène (voisine de la pression atmosphérique) où nous opérons; 2° un grand nombre de matières organiques, et spécialement l'essence de térébenthine, qui est l'une des substances sur lesquelles on a expérimenté, empêchent l'oxydation du phosphore; 3° il nous est arrivé dans certains essais de constater que le petit bâtonnet de phosphore ne commençait à présenter d'apparences d'altération que bien après que l'absorption d'oxygène était terminée.

Il convient de rappeler, à propos de ces recherches, que R. Willstätter et E. Sonnenfeld [1], qui reprirent les expériences de Jonas (1840), Köhler et Schimpf (1871), von Than et Molmar (1889), Minovici (1904), A. Colson (1908), E. Sieburg (1912), ayant oxydé du phosphore en présence, notamment, d'essence de térébenthine, constatèrent une absorption rapide d'oxygène par le mélange et la formation de produits d'oxydation définis dérivés du phosphore et de l'essence de térébenthine.

c. Observation générale. — Il est possible que les effets d'action antioxygène ou prooxygène observés avec le phosphore blanc soient dus, en partie ou en totalité, à l'un de ses produits d'oxydation, qui sont des cata-

---

(1) *Ber. d. Chem. Ges.*, 47, 1914, p. 2801.

lyseurs actifs, comme nous le montrerons dans une prochaine Note. C'est ainsi que de l'aldéhyde benzoïque, mis en présence d'une dose d'environ 1 pour 100 de phosphore blanc, ayant été conservé dans un flacon bouché ordinaire (sans précaution spéciale), ne s'était altéré, après environ quatre ans, que dans la proportion de 10 pour 100 (un quart environ des produits d'altération était constitué par de l'acide benzoïque et le reste par une matière visqueuse); ce qui semble montrer qu'à la première phase d'oxydation accélérée, à laquelle le phosphore contribue pour une part notable, succède une phase d'action catalytique négative, due aux produits de l'oxydation.

Il n'en est pas moins intéressant de constater que l'addition d'un bâtonnet de phosphore à un produit oxydable comme le furfurol puisse en entraver l'oxydation.

Phosphore rouge. — Les actions produites par le phosphore rouge sont analogues à celles du phosphore blanc, mais beaucoup moins intenses.

Dans le cas du furfurol, on observe un faible ralentissement de l'oxydation pendant les premiers jours, puis un arrêt complet.

Avec la solution de sulfite disodique, il y a ralentissement de l'oxydation si la solution est légèrement alcaline et accélération si elle est légèrement acide.

PHOTOMÉTRIE. — *Transformation d'un luxmètre en brillancemètre.* Note (¹) de M. A. Blondel.

Dans la technique de l'éclairage, des propositions singulières ont été faites par diverses sociétés savantes pour définir une unité de brillance contenant le facteur π par l'intermédiaire de l'unité de radiance. Cette erreur provient sans doute de ce que l'on ignore qu'on peut mesurer la brillance du ciel et de toute autre surface aussi facilement qu'un éclairement, à l'aide d'un luxmètre ou d'un photomètre portatif déjà étalonné pour les mesures d'éclairement.

Emploi du luxmètre comme appareil de comparaison de brillance. — Les luxmètres considérés ici comportent tous une lunette de visée par laquelle on compare à l'œil les brillances de deux surfaces, l'une formée, par exemple, d'une partie réfléchissante d'un double prisme éclairé par un étalon de

(¹) Séance du 11 juin 1928.

lumière intérieure, l'autre vue directement à travers le prisme, formée par la surface brillante étudiée, par exemple la surface du ciel ou d'un nuage.

On peut ainsi faire une lecture en ayant soin d'interposer devant l'œil une cuve de Crova, contenant une solution colorée permettant la comparaison hétérochrome. Une autre mesure semblable permet de mesurer la brillance de l'étalon secondaire de brillance décrit précédemment. Le rapport des deux lectures donne donc en stibes la brillance cherchée.

On peut même éviter cette comparaison et l'emploi de l'étalon par le procédé suivant.

Étalonnement du photomètre portatif ou luxmètre en brillancemètre. — Tout photomètre portatif peut être transformé en brillancemètre, par l'emploi d'un écran diffuseur étalonné (c'est-à-dire dont on a mesuré le facteur de brillance normal).

En général, un luxmètre doit être accompagné de deux écrans diffuseurs de types différents, l'un diffusant par transmission et qui peut se fixer à l'extrémité de la lunette de l'appareil pour la mesure de l'éclairement produit directement sur lui par une source; l'autre diffusant par réflexion et qui se place sur le sol ou sur un support à 1^{m} du sol pour les mesures de l'éclairement des voies publiques, ou des tables de bureau.

Appelons maintenant : a la *constante d'éclairement* du photomètre muni de l'écran diffusant par transmission (chiffre par lequel il faut multiplier le nombre lu sur la graduation dans ces conditions pour obtenir l'éclairement reçu par l'écran) et b la *constante d'éclairement* analogue du photomètre sur écran mat diffusant par réflexion; c'est le chiffre par lequel on doit multiplier le nombre n' lu sur la graduation de l'appareil employé à viser l'écran placé par exemple sur une chaussée pour obtenir l'éclairement en ce point. Si la division 100 correspond par exemple à un éclairement de 1 milliphot, la constante $b = \frac{1}{100\,000}$ phot.

Soient $\beta_t \beta_r$ les facteurs de brillance normaux des deux écrans respectivement, préalablement mesurés comme on l'a exposé précédemment. Les deux *constantes de brillance* (forcément égales) qui en résultent pour l'appareil employé comme brillancemètre sont respectivement $\frac{a}{\beta_t}$ et $\frac{b}{\beta_r}$, qui doivent être égales. Si le premier écran est poli, β_t ne varie jamais, tandis que β_r peut varier avec le degré de matité et de propreté de l'écran réfléchissant, qui ne peut être poli. La véritable constante de brillance c sera donc $a\beta_t = c$.

Dispositifs affaiblisseurs. — Dans les mesures de brillance du ciel (qui atteignent 1 à 20 stilbs), ou des flammes lumineuses (qui atteignent 0,5 à

8 stilbs), on est obligé d'affaiblir beaucoup (au $\frac{1}{100}$, au $\frac{1}{1000}$, et même au $\frac{1}{10000}$) la lumière de la surface visée directement sans interposition d'écran, pour pouvoir comparer celle-ci à la plage de comparaison. Il n'est pas très pratique de recourir, dans le cas considéré, au disque tournant de Masson; on peut employer un écran à gélatine teintée ou une glace photographique noircie par développement, à condition que le grain en soit très fin ([1]) et qu'elle n'ait aucune coloration jaunâtre.

Une autre solution consiste dans l'interposition entre l'œil et la surface brillante étudiée d'un affaiblisseur de brillance, fondé encore sur l'emploi d'un étalon de facteur de brillance.

Cet affaiblisseur est formé d'un tube de quelques centimètres de longueur (10 à 30) fermé à l'une de ses extrémités, qu'on vient visser à l'avant de l'ouverture de visée du photomètre portatif et suivant le même axe que celui de la lunette, par un écran diffuseur par transmission, de facteur normal β', remplaçant l'écran a; et à son extrémité la plus éloignée, par un diaphragme (interchangeable), percé d'un petit trou de surface rigoureusement connue ([2]).

L'éclairement E de la face postérieure de l'écran diffusant du facteur β'_t est proportionnel à la brillance B de la surface visée, à la surface s de l'ouverture du diaphragme et à l'inverse de la distance z entre le diaphragme et l'écran. En appelant n' le nombre de divisions lu sur la graduation décimale du photomètre pour un éclairement E, quand on remplace l'écran ordinaire, de facteur normal β_t, on a évidemment

$$E = \frac{s}{z^2} B = \frac{\beta_t}{\beta'_t} a n'.$$

La constante de brillance c est donc remplacée par

$$c' = \frac{\beta_t}{\beta'_t} a \frac{z^2}{s}.$$

Pour éviter les erreurs dans l'obliquité des rayons incidents, on donne au diaphragme ainsi qu'au verre diffusant des diamètres ne dépassant pas 10 à 15^{mm}.

On peut également ajouter derrière le diaphragme une lentille faisant le

---

([1]) Notre savant confrère M. Lumière a bien voulu mettre à ma disposition des glaces au gélatino-bromure à grain très fin qui donnent de très bons écrans neutres, transparents.

([2]) Le diagramme peut être rendu éventuellement mobile à l'aide d'un second tube à crémaillère coulissant dans le premier.

foyer conjugué de l'infini sur l'écran. Le coefficient de transmission t de cette lentille diffère généralement très peu de 0,90. On obtient, par ce procédé, un facteur d'affaiblissement qui donne facilement le millième ou le dix-millième.

On observe par le photomètre le verre diffusant de l'affaiblisseur comme celui qui constitue la bonnette ordinaire; on peut d'ailleurs employer ce dernier dans le dispositif d'affaiblissement en le vissant sur lui; alors $\beta'_t = \beta_t$.

Le même dispositif, dans lequel on place derrière le diaphragme non pas une lentille, mais un second écran diffusant dont on connaît le facteur de brillance β''_t, réalise un affaiblisseur d'éclairement dont le coefficient d'affaiblissement dans les mesures d'éclairement (constante a) correspond à une constante a' donnée par l'équation suivante :

$$E' = \frac{s}{z^2}\beta''_t E = an'.$$

D'où l'on déduit une nouvelle constante a', de même forme que c' :

$$a' = \frac{E}{n'} = \frac{z^2 a}{s\beta''_t}.$$

Conclusion. — On voit par ce qui précède que la considération des étalons secondaires de brillance et du facteur de brillance permet de développer beaucoup la mesure directe de la brillance, enfin d'éviter l'emploi d'unités extraordinaires en photométrie, et d'augmenter la variété des mesures que peut réaliser un photomètre portatif.

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *La végétation et la flore du Hoggar.* Note (1) de M. **René Maire.**

Les montagnes du Hoggar (Sahara central) n'avaient jusqu'ici été étudiées par aucun botaniste, bien que divers explorateurs en eussent rapporté de nombreuses plantes. Au cours de la mission organisée par M. P. Bordes, gouverneur général de l'Algérie, nous avons pu étudier la végétation et la flore de ce massif montagneux dans des conditions exceptionnellement favorables par suite des pluies abondantes de l'hiver 1927-1928.

On peut distinguer dans les montagnes du Hoggar trois étages de végétation. Le premier va de la plaine à 1700-1800^m d'altitude; il est caractérisé : 1° par l'absence presque absolue de végétation permanente en dehors des

(1) Séance du 4 juin 1928.

fonds de ravins et de vallées, des zones d'épandage et des pieds de dunes; 2° par la dominance, dans les trois premières de ces stations, d'une association à *Acacia* (¹) et *Panicum turgidum;* 3° par la présence de nombreux types soudano-éthiopiens (*Balanites*, *Maerua*, *Calotropis*, *Salvadora*, *Ficus*, *Tephrosia*, *Aerva*, *Abutilon*, *Trichodesma*, *Solenostemma*, *Leptadenia*, etc.), mélangés à des espèces sahariennes d'affinités méditerranéennes; 4° par la fréquence, au niveau des points d'eau, de types tropicaux (*Typha elephantina*, *Erigeron Bovei*). Nous appelons cet étage l'étage tropical.

Le second étage s'étend de 1700-1800^m à 2300-2400^m; il est caractérisé : 1° par la présence, en dehors des stations plus ou moins aquifères énumérées plus haut, d'une végétation permanente très raréfiée, où domine une Salsolacée encore indéterminée ayant le port du *Haloxylon Schmidtianum;* 2° par la disparition, dans les vallées, de l'association à *Acacia-Panicum*, remplacée par une association à *Pituranthos scoparius* et *Artemisia campestris;* 3° par la disparition de la plupart des types soudano-éthiopiens et l'apparition de types méditerranéens ou d'affinités méditerranéennes, qui se présentent comme des reliques (²); 4° par l'apparition, dans les rochers, de quelques chasmophytes permanents (*Cheilanthes*, *Satureia*, *Oryzopsis*, types méditerranéens; deux espèces de *Caralluma*, types succulents d'affinités soudanaises); 5° par la disparition, dans les stations humides, du *Typha elephantina* et de l'*Erigeron Bovei*. Nous nommons cet étage l'étage méditerranéen inférieur.

Le troisième étage s'étend de 2300-2400^m aux plus hauts sommets (3000^m); il est caractérisé : 1° par la disparition complète de tout élément soudano-éthiopien, de sorte que la flore y devient purement méditerranéenne; 2° par la présence, en dehors des stations aquifères, d'une végétation permanente constituée par une steppe à *Artemisia* (³) et *Santolina,* rappelant les steppes des Hauts Plateaux algériens; 3° par la présence, sur les rochers escarpés, de quelques chasmophytes (*Ephedra*, *Globularia*, etc.), de quelques Bryophytes et d'assez nombreux Lichens; 4° par la présence de reliques méditerranéennes remarquables (par exemple *Clematis flammula*). Nous nommons cet étage l'étage méditerranéen supérieur.

(¹) *A. tortilis* et *A. seyal.*

(²) Par exemple l'*Olea Laperrinei*, dont nous avons pu trouver les fruits, inconnus jusqu'ici; ces fruits ressemblent à de toutes petites olives, ce qui confirme l'affinité étroite de cet arbre avec l'*O. europæa*.

(³) Cet *Artemisia* est très voisin de l'*A. herba-alba*, s'il ne lui est pas identique. Le *Santolina* est encore indéterminé.

Il y a donc bien, contrairement à ce qu'affirme Diels ([1]), une végétation climatique sur les hautes montagnes du Sahara central; cette végétation n'est pas forestière comme l'avait cru Grisebach ([2]), mais bien steppique.

La présence de cette steppe méditerranéenne sur les hauts sommets montre que leur alimentation en eau est à peu près régulière. S'il n'y a pas de pluies hivernales régulières, il y a tout au moins une nébulosité hivernale et des condensations occultes suffisantes pour entretenir la vie des sous-arbrisseaux qui forment les hautes steppes, et celle des nombreux lichens qui couvrent les rochers aux ubacs.

Les thérophytes, qui se développent après les pluies, diffèrent, eux aussi, suivant les étages de végétation.

Dans l'étage tropical les thérophytes dominants sont *Shouwia purpurea*, *Morettia canescens*, *Aristida plumosa;* ils sont remplacés dans les étages méditerranéens par le *Moricandia arvensis* (*sensu lato*) qui couvre les montagnes noires d'un léger manteau de gaze lilacine.

L'étude de la flore du Hoggar montre qu'elle est formée de reliques tropicales et de reliques méditerranéennes, adaptées, pour la plupart, aux dures conditions actuelles. Beaucoup de ces reliques sont des legs d'un passé à climat plus humide que le climat actuel; les études botaniques amènent, sur ce point, à des conclusions concordant avec celles que l'on peut tirer des données géologiques, géographiques et zoologiques.

M. **Charles Moureu**, en présentant à l'Académie ([3]) la neuvième édition, qui vient de paraître, de ses *Notions fondamentales de Chimie organique*, s'exprime en ces termes :

Dans la présente édition, non seulement les différentes parties ont été tenues au courant des derniers progrès de la Science, mais il m'a semblé que le moment était venu d'y ajouter quelques chapitres.

Un aperçu rapide sur les matières colorantes, qui figurait déjà dans la cinquième édition, ayant été particulièrement apprécié, j'ai tenté le même effort pour d'autres branches de la Chimie appliquée.

La Chimie des matières odorantes s'est considérablement développée au cours du dernier demi-siècle. La composition de la plupart des huiles essen-

---

([1]) *Beibl: z. Botan. Jahrbüchern*, nº 120, 1917, p. 135.
([2]) *Die Vegetation der Erde*, II. p. 79.
([3]) Séance du 11 juin 1928.

tielles a fait l'objet de recherches approfondies, et une multitude d'espèces odorantes artificielles ont vu le jour. Tout un corps de doctrine se trouve ainsi constitué sur l'odeur dans ses relations avec la structure chimique. J'ai essayé de donner une vue d'ensemble satisfaisante de ce sujet très délicat.

Beaucoup moins avancée, par contre, est la Chimie de la saveur. J'ai néanmoins tenu, pour mieux marquer la lacune, à résumer sur cette question le peu que nous savons.

On sait toute l'importance qu'a prise la médication chimique dans l'art de guérir. On a préparé de toutes pièces une infinité de molécules médicamenteuses, semblables ou supérieures aux principes, extraits des êtres vivants, et nos connaissances sur les rapports entre leur constitution et leurs effets sur l'organisme sont déjà fort étendues. Un long chapitre a été consacré à ce domaine.

Un dernier chapitre a trait aux matières explosives, dont l'intérêt, sans parler du point de vue militaire, est considérable dans les travaux de l'art de l'ingénieur.

Il est superflu d'ajouter que, conformément au titre même de ces *Notions fondamentales*, les nouveaux exposés ont été conçus dans un esprit très général. Je me suis attaché surtout à présenter des faits précis reliés par des idées simples et nettes, de manière à éveiller la curiosité, à provoquer des réflexions, à stimuler l'imagination.

J'ai fait appel aux conseils de savants spécialement qualifiés, principalement de MM. Ernest Fourneau, André Wahl, Raymond Delange, Henri Muraour. Qu'ils reçoivent ici tous mes remercîments.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un membre de la Section de Botanique en remplacement de M. *L. Guignard* décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 55,

M. Louis Blaringhem	obtient.......	21	suffrages
M. Paul Guérin	»	16	»
M. Alexandre Guilliermond	»	12	»
M. Auguste Chevalier	»	6	»

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 56,

M. Louis Blaringhem	obtient.......	38	suffrages
M. Alexandre Guilliermond	»	9	»
M. Paul Guérin	»	7	»
M. Auguste Chevalier	»	2	»

M. **Louis Blaringhem**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

NOMINATIONS.

MM. **Émile Picard**, **Lallemand**, **Ferrié** sont délégués près du *Conseil international de Recherches* pour la session qui se tiendra à Bruxelles les 13 et 14 juillet prochains.

M. **Lejay** est adjoint à la délégation française à la troisième Assemblée générale de l'*Union astronomique internationale*, qui se tiendra à Leyde du 5 au 13 juillet 1928.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** prie l'Académie de lui désigner deux de ses Membres qui occuperont dans le *Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique* les places qui vont être vacantes par l'expiration des pouvoirs de MM. *H. Deslandres* et *H. Le Chatelier*, rééligibles.

THÉORIE DES NOMBRES. — *La détermination de la totalité des nombres représentables par une forme quadratique positive quaternaire.* Note (¹) de M. **W.-A. Tartakowsky**, transmise par M. Hadamard.

Comme dans les Notes précédentes, la question se ramène à la détermination de la borne inférieure de $\chi_p(F, \nu)$ et de $\gamma(F, \nu)$, ou, en vertu

(¹) Séance du 21 mai 1928.

de $\prod_{p/2\Delta F} \chi_p(F_1\nu)$,

$$\prod_{p/2\Delta F} \chi_p(F_1\nu) > \frac{C}{\log\log\nu}.$$

Soit la forme $F \simeq \overline{F} = f(x_1x_2x_3x_4) + p^{\lambda(p)}\psi(x_1x_2x_3x_4)$, où $f(x_1x_2x_3x_4)$ est le reste principal, module $p^{\lambda(p)}$, de la classe des formes équivalentes à F et $p/2\Delta(F)$. Nous ferons l'égalisation de telle sorte qu'aucun des coefficients des carrés ne soit plus divisible par p^2. Si ni l'égalisée F' ainsi obtenue, ni la seconde forme égalisée de F'' (égalisée de F') ne représentent régulièrement le nombre zéro module $p^{\delta(p)}$, nous dirons que le nombre p est un nombre premier abaissant. Pour les p abaissants impairs, les formes égalisées s'écriront ainsi :

$$\begin{aligned} F' &= f_1(x_1x_2) + p\,f_2(x_3x_4) + p^{\lambda(p)-\mu(p)}\psi_1(x_1x_2x_3x_4) \\ F'' &= f_2(x_3x_4) + p\,f_1(x_1x_2) + p^{\delta(p)}\psi_0(x_1x_2x_3x_4) \end{aligned} \qquad \left(\frac{-\Delta(f_1)}{p}\right) = \left(\frac{-\Delta(f_2)}{p}\right).$$

Pour $p = 2$ abaissant, nous ne considérons qu'une forme égalisée, la seconde. Le produit $\mathfrak{T}_0$ de tous les nombres abaissants est un diviseur de $2\Delta(F)$. On dira que le nombre ν est de la catégorie $(\mathfrak{T})$ (avec $\mathfrak{T}|\mathfrak{T}_0|$), s'il est de la forme $\nu = \nu_{\mathfrak{T}}(\beta)\,\overline{\mathfrak{T}}(\beta) = \nu_{\mathfrak{T}}(\beta)\prod_{i=1}^{k} p_i^{\mu(p_i)+2\alpha_i(\nu)+\beta_i(\nu)}$, où $\alpha_i(\nu) > 0$; $\beta_i(\nu) = 0, 1$ pour $p_i > 2$ et $\beta_i(\nu) = 1$ pour $p = 2$. $\nu_{\mathfrak{T}}(\beta)$ est premier avec les p_i ($\mathfrak{T} = p_1p_2\ldots p_k$) si $p_i > 2$ est divisible par 2 ou 4 si $p = 2$. Les exposants des puissances les plus élevées des nombres premiers p, diviseurs de $\frac{\mathfrak{T}_0}{\mathfrak{T}}$, qui divisent $\nu_{\mathfrak{T}}(\beta)$, ne surpassent pas $\mu(p) + \delta(p)$. Le nombre $\nu_{\mathfrak{T}}(\beta)$ est donc de la catégorie (1).

On a ainsi, au plus, 2^k formes égalisées $F_{\mathfrak{T}}(x_1x_2x_3x_4;\beta_1\beta_2\ldots\beta_k) = F_{\mathfrak{T}}(x/\beta)$. Le pivot de la démonstration est le fait que les nombres (premiers avec $\mathfrak{T}$) qui sont de la catégorie (1) pour F par rapport à la forme $F_{\mathfrak{T}}(x/\beta)$. La totalité des nombres représentables par F est déterminée par le théorème :

La condition pour qu'un nombre ν de la catégorie (1) *et supérieur à une constante* N (*fonction des coefficients de* F) *soit représentable par* $F(x_1x_2x_3x_4)$, *est qu'il le soit module d, soit*

$$(1) \quad \nu = dx + m_i\left(x \geqq \frac{N}{d}\right), \qquad 0 \leqq m_i < d, \qquad m_i \equiv E(h_1h_2h_3h_4) \pmod{d}.$$

La condition nécessaire et suffisante pour qu'un nombre $\nu = \nu_{\mathfrak{T}}(\beta)\,\overline{\mathfrak{T}}(\beta)$ *de*

la catégorie $\mathfrak{T}$ soit représentable par la forme F *lorsque* $\nu_{\mathfrak{T}}(\beta) > L_{\mathfrak{T}}(\beta)$ [$L_{\mathfrak{T}}(\beta)$ *se calculant aussi à l'aide des coefficients de* F] *est que* $\nu_{\mathfrak{T}}(\beta)$ *soit représentable par la forme* $F_{\mathfrak{T}}(x/\beta)$, *c'est-à-dire qu'il soit représentable par cette forme, module* $d_{\mathfrak{T}}(\beta) = d\prod_{i=1}^{K} p_i^{-\mu(p_i)-\beta_i}$, *ou, ce qui revient au même, que* ν *soit de la forme*

$$(2)\qquad \nu = \prod_{i=1}^{K} p_i^{\mu(p_i)+2\alpha_i(\nu)+\beta_i(\nu)}[d_{\mathfrak{T}}(\beta)x + \mu_i(\beta)], \qquad \left(x \geqq \frac{N}{d_{\mathfrak{T}}(\beta)}\right),$$

$$0 \leqq \mu_i(\beta) < d_{\mathfrak{T}}(\beta), \qquad \mu_i \equiv F_{\mathfrak{T}}(h/\beta) \quad [\operatorname{mod} d_{\mathfrak{T}}(\beta)].$$

Soient enfin $M_i(\mathfrak{T}/\beta)$ *les nombres plus petits que* $L_{\mathfrak{T}}(\beta)$ *et représentables par la forme* $F_{\mathfrak{T}}(x/\beta)$. *La condition nécessaire et suffisante pour que le nombre de la catégorie* ($\mathfrak{T}$) *pour lequel* $\nu_{\mathfrak{T}}(\beta) \leqq L_{\mathfrak{T}}(\beta)$ *soit représentable par la forme* F *est qu'il soit de la forme*

$$(3)\qquad \nu = M_i(\mathfrak{T}/\beta)\prod_{i=1}^{K} p_i^{\mu(p_i)+2\alpha_i(\nu)+\beta_i(\nu)} \quad (^1).$$

On voit que, dans le cas où il n'existe pas de nombres abaissants pour la forme F, la totalité des nombres représentables par la forme quaternaire constitue (en y supprimant les nombres ne surpassant pas N) un système fini de progressions, comme dans le cas où le nombre des variables est plus grand que quatre. Mais, s'il existe des nombres abaissants, cela n'a pas lieu en général. L'ensemble des nombres $M_i(\mathfrak{T}/\beta)$ pouvant ne pas épuiser la totalité des nombres des progressions (2) qui ne surpassent $L_{\mathfrak{T}}(\beta)$, il existe des formes pour lesquelles la totalité des nombres représentables ne se distribue même pas dans un nombre infini de progressions infinies.

Si $s \geqq 5$ *ou si* $s = 4$, *mais qu'il n'existe pas de nombres abaissants, alors, à partir d'un certain nombre* N, *toutes les formes du genre représentent les mêmes nombres; si* $s = 4$, *il existe des formes (ayant des nombres abaissants) qui représentent des ensembles infinis de nombres non représentables par d'autres formes du même genre,* par exemple la forme $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4/x_4^2$ ne repré-

(1) On peut faire correspondre au nombre $\mathfrak{T}$ une seule forme $F_{\mathfrak{T}} = F_{\mathfrak{T}}(x/0)$. On a alors $d_{\mathfrak{T}} = d_{\mathfrak{T}}(0)$ et le résultat est analogue. Mais le calcul effectif des progressions (2) nous ramènera aux formes $F_{\mathfrak{T}}(x/\beta)$.

sente pas les nombres 7.2^n et la forme $x_1^2+x_2^2+5x_3^2+9x_4^2-4x_3x_4$ du même genre les représente.

Notre solution est précise au point de donner celle du problème suivant : *Savoir, au moyen d'un nombre fini d'opérations, si les totalités des nombres représentables par les formes* $F_1(x_1\ldots x_{s_1})$ *et* $F_2(x_1\ldots x_{s_2})$ $(s_1\geq 4$ *et* $s_2\geq 4)$ *coïncident ou non.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les courbes binomiales.* Note de M[lle] **Sophie Piccard** et M. **D. Mirimanoff**, présentée par M. Hadamard.

Nous entendons par courbes binomiales les courbes définies par une équation de la forme

$$y=\frac{s!}{\Gamma(x+1)\Gamma(s-x+1)}p^xq^{s-x},$$

p et q étant deux nombres positifs liés par la relation $p+q=1$ et s un nombre entier positif ou nul.

La fonction y admet pour zéros simples les points $x=s+k$ et $x=-k$, k étant un nombre positif quelconque. Ces zéros déterminent sur l'axe des x une suite infinie d'intervalles : l'intervalle central $(-1, s+1)$, le long duquel y est positive, et une infinité d'intervalles de longueur 1, sur lesquels y est alternativement négative et positive.

L'un de nous a montré récemment (¹) que la différence $\int_{-1}^{s+1}y\,dx-1$ tend plus rapidement vers zéro que n'importe quelle puissance de $\frac{1}{s}$, lorsque s augmente indéfiniment : d'une manière plus précise, on a, quel que soit i,

$$\int_{-1}^{s+1}y\,dx-1=o\left(\frac{1}{s^i}\right), \tag{1}$$

o étant le second symbole de M. Landau.

Introduisons l'écart $l=x-sp$. Posons $l=s^k$, l'exposant k étant un nombre positif vérifiant l'inégalité $\frac{1}{2}<k<1$. On peut montrer qu'on a

(¹) *L'Enseignement mathématique*, 26, 1927, p. 287.

encore

$$\int_{-\lambda}^{\lambda} y\, dl - 1 = o\left(\frac{1}{s^{l}}\right). \tag{2}$$

Posons $\sigma\sqrt{spq}$, $t = \frac{l}{\sigma\sqrt{2}}$. En partant de l'expression de y donnée dans une Note précédente ([1]), nous avons cherché à développer y suivant les puissances croissantes de $\frac{1}{\sigma}$. On peut écrire

$$y = \frac{e^{-t^2}}{\sigma\sqrt{2\pi}}\left(1 + \frac{P_1(t)}{\sigma} + \ldots + \frac{P_n(t)}{\sigma^n} + \frac{E_n}{\sigma^{n+1}}\right), \tag{3}$$

les coefficients $P_j(t)$ étant des polynomes en t. Posons $\tau = \frac{l}{\sigma\sqrt{2}}$. Il résulte des propriétés classiques de la formule de Stirling qu'à partir d'un s suffisamment grand et pour tout t dont le module $|t|$ ne dépasse pas τ, E_n vérifie une inégalité de la forme

$$|E_n| < e^{\frac{t^2}{2}} Q(|t|), \tag{4}$$

où $Q(|t|)$ est un polynome en $|t|$ dont les coefficients, qui sont des nombres positifs ou nuls, et le degré ne dépendent pas de s. Nous allons montrer qu'on a, quel que soit n,

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} P_n(t)\, dt = 0. \tag{5}$$

Supposons, en effet, que cette propriété soit vraie des $n-1$ premiers polynomes $P_1, P_2, \ldots, P_{n-1}$. Multiplions l'égalité (3) par $\sigma^n dl$ et intégrons entre $-\lambda$ et $+\lambda$. Il vient

$$\sigma^n \int_{-\lambda}^{\lambda} y\, dl = \frac{\sigma^n}{\sqrt{\pi}} \int_{-\tau}^{\tau} e^{-t^2} dt + \frac{\sigma^{n-1}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\tau}^{\tau} e^{-t^2} P_1(t)\, dt + \ldots$$
$$+ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\tau}^{\tau} e^{-t^2} P_n(t)\, dt + \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \int_{-\tau}^{\tau} e^{-t^2} E_n\, dt.$$

Comme $\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\tau}^{\tau} e^{-t^2} dt - 1 = o\left(\frac{1}{s^l}\right)$ et que $\int_{-\tau}^{\tau} e^{-t^2} E_n\, dt$ est, en vertu de (4), bornée à partir d'un s suffisamment grand et que, d'autre part en vertu de notre hypothèse, les $\frac{\sigma^{n-j}}{\sqrt{\pi}} \int_{-\tau}^{\tau} e^{-t^2} P_j(t)\, dt$ tendent vers zéro pour $j = 1, 2, \ldots,$

([1]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 827.

$n-1$, il en résulte que

$$\lim \int_{-\tau}^{\tau} e^{-t^s} P_n(t)\,dt = 0$$

lorsque $s \to \infty$.

La propriété (5) des polynomes $P_j(t)$ permet d'approfondir l'étude du développement (3).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la théorie des jeux.* Note (¹) de M. **J. v. Neumann**, présentée par M. Émile Borel.

I. Dans son Livre *Éléments du calcul des probabilités* (Hermann, Paris, 1924, 3ᵉ édition), ainsi que dans plusieurs Notes dans les *Comptes rendus*, (184, 10 janvier 1927, p. 52-55 : *Sur les systèmes linéaires à déterminant symétrique gauche et la théorie du jeu*), M. E. Borel traite le problème suivant : « Deux joueurs, I et II, jouent un jeu, qui consiste du choix d'un nombre x exécuté par I et du choix d'un nombre y exécuté par II; le choix de x devant se faire entre les nombres 1, 2, ..., M et celui de y entre les nombres 1, 2, ..., N. Chacun est obligé de faire son choix sans connaître celui de l'autre, et si I et II ont choisi respectivement x, y, II doit verser à I la somme a_{xy} ($a_{xy} \gtreqless 0$); le déterminant

$$|a_{xy}| \qquad (x = 1, 2, \ldots, M; \quad y = 1, 2, \ldots, N)$$

est donc caractéristique pour le jeu, c'est la règle du jeu. Quelle est la meilleure façon de jouer pour I et pour II? » En particulier, M. Borel admet que le jeu soit juste, c'est-à-dire que I et II y aient le même rôle; ce qui siguifie évidemment $M = N$, $a_{xy} = -a_{yx}$ (c'est-à-dire que le déterminant $|a_{xy}|$ est symétrique gauche).

M'étant occupé indépendamment avec le même problème (un peu généralisé) et ayant obtenu, entre autres, un résultat qui donne une réponse affirmative à la question principale (et non résolue) que pose M. Borel, je me permets de revenir sur ce problème. La déduction détaillée de mes résultats paraîtra bientôt dans un autre Recueil : *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*.

II. Notons d'abord, que le jeu défini tout à l'heure avec l'aide d'un déterminant $|a_{xy}|$ pourrait paraître bien spécial, mais qu'on peut, en intro-

(¹) Séance du 14 mai 1928.

duisant la notion de la « tactique du joueur » (voir *loc. cit.*, chez M. Borel ou l'auteur) réduire tout jeu joué par deux personnes à cette forme.

Une remarque plus essentielle est la suivante : La question : « Comment I (resp. II) doit-il jouer, pour s'assurer un gain aussi grand que possible, c'est-à-dire pour rendre a_{xy} aussi grand (resp. petit) que possible ? » n'a pas de sens défini. En effet, comment I (resp. II) peut-il rendre a_{xy} grand (resp. petit), vu qu'il n'a pas la faculté d'en fixer la valeur — il ne détermine que la valeur de x (resp. y), l'indice de ligne (resp. colonne) dans $\{a_{xy}\}$! I et II essayent d'influer a_{xy} en déterminant une ligne resp. une colonne de $\{a_{xy}\}$, et l'un veut rendre a_{xy} grand, l'autre petit — qu'est-ce qui va arriver ? Le vrai problème, c'est de trouver ici une définition exacte et plausible (de l'intérêt de I resp. II), permettant une solution unique.

III. Si I a fait le choix x, il gagnera au moins la somme $\mathrm{Min}_y a_{xy}$; et il ne gagne certainement pas plus, si II connaît sa façon de jouer, s'il choisit l'y le plus avantageux contre cet x. En choisissant x d'une façon convenable, cette somme peut monter au plus à $\mathrm{Max}_x \mathrm{Min}_y a_{xy}$. C'est donc ce que peut gagner I en tous les cas (indépendamment de ce que fait II !) — et il ne gagnera certainement pas plus, si II connaît sa façon de jouer, si II est le plus perspicace. De la même façon on voit encore : II peut empêcher (indépendamment de ce que fait I !) que I gagne plus que $\mathrm{Min}_y \mathrm{Max}_x a_{xy}$ — mais I peut gagner cette somme, si c'est lui qui connaît la façon de jouer de II, si c'est lui qui est le plus perspicace.

On voit aisément

$$\mathrm{Max}_x \mathrm{Min}_y a_{xy} \leqq \mathrm{Min}_y \mathrm{Max}_x a_{xy}.$$

Si le signe $=$ a lieu, tout est clair : la valeur commune donne la somme, que I doit et peut gagner; II ne peut pas empêcher qu'il l'obtienne, mais il peut empêcher qu'il la dépasse. On voit aussi facilement de quelle façon I et II doivent jouer pour cette raison. Mais en général le signe $<$ a lieu, comme les exemples

$$\begin{Bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{Bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{Bmatrix}$$

(pour $\{a_{xy}\}$) le montrent (le dernier de ces exemples est le jeu « morra »). Donc notre raisonnement est sans valeur en général, et nous devons en trouver un autre.

IV. On peut essayer la méthode suivante (voir *loc. cit.*, M. Borel

ou l'auteur) : I ne doit pas choisir l'un des nombres 1, 2, ..., M; il est seulement obligé de fixer M probabilités $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_M$ (tous $\geqq 0$, $\alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_M = 1$), et de choisir $x = 1, 2, \ldots, M$ resp. avec ces probabilités. De même II ne choisira pas $y = 1, 2, \ldots, N$, mais des probabilités $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_N$ (tous $\geqq 0$, $\beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_N = 1$) pour ces éventualités.

Si I resp. II ont choisi α resp. β (abréviations pour $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_M$ resp. $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_N$), la valeur probable du gain de I est

$$g(\alpha\beta) = \sum_{x=1}^{M} \sum_{y=1}^{N} a_{xy} \alpha_x \beta_y.$$

[Donc $g(\alpha\beta)$ est une forme bilinéaire de α, β]. Nous pouvons répéter avec $g(\alpha\beta)$ les raisonnements du paragraphe III faits avec a_{xy}. Donc il sera d'une extrême importance de savoir si

$$\mathrm{Max}_\alpha \mathrm{Min}_\beta g(\alpha\beta) = \mathrm{Min}_\beta \mathrm{Max}_\alpha g(\alpha\beta)$$

a toujours lieu ou non, le problème du jeu de deux personnes étant résolu au premier cas.

V. M. Borel a formulé (*loc. cit.*) l'hypothèse que $\mathrm{Max}_\alpha \mathrm{Min}_\beta = \mathrm{Min}_\beta \mathrm{Max}_\alpha$ a lieu pour tous les a_{xy} [et $g(\alpha\beta)$], si le jeu est juste, c'est-à-dire pour $a_{xy} = -a_{yx}$ [et $g(\alpha\beta) = -g(\beta\alpha)$]; mais il ne l'a prouvé que pour quelques cas spéciaux ($M, N \leqq 5$) (1). L'auteur a pu prouver (voir le Mémoire cité dans les *Math. Ann.*) $\mathrm{Max}_\alpha \mathrm{Min}_\beta = \mathrm{Min}_\beta \mathrm{Max}_\alpha$ pour tous les systèmes a_{xy}, sans restrictions. Ce théorème résout le problème du jeu de 2 personnes dans sa forme la plus générale (voir § II).

VI. Pour plus que 2 joueurs de nouvelles difficultés surgissent. L'auteur a pu résoudre le problème du jeu de 3 personnes.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les coefficients de Ricci.* Note (2) de M. V. Hlavatý.

Imaginons dans une variété de Riemann V_m, n congruences orthogonales, linéairement indépendantes et désignons par $\underset{k}{e}^\nu = \frac{dx^\nu}{ds_k}$ ($k = 1, \ldots, n$) le vec-

(1) (On voit aisément que, pour $a_{xy} = -a_{yx}$, la valeur commune de $\mathrm{Max}_\alpha \mathrm{Min}_\beta$ et $\mathrm{Min}_\beta \mathrm{Max}_\alpha$ ne peut être autre que O.)

(2) Séance du 11 mai 1928.

teur unitaire tangent de la $k^{\text{ième}}$ congruence. La connexion de V_n peut être définie au moyen des coefficients $\gamma_{hik} = -\gamma_{ihk}$ de Ricci, relatifs aux congruences mentionnées

$$\underset{i}{\delta}\underset{h}{e^\nu} = ds_i \sum_{1}^{n}{}_k \gamma_{hki} \underset{k}{e^\nu} \qquad (i, h = 1, \ldots, n),$$

où $\underset{i}{\delta}$ désigne le symbole de la différentielle covariante de V_n dans la direction de $\underset{i}{e^\nu}$. Comme on le sait (1), le coefficient γ_{hki} est la rapidité de la variation de $\cos \widehat{\underset{h}{e}\underset{k}{e}}$ pendant le transport par parallélisme de $\underset{k}{e^\nu}$ le long de $\underset{i}{e^\nu}$, si $\underset{h}{e^\nu}$ subit le transport $\underset{h}{e^\nu} + \underset{i}{e^\lambda}\left(\frac{\partial}{\partial x^\lambda}\underset{h}{e^\nu}\right) ds_i$.

Dans ce qui suit, nous allons indiquer une interprétation géométrique de γ_{hki} pour $n = 3$, en utilisant la notion de la variété non holonome V_3^2, développée par M. Vranceanu (2) et M. Schouten (3). Ce problème résolu, nous l'appliquerons à une variété non holonome à $n-1$ dimensions V_n^{n-1} dans V_n.

1. $n = 3$. Les congruences $\underset{a}{e^\nu}$, $\underset{b}{e^\nu}$ $(a \neq b)$ définissent en général une variété non holonome V_3^2 dans V_3 et l'on peut écrire

$$\underset{b}{\delta}\underset{a}{e^\nu} = ds_b \Sigma_c \gamma_{acb} \underset{c}{e^\nu} + ds_b \gamma_{afb} \underset{f}{e^\nu},$$

où l'index c parcourt les valeurs a, b et $f \neq a, b$. La somme à droite définit la connexion de V_3^2. En désignant par δ' le symbole de sa différentielle covariante, on a

$$\underset{b}{\delta}\underset{a}{e^\nu} = \underset{b}{\delta'}\underset{a}{e^\nu} + ds^b \gamma_{afb} \underset{f}{e^\nu}.$$

Déplaçons maintenant le vecteur $\underset{a}{e^\nu}$ *parallèlement dans* V_3^2 dans la direction de $\underset{b}{e^\nu} ds_b$. Dans ce cas on a $\delta' \underset{a}{e^\nu} = 0$ et le vecteur résultant est

$$\underset{a}{\mathcal{E}^\nu} = \underset{a}{e^\nu} + \underset{b}{\delta}\underset{a}{e^\nu} = \underset{a}{e^\nu} + ds_b \gamma_{afb} \underset{f}{e^\nu}.$$

---

(1) LEVI-CIVITA, *Lezioni di calcolo differenziale assoluto*, Roma, 1925, p. 287.

(2) Voir par exemple VRANCEANU, *Sur les espaces non holonomes* (*Comptes rendus*, 183, 1927, p. 852-854); *Sur le calcul différentiel absolu pour les variétés non holonomes Ibid.*, p. 1083-1085).

(3) J.-A. SCHOUTEN, *Over niet holonome overbrenging* (*K. Ak. van Wet.*, Amsterdam, 37, II, 1928, p. 228-236).

L'angle $d\varphi_a$ de $\underset{a}{e}^\nu$ et $\underset{a}{\mathcal{E}}^\nu$ mesuré dans V_3 est défini comme suit :

$$\cos d\varphi_a = \frac{\underset{a}{e}^\nu \underset{a}{\mathcal{E}}_\nu}{\sqrt{\underset{a}{\mathcal{E}}^\nu \underset{a}{\mathcal{E}}_\nu}} = \frac{1}{\sqrt{1+(ds_b\gamma_{afb})^2}},$$

d'où la formule approchée

$$\boxed{\frac{d\varphi_a}{ds_b} = \gamma_{afb} = -\gamma_{fab}} \qquad (a,\ b,\ f=1,\ 2,\ 3;\ a \neq b;\ f \neq a,\ b),$$

qui interprète les coefficients en cas de $n=3$: *Le coefficient γ_{afb} est le rapport de l'angle $d\varphi_a$ des vecteurs $\underset{a}{e}^\nu$ et $\underset{a}{\mathcal{E}}^\nu$, mesuré dans* V_3, *à l'élément ds_b. Le vecteur $\underset{a}{\mathcal{E}}^\nu$ se déduit de $\underset{a}{e}^\nu$ en déplaçant celui-ci parallèlement dans V_3^2 le long de $\underset{b}{e}^\nu ds_b$.*

2. $n \geqq 3$. Imaginons une variété non holonome V_n^{n-1} définie dans V_n par des congruences orthogonales $\underset{1}{e}^\nu, \ldots, \underset{n-1}{e}^\nu$. On a donc $\gamma_{nab} - \gamma_{nba} \neq 0$ comme condition nécessaire et suffisante pour que V_n^{n-1} ne soit pas holonome. En introduisant avec M. Schouten (¹) l'affineur $H_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\nu}$

$$H_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\nu} = -\sum_{a,b}^{n-1} \gamma_{nab}\, \underset{b}{e}_\mu \underset{a}{e}_\lambda \underset{n}{e}^\nu,$$

on en peut construire l'affineur

$$K_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\nu} = H_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\nu} - H_{\lambda\mu}^{\cdot\cdot\nu}$$

et la condition mentionnée plus haut est équivalente à $K_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\nu} \neq 0$. Dans ce qui suit nous allons indiquer une interprétation géométrique de $K_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\nu}$.

Si l'on déplace le vecteur $\underset{a}{e}^\nu$ $(a,\ b=1,\ \ldots,\ n-1)$ parallèlement *dans* V_n^{n-1} le long de $\underset{b}{e}^\nu ds_b$, on obtient le vecteur $\underset{a}{\mathcal{E}}^\nu$. En désignant par $d\varphi_a$ l'angle de $\underset{a}{e}^\nu$ et $\underset{a}{\mathcal{E}}^\nu$, *mesuré dans* V_n, on obtient, par le procédé analogue à celui que nous venons d'employer pour V_3^2 dans V_3,

$$\frac{d\varphi_a}{ds_b} = -\gamma_{nab}.$$

L'affineur $H_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\nu}$ peut donc s'écrire

$$H_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\nu} = \sum_{a,b}^{n-1} \frac{d\varphi_a}{ds_b} \underset{b}{e}_\mu \underset{a}{e}_\lambda \underset{a}{e}^\nu \qquad (a,\ b=1,\ \ldots,\ n-1)$$

(¹) *Loc. cit.*

et $K_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\cdot\nu}$ est de la forme

$$\boxed{K_{\mu\lambda}^{\cdot\cdot\cdot\nu}=\sum_{1}^{n-1}{}_{a,b}\left(\frac{d\varphi_a}{ds_b}-\frac{d\varphi_b}{ds_a}\right)\underset{b}{e_\mu}\underset{a}{e_\lambda}\underset{n}{e^\nu}} \qquad (a,b=1,\ldots,n-1)$$

Il s'ensuit l'énoncé suivant : *La condition nécessaire et suffisante pour que notre variété V_n^{n-1} se réduise à une variété holonome est*

$$\frac{d\varphi_b}{ds_n}=\frac{d\varphi_a}{ds_b} \qquad (a,b=1,\ldots,n-1).$$

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les systèmes conjugués permanents dans la déformation d'une surface.* Note de M. **Marcel Vasseur**, présentée par M. Goursat.

1. Je rappelle une propriété classique (Darboux, *Théorie des Surfaces*, 4, p. 120-123); soient deux surfaces applicables S, S′ rapportées à leur réseau conjugué commun (u, v), les points $m(x, y, z)$, $m'(x', y', z')$ correspondants de S et S′; on sait que $x, y, z, x', y', z', x^2+y^2+z^2-x'^2-y'^2-z'^2$ sont sept solutions de l'équation

$$\text{(1)} \qquad \frac{\partial^2\theta}{\partial u\,\partial v}-\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}\frac{\partial\theta}{\partial u}-\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix}\frac{\partial\theta}{\partial v}=0.$$

La seconde nappe Σ de la congruence des tangentes aux courbes $v=$ const. de S est le lieu du point

$$\text{(M)} \qquad x-\frac{\partial x}{\partial u}:\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix},\quad y-\frac{\partial y}{\partial u}:\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix},\quad z-\frac{\partial z}{\partial u}:\begin{Bmatrix}12\\2\end{Bmatrix},$$

et porte les arêtes de rebroussement des développables $u=$ const. Soit Σ′ la surface analogue, relative à S′, lieu du point M′; *les deux développables $u=u_0$ roulent sans glisser l'une sur l'autre quand* S′ *roule sur* S *de sorte que le point de contact décrive la courbe u_0 : on a mM $=m'$M′.*

On a des propriétés analogues pour les nappes Σ_1, Σ'_1 relatives aux points M_1, M'_1 :

$$(\text{M}_1) \qquad x-\frac{\partial x}{\partial v}:\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix},\quad y-\frac{\partial y}{\partial v}:\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix},\quad z-\frac{\partial z}{\partial v}:\begin{Bmatrix}12\\1\end{Bmatrix}.$$

Ceci entraîne une propriété intéressante des surfaces Σ et Σ′ : dans une

correspondance ponctuelle quelconque entre deux surfaces, il y a deux familles de courbes à un paramètre dont les longueurs se conservent; *ici pour Σ et Σ' l'une de ces familles est aussi l'une des familles du système conjugué commun et, de plus, sur ces courbes, la courbure est la même aux points correspondants*. Je me propose de revenir sur la réciproque de cette propriété.

Pour ce qui suit je fais remarquer cette conséquence bien simple, mais féconde en résultats, que, si sur S les courbes $u =$ const. sont *coniques* ou *cylindriques*, il en est de même sur S′ (il s'agit de courbes de contact de cônes ou cylindres circonscrits à S ou S′); Σ_1 et Σ'_1 se réduisent simultanément à une courbe (à distance finie ou infinie). Si les *deux* systèmes (u, v) sont *cylindriques*, il s'agit de surfaces de translation et les résultats devenus classiques de Peterson ou M. Bianchi nous ont fourni tous les couples de surfaces de translation applicables l'une sur l'autre; M. Gambier a indiqué diverses circonstances nouvelles relatives à l'applicabilité *physique*: dans ce cas les seuls exemples de déformation continue sont les surfaces minima puis les surfaces à profil de translation plans situés dans deux plans rectangulaires.

Pour le système (u) *cylindrique* et (v) *conique*, on obtient le type à déformation continue de Peterson (voir Darboux, *Théorie des Surfaces*, 1, 2ᵉ édition, p. 181-184) puis deux types distincts de *couples isolés*, déterminés par M. Gambier comme application d'un mécanisme transformable constitué par deux courbes (*Journal de Mathématiques*, 9ᵉ série, 1, 1922, p. 19-76).

2. Il reste à traiter le cas de deux systèmes (u), (v) *coniques*. Mlodziejowski a amorcé le sujet (*Mathematische Annalen*, 63, 1907, p. 62-84) sans pouvoir indiquer tous les résultats; Egorov (*Comptes rendus*, 145, 1907, p. 1256) a indiqué une méthode différente que vient de compléter récemment M. Masloff (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1345). Or une remarque géométrique bien simple ramène le problème précisément encore à la recherche des mécanismes transformables ou déformables, que M. Gambier a tous déterminés dans le Mémoire déjà cité. En effet d'après ce qui a été dit plus haut, Σ et Σ_1 se réduisant à deux courbes; à un point M *arbitraire* de Σ, réuni à un point *arbitraire* M_1 de Σ_1, correspond un point m de S et le triangle mMM_1 est évidemment égal à $m'M'M'_1$ ($\widehat{m} = \widehat{m'}$, $mM = m'M'$, $mM_1 = m'M'_1$), *d'où égalité de* MM_1 *et* $M'M'_1$. La solution de ce problème préliminaire (détermination du mécanisme des deux courbes Σ, Σ_1 *transformable* ou *déformable* en Σ', Σ'_1) déblaie aussitôt la méthode de Mlodziejowski et permet d'obtenir

non seulement les cas de déformation continue, mais encore les couples isolés, point précis que n'ont pu traiter Egorov ni M. Masloff, mais dont Peterson avait déjà fourni des exemples.

Il y a deux cas de mécanismes déformables : l'une des courbes Σ ou Σ_1 est une conique (ou droite), l'autre étant arbitraire, ou bien Σ et Σ_1 sont planes, dans deux plans rectangulaires ; il y a un cas de mécanisme transformable : Σ et Σ_1 sont tracées sur des quadriques homofocales.

J'indiquerai ultérieurement les surfaces S, S' obtenues ; je me contente de faire remarquer que l'exemple donné en fin de la Note de M. Masloff est relatif à deux paraboles focales. M. Gambier a signalé que son problème des mécanismes est identique au problème : déterminer toutes les surfaces dont les lignes de courbure sont sphériques dans les deux systèmes ; les considérations de cette Note permettent de prévoir une explication géométrique de cette coïncidence.

TOPOLOGIE. — *Sur les frontières de domaines connexes dans l'espace à n dimensions.* Note [1] de M. **Paul Alexandroff**, transmise par M. Hadamard.

On ne savait pas jusqu'à présent si la notion de *frontière régulière* [2] (même dans le plan) est topologiquement invariante ; je le démontre (théorème V) pour l'espace E^n à n dimensions. On ne savait non plus (même pour E_3) quelles sont les conditions pour que la somme de deux ensembles, dont aucun ne décompose l'espace, jouisse encore de la même propriété ; une réponse complète est donnée par le théorème VII ; etc.).

1. Soient F un ensemble fermé et

$$(1) \qquad P_1, P_2, \ldots, P_k, \ldots \qquad [P_k = \pi(P_{k+1})]$$

---

[1] Séance du 21 mai 1928.

[2] C'est-à-dire frontière commune des deux (au moins) domaines connexes dont l'un est borné. Une frontière régulière qui est, en outre, frontière commune de tous les domaines qu'elle détermine dans l'espace E^n pourrait être appelée *frontière absolue*. L'invariance des frontières absolues est démontrée pour la première fois pour $n = 2$ par M. Brouwer (*Math. Ann.*, **72**, 1912, p. 422), pour n quelconque par l'auteur de la présente Note (*Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 425).

un spectre projectif (¹) de F. Considérons dans P_k un cycle γ_k^r quelconque (²) à r dimensions; un cycle γ_h^r de P_h $(h > k)$ s'appelle *successeur* de... si l'on a

$$\pi_k^h(\gamma_h^r) \sim \gamma_k^r \quad (\text{dans } P_k).$$

Une suite de cycles

$$(2) \qquad \Gamma^r = (\gamma_1^r, \gamma_2^r, \ldots, \gamma_k^r, \ldots)$$

appartenant respectivement à $P_1, P_2, \ldots, P_k, \ldots$ s'appelle un *cycle de* F, si, quel que soit k, γ_{k+1}^r est un successeur de γ_k^r. On pose $\Gamma^r \sim 0$ (dans F), si l'on a (quel que soit k), $\gamma_k^r \sim 0$ (dans P_k). La notion d'homologie une fois introduite, les notions classiques telles que indépendance linéaire, base d'homologies, etc. sont immédiates; le nombre maximal des Γ^r linéairement indépendants ($r^{\text{ième}}$ nombre de Brouwer) sera désigné par $\beta^r(F)$: il est indépendant du choix particulier du spectre projectif de F (³).

2. On peut toujours supposer [en remplaçant éventuellement (2) par une suite partielle] que les ensembles $\widetilde{\gamma}_k^r$ *associés* (⁴) aux cycles γ_k^r convergent [au sens élémentaire (⁵)] vers un sous-ensemble fermé $\widetilde{\Gamma}$ de F, *ensemble associé au cycle* Γ^r; or, Γ^r peut être considéré comme cycle (⁴) de l'ensemble fermé $\widetilde{\Gamma}$; s'il y est ~ 0, nous dirons que Γ^r est *identiquement nul*. On définit d'une façon analogue les ensembles *associés à une homologie donnée* $\Gamma^r \sim 0$: il suffit de considérer les polyèdres K_k^{r+1} ayant γ_k^r pour leurs frontières complètes et de prendre la limite topologique de la suite $K_1^{r+1}, K_2^{r+1}, \ldots, K_k^{r+1}, \ldots$ (supposée convergente). Si Φ est associé à l'homologie $\Gamma^r \sim 0$, tandis qu'aucun vrai sous-ensemble de Φ ne possède plus cette propriété, Φ est dit *membrane irréductible par rapport au cycle* Γ^r; c'est là une généralisation naturelle de la notion de continu irréductible.

3. Soit $B = ({}_1\Gamma^r, {}_2\Gamma^r, \ldots)$ une base d'homologies à r dimensions. Nous dirons que B est une *base singulière*, et notamment que ${}_1\Gamma^r$ est son *élément singulier*, si, pour une certaine valeur de k, F est le seul ensemble associé, pour chaque cycle Γ^r vérifiant la condition $\gamma_k^r \sim \sum_{(i)} c_i\, {}_i\Gamma_k$ *avec* $c_1 \neq 0$ (⁶).

(¹) Voir ma Note précédente *Sur l'homéomorphie des ensembles fermés* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1340).

(²) Toutes les notions empruntées à la Topologie combinatoire sont comprises au sens des définitions module 2 ; on les trouvera dans un Mémoire de M. Alexander (*Trans. Amer. Math. Soc.*, 28, 1926, p. 301-329).

(³) Ces notions sont au fond équivalentes aux notions analogues que M. Victoris a introduites en généralisant des définitions classiques dues à M. Brouwer (voir VIETORIS, *Math. Ann.*, 97, 1927, p. 464).

(⁴) Voir *L'homéomorphie des ensembles fermés* [*Comptes rendus* 186, 1928, p. 1342, note (²)].

(⁵) HAUSDORFF, *Mengenlehre* (Berlin, 1927), p. 146 (*abgeschlossener Limes*).

(⁶) On a supposé, dans cette définition, qu'il est

$$\Gamma^r = (\gamma_1^r, \gamma_2^r, \ldots, \gamma_k^r, \ldots); \qquad {}_i\Gamma^r = ({}_i\gamma_1^r, {}_i\gamma_2^r, \ldots, {}_i\gamma_k^r, \ldots).$$

4. Ces définitions posées, on a les résultats suivants :

Théorème I (théorème de dualité). — *Soit* F *un ensemble fermé situé dans* E^n; *le* $(n-r-1)^{ième}$ *nombre de Betti de* $E^n - F$ *est égal à* $\beta^r(F)$ (¹).

Théorème II. — *Si* $\dim F = m$, *tout cycle à* r *dimensions*, $r > m$, *de* F, *est identiquement nul.*

Corollaire. — *Tout ensemble associé à un* Γ^r *non identiquement nul a une dimension* $\geqq r$.

Théorème III. — *Si* Γ^r *est* ~ 0 *sans être identiquement nul, tout ensemble associé à cette homologie est de dimension* $\geqq r+1$.

Corollaire. — *Soit* V *une variété fermée à* m *dimensions située dans un espace quelconque* E; *si l'on déforme la variété* V *de façon à la réduire continûment en un point, l'ensemble engendré par* V *au cours de cette déformation est de dimension* $\geqq m+1$.

Théorème IV. — *Tout ensemble associé à une homologie donnée* $\Gamma^r \sim 0$ *contient une membrane irréductible par rapport à* Γ^r.

Théorème V. — *Pour que le continu* F *soit une frontière régulière dans* E^n, *il faut et il suffit qu'il admette une base d'homologies singulières à* $n-1$ *dimensions.*

Théorème VI. — *Si l'on a, pour une frontière régulière* F *dans* E^n, *une décomposition* $F = G' + \Phi + G''$ (Φ *fermé*, G' *et* G'' *ouverts, les trois ensembles sans points communs deux à deux*), *l'ensemble* Φ *contient nécessairement un* Γ^{n-2} *qui est* ~ 0 *dans* $G' + \Phi$ *et dans* $G'' + \Phi$ *sans l'être dans* Φ.

Théorème VII. — *Soient* F' *et* F'' *deux ensembles fermés dans* E^n, F *leur somme,* Φ *leur partie commune; si ni* F' *ni* F'' *ne décompose l'espace, la condition nécessaire et suffisante pour que* F *décompose* E^n *est que* Φ *contient un* Γ^{n-2} *qui est* ~ 0 *dans* F' *et* F'' *sans l'être dans* Φ.

Les théorèmes V-VII sont des cas particuliers de propositions plus générales se rapportant aux *cycles enlacés* avec F (dans $E^n - F$); j'ai démontré tous ces résultats dans un Mémoire actuellement sous presse.

(¹) J'ai démontré ce théorème dans une Note des *Göttinger Nachrichten* (séance du 25 novembre 1927); il résulte aussi d'un énoncé de M. Lefschetz (*Proceed. Nat. Acad. U. S. A.*, 13, 1927, p. 614) dont la démonstration complète est sous presse.

TOPOLOGIE. — *Démonstration élémentaire du théorème de translation dû à M. Brouwer.* Note (1) de M. B. DE KERÉKJÁRTÓ, transmise par M. Hadamard.

Le théorème de translation (2) est le suivant :

Soit t une transformation topologique (c'est-à-dire biunivoque et bicontinue) du plan en soi-même sans point invariant et conservant le sens d'orientation. Pour chaque point du plan, on peut construire un domaine de la transformation contenant ce point, ayant pour frontière deux lignes simples et ouvertes (a) et (b) dont (b) est l'image de (a) par t, tel que l'intérieur du domaine et son image n'aient aucun point en commun.

Lemme. — Soient j et j' deux courbes simples et fermées qui ont en commun un arc α, tel que le même côté de α appartienne à l'intérieur de j et de j'. Soient respectivement β et γ le plus petit arc (3) de $j-\alpha$ et le plus petit arc de $j'-\alpha$ contenant tous les points communs à $j-\alpha$ et à $j'-\alpha$. Supposons que l'image β' de β n'ait aucun point sur γ et que (en désignant par α' l'image de α) les arcs α' et γ ne soient pas séparés sur j' par α et β'. Sous ces conditions, *la variation angulaire du vecteur de transformation par un circuit de j est égale à 2π.*

Je construis alors, d'après M. Brouwer, un *arc de translation* AB, c'est-à-dire un arc simple dont les extrémités se correspondent par t et qui n'a aucun point en commun avec son image; je démontre à l'aide du lemme que l'arc AB et ses images BC et CD par t et par t^2 forment un *arc simple* AD. Maintenant je fais varier un point sur un arc simple partant de B et ne rencontrant pas ailleurs le segment AC jusqu'au premier point P pour lequel l'arc $b=$ BP et son image se rencontrent. En désignant par a et c l'image inverse et directe de b, je démontre à l'aide du lemme ci-dessus les propositions suivantes : 1° les arcs a et b ont un seul point en commun; de même, les arcs b et c; 2° les arcs a et c n'ont aucun point sur le segment AC, sauf leurs extrémités A et C; 3° les arcs a et c n'ont aucun point commun.

De ces propositions, on déduit immédiatement que les deux domaines

(1) Séance du 14 mai 1928.

(2) *Mathem. Annalen*, 72, 1912, p. 37-54.

(3) Compté à partir des extrémités de α dans l'une et dans l'autre direction sur ces courbes.

bornés g et g', déterminés respectivement par les lignes (a, b, AB) et par les lignes (b, c, BC), contiennent le côté supérieur ou inférieur de AB et de BC selon que l'arc b sort de B vers le côté supérieur ou inférieur de AC et que, ou bien l'arc a aboutit dans son extrémité au côté gauche de b, ou bien b aboutit dans son extrémité au côté droit de a (en convenant de dire que B est à droite de A). Les domaines g et g' n'ont aucun point intérieur en commun. Supposons que l'arc $b = BP$ soit un segment de droite perpendiculaire sur AC. Le segment BP contient l'extrémité P' de a ou de c qui est l'image inverse ou directe de P. Le segment BP' appartient aux frontières des domaines g et g'; le segment PP', que j'appellerai le *segment libre*, appartient à la fonction de l'un des deux domaines sans appartenir à la frontière de l'autre. Celui des deux côtés de PP' qui est extérieur à g et à g' sera appelé son *côté libre*. Désignons par R_n le carré $-n \leqq x \leqq n$, $-n \leqq y \leqq n$ et par ε_n un nombre positif tel que la distance d'un point quelconque de R_n à son image (directe ou inverse) soit supérieure à ε_n. Soit η_n une quantité positive inférieure à $\frac{\varepsilon_n}{2}$ telle que pour deux points quelconques Q_1, Q_2 de R_n dont la distance est $< \eta_n$, les images Q'_1, Q'_2 soient en distance $< \frac{\varepsilon_n}{2}$ l'une de l'autre. Si R_n est le plus petit carré (n entier) qui contient le segment PP', le segment libre PP' aura une longueur $> \varepsilon_n$. Il y a sur le segment PP' au moins un point B_1 que nous appellerons *point fondamental* à distance $> \eta_n$ de P et de P', tel que la perpendiculaire sur PP' menée de B_1 vers le côté libre rencontre son image avant de rencontrer l'image directe ou inverse de PP'. (L'existence d'un point fondamental résulte de la proposition 2°) ci-dessus.) Nous parcourons la perpendiculaire sur PP' à partir de B_1 jusqu'au premier point P_1 pour lequel le segment B_1P_1 et son image se rencontrent; puis nous déterminons l'image directe ou inverse P'_1 de P_1, laquelle appartient à B_1P_1, et nous prenons sur le segment libre $P_1P'_1$ un point fondamental B_2, etc. Toutefois, si le point fondamental B_k est extérieur au carré R_{n+1} et intérieur à R_{n+2}, si, de plus, la perpendiculaire menée de B_k vers le côté libre de $P_{k-1}P'_{k-1}$ atteint l'un des côtés, $y = n$ du carré R_n avant de rencontrer sa propre image, continuons notre chemin en suivant la droite $y = n$ dans l'une des deux directions jusqu'au premier point pour lequel la ligne brisée et son image se rencontrent. Des deux possibilités dont nous disposons, l'une au moins donnera naissance à un point fondamental B_{k+1}. Construisons de la même manière la ligne brisée $BB_{-1}B_{-2}\ldots$ en partant vers le bas du segment AC. Des propositions (1°), (2°), (3°) ci-dessus, on déduit immé-

diatement que la ligne brisée $(b) = \ldots B_{-2} B_{-1} B B_1 B_2 \ldots$ et ses images directe et inverse sont sans point commun à deux. Il n'y a plus qu'à montrer qu'une suite de points appartenant à des segments différents $B_k B_{k+1}$ de la ligne (b) n'admet aucun point d'accumulation à distance finie. En effet, dans R'_{n+1}, chaque segment libre $P_k P'_k$ est de diamètre $> \varepsilon_{n+1}$, chaque segment $B_k B_{k+1}$ de diamètre $> \eta_{n+1}$ et la distance de B_{k+1} des points P_k, P'_k est $> \eta_{n+1}$; enfin, les lignes $P_k P'_k + B_{k+1} B_{k+2}$ et $P_i P'_i + B_{i+1} B_{i+2}$ n'ont aucun point en commun si $i \geq k + 2$. De là, il résulte qu'il n'y a qu'un nombre fini de points fondamentaux B_k dans R_{n+1} et alors il n'y a qu'un nombre fini de segments $B_k B_{k+1}$ admettant des points intérieurs au carré R_n. De la sorte, le théorème de translation est démontré.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété générale des équations différentielles (ordinaires ou aux dérivées partielles) et des équations intégrales.* Note [1] de M. **Léon Pomey**, présentée par M. L. Lecornu.

I. C'est en général seulement dans un domaine assez limité que l'existence des solutions des équations différentielles ou intégrales se trouve établie. Un intérêt spécial s'attache donc aux cas remarquables (dont les équations *linéaires* sont un exemple classique), où l'on est assuré *a priori* que ce domaine comprend en entier celui où sont définies les données (coefficients des équations et éventuellement fonctions arbitraires). Pour abréger, nous disons qu'alors les équations sont *normales*.

Or de l'ensemble de nos recherches sur ce sujet, il *se dégage un fait curieux* dont il semble intéressant de signaler la généralité. *C'est le rôle important que peuvent jouer à cet égard les* ordres des dérivées et des intégrales *figurant dans les équations considérées ; suivant leurs grandeurs respectives, en effet, le domaine d'existence des solutions peut s'élargir* (toutes les autres données restant les mêmes) *jusqu'à rendre les équations certainement normales*. C'est ce que nous avons déjà reconnu précédemment pour des catégories très étendues d'équations [2] et que nous allons ci-après généraliser encore moyennant des hypothèses peu restrictives.

---

(1) Séance du 11 juin 1928.

(2) Notamment pour les équations intégro-différentielles *linéaires* aux dérivées partielles d'ordre *fini* ou *infini* (*Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 1094; **184**, 1927, p. 925 et 1400) et pour des équations *non linéaires*, où l'inconnue et ses dérivées entrent algébriquement (*Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 437, 525 et 1570). Tous ces types d'équations comprenaient, comme cas particuliers, des équations différentielles.

II. Considérons d'abord à cet effet *le système général de* ν *équations intégrales* à ν inconnues $\varphi_i(x, y)$ avec $i = 1, 2, \ldots, \nu$ (en nous bornant pour simplifier à deux variables indépendantes x, y),

$$(A) \quad \varphi_i(x,y) = f_i(x,y) + \int_0^x \int_0^y F_i[x, y, t, v, \varphi_1(t,v), \ldots, \varphi_\nu(t,v)]\, dt^{m_i} dv^{p_i} \quad (i = 1, \ldots, \nu),$$

$\int_0^x$ et $\int_0^y$ désignant respectivement des intégrales multiples d'ordre m_i et p_i prises de o à x et de o à y.

Hypothèses H. — 1° Les plus petites valeurs m et p des entiers m_i et p_i ne sont pas toutes deux nulles. 2° Dans le domaine réel $0 \leqq x, y, t, v \leqq a$, $0 \leqq z_i \leqq b_i$, chaque fonction $F_i(x, y, t, v, z_1, \ldots, z_\nu)$ est intégrable et, en module, $\leqq M$; de plus, elle vérifie la condition de Lipschitz,

$$|F_i(x, y, t, v, Z_1, \ldots, Z_\nu)| - |F_i(x, y, t, v, z_1, \ldots, z_\nu)| < \sum_{\lambda=1}^{\lambda=\nu} A_\lambda |Z_\lambda - z_\lambda|.$$

3° Pour $0 \leqq x, y \leqq a$, $|f_i(xy)$ est $\leqq b_i$ et $\leqq \frac{K}{\mu_i!\, \varpi_i!} x^{\mu_i} y^{\varpi_i}$, K étant une constante > 0, et μ_i, ϖ_i étant des entiers non tous deux nuls et $\leqq m_i$ et p_i.

Pour obtenir les solutions $\varphi_i(x, y)$, appliquons la célèbre méthode des approximations successives de M. E. Picard, comme fait M. Lalesco (*Équations intégrales*, 1912, p. 128) pour une équation du premier ordre. La première approximation étant $\varphi_i^0(x, y) = f(x, y)$, la $(n+1)^{\text{ième}}$, $\varphi_i^{(n+1)}(x, y)$ sera donnée par

$$\varphi_i^{(n+1)}(x,y) = f_i(x,y) + \int_0^x \int_0^y F_i[x, y, t, v, \varphi_1^{(n)}(t,v), \ldots, \varphi_\nu^{(n)}(t,v)]\, dt^{m_i} dv^{p_i}.$$

Pour être valables, $\varphi_i^{(1)}, \ldots, \varphi_i^{(n+1)}$ doivent être en modules $\leqq b_i$, ce qui aura lieu si

$$\left(K + M \frac{x^{m_i - \mu_i} y^{p_i - \varpi_i}}{(\mu_i + 1)\ldots m_i(\varpi_i + 1)\ldots p_i}\right) x^{\mu_i} y^{\varpi_i} \leqq \mu_i!\, \varpi_i!\, b_i.$$

Or cette condition sera évidemment satisfaite dans tout *le domaine d'existence des données, si l'un au moins des entiers* μ_i, ϖ_i est suffisamment grand (¹). Cela étant, soit h une constante au moins égale au maximum de la somme

$$\sum_{\lambda=1}^{\lambda=\nu} A_\lambda \frac{t^{m_\lambda - m} v^{p_\lambda - p}}{(m+1)\ldots m_\lambda (p+1)\ldots p_\lambda} \qquad \text{pour } 0 \leqq t, v \leqq a.$$

Alors on a (m ou p étant $\neq 0$)

$$|\varphi_i^{(n+1)}(xy) - \varphi_i^{(n)}(xy)| < M h^n \frac{x^{nm + m_i} y^{np + p_i}}{(nm + m_i)!\,(np + p_i)!}.$$

(¹) Bien entendu, même sans cela, la condition ci-dessus sera également toujours satisfaite pour des valeurs de x et y *suffisamment petites*; mais on retombe alors sur un théorème d'existence de la forme courante avec un domaine d'existence *restreint*.

D'où l'on conclut que les fonctions $\varphi_i^{(n+1)}(xy)$ $(i=1, \ldots, \nu)$ tendent vers des fonctions limites $\varphi_i(xy)$ qui constituent la solution. Ainsi :

Théorème. — *Sous les hypothèses* H, *si l'entier* $\mu_i + \varpi_i$ (*et par suite aussi l'ordre* $m_i + p_i$) *est suffisamment grand, le système* (A) *est normal.*

III. Il est aisé d'appliquer ce résultat au système suivant (B) *d'équations différentielles* ou au système (C) d'équations *aux dérivées partielles* (dans lesquels $i=1, 2, \ldots, \nu$) :

$$\text{(B)} \qquad \frac{d^{m_i}\varphi_i(x)}{dx^{m_i}} = \frac{d^{m_i}\mathrm{R}_i(x)}{dx_i^m} + \mathrm{F}_i(x, \varphi_1, \ldots, \varphi_\nu),$$

$$\text{(C)} \qquad \frac{\partial^{m_i+p_i}\varphi_i(xy)}{\partial x^{m_i}\partial y^{p_i}} = \frac{\partial^{m_i+p_i}\mathrm{R}_i(xy)}{\partial x^{m_i}\partial y^{p_i}} + \mathrm{F}_i(x, y, \varphi_1, \ldots, \varphi_\nu)$$

(systèmes dont on a débarrassé les seconds membres des dérivées qu'ils pouvaient primitivement contenir, en prenant celles-ci comme nouvelles fonctions). Il suffit en effet de ramener (B) et (C) à des *équations intégrales*, qui ne seront que des cas particuliers du système (A) (et cela par des intégrations réitérées convenables, qui introduiront les constantes ou fonctions arbitraires voulues).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques points de la théorie des équations intégrales à limites fixes.* Note (¹) de M. **D.-Th. Egoroff**, transmise par M. Émile Borel.

1. Les démonstrations usuelles du théorème :

A chaque valeur caractéristique du noyau il ne correspond qu'un nombre fini de fonctions fondamentales,

supposent l'existence des traces du noyau.

Voici une démonstration valable pour chaque noyau $\mathrm{K}(x, y)$ sommable et à carré sommable, par rapport à x et à y séparément.

Soient λ une valeur caractéristique du noyau $\mathrm{K}(x,y)$ et $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, ..., $\varphi_k(x)$ des fonctions fondamentales (solutions fondamentales) correspondant à la valeur λ. Le nombre λ peut être imaginaire. Le noyau étant supposé réel, le nombre conjugué $\bar{\lambda}$ est de même une valeur caractéristique du noyau et les fonctions $\bar{\varphi}_1(x)$, $\bar{\varphi}_2(x)$, ..., $\bar{\varphi}_k(x)$, conjuguées aux fonctions $\varphi_i(x)$, sont des fonctions fondamentales correspondant à la valeur $\bar{\lambda}$.

(¹) Séance du 4 juin 1928.

On a par conséquent

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} \varphi_i(x) &= \lambda\int_a^b K(x,s)\,\varphi_i(s)\,ds \\ \overline{\varphi}_i(x) &= \overline{\lambda}\int_a^b K(x,s)\,\overline{\varphi}_i(s)\,ds \end{aligned}\right. \qquad (i=1, 2, \ldots, k).$$

Au moyen d'une substitution linéaire portant sur les fonctions $\varphi_i(x)$ et une substitution coujuguée portant sur les $\overline{\varphi}_i(x)$ on peut biorthogonaliser la suite double $\varphi_i(x)$, $\overline{\varphi}_i(x)$, de sorte que l'on ait

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} &\int_a^b \varphi_i(x)\,\overline{\varphi}_j(x)\,dx = 0 \qquad (i\neq j), \\ &\int_a^b \varphi_i(x)\,\overline{\varphi}_i(x)\,dx = 1. \end{aligned}\right.$$

Considérons l'intégrale

$$(3)\quad \begin{aligned} I &= \int_a^b \left[K(x,s) - \sum_{i=1}^{k}\frac{\varphi_i(x)\,\overline{\varphi}_i(s)}{\lambda}\right]\left[K(x,s) - \sum_{i=1}^{k}\frac{\overline{\varphi}_i(x)\,\varphi_i(s)}{\overline{\lambda}}\right] ds \\ &= \int_a^b \left| K(x,s) - \sum_{i=1}^{k}\frac{\varphi_i(x)\,\varphi_i(s)}{\lambda}\right|^2 ds \geqq 0. \end{aligned}$$

En développant et en utilisant les égalités (1) et (2), on a

$$I = \int_a^b K(x,s)^2\,ds - \frac{1}{\lambda\overline{\lambda}}\sum_{i=1}^{k}\varphi_i(x)\,\overline{\varphi}_i(x) \geqq 0.$$

En désignant par ρ la valeur absolue de λ et en posant

$$\Phi(x) = \sum_{i=1}^{k}\varphi_i(x)\,\overline{\varphi}_i(x) = \sum_{i=1}^{k}|\varphi_i(x)|^2,$$

il vient

$$(4)\quad \Phi(x) \leqq \rho\int_a^b K(x,s)^2\,ds.$$

La fonction $\Phi(x)$ est essentiellement positive; comme on a d'autre part

$$\int_a^b \Phi(x)\,dx = \sum_{i=1}^{k}\int_a^b \varphi_i(x)\,\overline{\varphi}_i(x)\,dx = k,$$

l'ensemble des valeurs de x ($a \leqq x \leqq b$), pour lesquelles

$$\Phi(x) \geqq \frac{k}{b-a},$$

est évidemment de mesure positive. En choisissant une de ces valeurs x', on a, en vertu de (4),

$$k \leqq (b-a)\rho \int_a^b K(x', s)^2 \, ds, \tag{5}$$

et le théorème en question est démontré. Le résultat subsiste évidemment si l'intégrale $\int_a^b K(x', s)^2 \, ds$ n'existe que presque partout (par rapport à x).

2° Les résultats du n° 1 conduisent, comme il est aisé de le voir, à une théorie de la résolvante (structure de la partie principale relative à un pôle), indépendante de la théorie de Fredholm. Il s'ensuit, par exemple, une démonstration bien simple du lemme bien connu de M. Lalesco (cf. *Introduction à la théorie des équations intégrales*, p. 38-40), et cela sans supposer que la trace de la fonction considérée soit finie.

3° Si le noyau $K(x, y)$ est symétrique, toutes les valeurs caractéristiques sont réelles et les fonctions fondamentales correspondant à des valeurs caractéristiques différentes sont orthogonales. Soient $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ la suite des valeurs caractéristiques, rangée par ordre des valeurs absolues croissantes (chaque nombre λ y figurant autant de fois qu'il existe de fonctions fondamentales indépendantes correspondant à λ), et $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \ldots$ le système orthogonal et normal composé de fonctions fondamentales correspondantes. En considérant les valeurs $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ telles que

$$|\lambda_i| \leqq \rho,$$

et en appliquant à l'intégrale

$$\mathcal{J} = \int_a^b \left[K(x, s) - \sum_{i=1}^{k} \frac{\varphi_i(x)\,\varphi_i(s)}{\lambda_i} \right]^2 ds$$

les raisonnements du n° 1, on parvient aisément aux résultats bien connus concernant les valeurs caractéristiques du noyau symétrique, sans supposer rien sur les traces du noyau.

ÉLASTICITÉ. — *Sur la torsion des corps prismatiques.* Note [1] de M. **Benjamin Meisel.**

Imaginons un corps prismatique tordu; la section transversale soit *simplement* connexe.

Soient s la section transversale du corps, L son contour, τ la torsion, G le coefficient de glissement, t l'effort tangentiel.

On a

$$\Delta_2 \Phi = -2 G \tau \tag{1}$$

et au contour

$$t = \frac{d\Phi}{dn}. \tag{2}$$

Le théorème de Green donne

$$\int_{(L)} \frac{d\Phi}{dn} dL = -\int_{(S)} \Delta_2 \Phi \, ds, \tag{3}$$

la première intégrale étant prise le long du contour L et la seconde étendue à toute la section transversale s.

D'après les équations (1), (2) et (3),

$$\int_{(L)} t \, dL = 2 G \tau s,$$

d'où

$$\tau = \frac{\int_{(L)} t \, dL}{2 G s}. \tag{A}$$

L'équation (A) *détermine la torsion des corps prismatiques ayant la section transversale simplement connexe.*

L'équation (A) est plus simple que l'équation communément employée.

Soit t_m l'effort moyen au contour L,

$$t_m = \frac{\int_{(L)} t \, dL}{L}. \tag{4}$$

---

(1) Séance du 21 mai 1928.

Les équations (A) et (4) donnent (ρ_h rayon moyen de la section transversale s)

$$t_m = 2G\tau\frac{s}{L} = 2G\tau\rho_h, \qquad \text{(B)}$$

d'où le théorème suivant :

THÉORÈME. — *L'effort tangentiel moyen au contour est proportionnel au rayon moyen de la section transversale simplement connexe d'un corps prismatique; pour toutes les sections transversales simplement connexes ayant les mêmes rayons moyens, les efforts moyens à ses contours sont égaux, à condition que les coefficients de glissement* G *et les torsions* τ *restent les mêmes.*

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *L'Expédition océanographique de la mer Noire.* Note de M. **J. Schokalsky.**

L'Expédition océanographique de la mer Noire, organisée par l'Administration hydrographique de la Marine de l'U. S. S. R. sous ma direction, travailla 4 ans. En été, une croisière de 6-7 semaines englobait toute la mer; au printemps, en automne et en hiver on répétait quelques lignes et l'on en ajoutait quelques nouvelles. Ainsi le régime annuel était observé. Le nombre des stations de l'Expédition arrive à 480, dont 273 en mer profonde. La première investigation de la mer, faite en 1890-1891, était basée sur 135 stations environ. A chaque station on déterminait : la température, la salinité, le chlore, l'oxygène, l'hydrogène sulfuré, tout cela en série de la surface au fond ; et en plusieurs stations : l'azote, l'acide carbonique libre, l'alcalinité, les ions hydrogène. A chaque station la profondeur fut mesurée et en plusieurs des boudins de la vase furent obtenus. Cela constitue en somme plus de 12000 observations.

Outre cela la biologie était étudiée parallèlement. L'ensemble constitue donc une étude très complète de l'océanographie de la mer. Les sondages exécutés permirent la construction d'une nouvelle carte bathymétrique, elle diffère en beaucoup de points de l'ancienne; entre autres détails la langue de moindres profondeurs entre le Bosphore et la Crimée a disparu.

Sur cette carte sont basés les profils exposés. Les profils méridional et latitudinal démontrent bien que la cuvette de la mer possède un socle continental très abrupt et un fond presque plat.

Le pente du socle continental est plus raide au sud de la Crimée (cap Aï-Todor, jusqu'à 14°) et le long de la côte orientale de l'Anatolie, où au

cap Iéros et à la ville de Risé on trouve 14°, 17° et 18°. La pente la plus douce est celle du Danube vers le milieu de la mer.

Au moins deux tiers de la partie profonde sont occupés par des profondeurs de 2000^{m}, avec au centre une vaste étendue des profondeurs allant de 2000^{m} à 2250^{m}. La plus grande profondeur trouvée est de 2244-2245^{m}.

Certainement toute la masse des matériaux accumulés n'est pas encore étudiée. Mais quelques résultats préliminaires peuvent être exposés.

Les cartes de la distribution de l'oxygène aux profondeurs de 100 et de 150^{m} (l'oxygène disparaît environ à 200^{m}) indiquent que très probablement le courant profond du Bosphore tourne immédiatement à l'Est, longe la côte d'Anatolie jusqu'à Sinop et puis se dirige vers le Nord-Est. Quand on étudiera la distribution des autres éléments océanographiques on pourra juger si cela est vraiment un fait stable.

La concentration des ions hydrogène est plus forte que dans les autres mers. L'alcalinité est aussi plus grande que dans l'Atlantique. La quantité de l'acide carbonique libre augmente avec la profondeur et dans les couches profondes elle est 10 fois plus grande [1].

Un des traits caractéristiques de notre Expédition était l'étude spéciale de la constitution de la vase de fond. Au moyen d'un tube spécial on a obtenu des boudins d'une longueur exceptionnelle, allant de 1^{m} jusqu'à 118, 147 et même 170^{cm}.

Durant les croisières de l'Expédition on a obtenu 82 échantillons. A cause du tremblement de terre en Crimée, des sondages autour de la péninsule furent faits par un des membres de mon Expédition; il obtint encore environ 140 boudins. Tout ce matériel n'est pas encore étudié, mais une trentaine de boudins sont suffisamment travaillés pour démontrer les résultats généraux de cete collection unique [2]. Ce travail est dû à M. Arkhangelsky, professeur de géologie à l'Université de Moscou. Les colonnes de la vase furent étudiées aux points de vue géologique, minéralogique, constitution chimique, analyses microscopique et mécanique.

Cela démontra que la vase de la mer Noire appartient à un type spécial de sédiments, actuellement connu seulement dans les roches sédimentaires de la terre ferme. Les colonnes de la vase sont stratifiées et de deux manières :

---

(1) Les déterminations de l'oxygène, de pH et de l'acide carbonique (CO^2) et de l'alcalinité étaient faites par le membre de l'Expédition, M. N. Tchigirine; attaché à la Station biologique de l'Académie des Sciences à Sébastopol.

(2) Deux de ces boudins ont été exposés à la séance de l'Académie des Sciences.

macro et micro. La première stratification se voit à l'œil, la seconde — au microscope.

Les couches épaisses (macro) sont de quatre espèces : argile grise, vase calcaire, vase calcaire-diatomique et vase noire avec sable.

La stratification fine (micro) donne de 10 à 12 couches par millimètre; elle se voit bien surtout sur les échantillons pris loin des côtes. Chacune de ces couches minces est composée de deux, une noire, organique, l'autre grise, inorganique; on a assimilé chaque paire à un dépôt annuel. La noire est le produit du plancton mort en hiver; la grise est l'accumulation des débris apportés par les rivières et les eaux côtières au printemps.

Si nous adoptons cette hypothèse, nous arriverons au résultat suivant : une épaisseur de la vase de 1^{cm} se dépose en 50 ans. Dans les couches de la vase calcaire une pareille stratification est observée, chaque couche aussi est double, une formée du carbonate de chaux ($CaCO^3$) et l'autre de sapropélite. Cela permet de conclure que dans tous les cas la déposition d'une colonne de 1^m demanderait environ 4000 ans.

La vase noire est toujours couverte dans les colonnes par un autre sédiment et ne se trouve pas à la surface actuelle du fond de la mer. Cela permet d'énoncer que, probablement, les conditions hydrologiques de la mer, il y a environ 1000 ans, étaient différentes des contemporaines.

L'étude suivante permettra d'éclaircir et d'approfondir la géologie des roches sédimentaires environnant la mer Noire.

M. Arkhangelsky pense que les roches sédimentaires riches en matière organique et les schistes bitumineux sont des dépôts des géosinclinaux des bassins infectés dans les couches profondes par l'hydrogène sulfuré, comme celles de la mer Noire.

Les premiers homologues de couches pareilles se déposant au fond de la mer actuelle sont ceux obtenus par l'Expédition Schokalsky.

Enfin M. Arkhangelsky, en se basant sur ces données, obtient pour l'estimation de la durée de la période tertiaire le chiffre de 36×10^6, ce qui correspond bien à ceux obtenus par M. A. Pavlov, Barrel et Joli.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *L'ampérien dans la théorie des spectres.* Note (¹) de M. **Raoul Ferrier**, présentée par M. Paul Painlevé.

Après avoir introduit (²) le *scalaire ampérien* dans les équations de l'Électrodynamique, je me suis attaché à montrer comment la conception de libres singularités, à laquelle on doit recourir dans le nouveau système, permet d'interpréter certaines particularités surprenantes que présente le champ électrique des molécules et des photons.

Je veux donner ici un exemple démonstratif de cette capacité d'accord que la théorie de l'ampérien semble posséder : on va voir qu'il est possible de rétablir ainsi une sorte de concordance entre les notions générales de Mécanique rationnelle et les vues théoriques qu'impose l'étude des spectres.

Prenons les équations générales de l'Électrodynamique, complétées par la considération de l'ampérien $\mathcal{A}$,

$$\text{(I)} \qquad \left\{ \begin{aligned} &\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta \right\} \mathcal{E} = \frac{2}{c} \operatorname{rot} \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t}, \\ &\left\{ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right\} \mathcal{E} = \frac{2}{c} \operatorname{grad} \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t}, \end{aligned} \right.$$

et écrivons la solution correspondant au photon particulier qu'est l'*oscillateur tournant*. Si p est un vecteur tournant de fréquence ν,

$$p = p_0 \cos 2\pi\nu t + q_0 \sin 2\pi\nu t$$

(p_0 et q_0 étant deux vecteurs fixes, rectangulaires et égaux), cette solution est, pour le cas d'une singularité libre immobile,

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= \operatorname{grad}\left(p, \operatorname{grad}\frac{1}{r}\right)\left[1 - \left(1 + \frac{2\pi\nu r}{c}\right) e^{-\frac{2\pi\nu r}{c}}\right], \\ \mathcal{H} &= \frac{1}{2c} \frac{\partial}{\partial t}\left[p, \operatorname{grad}\frac{1}{r}\right], \\ \mathcal{A} &= \frac{1}{2c} \frac{\partial}{\partial t}\left(p, \operatorname{grad}\frac{1}{r}\left[1 - 2\left(1 + \frac{2\pi\nu r}{c}\right) e^{-\frac{2\pi\nu r}{c}}\right]\right. . \end{aligned}$$

Il est visible que les expressions $\mathcal{E}$, $\mathcal{H}$ et $\mathcal{A}$ *tournent* d'une seule pièce

---

(¹) Séance du 11 juin 1928.

(²) *Comment aborder le problème de la Matière ?*, 1928 (chez Albert Blanchard, Paris).

comme le vecteur p lui-même. La moitié de l'énergie totale W se présente ainsi comme liée au champ électrique $\mathcal{E}$; l'autre moitié dépendant des grandeurs électrocinétiques. On a donc :

$$\frac{W}{2} = \frac{1}{8\pi}\int \mathcal{E}^2\, d\tau = \frac{2}{3}\,\frac{\pi^3 \nu^3}{c^3}\, p^2,$$

cette intégrale étant absolument convergente.

Quel est, d'autre part, le *moment cinétique* de cet oscillateur tournant ? J'ai établi directement (dans le cas où il n'existe pas de singularité) que la quantité de mouvement élémentaire est

$$\frac{[\mathcal{E}, \mathcal{H}] + \mathcal{E}\mathcal{A}}{4\pi c}\, d\tau,$$

sous la réserve, toutefois, que le champ $\mathcal{E}$ soit, ou *tout entier sans divergence*, ou *tout entier sans tourbillon*. Cette dernière circonstance est bien celle qui se présente ici. Le moment cinétique sera donc donné par l'intégrale absolument convergente

$$M = \int \text{mom.}\, \frac{[\mathcal{E}, \mathcal{H}] + \mathcal{E}\mathcal{A}}{4\pi c}\, d\tau.$$

On trouve, en valeur absolue, les moments étant pris par rapport à la singularité libre :

$$\int \text{mom.}\, \frac{[\mathcal{E}, \mathcal{H}]}{4\pi c}\, d\tau = \frac{2}{3}\,\frac{\pi^2 \nu^2}{c^3}\, p^2; \qquad \int \text{mom.}\, \frac{\mathcal{E}\mathcal{A}}{4\pi c}\, d\tau = 0,$$

et le sens du moment M correspond justement à celui d'un objet réel tournant sur lui-même dans le même sens que l'oscillateur.

On a ainsi la relation quantitative

$$W = 2\pi\nu\,|M|.$$

C'est ici qu'apparaît une concordance d'autant plus remarquable que l'ampérien lui-même n'entre pas en ligne de compte dans ce calcul, l'intégrale qui le contient se trouvant nulle.

En effet la théorie des spectres (théorie de Bohr) exige que, dans le cas présent, la perte d'énergie de l'atome générateur soit $h\nu$, en même temps que sa variation de moment cinétique est $\frac{h}{2\pi}$, en valeur absolue. C'est justement la proportion qu'exige, d'autre part, la création de l'oscillateur. L'apparition de l'oscillateur tournant compense donc, *à la fois*, la variation d'énergie et la variation du moment cinétique de l'atome.

C'est là un résultat dont nous n'étions pas maîtres, *a priori*, et qui indique que les lois de conservation de l'énergie et des quantités de mouvement, dans l'ensemble de la Matière et de la Lumière, sont des vérités *démontrables* grâce à la considération de l'ampérien.

OPTIQUE. — *Quelques précisions au sujet des effets Raman et Cabannes-Daure.* Note de MM. **A. Bogros** et **Y. Rocard**, présentée par M. Cotton.

Dans la lumière diffusée par un corps transparent, on a à examiner deux sortes de radiations : les unes, par exemple celles dues aux fluctuations en densité, sont cohérentes, c'est-à-dire émises avec des phases infiniment voisines pour des molécules infiniment voisines, les autres incohérentes, c'est-à-dire sans relation de phase d'une molécule à la voisine, ou encore avec un couplage très lâche et laissé au hasard des actions intermoléculaires : c'est le cas de la lumière diffusée provenant de fluctuations en orientation de molécules anisotropes. Seules les radiations cohérentes voient leur intensité très augmentée vers le point critique et donnent lieu à l'opalescence. Pour se rendre compte du caractère de cohérence ou d'incohérence d'une radiation secondaire (diffusion, fluorescence, radiations de Raman, etc.), émise par un liquide, il suffit de voir si cette radiation présente une opalescence, ou au contraire, n'a qu'une variation régulière et faible d'intensité en passant par le point critique. Il n'y a pas d'autres alternatives théoriques possibles; cette conclusion est indépendante d'une théorie classique ou quantique quelconque, elle est une simple conséquence de la notion de phase et du pouvoir d'interférence des vibrations lumineuses.

I. Nous avons cherché à savoir si les raies de Raman correspondaient à des vibrations cohérentes en étudiant le spectre diffusé par un mélange d'eau et de phénol opalescent, éclairé par une lampe à vapeur de mercure. Alors que des poses d'une minute dans un spectrographe à optique de quartz ont donné des spectres assez intenses de la lumière d'opalescence, il nous a été impossible d'obtenir les raies de Raman correspondant aux raies 3650, 4047, 4358 de mercure même dans des poses de trois heures. Ce résultat négatif suffit à établir que les radiations de Raman ne subissent pas d'opalescence critique et semblent être en conséquence incohérentes.

II. Nous avons de même cherché à étudier dans l'opalescence les élargissements et déplacements de raies diffusées observées dans la diffusion

ordinaire par MM. Cabannes et Daure. Les spectrogrammes dont nous venons de parler n'ayant pas paru présenter cet élargissement, nous avons étudié directement à l'aide d'une lame de Lummer la structure fine de la raie 4358 Å diffusée par le mélange opalescent. On peut former dans une moitié du champ les franges dues à l'opalescence, dans l'autre moitié celles de la lumière directe réfléchie par une glace sans tain ou diffusée par un papier noir. En trois heures de pose, l'opalescence donne de bons clichés. Or dans les trois cas (réflexion, diffusion par papier noir, opalescence) il est impossible de mettre en évidence la moindre différence de structure, un élargissement en un changement de longueur d'onde quelconque, avec un pouvoir séparateur de la lame égal à 0,01 Å environ. Ce résultat ne s'oppose pas à ceux de MM. Cabannes et Daure mais, au contraire selon nous, les précise et suggère une interprétation : le moment électrique induit dans une molécule se compose d'une partie fixe et d'une partie variable dans les rotations et les chocs. Cette partie variable, comme on le montrera dans un travail plus étendu, émet avec une phase à chaque instant modifiée par les chocs, ce qui, comme on le sait, se traduit par un élargissement de la raie. L'élargissement des raies diffusées est donc bien attribuable, comme l'a signalé M. Cabannes, à l'effet des chocs, mais seulement en ce qui concerne la partie variable du moment électrique. La diffusion produite par la partie fixe, qui est la diffusion par fluctuations en densité ou en concentration, voit sa longueur d'onde inaltérée. Or, seule cette dernière diffusion est cohérente et donne l'opalescence. La partie élargie de la raie, due à une diffusion incohérente, n'augmente pas dans l'opalescence et est par suite complètement masquée, donc les raies diffusées dans l'opalescence ne comportent aucun élargissement, ce que l'expérience nous a confirmé. Dans la théorie des quanta de lumière, on peut du reste trouver une interprétation semblable.

III. Pour des raisons analogues nous pensons que le déplacement de 0,01 Å vers le rouge des raies diffusées par les gaz, trouvé par M. Cabannes s'interprète comme étant une apparence due à l'élargissement dissymétrique de la raie. Supprimant cet élargissement dans l'opalescence, nous devons y trouver la raie incidente non déplacée : c'est bien ce que l'expérience précédente montre. Nous avons étendu cette vérification au cas de la résonance des vapeurs métalliques (lithium, sodium) au moyen d'une méthode d'une sensibilité comparable à celle des meilleures méthodes interférométriques.

OPTIQUE. — *Les lois expérimentales de l'effet Raman et les théories de la lumière.* Note [1] de M. J. CABANNES, présentée par M. Ch. Fabry.

Les ondes électromagnétiques sinusoïdales de fréquence N, envisagées dans la théorie ondulatoire de la lumière, induisent dans les molécules un moment électrique variable qui émet à son tour un rayonnement secondaire : c'est le rayonnement diffusé. Nous avons montré, Rocard et moi [2], qu'avec cette hypothèse les fréquences propres des molécules devaient faire apparaître dans la lumière diffusée, de part et d'autre de la raie principale N, des raies secondaires de fréquences $N \pm n_1$, $N \pm n_2$, ... L'apparition d'un spectre de diffusion, *symétrique* par rapport à N, est donc une conséquence nécessaire de la théorie ondulatoire.

Or une étude expérimentale précise de l'effet Raman dans le benzène nous a conduit, Daure et moi [3], aux lois suivantes :

I. La lumière diffusée comprend la radiation principale N et des radiations de fréquences moindres $N - n_1$, $N - n_2$.

II. Les diminutions de fréquences n_1, n_2, ... sont indépendantes de la radiation excitatrice N.

III. Nous ne sommes pas arrivés à mettre en évidence les radiations de fréquences supérieures $N + n_1$, $N + n_2$, ... L'émission est donc dissymétrique par rapport à la fréquence principale N.

Ce troisième résultat s'oppose à la théorie classique de la diffusion, dans laquelle les intensités des radiations $N + n$, $N - n$ devraient être dans le rapport $\left(\frac{N+n}{N-n}\right)^4$.

Il reste cependant quelque chose de l'hypothèse initiale : les diminutions de fréquence n_1, n_2, ..., puisqu'elles sont indépendantes de la radiation excitatrice, caractérisent la structure de la molécule; elles dépendent uniquement des fréquences propres moléculaires. En effet nous avons retrouvé, dans le spectre de diffusion du benzène, l'intervalle $n_1 = 99$ (évalué en nombre d'onde par millimètre) qui sépare en moyenne les sept groupes de bandes

(1) Séance du 11 juin 1928.

(2) Y. ROCARD, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1107. — J. CABANNES, *Ibid.*, p. 1201.

(3) J. CABANNES et P. DAURE, *Ibid.*, p. 1533.

du spectre de luminescence (1) et l'intervalle $n_2 = 306$ qui correspond à la raie d'absorption infrarouge $3^{\mu},25$. Les vibrations moléculaires interviennent donc dans l'effet Raman (2).

On en est réduit, pour expliquer ces faits, à une hypothèse purement quantique, analogue à celle par laquelle on explique l'effet Compton, et qu'il sera difficile de rattacher à l'optique ondulatoire. Soit Nh le quantum de lumière incidente, qui tombe sur une molécule dont les quanta de vibration sont p, q, ... et les fréquences α, β, ... Supposons que le quantum de lumière agisse sur la molécule ; les quanta de vibration deviennent p', q', ... et les fréquences α', β', ... L'énergie absorbée est

$$(p'\alpha' + q'\beta' - p\alpha - q\beta)h = nh,$$

et l'énergie du quantum de lumière diffusée n'est plus que $(\mathrm{N} - n)\,h$. D'où la nouvelle fréquence $\mathrm{N} - n$.

Ce point de vue diffère profondément du point de vue classique : dans l'hypothèse des résonateurs électroniques de Lorentz toute l'énergie reçue par la molécule est immédiatement réémise par diffusion ; dans la théorie nouvelle une fraction de l'énergie incidente reste emmagasinée dans la molécule. Il en résulte que, si le fluide est dense, on aura de l'absorption *vraie* tout le long du spectre, même hors des bandes d'absorption sélective. L'intensité du rayonnement diffusé (y compris les radiations secondaires) sera inférieure à la valeur prévue par la théorie classique. D'autre part le rayonnement secondaire étudié dans cette Note est immédiatement diffusé ; il ne résulte pas, *après coup*, d'une désactivation des molécules. Il diffère en cela de la luminescence des liquides dits fluorescents. On peut s'expliquer ainsi l'émission par un fluide dense d'un spectre *discontinu* composé d'un assez petit nombre de raies.

---

(1) VICTOR HENRI, *La Structure des Molécules;* Paris, Hermann, 1925.

(2) Les rotations, dont la fréquence est beaucoup plus faible, donnent un spectre de raies secondaires noyé dans l'élargissement de la raie principale dû aux chocs moléculaires. Il faut remarquer que cet élargissement — où l'on peut voir des effets de battements dus aux actions *intermoléculaires* — est symétrique ; c'est-à-dire calculable dans la théorie ondulatoire.

SPECTROSCOPIE. — *Recherches sur les raies de l'hydrogène dans l'arc électrique.* Note de Mlle **M. Hanot**, présentée par M. A. Cotton.

Après avoir étudié l'élargissement des raies de la série de Balmer dans le spectre de l'étincelle condensée ([1]), je me suis proposé de mesurer la largeur des mêmes raies lorsque le spectre est fourni par un arc dans l'hydrogène.

Or l'arc entre électrodes de charbon donne un spectre inutilisable pour des mesures photométriques, car un spectre de bandes très intense se superpose aux raies étudiées. On doit donc prendre comme source l'arc à électrodes métalliques, mais dans l'hydrogène celui-ci s'éteint instantanément.

Pour des mesures de ce genre, différents auteurs ([2]) ont employé l'arc jaillissant entre une cathode fixe et un système d'anodes mobiles qui viennent frôler la cathode. J'ai employé un dispositif un peu différent, comprenant également une électrode fixe et une électrode mobile. Toutes deux sont en cuivre; l'une d'elles, généralement cathode, est portée par une pièce de fer doux et peut être attirée par un électro-aimant en série avec l'arc. Au repos les deux électrodes se touchent; lorsqu'on ferme le courant, l'électro soulève la cathode (de 2^{mm} environ) et l'arc s'allume, il passe pendant quelques centièmes de seconde; lorsqu'il s'éteint le courant est coupé dans l'électro et la cathode revient à sa position initiale sous l'action de son poids.

On constate facilement, au moyen d'un miroir tournant, que, pendant la première partie de sa durée, l'arc est rectiligne, très brillant et de faible section; puis il se déplace et s'étale sous l'action du champ magnétique de l'électro-aimant. On a choisi naturellement la direction de ce champ de façon que la déviation de l'arc soit perpendiculaire aux rayons lumineux utilisés; on peut ainsi distinguer les spectres des différentes régions correspondant aux phases successives du phénomène.

Si l'on forme sur la fente l'image de la région brillante correspondant à l'arc non encore dévié ni étalé, les raies de l'hydrogène apparaissent très élargies. On remarque d'abord, en examinant ce spectre, que la raie H_β y est visiblement renversée, au moins lorsque l'intensité du courant est suffi-

([1]) *Annales de Physique*, 8, 1927, p. 555-624.

([2]) Rossi, *Astroph.*, 34, 1911, p. 299-302. — Basquin, *Astroph.*, 14, 1901, p. 1.

sante; la raie H_γ a un maximum aplati, mais elle n'est pas renversée. Ces faits s'expliquent si l'on suppose que la partie superficielle de l'arc est absorbante et serait capable d'émettre, considérée seule, des raies plus fines que celles de la région centrale; la différence des effets de l'absorption pour ces deux raies provient de la différence de leurs structures, déjà signalée dans l'étude de l'étincelle (*loc. cit.*).

Lorsque l'intensité du courant varie, la largeur des raies augmente d'une façon importante : ainsi en doublant l'intensité qui passe à l'instant où les électrodes sont en court circuit, j'ai obtenu pour la largeur de H_β les valeurs 19 et 33 Å, pour H_γ 29 et 54 Å. Une petite partie de cet élargissement peut être attribuée à l'effet de l'absorption, mais on est obligé d'admettre qu'il y a aussi une augmentation notable de la densité de courant et par suite du champ électrique intermoléculaire.

Supposons maintenant que l'on place la fente de façon qu'elle soit éclairée seulement par la partie finale et nettement déviée de l'arc; on constate que, dans ces conditions, les raies sont fines. La largeur de H_β sous la pression normale ne dépasse pas 5 Å, ce qui s'explique en considérant que le courant, dont l'intensité va en décroissant, est alors réparti sur une section beaucoup plus grande et crée par suite un champ intermoléculaire beaucoup plus faible que dans le cas précédent.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres continus et spectres de bandes de la vapeur de zinc.* Note de M. **H. Volkringer**, présentée par M. Ch. Fabry.

La présente Note a pour objet d'indiquer sommairement les recherches effectuées sur les spectres de bandes et sur les spectres continus du zinc obtenus par décharges sans électrodes.

La source utilisée était constituée par un tube de silice fondue, fermé par deux disques plans soudés de même matière. Il fut nettoyé et vidé avec les précautions habituelles, et le zinc y fut introduit par double instillation. L'examen des clichés montre que, dans ces conditions, le tube ne contient pas les impuretés que l'on aurait pu craindre. Entouré d'une dizaine de tours de fil de cuivre faisant partie d'un circuit oscillant, et placé dans un four, le tube s'illumine par à-coups vers 450°. Une forte excitation est alors nécessaire. Si la température s'élève il subit des modifications d'éclat et de teintes auxquelles correspondent des modifications spectrales. Ces modifi-

cations ont été étudiées à l'aide d'un spectrographe de 50cm de foyer à deux prismes de quartz. Les résultats obtenus sont les suivants :

Sur les clichés pris dès que la température est suffisante pour permettre l'excitation de la vapeur de zinc, apparaissent le spectre d'arc et les spectres d'étincelles sans fond continu. Si l'on élève la température, le nombre d'atomes excités augmente, ces spectres s'enrichissent en raies, tandis qu'apparaît un fond continu. Ce fond continu débute entre 4000 Å et 4600 Å, puis s'étend peu à peu, et, au moment où l'on arrive au régime de grand éclat, il a son maximum d'intensité et d'étendue.

Il va alors depuis le violet jusqu'au-dessous de 2000 Å. Une partie des spectres d'étincelles a déjà disparu. L'intensité de ce spectre continu est loin d'être uniforme. Plusieurs variations brusques ont pu être relevées, notamment une très nette pour $\lambda = 2935$ Å. Si l'on élève la température, le tube continue à avoir un très grand éclat, une pose de quelques minutes est encore suffisante, mais le spectre continu s'étend de moins en moins loin dans l'ultraviolet.

C'est également pour ces températures, un peu inférieures au rouge naissant, que la raie de résonance 2138,6 Å s'élargit et qu'on observe une série de bandes fines, entre 3980 et 4890 Å. Ce spectre de bandes a déjà été aperçu par divers expérimentateurs, et étudié expérimentalement par Hagenbach et Schumacher (1) et théoriquement par E. Hulthen (2) et par A. Kratzer (3). J'ai vérifié, que, dans les conditions où je me trouvais, ces bandes étaient des bandes d'émission et non des bandes d'absorption.

Une nouvelle élévation de température modifie brusquement l'allure du phénomène : le tube devient beaucoup moins lumineux, prend une teinte bleue et une pose de plusieurs heures est nécessaire. La pression de la vapeur de zinc doit être de l'ordre de 4 à 5cm de mercure. On obtient alors un spectre d'allure toute différente et ayant les particularités suivantes :

Comme spectre de raies, le spectre d'arc subsiste seul. En plus du spectre de bandes compris entre 4800 Å et 4000 Å apparaît, vers les

---

(1) A. Hagenbach et H. Schumacher, *Zeitschrift für wissenschaftliche Photographie*, 19, 1919, p. 142.

(2) E. Hulthen, *Zeitschrift für Physik*, 11, 1922, p. 284.

(3) A. Kratzer, *Annalen der Physik*, 71, 1923, p. 72, et *Zeitschrift für Physik*, 13, 1923, p. 82.

courtes longueurs d'ondes, un système très complexe de bandes légèrement diffuses. Ces bandes se détachent sur un fond continu, qui présente un maximum vers 4300 Å, un autre moins accusé vers 3970 Å et un troisième très faible vers 3620 Å. Au-dessous de 3500 Å, le spectre continu n'est plus visible, les bandes seules persistent.

A 3054 Å, on observe une brusque diminution d'intensité de celles-ci et une autre diminution brusque d'intensité à $\lambda = 2975$ Å. Au delà de 2975, on devine encore quelques bandes, puis plus rien jusque vers 2750. A partir de 2750 Å, débute un spectre continu sur lequel on n'a pu déceler aucune trace de bandes. Les courbes de noircissement, prises au moyen d'un microphotomètre Chalonge et Lambert, montrent l'existence d'un maximum très net pour $\lambda = 2570$ Å. Sur les clichés les plus posés, ce spectre semble aller jusqu'à la raie de résonance 2139 Å qui est alors fortement élargie et renversée. Cette portion de spectre continu rappelle tout à fait la bande 3360 du mercure, qui cesse brusquement à la raie de résonance 2537 Å.

En résumé, pour les faibles densités de vapeur, on obtient un spectre continu qui semble lié au spectre de raies, et que l'on peut attribuer à des électrons libres tombant sur une orbite avec une énergie cinétique quelconque (1) et à des électrons passant d'une orbite sur une autre en émettant un rayonnement non quantifié.

Pour les fortes densités de vapeur, on obtient un spectre de bandes qui s'étend de 2975 Å à 4800 Å se détachant en partie sur un fond continu, plus une bande continue avec maximum à 2570 Å et qui semble se terminer à la raie 2139 Å. On peut attribuer ces spectres au rayonnement de molécules instables formées d'atomes de zinc dont certains au moins seraient excités. Il y a probablement plusieurs associations d'atomes, car l'origine des bandes et celle du spectre continu ayant son maximum à 2570 Å ne sont certainement pas identiques : les régions du tube correspondant au maximum d'intensité sont différentes dans les deux cas.

---

(1) G. Balasse, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1002.

PHYSIQUE. — *Décomposition de l'effet Faraday en deux phénomènes d'origines différentes. Polarisation rotatoire diamagnétique et polarisation rotatoire paramagnétique.* Note de MM. **Jean Becquerel** et **W.-J. de Haas**, transmise par M. Pierre Weiss.

En 1877, Henri Becquerel (¹) avait soupçonné l'existence d'une relation entre le pouvoir rotatoire magnétique et les propriétés magnétiques de la matière. Cette question a été très controversée jusqu'au jour où l'un de nous (²) a montré que *le pouvoir rotatoire magnétique (de sens négatif) de certains minéraux contenant des terres rares varie à peu près en raison inverse de la température absolue*. Un rapprochement évident avec la loi de Curie a conduit l'auteur à affirmer l'existence d'un pouvoir rotatoire paramagnétique essentiellement distinct du pouvoir rotatoire diamagnétique, lié, comme on le sait, à l'effet Zeeman.

Les expériences réalisées à Leyde apportent la preuve décisive de l'existence de la polarisation rotatoire paramagnétique. La substance choisie est la tysonite dont le pouvoir rotatoire (de sens négatif) est considérable. Le spectroscope est à réseau plan de Rowland. L'électro-aimant est un appareil Weiss de grand modèle : on a déterminé le champ en fonction de l'intensité du courant; le champ maximum réalisé a été de 26,73 kilogauss entre pôles percés d'ouvertures de 1^{mm} et distants de 15^{mm}.

Le cristal plonge dans de l'hélium liquide. On oriente son axe optique parallèlement au champ, puis dans des champs progressivement croissants on observe entre polariseur et analyseur croisés ou parallèles les passages des cannelures sur une radiation choisie; à chaque passage on note l'intensité du courant. On connaît ainsi les champs pour lesquels les rotations sont $n\pi$ et $n\pi + \frac{\pi}{2}$, et l'on trace la courbe des rotations en fonction du champ.

Deux lames cristallines normales à l'axe, d'épaisseur $1^{mm},866$ et $0^{mm},675$ ont été utilisées. Les longueurs d'onde employées ont été 4258,9 (raie tysonite), 5328,5 (fer), 6249,5 (tysonite).

Les observations ont été faites aux températures de 4°,21 K.; 1°,71; 1°,41; 1°,39.

Les rotations sont proportionnelles aux épaisseurs des lames, mais non

(¹) Henri Becquerel, *Ann. de Ch. et de Phys.*, 5ᵉ série, 12, 1877, p. 42.
(²) Jean Becquerel, *Le Radium*, 5, 1908, p. 16 et 17.

aux champs. L'écart à la proportionnalité croît à mesure que la température s'abaisse.

Nous avons reconnu que la rotation est *très exactement* représentée par une tangente hyperbolique

$$\rho = \rho_\infty \text{ th. AH};$$

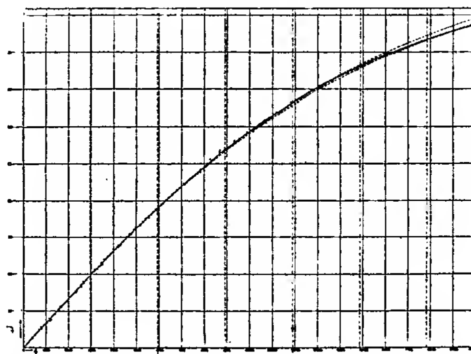
la *rotation à saturation* ρ_∞ (proportionnelle à l'épaisseur de la lame) est fonction de la longueur d'onde et de la température ; A est une fonction de la température seule.

Rappelons que M. Lenz puis, dans une théorie plus complète, M. Ehrenfest avaient proposé, pour l'aimantation dans une direction principale d'un cristal, une loi de cette forme. Si nous admettons, ce qui ne paraît pas douteux, que la rotation est proportionnelle à l'effet d'aimantation qui la provoque, nous devons écrire

$$A = \frac{\Sigma_\infty}{RT}$$

(R, constante des gaz, T température absolue, Σ_∞ produit du moment élémentaire par le nombre d'Avogadro).

A doit alors être inversement proportionnel à T : c'est bien ce que nous avons constaté dans les limites de précision des estimations actuelles des très basses températures. De plus, les valeurs obtenues pour Σ_∞ sont très voisines



du magnéton de Bohr : il est bien probable qu'on doit avoir exactement un magnéton, et c'est dans cette hypothèse que nous avons attribué aux températures les valeurs ci-dessus. La température de 4°,21 est directement connue, mais elle n'est pas assez basse pour permettre une détermination précise de Σ_∞.

Les courbes qui représentent ρ en fonction de $\frac{H}{T}$ ayant des ordonnées

proportionnelles, on peut ramener tous les résultats à une courbe unique, tracée en trait plein sur la figure. On a marqué deux échelles des abscisses, l'échelle des $\frac{H}{T}$ et l'échelle des variables a de Langevin ($a = AH$); les ordonnées sont les fractions de saturation. En pointillé sont indiquées deux courbes de Langevin ayant même tangente à l'origine que la tangente hyperbolique : elles n'ont pas une courbure assez forte pour pouvoir représenter les résultats.

Les rotations à saturation, divisées par π, ont les valeurs suivantes (pour l'épaisseur 1^{mm},866):

T =	77°,55 K.	20°,36.	4°,21.	1°,71.	1°,41.	1°,39.
λ 5328,5.	»	−24,61	−21,81	−19,61	−18,74	−18,73
λ 4258,9.	−51,60	−45,21	−40,02	−36,01	»	»

Pour une longueur d'onde donnée, ρ_∞ décroît (en valeur absolue) quand la température s'abaisse, ce qui révèle une décroissanee de l'absorption par les bandes actives. Ce résultat explique pourquoi ρ ne suit pas exactement la loi de Curie pour les faibles valeurs de $\frac{H}{T}$. Au contraire l'aimantation, cause première du phénomène, obéit à cette loi tant que la tangente hyperbolique peut être confondue avec sa tangente à l'origine.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le nombre d'ions produits par les rayons α du* RaC′ *dans l'air.* Note [1] de Mme **Irène Curie** et M. **Frédéric Joliot**, présentée par M. Jean Perrin.

Le nombre d'ions produits par les rayons α émis par un millicurie de RaC′ a été déterminé par H. Geiger [2] et Fonovits-Smereker [3]; malgré la concordance entre les résultats donnés par ces auteurs, nous avons pensé qu'il existait des causes d'erreurs possibles. Nous avons repris cette détermination en utilisant une méthode basée sur l'emploi de l'appareil conçu par Mme P. Curie [4] pour la mesure des sources à rayonnement α intenses. Dans cet appareil, on mesure l'ionisation produite par une fraction connue

(1) Séance du 11 juin 1928.

(2) H. Geiger, *Proc. Roy. Soc.*, 82, 1909, p. 486.

(3) H. Fonovits Smereker, *Wien. Ber.*, 131, 1922, p. 355.

(4) Mme P. Curie, *J. Chim. Phys.*, 22, 1925, p. 141.

du rayonnement total de la source. A cet effet, la source, de diamètre inférieur à 1^{cm}, est placée dans le vide à une distance $D (D = 15^{cm})$ d'un diaphragme de 2^{mm} de diamètre fermé par une feuille d'aluminium de $\frac{3}{1000}$ de millimètre d'épaisseur. Le faisceau de rayons limité par le diaphragme traverse la feuille d'aluminium et pénètre dans une chambre d'ionisation où l'on mesure le courant de saturation. Ce faisceau étant géométriquement déterminé, l'appareil permet des mesures absolues, à la correction due à l'écran d'aluminium près. Dans les conditions ci-dessus, on mesure l'ionisation correspondant à la 50000e partie environ du rayonnement α total.

Le principe de la méthode consiste dans la mesure à l'aide de cet appareil, du rayonnement α d'une forte source de RaC′, source que l'on compare par son rayonnement γ à un étalon de radium.

Cet appareil permet, en outre, en introduisant de l'air à une pression connue entre la source et le diaphragme, de mesurer l'ionisation correspondant à des rayons α de parcours restant différents, d'où un moyen de contrôle de la courbe d'ionisation de Bragg. La présence du rayonnement β et γ dans la chambre d'ionisation nécessite des corrections qu'il est aisé d'établir pour les rayons β et γ pénétrants; les rayons β de faible vitesse sont éliminés par l'emploi d'un champ magnétique, seuls les rayons γ de pouvoir pénétrant comparable à celui des rayons α pourraient constituer une cause d'erreur. Dans cette Note nous décrirons les expériences que nous avons faites en vue d'éclaircir ce point.

Un fil d'or portant le dépôt actif étudié est placé dans le vide à quelques centimètres d'une première fente parallèle à la source; le faisceau ainsi limité chemine dans le vide et peut sortir de l'appareil en traversant une feuille d'aluminium mince de $\frac{5}{1000}$ de millimètre d'épaisseur fermant une deuxième fente parallèle à la première. L'appareil très plat est placé dans l'entrefer d'un électro-aimant qui crée un champ magnétique intense parallèle à la direction des fentes. Un électroscope est placé très près de la fenêtre de sortie et permet de mesurer l'ionisation produite par le rayonnement.

La canalisation et la largeur de la fente de sortie sont telles que lorsque l'on établit le champ magnétique, les rayons α sont déviés et seul le rayonnement γ peut entrer dans l'électroscope. Nous avons mesuré l'ionisation produite par les rayons : 1° en l'absence de champ magnétique; 2° avec champ magnétique; 3° avec champ magnétique et en plaçant sur la fenêtre de sortie une série d'écrans d'aluminium d'épaisseurs connues variant de $\frac{2}{100}$ à $\frac{1}{10}$ de

millimètre. Avec une source de dépôt actif du radium, le rayonnement γ représente environ 2,6 pour 100 du rayonnement total. Un écran de $\frac{6}{100}$ de millimètre qui arrêterait complètement les rayons α du Ra C′ diminue de 7 pour 100 environ le rayonnement γ mesuré. En tenant compte de l'absorption du rayonnement γ dans la série des écrans, on a trouvé que s'il existe un rayonnement γ très mou l'ionisation qu'il produit représente moins de $\frac{1}{1000}$ de l'ionisation due au rayonnement total $\alpha+\beta+\gamma$. Le rayonnement γ très absorbable venant du Ra B ou du Ra(C + C′) a donc un effet ionisant négligeable vis-à-vis de celui des rayons α. Les résultats et les détails expérimentaux relatifs à la courbe de Bragg et à la détermination du nombre d'ions produits par 1 millicurie de Ra C′ feront l'objet d'une publication ultérieure.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'état d'ionisation des solutions d'hydrogène sulfuré.* Note de M. **Maurice Auméras**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons montré [1] que la loi de solubilité du sulfure de cadmium dans l'acide chlorhydrique, en solution étendue et à la température de 16°, peut être représentée par l'équation d'équilibre :

$$(\underline{HCl}) = 970\sqrt{(\underline{H^2S})(\underline{CdCl^2})} \quad [2].$$

D'autre part, un calcul simple nous indique qu'il existe entre les constantes des différents équilibres

$$(\overset{++}{Cd})(\overset{--}{S}) = P = \text{produit de solubilité},$$
$$(\overset{+}{H}) = A(\overset{-}{HS})(\overset{++}{Cd}),$$
$$(\overset{+}{H})^2 = B(H^2S)(\overset{++}{Cd}),$$
$$(\overset{-}{HS})(\overset{+}{H}) = C(H^2S),$$
$$(\overset{--}{S})(\overset{+}{H}) = D(\overset{-}{HS}),$$

les relations :

$$P \times A = D,$$
$$A \times C = B.$$

---

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1541.

[2] $(\underline{HCl})$, $(\underline{H^2S})$ et $(\underline{CdCl^2})$ désignant les concentrations totales en acide chlorhydrique, acide sulfhydrique et chlorure de cadmium.

Ainsi la connaissance de trois de ces constantes (¹) doit nous permettre de calculer les deux autres.

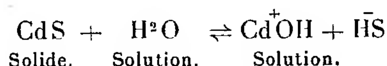
La valeur de la constante B a été déjà donnée (²). A la température de 16°.

$$B = (970)^2 = 940.000.$$

Il semblerait que la constante P soit égale à

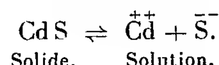
$$P = \left(\frac{s}{144,4}\right)^2 \quad (^3).$$

En réalité le produit de solubilité du sulfure de cadmium déduit de la solubilité de ce sel dans l'eau (⁴) ne concorde pas avec l'ensemble de nos déterminations, la valeur ainsi obtenue correspondant à la relation d'équilibre :



$$\underset{\text{Solide.}}{CdS} + \underset{\text{Solution.}}{H^2O} \rightleftharpoons \underset{\text{Solution.}}{\overset{+}{Cd}OH + \overset{-}{H}S}$$

et non pas, comme on serait tenté de le croire, à l'équilibre de dissociation



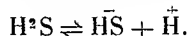
$$\underset{\text{Solide.}}{CdS} \rightleftharpoons \underset{\text{Solution.}}{\overset{++}{Cd} + \overset{--}{S}.}$$

Ces considérations théoriques sont vérifiées non seulement par nos propres expériences, mais encore par les résultats trouvés par d'autres auteurs.

En 1910, L. Bruner et J. Zawadzki (⁵) ont utilisé en effet un intéressant travail de Bodländer (⁶) montrant que l'on peut calculer le produit de solu-

(¹) Ces constantes n'étant pas prises toutes trois dans la même équation.

(²) En admettant, dans les conditions de nos expériences, d'une part une dissociation complète de l'acide chlorhydrique et du chlorure de cadmium, d'autre part une dissociation unique de l'acide sulfhydrique suivant le premier stade :



$$H^2S \rightleftharpoons \overset{-}{H}S + \overset{+}{H}.$$

(³) *s* représentant le coefficient de solubilité du sulfure de cadmium à une température déterminée, c'est-à-dire la quantité en grammes de ce sel qui se dissout dans un litre d'eau pure à cette température.

(⁴) 1000^{cm^3} d'eau dissolvent $1,30.10^{-3}$ gramme de sulfure de cadmium à 18°, d'après Weigel (*Z. phys. Chem.*, 58, 1907, p. 294).

(⁵) L. Bruner et J. Zawadzki, *Z. anorg. Chem.*, 65, 1910, p. 136, et 67, 1910, p. 454.

(⁶) Bodländer, *Z. phys. Chem.*, 27, 1908, p. 55.

bilité P des électrolytes à partir de leur chaleur de formation Q et des potentiels électrolytiques E_a et E_c de leurs ions.

La formule de Bodländer appliquée dans le cas des sulfures prend la forme

$$\frac{Q}{2.23100} = E_a + E_c - 0,029 \log P.$$

A l'aide de cette formule, L. Bruner et J. Zawadzki ont obtenu pour produit de solubilité du sulfure de cadmium à 18°, la valeur

$$P = 3,6.10^{-29}.$$

Connaissant maintenant B = 940000 déduit de nos déterminations, le véritable produit de solubilité P ([1]) et la première constante de dissociation C de l'acide sulfhydrique ([2]), il est aisé de calculer ([3]) la valeur de la deuxième constante de dissociation D de cet acide.

Nous trouvons ainsi

$$D = 0,59.10^{-15}$$

et

$$D = 0,37.10^{-15} \quad (^4)$$

au lieu de

$$D = 1,2.10^{-15},$$

valeur déterminée à 25° par Knox ([5]) par des mesures électriques et l'hypothèse de l'existence d'un complexe du mercure dans les solutions de sulfure mercurique dans le sulfure de sodium. Si donc nous ne retrouvons pas la constante de Knox, nous retrouvons, du moins, une constante du même ordre de grandeur.

([1]) Proposé par Bruner et Zawadzki.

([2]) $C = 5,7.10^{-8}$ à 18° et pour des dilutions comprises entre 25 et 125 litres par molécule-gramme de H^2S, d'après Walker et Cormack (*J. chem. Soc.*, 77, 1900, p. 5).

$C = 9,1.10^{-8}$ à 18° et pour des dilutions comprises entre 22 et 230 litres par molécule-gramme de H^2S, d'après Auerbach (*Z. phys. Chem.*, 49, 1904, p. 217).

([3]) En utilisant les relations : $P \times A = D$ et $A \times C = B$.

([4]) En prenant pour valeur de la constante C soit la valeur de Walker et Cormack, soit celle de Auerbach.

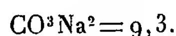
([5]) J. Knox, *Z. für Elektr.*, 12, 1906, p. 477.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la viscosité sur la vitesse d'absorption du gaz carbonique par les solutions de carbonate neutre de sodium.* Note [1] de MM. **Paul Riou** et **Paul Cartier**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons étudié [2] l'influence de quelques corps organiques sur la vitesse d'absorption du gaz carbonique par les solutions de carbonate neutre de sodium. Ces travaux tendaient à déterminer le rôle de la viscosité dans la vitesse d'absorption d'un gaz par un liquide.

Nous avons continué nos recherches sur des solutions alcalines contenant des corps organiques plus ou moins visqueux ne donnant pas de combinaisons avec le carbonate neutre de sodium. Nous donnons dans ce travail les vitesses d'absorption du gaz carbonique par des solutions de carbonate neutre de sodium contenant, en concentrations variables, du glycol éthylénique, de l'alcool méthylique et éthylique, du lactose et de l'aldéhyde méthylique.

Les concentrations sont exprimées en molécules-grammes multipliées par 10^{-2} dans 100^{g} d'eau et les vitesses V en centimètres cubes de gaz absorbés en une seconde par centimètre carré de surface absorbante multiplié par 10^{4}. Les expériences ont été faites à la température de 20°. Le tableau suivant donne la vitesse d'absorption du gaz carbonique par une solution de carbonate neutre de sodium additionné de glycol et de lévulose.

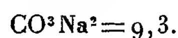

$CO^3Na^2 = 9,3.$

Glycol.			Lévulose.		
C.	V.	Viscosité.	C.	V.	Viscosité.
0,00	43,4	0,01222	0,00	43,4	0,01222
8,05	53,5	0,01416	2,00	62,5	0,01362
16,10	62,0	0,01566	5	71,4	0,01482
24,15	69,0	0,01788	7,8	72	0,01743
32,20	76,0	0,02012	10	14	0,02180
40,25	80,0	0,02608			

Les chiffres qui suivent se rapportent à des solutions additionnées de méthanol et d'éthanol :

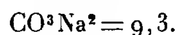
(1) Séance du 11 juin 1928.

(2) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 325.


$CO^3Na^2 = 9,3$.

Méthanol.			Éthanol.		
C.	V.	Viscosité.	C.	V.	Viscosité.
0,00	43,4	0,01222	0,0	43,4	0,01222
6,25	57,3	0,01360	4,3	47,2	0,01323
12,05	71,3	0,01490	8,7	49,3	0,01453
18,75	85,5	0,01555	13,0	51,7	0,01528
25,00	94,7	0,01640	17,38	53,0	»
31,25	103,5	0,01733	21,7	55,3	»
37,50	114,6	0,01826	26	58	»
43,75	123,4	0,01927			
50	130	»			

Le tableau suivant se rapporte aux solutions additionnées d'aldéhyde formique et de lactose :


$CO^3Na^2 = 9,3$.

Aldéhyde formique.			Lactose.		
C.	V.	Viscosité.	C.	V.	Viscosité.
0,0000	43,4	0,01222	0,00	43,4	0,01222
0,0123	50,0		0,64	51,2	0,01241
0,0615	61,0		1,28	61,7	0,01390
0,1230	66,5		1,92	66,2	0,01464
0,6150	128,3		2,56	68,5	0,01537
1,2300	135,5				
2,4600	146,0	0,01565			
3,6900	160,5	0,01816			
6,1500	186,8	0,02329			

Il est facile de se rendre compte que la viscosité n'est pas le facteur principal de la vitesse d'absorption du gaz carbonique par les solutions de carbonate neutre de sodium. Nous donnons, dans le tableau suivant, la liste des corps que nous avons ajouté à une solution de carbonate de sodium de même concentration. Pour une vitesse d'absorption déterminée nous avons calculé les données correspondantes :

	$V \times 10^4$.	P M.	Conc. du M. G. $\times 10^{-2}$.	Viscosité.
Glycérine	55	92	4,2	0,01280
Glycol	55	62	9,5	0,01420
Dextrose	55	180	0,4	0,01230
Lévulose	55	180	1,4	0,01280
Saccharose	55	342	0,2	0,01230
Lactose	55	342	0,9	0,01320
Alcool méthylique	55	32	5	0,01300
Alcool éthylique	55	46	19	0.01500
Aldéhyde méthylique	55	30	0,0312	0,01312

L'examen des résultats obtenus dans nos recherches nous impose les conclusions suivantes :

1° La viscosité peut avoir une certaine influence sur la vitesse d'absorption d'un gaz par un liquide, mais n'est en aucun cas le facteur principal.

2° La fonction chimique du corps organique cristalloïde ajouté semble jouer un rôle très important, sinon prépondérant, sur la vitesse d'absorption d'un gaz par un liquide.

3° Tous les corps organiques cristalloïdes, ne donnant pas de combinaison avec le carbonate neutre de sodium, ont augmenté la vitesse de réaction alors que la viscosité augmentait. L'aldéhyde méthylique à la concentration de $0^g,0037$ dans 100^{cm^3} de solution a fait passer la vitesse de 43,4 à 50. A la concentration de $0^g,3$ elle est passée aux environs de 130. Ces derniers résultats nous rapprochent des actions catalytiques et permettront peut-être des applications industrielles intéressantes dans le lavage des gaz. Nous nous proposons d'étudier plus attentivement ce phénomène.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la chaleur de formation des mélanges hydro-alcooliques partiellement miscibles.* Note (1) de M. **Pierre Brun**, présentée par M. G. Urbain.

Au cours des recherches que nous poursuivons sur les huiles de füsels (2), nous avons été conduits, en vue d'études ultérieures, à la détermination des chaleurs de formation de ces liquides.

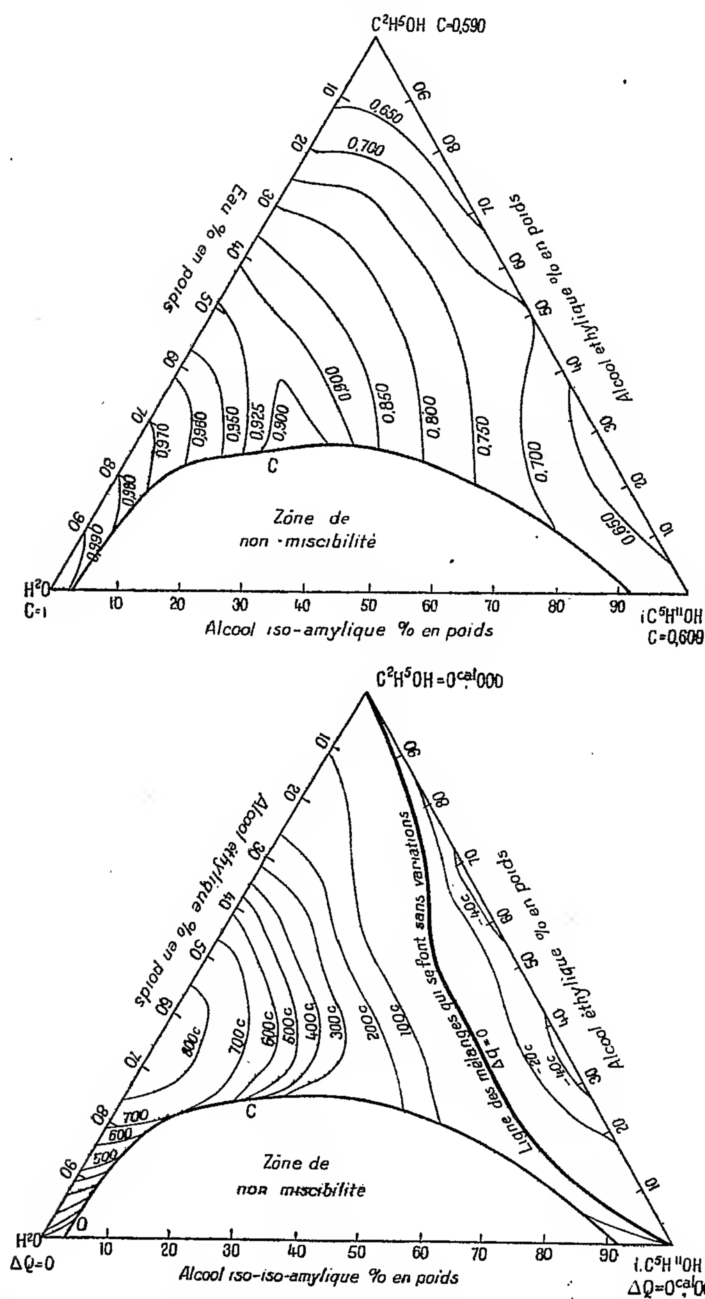
Pour faire ces mesures, nous avons assimilé ces huiles, en première approximation, à des mélanges d'eau-alcool éthylique-alcool iso-amylique (qui en sont les constituants principaux). Nous avons préparé des séries de mélanges de ces trois liquides, mélanges dont nous avons fait l'étude calorimétrique par la méthode classique de Berthelot. Nos résultats paraîtront plus tard et nous donnerons seulement ici deux graphiques que nous avons pu construire à l'aide de ces données. L'examen de ces graphiques, rapprochés de ceux que nous avons publiés déjà (3), nous permet, dans le cas des mélanges ternaires, de vérifier les principes établis dans le cas des mélanges de deux liquides (les mélanges qui s'accompagnent d'une contraction sont

(1) Séance du 4 juin 1928.

(2) P. Brun, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1747.

(3) P. Brun, *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 1221.

exothermiques; ceux qui se produisent avec une augmentation de volume



sont endothermiques), et de constater la proportionnalité des deux variations $\Delta q = f\Delta V$.

Nous constatons également que ni la chaleur de mélange, ni la chaleur spécifique de nos mélanges ne sont fonctions des concentrations des différents constituants. En particulier, si nous prenons des mélanges des deux alcools (de chaleurs spécifiques sensiblement égales) auxquels nous ajoutons des proportions croissantes d'eau, la masse des alcools étant prise comme unité, celle de l'eau étant M, si c est la chaleur spécifique de l'eau, c' celle des alcools et φ celle du mélange, la formule de Biron (1),

$$c' = \varphi(1 + M) - cM,$$

vérifiée avec assez de précision pour les mélanges loin de l'état critique, ne l'est plus du tout pour ceux qui approchent de la limite de miscibilité.

Nous signalerons aussi, en passant, que nous vérifions une fois de plus, sur la nappe représentative des propriétés thermiques de nos mélanges, l'existence du palier caractéristique de la miscibilité critique (2). C'est pourquoi nous avons été surpris des résultats publiés récemment sur les chaleurs de mélanges de certains couples partiellement miscibles (3). L'auteur a effectué ses mesures soit au-dessus, soit au-dessous de la température critique et n'a observé aucun trouble dans la régularité des isothermes au voisinage du point critique : il en conclut donc que, au point de vue calorimétrique, il y a continuité entre la zone de miscibilité et celle de non-miscibilité. Il est assez remarquable que, dans ce cas particulier, la miscibilité critique, qui semble cependant influer sur toutes les propriétés physiques des mélanges partiellement miscibles soit sans action sur leurs propriétés thermiques.

Nous pensons que peut-être n'y a-t-il pas d'influence sur les propriétés thermiques dans le cas où les mélanges s'effectuent sans association moléculaire, et inversement les associations moléculaires modifieraient les propriétés thermiques des mélanges? Seule une étude méthodique de nombreux mélanges qui serait orientée dans cette voie permettrait peut-être de répondre à cette question.

---

(1) Biron, *J. Soc. Chim. Phys. R.*, **40**, 1908, p. 341.

(2) P. Brun, *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 1223.

(3) Mondain-Monval, *Bull. Soc. chim.*, **43**, 1928, p. 145.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude des alliages de cuivre par la diffraction des rayons X.* Note ([1]) de M. **Joseph Loiseau**, transmise par M. Léon Guillet.

J'ai étudié, par les radiogrammes de Laue, la structure, après recuit, à des températures croissantes :

	Degré d'écrouissage ([2]) pour 100.
Du cuivre laminé	100
Du laiton Cu = 67, Zn = 33, laminé	80
Du laiton Cu = 60, Zn = 40, sans Pb	80
Du laiton Cu = 60, Zn = 40, avec Pb	80

Les taches de diffraction se répartissent, de part et d'autre, de la direction perpendiculaire au laminage passant par l'axe du faisceau, ce qui permet de déterminer, même aux températures élevées, la direction du laminage qui s'observe facilement après un recuit : à 1050° pour le cuivre, à 900° pour le laiton 67/33, à 700° pour le laiton 60/40.

Les plans réflecteurs qui forment le radiogramme sont ceux d'indice (100) du réseau cubique simple dont la maille serait : $3{,}60 \times 10^{-8}$ cm pour le cuivre, $3{,}98 \times 10^{-8}$ cm pour le laiton 67/33, $3{,}60 \times 10^{-8}$ cm pour le laiton 60/40 lorsque ces métaux sont laminés ou recuits à température modérée.

L'écrouissage oriente les plans (100) en les inclinant de 5°30′ sur le plan contenant la direction du laminage (Oy) et l'axe du faisceau. Ces faces sont inclinées du même angle sur le plan contenant la direction perpendiculaire (Ox) au sens de laminage et l'axe du faisceau. Pour un écrouissage voisin de 100 pour 100, le nombre des plans réflecteurs qui réfléchissent sur l'axe (Oy) est beaucoup plus grand que le nombre des plans qui réfléchissent sur l'axe (Ox).

Les plans bissecteurs des plans réflecteurs sont perpendiculaires entre eux et leur intersection est sur l'axe du faisceau.

Par laminage, le métal subit une modification profonde due aux déformations par glissement des masses cristallines. Le recuit a d'abord pour

([1]) Séance du 11 juin 1928.

([2]) Le degré d'écrouissage est défini par la relation $\frac{S - s}{s}$, S section initiale, s section finale de la planche.

effet d'orienter les plans (100) autour d'un axe perpendiculaire à la feuille laminée. Le recuit complet est atteint lorsque ces plans sont définitivement orientés.

Par surchauffe, il y a réflexion sur les plans réticulaires dont la distance est inférieure à la dimension de la maille et qui sont, dans l'ordre des équidistances décroissantes, les plans (110), (111), (200).

Le passage par un point de transformation modifie la forme des spectres en donnant aux taches de diffraction une orientation radiale pour un temps de chauffage suffisamment prolongé, ce qui annule l'effet dû au laminage.

J'ai comparé les spectres de Laue aux micrographies et aux courbes de l'essai de traction. J'ai observé les quatre zones classiques :

Première zone : Influence nulle; les propriétés gardent leurs valeurs initiales; le spectre s'apparente à celui du métal laminé.

Deuxième zone : Influence croissante; les propriétés varient avec la température; l'orientation des plans (100) se manifeste par le commencement de répartition des taches sur un cercle.

Troisième zone : Influence constante; les propriétés gardent les valeurs qu'elles ont à la fin de la deuxième zone. A ce moment le métal est entièrement recuit. Les plans (100) sont orientés.

Quatrième zone : Influence néfaste; toutes les propriétés diminuent de valeur simultanément; le métal est surchauffé. Les spectres indiquent les réflexions sur les plans (110), (111), (200).

Les cristaux grossissent et l'on peut obtenir le spectre du métal sur cristal unique après un chauffage suffisamment prolongé.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude cristallographique par rayons X de la structure de dépôts électrolytiques simultanés de deux métaux.* Note de MM. **Albert Roux** et **Jean Cournot**, présentée par M. Léon Guillet.

Nous avons déposé simultanément par électrolyse les métaux suivants : cuivre-zinc sur acier, cadmium-argent sur duralumin, cadmium-étain sur duralumin, cadmium-nickel sur duralumin, et nous avons recherché [1], sur les spectres de diffraction des rayons X, si les métaux déposés en même temps conservaient leur personnalité ou s'ils se combinaient ou donnaient lieu à miscibilité pendant l'electrolyse.

---

[1] Ces recherches constituent une partie de celles entreprises grâce à la subvention accordée en 1926 par l'Académie aux deux auteurs sur la fondation Le Chatelier.

Nous avons, dans nos expériences, utilisé un tube Coolidge à anticathode de molybdène refroidie par circulation d'eau (tension 39000 volts, intensité efficace 10 milliampères, distance anticathode-échantillon 180mm, largeur de la fente 0mm,2). Le film photographique était enroulé sur un cylindre de diamètre 120mm dont l'axe était confondu avec l'axe d'oscillation de l'échantillon.

L'échantillon était constitué par une plaque métallique recouverte du dépôt électrolytique, comme nous l'avons indiqué ci-dessus. L'angle d'oscillation de l'échantillon était de 15°; les rayons étaient filtrés à travers une couche de zircone pour n'utiliser que la radiation de longueur d'onde $\lambda = 0,712$. La durée du temps de pose variait de 3 à 5 heures suivant les échantillons.

Les tableaux indiquent les résultats obtenus expérimentalement et ceux déduits de la formule $d = \frac{n\lambda}{2\sin\theta}$, dans laquelle d est la distance des plans réticulaires, n le nombre entier, $\lambda = 0,712$, θ l'angle d'incidence.

Distance des raies au rayon non dévié.	Angle 2θ.	Distance des plans.	Intensité des raies.	Distance des raies au rayon non dévié.	Angle 2θ.	Distance des plans.	Intensité des raies.
			Argent.				
mm 11,5	° 12,19	Å 3,727	faible	mm 30,0	° 31,80	Å 1,440	très faible
15	15,90	2,858	faible	34,50	36,22	1,290	forte
17,50	18,55	2,453	*très forte*	36,00	38,16	1,206	moyenne
20,50	21,73	2,097	*forte*	41,50	43,99	1,054	faible
25,5	27,03	1,690	faible	45,75	48,49	0,958	faible
27,0	28,62	1,597	faible	47,75	50,61	0,920	faible
29,0	30,74	1,489	moyenne				
			Argent-Cadmium.				
16,00	16,96	2,681	*forte*	35,00	37,10	1,249	moyenne
18	19,08	2,385	*très forte*	36,75	38,95	1,182	moyenne
21	22,26	2,046	*forte*	43,00	45,58	1,016	faible
29,75	31,53	1,453	moyenne	46,5	49,29	0,943	faible
31,50	33,39	1,374	*forte*	48,0	50,88	0,915	faible

Distance des raies au rayon non dévié.	Angle 2θ.	Distance des plans.	Intensité des raies.	Distance des raies au rayon non dévié.	Angle 2θ.	Distance des plans.	Intensité des raies.
			Cadmium.				
mm	"	Å		mm	"	Å	
14,75	15,63	2,905	très faible	37,00	39,22	1,174	très faible
16,50	17,49	2,601	faible	38,50	40,81	1,130	très faible
18,00	19,08	2,384	*très forte*	40,75	43,25	1,069	très faible
20	21,20	2,148	très faible	42,75	45,31	1,022	très faible
22,25	23,58	1,933	moyenne	45,50	48,23	0,962	très faible
28,75	30,47	1,503	*forte*	47,25	50,08	0,928	très faible
32,75	34,71	1,323	*forte*	51,00	54,06	0,864	très faible
34,25	36,30	1,265	faible				
			Nickel-Cadmium.				
18,00	19,08	2,385	*très forte*	35,00	37,10	1,249	moyenne
21,00	22,26	2,046	*forte*	36,75	38,95	1,182	faible
26,25	28,09	1,627	très faible	43,00	45,58	1,016	faible
29,75	31,53	1,453	moyenne	47,00	49,82	0,959	faible
31,00	32,86	1,395	très faible	48,00	50,88	0,915	faible
			Nickel.				
20,75	21,99	2,072	*très forte*	34,25	36,30	1,243	faible
24,00	25,44	1,794	*forte*	40,50	42,93	1,086	moyenne
			Étain.				
15,00	15,90	2,858	moyenne	33,00	34,98	1,312	*forte*
21,00	22,26	2,046	*très forte*	35,75	37,89	1,214	*forte*
25,50	27,03	1,690	moyenne	39,50	41,87	1,103	faible
28,75	30,47	1,502	*forte*	41,50	43,99	1,059	faible
29,50	31,27	1,465	moyenne	44,00	46,64	0,994	faible
			Étain-Cadmium.				
18	19,08	2,385	*très forte*	36,50	38,69	1,155	très faible
21	22,26	2,046	*forte*	43,00	45,58	1,016	faible
29,75	31,53	1,453	moyenne	45,50	49,29	0,943	faible
31,50	33,39	1,374	faible	48,00	50,88	0,915	faible
35,00	37,10	1,249	moyenne				
			Zinc.				
17,00	18,03	2,521	*très forte*	31,75	33,33	1,417	*forte*
18	19,08	2,384	faible	34,50	36,22	1,190	faible
20	21,20	2,148	*très forte*	36,50	38,69	1,155	faible
25	26,25	1,746	moyenne	38,00	39,90	0,935	faible

Distance des raies au rayon. non dévié.	Angle 2θ.	Distance des plans.	Intensité des raies.	Distance des raies au rayon. non dévié.	Angle 2θ.	Distance des plans.	Intensité des raies.
			Cuivre.				
mm	°	Å		mm	°	Å	
21,00	22,29	2,045	*très forte*	40,75	43,25	1,069	moyenne
24,25	25,63	1,528	*forte*	42,50	45,11	1,050	faible
33,5	35,54	1,294	moyenne				
			Cuivre-Zinc.				
20,25	21,46	2,122	*très forte*	37,0	39,22	1,174	faible
23,5	24,91	1,832	*forte*	39,0	41,43	1,116	faible
30,0	31,80	1,440	faible	40,5	42,93	1,076	faible
33,0	34,98	1,312	faible				

L'examen des résultats obtenus montre bien que les spectres des dépôts simultanés ne sont pas la superposition des spectres des métaux constituants, donc que pendant l'électrolyse, les métaux s'unissent pour former soit des solutions, soit des combinaisons; la modification est d'ailleurs d'autant plus profonde que le diagramme d'équilibre est plus complexe.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la préparation et les propriétés d'un borure de cérium.* Note de M. **L. Andrieux**, présentée par M. G. Urbain.

La méthode électrolytique de préparation des borures que j'ai fait connaître récemment m'a permis d'obtenir de nouveaux borures, notamment les borures de quelques métaux des terres rares. L'oxyde de cérium étant le plus commun des oxydes des terres rares, c'est lui que j'ai d'abord utilisé. Je me bornerai à résumer dans cette Note les recherches relatives à un borure de cérium de formule CeB^6. Dans ces recherches, je me suis attaché surtout à déterminer la composition des bains d'électrolyse convenant le mieux à la préparation de ce borure et susceptibles d'être employés également à la préparation des borures des autres métaux des terres rares. Les essais et les analyses ont été faits de la même manière que pour les borures des métaux alcalino-terreux [1].

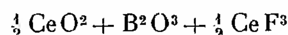
A. L'électrolyse de l'oxyde de cérium CeO^2 dissous dans l'anhydride

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1537.

borique fondu se fait difficilement, car le métaborate formé $Ce^2O^3.3B^2O^3$ possède un point de fusion très élevé et n'est pas miscible avec l'anhydride borique en excès.

B. Les mélanges d'oxyde de cérium, d'anhydride borique en excès et de fluorure de cérium donnent à des températures voisines de 1000° des bains homogènes, fluides et suffisamment stables pour être électrolysés.

En électrolysant à 1000° par un courant de 20 ampères le mélange



$$\tfrac{1}{2}\,CeO^2 + B^2O^3 + \tfrac{1}{2}\,CeF^3$$

j'ai obtenu de beaux cristaux bleu violacé qui, à l'analyse, ont donné les résultats suivants :

	I.	II.	III.	Calculé pour CeB^6.
Bore................	31,67	31,55	31,72	31,64
Cérium.............	68,07	68,16	68,18	68,36

La préparation du borure de cérium CeB^6, à partir de bains tels que le précédent, formés de borate de cérium, de fluorure de cérium et d'anhydride borique en excès, présente plusieurs inconvénients : pendant la fusion et l'électrolyse il se produit un dégagement de fluorure de bore assez gênant; après l'électrolyse, il est difficile de séparer les cristaux obtenus de la masse; enfin les mélanges précédents exigent de trop grandes quantités d'oxyde et de fluorure de cérium; ce dernier inconvénient suffirait, à lui seul, à rendre la méthode inapplicable à l'electrolyse des autres « terres rares ».

C. C'est dans le but d'éviter ces inconvénients que j'ai fait d'autres essais dans lesquels j'ai remplacé le fluorure de cérium par un autre fluorure, et même une partie de l'oxyde de cérium par un autre oxyde. Voici la composition (en molécules-gramme) des bains que j'ai électrolysés à des températures de 950 à 1000°, par des courants de 20 ampères :

1° $\tfrac{1}{3}\,CeO^2 + B^2O^3 + KF$,
2° $\tfrac{1}{3}\,CeO^2 + B^2O^3 + LiF$,
3° $\tfrac{1}{3}\,CeO^2 + B^2O^3 + CaF^2$,
4° $\tfrac{1}{3}\,CeO^2 + B^2O^3 + BaF^2$,
5° $\tfrac{1}{3}\,CeO^2 + B^2O^3 + MgF^2$,
6° $\tfrac{1}{10}\,CeO^2 + 2B^2O^3 + K^2O$,
7° $\tfrac{1}{10}\,CeO^2 + 2B^2O^3 + Li^2O(Li^2CO^3)$,
8° $\tfrac{1}{10}\,CeO^2 + 2B^2O^3 + K^2O + KF$,
9° $\tfrac{1}{10}\,CeO^2 + 2B^2O^3 + Li^2O(Li^2CO^3) + LiF$,
10° $\tfrac{1}{10}\,CeO^2 + 2B^2O^3 + MgO + MgF^2$.

Dans tous ces essais j'ai obtenu le même borure CeB^6. Le bain d'élec-

trolyse n° 9, constitué par un mélange de borate de lithium et de fluorure de lithium, donne particulièrement de bons résultats; il fond assez facilement, il est fluide et stable; il ne désagrège pas les creusets de charbon et permet, à partir d'une faible quantité d'oxyde, de préparer une notable quantité de borure. J'ai pu, par exemple, obtenir avec ce bain 10g,830 de borure en partant de 15g de CeO^2, après 2 heures et demie d'électrolyse.

D. Lorsqu'on emploie le borax seul, ou un mélange de borax et de fluorure de sodium comme bains d'électrolyse, on obtient généralement des composés plus riches en bore, dont je poursuis l'étude.

E. Enfin l'électrolyse de l'oxyde de cérium dans un mélage de borate et de fluorure alcalino-terreux donne des borures qui peuvent contenir à la fois du cérium et le métal alcalino-terreux.

Le borure de cérium CeB^6 se présente sous forme d'agrégats de petits cristaux bleu violacé d'aspect cubique ou prismatique au microscope. Il est dur, il raye facilement le quartz et la topaze, difficilement le rubis. Sa densité est 4,6 à 15°.

Il n'est attaqué ni par l'acide chlorydrique, ni par l'acide fluorhydrique, ni par l'acide sulfurique étendu. L'acide sulfurique concentré l'attaque à chaud avec dégagement de SO^2. L'acide azotique étendu l'attaque rapidement; la réaction est très énergique avec l'acide azotique concentré.

Il résiste à l'attaque des solutions alcalines, mais il est décomposé au rouge par la soude et la potasse fondues, et par les carbonates, les nitrates et les bisulfates alcalins.

Il brûle difficilement à l'air, mais il réagit violemment quand on le chauffe avec certains oxydants tels que le peroxyde de plomb et le peroxyde de sodium.

En résumé, c'est un corps stable qui rappelle beaucoup, par ses propriétés, les borures des métaux alcalino-terreux.

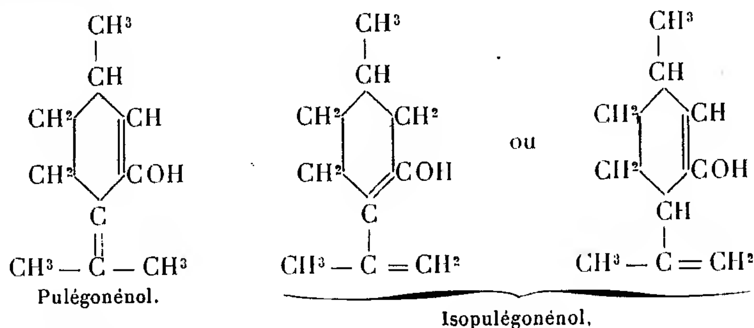
CHIMIE ORGANIQUE. — *Courbes d'absorption des pulégonénols.* Note [1] de M. **Jean Savard**, présentée par M. Charles Moureu.

Si les courbes d'absorption ultraviolette ont déjà permis de déceler l'apparition d'une forme énolique [2] dans une solution, l'étude du spectre d'un énol libre et pur n'a pas encore été réalisée,

(1) Séance du 11 mai 1928.

(2) S.-A. Schou, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1452.

Ayant nous-même mis au point une méthode de préparation de quelques énols ([1]), nous avons jugé utile d'en déterminer les courbes d'absorption. Nous nous sommes adressé au pulégonénol et à l'isopulégonénol, dont nous avions précédemment reconnu la stabilité. Ces corps ne sont pas des mélanges en équilibre, plus ou moins riches en forme énolique, mais renferment bien 100 pour 100 de cette forme, ainsi que le montre le dosage de l'OH par les organozinciques ou les organomagnésiens, et possédant les formules de constitution :



Pulégonénol. Isopulégonénol.

Nous avons tracé sur la même figure les courbes d'absorption de la pulégone, de l'isopulégone et de leurs énols.

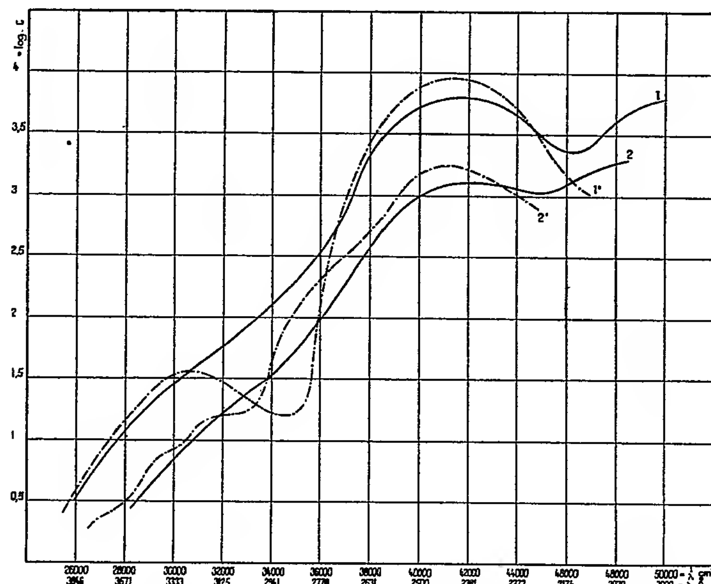
	Maximum (CO).		Maximum (C=C).		
	$\frac{1}{\lambda}$.	log ε.	$\frac{1}{\lambda}$.	log ε.	Bande de l'OH.
Pulégone......	30',664	1,560	41',254	3,950	Pas de bande
Pulégonénol...	Pas de bande		42,000	3,844	Bande visible jusqu'à 50',200; log = 3,766 env.
Isopulégone ...	Palier, mais pas de maximum défini		41,237	3,243	Pas de bande
Isopulégonénol.	Pas de bande		42,500	3,120	Bande visible jusqu'à 48',500; log = 3,3 env.

Les courbes des deux énols présentent par rapport à celles des cétones correspondantes des variations comparables.

La forme énolique et la forme cétonique donnent, vers le rouge, sensiblement la même absorption, mais tandis que la courbe de la première s'élève sans irrégularité jusqu'au 2380 Å, celle de la deuxième comprend deux parties bien distinctes, l'une située entre 3000 et 3200 Å, correspondant au

([1]) Grignard et Savard, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1573; *Bull. Soc. chim.*, 37, 1925, p. 597.

groupement CO, et l'autre aux environs de 2400 Å et correspondant à la double liaison. Le remplacement de la fonction CO par la fonction énol supprime la première bande (la moins accusée) de la courbe de la pulé-



gone. Ainsi se trouve démontré une fois de plus que cette bande correspond bien au groupe CO.

Examinons les courbes au delà du point maximum de la double liaison. Celles des cétones s'abaissent continuellement, tandis que celles des énols après avoir décru légèrement s'élèvent à nouveau et sans arrêt jusqu'à la limite ultraviolette du spectre photographié. Cette courbe ascendante constatée chez les énols, et qui se retrouve chez différents alcools, correspond vraisemblablement à la première partie d'une bande d'absorption due à l'OH et dont le maximum serait situé dans l'ultraviolet extrême vers 1800 Å probablement.

Dans le pulégonénol et dans la pulégone les maxima de la bande éthylénique sont sensiblement situés sur la même longueur d'onde (2380). L'introduction du groupe OH ne repousse donc pas vers le rouge la bande de la double liaison préexistante. Il en est de même pour l'isopulégone et son énol. Mais, fait surprenant, l'intensité de la bande due à la double liaison est plus faible pour l'énol en contenant deux que pour la cétone en contenant une seule. L'introduction de la fonction énol ne produit pas comme on

pourrait le croire une considérable augmentation de log ε (max. double liaison), mais bien au contraire une diminution, dont la valeur atteint 0,106 pour le pulégonénol et 0,123 pour l'iso.

Ainsi donc en résumé le remplacement du CO par le groupe = C(OH) dans les pulégones (cétones non saturées) provoque :

1° la disparition de la première bande (vers 3000-3200 Å) attribuée au CO;

2° l'apparition de la première partie ascendante d'une bande située dans l'ultraviolet extrême et devant vraisemblablement être attribuée au groupe OH;

3° ne modifie pas sensiblement la position de la bande éthylénique, mais par contre abaisse la valeur de son intensité d'absorption maximum (1).

SÉISMOLOGIE. — *Tremblements de terre de Bulgarie en 1928 : Situation géologique des régions dévastées et dislocations diverses.* Note (2) de M. **Mikaïlovitch Jélénko**, présentée par M. Bigourdan.

1° *Situation géologique.* — Le profil transversal de la vallée de la Marica du sud au nord est le suivant : schistes cristallins des vieilles masses du Rhodope, zones éruptives (roches trachytoïdes) calcaires éocènes fortement disloqués; pliocène (levantin), pléistocène et sédimentations récentes, formant la vallée de la Marica proprement dit; puis, au nord, les calcaires éocènes disloqués, une autre zone éruptive (roches granitoïdes), crétacé et schistes cristallins de Rhodope.

La région épicentrale de la secousse du 14 avril embrasse : éocène, pliocène, pléistocène et sédimentations récentes. Celle de la secousse du 14 avril n'a pas débordé les couches récentes, pléistocènes et pliocènes. La troisième secousse du 25 avril a eu son épicentre dans un bassin de pléistocène, encadré entre les massifs des roches trachytoïdes du nord et les roches granitoïdes de trias et de schistes cristallins du sud.

Vu la situation tectonique de la région sinistrée, il est bien évident que :

(1) Dans une précédente Note, commentant l'exaltation de l'absorption de la double liaison de la pulégone de distillation (comparée à la pulégone β pure) nous avions émis deux hypothèses : 1° présence d'un peu d'énol libre; 2° formation d'une combinaison moléculaire de pulégone et d'isopulégone ou d'énol. Il résulte de notre présente Note que cette dernière éventualité devra seule être envisagée.

(2) Séance du 11 juin 1928.

a. l'épicentre du 14 avril se trouve dans un vieux graben dont les horsts en sont les roches du Rhodope du sud et du nord; *b*. l'épicentre du 18 avril en était limité dans un autre graben intercalé des couches pléistocènes et récentes responsables de dévastations complètes et de plus grandes déformations du terrain; *c*. l'épicentre du 25 avril a eu lieu dans un vieux graben avec les horsts des schistes cristallins du Rhodope et des grandes masses éruptives (trachytes et syénites).

2° *Causes et conclusions*. — La question se pose de chercher l'impulsion du premier choc. Autant que je puis en juger, on peut la trouver dans ces deux causes, l'une purement tectonique et l'autre isostatique.

a. La cause tectonique provient de la mobilité permanente du terrain entre les masses du Rhodope dans la péninsule balkanique d'une part et celles d'Asie Mineure de l'autre. La région en est limitée à l'ouest, dans la Thrace, par une dislocation générale du nord-est à sud-ouest, qui partant de la mer Noire (Midi) passe à l'est d'Andrinople (Yédréné), descend par le golfe d'Enos dans la mer Égée; l'autre dislocation à l'est dans l'Asie Mineure; elle a même direction, partant de la mer Noire (embouchure de la Sakarija), passe par Brousse, Smyrne, descend à la mer Égée près de l'île Samos. La surface ainsi délimitée, en général formée de sédimentations tertiaires, serrées entre les horsts des schistes cristallins, fait une dépression tectonique que j'appelle *la dépression de la Propontide*: le bassin de la mer de Marmara y occupe une partie considérable.

Durant février 1928 on a compté une série de grands tremblements de terre, dont quelques uns catastrophaliques et ruineux dans les environs de Smyrne. Les blocs tectoniques faisant ensemble la dépression de la Propontide, étant plus labiles depuis les grandes catastrophes séismiques de l'année 1912, ont dès que l'occasion s'en est présentée dans la dislocation de l'est, provoqué le mouvement des fragments de la masse du Rhodope dans la dislocation de l'ouest.

Mobilisés de cette manière, les fragments du Rhodope qui entourent le bassin de la Marica ont donné des chocs du sud et d'ouest, même du nord. Nombre de ruines des grands bâtiments isolés dans la région épicentrale sanctionnent cette conclusion. Nombre d'autres chocs forts, posthumes ont mis en évidence une migration des épicentres séparés d'ouest vers l'est, par exemple ceux des environs de Constantinople, Dardanelles, les catastrophes séismiques du 2 mai dans les environs de Jenichehir et de Kutahia mettent en clair le chancellement de la stabilité des fragments des masses cristallines

d'Asie Mineure. Nombre de forts mouvements séismiques s'élançant à la poursuite dans les masses du Rhodope (G. Djoumaya, épicentre catastrophique du 4 avril 1904; Seres, etc.) démontrent même la vacilité des fragments des masses cristallines dans la péninsule balkanique.

b. La source isostatique provient de la Marica et de ses affluents qui déposent de grandes quantités d'alluvions sur les blocs du graben. Cette pression, une fois devenue assez grande, peut exciter l'accélération des blocs d'ailleurs mobiles en provoquant des mouvements suivant les autres dislocations demeurées apparemment tranquilles. A la faveur de ces mouvements bien accusés, de nouvelles dislocations commencent à s'ouvrir, provoquant des sources séismogènes au début des chocs ruineux accompagnés des bruits d'une durée et d'intensité très élevée et après, des plus ou moins longues séries de secousses posthumes.

Des secousses désastreuses dans la même région (environs de Plovdiv) sont déjà connues en l'année 1750 et le 29 juin 1759. Si l'on étudiait la périodicité des grandes catastrophes séismiques dans le bassin tectonique de Plovdiv on ne pourrait pas négliger l'influence quelle qu'elle soit de la source isostatique. Nombre de ruines, accusant la composante verticale des mouvements de la région, démontrent même l'action isostatique.

Les événements dans la surface du pléistoséiste de deux catastrophes mettent en évidence formation des nouvelles dislocations transversales à la plaine de la Marica. Dans le vieux bloc elles découpent un bloc nouveau polygonal d'une étendue de 96^{km} carrés.

La genèse des derniers mouvements en février-mai confirme mes conclusions sur la cause des fréquentes et grandes catastrophes séismiques dans la péninsule balkanique, dans le bassin de la mer de Marmara et sur les côtes ouest de l'Asie Mineure, que j'ai présentées dans une Note à l'Académie du 13 mai 1918.

Des mesures géodésiques à entreprendre dans la région ébranlée de la plaine de la Marica une fois fixée, nous donneront avec plus de précision la grandeur et le sens des dislocations en question.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur l'ionisation intense de l'air dans les lieux fréquemment foudroyés.* Note (¹) de MM. C. **Dauzère** et **J. Bouget**, présentée par M. Brillouin.

Nous avons montré (²) que la prédilection de la foudre pour certains lieux est en relation avec la constitution géologique du sol; nous avons indiqué une explication possible des phénomènes observés, qui consiste à admettre qu'au-dessus des lieux foudroyés l'ionisation de l'air est maxima, par rapport à celle qui existe dans les lieux voisins. Une série d'expériences a été entreprise par nous dans le but de vérifier cette hypothèse.

Il faudrait, en toute rigueur, compter le nombre d'ions de chaque signe et de chaque espèce (petits et gros ions), dans les lieux fréquemment atteints et dans des lieux environnants notoirement épargnés par la foudre; mais nous devons éviter toute complication d'appareils et d'opérations, car nous avons à faire un grand nombre de mesures dans la montagne (Pyrénées), en des lieux dont l'accès est parfois difficile. Aussi nous nous bornons, malgré les défauts de la méthode, à des expériences de déperdition des charges électriques, effectuées au voisinage immédiat (15^{cm}) du sol dont on veut étudier les propriétés ionisantes. Ces expériences nous permettent de calculer la conductibilité de l'air, qui résulte de l'ionisation et dont la connaissance est surtout utile pour notre but. Les expériences de déperdition ne peuvent être effectuées sous la pluie, aussi nous opérons d'habitude par temps serein, persuadés que les différences à constater sont permanentes; mais nous cherchons à profiter autant que possible, pour faire nos mesures, des instants qui précèdent les orages.

Nous opérons avec l'appareil classique d'Elster et Geitel, parce qu'il est facilement transportable. Nous mesurons le temps t que met le potentiel du cylindre de déperdition (de capacité c), fixé sur l'électromètre (de capacité c') à s'abaisser de la valeur V_0 à la valeur V; nous calculons la conductibilité λ de l'air, pour les ions de signe contraire à celui de la charge du cylindre, par la formule (³)

$$4\pi\lambda = \frac{c+c'}{c} \cdot \frac{1}{t} \cdot \operatorname{Log}_e \frac{V}{V^0}.$$

Les résultats obtenus sont très variables avec les conditions météorologiques; néanmoins en opérant à des instants aussi rapprochés que possible, dans des lieux voisins, on obtient des nombres suffisamment comparables. A titre d'exemple, nous citerons les mesures faites le 14 mai 1928, entre 13^h et 14^h, dans l'un des lieux foudroyés dont il est question dans notre dernière Note (rampe de Capvern, rupture de la ligne

(¹) Séance du 30 mai 1928.

(²) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 1565.

(³) M. Mathias, *Traité d'Électricité atmosphérique*, p. 108.

électrique de traction de la Compagnie des Chemins de fer du Midi); nous avons opéré en trois points, à peu près à la même altitude (540^m), et les conditions météorologiques n'ont pas changé pendant la durée des observations.

Valeurs de λ (ions négatifs) en U. E. S.

A 200^m sud-est du point de chute	$0,90.10^{-4}$
Au point de chute de la foudre	$1,24.10^{-4}$
A 200^m nord-ouest du point de chute	$0,87.10^{-4}$

Une pluie orageuse est tombée immédiatement après la dernière mesure.

Nous avons opéré ainsi au voisinage d'un grand nombre de lieux fréquemment foudroyés, précédemment reconnus par nous, et dans d'autres lieux où la constitution géologique du sol nous paraissait présenter quelque intérêt. Les résultats de ces expériences sont tous analogues à l'exemple que nous venons de citer; en généralisant ces résultats nous sommes conduits aux conclusions suivantes :

1° *Il existe des lieux dans lesquels l'ionisation de l'air, au voisinage du sol, est constamment plus intense que celle qu'on observe dans les lieux environnants, à la même altitude et dans les mêmes conditions physiques.*

2° *Les lieux qui sont fréquemment foudroyés coïncident avec des lieux d'ionisation maxima; la situation des uns et des autres dépend de la constitution géologique du sol, comme il a été indiqué dans la Note précédente.*

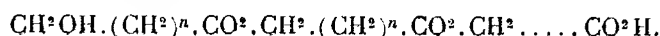
On comprend maintenant ce qui se passe, au moment d'un orage, dans les lieux d'ionisation intense ci-dessus spécifiés. Le mouvement ascendant de l'air, qui donne naissance aux cumulo-nimbus orageux, entraîne vers le haut les ions formés en permanence au voisinage du sol. Le champ électrique de grande intensité, qui règne sous le nuage orageux, accélère ce mouvement pour les ions de signe contraire à celui de la charge du nuage; il favorise en même temps la production plus abondante des ions par le sol. Il se forme ainsi sur la verticale du lieu une colonne ascendante d'ions (plus ou moins déviée par le vent), qui fonctionne comme la tige d'un paratonnerre pour attirer la foudre et lui offrir vers le sol un chemin de moindre résistance.

Les conséquences des faits que nous venons d'exposer et leurs applications pratiques paraissent nombreuses. Nous avons indiqué, dans notre précédente Note, ce qui est relatif à la protection contre la foudre; nous devons ajouter que les lignes de transport d'énergie doivent subir, dans les lieux d'ionisation intense, des pertes par défaut d'isolement (effluves dans les lignes à haute tension). La marche des orages dans une région peut

aussi être influencée par l'existence des lieux d'ionisation maxima; il en est de même des parasites atmosphériques de T. S. F., dont les relations avec les orages sont bien connues. Enfin l'usage de l'électromètre, qui permet de découvrir les lieux d'ionisation intense, est susceptible de rendre quelques services dans la recherche de la constitution géologique du sol.

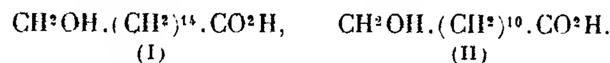
CHIMIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles recherches sur les étholides des cires de Conifères.* Note (1) de MM. **J. Bougault** et **E. Cattelain**, présentée par M. Charles Moureu.

En 1908, l'un de nous, avec M. Bourdier (2), avons découvert dans la cire recouvrant les feuilles de Conifères un nouveau groupe de principes immédiats auxquels nous avons donné le nom d'*étholides*. Ces composés sont formés par l'association de molécules d'acides-alcools unies suivant le mode qui relie les acides-amidés dans les peptides d'Em. Fischer; le schéma suivant en donnera une idée :



$$CH^2OH.(CH^2)^n.CO^2.CH^2.(CH^2)^n.CO^2.CH^2.....CO^2H.$$

La libération, par saponification, des molécules simples d'acides-alcools engagées dans ces étholides nous a fourni deux de ces acides-alcools : l'acide junipérique (I) ou acide oxypalmitique, et l'acide sabinique (II) ou acide oxylaurique



$$\underset{(I)}{CH^2OH.(CH^2)^{14}.CO^2H}, \qquad \underset{(II)}{CH^2OH.(CH^2)^{10}.CO^2H}.$$

Des quatre espèces de Conifères étudiées alors : *Juniperus Sabina, Juniperus communis, Picea excelsa, Thuya occidentalis*, la première et la dernière nous ont seules fourni de l'acide sabinique; l'acide junipérique, au contraire, a été rencontré dans tous les cas.

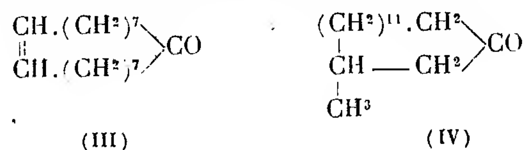
I. Ces recherches sont restées pendant longtemps purement documentaires, mais, dans ces dernières années, elles ont acquis un intérêt pratique,

(1) Séance du 11 juin 1928.

(2) *Comptes rendus*, 147, 1908, p. 1311; 150, 1910, p. 874, et pour plus de détails *Journ. Pharm. et Chim.*, 6e série, 29, 1909, p. 561; 30, 1909, p. 10; 7e série, 1, 1910, p. 425, et 3, 1911, p. 101.

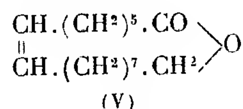
à la suite des savantes recherches de Ruzicka (1) d'une part et de Kerschbaum (2) d'autre part.

Le premier a établi la constitution de deux principes immédiats naturels à odeur de musc, la civettone (III) et la muscone (IV),



et montré que ce sont des cétones appartenant à une chaîne cyclique à nombreux atomes de carbone.

Les travaux de Kerschbaum continuent les précédents. Ils portent sur des composés à odeur de musc d'origine végétale, en particulier un composé extrait de l'essence d'ambrette, de formule (V), l'ambrettolide. Comme le montre sa constitution,



ce corps, quoique à odeur de musc, n'est pas une cétone, mais une lactone. Par saturation de sa liaison éthylénique par hydrogénation il fournit le dihydroambrettolide, composé qui, lui aussi, possède une odeur musquée, et n'est autre que la lactone de l'acide junipérique.

II. Il ressort de cet ensemble de travaux que l'acide junipérique acquiert une certaine importance comme base de préparation de composés à odeur de musc; il peut donc être intéressant de rechercher une source naturelle abondante de ce composé.

C'est dans ce but qu'avec la collaboration de M. E. Cattelain, nous avons étendu à quelques autres Conifères les travaux commencés par M. Bourdier.

Trois nouvelles espèces ont été examinées : le Pin maritime, *Pinus maritima* Lamk., le Pin d'Autriche, *Pinus austriaca* Link. et le Sapin de Nordmann, *Abies Nordmanniana* Spach. Les recherches ont été effectuées en nous inspirant des premières et d'après le même mode de travail (*loc. cit.*).

(1) Ces travaux ont paru en plusieurs articles dans *Helv. chim. Acta*, 9, 1926, p. 230, 715, 1008.

(2) *Ber. d. d. chem. Gesell.*, 60, 1927, p. 902.

L'acide junipérique a été trouvé dans les trois espèces, l'acide sabinique dans deux seulement. Quant aux proportions elles sont très faibles, comme dans les espèces antérieurement étudiées. Le tableau suivant donne les quantités de chaque acide retirées de 1^{kg} de feuilles sèches :

	Acide	
	junipérique.	sabinique.
Sapin de Nordmann	1^{g}	0^{g}
Pin d'Autriche..............	1,800	0,300
Pin maritime...............	1,700	1,200

Ces résultats montrent qu'il est peu probable qu'on rencontre dans les Conifères une source intéressante d'acide junipérique. Pour préparer cet acide dans un but industriel il sera nécessaire d'avoir recours à la synthèse.

ENTOMOLOGIE. — *Le régime de l'*Opisthopatus Blainvillei. Note [1] de M. **H. Janvier** (Fr. Claude-Joseph), présentée par M. E.-L. Bouvier.

J'ai observé par centaines des *Opisthopatus Blainvillei* Gay-Gervais au cours d'une exploration entomologique dans le sud du Chili, aux environs de Loncoche.

Ces Péripates vivent ordinairement à l'intérieur des troncs couchés sur le sol, depuis longtemps, dont les fibres sont dans un état de décomposition assez avancé et qui restent la plus grande partie du jour à l'ombre. En fendant ces troncs, on met à découvert de nombreuses galeries de xylophages où se promènent les Péripates, tantôt isolés, tantôt par groupes de 6 à 8. Sous les chocs de l'outil, l'animal prend l'attitude de mort apparente, puis cherche les recoins obscurs dès qu'il est frappé par la lumière. Les labyrinthes qu'il habite sont l'œuvre du *Calotermes chilensis*.

Comme j'ai pu m'en convaincre par l'observation d'une centaine d'individus en captivité, ce sont des chasseurs et des mangeurs incomparables de Termites, et si les ravages des *Calotermes* sont limités, on le doit en grande partie aux Péripates.

Chaque nuit, ces animaux parcourent les galeries des *Calotermes* et lancent des faisceaux de filaments gluants sur les individus qu'ils ren-

---

(1) Séance du 7 mai 1928.

contrent; les Termites atteints par ces filets élastiques restent emprisonnés sur place et en font des proies faciles à dévorer; le Péripate laisse ses prisonniers se débattre et s'affaiblir avant de les entamer, il les dévore ordinairement dans les 24 heures qui suivent l'engluement. Les Péripates adultes récemment capturés lancent leur secrétion sous la forme d'un jet qui peut atteindre jusqu'à 50^{cm} quand on les saisit brusquement.

Il ne sera pas inutile de relever quelques-unes de mes expériences sur l'alimentation du Péripate chilien. Je lâche 15 *Calotermes* peu développés dans la boîte qui renferme un Péripate isolé qui mesure 36^{mm} pendant la marche; en deux jours il en mange 14, laissant le quinzième qui meurt empêtré dans ses amarres. J'enferme un autre individu, un joli Péripate de 64^{mm}, avec 27 *Calotermes*, sur les 5^{h} du soir; le lendemain matin, à 8^{h}, le prisonnier avait dévoré 12 Termites et capturé 11 autres dans des filets de mucus gluant solidifié. D'ailleurs, bien que préféré, ce régime entomophage ne paraît nullement indispensable. Des Péripates laissés en commun ont vécu ensemble pendant 8 mois, sans autre aliment que des morceaux de bois en décomposition et des excréments de xylophages; ils ne paraissent nullement avoir souffert de la privation de *Calotermes* et se promènent avec autant d'agilité que ceux qui ont mangé régulièrement de ces Insectes.

Bien que les Péripates réservent ordinairement pour la nuit la consommation de leurs victimes, ils les mangent aussi de jour dans l'obscurité des boîtes, du moins après quelques privations. Par cette guerre continue, ils détruisent un grand nombre de Termites dans les bois et peuvent rendre à ce point de vue de sérieux services : j'ai introduit 6 Péripates dans un tronçon de poutre ravagé par des centaines de Termites; au bout d'un mois, ces derniers avaient disparu.

ENTOMOLOGIE. — *Nouvelle contribution à l'étude de l'anolocyclie chez les Pemphigiens des Pistachiers.* Note (1) de M. A. **Mordvilko**, présentée par M. P. Marchal.

Comme je l'ai montré dans ma Note précédente (2), l'anolocyclie des formes hétérœciques des Pucerons se produit quand, dans un pays quel-

(1) Séance du 7 mai 1928.

(2) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 295.

conque, en raison du changement de climat ou par suite d'autres circonstances, l'hôte primaire du Puceron, par exemple une plante du genre *Pistacia*, vient à disparaître. Alors l'espèce de Puceron correspondante se conserve sur les hôtes secondaires sous forme d'exilés; et, avec le temps, les sexupares qui effectuent la migration de retour sur les hôtes primaires, disparaissent parce qu'ils sont devenus superflus. Dans ma nouvelle Note, je me propose d'examiner d'une manière plus détaillée quelques conséquences qui découlent de l'étude de l'anolocyclie.

D'après la distribution de telles ou telles formes anolocycliques des Pucerons, nous pouvons juger par contre-coup de l'ancienne distribution de différents hôtes primaires, et ceci s'applique surtout aux espèces végétales, telles que celles du genre *Pistacia*, qui jouent le rôle d'hôtes primaires exclusifs vis-à-vis de certaines espèces de Pucerons. On peut d'après ces données non seulement juger de l'ancienne distribution des hôtes primaires, mais encore si ces hôtes primaires sont disparus récemment ou depuis longtemps.

Ainsi, sur les troncs du *Pistacia mutica*, sur les bords de la mer Noire, dans la région du Caucase, apparaissent à la fin de mai ou dans la première moitié de juin les sexupares de *Forda trivialis* Pass. (= *retroflexa* Courchet), quoique les galles de cette espèce ne se forment que sur le *P. terebinthus*. Pareillement, dans la Transcaucasie orientale (Tiflis), sur les troncs de *P. mutica*, à la mi-juin, apparaissent les sexupares de *Paracletus cimiciformis* Heyd., quoique les galles correspondantes (« *Pemphigus* » *pallidus* Derbès) se produisent aussi seulement sur le *P. terebinthus*. De ces faits on peut tirer la conclusion que, dans ces localités, le *P. terebinthus* existait à une époque relativement récente en même temps que le *P. mutica*, tandis qu'à présent ces deux espèces de *Pistacia* ne se rencontrent ensemble qu'aux Balkans. Il est bien curieux, que déjà au nord de la Crimée et dans le gouvernement de Cherson les sexupares de *Forda trivialis* ne se rencontrent pas. Cela peut signifier que le *P. terebinthus* a disparu ici à une époque plus ancienne que dans les localités où le *P. mutica* existe encore.

Nous pouvons juger de l'ancienne extension du *Pistacia terebinthus* à l'Est d'après la distribution présente des formes anolocycliques de *Paracletus cimiciformis* (qui se répand jusqu'à Samara et Orenbourg) et du *Forda trivialis* Pass. (trouvé dans les environs de Taschkent). Au Nord le *P. cimiciformis* se répand jusqu'à la Suède méridionale. On a trouvé le *Pistacia gervaisii* Sap. (voisin du *P. terebinthus*) à l'état fossile dans les lignites de Bonn, de Salzhausen, du Samland (Miocène moyen).

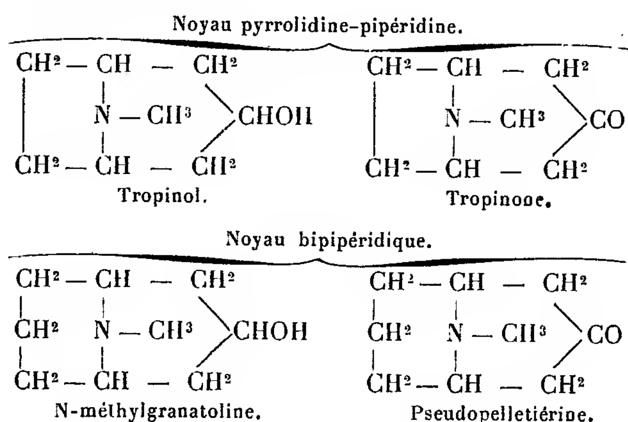
De même, sur les troncs de *Pistacia terebinthus* au sud de la France on voit, en mai-juin apparaître les sexupares de *Trifidaphis phaseoli* Pass. (=*perniciosa* New.), quoiqu'on n'ait observé les galles de cette espèce que sur le *P. mutica* n'existant pas aujourd'hui en France. Plus loin, vers le Nord (par exemple en Hollande et dans les environs de Charkov) les sexupares de *Trifidaphis* ne se rencontrent plus. L'interprétation me paraît être qu'à une époque relativement récente, le *P. mutica* existait dans les mêmes localités que le *P. terebinthus*, comme cela se passe encore aujourd'hui aux Balkans, tandis que dans les pays situés au Nord il a disparu plus tôt. D'une façon générale, la distribution actuelle du *Trifidaphis* anolocyclique permet de juger de la distribution ancienne du *P. mutica*. Ce Puceron se rencontre (sur les racines des Chenopodiaceæ, Cruciferæ, Solanaceæ, Papilionaceæ et autres) à l'Est jusqu'au Turkestan, où le *P. mutica* n'existe plus, et au Nord jusqu'à la Grande-Bretagne (Theobald, 1922). Mais il existe aussi au Groenland, d'où il était décrit en 1898 par Rübsaamen sous le nom de *Tychea groenlandica*. A l'état fossile les Pistachiers n'ont pas été trouvés au Groenland, mais ils y existaient certainement en même temps que les *Rhus* et autres plantes rapportées d'abord (Heer, *Flora foss.*, art. I, III, VII) au Miocène et à présent au Paléogène. Au Groenland, la forme anolocyclique de *Trifidaphis* doit donc exister au moins dès la fin du Paléogène. Cette espèce se rencontre aussi sur le territoire des États-Unis; or, les galles correspondantes ne se trouvant pas sur le *Pistacia mexicana*, il nous reste à supposer que *P. mutica* ou quelque forme voisine existait aussi à une époque plus ancienne dans l'Amérique du Nord. Il faut noter que le *P. mutica* n'a pas encore été trouvé à l'état fossile en Europe.

On peut juger de la distribution ancienne du *Pistacia lentiscus* d'après la distribution actuelle de la forme anolocyclique d'*Aploneura lentisci* Pass. (racines des Graminées). D'une part, l'existence de cette dernière a été constatée en Grande-Bretagne; d'autre part, la même forme a été trouvée en Crimée, Transcaucasie, Sibérie (Irkutsk, Krasnoyarsk). Il est a noter que le *Pistacia oligocenica* Mar. (voisin du *P. lentiscus*) a été rencontré dans le Miocène inférieur (Oligocène) de Ronzon (Haute-Loire) tandis que le *P. narbonnensis* Mar. (également voisin du *P. lentiscus*) a été signalé à Armissan (sud de la France).

Nos connaissances sur la distribution ancienne des différentes espèces de *Pistacia* se trouveront élargies et précisées, quand tous les Pemphigiens des Pistachiers et la distribution de leurs formes anolocycliques auront été complètement étudiés.

PHARMACODYNAMIE. — *Action cardiovasculaire de la tropinone.* Note (1) de M. **René Hazard**, présentée par M. A. Desgrez.

Le tropinol (2) et la tropinone peuvent être considérés respectivement comme les homologues inférieurs hétérocycliques de la N-méthylgranatoline et de la pseudopelletiérine.



Le tropinol abaisse la pression sanguine d'une manière immédiate et durable; il ralentit le cœur (3). La N-méthylgranatoline (4) et la pseudopelletiérine (5) exercent toutes deux un effet hypertensif passager et, aux doses élevées, une action dépressive plus ou moins marquée sur le myocarde. Quelle est l'action cardiovasculaire de la tropinone par comparaison avec celle des corps voisins ?

Cette action se manifeste chez le chien à des doses de 0g,005 à 0g,01 par kilogramme de tropinone injectée sous forme de sel neutre par la voie intraveineuse. Elle est surtout marquée par une hypertensiou passagère dont les modalités sont différentes suivant que l'animal a ses vagues intacts ou sectionnés.

(1) Séance du 11 juin 1928.

(2) Nous proposons de désigner désormais sous le nom de tropinol, mot plus conforme à la nomenclature chimique, le tropanol ou base tropine dont les noms peuvent prêter à confusion.

(3) René Hazard et L.-J. Mercier, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 526 et 934.

(4) Michel Polonovski et René Hazard, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1314.

(5) René Hazard et Raymond Hamet, *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 673.

Lorsque les vagues sont intacts, on observe sur les tracés de pression, après une chute brève, quelquefois très marquée, de la pression sanguine, une phase d'hypertension passagère d'allure adrénalinique (avec ralentissement et augmentation d'amplitude des pulsations carotidiennes). Bientôt pression, amplitude et rythme reviennent à la normale.

Sur les tracés de cœur *in situ* on constate au moment de la chute de pression un ralentissement considérable du rythme des contractions allant parfois jusqu'à leur arrêt momentané et toujours plus marqué sur l'oreillette que sur le ventricule. Dans la phase d'hypertension on assiste à la reprise progressive de l'amplitude et du rythme des contractions normales. On peut noter quelquefois, au moment où la pression s'élève, de l'accélération avec légère augmentation d'amplitude.

Les tracés du volume du rein mettent en évidence une vasoconstriction périphérique synchrone de l'hypertension. Tous ces effets s'observent également chez le chien privé de surrénales.

Lorsque les vagues sont sectionnés ou paralysés par l'atropine, la tropinone provoque encore une hypertension passagère d'intensité variable. Le plus souvent, surtout si la pression initiale est élevée, cette hypertension est forte, rapide, régulière; elle s'accompagne alors d'augmentation d'amplitude et d'accélération légères des contractions cardiaques. Quelquefois elle est, au contraire, peu marquée, lente, irrégulière; on constate, dans ce cas, sur les tracés de cœur *in situ* des troubles très passagers de la contraction, surtout marqués au niveau du ventricule.

Si l'on répète les injections de tropinone, on assiste à l'atténuation quelquefois très rapide de ses effets sur l'amplitude, sur le rythme et enfin sur la pression, laquelle n'est guère modifiée finalement même par des doses assez fortes.

Conclusion. — La tropinone exerce une action hypertensive fugace qui a sans doute pour origine une vasoconstriction périphérique et qui s'accompagne d'une action dépressive sans doute réflexe, sur le vague cardiaque.

Cette action hypertensive rapproche la tropinone de la N-méthylgranatoline ou de la pseudopelletiérine qui l'exercent aussi et la différencie nettement du tropinol, hypotenseur à effet durable. Ainsi donc alors que l'action cardiovasculaire n'est pas sensiblement modifiée lorsque l'on passe de la fonction cétone à la fonction alcool dans les deux composés à noyau fondamental bipipéridique, il n'en est plus de même lorsqu'il s'agit du noyau pyrrolidine-pipéridine. Dans ce cas la disparition de la fonction alcool — ou l'apparition de la fonction cétone — supprime les effets dépressifs et semble exalter en outre dans la molécule les propriétés du noyau pipéridique.

PHYSIOLOGIE. — *Action de l'extrait aqueux de substance nerveuse sur l'excitabilité du système nerveux*. Note de MM. **J.-E. Abelous** et **H. Lassalle**, présentée par M. Charles Richet.

Dans une Note précédente [1], nous avons montré que l'augmentation d'excitabilité d'un nerf (sciatique), observée après la section et pendant la dégénérescence du nerf homologue, était due à la présence dans le sang de substances neuro-excitatrices élaborées au cours de la dégénérescence du tronc nerveux sectionné.

Pour déterminer la nature de ces substances nous avons d'abord étudié les effets de l'injection d'un extrait de substance nerveuse normale.

Nous avons fait un extrait aqueux de cerveau de lapin en faisant macérer 10^{g} de pulpe cérébrale dans 100^{g} de sérum physiologique. Après une heure d'agitation cette émulsion a été centrifugée puis filtrée à la bougie Berkefeld.

Comme dans nos expériences antérieures, la mesure de l'excitabilité a été faite par la méthode de l'excitation percutanée, l'électrode négative étant appliquée sur le point moteur des jumeaux et en explorant au palper la contraction de ces muscles.

Dans nos résultats, le premier chiffre indique la rhéobase en volts (Rh), le second la chronaxie (Ch) en millièmes de microfarad; le troisième, la mesure de l'excitabilité relative calculée d'après la formule établie par l'un de nous [2], l'excitabilité avant l'injection étant prise égale à 1, la résistance équivalente du shunt était de 6500 ohms.

I. *Lapin* $3^{kg},170$:

Rh = 32; Ch = 27; Excitabilité = 1.

On a injecté 10^{cm^3} d'extrait dans la veine auriculaire.

	Rh.	Ch.	Excitabilité.
30 minutes après	14	17	8,5
1 heure 30 minutes après	19	55	1,4
2 heures 15 minutes après	18	65	1,3
24 heures après	32	28	1

(1) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1015.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1827, p. 1611.

II. *Lapin* 3^{kg},030 :

Rh = 29; Ch = 27; Excitabilité = 1.

Injection intraveineuse de 10^{cm^3} d'extrait cérébral :

	Rh.	Ch.	Excitabilité.
Immédiatement après	15	26	4
30 minutes après	23	32	1,3
60 minutes après	20	50	1,1
24 heures après	29	28	1

On voit que l'injection intraveineuse d'extrait de cerveau augmente considérablement l'excitabilité nerveuse.

Il en est de même après une injection sous-cutanée d'extrait de substance nerveuse.

Lapin 3^{kg},500 :

	Rh.	Ch.	Excitabilité.
Avant l'injection	28	45	1
40 minutes après	17	30	4

De même l'insertion dans la cavité péritonéale d'un lapin d'un fragment de cerveau d'animal de même espèce accroît pendant quelques jours l'excitabilité nerveuse de l'animal.

Lapin 4^{kg},270 :

	Rh.	Ch.	Excitabilité.
Avant l'insertion	17	33	1
24 heures après l'insertion	8,5	32	4
48 » »	8	29	4,5
72 » »	8	29	4,5
6 jours après l'insertion	36	12	0,65

Par contre, l'ingestion par la voie gastrique de pulpe cérébrale non seulement n'augmente pas mais même diminue l'excitabilité.

Comme expériences de contrôle, nous avons injecté des extraits de foie et des extraits de muscle. Ces injections n'ont déterminé qu'un accroissement minime ou nul de l'excitabilité.

Conclusions. — Il paraît donc établi que la substance nerveuse introduite par voie parentérale possède une action neurotrope excitatrice. Par suite, on peut penser que l'augmentation d'excitabilité nerveuse que nous avons constatée chez nos animaux à la suite de la section d'un nerf volumineux (sciatique) est due à la résorption de la substance même du tronc nerveux séparé de son centre trophique.

PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Action des rayons ultraviolets sur le sérum de la Vipère aspic.* Note de M[me] **M. Phisalix** et **M. F. Pasteur**, présentée par M. L. Bouvier.

Nous avons récemment montré que les rayons ultraviolets agissant sur des solutions aqueuses de venin de Vipère, en détruisent les antigènes venimeux et rabique, sans en modifier la toxicité (¹).

Or le sérum de Vipère, comme celui de beaucoup de serpents, possédant des propriétés biologiques comparables à celles du venin, nous avons été amenés à essayer sur lui l'action des rayons ultraviolets. Nous avons recherché ainsi ce que deviennent, d'une part, la toxicité globale du sérum, d'autre part ses antigènes venimeux et rabique dans les conditions employées déjà pour le venin, et que nous préciserons à la fin de cette Note.

1° *Toxicité du sérum.* — Le sérum frais de Vipère tue la souris par inoculation sous-cutanée en 16 à 22 heures, à la dose de 1^{cm^3}; en 10 à 12 heures, et $1^{cm^3},20$, par action neurotoxique. Les souris auxquelles on inocule les mêmes doses de sérum irradié présentent identiquement les mêmes symptômes que les témoins et meurent dans les mêmes limites de temps, sans que toutefois la toxicité du sérum paraisse augmenter, comme l'ont signalé en 1924 MM. David L. Macht et Eben Hill, pour le sérum normal d'homme, de bœuf et de porc, dont la toxicité serait accrue après l'irradiation.

Les rayons ultraviolets n'exercent ainsi aucune action modificatrice sur la toxicité du sérum de Vipère.

Dans les mêmes conditions expérimentales, que deviennent les antigènes?

2° *Antigène venimeux du sérum.* — Le sérum irradié, conservant sa toxicité, pour en rechercher le pouvoir antivenimeux ou antirabique, il est nécessaire de lui faire perdre cette action en le chauffant au bain-marie à la température de 56°, maintenue pendant 15 minutes.

Or le sérum ainsi irradié et chauffé, inoculé sous la peau de la souris a perdu tout pouvoir antivenimeux; la dose de $1^{cm^3},5$, qui suffirait à prévenir l'action de la dose mortelle de venin de Vipère, inoculée 48 heures après, ne protège plus l'animal. De même, cette dose mélangée *in vitro* avec la dose mortelle de venin, n'en neutralise pas les effets, alors que $0^{cm^3},50$ de sérum, simplement chauffé, mais non irradié, suffit à la neutralisation.

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 538 et 975.

Dans ces essais, aussi bien *in vivo* que *in vitro*, les souris, inoculées par groupes de 6 avec le sérum irradié, meurent sensiblement dans le même temps que les témoins en l'espace de 16 à 22 heures : *sous l'influence des rayons ultraviolets, le sérum de Vipère a perdu son pouvoir antivenimeux.*

3° *Antigène rabique du sérum.* — Pour en rechercher la présence, nous employons la technique suivante :

Le sérum irradié et chauffé est mélangé, à la dose de 20^{cm^3}, à un égal volume d'une émulsion centésimale de virus rabique fixe, celui de l'Institut Pasteur de Paris. Le mélange est filtré sur toile batiste et sur papier, et maintenu au frais pendant une nuit. Le lendemain, il est centrifugé, partiellement décanté et son volume ramené à 2^{cm^3}, volume correspondant à l'émulsion décimale de virus rabique.

Deux lapins femelles, pesant respectivement 2250 et 2350^g, reçoivent chacun sous les méninges, après trépanation, $0^{cm^3},25$ de l'émulsion décimale. L'un de nous a précédemment montré qu'une telle émulsion dans laquelle le sérum de Vipère a été simplement chauffé, se montre neutre pour l'encéphale du lapin vivant ([1]). Avec le sérum irradié et chauffé, les résultats sont différents : le premier lapin présente effectivement les premiers symptômes rabiques au quatrième jour et meurt le cinquième jour paralysé; le second lapin ne présente les premiers symptômes qu'au neuvième jour et meurt le quatorzième jour paralysé : *L'action des rayons ultraviolets a ainsi détruit le pouvoir rabicide du sérum, son antigène rabique.*

Si l'on compare cette action des rayons ultraviolets sur le sérum à celle qu'il exerce sur le venin lui-même, on voit que ces actions sont superposables dans les deux cas, quelle que soit d'ailleurs la nature des substances actives sur lesquelles elles s'exercent; nous pouvons les résumer en conclusions, comme il suit :

Les rayons ultraviolets détruisent les antigènes venimeux et rabique du sérum de vipère aussi bien que ceux du venin, et se montrent sans action sur leur toxicité globale.

4° *Conditions de l'irradiation.* — Elles sont relatives au sérum lui-même et à la source des rayons ultraviolets.

Le sérum de Vipère, prélevé sur des sujets capturés à leurs premières sorties après le jeûne hivernal, ce qui est le cas dans lequel nous nous trouvons, présente une opalescence plus ou moins marquée, et une teinte jaune, alors que les solutions de venin dans l'eau salée physiologique employées dans nos précédentes expériences, sont parfaitement limpides et incolores. Ces conditions physiques du sérum, moins favorables

---

([1]) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 499.

que celles des solutions de venin à la pénétration des rayons ultraviolets, nous ont conduits à introduire dans notre technique expérimentale quelques mesures compensatrices : le sérum, employé pur, a été étalé en couche de 2^{mm} d'épaisseur, au plus, dans une cuve en verre à fond plat et à bords peu élevés; il a été fréquemment remué, et nous avons porté de 30 à 90 minutes la durée de l'exposition.

La cuve, recouverte d'une plaque de verre Renovic, a été placée à 50^{cm} de la source des rayons. La température du liquide n'a pas dépassé 20°, condition insuffisante par elle-même à en modifier les propriétés biologiques.

L'appareil producteur de rayons ultraviolets est le même que celui avec lequel nous avons irradié le venin de Vipère; c'est un brûleur en quartz, de la Verrerie scientifique, type 4 ampères, courant alternatif, puissance 402 watts aux bornes du brûleur. On a obtenu à travers la lame de verre Renovic de 2^{mm},2 d'épaisseur jusqu'à 2803 angströms. Les mesures énergétiques sont les mêmes. La puissance totale étant ramenée à 100, nous avons :

	Watts-heure.
88 dans l'infrarouge..................	353,76
5 dans le visible...	10,10
7 dans le violet......................	28,14

La lumière émise par le brûleur, et qui ne contient pas de rouge, est néligeable; seuls les 28,14 watts de l'ultraviolet, soit pour une heure et demie d'exposition : $28,14 + \frac{28,14}{2} = 42,21$ watts, ont suffi à détruire les antigènes venimeux et rabique du sérum de Vipère.

ÉLECTRICITÉ PHYSIOLOGIQUE. — *Pénétration électrocapillaire des matières colorantes dans la cellule.* Note de M. **W. Kopaczewski**, présentée par M. d'Arsonval.

Un grand nombre d'expérimentateurs s'est occupé de la pénétration des matières colorantes dans les cellules végétales ou animales; il nous semble, toutefois, que les conditions de cette expérimentation n'ont pas toujours été suffisamment précisées. Ainsi, en ce qui concerne le degré de dispersion des matières colorantes utilisées et leur signe électrique, v. Möllendorff [1] cite parmi les colorants basiques le vert malachite, le bleu trypan et le rouge trypan, dont le signe électrique est négatif. Le même auteur, en se basant sur des expériences de diffusion dans les blocs de gélatine (sans se

---

(1) v. Möllendorff *in* Abderhalden, *Biochem. Arbeit.*, 1921, Abt. V, Teil 2, Heft 2, p. 106 et suiv.

préoccuper de la composition variable de la gélatine), dresse une liste de colorants selon laquelle le brun de Bismarck possède un degré de diffusion aussi grand que le vert malachite; or, le brun de Bismarck est un colloïde typique, donc indiffusible.

Il est évident que dans ce cas aucune conclusion relative aux conditions de pénétration des matières colorantes dans les cellules ne puisse être tirée. Nous avons réuni une centaine de matières colorantes, solubles dans l'eau pure tout au moins en concentration de 1 pour 1000, et nous avons déterminé leur degré de dispersion et lenr charge électrique.

Le degré de dispersion de ces matières colorantes a été déterminé par la dialyse. La dialyse a été effectuée dans les conditions suivantes : les sacs de collodion (5 parties de coton nitré pour 40 parties d'alcool et 60 parties d'éther) ont été préparés en superposant trois couches de collodion; ces sacs ont été immédiatement fixés sur des mandrins en verre, remplis, après le rinçage avec la matière colorante, et placés dans des vases contenant de l'eau distillée que l'on renouvelait trois fois par jour. Le degré de purification par la dialyse a été contrôlé par la mesure de la conductivité électrique.

La charge électrique de ces matières dialysées a été déterminée par trois méthodes diverses : par l'analyse électrocapillaire que nous avons élaborée dans tous les détails (1), par la floculation soit avec des acides, soit avec des bases, et, enfin, par l'électrophorèse, en utilisant une chute de potentiel de 2 volts par centimètre, et en prenant en considération les effets observés après 2 à 4 heures de transport. *Seuls les résultats concordants obtenus par ces trois méthodes ont été pris en considération.*

Cette façon de travailler nous a permis de dresser une liste de matières colorantes selon leur degré de dispersion et selon leur charge.

Tout en tenant compte des autres propriétés capillaires (tension superficielle, la viscosité) ou électriques (degré d'ionisation), nous avons effectué la coloration des cellules végétales et animales.

La coloration des cellules végétales a été observée par la coloration des fleurs blanches en plongeant les tiges des fleurs à une certaine hauteur toujours identique; celle des cellules animales par la coloration des paramæcies sous le contrôle microscopique. Seule la coloration observée pendant la vie de l'animal est prise en considération, car sitôt que le mouvement cesse la coloration devient plus générale.

Voici les résultats :

Les fleurs ont été colorées en 24 heures par sept matières colorantes acides, de dispersion moléculaire, fuchsine acide, éosine, acide picrique, vert malachite, aurantia, fluorescéine, rose bengale et phloxine. Trois

(1) W. KOPACZEWSKI, *Rev. gén. Mat. col.*, 30, 1926, p. 34.

colorants amphotères moléculairement dispersés ont également coloré les fleurs : orangé G, orangé III, et vert méthyle. Enfin deux substances basiques également dispersées moléculairement jaune naphtol S et crocéine 6H ont pénétré dans les fleurs.

Parmi les colorants dont le degré de dispersion est plus faible, les électroïdes, six de charge négative ont coloré les fleurs : rouge trypan, vert lumière, bleu coton ; la coloration a été plus faible avec rose Magdala, écarlate de Biebrich et érythrosine. Un électroïde amphotère (jaune métanyle) et un positif (la crocéine brillante) ont également pénétré dans les fleurs.

Un seul colloïde typique, non diffusible, non dialysable de charge négative, a coloré les cellules végétales des fleurs blanches, quoique assez faiblement, azorubine.

La conclusion en ce qui concerne les cellules végétales des fleurs blanches vivantes est donc la suivante : *seuls les colorants acides peuvent pénétrer dans ces cellules ; cette pénétration est d'autant plus nette que le degré de dispersion du colorant est fort.* Il faut toutefois observer que certaines fleurs se font pénétrer plus difficilement (œillets, muguets) que les autres.

En colorant les paramæcies nous sommes arrivés à faire les constatations suivantes :

Une seule matière colorante acide, moléculairement dispersée — l'aurantia — colore les paramæcies de leur vivant (elle ne colore pas les fleurs) ; un colorant amphotère — violet de méthyle — colore également (ne colore pas les fleurs) ; par contre, cinq matières colorantes moléculairement dispersées, basiques pénètrent dans les cellules animales — bleu de méthylène, trypaflavine, bleu de crésyl, auramine et bleu de toluidine.

Aucun électroïde électronégatif ne pénètre dans la cellule animale ; deux amphotères pénètrent — rouge neutre et jaune métanyle ; par contre, six électropositifs colorent d'une façon intense — écarlate basique, violet de Paris, vert brillant, safranine, violet cristallisé et jaune d'acridine basique.

Parmi les colloïdes typiques seuls quatre électropositifs ont coloré les paramæcies — hydrosol d'hydroxyde de fer, vésuvine, violet Dahlia, bleu de Nil.

Ainsi, *seuls les colorants basiques peuvent pénétrer dans la cellule animale étudiée ;* cette pénétration ne dépend pas, comme pour la cellule végétale, du degré de dispersion — *les colloïdes semblent y pénétrer avec autant de facilité que les moléculoïdes.*

Nous étudions actuellement le rôle des facteurs physiques et chimiques

dans cette pénétration des colorants dans la cellule vivante, afin de vérifier si les faits constatés déjà (¹) *in vitro* se retrouvent dans la coloration *in vivo*.

BIOLOGIE. — *Nutrition et sexualité chez les Lombriciens.* Note de M. **Marcel Avel**, présentée par M. Caullery.

Les Lombriciens possèdent dans leur peau des plages de grosses cellules glandulaires, constituant des organes (*clitellum*, etc.) propres aux adultes et utilisés au moment de la reproduction seulement, qui peuvent donc être considérés comme des caractères sexuels secondaires. Chez les espèces *Allolobophora terrestris*, Sav. et *A. caliginosa*, Sav. les caractères sexuels secondaires apparaissent à la puberté, restent développés pendant quelques mois, puis régressent, et, à partir de ce moment, sont le siège d'un développement et d'une régression périodiques, chaque cycle complet durant à peu près un an. L'activité des glandes génitales est également cyclique. Le cycle de caractères sexuels secondaires et celui des glandes génitales sont synchrones; pourtant, j'ai établi par des expériences qu'ils sont indépendants [2]. Ils sont donc conditionnés d'une façon autonome par un même facteur. J'ai montré, par des expériences sur le clitellum, que ce facteur était de nature humorale [3]. Pour savoir s'il ne serait pas d'ordre nutritif j'ai entrepris sur *Allolobophora terrestris*, Sav. et *A. caliginosa*, Sav. adultes des expériences dont le détail sera donné dans un Mémoire et dont je résume ci-dessous les résultats.

J'ai sous-alimenté ces animaux : l'activité génitale et le développement des caractères sexuels secondaires ne se sont alors jamais manifestés; même après plus d'un an, et sont au contraire toujours survenus dès que les sujets ont été abondamment réalimentés.

Les caractères sexuels secondaires et les glandes génitales des animaux inanitiés régressent bien avant l'époque normale, mais se développent immédiatement à nouveau et atteignent vite leur maximum dès que les sujets sont convenablement réalimentés.

D'une façon générale, l'analyse détaillée de toutes les expériences sur la nutrition et des observations faites dans la nature, qui ont été les unes et les autres multipliées et poursuivies pendant plus d'un an, a montré une corré-

(¹) W. Kopaczewski, *Protoplasma*, 3 et 4, 1928.

(²) *C. R. Soc. Biol.*, 96, 1927, p. 1143.

(³) *Ibid.*, 97, 1927, p. 1069.

lation absolument constante entre la quantité de nourriture ingérée et l'état des glandes génitales et des caractères sexuels secondaires. Chaque année, c'est toujours au moment où les animaux consomment la plus grande quantité de nourriture et atteignent leur plus grand poids que leurs caractères sexuels secondaires sont développés au maximum et que leurs glandes génitales sont en activité. Si l'on parvient à réaliser une suralimentation notable, quelles que soient la saison et la phase du cycle sexuel atteinte précédemment, l'activité génitale est toujours déclanchée et les caractères sexuels secondaires atteignent vite leur développement maximum.

Les caractères sexuels secondaires (clitellum, etc.), réagissent d'une façon identique à la nutrition chez les entiers et chez les castrats.

Le début du premier cycle sexuel, c'est-à-dire la puberté, est, lui aussi, sous la dépendance étroite de la nutrition.

Les individus très jeunes, même suralimentés, ne présentent aucune manifestation de sexualité. A la puberté apparaît donc un élément nouveau, qui sera désormais présent chaque année.

Les résultats qui viennent d'être exposés sont susceptibles de plusieurs interprétations. On peut penser que le facteur qui détermine la sexualité est une hormone qui n'existe pas chez le jeune et dont l'apparition marque la puberté. Cette hormone pourrait être secrétée chez l'adulte d'une façon permanente, mais ne manifester son action que si la nutrition est abondante ; sa sécrétion, au contraire, pourrait être périodique et dépendre de la nutrition. Toutefois, l'existence d'une telle hormone est encore purement hypothétique, et tous les faits précédents pourraient s'expliquer plus simplement par le seul jeu de facteurs nutritifs, probablement accessibles à l'analyse chimique. La puberté consisterait alors, soit en un changement dans les propriétés des glandes génitales et des caractères sexuels secondaires, qui rendrait ces organes sensibles désormais aux variations périodiques de la nutrition, soit en un changement dans le métabolisme général des animaux.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la limite de dégradation des lectotyrines par la trypsine.* Note de M. S. **Posternak**, présentée par M. A. Desgrez.

Des produits de digestion pancréatique de la caséine de lait, j'ai réussi à isoler des polypeptides phosphorés contenant de l'azote et du phosphore dans les rapports atomiques 3,75 ; 4 et 4,5 (lactotyrines α, β et γ) (¹). Ces

(¹) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 307.

polypeptides ne se laissent plus dégrader par la trypsine. Celle-ci semble s'attaquer à la molécule de caséine de façon à détacher des chaînes peptidiques phosphorées plus ou moins longues. Avec Théodore Posternack, j'ai fait la même constatation pour l'ovovitelline ([1]).

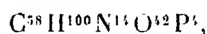
Rimington ([2]) conteste cette manière de voir. Il affirme que, dans les conditions indiquées ci-dessus, se forme un seul polypeptide phosphoré avec rapport $N/P = 3$. Comme cet auteur a pris 500^{cm^3} d'extrait concentré de pancréas par kilogramme de caséine, au lieu de 50^{g} de glande hachée que j'emploie couramment, on pouvait se demander si la différence de nos résultats ne tenait pas à la concentration inégale de la trypsine dans nos essais. J'ai donc institué des expériences avec 50^{g} de bouillie pancréatique et avec 500^{cm^3} d'extrait concentré, par kilogramme de caséine, et soumis les polypeptides phosphorés, précipités par l'acétate de plomb et transformés en sels de soude, à un fractionnement *systématique* au moyen de l'alcool. Dans les deux cas, le résultat du fractionnement fut le même; le produit phosphoré le plus dégradé, susceptible d'être isolé, à côté des lactotyrines déjà décrites, contenait $14^{at}N$ pour $4^{at}P$. Les fractions qui présentaient un rapport N/P inférieur à 3,5, contenaient des quantités sensibles de phosphore minéral ([3]).

Il est essentiel, avant d'entreprendre le fractionnement, de débarrasser les polypeptides des phosphates inorganiques et des peptones, entraînés par les sels de plomb. Cette purification fut réalisée par les moyens suivants.

On triture à froid le précipité plombique impur avec une solution de carbonate de soude jusqu'à coloration rose du papier à la phtaléine de phénol; les sels plombiques des polypeptides sont transformés en sels de soude solubles dans l'eau, tandis que le phosphate inorganique de plomb reste intact et peut être séparé par filtration.

En présence d'un léger excès de carbonate de soude, les sels de soude des polypeptides phosphorés sont presque insolubles dans l'alcool éthylique à 60 pour 100 et se déposent à l'état de sirop; les peptones, libres de phosphore, ont tendance à rester en solution.

Le nouveau polypeptide qui représente le produit ultime de dégradation de la caséine, répond à la formule



$$C^{58}H^{100}N^{14}O^{42}P^{4},$$

([1]) *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 909.

([2]) *The Biochem. Journal*, **21**, 1927, p. 1179 et 1187.

([3]) On le dose facilement par la méthode double, magnésienne et sulfomolybdique (S. Posternak, *Bull. Soc. Chim. de France*, 4e série, **27**, 1920, p. 507 et 564).

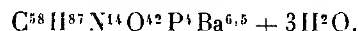
qui se distingue de la composition de la lactotyrine α par les éléments d'un leucyl.

A l'état sec, il se présente sous forme d'une poudre blanche, soluble dans l'eau, demandant un peu plus de 11 équivalents de soude pour la neutralisation à la phtaléine de phénol. Il est lévogyre :

$$\alpha_D^{15,5} = -58°,8 \quad \text{et} \quad \alpha_D^{15,5} = -88°,4$$

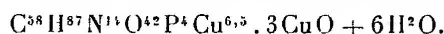
pour le sel ammoniacal.

Son sel neutre de baryte, séché également dans le vide sur P^2O^5, à 110°, a la composition



$$C^{58}H^{87}N^{14}O^{42}P^4Ba^{6,5} + 3H^2O.$$

Le sel de cuivre, obtenu par précipitation de la solution aqueuse de l'acide libre par l'acétate de cuivre, est nettement basique :



$$C^{58}H^{87}N^{14}O^{42}P^4Cu^{6,5}.3CuO + 6H^2O.$$

Chauffé à l'ébullition, pendant 20 heures, avec de l'acide chlorhydrique à 25 pour 100, ce polypeptide a donné les mêmes produits d'hydrolyse que la lactotyrine α : les acides phosphorique, pyruvique, glutamique et aspartique; l'isoleucine, la sérine et l'ammoniaque, à l'exclusion de tout autre acide aminé et oxyaminé.

Je ne puis m'expliquer les résultats de Rimington que par une méthode défectueuse de purification. Il précipite les polypeptides comme sels d'urane et décompose ceux-ci au moyen de la lessive de soude à 40 pour 100. Dans ces conditions, une partie du phosphore organique est minéralisée et entraînée, lors du fractionnement, par l'acétate de cuivre.

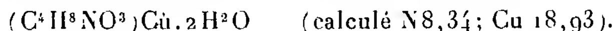
Rimington ne réussit pas à isoler des produits d'hydrolyse de sa phosphopeptone les acides glutamique et aspartique. Il y signale les acides oxyglutamique et aminooxybutyrique, ce dernier jamais encore isolé de la caséine.

Cependant, le précipité argentique qu'on obtient par le nitrate d'argent et la soude, n'est caractéristique, d'après Dakin [1], pour l'acide oxyglutamique, que si l'on prend soin de séparer préalablement, et aussi complètement que possible, les acides aminés dibasiques. Quant au prétendu acide aminooxybutyrique, il est évident qu'il s'agit là d'un mélange d'isoleucine active, racémique et de sérine. J'ai pu les séparer, au moyen de l'alcool méthylique aqueux, sous forme de leurs sels de cuivre.

---

[1] *The Biochem. Journal*, **12**, 1918, p. 290.

Rimington a réussi d'ailleurs à cristalliser directement de ce mélange un sel de cuivre qui lui a donné à l'analyse 8,60 pour 100 N et 19,73 rour 100 Cu (calculé pour le sel de cuivre de l'isoleucine N 8,64; Cu 19,64). Rimington lui attribue pourtant, sans raison plausible, la formule



$(C^4H^8NO^3)Cu.2H^2O$ (calculé N 8,34; Cu 18,93).

En résumé, des produits de digestion trypsique de la caséine il est possible d'isoler, en plus des lactotyrines déjà décrites, un polypeptide phosphoré ayant 14 N pour 4 H et qui représente le produit ultime de dégradation des lactotyrines par la trypsine. On ne trouve pas, parmi ses fragments d'hydrolyse, d'autre acide oxyaminé que la sérine.

PROTISTOLOGIE. — Eccrinopsis Mercieri *n. sp.*, *Eccrinide parasite du rectum de l'*Oniscus asellus *L. Son cycle évolutif*. Note de M. **Raymond Poisson**, présentée par M. F. Mesnil.

L. Mercier (1914) (¹) a décrit les stades végétatifs et la multiplication endogène d'une Eccrinide observée dans le rectum d'*Oniscus asellus* L. capturés aux environs de Nancy. Mais, à cette époque, l'auteur n'ayant pas eu l'occasion d'observer de spores durables n'avait pas cru devoir nommer spécifiquement ce Protophyte. Or, au cours de recherches sur les parasites du tube digestif des Arthropodes de Normandie, j'ai eu la bonne fortune de capturer des individus d'*O. asellus* parasités par une Eccrinide qui me semble bien se rapporter à celle précédemment observée par Mercier. Aussi, comme les Eccrinides des Crustacés Isopodes sont encore peu connues, il m'a paru intéressant d'étudier à nouveau ce parasite (²).

Stades jeunes et adultes. — L'Eccrinide est uniquement localisée dans la portion postérieure du rectum des *Oniscus* où elle adhère à la cuticule par un pavillon (disque adhésif) bien individualisé et rappelant celui des *Enterobryus*. Les plus longs tubes (stades adultes) sont ou bien presque droits, ou bien recourbés en crosse de pistolet au sommet; ils mesurent 200 à 210$^{\mu}$ de long sur 12 à 15$^{\mu}$ de large, mais les dimensions les plus fréquentes sont 170 à 180$^{\mu}$ sur 10 à 12$^{\mu}$ (cf. L. Mercier). La section de ces

(¹) L. Mercier, *Sur un Protophyte du rectum d'*Oniscus asellus *L.* (*C. R. Soc. Biol.*, 76, 1914, p. 600-602).

(²) Pour la bibliographie concernant ce groupe, voir en particulier R. Poisson, *Sur une Eccrinide nouvelle :* Tæniellopsis orchestiæ, *nov. gen., nov. sp., Protophyte parasite du rectum de l'*Orchestia bottæ, *M. Edw.* (*Crust. Amphipode*); *Son cycle évolutif* (*Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1328-1329).

filaments est cylindrique. Les formes jeunes sont souvent plus étroites au sommet qu'à la base et présentent l'aspect de jeunes stades d'*Amœbidium* (Chatton, Lichtenstein, etc.). Dans les tubes non segmentés, c'est-à-dire en apparence encore indifférenciés, on observe une file de noyaux distribués régulièrement et régulièrement espacés les uns des autres d'une extrémité à l'autre du tube. La morphologie de ces noyaux ainsi que celle du cytoplasme est maintenant bien connue chez les Eccrinides.

Filaments à endoconidies uninucléées ou microconidies. — Ce sont ceux que j'ai observés le plus fréquemment jusqu'à ce jour. Un tube à microconidies, au voisinage de sa maturité, est segmenté *dans toute sa longueur* (sauf au sommet), par des cloisons obliques, en une série d'articles uninucléés sensiblement isodiamétriques de 10 à 12$^{\mu}$ de côté. Chacun d'eux représente une microconidie. Quant à l'extrémité distale du tube, elle est le plus souvent constituée par un article, de 40 à 45$^{\mu}$ de long dans les plus grands filaments, rempli d'un cytoplasme finement granuleux et *anucléé;* cette région est séparée de la dernière microconidie par une épaisse cloison. J'assimile ce segment, qui est très *caduc*, au *gland*. A maturité les microconidies sortent par de petits orifices, situés distalement dans chaque loge, et probablement déterminés en un point de moindre résistance par la pression exercée par l'élément gonflé. Chaque microconidie est un germe à développement immédiat.

Filaments à endoconidies multinucléées ou macroconidies. — Ces filaments ont été décrits par L. Mercier. De même longueur que ceux à microconidies, seule, le plus souvent, leur région distale est segmentée en articles de 20 à 30$^{\mu}$ de long, renfermant deux, trois ou quatre noyaux, qui à maturité sont rejetés dans le rectum de l'*Oniscus* par un processus identique à celui qui préside à la fructification des microconidies.

Les macroconidies sont également des éléments à développement immédiat.

Spores durables. — Dans certains filaments, à cytoplasme chargé de réserves, granuleux et moins vacuolaire que celui des tubes à micro et macronidies, on observe que le cloisonnement aboutit à l'*isolement de couple de noyaux.* Il ne m'a pas encore été donné d'assister à des phénomènes de caryomixie; mais, avec Léger et Duboscq, je considère ces associations nucléaires par couple comme les préliminaires à un processus de sexualité. Quoi qu'il en soit, à côté de ces tubes à segments binucléés, on en observe d'autres, identiques quant à l'aspect du cytoplasme, qui sont cloisonnés d'une extrémité à l'autre en articles uninucléés mesurant 18 à 22$^{\mu}$ de long sur 18$^{\mu}$ de large. Enfin, à un stade plus avancé, les cloisons ont disparu et les deux tiers inférieurs du tnbe se montrent bourrés de corps uninucléés, ovoïdes, à épaisse paroi, qui, parfois, chevauchent les uns sur les autres en boursouflant le tube, car la disparition des cloisons fait que ces éléments sont libres à l'intérieur du filament. Je les considère comme représentant des spores; elles mesurent de 25 à 30$^{\mu}$ de long sur 10 à 12$^{\mu}$ dans leur plus grande largeur.

Dans les filaments sporifères, l'extrémité distale se montre flétrie, mais seule elle conserve les traces très nettes de la segmentation primitive. C'est un *pseudo-gland* qui se substitue ainsi au gland véritable, caduc. La sporulation semble normalement s'effectuer par l'extrémité distale des tubes.

Bien que n'ayant pas observé le coude à angle droit si caractéristique des jeunes stades des espèces du genre *Eccrinopsis* Lég. et Dub., l'Eccrinide des

Oniscus, tant par son aspect général que par sa spore uninucléée, peut provisoirement être rangée dans ce genre qui comprend déjà, en particulier, *Eccrinopsis Helleriæ* Lég. et Dub. de l'Isopode *Helleria brevicornis*. Je la désignerai sous le nom d'*Eccrinopsis Mercieri* n. sp. (¹). Mais il est bon de noter que le genre *Eccrinopsis,* qui renferme à la fois des Eccrinides de Crustacés et d'Insectes coléoptères (Léger et Duboscq, 1916) (²), devra vraisemblablement être révisé.

BACTÉRIOLOGIE. — *Étude comparative de l'action de l'urée et de la sulfo-urée sur le développement et la vitalité des bactéries.* Note (³) de MM. **E. Nicolas** et **J. Lebduska**, présentée par M. E. Leclainche.

Dans une Note sur le polymorphisme des bactéries dans l'urée (⁴), Peju et Rajat signalent que cette substance gêne plus ou moins le développement de divers microbes et l'entrave complètement quand sa concentration est suffisante. Rappin (⁵) ne constate cette action empêchante que pour le bacille tuberculeux, que l'urée à la concentration de 1 pour 100 semblerait, ainsi, influencer d'une manière spécifique; les autres microbes, staphylocoques, colibacille, bactéridie charbonneuse, bacille diphtérique, bacille pyocyanique..... ne subissant, affirme-t-il, aucune action appréciable. Ce sont là, à notre connaissance, les seuls travaux qui se rapportent à l'objet de la présente Note.

Nos recherches ont porté sur plusieurs espèces microbiennes : colibacille, paratyphique du porc (souche L et V), bacille pyocyanique. Les microbes ont été ensemencés en bouillon de bœuf peptoné ordinaire, de $pH = 7,4$, additionné de solutions d'urée ou de sulfo-urée, stérilisées par filtration sur bougie L 3. Le contrôle a été effectué toutes les 6 heures, l'observation des cultures faite à l'œil nu et au moyen du néphélémètre de Baudoin et Bernard (⁶).

A toutes les concentrations employées, depuis 0,1 pour 100 jusqu'à

(¹) Dédiée à M. le Professeur L. Mercier qui l'a découverte.

(²) L. Léger et O. Duboscq, *Sur les Eccrinides des Hydrophilides* (*Arch. zool. exp. et gén.*, 56, 1916, n. et r., 2, p. 21-31).

(³) Séance du 11 juin 1928.

(⁴) *C. R. Soc. Biol.*, 58, 1906, p. 477.

(⁵) *Bulletin médical*, 15, 1911, p. 1032.

(⁶) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 4, 1922, p. 454.

5 pour 100, la thio-urée gêne le développement des microbes précipités, d'autant plus que la concentration est plus forte. Toutefois, à la concentration de 0,1 pour 100, le colibacille paraît faire exception à cette règle et subir, au contraire, une action légèrement stimulante dans son développement. A 3 pour 100, après 12 heures d'étuve, le développement est minime et n'est décelable qu'à l'opacimètre. A 5 pour 100, ce n'est guère qu'après 18 à 24 heures qu'on peut constater, au néphélémètre, une multiplication des germes, très légère du reste. De toutes les espèces mises en expérience, le colibacille paraît, d'ordinaire, la plus sensible à l'action de la thio-urée. Généralement, les diverses bactéries sont surtout influencées dans les 18 premières heures, après quoi leur multiplication devient relativement plus rapide et plus intense.

Ainsi, la thio-urée inhibe plus ou moins le développement des bactéries, qu'elle ne détruit pas; celles-ci restent encore vivantes, même dans des cultures âgées de huit jours, contenant 1 pour 100 de la substance. Dans les cultures renfermant 3 à 5 pour 100, que l'on soumet à l'examen par réensemencement dans le cours des premières 24 heures, la vitalité est notablement diminuée. Dans les 12 premières heures, le réensemencement dans un bouillon neuf reste autant dire sans résultat; puis la culture part péniblement et devient à peu près normale. A aucun moment, ni dans aucune des cultures, on n'a constaté de dégagement de H^2S.

Des expériences comparatives, conduites parallèlement avec l'urée, nous ont montré que ce corps gêne aussi le développement des microbes, mais bien moins que la thio-urée; les paratyphiques paraissent plus influencés que les autres germes.

Les cultures en milieu additionné d'urée n'ont pas donné de dégagement d'ammoniaque plus marqué que les bouillons stériles témoins renfermant cette substance.

Nous réservons pour un travail ultérieur l'étude de l'action réciproque de la thio-urée sur les ferments de l'urée.

Conclusions. — La sulfo-urée exerce une action gênante, nettement plus marquée que celle de l'urée, sur le développement et la vitalité des microbes examinés.

Cette action s'exerce dans le même sens, mais avec moins d'intensité, que celle constatée par E. et G. Nicolas (1) sur les végétaux supérieurs, pour lesquels la thio-urée s'est montrée toxique.

---

(1) *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1286.

Il est intéressant de rappeler que, chez les animaux, la toxicité de l'urée est plus grande que celle de la thio-urée (¹). C'est l'inverse de ce qui se passe chez les plantes et chez les microbes. La différence nous paraît suffisamment importante pour mériter d'être soulignée.

MÉDECINE. — *Sur une théorie mécanique de la surdité, son traitement rationnel, sa prophylaxie.* Note (²) de M. **Henri-Jean Frossard**, présentée par M. d'Arsonval.

L'hypoacousie est une maladie sociale au même titre que la tuberculose, la syphilis, l'alcoolisme, etc.

Elle diminue la valeur de l'individu encore plus peut-être dans ses formes légères qui n'éveillent pas la méfiance que dans ses formes graves qui font du malade un déchet humain encombrant et souvent dangereux.

Or il n'en est pas de plus évitable. Il suffit de quelques soins hygiéniques très simples.

Il faut se laver le nez et la gorge comme on se lave les mains et la figure.

On peut classer les hypoacousies de la manière suivante (³) :

1° L'appareil auditif lui-même est détruit; n'en tenons pas compte.

2° L'origine est rhino-pharyngienne, 80 à 85 pour 100.

3° Autres origines, 15 à 20 pour 100.

Je propose une autre classification qui permet une théorie mécanique et produit des conséquences thérapeutiques et prophylactiques.

1° *Origine externe.* — Il suffit d'enlever l'obstacle, *occasionnel* (corps étranger) ou *à rechutes* (cérumen). Il faut se souvenir que la production cérumineuse est gouvernée par le système neuro-végétatif. La gymnastique thoraco-abdominale, dont la forme la plus simple et la plus normale semble la Phonothérapie, agit par auto-opothérapie en mettant en œuvre, comme je l'ai montré, les systèmes : diaphragme-phrénique-surrénales d'une part, et d'autre part larynx-thyroïde (⁴).

2° *Origine interne.* — La pénétration a lieu soit par le sang (surdités typhiques), soit par le liquide céphalo-rachidien. Celui-ci ne peut être

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1441.

(²) Séance du 30 avril 1928.

(³) Dr Baqué (de Luchon), *Presse médicale*, 35, 2 mai 1928, p. 552.

(⁴) *La Science et l'Art de la Voix*, p. 360. Les Presses universitaires de France, Paris, 1927.

infecté que par une voie permettant le passage des microbes ou des virus.

J'ai attiré l'attention sur la persistance de la perméabilité même ultracapillaire du canal cranio-pharyngien comme voie d'accès aux méninges. La désinfection du rhino-pharynx s'impose à titre préventif et même curatif et surtout chez les adénoïdiens. Le produit à employer doit être : 1° *inoffensif* car les instillations nasales seront au moins biquotidiennes et persistantes; 2° *aqueux* pour éviter les fermentations anaérobies : 3° *isotonique* pour ne pas produire de congestion. Je me suis arrêté à une solution à $\frac{1}{1000}$ de terpènes iodés. L'instillation de cette solution, indolore sur une muqueuse saine, est d'autant plus douloureuse que la muqueuse est plus enflammée pour devenir insupportable dans les cas graves (un mortel par encéphalite — peut-être sclérose en plaques —). Il est souvent nécessaire et toujours utile d'y joindre des inhalations dirigées de vapeurs de terpènes iodés [1].

L'ablation haute des végétations adénoïdes est à recommander pour obtenir un tissu cicatriciel d'obturation plus solide ainsi que les traitements spécifiques en évitant les névrites post-arsenobenzoliques.

3° *Origine moyenne primitive.* — La Trompe d'Eustache est en cause. C'est une *avarie de soupape* causée par l'inflammation des muqueuses du rhino-pharynx et du voile qui, conformément à la loi de Stokes, amène la paralysie des muscles moteurs de la Trompe. Celle-ci, béante ou close, permet ou non l'accès de l'air et des corps étrangers créant de l'otite ou de l'otopiezis, en tout cas des désordres acoustiques.

L'infection peut encore cheminer le long des nerfs V et VII et amener la paralysie des muscles du marteau et de l'étrier.

La prophylaxie et le traitement consistent, comme dans le cas précédent, dans : 1° des instillations et des gargarismes avec la solution indiquée plus haut ; 2° des inhalations dirigées de terpènes iodés associés à la Phonothérapie, pour atteindre les anfractuosités et les parties hautes du nez ; 3° le massage phonique de l'oreille au moyen du stéthoscope [2] (pantophone de Frossard) [3] pour combattre l'ankylose menaçante ou installée.

Ces considérations montrent que l'hygiène de l'ouïe doit être surtout préventive, s'adresser particulièrement au rhino-pharynx, qu'elle ne peut être séparée de l'hygiène générale et ne devient une spécialité qu'après coup et souvent trop tard.

---

(1) *La Science et l'Art de la Voix*, p. 395.

(2) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 900.

(3) *Traité de l'auscultation médio-immédiate*, 1925 : Phonothérapie, éd. Paris, 86, rue de Varenne.

MÉDECINE. — *L'évolution des kystes de la piedra paraguayenne.* Note [1] de MM. G. **Delamare** et C. **Gatti**, transmise par M. H. Vincent.

Le nodule de la piedra paraguayenne, traité à chaud par une solution de potasse à 40 pour 100, laisse voir les kystes décrits, pour la première fois, dans la piedra du Brésil par Horta et considérés comme des asques [*Sobre una nova forma de Piedra* (*Memoria do Instituto Oswaldo Cruz*, 1911, p. 86)]. Ces éléments, réunis par groupes de 4, 6 ou 8, se rencontrent de préférence dans la zone moyenne, peu pigmentée, de la préparation. Leur nombre, vraisemblablement en relations avec la taille, et par suite l'âge des nodules, est souvent considérable : il n'est pas extraordinaire de compter 40, 50 de ces kystes, parfois davantage, dans un seul nodule.

Piriformes ou en raquette, ces formations s'articulent par leur petite extrémité ou par leur manche avec des cellules de la mosaïque et l'on observe, au niveau de cette articulation, la ou les facettes ainsi que la substance biréfringente, constantes dans les articulations des cellules mycéliennes. Les kystes piédriques possèdent une membrane d'enveloppe hyaline, à double contour, ne prenant pas les colorants usuels et dont la fonction apparaît évidente au moment où sa rupture est suivie de la mise en liberté des corps en navette.

Les kystes paraissent bien provenir des cellules adultes du mycélium, cellules ovales, hypertrophiées et hypocolorables, à noyau fragmenté. Après la fragmentation nucléaire, les granulations protoplasmiques deviennent plus grandes et plus nombreuses, puis s'effectue une fragmentation cytoplasmique qui finalement donne naissance à un nombre variable (en général 6 à 12) d'éléments en navette et à double contour très fin.

Ensuite, les éléments en navette s'allongent jusqu'à atteindre la longueur du grand axe du kyste. Ils se disposent d'abord parallèlement à ce grand axe. En approchant de sa maturité, le kyste augmente beaucoup de volume et arrive à mesurer $60^{\mu} \times 40$. Dans le même temps, les corps en navette s'allongent, grossissent et sont obligés de se pelotonner (aspect comparé par Horta à celui de la sporogonie des coccidies). A la fin de cette évolution, la membrane d'enveloppe se rompt et les corps en navette sont mis en liberté. Ces corps mesurent alors 40 à 50^{μ} de long sur $2^{\mu},5$

[1] Séance du 30 mai 1928.

à 3^{μ} de large. Ils sont à double contour et terminés à chacune de leurs extrémités par un prolongement filiforme, également à double contour et d'une longueur qui peut atteindre 60^{μ}. Incolores ou d'une teinte jaune verdâtre à peine perceptible, les corps en navette ont un protoplasme franchement granuleux dans lequel on ne discerne pas clairement de noyau. Sur quelques-uns d'entre eux, on aperçoit un début de fragmentation transversale du protoplasme donnant lieu à un aspect très comparable à celui d'un segment d'hyphe mycélien. Les prolongements filiformes semblent résulter de l'étirement de la membrane d'enveloppe préalablement épaissie à leur base d'implantation.

L'immersion dans l'eau des nodules pyédriques provoque la dissolution de la substance intermédiaire et permet d'assister parfois à l'expulsion des corps en navette. Ceux-ci sortent lentement du kyste, puis du nodule, comme poussés par les courants osmotiques, et restent ensuite complètement immobiles dans le liquide ambiant.

Sur coupes, on rencontre de temps à autre un stade de cette expulsion et l'on constate que la section des kystes est régulièrement circulaire.

En culture, les formations dont il vient d'être question font toujours défaut.

Il est à noter que si la description ci-dessus complète sur quelques points les données d'Horta, elle ne fournit pas d'éléments susceptibles de légitimer une différenciation absolue entre les variétés paragayenne et brésilienne de *Trichosporum Hortai*. Le nombre des corps en navette notamment est trop variable pour être, à cet égard, d'une utilité quelconque.

A $16^{h}30^{m}$, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17^{h}.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 JUIN 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY, PUIS DE M. LOUIS MANGIN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau les *Lettres de Madagascar* (1896-1905) du maréchal **Gallieni**, réunies et publiées par F. Charles-Roux et G. Grandidier.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. le vicomte **Soga**, de Tokyo, ancien élève de l'École Polytechnique de Paris, envoyé en mission diplomatique par le Gouvernement japonais, qui assiste à la séance.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'α-glucoheptulite.*
Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Georges Nitzberg**.

Nous avons indiqué récemment comment l'hydrogénation de l'α-glucoheptulose, nouveau sucre cétonique obtenu par l'action de la bactérie du sorbose sur l'α-glucoheptite, nous avait fourni, à côté d'une certaine quantité d'α-glucoheptite régénérée, un second alcool plurivalent que nous avons appelé glucoheptulite ([1]).

Cette glucoheptulite ou, plus précisément, cette α-glucoheptulite ([2]) est, comme la plupart de ses isomères, très soluble dans l'eau. Sa solubilité dans l'alcool à $\frac{80}{100}$ est, au contraire, assez faible, voisine de 1,5 pour 100 à la température ordinaire.

([1]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1172.

([2]) Car il est possible d'obtenir d'autres isomères en partant de la β-glucoheptite de synthèse.

De la solution concentrée à chaud dans ce dernier dissolvant, elle cristallise en une masse de sphérocristaux formés de fines aiguilles blanches, d'aspect soyeux.

Son point de fusion, pris au bloc Maquenne, est très net et situé, comme nous l'avons déjà mentionné, à $+144^{\circ}$.

Sa structure est asymétrique car elle dévie à gauche le plan de la lumière polarisée : en solution aqueuse à 5 pour 100, son pouvoir rotatoire mesuré à la température de $+20^{\circ}$ est $(\alpha)_D = -2^{\circ}24'$, très supérieur en grandeur absolue à celui des heptites en général.

L'analyse élémentaire correspond bien à la formule prévue $C^7H^{16}O^7$. Nous avons trouvé, en opérant sur $0^g,1589$ de matière :

$CO^2 = 0^g,2292$, d'où $C = 39,37$ pour 100 (calculé, 39,62 pour 100);
$H^2O = 0^g,1109$, d'où $H = 7,80$ » (» 7,55 »).

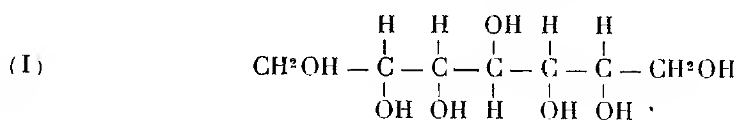
Une partie du produit a été transformée en éther acétique. Pour cela, un demi-gramme a été chauffé avec précaution dans un tube à essais avec 3^{cm^3} d'anhydride acétique rectifié et quelques grains de chlorure de zinc fondu; l'heptulite a d'abord fondu, englobant le sel métallique, mais après une dizaine de minutes de chauffage à une température voisine de l'ébullition et en agitant continuellement, la solution est devenue complète et la réaction a paru terminée. On a refroidi et versé le liquide goutte à goutte dans une vingtaine de centimètres cubes d'eau, en agitant énergiquement : l'acétine brute précipitée s'est rassemblée en une masse visqueuse. L'eau acide a été décantée, remplacée par un égal volume d'eau distillée au sein duquel on a agité de temps en temps la masse d'acétine : après trois heures, celle-ci a commencé à cristalliser. Le lendemain matin, on a recueilli les cristaux par filtration, on les a lavés avec de l'eau jusqu'à complète neutralité et desséchés dans le vide sur l'acide sulfurique. On a obtenu ainsi $0^g,45$ de produit brut, fondant vers $+106^{\circ}$, que l'on a recristallisé à plusieurs reprises dans un mélange de deux parties d'alcool et d'une partie d'eau, jusqu'à point de fusion constant, que nous avons trouvé être situé à $+116^{\circ}$-117°.

Dans le chloroforme, où il se dissout avec une grande facilité, cet éther acétique a accusé, à la concentration de 1,5 pour 100 et sous une épaisseur de 22^{cm}, une faible déviation voisine de 2 minutes vers la droite.

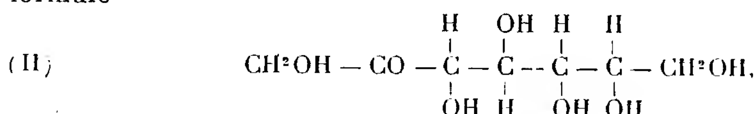
Peut-on, à la suite des faits que nous avons rapportés, savoir quelles sont les formules structurales de l'α-glucoheptulose et de l'α-glucoheptulite?

L'α-glucoheptite artificielle de E. Fischer dont nous sommes partis ne

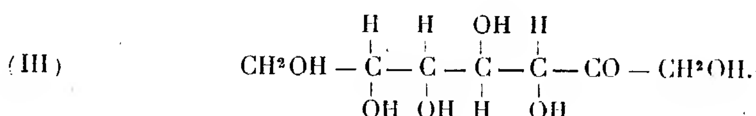
peut être représentée, d'après son mode de préparation et son absence de pouvoir rotatoire, que par la formule suivante :

(I) 

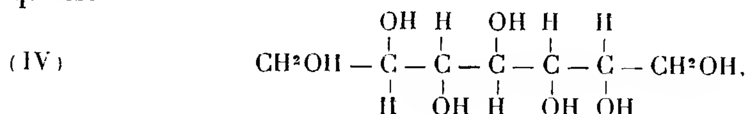
dans laquelle les deux chaînons alcooliques secondaires extrêmes doivent être transformables en carbonyles par la bactérie du sorbose (¹) si, toutefois, aucune observation nouvelle ne vient contrarier cette manière de voir. Suivant la place où la transformation microbienne a lieu, on peut donc s'attendre pour l'α-glucoheptulose, soit à la structure représentée par la formule

(II) 

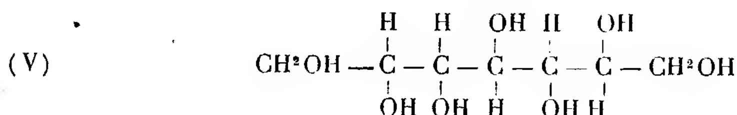
soit à celle correspondant à la formule

(III) 

Par hydrogénation, l'une comme l'autre de ces structures conduit à un mélange d'α-glucoheptite (I) régénérée et d'un second alcool plurivalent qui est

(IV) 

si l'α-glucoheptulose a la formule (II) et

(V) 

si le sucre cétonique possède, au contraire, la formule (III).

Il est facile de voir que ces deux dernières formules sont individuellement dissymétriques, ce qui s'accorde avec le pouvoir rotatoire de l'α-glucoheptu-

(¹) GAB. BERTRAND, *Ann. Chim. Phys.*, 8e série, 3, 1904, p. 181.

lite, mais qu'elles sont, au contraire, l'une par rapport à l'autre, absolument symétriques. Théoriquement, les deux substances qu'elles représentent devraient être les deux β-glucoheptites, *l* et *d*. Pratiquement, il est impossible d'affirmer que l'α-glucoheptulite est une des deux β-glucoheptites : la forme à pouvoir rotatoire droit de ces substances artificielles a bien été obtenue à l'état cristallisé, par L.-H. Philippe (¹) mais les constantes physiques ne sont pas superposables. De nouvelles recherches doivent être entreprises pour savoir si les divergences constatées tiennent à ce que les alcools plurivalents à comparer n'ont pas encore été assez purifiés ou si ces alcools appartiennent vraiment à des espèces chimiques différentes.

PHYTOPATHOLOGIE. — *Notes de pathologie alpestre*. Note de M. **J. Costantin**.

I. *Un parasite du* Picea excelsa *dans les Alpes de Savoie*. — En 1923 et 1924, j'ai été frappé par la présence d'une Urédinée parasite de l'Epicea à Pralognan (Savoie).

D'abord dans la forêt qui se trouve au-dessus de la chapelle de Notre-Dame des Neiges (près du Planet), puis vers le haut de la forêt de Villeneuve, au Mont Charvet, à 1800^m d'altitude. Dans ce dernier cas, tous les arbres, d'ailleurs de très grande taille, étaient atteints.

Ayant exploré, en 1926 et 1927, la vallée de Chamonix, j'ai retrouvé le même parasite, *Chrysomyxa Rhododendri*, dont l'attaque était, on peut dire, générale sur *tous* les *Picea;* les plus jeunes présentaient d'ordinaire une teinte jaune intense, caractéristique qui s'observait de loin.

Au Chatelard, à la frontière de la Suisse, à Finhaut, la même extension de la maladie s'observait (²).

En 1926, M. Hamy, président de l'Académie des Sciences, m'a signalé l'universalité de la maladie de l'Epicea dans la vallée de Chamonix et attiré mon attention sur l'influence de l'altitude.

II. *Influence de l'altitude*. — Aux Tines (1100^m) l'intensité du mal est très faible,

(¹) L.-H. Philippe, *Ann. Chim. Phys.*, 8ᵉ série, 26, 1912, p. 289.

(²) J'ai pu être documenté sur la généralité de l'affection en Tarentaise par M. Houssais, professeur; elle existe à Champagny le Haut et le Bas, Saint-Bon, etc., entre 1700 et 800^m (à Bozel).

Le Champignon existe à Beaufort-sur-Doron, Haute-Luce, Arèches, Beaubois, etc., de 650^m à 1600^m.

il existe cependant. Au Planet-Montroc, au-dessus d'Argentière (1500^m), l'attaque est intense.

Mais au Chatelard (frontière de la Suisse à 1100^m), tous les arbres sont attaqués d'une manière très forte; à Finhaut-(1300^m), la maladie due au Champignon est moins grave. L'influence de l'altitude ne découle pas de ce qui précède.

III. *Action pathologique*. — L'arbre souffre-t-il de la présence de ce mal général? Sa croissance est normale; les jeunes très atteints ne paraissent guère troublés par cette lèpre qu'on observe sur eux. Quand l'hiver arrive, les feuilles contaminées tombent, cela correspond évidemment à une déchéance et à une réduction de l'assimilation chlorophyllienne hivernale.

Cette caducité foliaire peut se produire prématurément à la limite supérieure de la culture de l'Epicea. Le 31 août 1927, à 1800^m, j'ai constaté que de grands arbres étaient partiellement dépouillés de leurs feuilles. Dans la partie inférieure de la forêt, le même jour, au contraire, les branches étaient couvertes de leurs aiguilles (contaminées ou non).

Vers 1850^m la forêt disparaissait, sauf quelques Mélèzes un peu rabougris et isolés qui se voyaient plus haut.

Les Epiceas existaient cependant à une plus haute altitude, mais leur taille était de 1^m environ, nettement inférieure à celle d'un homme. Ces individus nains étaient dépouillés presque complètement, sauf une branche encore verte, par-ci par-là; d'ailleurs ces dernières n'existaient pas sur tous les pieds. Dans ce cas, ces petits arbres étaient comme morts. Il est cependant vraisemblable que beaucoup d'entre eux ont dû reprendre vie en 1928. C'est entre 1900 et 2100^m que ceci s'observait.

L'Urédinée jouait un rôle important dans la mortification de ces individus : toutes les feuilles avaient été envahies par le *Chrysomyxa*, ce qu'on n'observe jamais aux altitudes plus basses.

Évidemment la neige tombée plusieurs fois en plein été à ces hautes altitudes devait avoir un rôle dans le rabougrissement de la taille et dans la plus grande virulence du parasite.

La maladie devient donc beaucoup plus grave entre 1900 et 2100^m. Elle doit contribuer probablement au nanisme et aussi à la mort de certains individus.

IV. *Un cas exceptionnel*. — J'ai cependant observé un fait en opposition avec ce qui précède, dont la constatation m'a surpris.

A une altitude plus grande que les précédentes que j'estime approximativement à 2200^m, j'ai rencontré un arbuste isolé qui était complètement vert. Cet Épicéa était un peu plus haut (1^m,30) que ceux qui constituaient le cimetière que je viens de décrire plus haut.

Ce *Picea* était adossé à un *Pinus cimbra*. Or ce Pin brave des climats très rudes et pousse jusqu'à 2300^m, pendant aux rochers les plus abrupts, rabougri, mais cependant sans être nain.

J'émets, comme l'hypothèse de travail, l'opinion que les mycorhizes de ce Pin, en s'insinuant dans les racines de l'Epicea adossé, lui ont donné une résistance inattendue vis-à-vis du *Chrysomyxa*.

V. *Mycorhizes*. — J'ai constaté d'ailleurs, dans une contrée où tous les *Picea* sont atteints par l'Urédinée, qu'ils présentent des résistances très inégales. Quand il y a mélange d'Epiceas et de Mélèzes, la maladie est très intense. Or, dans ce cas, j'ai récolté, à maintes reprises, le *Boletus flavus* sur les racines du *Picea*.

Sur un Epicea, à la base duquel j'ai observé des ronds et étoiles de sorcières de *Polyporus ovinus*, la résistance était très forte.

Au contraire un *Picea* présentant sur ses racines une belle étoile de sorcières due au *Boletus cavipes* variété *luteus*, l'invasion de l'Urédinée était très accusée.

BACTÉRIOLOGIE. — *Nouvelles recherches expérimentales sur l'ultravirus tuberculeux*. Note de MM. **A. Calmette**, **J. Valtis** et **A. Lacomme**.

Dans deux précédentes Notes [1] nous avons exposé les résultats d'une première série d'expériences sur l'infection transplacentaire par l'ultravirus tuberculeux. Ces expériences portaient sur neuf enfants ou fœtus provenant de mères tuberculeuses, séparés de celles-ci dès leur naissance ou leur extraction, et dans les organes desquels nous avions constamment pu mettre en évidence, soit des bacilles tuberculeux colorables au Ziehl, soit les éléments filtrables à travers les bougies Chamberland L2 qui, inoculés aux cobayes, déterminaient la mort rapide de ces animaux sans lésions visibles, ou provoquaient une infection à allure bénigne du système lymphatique, au cours de laquelle on pouvait découvrir, dans divers groupes ganglionnaires, quelques bacilles tuberculeux typiques, isolés ou agglomérés en amas.

En présence de ces faits et des constatations expérimentales que nous avions faites antérieurement sur les cobayes femelles gravides, il paraissait certain que l'infection tuberculeuse transplacentaire est beaucoup plus fréquente qu'on ne l'admettait jusqu'alors et il importait de poursuivre les recherches en vue de préciser le rôle de cette infection dans la mortinatalité et dans la mortalité des nouveau-nés de mères tuberculeuses.

---

[1] *Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 491; **183**, 1926, p. 835.

Les ressources du Service de tuberculeuses annexé à la clinique obstétricale Baudelocque nous ont permis de continuer l'étude de cet important problème.

Du 1er octobre 1926 au 31 mars 1928, soit en 18 mois, 193 enfants ou fœtus de mères tuberculeuses ont été expulsés à la clinique Baudelocque; 173 sont nés vivants et apparemment viables, c'est-à-dire que leur poids dépassait 1800g et qu'ils ne présentaient pas de tares pathologiques manifestes; 20 pouvaient être considérés comme non viables, soit parce que très prématurés (15), soit parce que porteurs de malformations (2), soit parce qu'hérédo-syphilitiques (1) ou enfin parce qu'obstétricalement traumatisés (1).

Sur les 173 enfants nés apparemment viables, 21 (soit 12 pour 100) sont morts à la clinique, dont 12 (soit 7 pour 100) au cours du premier mois.

Les causes de mort de ces 21 enfants étaient : 1 tuberculose congénitale avec lésions de granulie pulmonaire macroscopiquement visibles; pour 4, le syndrome de *dénutrition progressive* décrit par A. Couvelaire et, sous le vocable de « morts inexpliquées », par Léon Bernard, Debré et Lelong; enfin 16 sont morts d'infections diverses (broncho-pneumonies, pneumonies, otites, érysipèle).

Le déchet global fut donc de 41 enfants ou fœtus, *soit* 24 *pour* 100. De ces 41 enfants ou fœtus, 21 seulement ont pu être autopsiés et ont fait l'objet de nos recherches; mais nous ne retiendrons que 15 d'entre eux, les animaux inoculés avec les organes des 6 autres étant morts dès les premiers jours après l'inoculation.

Frappés par le nombre de résultats positifs que nous avions obtenus dans notre première série d'expériences, nous nous sommes entourés de toutes les précautions possibles pour éviter les causes d'erreurs. Les animaux inoculés ont été mis à l'abri de tout contact avec des animaux tuberculeux; nos inoculations et autopsies ont été faites avec des instruments neufs, n'ayant jamais servi à l'inoculation ou à l'autopsie d'animaux tuberculeux. Les autopsies des enfants ont été effectuées aseptiquement à la clinique Baudelocque.

Cette nouvelle série de nos recherches a porté sur 11 enfants (à ajouter aux 9 qui faisaient l'objet de notre précédente Communication) pour lesquels les inoculations expérimentales nous ont donné un résultat positif.

L'un de ces enfants avait été extrait par opération césarienne d'une mère atteinte de méningite tuberculeuse. Il a vécu 19 jours à l'abri de tout contact tuberculeux. Son autopsie révéla l'existence de lésions de granulie

pulmonaire. Tous ses organes contenaient en abondance du bacille de Koch.

Aucun des autres ne présentait de lésions tuberculeuses visibles, mais chez deux d'entre eux, nous avons trouvé, dans leurs ganglions (coronaires et trachéo-bronchiques principalement) des bacilles visibles à l'examen direct, colorables par le Ziehl, et *tous* avaient, dans leurs viscères, et dans leurs ganglions lymphatiques, des éléments virulents qui, inoculés au cobaye, provoquaient presque constamment l'apparition ultérieure, dans les différents groupes ganglionnaires de ces animaux, de bacilles tuberculeux typiques, peu nombreux et isolés ou en amas, sans lésions tuberculeuses macroscopiquement visibles.

Pour trois de ces enfants, les filtrats de leurs organes se sont montrés virulents.

Il est exceptionnel que les éléments filtrables, auxquels nous avons donné le nom d'*ultravirus tuberculeux*, déterminent, chez le cobaye, de même que chez l'enfant, des lésions identiques à celles que produit le bacille de Koch normal, c'est-à-dire évoluant vers la caséification. Ces lésions restent ordinairement bénignes et sont surtout caractérisées par un engorgement des ganglions lymphatiques, de sorte que, lorsque l'infection transplacentaire par l'ultravirus entraîne la mort du fœtus *in utero*, ou celle du jeune enfant, il apparaît bien que celle-ci soit due à des phénomènes d'intoxication produits par une toxine que nous n'avons pas encore réussi à isoler.

Nous sommes donc conduits à établir désormais une distinction entre l'*hérédité bacillaire* proprement dite, résultant de la transmission directe des formes normales du bacille de Koch, qui est rare et presque fatalement mortelle à brève échéance pour le nouveau-né, et l'*infection transplacentaire par l'ultravirus* qui paraît, au contraire, très fréquente et qui, lorsqu'elle ne détermine pas la mort rapide du fœtus, ou celle du nouveau-né par *dénutrition progressive*, ne semble pas avoir de conséquences graves pour la santé des nourrissons lorsque ceux-ci ne sont pas exposés à des réinfections bacillaires dans leur milieu familial.

Les mesures de prophylaxie individuelle et de défense sociale contre la tuberculose doivent donc toujours être principalement dirigées contre les effets particulièrement nocifs de ces réinfections bacillaires, surtout dans le très jeune âge. Elles doivent tendre :

1° A réaliser la vaccination préventive par le BCG, dont l'expérience, à la Clinique Baudelocque, montre la parfaite innocuité, aussi bien pour les

enfants de mères tuberculeuses qui naissent sans doute presque tous porteurs d'ultravirus, que pour ceux qui naissent indemnes;

2° A séparer, toutes les fois qu'il est possible, dès après leur naissance, les nouveau-nés de mères phtisiques.

PHOTOMÉTRIE. — *Sur le rendement des globes diffusants translucides et le principe de la conservation des flux lumineux.* Note (¹) de M. **André Blondel.**

On peut calculer l'effet de transmission total du globe sphérique diffusant en généralisant un calcul que j'ai donné antérieurement pour les réflexions dans un globe diffusant opaque (²).

Pour simplifier, supposons d'abord que la diffusion par réflexion et par transmission se fasse suivant la loi du cosinus (loi de Lambert). Tout faisceau incident de flux égal à l'unité subit, en tombant sur le verre diffusant, une réflexion spéculaire, une réflexion diffuse, une absorption et une transmission.

En appelant s le facteur de réflexion spéculaire moyen, ρ et τ facteurs de réflexion et de transmission diffuses, a le facteur d'absorption, on a d'abord la relation

$$s+\rho+\tau+a=1. \tag{1}$$

En appelant I l'intensité de la source dans la direction d'un point m du globe, centre d'un élément de surface ds, r le rayon du globe, S sa surface totale, F le flux de la source, on a

$$F=\int_S \frac{I}{r^2}\,ds. \tag{2}$$

Les rayons incidents réfléchis vers le centre sont supposés récupérés, en admettant qu'ils ne soient pas absorbés par la source.

L'éclairement total E au point m est la somme de trois éclairements e, e', e'', que l'on va définir. Le premier est l'éclairement direct et réfléchi :

$$e=\frac{I}{(1-s)\,r^2}, \tag{3}$$

le second est dû à la brillance intérieure du globe. Soit B cette brillance au

(¹) Séance du 18 juin 1928.

(²) *Sur les intégrations photométriques* (*Bull. Soc. int. des Électriciens*, 2ᵉ série, 4, 1904, p. 659).

point m' produite par la radiance R provoquée par l'éclairement E'; on a, par la loi de Lambert,

$$B = \frac{R}{\pi} = \rho \frac{E'}{\pi}. \tag{4}$$

Si l'on appelle α les angles égaux formés en m et m' avec les rayons de la sphère par la droite mm', l'élément ds reçoit de la sphère un éclairement

$$e' = \int_S \frac{\rho E\, ds'}{\pi} \frac{\cos^2\alpha}{r^2} = \frac{\rho \int E'\, ds'}{S} = \rho E_m = R_m, \tag{5}$$

en désignant par E_m l'éclairement moyen total de la sphère et par R_m la radiance moyenne. Il faut ajouter l'effet de l'éclairement diffus transmis par réflexion spéculaire, chaque élément ds' servant de miroir; en tenant compte des réflexions spéculaires successives, on a ainsi

$$e'' = \frac{s}{(1-s)S} \int_S R''\, ds' = \frac{s}{1-s} R_m. \tag{6}$$

Ajoutant les trois termes e, e', e'', l'éclairement total en m est

$$E = \frac{1}{1-s}\left(\frac{I}{r^2} + R_m\right). \tag{7}$$

Chaque élément de surface ds émettra un flux $E\,ds$. Le flux F' émis par le globe sera proportionnel à l'intégrale de cette expression; or

$$(1-s)\int_S E\, ds = \int_S \frac{I}{r^2} ds + \int_S R_m\, ds, \tag{8}$$

ou, en tenant compte de (2) et (5),

$$E_m S = F + R_m S = F + \rho E_m S, \tag{9}$$

d'où l'on obtient l'expression de E_m en fonction de F,

$$E_m = \frac{1}{S} \frac{F}{1-\rho-s}. \tag{10}$$

Le flux transmis étant

$$F' = \tau E_m, \tag{11}$$

on obtient pour expression du facteur de transmission globale *apparent*

$$\tau' = \frac{1}{1-\rho-s}. \tag{12}$$

En général, l'émission des rayons diffusés se fait suivant une loi plus complexe, en fonction de l'angle α; la brillance interne et la radiance externe sont de la forme

$$B_\alpha = E f(\alpha) \cos\alpha; \qquad R_\alpha = E \varphi(\alpha).$$

Le flux transmis aura donc pour expression

$$F' = \int_S R'_\alpha \, ds' = \int_S E\varphi(\alpha)\, ds'$$

et l'éclairement secondaire

$$e' = \int_S \frac{E f(\alpha) \cos^2\alpha}{d^2}\, ds = \int \frac{E f(\alpha)}{S}\, ds;$$

d'où

$$(1 - s)\, E = \frac{I}{r^2} + \frac{1}{S}\int_S E f(\alpha)\, ds.$$

Cette équation n'est plus intégrable et l'on ne peut donc pas calculer F'. Mais on peut heureusement donner à la solution précédente une forme applicable à tous les cas, en remplaçant dans l'expression (12) de τ' le dénominateur par la somme $a + \tau$, qui lui est égale en vertu de (1); d'où :

$$(12) \qquad \tau' = \frac{\tau}{a + \tau}.$$

En général, les rayons réfléchis au centre sont plus ou moins absorbés par la source, et à a il faudra ajouter un terme $a' < 0{,}05$.

A titre d'exemple, si l'on a

$a + a' = 0{,}15$,	$\rho = 0.25$,	$\tau = 0{,}60$,	il vient	$\tau' = 0{,}80$;
0,15,	0,45,	0,40,	»	0,727;
0,20,	0,60,	0,20,	»	0,50.

On s'explique ainsi qu'il puisse exister d'énormes différences entre le coefficient de transmission τ d'un élément ds isolé du globe et le coefficient de transmission apparent du globe complet.

L'expression (12) ne contient plus que deux facteurs connus et présente une signification physique très simple; elle est en effet la simple définition du rendement lumineux de la transmission de lumière entre la face intérieure du globe, qui reçoit tout le flux lumineux F de la source, et la face de sortie, qui reçoit seulement la fraction τ de ce flux, diminuée de l'absorption. L'équation (12) n'est donc que la traduction algébrique du principe

de la *conservation du flux lumineux*, que j'ai mis en évidence déjà antérieurement et qui s'écrit ici

$$F'\left(1+\frac{a}{\tau}\right)=F.$$

Elle ne suppose rien sur la loi de la réflexion diffuse et elle est applicable à tous les globes diffusants.

Dans le cas d'un globe assez opaque pour que le facteur de réflexion diffuse $\frac{1-s}{\rho}$ atteigne une valeur de 0,85 à 0,90, le terme e dans l'expression (5) peut devenir très faible par rapport à $e'+e''$.

Si donc la source présente une répartition de lumière qui soit de révolution autour de l'axe vertical, ou qui soit peu irrégulière, on aura une mesure proportionnelle à l'éclairement moyen, et par suite au flux de la source en intégrant les rayons émis suivant la direction normale par un double secteur du globe compris entre deux plans méridiens.

J'ai décrit et réalisé en 1895 un intégrateur photométrique ainsi constitué, sous forme d'une boule sphérique en verre opale épais, s'ouvrant suivant un plan diamétral, entourée d'un globe métallique opaque ouvert suivant deux secteurs, dont les rayons diffusés sont recueillis et concentrés sur l'écran d'un photomètre par un miroir en forme d'ellipsoïde [1].

L'éclairement du photomètre était, avec une précision suffisante pour le portique, proportionnel au flux émis par la lampe. Ce lumenmètre a été le premier appareil à boule intégrante permettant la mesure directe du flux

On voit par ce qui précède les grands services que peut rendre en photométrie l'application du principe de la conservation du flux lumineux.

D'après l'équation (9) ce principe s'applique même sur la face interne du globe, *à condition* qu'on attribue le signe négatif au flux *centripète* $R_m S$, tandis que le flux *centrifuge* $E_m S$ est positif. Le flux de la source F peut ainsi entretenir un flux $E_m S$ plus grand que lui, tout comme une force électromotrice alternative, branchée aux bornes d'un circuit comprenant une inductance et une capacité, peut entretenir aux bornes de cette dernière une différence de potentiel plus élevée qu'elle-même.

---

(1) Cf. A. Blondel, *Détermination de l'Intensité moyenne sphérique des sources de lumière* (*L'Éclairage électrique*, **2**, 1895, p. 542, et *Bull. Soc. int. des Électriciens, loc. cit.*).

GÉODÉSIE. — *Déviations de la verticale en Corse.*
Note de M. **P. Helbronner.**

Les études de la déviation de la verticale que j'ai été amené à exécuter dans les Alpes françaises, parallèlement à la documentation destinée à l'établissement du calcul d'un arc de méridien basé sur la chaîne fondamentale que j'avais établie sur le territoire de la Savoie en 1907 et 1908, et que j'avais prolongée de 1921 à 1923 sur le Dauphiné et la Provence, se sont naturellement poursuivies lorsque j'ai soudé aux opérations de cette chaîne celles de la jonction géodésique directe de la Corse au Continent français, et celles d'une chaîne méridienne fondamentale intéressant l'île dans toute sa longueur.

J'ai encore pu faire appel pour les observations astronomiques à la précieuse collaboration de M. G. Fayet, directeur de l'Observatoire de Nice, dont la réussite des travaux aux huit stations que je lui avais demandé d'exécuter dans les Alpes ne pouvait que me faire souhaiter la continuation du bénéfice d'une compétence remarquable et d'une expérience d'observateur consommée. Le but que je visais en Corse s'avérait d'ailleurs peut-être encore plus intéressant que dans les Alpes : à côté, en effet, de la nécessité d'obtenir de nouvelles données astronomiques permettant de prolonger l'étude de la courbure méridienne le long de l'extension que j'allais fournir à ma triangulation fondamentale, en l'augmentant d'un degré et demi en latitude, se présentait l'occasion de profiter de la situation de la Corse isolée à plus de 100^{km} du territoire continental le plus proche et dotée d'un très puissant relief orographique, pour une recherche méthodique des déviations de la verticale tout autour et au centre de son territoire. Celui-ci peut, en effet, être considéré comme le théâtre de forces attractives dégagées de sources éloignées et dépendant exclusivement de son seul figuré topographique d'une part, et de sa propre constitution géologique d'autre part, en particulier par le fait que les profondeurs maritimes environnantes — sauf au seuil étroit de rattachement avec la côte toscane — constituent avec les altitudes de la chaîne centrale des dénivelées totales pouvant dépasser une moyenne de 4000^{m} et présentent de larges et puissants fossés de séparation avec les reliefs extérieurs les plus voisins.

Je fixais à cet effet cinq positions d'observations astronomiques, sur la périphérie, c'est-à-dire au Nord-Est à Bastia, au Nord-Ouest à Ile-Rousse, à l'Ouest à Ajaccio, à l'extrême Sud au cap Pertusato, et enfin à l'Est à

Alistro. Un sixième centre d'occupation me paraissait intéressant à placer à Calacuccia au centre de l'île, au pied immédiat du massif du Cinto, point culminant de la chaîne centrale et dans le voisinage d'autres mouvements orographiques très importants en volume et en élévation.

Les observations astronomiques ne purent être toutes achevées en 1925 et l'occupation d'Alistro fut reportée à 1926. L'instrument employé fut encore l'astrolabe à prisme de Claude et Driencourt qui avait donné toute satisfaction aux stations des Alpes. Comme en chacune de celles-ci, il me parut encore désirable de posséder les observations de quatre séances différentes, pendant lesquelles on put en général travailler sur une centaine d'étoiles en utilisant concurremment les signaux de la Tour Eiffel et du poste Lafayette. A Alistro où les conditions atmosphériques permirent même cinq séances, le nombre d'étoiles utilisées en une seule des séances atteignit 146, les signaux de T. S. F. y étant observés exclusivement sur le poste Lafayette.

De même que dans la Note précédente, relative aux stations des Alpes, je résume ici par le tableau ci-dessous les valeurs des coordonnées astronomiques et géodésiques qui, par leur différence, mettent en évidence le sens et la force relative des six attractions locales étudiées :

	Latitude astronomique moins latitude géodésique.	Longitude astronomique moins longitude géodésique.	Attraction finale — en azimut (Nord : 0ᶜ, et sens trigonométrique).	Attraction finale — en valeur métrique proportionnelle.
1° Ajaccio	−18",07	+35",88	338 grades	322,4 m
2° Calacuccia	− 3,75	−16,28	80	126,0
3° Pertusato	− 9,26	+21,06	334	183,2
4° Bastia	− 1,20	−64,46	98	474,0
5° Ile-Rousse	+61,46	+40,47	229	682,9
6° Alistro	−22,68	−62,82	71	517,3

Ces valeurs graphiquement reportées sur la carte au $\frac{1}{1000000}$ qui accompagne cette Note fixent d'une façon expressive en chacune des positions l'action prépondérante de l'attraction en puissance et en direction.

A *Ajaccio*, l'attraction résultante se fait dans la direction du grand Massif Central Monte Rotondo-Monte d'Oro, sans que le petit massif immédiatement voisin des pointes de Lisa et de Pozzo di Borgo situé au Nord de la ville fasse sentir spécialement son action. Il est vrai qu'au Sud-Est, de l'autre côté de la baie d'Ajaccio, les masses, à peu près égales quoique plus

éloignées, des chaînons dominés par la pointe de Cozzanaccio doivent évidemment se présenter en attractions compensatrices.

A *Calacuccia*, les forces attractives doivent s'exercer dans toutes les directions car la station se trouve dans le fond de la vallée entourée de tous côtés par les plus hauts massifs de l'île; il est d'autant plus curieux de constater que c'est précisément le plus important en volume et en élévation, celui qui court au Nord et qui culmine au Cinto qui a nettement imposé sa suprématie. La direction de la résultante vient en effet tomber à peu près au milieu de la distance séparant le Cinto du Paglia Orba; quant à son intensité relativement faible elle comprend les diverses réactions antagonistes, notamment des massifs de la Punta Artica et du Rotondo, noyées dans la complexité des forces en présence.

A *Pertusato* à l'extrémité méridionale de l'île, l'attraction finale se fait nettement sentir dans l'alignement de la petite chaîne de collines toutes voisines qui se dirige vers la presqu'île de Santa Manza sans qu'elle semble influencée par les massifs de la Trinité et du Mont Corbo situés au Nord mais déjà à une distance supérieure.

A *Bastia*, l'attraction très forte, presque absolument dirigée vers l'Ouest, est due évidemment à l'importante masse de la chaîne dorsale du Cap Corse qui s'élève immédiatement au-dessus de la ville à la faible distance de $4^{km},5$, avec la forte dénivelée de 900 à 1300^{m}.

A *Ile-Rousse*, l'attraction finale apparente s'exerce par le Massif Central du Niolo, l'axe de direction venant tomber sur le Mont Travonato, en laissant nettement à l'Ouest la partie la plus élevée et la plus épaisse de la chaîne du Cinto. Il est probable d'ailleurs que l'effet de la grande masse centrale soit quelque peu modifié par celui d'une masse beaucoup moins volumineuse mais toute proche, celle de la Cima d'Occica située à 2^{km} et s'élevant à 300^{m} d'altitude.

Il est intéressant de rappeler que MM. Perrotin et Hatt, opérant alternativement à Ile-Rousse et à Nice, ont obtenu pour Ile-Rousse une différence de longitude avec Paris qui n'est supérieure que de 45 millièmes de seconde de temps à celle des présentes opérations. D'autre part, les valeurs de latitude astronomique et géodésique, résultant des observations de 1889, ont présenté une différence de $+63'',581$ au lieu de $+61'',463$ résultant de mes calculs; ce très léger écart de $2'',118$ s'expliquerait déjà facilement par la seule imprécision des positions géodésiques admises à cette époque pour la Corse.

A *Alistro*, la déviation dominante s'effectue en direction de la région méridionale du massif du San Pedrone, traversant l'alignement plus proche

des avant-monts du Monte Osari et du Monte San Appiano, semblant plus attirée par ce dernier, situé, en effet, à plus courte distance.

En résumé, de ces six études, il est remarquable de constater que les attractions se font, en général, nettement vers l'intérieur de l'île, en direction régulière des massifs les plus voisins, même souvent très inférieurs en puissance et en altitude, masquant toute action dépendant de la nature géologique dont l'influence s'efface complètement devant celle du relief. C'est la même conclusion que celle qui s'est imposée en conséquence des huit déviations que j'ai obtenues dans les Alpes françaises.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Au sujet d'un Mémoire de M.* W. G. Burgers *sur les cristaux uniaxes à pouvoir rotatoire.* Note de M. **G. Friedel.**

M. W. G. Burgers a publié récemment [1], sur la structure des cristaux uniaxes pourvus du pouvoir rotatoire, un travail suggéré par les quelques réserves que je me suis permis de faire [2] au sujet des déterminations radiologiques de structures dans les cas d'édifices cristallins pseudo-paramorphes (c'est-à-dire d'édifices mimétiques à éléments trop fins pour être perçus séparément).

M. Burgers étudie par l'analyse radiologique quatre espèces uniaxes à pouvoir rotatoire (oxalate de K-Rh; métapériodate de Na; sulfate d'éthylènediamine; carbonate de guanidine) et est conduit à conclure que, dans ces espèces, la dissymétrie holoaxe et le pouvoir rotatoire qui l'accompagne sont dus à la disposition des atomes dans la maille et non à une superposition pseudo-paramorphique de « lamelles » dépourvues chacune de cette dissymétrie. Il s'efforce d'ailleurs de généraliser ce résultat et de diminuer le plus possible, si ce n'est de réduire à néant le rôle des structures pseudo-paramorphiques. C'est la tendance générale et toute naturelle des physiciens venus à la cristallographie par la voie de l'analyse radiologique. Il est très possible que les quatre espèces étudiées soient de vrais uniaxes à structures atomiques simples, et que les groupements mimétiques, du genre de ceux que Mallard imaginait pour expliquer le pouvoir rotatoire spécial aux cristaux (et inexistant en solution, comme celui du quartz par exemple), n'y

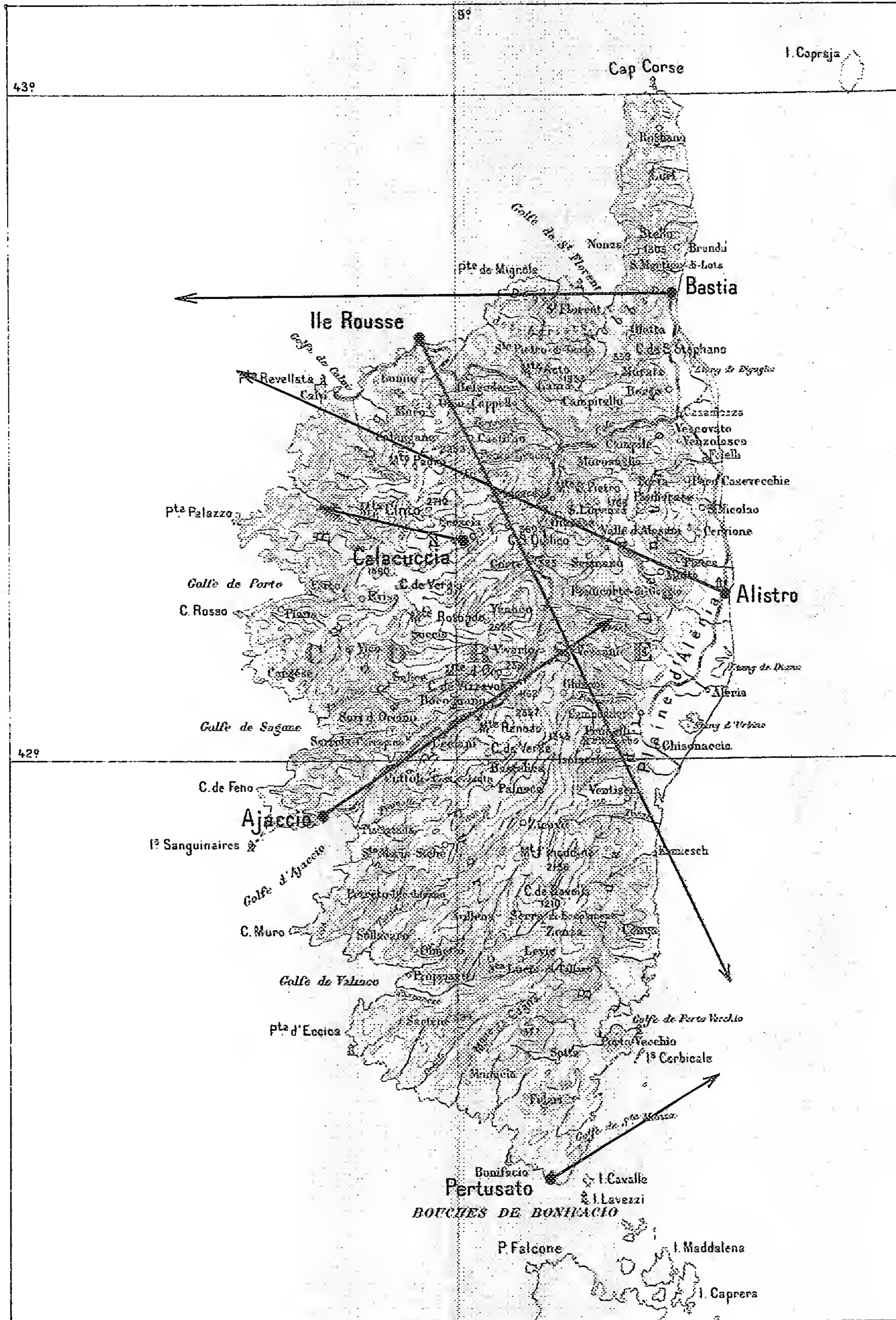
---

(1) *Proc. Roy. Soc.*, A, 116, 1927, p. 553-586.

(2) *Leçons de Cristallographie*, 1926, p. 396-397, et *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 741.

DÉVIATION DE LA VERTICALE EN CORSE

Carte nº 4



interviennent pas. Ce ne sont pas ces résultats particuliers que je conteste, bien qu'ils me paraissent fragiles. Je crois seulement devoir attirer l'attention sur une erreur fondamentale relative à la nature des macles et qui vicie toute l'argumentation de M. Burgers. Il me paraît y avoir un certain intérêt à relever cette erreur, parce que c'est une très vieille idée, depuis longtemps démontrée fausse, mais qui revient sur l'eau de temps en temps et qui peut paraître, à première vue, raisonnable à ceux qui n'ont pas eu l'occasion ou le temps de méditer un peu sur les phénomènes connexes de macle, d'épitaxie et de syncristallisation.

Voici comment M. Burgers l'expose : Il rappelle d'abord que la macle consiste en ceci, « qu'à un certain stade de la croissance du cristal, les groupes atomiques constituants peuvent prendre deux ou plusieurs positions d'équilibre qui sont quasi équivalentes, l'une correspondant à la continuation du cristal homogéne, les autres à la formation de macles ». Et il ajoute : « La possibilité de la macle doit, par conséquent, être liée à un caractère pseudo-symétrique de la structure du cristal non maclé.... Il semble raisonnable d'admettre que, *dans le cas où la macle se produit toutes les quelques mailles* (cristaux pseudo-paramorphiques), la cause de la macle doit être due à des relations pseudo-symétriques très prononcées autour d'un point... ». Je laisse de côté la restriction en italiques, car il n'est allégué aucune raison d'imaginer que le phénomène de macle soit, dans ce cas, différent de ce qu'il est dans les autres. La macle, selon M. Burgers, serait donc due à la pseudo-symétrie de tout l'ensemble de l'édifice cristallin, c'est-à-dire en somme à la pseudo-symétrie du *motif*. Cela est affirmé sans même une tentative de démonstration, en alléguant simplement qu'il « semble raisonnable de l'admettre ». Or le clair enseignement qui ressort de toute l'étude des macles est au contraire celui-ci (voir par exemple *Leçons de Crist.* p. 482) : La formation de la macle est totalement indifférente à la symétrie ou à la pseudo-symétrie de l'édifice cristallin ou des groupes d'atomes qui le constituent. Elle est due uniquement à la rencontre de symétries ou de pseudo-symétries dans les *périodes* (mailles, simples ou multiples) de cet édifice. Ou encore, ce qui est peut-être plus clair : La stabilité de l'édifice cristallin n'exige pas nécessairement que cet édifice soit tout entier périodique ou quasi périodique. La périodicité peut être interrompue et l'édifice composé de plusieurs éléments homogènes diversement orientés (macle). En ce cas, il suffit que cette périodicité (exacte ou approchée) existe, à travers tout l'édifice, dans la répartition de certains atomes; les positions de tous les autres atomes, et par suite la symétrie ou pseudo-symétrie du

motif cristallin n'interviennent pas. Je dois me contenter ici d'affirmations, et ne puis que renvoyer à l'exposé qui figure dans l'ouvrage précité (p. 421-483).

Ayant émis cette idée inexacte d'une pseudo-symétrie nécessaire du milieu cristallin par rapport aux éléments de macle, M. Burgers en tire cette conclusion, erronée par conséquent aussi, que la maille commune à deux cristaux maclés n'est pas, comme le veut la théorie que je soutiens, un multiple de la période simple, mais bien un sous-multiple. C'est sur cette erreur que sont basés tous ses raisonnements. On voit qu'il faut n'en accueillir les résultats qu'avec circonspection.

Comme la théorie des macles à laquelle j'ai fait allusion ci-dessus est bien antérieure à la découverte de Laue, il n'est pas inutile de faire observer que les résultats de la radiologie lui ont apporté pleine confirmation, et sont en complète contradiction avec la supposition de M. Burgers. On connaît à présent assez de cas de macles dans des espèces dont la structure est établie par l'analyse radiologique, pour qu'il soit aisé de constater que la macle ne répond absolument pas à une pseudosymétrie du milieu cristallin, mais seulement à celle d'une de ses mailles (périodes). Il suffit de citer en exemple la macle (110) de la calcite (*loc. cit.*, *fig.* 504), macle plus finement répétée puisqu'elle se produit par voie mécanique à n'importe quel moment et en n'importe quel point du cristal. La structure de la calcite, établie radiologiquement par Sir W. Bragg, ne montre pas la moindre pseudo-symétrie par rapport au plan de macle (110). Cette pseudo-symétrie n'appartient qu'à une maille multiple dont le volume est égal à cinq fois celui de la maille la plus petite. Il n'y a point là une supposition, ou un résultat de théorie plus ou moins contestable, mais une simple constatation de fait.

M. **Appell**, en faisant hommage à l'Académie (¹) du fascicule XXVII du *Mémorial* intitulé : *Le problème géométrique des déblais et remblais*, dont il est l'auteur, écrit ce qui suit :

Le Recueil des *Mémoires de l'Académie des Sciences* pour 1781 renferme un des écrits les plus remarquables de Monge où se trouvent développées d'une manière incidente la théorie des lignes de courbure et les propriétés des systèmes de rayons rectilignes appelés aujourd'hui congruences de

(¹) Séance du 18 juin 1928.

droites. Le grand géomètre y propose le problème suivant : « Deux volumes équivalents étant donnés, les décomposer en particules infiniment petites se correspondant deux à deux, de telle façon que la somme des produits des chemins parcourus en transportant chaque parcelle sur celle qui lui correspond, par le volume de la parcelle transportée, soit un minimum. »

Monge donne les noms de *déblai* et de *remblai* aux volumes qu'il considère, sans prétendre traiter une question relative à l'art de l'ingénieur. Il suppose que les parcelles sont transportées sur des lignes droites et il résout un problème de géométrie pure, qui le conduit à une de ses plus belles découvertes.

Depuis Monge et Dupin, les géomètres ne paraissent pas être revenus sur la question des déblais et remblais jusqu'en 1884, époque à laquelle l'Académie des Sciences proposa, comme sujet de concours pour le prix Bordin, de reprendre le problème de Monge, d'établir les principes qui peuvent conduire à la solution et de poursuivre jusqu'au bout la solution de cas particuliers.

On sait que le *Mémorial des Sciences mathématiques* est placé sous le patronage de l'Académie des Sciences; il est imprimé par la maison Gauthier-Villars dont l'éloge n'est plus à faire. La maison Gauthier-Villars imprime en même temps un *Mémorial* pour les *Sciences physiques*.

M. Léon Guillet fait hommage à l'Académie du Tome II, *Pratique*, de son Ouvrage intitulé : *Trempe, Recuit, Revenu. Traité théorique et pratique.* (I : *Théorie*. — II : *Pratique*. — III : *Résultats*).

ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Associé étranger en remplacement de M. Lorentz, décédé.

M. Edmund Wilson obtient	46	suffrages
M. Amé Pictet »	4	»
M. Ramon Cajal »	2	»

M. Edmund Wilson, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

Par l'unanimité de 45 suffrages, M. **Frédéric Swarts** est élu Correspondant pour la Section de Chimie.

Par l'unanimité des 24 suffrages, MM. **H. Deslandres** et **H. Le Chatelier** sont réélus membres du Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique.

NOMINATIONS.

MM. **Fernand** et **Lucien d'Azambuja**, **H. Grouiller**, **Armand Lambert**, **Jean Mascart** sont adjoints à la délégation française à la troisième Assemblée générale de l'Union astronomique internationale qui se tiendra à Leyde du 5 au 13 juillet 1928.

M. **Georges Perrier** est adjoint à la délégation au *Conseil international de recherches* pour la session qui se tiendra à Bruxelles les 13 et 14 juillet prochains.

PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de deux candidats à une place d'Astronome titulaire à l'Observatoire de Paris, M. *P. Fatou* est désigné en première ligne par 34 suffrages contre 12 à M. *A. Lambert.*

Pour la seconde ligne, M. *A. Lambert* est désigné par l'unanimité de 44 suffrages.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne............... M. **Paul Fatou.**
En seconde ligne............... M. **Armand Lambert.**

Dans la formation d'une liste de deux candidats à la Chaire d'Embryologie comparée du Collège de France, M. *E. Fauré-Fremiet* est désigné en première ligne par 36 suffrages contre 4 à M. *R. Legendre.*

Pour la seconde ligne, M. *R. Legendre* est désigné par 26 suffrages. Il y a 3 bulletins nuls.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts comprendra :

En première ligne. . . . . M. **Emmanuel Fauré-Fremiet.**
En seconde ligne . . . . M. **René Legendre.**

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

General Catalogue of Stellar Parallaxes, by Frank Schlesinger.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les surfaces isothermiques.* Note de M. R. Coenen.

1. Considérons une surface isothermique quelconque (S) et celle (S') qui lui correspond, à une translation arbitraire près, par plans tangents parallèles. La première surface, rapportée à ses lignes de courbure, aura un élément linéaire réductible à la forme

$$ds^2 = \frac{1}{\Phi(u, v)}(du^2 + dv^2),$$

tandis que le ds^2 de (S') sera donné par l'équation

$$ds'^2 = \Phi(u, v)(du^2 + dv^2).$$

La condition qui exprime que la correspondance envisagée réalise une représentation conforme de (S) sur (S'), se traduit par

$$ds'^2 = \Phi^2\, ds^2.$$

2. Appelons $\mathcal{G}_m$ et $\mathcal{G}'_m$ les courbures géodésiques moyennes respectives, en deux points homologues quelconques, de (S) et de (S') (*Comptes rendus* du 11 avril); nous obtiendrons la relation remarquable

$$\mathcal{G}_m + \Phi(u, v).\mathcal{G}'_m = 0. \tag{1}$$

Elle montre que la fonction Φ caractéristique de chaque couple de surfaces

isothermiques est égale, au signe près, au quotient des courbures géodésiques moyennes des surfaces (S) et (S′) respectivement.

$\mathcal{G}_m$ et $\mathcal{G}'_m$ étant des éléments géodésiques, cette formule met en outre en évidence le caractère d'invariance de la fonction Φ pour toute déformation des deux surfaces.

Désignant par K et K′ les courbures totales respectives des mêmes surfaces, nous aurons encore

$$K\Phi^2 + K' = 0. \tag{2}$$

A partir de (1) et de (2), nous obtenons immédiatement

$$\frac{\mathcal{G}_m}{\mathcal{G}'_m} = \pm\sqrt{\frac{-K'}{K}},$$

c'est-à-dire une relation entre les courbures géodésiques moyennes et les courbures totales, en deux points homologues quelconques P et P′.

Si les deux surfaces, en ces points, sont toutes deux convexes, le rapport de leurs courbures géodésiques moyennes sera imaginaire; il se présentera sous forme réelle si (S) et (S′) sont à courbures opposées.

En introduisant la formule d'Enneper pour la torsion τ_0 d'une asymptotique, on trouve encore

$$\frac{\mathcal{G}_m}{\mathcal{G}'_m} = \pm i\frac{\tau_0}{\tau'_0},$$

où τ_0 est relative à (S) en P, et τ'_0 à (S′) en P′.

3. Si nous désignons par x, y, z les coordonnées rectangulaires du point M de (S) et que nous appliquions à cette surface une inversion de pôle $O(x_0, y_0, z_0)$, nous ferons correspondre à (S) une autre surface (S_0), isothermique elle aussi. Par de simples quadratures, nous pourrons d'ailleurs déduire de (S_0) une nouvelle surface isothermique (S'_0) (Bour). Leurs courbures géodésiques moyennes $G_{m,0}$ et $G'_{m,0}$ seront successivement

$$\mathcal{G}_{m,0} = OM^2.\mathcal{G}_m + \sqrt{\Phi}\left[\frac{\partial(OM)^2}{\partial v} - \frac{\partial(OM)^2}{\partial u}\right]$$

et

$$\mathcal{G}'_{m,0} = \frac{-\mathcal{G}_{m,0}}{\Phi[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2]^2}.$$

Elle fournissent la relation

$$\mathcal{G}_{m,0} + \Phi(u, v).OM^4.\mathcal{G}'_{m,0} = 0$$

que l'on rapprochera utilement de (1).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur le calcul différentiel absolu des congruences.* Note de M. G. **Vranceanu**, présentée par M. Hadamard.

On sait que, étant donnée une variété riemannienne V_n, on peut toujours choisir dans cette variété un système de n congruences orthogonales. Le calcul différentiel absolu des congruences pour les variétés V_n consiste précisément à chercher les quantités qui sont des tenseurs par rapport aux changements orthogonaux de ces congruences.

Dans cette Note, je considère le problème général du Calcul différentiel absolu des congruences, en faisant voir qu'après ce calcul la géométrie de Riemann est une géométrie de Klein.

Soit un système de n vecteurs indépendants (fonctions des variables x_1, x_2, ..., x_n), déterminé par les composantes contrevariantes λ_h^i de ces vecteurs. Les courbes qui sont tangentes en chaque point à ces vecteurs seront appelées les congruences λ. Désignons par $\lambda h/i$ les réciproques (quantités covariantes) du déterminant $\|\lambda_h^i\|$ et considérons les expressions

$$a_{ij}=\sum_h^{n}{}_{1}\lambda_{h|i}\lambda_{h|j}, \tag{1}$$

qui forment évidemment un tenseur covariant du second ordre. Les a_{ij} seront pour nous les coefficients de la métrique relative aux congruences λ. Par rapport à cette symétrie nous pouvons former les symboles de Christoffel, les symboles de Riemann, les coefficients de rotation de Ricci de ces congruences, les coefficients à quatre indices de Ricci, etc.

Supposons maintenant qu'on remplace les vecteurs λ par d'autres vecteurs $\bar{\lambda}$, au moyen d'une transformation linéaire de la forme

$$\bar{\lambda}_{h|i}=\sum_{\alpha}{}_{1}^{n} C_h^\alpha\lambda_{\alpha|i} \qquad (h=1, \ldots, n), \tag{2}$$

où les C_h^α sont des fonctions des variables x, à déterminant différent de zéro. Soit $\bar{a}_{ij}$ la métrique relative aux congruences $\bar{\lambda}$, qui sera en général différente de la métrique relative aux λ et désignons par des quantités barrées les symboles de Christoffel, de Riemann, etc., relativement à cette métrique. Cela dit, on trouve que les C_h^α satisfont aux équations différen-

tielles suivantes :

$$(3)\qquad \frac{dC_h^k}{ds_l}=\sum_1^n{}_j\frac{dC_h^k}{dx_j}\lambda_l^j=\sum_1^n{}_{\alpha\beta}\overline{\gamma}_{h\alpha\beta}C_\alpha^k C_\beta^l-\sum_1^n{}_\alpha C_h^\alpha\gamma_{\alpha kl}+\sum_1^n{}_\alpha C_h^\alpha\varepsilon_{kl}^\alpha,$$

où les λ_{hkl} sont les coefficients de rotation de Ricci et les ε_{kl}^α sont données par les formules

$$(4)\qquad \varepsilon_{kl}^q=\sum_1^n{}_{ijr}\left(\left\{\overline{\begin{matrix}ij\\r\end{matrix}}\right\}-\left\{\begin{matrix}ij\\r\end{matrix}\right\}\right)\lambda_{\alpha/r}\lambda_k^i\lambda_l^j,$$

les $\left\{\begin{matrix}ij\\r\end{matrix}\right\}$ étant les symboles de Christoffel de seconde espèce.

La différence de ces symboles étant un tenseur du troisième ordre, les ε_{kl}^α sont des invariants aux changements des variables x, et il est intéressant à remarquer que ces quantités dépendent en même temps tant des congruences λ que des $\overline{\lambda}$.

On trouve de même que les coefficients de Ricci à quatre indices sont liés par les formules

$$(5)\qquad \sum_1^n{}_{\alpha,ab}\overline{\gamma}_{h\alpha,ab}C_\alpha^k C_a^l C_b^r-\sum_1^n C_h^\alpha\gamma_{\alpha k,lr}+\sum_1^n C_h^\alpha R_{\alpha k,lr}=0,$$

où les quantités R ont les expressions

$$(6)\qquad R_{\alpha k,lr}=\frac{d\varepsilon_{kl}^\alpha}{ds_r}-\frac{d\varepsilon_{kr}^\alpha}{ds_l}+\sum_1^n{}_p(\varepsilon_{pr}^\alpha\varepsilon_{kl}^p-\varepsilon_{pl}^\alpha\varepsilon_{kr}^p).$$

Si les coefficients C_h^α de la transformation (2) sont les coefficients d'une transformation orthogonale, et seulement dans ce cas, la métrique (1) reste invariante, c'est-à-dire que l'on a

$$(7)\qquad \overline{a}_{ij}=a_{ij},\qquad \varepsilon_{kl}^\alpha=R_{\alpha k,lr}=0,$$

et nous retrouvons dans les formules (3) et (5) les formules connues de la géométrie riemannienne. Par conséquent nous pouvons énoncer le résultat suivant :

Étant donné un système quelconque de n congruences indépendantes, au groupe de transformations orthogonales de ces congruences, correspond une géométrie de Riemann et inversement.

Si au groupe de transformations orthogonales nous ajoutons le groupe des dilatations

$$(8)\qquad \lambda_{h/i}=\sigma\lambda_{h/i},$$

où σ est une fonction quelconque des x, nous avons le groupe de la géométrie conforme. Dans cette géométrie les $\gamma_{hk,lr}$ ne sont plus des tenseurs dans le sens habituel. Le groupe orthogonal et le groupe des dilatations sont des groupes qui ne dépendent du système de congruence choisi. Il existe des groupes qui dépendent des congruences λ et il semble que parmi ces groupes soient encore les groupes des géométries à connexion affine.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les conditions d'unicité d'une solution des équations différentielles ordinaires.* Note [1] de M. **Alfred Rosenblatt**, transmise par M. Hadamard.

J'ai publié, en 1908, dans le tome V des *Arkiv för Matematik och Fysik* une Note sur l'existence des intégrales des équations différentielles ordinaires, dans laquelle j'ai démontré l'unicité de la solution de l'équation

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \tag{1}$$

égale à zéro pour $x = 0$, si $f(x, y)$ continu satisfait à l'inégalité

$$\left| \frac{f(x, y_2) - f(x, y_1)}{y_2 - y_1} \right| \leqq \frac{k}{|x|} \qquad (k < 1). \tag{2}$$

J'avais donné deux démonstrations, une qui se servait de la méthode des approximations successives de M. Picard et une autre basée sur le remplacement de l'équation (1) par l'équation

$$\frac{dz}{dx} = \Theta(x)\frac{z}{x}, \qquad z = y_2 - y_1. \tag{3}$$

C'est de cette dernière méthode que se servit en 1926 M. Nagumo [2] pour retrouver mon théorème avec la généralisation facile consistant à remplacer (2) par l'inégalité

$$\frac{1}{x}\,\frac{f(x, y_2) - f(x, y_1)}{y_2 - y_1} \leqq 1.$$

---

(1) Séance du 30 mai 1928.

(2) *Eine hinreichende Bedingung für die Unität der Lösungen von Differentialgleichungen erster Ordnung* (*The Japanese Journal of Mathematics*, 3, 1926, p. 17).

En revenant à mes recherches, je voudrais indiquer quelques généralisations faciles de ces résultats.

1. Il *suffit* pour l'unicité que l'on ait

$$(4)\qquad \int_0^x |\Theta(u)|\,du \leqq x,$$

Θ étant convenablement défini aux points où $z=0$, et l'intégrale étant supposée existante, ce que l'on établit immédiatement en envisageant la formule

$$\frac{z}{x} = \frac{1}{x}\int_0^x \Theta(u)\frac{z(u)}{u}\,du.$$

Par exemple, on peut avoir

$$(5)\qquad \Theta(x) = \frac{A}{e+1}\,e^{\sin\frac{1}{x}} \qquad (0 < A < 2).$$

Il *suffit* aussi que l'on ait l'inégalité (2) avec

$$(6)\qquad \frac{1}{x}\left[1+\frac{1}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right] \qquad (\varepsilon > 0)$$

au second membre, mais il ne suffit pas que l'on ait cette inégalité avec $\varepsilon = 0$.

($f(x,y)$ égal à

$$\frac{y}{x}\left[1+\frac{1}{\log\frac{1}{x}}\right]$$

pour $0 \leqq y \leqq x\frac{1}{\log\frac{1}{x}}$, égal à $\frac{1}{\log\frac{1}{x}}\left[1+\frac{1}{\log\frac{1}{x}}\right]$ pour $y \geqq x\frac{1}{\log\frac{1}{x}}$, à zéro pour $y \leqq 0$).

2. En composant ces deux conditions, supposons que l'on ait

$$(7)\qquad \frac{f(x,y_2)-f(x,y_1)}{y_2-y_1} = \frac{\Theta(x)}{x}\left[1+\frac{1}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right] \qquad (\varepsilon > 0),$$

$|\Theta(x)|$ intégrable dans o, x et soit

$$\int_0^x |\Theta(u)|\, du \leqq x. \tag{8}$$

Comparons l'équation (1) à l'équation

$$\frac{d\bar{z}}{dx} = \frac{\bar{z}}{x}\left[1 + \frac{1}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right], \tag{9}$$

en supposant $z(x_0) = \bar{z}(x_0) > 0$. On a, pour $0 < x < x_0$,

$$\frac{\bar{z}}{z} = e^{\int_x^{x_0} [\Theta(u) - 1] \frac{1}{u}\left[1 + \frac{1}{\left(\log\frac{1}{u}\right)^{\varepsilon+1}}\right] du}. \tag{10}$$

En appliquant à l'intégrale dans l'exposant la formule de O. Bonnet, on parvient à l'inégalité

$$\frac{\bar{z}}{z} \leqq e^{\frac{1}{x}\left[1 + \frac{1}{\left(\log\frac{1}{x}\right)^{1+\varepsilon}}\right]\left[\int_x^{\xi} |\Theta(u)|\, du - (\xi - x)\right]},$$

donc à une contradiction puisque l'on a

$$\lim_{x=0} \frac{\bar{z}}{z} = +\infty.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les suites des fonctions holomorphes.* Note de M. **Miécislas Biernacki**, présentée par M. Hadamard.

Je considère une suite des fonctions $\{f_n(z)\}$ qui sont holomorphes dans un domaine D et y tendent uniformément vers l'infini avec n. Δ est un domaine fermé quelconque complètement intérieur à D, Δ' un domaine fermé intérieur à D mais contenant Δ à son intérieur et z_0 l'affixe d'un point quelconque de Δ. Je rappellerai d'abord brièvement certains résultats intéressants indiqués par M. Mandelbrojt dans deux Notes récentes [1] :

z étant l'affixe d'un point de Δ et la détermination de logarithme étant

[1] *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1098 et 1248.

choisie convenablement, on a, dès que n est assez grand,

$$(1') \qquad 0 < \frac{1}{\alpha} < \frac{\log|f_n(z)|}{\log|f_n(z_0)|} < \alpha,$$

$$(1) \qquad 0 < \alpha_0 < \frac{|\log f_n(z)|}{\log|f_n(z_0)|} < \beta_0,$$

α_0, β_0, α (de même que plus tard α_s, β_s) désignent des constantes indépendantes de n.

Il résulte de (1′) que de toute suite partielle des $f_n(z)$ on peut extraire une autre telle que $\frac{\log|f_n(z)|}{\log|f_n(z_0)|}$ tend uniformément dans Δ vers une fonction harmonique limite. L'ensemble de ces fonctions limites est dit le noyau de la suite $\{f_n(z)\}$. Si le noyau ne contient pas la constante un et si les $f'_n(z)$ ne s'annulent pas dans D on a dans Δ, en posant

$$\varphi_{s,n}(z) = \frac{f_n^{(s)}(z)}{f_n(z)[\log|f_n(z_0)|]^s}$$

et dès que $n > n_s$,

$$(2) \qquad 0 < \alpha_s < |\varphi_{s,n}(z)| < \beta_s \qquad (s = 1, 2, 3, \ldots).$$

Les dérivées successives $f_n^{(s)}(z)$ ne s'annulent pas dans D et leurs noyaux sont les mêmes que celui des $f_n(z)$.

Je me propose d'établir quelques propositions qui se rattachent à celles de la deuxième Note citée de M. Mandelbrojt.

Théorème I. — *Si le noyau de la suite $\{f_n(z)\}$ ne contient pas la constante un et si les $f'_n(z)$ ne s'annulent pas dans* D, *on a*

$$(3) \qquad f_n^{(s)}(z) = [1 + \varepsilon_{n,s}(z)] \frac{[f'_n(z)]^s}{[f_n(z)]^{s-1}} \qquad (s = 1, 2, \ldots),$$

où $\varepsilon_{n,s}(z) \to 0$ avec $\frac{1}{n}$, uniformément dans Δ.

Il suffit d'établir que dans les égalités

$$(3') \qquad \frac{f_n^{(s)}(z)}{f_n^{(s-1)}(z)} = [1 + \eta_{n,s}(z)] \frac{f'_n(z)}{f_n(z)} \qquad (s = 2, 3, \ldots),$$

$\eta_{n,s}(z) \to 0$ avec $\frac{1}{n}$, uniformément dans Δ ou, en d'autres termes, que *le rapport des dérivées logarithmiques des dérivées successives tend vers un.* Considérons l'identité

$$(4) \qquad \varphi_{s,n}(z) = \varphi_{1,n}(z)\,\varphi_{s-1,n}(z) + \frac{\varphi'_{s-1,n}(z)}{\log|f_n(z_0)|}.$$

Les inégalités analogues aux (2) relatives au domaine Δ' montrent que le premier terme du second membre de (4) reste, dans Δ, supérieur en module à un nombre fixe tandis que le deuxième terme de ce membre y tend uniformément vers zéro.

Théorème II. — *Si le noyau de la suite* $\{f_n(z)\}$ *ne contient pas la constante un et si tous les zéros des* $f'_n(z)$ *dont* N_n *se trouvent à l'intérieur de* Δ *restent à une distance supérieure à un nombre fixe de la frontière de* Δ, *ce domaine contient exactement* sN_n *zéros de* $f_n^{(s)}(z)$ *dès que* $n > n'_s$.

C'est une conséquence immédiate de (3) appliquée aux points de la frontière de Δ.

Théorème III. — *Si le noyau de la suite* $\{f_n(z)\}$ *ne contient pas la constante un, le nombre de zéros de* $f_n^{(s)}(z)$ *dans* Δ *ne dépasse pas un nombre fixe* (¹).

Considérons d'abord le cas de $s=1$. Si le nombre N_n de zéros de $f'_n(z)$ dans Δ n'était pas borné, on pourrait supposer que $\lim_{n=\infty} N_n=\infty$ et, d'après (1), que $\psi_n(z)=\frac{\log f_n(z)}{\log|f_n((z_0)|}$ tend uniformément dans Δ' vers une fonction holomorphe $\psi(z)$ ne se réduisant pas à une constante. $\psi'_n(z)$ tendrait donc uniformément vers $\psi'(z)$ dans un domaine contenant Δ à son intérieur et le nombre N_n serait borné, contrairement à l'hypothèse. Si le théorème était inexact pour un $s>1$, on pourrait supposer que le nombre de zéros des $f_n^{(s)}(z)$ dans Δ augmente indéfiniment avec n et que $f'_n(z)$ ait dans Δ' un nombre fixe q de zéros s'accumulant vers q points déterminés de Δ'. Ceci est en contradiction avec le théorème II. Il résulte de cette proposition et de (2) que *la famille* $f_n^{(s)}(z)$ *est quasi normale dans* D.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation intégro-différentielle.* Note (²) de M. **V.-A. Kostitzin**, transmise par M. Hadamard.

1. Nous allons résoudre, sous forme trigonométrique utile au point de vue des applications, l'équation intégro-différentielle linéaire

$$(1)\qquad \sum_{k=0}^{n}\alpha_k z^{(k)}(x)=f(x)+\lambda\sum_{k=0}^{n}\beta_k\int_0^{2\pi} z^{(k)}(y)\,k(y-x)\,dy$$

(¹) Ce nombre fixe peut dépendre de D, Δ, s et de la suite considérée.

(²) Séance du 21 mai 1928.

(k étant continue et périodique). Multipliant par $e^{ip(u-x)}\,dx$, il vient

$$\sum_{k=0}^{n}[\alpha_k - \lambda\beta_k\tau(ip)]\int_0^{2\pi} z^{(k)}(x)\,e^{ip(u-x)}\,dx = \int_0^{2\pi} f(x)\,e^{ip(u-x)}\,dx,$$

en désignant par $\tau(ip)$ l'intégrale $\int_0^{2\pi} k(t)\,e^{ipt}\,dt$. Posant

$$A(t) = \sum_{k=0}^{n}\alpha_k t^k, \qquad B(t) = \sum_{k=0}^{n}\beta_k t^k, \qquad C_{k+1} = z^{(k)}(2\pi) - z^{(k)}(0),$$

$$N(\lambda;\, ip) = A(ip) - \lambda\, B(ip)\,\tau(ip),$$

ceci s'écrit

$$(2) \qquad N(\lambda,\, ip)\int_0^{2\pi} z(x)\,e^{ip(u-x)}\,dx$$
$$= \int_0^{2\pi} f(x)\,e^{ip(u-x)}\,dx - e^{ipu}\sum_{k=1}^{n} C_k \sum_{s=k}^{n}(ip)^{s-k}[\alpha_s - \lambda\beta_s\tau(ip)].$$

Introduisons maintenant trois fonctions auxiliaires

$$\varphi(u) = \frac{1}{2\pi\, N(\lambda,\, 0)} + \sum_{p=1}^{\infty}\frac{e^{ipu}}{\pi\, N(\lambda,\, ip)},$$

$$\psi(u) = \frac{\lambda\tau(0)}{2\pi\, N(\lambda,\, 0)} + \sum_{p=1}^{\infty}\frac{\lambda\, e^{ipu}\,\tau(ip)}{\pi\, N(\lambda,\, ip)},$$

$$Z(u) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} z(x)\,dx + \frac{1}{\pi}\sum_{p=1}^{\infty}\int_0^{2\pi} z(x)\,e^{ip(u-x)}\,dx.$$

Nous obtenons facilement l'expression de $Z(u)$

$$(3) \qquad Z(u) = \int_0^{2\pi} f(x)\,\varphi(u-x)\,dx - \sum_{k=1}^{n} C_k \sum_{s=k}^{n}[\alpha_s\,\varphi^{(s-k)}(u) - \beta_s\,\psi^{(s-k)}(u)].$$

La solution cherchée, partie réelle de $Z(u)$, dépend de n constantes arbitraires C.

2. Il existe des valeurs critiques de λ déterminées par

$$(4) \qquad N(\lambda;\, ip) = A(ip) - \lambda B(ip)\,\tau(iy) = 0.$$

Supposons tout d'abord $A(ip)$, $B(ip)$, $\tau(ip) \neq 0$. (2) montre que, dans ce cas, $f(x)$ et les C doivent vérifier la relation

$$(5) \qquad \int_0^{2\pi} f(x)\,e^{-ipx}\,dx = \sum_{k=1}^{n} C_k \sum_{s=k}^{n}(ip)^{s-k}[\alpha_s - \lambda\beta_s\tau(ip)].$$

La solution deviendra

$$(6)\quad Z(u)=\text{P. R.}\left\{\int_0^{2\pi} f(x)\,\varphi(u-x)\,dx+\sum_{k=1}^{n} C_k\,\overline{Z}_k(u)\right\}+D\cos px+E\sin px.$$

Supposons maintenant que l'on a simultanément

$$A(ip)=0,\qquad B(ip)=0;$$

dans ce cas, la relation (5) nous permettra de déterminer la valeur critique λ, et le reste se passe comme dans le cas précédent. Pour

$$A(ip)=0,\qquad \tau(ip)=0,$$

la relation (5) prend la forme

$$\int_0^{2\pi} f(x)\,e^{-ipx}\,dx=\sum_{k=1}^{n} C_k\sum_{s=k}^{n}\alpha_s(ip)^{s-k},$$

et, si cette condition est remplie, on retrouvera (6), quel que soit λ.

3. Quelques cas particuliers intéressants : Tout d'abord, si tous les $\alpha_k=0$, on a l'équation intégro-différentielle de première espèce

$$f(x)=\lambda\sum_{k=0}^{n}\beta_k\int_0^{2\pi} z^{(k)}(y)\,k(y-x)\,dy.$$

Pour $n>0$, la série $\psi(u)$ converge; quant à la série $\varphi(u)$, sa convergence dépend de l'ordre de grandeur du produit $B(ip)\tau(ip)$. Au contraire, si tous les $\beta_k=0$, nous aurons l'équation différentielle

$$\sum_{k=0}^{n} a_k\,z^{(k)}(x)=f(x).$$

Dans ce cas $\psi(u)\equiv 0$.

4. Notre méthode nous permet d'obtenir aussi la solution de l'équation

$$\sum_{k=0}^{n}\alpha_k\,z^{(k)}(x)=f(x)+\lambda\int_{-\infty}^{+\infty} k(y-x)\sum_{k=0}^{n}\beta_k\,z^{(k)}(y)\,dy.$$

Si la fonction $Z(u)$ et ses dérivées vérifient les conditions aux limites

$$z^{(k)}(\pm\infty)=0\qquad(k=0,1,\ldots,n-1),$$

nous obtenons la solution sous la forme

$$Z(u) = \text{P.R.}\left\{\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{itu}\,dt\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)\,e^{-itx}\,dx}{N(\lambda,\,it)}\right\}.$$

On suppose naturellement que la fonction $N(\lambda, it)$ n'a pas de zéros réels d'ordre $\geqq 1$. Sinon on doit supposer que l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-itx}\,dx$ a les mêmes zéros et que la fonction, sous le signe d'intégrale, reste intégrable.

Je veux encore remarquer que ma méthode permet de résoudre dans beaucoup de cas les équations intégro-différentielles d'ordre infini.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Détermination de l'ordre de grandeur à l'origine de certaines séries trigonométriques* (¹). Note de M. **Raphaël Salem**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. Nous dirons que deux fonctions $f(x)$, $\varphi(x)$ positives au voisinage d'un point (à droite ou à gauche) sont du même ordre de grandeur, et nous écrirons $f(x) \backsim \varphi(x)$, si l'on a dans ce voisinage (le point lui-même étant exclu)

$$h\varphi(x) < f(x) < k\varphi(x), \tag{1}$$

h et k étant deux nombres fixes essentiellement positifs.

2. La fonction

$$f(x) = \sum_{1}^{\infty}\frac{\sin nx}{\psi(n)},$$

où $\psi(n)$ est une fonction positive, non décroissante de l'entier n, et infinie avec n, est continue, sauf peut-être pour $x \equiv 0$.

a. Si $\psi(n+1) - \psi(n)$ n'est jamais croissante, $f(x)$ est infinie ou simplement discontinue au voisinage de l'origine, positive pour $x > 0$, et l'on

(¹) Certains auteurs (cf. W. H. Young, *Proceedings London Math. Soc.*, 12, 1913, p. 433) ont limité supérieurement les *valeurs absolues* de séries trigonométriques où les coefficients ont des formes particulières. Notre problème est différent : il consiste à déterminer les ordres de grandeur, définis au paragraphe 1.

a dans ce voisinage

(2) $$f(x) \sim \frac{1}{x\psi\left(\frac{1}{x}\right)},$$

$\psi(z)$ étant une fonction définie pour toute valeur de $z > 0$, assujettie à n'être jamais décroissante, à devenir infinie avec z, à être égale à $\psi(n)$ pour $z = n$ entier, et à avoir une dérivée jamais croissante. Je le démontre pour les valeurs infinitésimales de x de la forme $\frac{\pi}{2p}$, p étant entier; puis j'étends aux valeurs infinitésimales quelconques de x en considérant les séries auxiliaires obtenues en multipliant une ou deux fois la série donnée par $2\sin\frac{x}{2}$.

b. Si $\psi(n+1) - \psi(n)$ n'est jamais décroissante (¹), $f(x)$ est continue, ou simplement discontinue à l'origine, positive pour $x > 0$, et l'on a dans le voisinage

(3) $$f(x) \sim x\int_1^{\frac{1}{x}} \frac{t}{\psi(t)}\,dt.$$

Le procédé de démonstration et la définition de $\psi(t)$ sont analogues.

c. Le cas particulier de la discontinuité de première espèce a lieu si la fonction $\frac{\psi(n)}{n}$, forcément monotone dans nos hypothèses, tend vers une limite $\lambda > 0$ pour $n = \infty$. Dans ce cas,

$$f(+0) - f(-0) = \frac{\pi}{\lambda}.$$

3. Je considère maintenant la série

$$F(x) = \sum_1^\infty \frac{\cos nx}{\psi(n)},$$

$\psi(n)$ étant positive et infinie avec n.

a. Si la série $\sum \frac{1}{\psi(n)}$ est divergente, je suppose les deux fonctions

$$\frac{1}{\psi(n)} - \frac{1}{\psi(n+1)} \quad \text{et} \quad n\left[\frac{1}{\psi(n)} - \frac{1}{\psi(n+1)}\right]$$

positives et jamais croissantes, et je montre que $F(x)$, continue partout

---

(¹) Ou même seulement si $\frac{\psi(n)}{n}$ n'est jamais décroissante.

sauf à l'origine, est infinie et positive au voisinage de ce point et que l'on a

$$(4) \qquad F(x) \sim \int^{\left|\frac{1}{x}\right|} t\left[\frac{1}{\psi(t)} - \frac{1}{\psi(t+1)}\right] dt,$$

$\psi(t)$ se définissant pour toute valeur de t d'une manière analogue à celle indiquée plus haut.

b. Si la série $\sum \frac{1}{\psi(n)}$ est convergente, $F(x)$ est partout continue, et je détermine l'ordre infinitésimal de $F(0) - F(x)$ pour x voisin de zéro, en supposant que $\frac{\psi(n)}{n}$ ne soit jamais décroissante. Alors :

Si $\frac{\psi(n+1)}{n+1} - \frac{\psi(n)}{n}$ n'est jamais croissante, on a

$$(5) \qquad F(0) - F(x) \sim \int_{\left|\frac{1}{x}\right|}^{\infty} \frac{dt}{\psi(t)};$$

Si $\frac{\psi(n+1)}{n+1} - \frac{\psi(n)}{n}$ n'est jamais décroissante ([1]), on a

$$(6) \qquad F(0) - F(x) \sim \int_{\left|\frac{1}{x}\right|}^{\infty} \frac{du}{u^3} \int_1^u \frac{t^2}{\psi(t)} dt.$$

Dans le cas particulier où la fonction $\frac{\psi(n)}{n^2}$, nécessairement monotone dans nos hypothèses, tend vers une limite positive pour $n = \infty$, les formules (5) et (6) conduisent au même résultat :

$$F(0) - F(x) \sim x.$$

4. Incidemment je montre que f et F ont, dans les cas considérés, une dérivée continue en tout point non congru à zéro.

D'autre part, quand f ou F deviennent infinies, l'examen de leurs ordres de grandeur permet de décider si elles sont sommables au sens de M. Lebesgue, ou intégrables au sens de Riemann, et par suite si les séries données sont, ou non, soit des séries de Fourier, soit des séries de Fourier généralisées (Lebesgue). On retrouve ainsi directement certains résultats déjà connus.

([1]) Ou même seulement si $\frac{\psi(n)}{n^2}$ n'est jamais décroissante.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Pseudo-dérivée d'une fonction.*
Note de M. **André Roussel**, présentée par M. Goursat.

Je dis que $F(x)$ admet $f(x)$ comme *pseudo-dérivée* par rapport à la *fonction d'intervalle* $\varphi(\delta)$, si les conditions suivantes sont satisfaites (on suppose $0 \leqq x \leqq 1$) :

1° A tout ε positif on peut faire correspondre n couples de valeurs de x : $(x_1, x'_1), \ldots, (x_n, x'_n)$, de façon que l'on ait, en posant $\delta_i = (x_i, x'_i)$,

$$\left| \frac{F(x'_i) - F(x_i)}{\varphi(\delta_i)} - f(x_i) \right| < \varepsilon \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

2° Quand ε tend vers zéro, $\frac{1}{n}$ et $\max|\delta_i|$ tendent vers zéro.

3° A toute division de $(0, 1)$ en intervalles partiels, on peut associer un ε tel que dans chaque intervalle il y ait un x_i.

Plus brièvement : le rapport de $F(x+h) - F(x)$ à $\varphi(h)$ pourra être rendu aussi peu différent de $f(x)$ qu'on le voudra, en des points dont la répartition sur $(0, 1)$ tend à devenir uniforme, et le nombre infiniment grand.

1. *Si l'on a, quel que soit l'intervalle h,*

$$|F(x+h) - F(x)| < M|\varphi(h)| \qquad (M = \text{const.}),$$

$F(x)$ *admet par rapport à* φ *une pseudo-dérivée bornée et mesurable.* Soient une division de $(0, 1)$ en n intervalles (x_i, x_{i+1}), et $g_n(x)$ la fonction qui, pour $x_i \leqq x < x_{i+1}$, est égale au rapport de $F(x_{i+1}) - F(x_i)$ à $\varphi(x_{i+1} - x_i)$. L'ensemble de toutes les $g(x)$ admet au moins une fonction de *pseudo-accumulation* [1] $f(x)$ qui est la pseudo-dérivée cherchée.

2. Alors que, sauf des cas particuliers, il n'y a pas de fonctions admettant une dérivée continue par rapport à une *fonction d'intervalle donnée* $\varphi(\delta)$, on peut définir des classes très étendues de fonctions à pseudo-dérivées continues. A toute fonction $f(x)$ on peut associer une fonction $F(x)$ ayant $f(x)$ pour pseudo-dérivée par rapport à $\varphi(\delta)$.

3. Dans le cas particulier où $\varphi(\delta) \equiv \psi(x_2) - \psi(x_1)$, avec $\delta = (x_1, x_2)$, et ψ étant une fonction continue dont le rapport incrémental oscille de $-\infty$ à $+\infty$, on peut associer à une fonction continue arbitraire $f(x)$ une $F(x)$

(1) Voir A. Roussel, *Recherches sur le Calcul des Variations* (*Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 5, iv, 1926, p. 410).

ayant f pour dérivée par rapport à ψ quand l'accroissement de x tend vers zéro par valeurs particulières. Soit $\Phi(u, v)$ la primitive par rapport à v de $f\left(\frac{u}{v}\right)$. La fonction obtenue en remplaçant respectivement u et v par $x\psi(x)$ et $\psi(x)$ dans $\Phi(u, v)$ admet, en chaque point x_0, $f(x)$ comme dérivée par rapport à ψ, quand les x_i qui tendent vers x_0 satisfont à la condition

$$u(x_i) = u(x_0).$$

4. On peut donner des critères assurant la continuité de la pseudo-dérivée. En particulier, *si les deux conditions*

$$|F(x+h) - F(x)| < M|\varphi(h)|,$$
$$|F(x+k+h) - F(x+k) - F(x+h) + F(x)| < \varepsilon|\varphi(h)|,$$

où M *est une constante*, ε *une quantité infiniment petite avec* $|h|+|k|$, *sont vérifiées*, $F(x)$ *admet une pseudo-dérivée continue par rapport à* φ. On le démontre en établissant que les $g(x)$ définies au paragraphe 1 ont une fonction d'accumulation continue. Faisons, par exemple, $\varphi(h) = h^\alpha$. Pour $\alpha = 1$, on obtient un théorème connu, exprimant la continuité de la dérivée de F. Si $\alpha \neq 1$, la proposition précédente, généralisation immédiate de ce théorème, signifie que $F(x)$, qui ne peut pas avoir de dérivée continue par rapport à h^α, admet cependant une pseudo-dérivée continue. Ce cas met bien en évidence le caractère naturel de la notion de pseudo-dérivée.

On peut étendre ces considérations aux fonctions de plusieurs variables.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions de carré sommable le long des contours de leurs domaines d'holomorphisme*. Note [1] de M. **Alexandre Ghika**, présentée par M. Goursat.

1. Soient D un domaine, à distance finie, limité par une ou plusieurs courbes analytiques fermées (à points réguliers) de contour total C, et D' son domaine complémentaire par rapport au plan, le contour C étant exclu. Soient aussi C_n et C'_n deux suites de courbes analytiques fermées (à points réguliers) respectivement de D et de D' qui tendent à se confondre avec C de façon à couvrir le contour C entièrement.

Appelons $\Omega(C)$ l'ensemble de toutes les fonctions f :

---

[1] Séance du 14 mai 1928.

1° Holomorphes dans le domaine ouvert D.

2° Telles que z étant un point de C et x un point de D la différence $f(z)-f(x)$ tende vers zéro avec $z-x$ sauf pour un ensemble de points E de C de mesure nulle.

3° Telles que I étant une famille d'intervalles de C contenant l'ensemble E et I_n la famille d'intervalles correspondant sur C_n, on ait

$$\int_{I_n} |f(x_n)|^2 ds_n < \varepsilon \qquad \text{avec } m(I) < \eta \qquad (ds_n = |dx_n|),$$

$m(I)$ désignant la mesure des intervalles I (c'est-à-dire indépendamment de n).

Appelons aussi $\Omega'(C)$ l'ensemble de toutes les fonctions f, nulles à l'infini, et ayant les mêmes propriétés que les fonctions précédentes sauf qu'on a remplacé D par D' et C_n par C'_n.

Théorème. — *$f(z)$ et $g(z)$ étant deux fonctions quelconques, toutes les deux de $\Omega(C)$ ou de $\Omega'(C)$, on a*

$$\frac{1}{2\pi i}\int_C \frac{f(z)g(z)}{z-x}\,dz = \begin{cases} f(x)g(x) & \text{pour } x \text{ dans H,} \\ 0 & \text{pour } x \text{ dans H'.} \end{cases}$$

H étant respectivement identique à D ou à D' et H' à D' ou à D et l'intégrale étant prise dans le sens direct relativement à la normale intérieure à H.

Le théorème de M. Weyl [1] nous a permis d'énoncer la proposition suivante :

Étant donnée une suite de fonctions $f_n(z)$ de $\Omega(C)$ ou de $\Omega'(C)$ convergeant en moyenne le long de C, c'est-à-dire telle que

$$\lim_{n,\, m=\infty} \int_C |f_n(z) - f_m(z)|^2\, ds = 0 \qquad (ds = |dz|),$$

il existe une infinité de suites partielles $f_{n_p}(z)$ contenue dans la suite donnée qui convergent uniformément en général le long de C, vers une fonction $f(z)$ respectivement de $\Omega(C)$ ou de $\Omega'(C)$, unique à un ensemble de points C de mesure nulle près. De plus les suites $f_n(x)$ et $f_n^{(q)}(x)$ convergent uniformément dans le domaine ouvert H respectivement vers $f(x)$ et $f^{(q)}(x)$.

Théorème. — *Toute fonction $F(z)$, de carré sommable le long de C, est égale le long de C à la somme d'une fonction $f_0(z)$ de $\Omega(C)$ et d'une fonction $f_1(z)$ de $\Omega'(C)$, uniques à un ensemble de points de C de mesure*

(1) H. Weyl, *Mathematische Annalen*, 67, 1909, p. 243.

nulle près :

$$F(z) = f_0(z) + f_1(z).$$

2. Une suite de fonctions $\varphi_n(z)$ de $\Omega(C)$ ou de $\Omega'(C)$ forme un système orthogonal et normal si l'on a

$$\int_C \varphi_n(z)\,\overline{\varphi_m(z)}\,ds = \begin{matrix} 1 & n = m \\ 0 & n \neq m \end{matrix} \quad (n, m = 0, 1, 2, \ldots, +\infty),$$

$\overline{\varphi_m(z)}$ désignant la quantité imaginaire conjuguée de $\varphi_m(z)$.

THÉORÈME. — *Pour que le système $\varphi_n(z)$ soit fermé par rapport aux fonctions de l'ensemble dont il fait partie, il faut et il suffit que l'on ait*

$$\frac{1}{z-x} = \sum_{n=0}^{+\infty} \varphi_n(z) \int_C \frac{\overline{\varphi_n(z)}}{z-x}\,ds,$$

la série devant converger uniformément pour z dans le domaine ouvert H *et pour x dans le domaine ouvert* H'.

Le système étant non fermé, *ce théorème permet de résoudre facilement le problème de la fermeture* (en procédant de proche en proche). L'application du procédé bien connu *d'orthogonalisation* d'une suite, appliqué à des suites de la forme $(z-a_i)^n$, $\frac{1}{(z-a_i)^{n+1}}$, nous a permis de déterminer *des systèmes orthogonaux et normaux fermés, $\varphi_n(z)$ étant la somme d'un nombre fini de polynomes en $z - a_i$ et $\frac{1}{z-a_i}$*. Comme cas particulier, on retrouve les séries de Laurent et de Taylor.

Il résulte que *toute fonction de* $\Omega(C)$ *ou de* $\Omega'(C)$ *est développable en série de pareilles fonctions* [appartenant respectivement à $\Omega(C)$ ou à $\Omega'(C)$ et ne dépendant que du contour C] *qui est uniformément convergente dans le domaine ouvert* H *et uniformément convergente en général le long de* C.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la convergence de la série* $\sum_{r=0}^{\infty} \begin{bmatrix} x \\ r \end{bmatrix} z^r$.

Note de M. **R. Tambs Lyche**, présentée par M. Émile Borel.

Pour les recherches sur l'itération d'une fonction holomorphe, j'ai trouvé important d'étudier de près la quantité ([1])

$$\begin{bmatrix} x \\ r \end{bmatrix} = \frac{(s^x-1)(s^{x-1}-1)\ldots(s^{x-r+1}-1)}{(s-1)(s_2-1)\ldots(s^r-1)}, \tag{1}$$

([1]) *Bull. Soc. math. de France*, 55, 1927, p. 102-113.

surtout dans le cas exceptionnel où le « multiplicateur » s a la forme $s = e^{i\alpha}$, α étant une quantité réelle non commensurable à π (et que nous supposerons contenue entre o et 2π). Il s'agit tout d'abord de trouver une borne supérieure pour le module de la quantité (1); or on a immédiatement

$$\left|\begin{bmatrix} x \\ r \end{bmatrix}\right| < \frac{(|s^x| + 1)^r}{\pi_r}$$

en désignant par π_r le produit

$$\pi_r = |(s-1)(s_2-1)\dots(s^r-1)|.$$

Si, par conséquent, il existe une quantité positive A telle qu'on ait, quel que soit r,

(2) $$\pi_r > A^r,$$

la série

(3) $$\sum_{r=0}^{\infty} \begin{bmatrix} x \\ r \end{bmatrix} z^r$$

converge dans le cercle $|z| < A(|s^x| + 1)$ $\left(|z| < \frac{A}{2} \text{ pour } x \text{ réel}\right)$.

Or on constate sans peine que l'inégalité (2) n'a pas lieu pour toutes les valeurs de α en question ([1]); je vais donc donner dans ce qui suit la condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une quantité A remplissant la condition (2). Soit pour cela

$$\frac{\alpha}{2\pi} = \rho = \frac{1|}{|a_1} + \frac{1|}{|a_2} + \frac{1|}{|a_3} + \dots,$$

le développement en fraction continue du rapport $\frac{\alpha}{2\pi}$ et posons

$$\frac{P_n}{Q_n} = \frac{1|}{|a_1} + \frac{1|}{|a_2} + \dots + \frac{1|}{|a_n}; \qquad \rho_n = \frac{1|}{|a_{n+1}} + \frac{1|}{|a_{n+2}} + \dots.$$

Nous dirons que l'entier $r \gtreqless 0$ est *d'ordre n par rapport à* ρ si

(4) $$r = \alpha_0 Q_0 + \alpha_1 Q_1 + \dots + \alpha_n Q_n \qquad (Q_0 = 1),$$

où les $\alpha_0, \dots, \alpha_n$ sont des entiers non négatifs satisfaisant aux conditions

$$\alpha_0 < a_1, \qquad \alpha_i \leqq a_{i+1}, \qquad \alpha_{i-1} = 0 \quad \text{si } \alpha_i = a_{i+1} \qquad (i = 1, 2, \dots, n).$$

([1]) H. Cremer, *Zum Zentrum problem* (*Math. Annalen*, 98, 1927, p. 151-163, en particulier, p. 155).

La représentation (4) de r est toujours possible et unique. Désignons encore par p_r le reste minimum, module 1, de $r\rho$ et par E_n l'ensemble de tous les points p_r tels que r soit d'ordre n. *La distance de deux points consécutifs de E_n est au moins égale à ρ'_n et au plus égale à $\rho'_n + \rho'_{n-1}$* où

$$\rho'_n = (Q_{n+1} + Q_n \rho_{n+1})^{-1}.$$

On en tire une borne supérieure du nombre des points $p_0, p_1, \ldots, p_r$ tombant dans un intervalle de longueur donnée contenu dans le segment $\left[-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\right]$. En divisant ce segment en 2ν segments égaux, où 2ν est égal à $\left[\frac{1}{\rho'_{n-1}}\right] + 1$ ou $\left[\frac{1}{\rho'_{n-1}}\right] + 2$ suivant les cas, on en tire l'inégalité suivante :

$$\pi_r = 2^r \prod_{k=1}^{r} |\sin k\pi\rho| > 2^r \left\{ \prod_{l=1}^{\nu-1} \sin \frac{l}{\nu} \frac{\pi}{2} \right\}^{4\alpha+2} \prod_{l=1}^{\alpha_n} \sin^2 l\pi\rho'_n$$
$$= 2^r \frac{\nu^{2\alpha_n+1}}{2^{(\nu+1)(4\alpha_n+2)}} \prod_{l=1}^{\alpha_n} \sin^2 l\pi\rho'_n,$$

d'après une formule bien connue; on tire de cela

$$\pi_r > C^r \left(\frac{\alpha_n}{Q_{n+1}} \right)^{2\alpha_n},$$

où C est une quantité positive fixe. D'autre part,

$$\pi^r < 2^r \prod_{l=1}^{\alpha_n} \sin k\pi\rho'_n < D^r \left(\frac{\alpha_n}{Q_{n+1}} \right)^{\alpha_n},$$

D étant une autre quantité positive. Supposons alors qu'il existe un $T > 0$ fixe, tel que l'on ait

$$a_{n+1} < T^{Q_n}.$$

On en tire

$$\left(\frac{\alpha_n}{Q_{n+1}} \right)^{\frac{2\alpha_n}{s}} \gtreqq \left(\frac{1}{Q_{n+1}} \right)^{\frac{2}{Q_n}} > \frac{1}{T_1^2}$$

pour un $T_1 > 0$ convenable. Supposons qu'on ait au contraire

$$a_{n+1} = T_n^{Q_n},$$

où, pour une suite illimitée de valeurs de n, les T_n dépassent toute borne fixée d'avance; on trouvera alors pour une suite convenable de valeurs de r

(par exemple telles que $\alpha_n = 2$ constamment)

$$\left(\frac{\alpha_n}{Q_{n+1}}\right)^{\frac{\alpha_n}{r}} < \left(\frac{2}{Q_{n+1}}\right)^{\frac{1}{2Q_n}} < 2^{\frac{1}{2^2 Q_n}} \sqrt{\frac{1}{T'_n}},$$

les T'_n tendant vers l'infini. On aura donc ce résultat :

Pour qu'il existe une quantité positive A *satisfaisant à l'inégalité* (2), *quel que soit r, il faut et il suffit qu'en posant*

$$a_{n+1} = T_n^{Q_n},$$

les quantités positives T_n *restent bornées pour toutes les valeurs de n.*

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la sommation de la série de Taylor sur le contour du polygone de sommabilité par la méthode de M. Borel.* Note ([1]) de M. **Nikola Obrechkoff**, transmise par M. Émile Borel.

Soit $f(z)$ une fonction analytique, holomorphe autour de $z = 0$ et donnée par la série de Taylor

$$(1) \qquad a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n + \ldots.$$

On sait que cette série est sommable par la méthode de M. Borel dans un polygone G, et ne l'est pas en dehors de G. Nous démontrons la sommabilité de (1) sur le contour de G dans des cas assez étendus. Nous disons qu'un point singulier $a = re^{i\alpha}$ satisfait à la condition B, s'il existe un δ, $0 < \delta < 1$, tel que $f(z)$ étant holomorphe autour de a dans un angle

$$\alpha + \varepsilon \leq \arg(z - a) \leq \alpha + 2\pi - \varepsilon \qquad (\varepsilon > 0),$$

où $(z - a)^\delta f(z)$ est uniformément bornée.

I. *Soit* Γ *un côté du contour du polygone* G *qui passe par un point singulier* $a = re^{i\alpha}$ *satisfaisant à la condition* B; *soit* $z = Re^{i\varphi}$ *un point régulier sur* Γ *et qui n'est pas un sommet. La série* (1) *est sommable par la méthode de M. Borel pour* z *avec la somme* $f(z)$.

On sait que sur le cercle K de diamètre (o, z) il n'y a pas d'autres points singuliers que le point a. Soient K_1 une circonférence concentrique de K avec un rayon $R_1 > \frac{R}{2}$, et C un contour fermé contenant l'origine et

([1]) Séance du 4 juin 1928.

le point z et se composant des parties E et D. La partie E qui est autour du point a se compose des segments E_1, E_2, E_3, définis comme il suit : le segment E_1 est donné par $z-a=\rho e^{i\psi}$, $\psi=\alpha-\varepsilon$, pour $0<\tau\leqq\rho\leqq d$, $a+de^{i(\alpha-\varepsilon)}$ étant un point sur K_1 ; E_2 est donné par $\rho=\tau$, $\varepsilon\leqq\psi-\alpha\leqq 2\pi-\varepsilon$, et enfin E_3 par $\tau\leqq\rho\leqq d_1$, $\psi=\alpha+\varepsilon$, $a+d_1 e^{i(\alpha+\varepsilon)}$ étant un point sur K_1. La partie D est un arc de K_1 tel que $\alpha+\varepsilon\leqq\psi\leqq 2\pi+\alpha-\varepsilon$. Si l'on désigne

$$S_n = a_0 + a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n,$$

on obtient facilement

$$e^{-x}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{S_n}{n!}x^n = f(z) + \frac{z}{2\pi i}\int_c \frac{f(u)}{u(z-u)}e^{\left(\frac{u}{z}-1\right)x}\,du.$$

Soient i_1, i_2, i_3, j les intégrales de $\dfrac{f(u)}{u(z-u)}e^{\left(\frac{u}{z}-1\right)x}$ prises sur les courbes E_1, E_2, E_3, D. Alors, si nous posons $u-a=\rho e^{i\psi}$, $g(\rho)=|f(u)|$, $m>0$ étant le minimum de $|u|$, $|z-u|$ quand u décrit E, on aura

$$|i_1|<\int_\tau^d \frac{g(\rho)\,d\rho}{|u|\,|z-u|}<\frac{1}{m^2}\int_\tau^d\frac{d\rho}{\rho^\delta}<\frac{M\,d^{1-\delta}}{(1-\delta)m^2}.$$

Nous pouvons prendre R_1 ainsi que $\dfrac{M d^{1-\delta}}{(1-\delta)m^2}<\eta_1$, $\eta_1>0$ étant arbitrairement petit. On a la même chose pour i_3. On démontre facilement que, sur E, on a $R\left(\dfrac{z}{u}-1\right)<T|u-a|$, où $T>0$ et fini. Donc si $M(\tau)$ est le maximum de $|f(u)|$ sur E_2, on aura

$$|i_2|<\frac{2\pi\tau M(\tau)}{m^2}e^{T\tau x},$$

et comme $\tau^\delta M(\tau)$ est bornée on aura, en posant $\tau=\dfrac{1}{x}$, $\lim\limits_{x=\infty} i_2=0$.

Soit $M(R_1)$ le maximum de $|f(u)|$ sur D. De l'inégalité

$$R\left(\frac{z}{u}-1\right)<-q,\qquad q=\frac{2R_1-R}{2R_1+R}>0\qquad\text{sur D},$$

il s'ensuit $|j|<\dfrac{2\pi R_1 M(R_1)}{\left(R_1-\frac{R}{2}\right)}e^{-qx}$, d'où $\lim\limits_{x=\infty} j=0$, ce qui achève la démonstration. On voit facilement que le théorème est valable aussi dans le cas où z est un sommet, si les points singuliers placés sur K satisfont à la condition B.

D'après M. Doetsch (¹) une série Σa_n est (B, p) sommable avec la somme s si, $\frac{S_n^p}{A_n^p}$ étant les moyennes de Cesàro d'ordre $p > 0$, $e^{-x}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{S_n^p}{A_n^p}\frac{x^n}{n!}$ tend vers s quand x tend vers l'infini. Nous dirons qu'un point singulier a satisfait à la condition B_p, $p > 0$, si dans le domaine déjà défini plus haut $(z-a)^{p+1}f(z)$ tend uniformément vers zéro, quand z tend vers a.

II. *Soit* Γ *un côté du contour du polygone* G *qui passe par un point singulier satisfaisant à la condition* B_p, $p > 0$; *soit* z *un point régulier sur* Γ *et qui n'est pas un sommet. La série* (1) *est sommable* (B, p) *pour* z *avec la somme* $f(z)$.

Si Γ passe par un pôle de $f(z)$, on obtient comme cas particulier un théorème de M. Doetsch (²). On peut trouver des résultats analogues aussi pour les autres sommations.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une généralisation d'un théorème de M. Landau*. Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

M. J.-F. Ritt vient de donner d'importantes généralisations des théorèmes de MM. Landau et Schottky : il remplace la série de Taylor par une série de Dirichlet (³). Dans ses démonstrations, M. Ritt fait usage de la fonction modulaire. Je me bornerai ici au théorème de M. Landau et démontrerai une proposition contenant celle de M. Ritt, en utilisant seulement le théorème élémentaire de M. A. Bloch.

I. *Considérons une fonction* $Z = f(z)$ *de la variable* $z = x + iy$, *régulière à distance finie lorsque* $x > R$ *et supposons qu'il existe deux nombres positifs* λ *et* A *tels que, lorsque* z *s'éloigne indéfiniment sur l'axe réel positif*

$$\lim |f'(z)|\, e^{\lambda z} = A. \qquad (1)$$

Dans ces conditions, le domaine riemannien décrit par Z *lorsque* $x > R$

(¹) Doetsch, *Inauguraldissertation*, Göttingen, 1920, p. 18-45, et *Mathematische Zeitschrift*, 11, 1921, p. 161-179.

(²) Doetsch, *Mathematische Annalen*, 84, 1921, p. 245-251.

(³) *American Journal of mathematics*, 50, 1928, p. 73-86.

contient une infinité de cercles à un feuillet dont le rayon est au moins égal à

$$\frac{1}{2} \mathrm{B} \mathrm{A} e^{-\lambda(\mathrm{R}+1)} \tag{2}$$

(B est la constante de Bloch, au moins égale à $\frac{1}{8}$).

Considérons en effet la fonction

$$g(z) = \frac{1}{\mathrm{A}} f'(z) e^{\lambda z},$$

régulière pour $x > \mathrm{R}$. S'il existe une suite de points s'éloignant indéfiniment sur la droite $x = \mathrm{R} + 1$ en lesquels le module de $g(z)$ est supérieur ou égal à $\frac{1}{2}$, il suffit d'appliquer le théorème de Bloch à des cercles de rayon 1 ayant pour centres ces points. Si cette circonstance ne se présente pas, mais s'il existe une suite de points z s'éloignant indéfiniment dans le demi-plan $x \geqq \mathrm{R} + 1$, en lesquels

$$\log |g(z)| \geqq |z|^{\frac{3}{2}}, \tag{3}$$

le théorème de Bloch, appliqué à des cercles de rayon 1 ayant ces points pour centres, conduit *a fortiori* au résultat.

Si l'inégalité de sens contraire à (3) était vérifiée pour $x \geqq \mathrm{R} + 1$ et $|z| > \mathrm{K}$, un théorème de M. Lindelöf, appliqué aux deux quarts de plan $x \geqq \mathrm{R} + 1$ et $y \geqq 0$ ou $y \leqq 0$, montrerait que $|g(z)|$ est borné pour $x \geqq \mathrm{R} + 1$. Mais la méthode de M. Lindelöf, permet d'établir que ceci est incompatible avec les deux autres hypothèses, à savoir que $|g(z)|$ tend vers 1 lorsque z s'éloigne indéfiniment sur $\mathrm{O}x$ tandis que $|g(z)|$ est inférieur à $\frac{1}{2}$ pour $x = \mathrm{R} + 1$ et $|y| > \mathrm{K}'$. Cette dernière hypothèse est donc absurde et le théorème I qui généralise celui de M. Bloch est établi.

II. *Supposons que $f(z)$ soit régulière à distance finie pour $x > \mathrm{R}$, ne prenne pas dans ce demi-plan les valeurs 0 et 1 et qu'il existe des nombres positifs λ et a_1 et un nombre a_0 différent de 0 et 1 tels que, lorsque z s'éloigne indéfiniment sur l'axe réel positif,*

$$\lim f(z) = a_0, \qquad \lim |f'(z)| e^{\lambda z} = a_1.$$

Dans ces conditions R *est supérieur à un nombre qui ne dépend que de a_0, a_1 et λ.*

En introduisant avec M. Bloch la fonction

$$F(z) = \log\left[\sqrt{\frac{\log f(z)}{2i\pi}} + \sqrt{\frac{\log f(z)}{2i\pi} - 1}\right]$$

on constate que cette fonction vérifie les conditions du théorème I avec

$$A = \frac{1}{2\,|a_0\sqrt{\log a_0(\log a_0 - 2i\pi)}|}.$$

Comme d'autre part $F(z)$ admet une valeur exceptionnelle dans tout cercle de rayon 4 du plan des z, l'expression (2) correspondant à cette valeur A est au plus égale à 4, ce qui démontre le théorème.

En supposant que $f(z)$ est définie par une série de Dirichlet

(4) $$f(z) = a_0 + a'_1 e^{-\lambda z} + \ldots + a_n e^{-\lambda z} + \ldots,$$

possédant un domaine de convergence, on retombe sur le théorème de M. Ritt, qui suppose même qu'il existe un domaine de convergence absolue. Il suffit même de supposer que les deux membres de (4) sont asymptotiquement équivalents dans quelque angle contenant l'axe réel positif (on utilise alors le théorème IX du Mémoire de M. Ritt).

On peut remplacer la condition (1) et la condition correspondante de II par d'autres un peu plus larges.

THÉORIE DES GROUPES. — *Sur les espaces de Riemann clos admettant un groupe continu transitif de déplacements.* Note de M. **E. Cartan.**

La méthode que j'ai indiquée dans une Note récente [1] pour construire un système orthogonal complet de fonctions dans certains espaces de Riemann s'étend à tout espace de Riemann clos (à métrique partout régulière) admettant un groupe continu transitif de déplacements. Le plus grand groupe continu de déplacements G de l'espace est clos; le plus grand sous-groupe g de G qui laisse un point invariant (groupe des rotations) est également clos; il peut être continu, ou formé d'un nombre fini de familles continues de transformations, ou encore il peut ne contenir qu'un nombre fini d'opérations. Dans tous les cas la recherche d'un système orthogonal complet est basée sur le fait que tout système de fonctions fondamentales

[1] E. Cartan, *Sur les systèmes orthogonaux complets de fonctions dans certains espaces de Riemann clos* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1594-1597).

correspondant à la même valeur singulière d'un noyau N(M, P), fonction continue de la distance des deux points M et P, subit une substitution linéaire par toute transformation de G. La distance de deux points est ici définie comme la borne inférieure des longueurs des arcs de courbe joignant les deux points (1). On est alors ramené au problème purement algébrique de chercher les représentants linéaires irréductibles de G tels que le sous-groupe g correspondant admette un invariant linéaire. On est sûr d'avance qu'il existe une infinité de tels représentants; seulement, dans le cas général, il peut correspondre à un de ces représentants *plusieurs* suites distinctes de fonctions fondamentales.

La méthode s'étend plus généralement à tout espace clos dans lequel il existe un groupe G continu clos transitif de transformations partout régulières; on peut en effet, en général d'une infinité de manières (2), douer un tel espace d'une métrique partout régulière invariante par G.

Pour obtenir des espaces de cette nature, on peut partir d'un groupe (abstrait) clos G arbitrairement donné et d'un de ses sous-groupes clos g (continu ou mixte) n'admettant aucun sous-groupe continu invariant dans G. Comme tout groupe clos, G est semi-simple ou décomposable en un sous-groupe invariant semi-simple et un ou plusieurs sous-groupes invariants à un paramètre; dans le premier cas l'espace a son premier nombre de Betti nul (3) (toute courbe fermée a un de ses multiples réductible à zéro); dans le second cas le premier nombre de Betti de l'espace est égal au nombre des sous-groupes invariants à un paramètre de G.

Prenons en particulier pour G le groupe linéaire unimodulaire d'une forme d'Hermite définie positive et pour g un sous-groupe *fini* de G (on sait par ailleurs que *tout groupe fini* est isomorphe à un groupe de cette nature); l'espace clos correspondant admet un *groupe de connexion* (4) isomorphe de g, et un groupe de déplacements isomorphe de G (5).

---

(1) La distance ainsi définie est une fonction continue et symétrique de l'ensemble des deux points.

(2) Le ds^2 le plus général invariant par G dépend d'une manière linéaire et homogène d'un certain nombre de constantes arbitraires.

(3) Les nombres de Betti sont ceux qui sont considérés par H. Poincaré [*Analysis situs* (*Journ. École Polyt.*, 2e série, 1, 1895)], mais diminués d'une unité.

(4) C'est ce que H. Poincaré (*loc. cit.*, p. 63) appelle le groupe fondamental de l'espace.

(5) Comme l'espace du groupe G, dont il est une *forme de Clifford*, l'espace considéré admet *infinitésimalement* un groupe de déplacements deux fois plus étendu, mais qui ne peut pas se prolonger dans tout l'espace.

Il résulte des considérations précédentes une conséquence intéressante reliant un problème d'algèbre à un problème de topologie. Si g est un sous-groupe clos d'un groupe clos G, il est possible de trouver un représentant linéaire (irréductible *ou non*) de G tel que g puisse être défini comme le plus grand sous-groupe de G laissant invariante une certaine combinaison linéaire des variables. Il est clair d'autre part qu'une telle propriété ne peut appartenir à un sous-groupe de G qui ne serait pas clos. Elle est donc équivalente à une propriété purement topologique de g.

Terminons par une remarque qui peut donner lieu à des recherches géométriques très intéressantes. Si l'on a une suite de fonctions fondamentales d'un espace de Riemann clos admettant un groupe continu transitif G de déplacements, on peut normer les fonctions $U_1, \ldots, U_p$ de la suite de manière que la somme $\Sigma U_i \overline{U}_i$ et la forme différentielle $\Sigma dU_i d\overline{U}_i$ soient invariantes par G. Si l'espace est un de ceux que j'ai considérés dans ma Note précédente, cette forme n'est autre, à un facteur constant près, que le ds^2 de l'espace, qui peut ainsi être représenté par une variété de l'espace sphérique à $p-1$ dimensions (si la suite est réelle) ou $2p-1$ dimensions (si la suite est imaginaire); *cette variété jouit de la propriété que ses transformations isométriques s'obtiennent toutes par des déplacements de tout l'espace ambiant* ([1]).

ÉLASTICITÉ. — *Sur le calcul de certaines déformations élastiques, avec application à l'inertie des spiraux*. Note ([2]) de M. **J. Haag**, présentée par M. G. Kœnigs.

1. Je reprends la théorie qui a fait l'objet de ma précédente Note ([3]). Mais je suppose que S est, en outre, soumis à certaines forces (Φ), indépendantes des paramètres q_i. L'énergie de déformation se présente alors sous la forme d'un polynome du second degré

$$W = W_0 + 2\Sigma a_i Q_i + W'(Q_i). \tag{1}$$

([1]) C'est ainsi qu'en partant des polynomes harmoniques du second degré à trois variables, on est conduit à représenter la sphère (ou plutôt le plan elliptique) par une surface remarquable de l'espace elliptique (ou sphérique) à quatre dimensions. Cette surface, qui est minima, est caractérisée par la propriété que toutes ses courbes ont la même courbure normale constante.

([2]) Séance du 18 juin 1928.

([3]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1194.

W' désignant une forme quadratique. En appliquant le *théorème de réciprocité*, on peut démontrer que toute variation infinitésimale des (Φ) produit sur les q_i des accroissements égaux aux accroissements subis par les coefficients a_i.

2. Appliquons ceci au *spiral*. Si μ désigne le moment fléchissant dû aux forces (Φ), les coefficients a_i de la formule (1) sont

$$(2) \qquad a_1 = \frac{1}{EI}\int_0^L \mu y\, ds, \qquad a_2 = -\frac{1}{EI}\int_0^L \mu x\, ds, \qquad a_3 = \frac{1}{EI}\int_0^L \mu\, ds.$$

On peut déduire de ces formules le déplacement et la rotation élémentaires en un point P quelconque, sous l'action d'une rotation infiniment petite $d\theta$ du balancier. On forme ainsi le *système intégro-différentiel dont dépend la déformation du spiral* et l'on établit facilement les *conditions générales d'isochronisme*, dont les *conditions de Phillips* constituent la première approximation.

3. Prenons comme forces (Φ) les forces d'inertie. On trouve [1] que le couple perturbateur appliqué au balancier est, en appelant m la masse du spiral,

$$(3) \qquad -\frac{m}{L^3}\left(H\theta'' + \frac{1}{2}\frac{dH}{d\theta}\theta'^2\right),$$

en posant

$$(4) \qquad H = \int_0^L \rho^2 s^2\, ds$$

et désignant par ρ la distance du point P au centre de gravité de l'arc $AP = s$.

D'autre part, soit $A g(\theta, \theta')$ un couple perturbateur quelconque, A représentant le moment d'inertie du balancier et g une fonction de θ et de θ', développable en série entière :

$$g(\theta, \theta') = \Sigma\Sigma A_{p,q}\, \theta^p \theta'^q.$$

L'altération correspondante de la durée d'oscillation est

$$(5) \qquad \frac{\Delta T}{T} = \Sigma\Sigma A_{2p+2,2q}\, \theta_0^{2p+2q} \alpha^{2q-2} \frac{(2p+1)!\,(2q)!}{2^{2p+2q+1}(p+q+1)!\,p!\,q!},$$

en posant $\alpha^2 = \frac{EI}{LA}$.

---

[1] On aboutit au même résultat en appliquant le théorème des forces vives au système balancier-spiral.

Dès lors, soit

$$\frac{H}{L^5} = \Sigma A_n \theta_n. \tag{6}$$

La formule (5) devient, dans le cas actuel,

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{mL^2}{2A}\left[A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_{2n}\theta_0^{2n}\frac{(2n)!}{2^{2n}(n!)^2}\right]. \tag{7}$$

Tout revient donc à développer H *suivant les puissances de* θ. Le coefficient A_{2n} peut être calculé directement par la formule

$$A_{2n} = \frac{2(-1)^n}{n!\,L^{n+5}}\int\int (L-s)ss'(s-s')^{2n}\cos(\varphi-\varphi')\,ds\,ds' \qquad (0 < s' < s < L), \tag{8}$$

en appelant φ l'angle polaire de la tangente en P.

4. Dans le cas du *spiral cylindrique*, la fonction H est très facile à calculer. Si λ désigne le développement angulaire, on trouve

$$H = \frac{1}{\lambda^5}\left(\frac{\lambda^3}{3} + 2\lambda + 2\lambda\cos\lambda - 4\sin\lambda\right). \tag{9}$$

Les coefficients A_n s'en déduisent par la formule de Taylor.

Tous les auteurs qui se sont occupés de cette question ont fait une approximation, qui revient à *réduire la parenthèse à son premier terme*, sous prétexte que λ est très grand. Ceci n'a pas d'importance pour A_0, mais modifie complètement A_2 et les coefficients suivants. En se bornant aux deux premiers termes de (7), on trouve

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{mR^2}{6A}\left[1 + \frac{3}{2}\frac{\theta_0^2}{\lambda^2}\left(1 - \cos\lambda + 10\frac{\sin\lambda}{\lambda} + 20\frac{1+2\cos\lambda}{\lambda^2}\right)\right], \tag{10}$$

R et λ désignant le rayon et le développement angulaire naturels.

La présence des termes trigonométriques montre que *la perturbation due à l'inertie du spiral change complètement quand on ajoute, par exemple, un quart de spire.* Il paraît dès lors vraisemblable que *les courbes terminales doivent entrer en ligne de compte.* Effectivement, j'ai pu calculer leur influence, quand elles sont constituées uniquement par des arcs de cercle.

Pour un *spiral plat*, dont la forme naturelle serait une *développante de cercle*, l'emploi des formules (8) permet le calcul des coefficients A_{2n}. On retrouve, comme cas particulier, les formules du spiral cylindrique. Si le

rayon intérieur est nul, on obtient

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{mR^2}{24A}\left(1 + 2,4\frac{\rho_0^2}{\lambda^2}\right). \tag{11}$$

Les courbes terminales semblent avoir une influence négligeable.

HYDRODYNAMIQUE. — *Détermination du profil d'une onde circulaire de petite amplitude à la surface d'un liquide.* Note de M. **Jean Baurand**, présentée par M. Brillouin.

On peut déterminer le profil d'une grosse onde rectiligne à la surface d'un liquide par photographie directe du ménisque capillaire formé par le liquide au contact d'une glace verticale ([1]). La méthode ne peut plus être utilisée, ni pour des ondes circulaires, ni pour des ondes de faible amplitude.

On est alors obligé de déterminer le profil par points. A cet effet, on photographie les déplacements d'un point de la surface du liquide, en fonction du temps, compté à partir du début du mouvement. En déplaçant le centre de production des ondes, on peut reconnaître les déplacements verticaux des différents points d'un rayon de propagation, à un instant donné, donc le profil du train d'ondes à cet instant. On peut ainsi mesurer les amplitudes des différentes ondes à $\frac{1}{80}$ de millimètre près.

Une deuxième méthode contrôle et complète la précédente et permet d'éliminer des erreurs possibles (mouvements de la surface produits par des trépidations par exemple) : On détermine — par un procédé rappelant celui de Foucault pour la retouche des miroirs — les points d'un rayon de propagation de l'onde, auxquels le plan tangent à la surface est horizontal. Un enregistrement donne le déplacement dans le temps de ces différents points correspondant à des creux, crêtes ou lignes d'inflexion à tangente horizontale. La très grande sensibilité de la méthode permet de déceler des ondes de très faible amplitude.

Les trains d'ondes sont produits soit par la chute d'une goutte d'eau, soit par une colonne d'eau qui tombe dans un tube cylindrique vertical dont l'extrémité inférieure touche la surface de l'eau. Ces trains sont formés de quelques creux et crêtes, dont les amplitudes et largeurs varient pendant la propagation.

([1]) Marey, *Comptes rendus*, 116, 1893, p. 913.

On voit apparaître, à certains instants sur les grosses ondes, de petites ondes, d'amplitude et de largeur très faibles. Ces petites ondes ne suivent pas les grosses, mais se propagent moins vite et rejoignent les dernières ondes du train au fur et à mesure de leur propagation.

Le phénomène se retrouve aussi bien dans les trains d'ondes produits par la chute d'une goutte que dans les trains d'ondes dus à une colonne liquide. Ces petites ondes ne sont d'ailleurs pas dues à des perturbations étrangères au phénomène étudié, car elles se produisent en des points bien déterminés, toujours au même instant.

L'effet du passage d'une petite onde sur une crête, par exemple, est de modifier, pendant un court intervalle de temps (environ $\frac{1}{10}$ de seconde) la vitesse de propagation de la crête, et de la faire avancer rapidement pendant cet intervalle de temps.

Les ondes étant par exemple produites par la chute d'une colonne d'eau de 18^{cm} de hauteur, dans un tube cylindrique de 19^{mm} de diamètre, la crête a une hauteur de $0^{mm},32$ à un instant donné : elle est traversée par une petite onde de $0^{mm},02$ d'amplitude.

Alors que la vitesse moyenne de propagation des creux et crêtes (non exactement la même et non parfaitement constante) est de 25^{cm} par seconde, la vitesse de la petite onde n'est que de 16^{cm} par seconde.

On observe d'ailleurs quelquefois non pas le passage d'une seule petite onde, mais de plusieurs.

Les photographies donnant les plans tangents horizontaux à la surface montrent nettement que ces perturbations dans la propagation des grosses ondes sont dues à de petites ondes qui proviennent du centre de production ou qui naissent pendant la propagation des ondes.

ASTRONOMIE. — *Sur la variation de la latitude de l'Observatoire de Paris.* Note de Mme E. Chandon, présentée par M. Deslandres.

Les observations faites avec l'astrolabe à prisme de MM. Claude et Driencourt à l'Observatoire de Paris pendant les mois d'octobre et de novembre 1926 ont tout d'abord servi à la détermination de l'heure et contribué aux mesures des différences des longitudes intermondiales, elles nous ont permis en outre de déterminer la latitude du pilier d'observation et par suite celle de la façade sud de l'Observatoire.

Nous avons pu utiliser 856 observations faites au cours de 23 soirées; le

calcul donne pour l'erreur moyenne de chacune des latitudes ainsi obtenues des nombres compris entre $\pm 0'',12$ et $\pm 0'',26$.

Il est intéressant de comparer la latitude moyenne déterminée en 1926 à celle qui fut obtenue en 1916 par le même observateur, avec le même instrument ([1]).

Rappelons que chaque observation à l'astrolabe fournit une équation de la forme

$$(e) \qquad X \sin A + Y \cos A + \Delta\zeta_a = d,$$

où X, Y, $\Delta\zeta_a$ sont les inconnues; en particulier Y est la quantité dont il faut corriger la valeur approchée admise pour la latitude dans les réductions; *d* est fonction des coordonnées de l'étoile.

En 1926, de même qu'en 1916, c'est la méthode de Cauchy-Tisserand qui a été employée pour la résolution des systèmes d'équations (*e*).

Comme les positions des étoiles observées en 1916 avaient été tirées du Catalogue de Boss, tandis qu'en 1926 on avait adopté le catalogue d'Eichelberger, on a dû faire subir au second membre des équations (*e*) une correction différentielle ([2]). Nous avons été secondée dans tous ces calculs par M. Mantel.

En 1916,54 la moyenne de 19 soirées avait donné pour la latitude

$$\varphi = 48^\circ 50' 11'',21 \quad \text{(Catalogue de Boss).}$$

En 1926,82 la moyenne de 23 soirées donne

$$\varphi = 48^\circ 50' 11'',23 \quad \text{(Catalogue de Boss).}$$

Remarquons que les deux groupes d'observations comportent très peu d'étoiles communes.

Cette faible variation ($+ 0'',02$) de notre latitude est confirmée de façon satisfaisante par les résultats obtenus à l'Observatoire royal de Greenwich avec le télescope flottant de Cookson.

Si l'on prend en effet la différence des valeurs publiées pour 1926,82 (*Monthly Notices*, mars 1927) et pour 1916,54 (*Monthly Notices*, mars 1917) on trouve que $\varphi_{1926,82} - \varphi_{1916,54} = + 0'',07$.

Ainsi, comme nous l'avions suggéré en 1917, l'astrolabe à prisme peut

---

([1]) *Comptes rendus*, 165, 1917, p. 1053.

([2]) Voir *Description et Usage de l'astrolabe à prisme*, par MM. Claude et Driencourt, p. 67.

être utilisé pour l'étude de la variation des latitudes, à condition toutefois de ne comparer que les valeurs fournies par le même observateur.

Nous donnons ci-après la liste des déterminations particulières de φ, obtenues en 1926, et les erreurs moyennes correspondantes.

Date.	Nombre d'étoiles.	φ Catalogue d'Eichelberger.	e_m.	φ Catalogue de Boss.	e_m.
		Octobre 1926.			
4......	39	48°.50′.11″,72	± 0″,20	48°.50′.11″,60	± 0″,22
5......	43	21	16	10,96	16
6......	29	55	18	11,20	18
7......	49	48	12	11,21	13
8......	38	53	17	11,28	17
13......	46	66	14	11,57	15
15......	18	35	15	11,04	15
18......	48	30	15	11,03	15
19......	41	72	18	11,57	19
24......	30	51	18	11,33	22
25......	15	45	23	10,98	23
26......	43	21	14	10,82	15
27......	44	16	12	11,03	13
		Novembre 1926.			
1......	42	67	16	11,45	17
5......	29	50	26	11,39	22
8......	27	47	16	11,42	12
9......	39	26	13	11,03	14
10......	39	63	17	11,50	21
11......	34	30	16	10,89	17
14......	40	52	16	11,38	16
15......	37	25	19	10,98	19
21......	42	73	15	11,45	15
22......	44	25	16	11,14	18
	Moyenne.....	11,45	Moyenne.....	11,23	

ASTRONOMIE. — *Étude photométrique d'Algol au photomètre visuel à œil-de-chat.* Note de M. **A. Danjon**, présentée par M. A. Cotton.

Au cours de l'automne et de l'hiver de 1927-1928, j'ai observé Algol avec le photomètre à œil-de-chat dont j'ai publié récemment le principe (¹).

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1524.

Je comparais la variable à l'étoile BD + 40°, 563 (7^m,3) située à 33′ de distance. Je résume ici la discussion des résultats dont le détail sera donné dans un autre recueil.

1° La dispersion moyenne des observations par rapport à la courbe de lumière est de 0^m,006. La figure ci-contre montre avec quelle netteté est dessinée cette courbe. Toutes les particularités découvertes par Stebbins (¹) avec un photomètre au sélénium se reconnaissent aisément. Il est même possible de préciser la forme de la courbe au voisinage du minimum secondaire, qui est visiblement plus arrondi que le minimum principal. Cette remarque ne permet pas d'attribuer à la fois aux deux disques une répartition uniforme de la brillance.

2° La magnitude du minimum principal est variable, de 0^m,07 au total. Le phénomène semble périodique, avec une periode de 4 mois (à préciser). Il s'explique par la rotation de la ligne des nœuds de l'orbite du couple à éclipses, lui-même en révolution, comme l'on sait, autour d'un troisième corps.

3° La branche de courbe qui relie les deux minima ne peut pas être représentée par la somme de termes en $\cos\theta$ et $\cos^2\theta$, comme le voudraient les théories de l'effet de phase d'après Russell (²) et Eddington (³). On la représente très exactement au moyen d'un terme en $\cos^2\theta$ (ellipticité de l'étoile) augmenté d'un terme représentant l'effet de phase et proportionnel à celui qui a été observé dans le cas de Vénus.

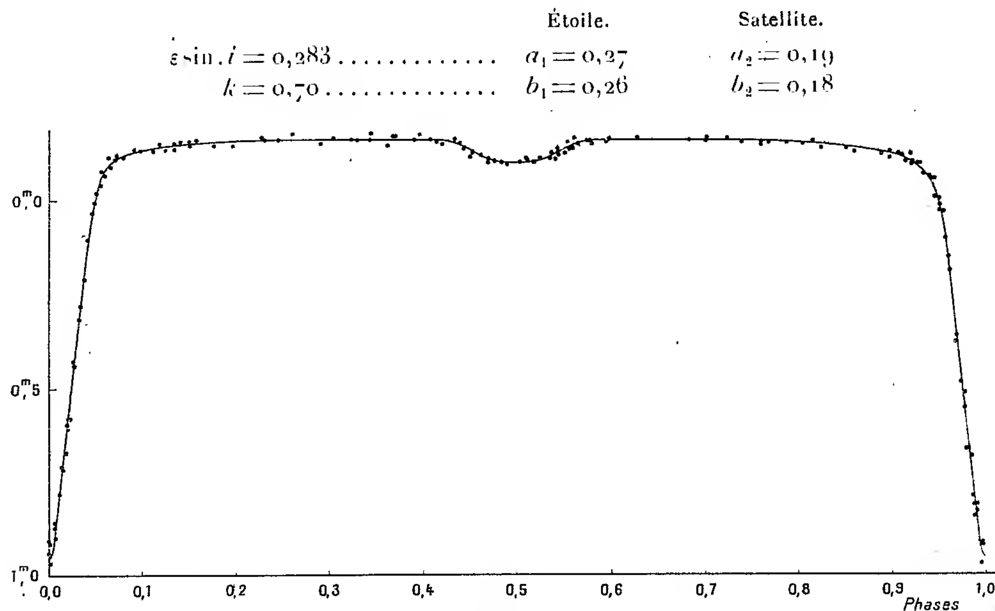
4° La face non éclairée du satellite donne tout au plus quelques millièmes de la lumière totale; quant à l'autre surface, son albedo, c'est-à-dire le rapport de la lumière (*visuelle*) qu'elle renvoie, à celle qu'elle reçoit, est voisin de 2, de sorte qu'il ne s'agit pas d'une simple diffusion de la lumière. Il faut admettre qu'il y a réémission thermique, avec changement de la longueur d'onde effective.

5° La meilleure représentation de la courbe de lumière est donnée par une solution D, le disque de l'étoile étant complètement assombri au bord. Le minimum principal est une éclipse annulaire, le minimum secondaire étant alors une éclipse totale. On obtient les éléments suivants, sans qu'il soit possible de préciser la valeur de i, qui diffère peu de 90°.

(¹) Stebbins, *Astrophysical Journal*, **32**, 1910, p. 185.

(²) Russell, *Astrophysical Journal*, **36**, 1912, p. 67.

(³) Eddington, *Monthly Notices*, **86**, 1926, p. 320.



Courbe de lumière d'Algol (photomètre à œil-de-chat).

Si l'on cherche une solution U ou D conduisant à une éclipse partielle pour le minimum principal, il devient impossible de représenter la forme arrondie du minimum secondaire. La solution D, avec minimum principal annulaire, paraît s'imposer, bien que l'étoile soit de type B8, et que les astres de cette classe soient considérés généralement comme ayant une brillance presque uniforme.

PHYSIQUE. — *Sur un procédé d'enregistrement des oscillations de pendule libre, et son application aux mesures de gravité.* Note de M. P. **Lejay**, présentée par M. Georges Perrier.

J'ai décrit ailleurs (¹) un procédé permettant d'enregistrer les oscillations d'un pendule libre, en le faisant agir sur une émission radiotélégraphique, de telle sorte qu'il en modifie la longueur d'onde chaque fois qu'il passe par la verticale. Ce procédé avait l'inconvénient d'exiger un réglage d'un récepteur qu'il fallait accorder sur la longueur d'onde émise. Cette opération,

(¹) *Journal des Observateurs*, 10, XII, 1927, p. 153.

toujours nécessaire lorsqu'il s'agit de transmettre les signaux à distance par radiotélégraphie, est trop onéreuse dans le cas d'un emploi courant du procédé en question dans un service horaire d'observatoire.

Dans le procédé suivant tout réglage est supprimé à la réception, et l'enregistrement restant stable aussi longtemps qu'on veut peut être laissé sans surveillance.

L'émetteur, genre hétérodyne, envoie des ondes de 300 à 500^{m} dans une petite antenne qui pénètre à l'intérieur de la cloche du pendule et se termine par un fil fin, disposé horizontalement et perpendiculairement au plan d'oscillation. L'antenne du récepteur vient aboutir en face de l'antenne émettrice et se termine par une petite plaque placée dans le même plan que le fil précédent. Enfin le pendule porte une pièce métallique composée également d'un fil et d'une plaque reliés électriquement, et fixée de manière qu'à chaque passage à la verticale, le fil vienne passer juste au-dessus de l'extrémité de l'antenne émettrice, tandis que la plaque se trouve au-dessus de l'extrémité de l'antenne réceptrice. Le pendule établit ainsi pendant un temps très court un véritable pont, par capacité, entre l'émetteur et le récepteur et pendant ce temps les ondes passent avec beaucoup plus d'intensité.

Le récepteur est composé de deux ou trois étages d'amplification (amplificateur à courant continu). L'antenne est reliée directement à la grille de la première lampe; il n'y a aucun circuit oscillant, et, par suite, le récepteur est insensible aux variations de la longueur d'onde d'émission.

La première lampe doit être disposée au voisinage immédiat du pendule, mais les autres étages peuvent être situés à grande distance, ainsi que les batteries d'alimentation et de liaison entre étages amplificateurs. Les deux lampes d'émission et de réception qui doivent être dans la cave du pendule peuvent être alimentées par le secteur, et mises en fonctionnement par le jeu d'un seul commutateur; le dispositif peut donc parfaitement s'adapter aux pendules d'observatoire, même lorsque le pendule et l'enregistrement ne sont pas situés dans le même local.

Les enregistrements se font aisément avec une grande précision; avec les oscillographes ordinaires et l'enregistrement sur noir de fumée, les inscriptions sont assez nettes pour qu'on puisse lire le millième de seconde sans difficulté; avec des oscillographes photographiques, il est possible de lire le dix-millième de seconde.

Application aux pendules de gravité. — Le procédé fut essayé sur un pendule relatif Defforges, du Service géographique de l'Armée. Dans

une première expérience nous avons cherché, les officiers de ce Service et moi, à déterminer expérimentalement si la réaction provoquée par le passage des ondes à travers la pièce fixée au pendule pouvait troubler l'oscillation et en modifier la durée.

Deux séries d'oscillation de 14 minutes chacune furent faites, la première en laissant l'émetteur allumé, la seconde l'émetteur étant éteint.

Après corrections d'amplitudes, on a trouvé qu'à la première série de 840 secondes sidérales, correspondaient 1177,3714 battements du pendule de gravité; à la seconde série 1177,3661. La durée d'oscillation correspondant au premier cas est $0^s,713454$, au second $0^s,713456$.

Il faut noter que, bien que le relevé des bandes d'enregistrement ait été fait par rapport aux vibrations d'un diapason, la discordance entre les deux séries, qui s'élève à 43 dix-millièmes de battement, soit environ 30 dix-millièmes de seconde, en un quart d'heure, peut fort bien s'expliquer entièrement soit par les erreurs de relevés, soit par les irrégularités des contacts de la pendule sidérale, ou du chronographe. En tout cas, nous pouvons conclure que la réaction, si elle existe, n'entraîne pas en mille oscillations une modification totale supérieure à 0,005 oscillation et que la perturbation apportée à la durée d'oscillation ne dépasse pas un petit nombre de millioniêmes de secondes. Nous savons donc dès maintenant que cette cause d'erreurs reste très inférieure aux corrections apportées d'ordinaire aux mesures de gravité, du fait des variations de température, de pression ou d'amplitude [1]. Elle est certainement complètement négligeable si l'on ne fait agir l'émetteur que pendant les quelques secondes nécessaires aux enregistrements.

On peut conclure encore de ces expériences qu'il est possible de faire des mesures au millionième de seconde, en quelques minutes. Pour ajouter une décimale de plus, et atteindre la plus grande précision dans les mesures de gravité (*g* au centième de millimètre), sans prolonger les séries sur le terrain, il faudrait disposer de garde-temps autres que les pendules à contacts et de signaux radiotélégraphiques plus réguliers que les signaux actuels. On pourrait par exemple disposer dans un observatoire fixe, au centre de la région où se feraient les mesures de gravité, un pendule auxiliaire, du

---

(1) Ainsi, dans ces expériences, les corrections d'amplitude et de pression sont toutes deux de l'ordre de $0^s,0002$, soit 100 fois plus grandes que le résidu dont nous cherchons la cause. Celui-ci se trouve être de l'ordre des erreurs probables de ces corrections.

type précédent, mais oscillant dans le vide, qui émettrait des signaux très précis sur ondes courtes. L'heure de ces signaux, et plus exactement l'intervalle qui les sépare, seraient déterminés avec toute la précision possible par comparaison avec les pendules ordinaires, faites à intervalles très éloignés, pour diminuer l'influence des erreurs commises dans ces opérations.

PHYSIQUE. — *Nouvelle méthode de mesure de la température des gaz.* Note de M. **Marcel Chopin**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les indications d'un thermomètre ou d'un couple thermo-électrique plongé dans un gaz en mouvement sont faussées par le rayonnement de l'enceinte environnante, et l'erreur ainsi commise peut être considérable aux températures élevées. J'ai pensé qu'on pouvait éviter cette erreur en mesurant les modifications apportées par la dilatation à l'écoulement du courant gazeux, faisant ainsi intervenir directement une fonction de la température absolue de ce courant.

Le poids Q de gaz qui s'écoule à travers un orifice en mince paroi est lié à la dénivellation manométrique p et à la température absolue T du gaz par la relation

$$Q = SK\sqrt{\frac{p}{T}}$$

dans laquelle S est la section de l'orifice, et K un coefficient de proportionnalité valable pour un fluide donné, une pression atmosphérique constante pendant la durée d'un essai, et qui dépend en outre du coefficient de contraction de l'orifice.

La méthode consiste à disposer en série sur le courant gazeux : un premier orifice O_1 placé avant la source de chauffage, à une température aisément mesurable, et un deuxième orifice O_2 placé dans la région chaude du courant dont on désire connaître la température. On compare comme il suit les indications : Dans un premier essai effectué avant chauffage, les orifices O_1 et O_2 sont traversés par le courant à la température ambiante. Les températures, dénivellations, et sections des orifices sont respectivement $T_1 p_1 S_1$ et $T_2 p_2 S_2$. Écrivons qu'il y a égalité des poids de gaz qui traversent dans le même temps les deux orifices :

$$S_1 K_1 \sqrt{\frac{p_1}{T_1}} = S_2 K_2 \sqrt{\frac{p_2}{T_2}}.$$

Après chauffage ces grandeurs sont devenues : en O_1, $T_3 p_3 S_1$; en O_2,

$T_4 p_4 S_2(1+at)^2$, a coefficient de dilatation linéaire de la paroi, t température d'un point très proche de l'orifice. Il y a de nouveau égalité des poids et l'on a

$$S_1 K_1 \sqrt{\frac{p_3}{T_3}} = S^2(1+at)^2 K_2 \sqrt{\frac{p_4}{T_4}}.$$

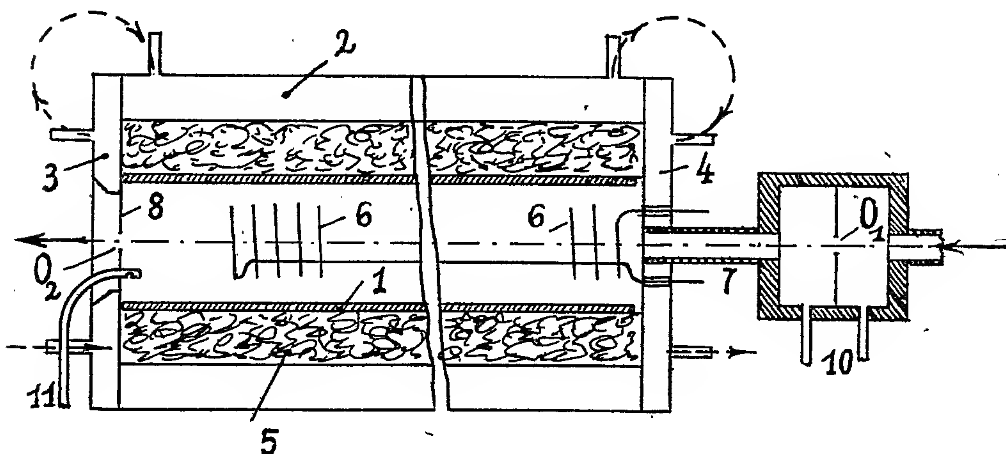
De ces deux relations on tire

$$(1) \qquad T_4 = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} \frac{p_4}{p_3} (1+at)^4 T_3.$$

Le terme $\frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}$ est constant; il peut être mesuré exactement dans des essais préalables; $(1+at)^4$ est généralement très proche de l'unité. Si l'on néglige les erreurs commises sur ces deux termes on voit que l'erreur relative commise sur T est de la forme $\frac{dT_3}{T_3} + 2\frac{dp}{p}$.

Cette méthode suppose évidemment que le courant de gaz n'est soumis entre les deux orifices à aucune réaction, dissociation ou contraction moléculaire; elle admet aussi que le coefficient de contraction de l'orifice est indépendant de la température, ce que semblent bien indiquer, sous réserve de vérifications ultérieures, les premiers résultats obtenus. Elle est applicable aux nombreux cas où le rayonnement rend impossible des mesures précises et en particulier aux mesures industrielles.

J'ai cherché dès maintenant à l'appliquer à la mesure de la chaleur d'échauffement des gaz. On sait les difficultés d'interprétation que com-



porte la méthode par explosion. D'autre part la méthode calorimétrique présente aux températures élevées de graves causes d'erreurs. On peut cependant reprendre cette méthode en modifiant complètement les condi-

tions dans lesquelles se produisent les échanges de chaleur et en utilisant l'appareil que représente la figure.

Un tube réfractaire L (diamètre intérieur 48mm, longueur 580mm) est placé à l'intérieur d'une gaine à circulation d'eau formée du manchon 2 et des flasques 3 et 4, avec interposition du calorifuge 5. Ce tube renferme la résistance électrique 6 dans laquelle on dissipe une énergie constante W. Le courant de gaz traverse l'orifice O_1 placé dans une enveloppe de température connue, il pénètre dans l'appareil par le tube 7 et en sort par l'orifice O_2 (7mm de diamètre) percé au milieu du diaphragme 8. Deux manomètres à eau sont reliés aux orifices O_1 et O_2 (tubes 10 et 11). Des dispositifs convenables assurent la constance des débits d'eau et de gaz.

Soient par minute $Q\int_{T_0}^{T} c\,dT$ la chaleur totale d'échauffement du gaz, $M(t-t')$ la chaleur enlevée par le courant d'eau, A la chaleur reçue du milieu ambiant ou abandonnée par la surface extérieure de l'appareil, B la chaleur perdue par le diaphragme 8 et non transmise à l'eau, à laquelle s'ajoute le rayonnement à travers l'orifice O_2. Après un temps suffisant de fonctionnement un régime permanent est atteint, et l'on a

$$\text{(I)}\qquad \frac{W\times 60}{4,19}\pm A = Q\int_{T_0}^{T} c\,dT + M(t-t') + B.$$

Le débit Q est mesuré à l'aide de l'orifice O_1 préalablement étalonné. Avec un débit gazeux de l'ordre de 60g par minute, W de l'ordre de 2000 watts, les termes A et B peuvent avoir une faible importance relative. La chaleur emportée par le gaz vers 1000° C. peut être égale à la moitié de la chaleur totale dissipée; elle est donc mesurable avec précision. La formule (I) donne la température de sortie au moment précis où le gaz quitte l'orifice O_2.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'effet Volta.* Note de M. **Emmanuel Dubois**, présentée par M. A. Cotton.

J'ai signalé récemment [1] les variations de l'effet Volta, qu'on observe après avoir chauffé dans le vide l'une des deux électrodes utilisées. L'électrode était alors chauffée dans un tube de quartz.

J'ai repris les mêmes mesures en modifiant le procédé de chauffage : l'électrode chauffée est une spirale cylindrique S, constituée par un fil fin du métal à étudier; cette électrode est chauffée électriquement; elle est fixe.

[1] *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1424, et 185, 1927, p. 110.

L'électrode non chauffée est un cylindre métallique C, de diamètre un peu inférieur au diamètre de la spirale. Cette électrode est mobile et l'effet Volta entre les deux électrodes est mesuré à la manière ordinaire.

Les résultats ainsi observés confirment ceux déjà obtenus. Avec ce dernier dispositif j'ai recherché l'action de la vapeur d'eau. Dans ce but la spirale S et le cylindre C étaient de préférence constitués par le même métal. S est chauffée dans le vide à haute température; les impuretés contenues par S disparaissent; en particulier la vapeur d'eau se dégage tandis qu'elle est énergiquement retenue par C. On mesure alors l'effet Volta entre S et C. Si maintenant on introduit de la vapeur d'eau dans l'appareil, celle-ci sera surtout absorbée par S. La variation observée sur l'effet Volta nous donne alors qualitativement l'action de la vapeur d'eau sur le métal employé.

Le résultat de l'expérience est le suivant : le métal, par immersion dans la vapeur d'eau, devient plus électropositif. Ce fait est particulièrement net avec les métaux suivants : fer, nickel, molybdène, aluminium, cuivre; la variation de l'effet Volta produite par l'introduction de vapeur d'eau dans l'appareil peut atteindre en quelques secondes plusieurs dixièmes de volt. Avec les métaux précieux : or, argent, platine, la méthode n'indique aucune variation sensible de l'effet Volta.

Il résulte donc de ces expériences que la vapeur d'eau joue un rôle important dans l'effet Volta, car dans les mesures habituelles de cette grandeur les métaux contiennent de l'eau et l'effet Volta observé peut être très différent de celui qu'on mesurerait entre métaux anhydres.

OPTIQUE. — *Étude des radiations secondaires observées dans la diffusion moléculaire de la lumière par les fluides (effet Raman).* Note de M. **P. Daure**, présentée par M. A. Cotton.

Les résultats relatifs au spectre du benzène, publiés par MM. J. Cabannes et P. Daure [1], ont été confirmés par toutes les recherches effectuées depuis sur ce sujet, et conduisent à la loi suivante :

Les fréquences des radiations secondaires sont données par la formule $N - n_p$, N étant la fréquence de la radiation excitatrice, les termes n_p étant des constantes caractéristiques du fluide; probablement des fré-

[1] *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1533.

quences de vibration propre de la molécule, liées au spectre d'absorption infrarouge ([1]).

Mes recherches ont porté sur l'éther et l'alcool éthyliques, le benzène, le toluène, le mélange de ces deux liquides, les sels minéraux dissous dans l'eau.

Les résultats obtenus sont :

a. Le spectre du mélange benzène et toluène est la superposition des spectres des deux composants.

Ce fait différencie l'effet Raman des fluorescences de raies observées par Wood, qui sont fortement perturbées dans les mélanges; il permet en outre la détermination des vibrations caractéristiques des corps en solution.

b. La comparaison des spectres des corps ayant un radical commun montre que :

— certaines raies sont nettement différentes;

— d'autres sont légèrement déplacées (exemple : la raie du benzène, dont le nombre d'ondes au millimètre est N-99, devient, dans le toluène, N-100);

— d'autres sont conservées [exemple, avec les mêmes notations, la raie (N-306) se retrouve dans le benzène et le toluène].

c. M. Cabannes, qui a entrepris l'étude de la polarisation des raies secondaires, a obtenu un résultat qui confirme la classification précédente.

Les raies correspondant à une même fréquence moléculaire $n_{\bar{p}}$ ont un même degré de polarisation, mais qui dépend de $n_{\bar{p}}$.

Ainsi, avec les mêmes notations pour les raies, et en désignant par ρ le facteur de dépolarisation $\frac{i}{I}$,

les raies N-99 du benzène ont un ρ inférieur à 0,2;
les raies N-306 du benzène ont un ρ supérieur à 0,5,
alors que le ρ des raies de diffusion normale est de 0,42.

d. Aucune mesure d'intensité n'a été faite, cependant j'ai l'impression que l'intensité des raies secondaires ne dépend que de l'intensité de la raie excitatrice et de la densité moléculaire.

Tableau des fréquences caractéristiques (*nombre d'ondes par millimètre*)

([1]) M. Cotton avait déjà remarqué (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1475) que, dans le benzène, l'écart constant 99 entre la fréquence de la raie excitatrice et celle de l'une des deux raies secondaires les plus intenses se retrouve dans les spectres de luminescence du benzène et dans le spectre d'absorption ultraviolet, et qu'elle constitue une fréquence caractéristique du spectre d'absorption infrarouge.

des corps étudiés. — La plupart des clichés ont été obtenus en utilisant toutes les radiations de l'arc au mercure. On observe ainsi généralement deux répétitions de chaque raie secondaire, excitées généralement par les radiations 4046 Å et 4358 Å.

Cependant je n'ai pas obtenu de répétition de quelques raies. Les raies manquantes, ou bien sont cachées par une raie plus intense, ou bien se trouvent dans une région de moindre sensibilité de la plaque. Je donne, dans ce cas, les fréquences probables, avec l'indication P.

Les nombres donnant des indications sur l'intensité sont proportionnels aux inverses des temps de pose. D'après cette notation, la raie de diffusion normale 4358 aurait l'intensité 1000.

			P.		P.								
Benzène....			61		84	99		117		158-160			306
Intensité....			2		0,5	10		4		4			10
	P.	P.	P.										
Toluène....	22	52	61	78		100	103		121	158-160		292	306
Intensité....	3	2	1	6		8	3		4	4		5	10
				P.									
Éther....	44	84		115		127	146		281	-287	-293	-289	
Intensité....	4	6		3		3	10		4	8	8	10	
	P.			P.									
Alcool....	42	88		115		127	146		281	-287	-293	-289	
Intensité....	1	6		3		3	10		4	8	8	10	

Eau.......... bande dont le maximum donnerait 340

Azotate d'ammonium (solut. aqueuse).... { une raie 105, intensité 10 } peut-être des bandes non repérées, une légère fluorescence n'ayant pas permis de les distinguer.

Chlorure de calcium (solut. aqueuse).... ne donne pas de raies, les bandes n'ont pu être repérées, pour la même raison.

PHOTO-ÉLECTRICITÉ. — *Courant photo-électrique en fonction du champ dans l'air à la pression ordinaire.* Note de M. A. **Blanc**, présentée par M. Brillouin.

Dans l'air, à la pression ordinaire, la courbe représentant le courant photo-électrique en fonction du champ ne montre aucune saturation; elle présente seulement une région moins inclinée que celle du début, suivie,

bien avant que l'ionisation par chocs puisse se produire, d'une nouvelle partie ascendante. Cela est en désaccord avec la formule de J.-J. Thomson [1], établie eu supposant que le nombre d'ions qui apparaissent par seconde et par unité de surface est constant et égal au nombre des électrons émis par le métal : cette formule indique l'existence d'une saturation.

Je me suis proposé de comparer les formes de ces courbes *pour des métaux différents :*

La lumière d'un arc à mercure en quartz, qui est bien constant quand on l'utilise un temps suffisant après l'avoir allumé, traverse une lentille convergente en quartz et tombe sur un prisme à réflexion totale, également en quartz, à arêtes horizontales, fixé à l'axe horizontal mobile d'un goniomètre de Wollaston, qui permet de repérer sa position avec précision. En tournant le prisme, on peut éclairer soit la lame métallique étudiée, placée horizontalement dans une chambre d'ionisation, soit une cellule photo-électrique Serpi dont le courant est mesuré par un galvanomètre sensible; on peut ainsi contrôler la constance des éclairements produits et les comparer entre eux. On fait varier l'éclairement à l'aide d'un diaphragme à ouverture variable placé un peu en avant du prisme, là où la lentille donne une image réelle de l'arc. La lame métallique, reliée à l'électromètre, sert de cathode; l'anode, placée au-dessus, bien parallèlement, est une lame de quartz semi-argentée ou une grille métallique (les résultats sont identiques); sa position est repérée par un cathétomètre visant la tige qui la porte; sa distance à la cathode est invariable et égale à 4^{mm}.

Les métaux étudiés ont été : Al, Zn, Sn, Cu, Hg, Pb, Fe, Ag, Au, Pt. On les utilisait toujours plusieurs heures après les avoir frottés avec du papier de verre, de sorte qu'on n'avait pas à se préoccuper de la variation produite par la fatigue pendant la durée des mesures. Toutes les conditions de l'expérience, sauf la nature du métal et l'éclairement, étaient rigoureusement invariables.

Résultats. — 1° *Pour un même métal*, avec des éclairements différents, dont les valeurs relatives sont données par la cellule Serpi, on obtient une famille de courbes dont les ordonnées sont, pour le même champ, proportionnelles aux éclairements : par suite, pour deux éclairements donnés et pour diverses valeurs du champ, le rapport des intensités est constant. Exemples :

---

(1) J.-J. Thomson, *Passage de l'électricité à travers les gaz*, traduit par Fric et Faure, p. 267.

Champ en volts (par cm).........	215	645	1265	1680
Rapports Al/Al..................	2,60	2,62	2,60	2,55
Rapports Fe/Fe..................	2,25	2,25	2,26	2,24

2° *Pour deux métaux différents*, on peut bien amener les deux courbes à se couper, en réglant les éclairements à l'aide du diaphragme, mais *elles ne coïncident pas* : le rapport des intensités varie de part et d'autre de l'unité. Exemples :

Champ en volts (par cm).........	215	645	1265	1680
Rapports Al/Ag..................	1,14	1,02	0,95	0,90
Rapports Al/Au..................	1,10	1,00	0,91	0,89

Les deux courbes n'appartiennent pas à la même famille. Ainsi, toutes choses égales d'ailleurs, *la forme de la courbe dépend de la nature du métal*.

Conséquences. — La saturation est obtenue aisément dans le vide, donc le nombre des électrons émis ne dépend pas du champ. Mais, aux pressions assez élevées, les électrons peuvent ioniser le gaz : J.-J. Thomson [1] avait fait déjà cette hypothèse pour expliquer pourquoi le courant est plus faible dans le vide qu'aux pressions voisines de la pression ordinaire. Il faut admettre, en outre, que le nombre des ions produits en moyenne par chaque électron augmente avec le champ, et d'une façon qui dépend du métal. C'est qu'en réalité les électrons ont une énergie initiale variable; chacun d'eux parcourt une certaine distance dans la direction du champ avant de rencontrer une molécule du gaz et son énergie peut augmenter assez pour qu'il devienne capable, s'il ne l'était déjà, d'ioniser cette molécule; cela se produit pour un champ d'autant plus faible que son énergie initiale est plus grande (étant donnés les champs réalisés et le potentiel d'ionisation, un parcours de l'ordre du dixième de millimètre suffit dans tous les cas). Dès lors, à mesure que le champ augmente, des électrons de plus en plus nombreux ionisent le gaz; certains peuvent même ioniser plusieurs molécules avant de se fixer sur l'une d'elles : il n'y a pas de saturation. On voit qu'il doit y avoir une relation très étroite entre la courbe des intensités en fonction du champ et la courbe donnant la répartition des électrons d'après leur énergie initiale; cette dernière varie, comme on sait, avec le métal : il en est donc de même pour la première.

(1) J.-J. Thomson, *loc. cit.*, p. 276.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le phénomène de groupements d'atomes pour les émanations et pour les mélanges des radioéléments.* Note de M[lle] C. **Chamié**, présentée par M. J. Perrin.

Dans des Notes précédentes ([1]) j'ai mis en évidence le phénomène de groupements d'atomes pour les radioéléments appartenant au type des métaux (dépôts actifs, radiothorium, polonium). J'ai recherché le même phénomène pour les émanations et pour les mélanges des radioéléments.

Les expériences suivantes ont été faites :

I. *Photographies faites avec l'émanation incluse dans le mercure.* — 1° Le mercure a été versé dans un tube de $0^{cm},5$ de diamètre dont on venait d'extraire l'émanation du radium qui y était contenue. Le mercure chauffé et agité dans le tube a été filtré et versé sur une plaque photographique; des photographies, à temps de pose différents, ont été répétées successivement pendant deux semaines.

2° Une ampoule fine de radon fraîchement préparée a été cassée dans un tube rempli de mercure.

Les photographies montrent, dans les deux cas, que le radon est inclus dans le mercure à l'état de groupement d'atomes qui donnent des images d'étoiles dont les rayons correspondent au parcours des rayons α du radon dans la gélatine. Parmi ces étoiles, certaines ont deux groupes de rayons correspondant au Ra A et au Ra C'. On peut observer sur la même photographie la genèse du dépôt actif à partir de l'émanation, à des étapes d'évolution différentes (*fig.* 1).

3° Du radiothorium pur a été introduit dans le mercure. Les premières photographies ont donné des groupes caractéristiques du parcours du Rd Th seul, plus tard on obtenait trois types d'étoiles, les unes correspondant au Rd Th pur, les autres au Rd Th avec le Th X et les troisièmes donnaient le double parcours de Th C et Th C'. L'émanation formée restait donc attachée au groupement auquel appartenait le Th X et continuait à se transformer au sein du groupe en son dépôt actif.

II. *Photographies directes faites avec l'émanation.* — 1° L'émanation du radium a été aspirée avec une seringue et projetée sur la plaque photographique qui, immédiatement après, a été recouverte par une autre plaque et mise sous pression.

(1) C. Chamié, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1243; 185, 1927, p. 770 et 1277.

En examinant la photographie au microscope, on voit sur un fond clair des étoiles avec des rayons correspondant aux rayons α du radon (*fig.* 2) lorsque la projection se fait instantanément après l'aspiration et que le

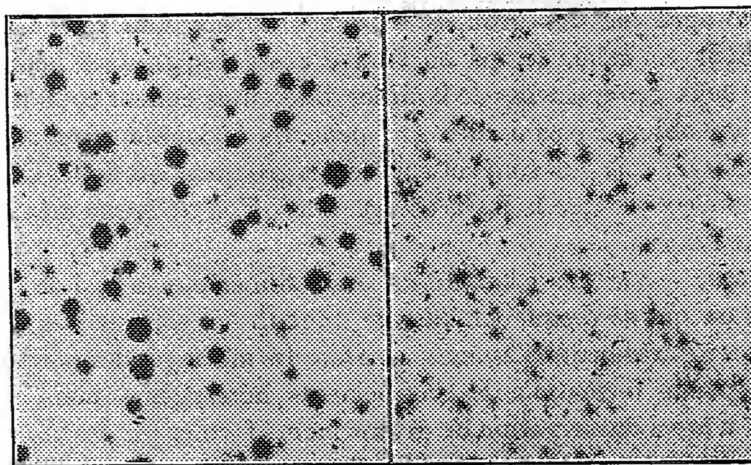


Fig. 1. — Groupements d'atomes de l'émanation du radium dans le mercure (RaA et RaC').

Fig. 2. — Groupements d'atomes de l'émanation du radium projetée directement sur la plaque photographique.

temps de pose est court. Si l'on projette une heure après l'aspiration, les rayons des étoiles correspondent au parcours du RaC'.

2° Les mêmes expériences ont été faites avec le thoron et l'actinon. Les photographies sont semblables aux précédentes, mais à cause de la vie très courte de ces émanations, les étoiles qu'on observe donnent toujours les rayons des dépôts actifs correspondants.

III. *Photographies des mélanges des radioéléments.* — 1° On aspirait dans une même seringue par un procédé approprié les émanations du radium et du thorium, et l'on projetait ce mélange sur la plaque photographique. Les photographies montrent que les groupements d'atomes du radon ne sont pas confondus avec les groupements du thoron, ce qui prouve que les groupements ne se forment pas dans la seringue autour de centres communs, mais que la seringue aspire des groupements déjà existant nageant dans l'air au-dessus de la préparation.

2° On faisait un mélange du dépôt actif du Ra avec le Po en solution chlorhydrique, et l'on étalait une goutte de la solution sur une lamelle de mica pour en faire des photographies successives. Dans d'autres expé-

riences, on activait le mercure par ce mélange de radioéléments. Des expériences analogues ont été faites avec des mélanges de dépôts actifs de thorium et de radium ainsi qu'avec un mélange de Po et RdTh.

Dans toutes ces expériences, les résultats sont semblables : on observe sur la photographie des groupes d'atomes appartenant tous à la même famille, mais en même temps on trouve aussi des groupes hétérogènes, comme si deux groupements de familles différentes étaient confondus. Par exemple, on observe parfois des groupements à double parcours du Po et RaC′ mais on voit plus souvent encore des groupements du RaC′ sans Po, qui disparaissent lorsque le RaC′ meurt, sans qu'on trouve au même endroit de trace de Po.

Conclusion. — 1° Les émanations des radioéléments qui se dégagent dans l'air ou qui se dissolvent dans le mercure en sortant des ampoules forment des groupements d'atomes. 2° Dans les mélanges des radioéléments il y a en partie formation de groupements hétérogènes mais en même temps il y a aussi conservation de groupements formés par les atomes de la même famille.

Une étude suivie des propriétés et du comportement des groupements pourra expliquer le phénomène.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Réaction de double décomposition entre vapeurs salines : fumées produites entre sels gazeux.* Note de M. A. TIAN, présentée par M. J. Perrin.

J'ai montré dans une Note précédente (¹) que la précipitation d'un sel sous forme de fumées est produite lorsque, par le mélange de ses constituants (acide et base) à l'état gazeux, on atteint le « produit de volatilité » de ce sel.

Les vapeurs de sels facilement volatils (sels formés par simple addition, sans élimination d'eau, de bases et d'acides volatils), étant toujours dissociées, même à la température ordinaire, se prêtent *nécessairement* aux réactions de double échange comme les sels dissous. L'analogie présentée par les sels sous forme de gaz ou de solution se poursuit donc complètement. A la loi ordinaire de Berthollet correspond ainsi une loi toute semblable que l'on peut énoncer :

(¹) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 67.

I. *Le mélange de deux vapeurs salines pouvant donner par échange de leurs constituants un sel fixe, ou relativement peu volatil, tend à déterminer la précipitation, sous forme de fumées, de ce sel.*

Mais ici une particularité intéressante se présente.

On sait que les sels aisément vaporisables sont formés par l'union d'acides et de bases eux-mêmes faciles à vaporiser. En outre il y a une relation étroite entre la volatilité d'un sel et la *force* de ses constituants.

En effet en présence d'une trace d'eau, c'est-à-dire en opérant sur une vapeur saline habituelle, non rigoureusement sèche ([1]), le phénomène d'hydrolyse, qui libère les constituants du sel, détermine la vaporisation sinon du sel lui-même, mais de ses produits de dissociation. Cette vaporisation *apparente* est nécessairement très accentuée si l'hydrolyse est notable, c'est-à-dire si l'acide et la base du sel sont « faibles ». Les sels de bases et d'acides faibles sont donc toujours très volatils, ceux de bases et d'acides forts le sont peu.

Finalement, en négligeant devant la vaporisation apparente du sel sa vaporisation réelle (qui, à la température ordinaire, paraît être pratiquement nulle, comme pour les sels métalliques), on arrive à la loi remarquablement simple :

II. *Le mélange de deux vapeurs salines pouvant donner, par échange de leurs constituants, un sel à constituants forts, ou relativement forts, tend à déterminer la précipitation, sous forme de fumées, de ce sel.*

Vérification expérimentale. — La loi ci-dessus est très facilement vérifiable.

Un certain nombre de réactions de double décomposition entre vapeurs salines ont été faites. Les vapeurs réagissantes étaient produites par saturation de l'air par les sels purs. Dans la plupart des cas ceux-ci n'étaient pas assez volatils pour que, dès la température ordinaire, le mélange des vapeurs puisse donner des fumées visibles : aussi ai-je opéré à 50°. Une des vapeurs est émise par un sel porté à l'extrémité d'une baguette; celle-ci est introduite dans un vase contenant de l'air en contact avec le second sel, et l'on observe la formation de fumées avec un vif éclairage latéral, sur un fond noir.

Les constituants des divers sels expérimentés sont, par ordre de force décroissante :

Bases : diméthylamine ($K = 7{,}4 . 10^{-3}$); pipéridine ($K = 1{,}6 . 10^{-3}$); ammo-

([1]) En l'absence de toute trace d'eau la volatilité des sels est, comme on sait, tout à fait différente.

niaque ($K = 1{,}6.10^{-5}$); hydrazine ($K = 3.10^{-6}$); pyridine ($K = 2{,}4.10^{-9}$).

Acides : chlorhydrique; monochloracétique ($K = 0{,}155$); formique ($K = 0{,}0214$); acétique ($K = 0{,}0018$).

Dans le tableau suivant les signes + et — indiquent respectivement la formation ou l'absence de fumées. Les cas où par double décomposition aucun sel nouveau ne peut se former ont été indiqués par des guillemets. Les trois sels désignés par « réactifs » sont tous des acétates; ils dérivent soit d'une base faible, soit d'une base moyenne, soit d'une base forte.

	Réactifs.		
	Acétate de pyridine.	Acétate d'ammoniaque.	Acétate de pipéridine.
Chlorhydrate de pyridine..............	»	+	+
Monochloracétate de pyridine..........	»	+	+
Chlorhydrate d'hydrazine.............	—	+	+
Monochloracétate d'ammoniaque.......	—	»	+
Chlorhydrate de pipéridine............	—	—	»
Formiate de pipéridine................	—	—	»
Chlorhydrate de diméthylamine........	—	—	—

Tous les résultats, au nombre de 16, sont en accord avec la loi de double décomposition énoncée sous la forme particulièrement intéressante II.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le potentiel limite des solutions de glucides.* Note (1) de MM. **René Wurmser** et **Jean Geloso**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons observé (2) avec E. Aubel et L. Genevois qu'une électrode de platine prend au contact d'une solution de glucose, à l'abri de l'oxygène, un potentiel compris entre le potentiel normal du disulfonate d'indigo et celui de la phénosafranine. Seuls, les colorants de potentiel plus positif sont réduits par le glucose.

En faisant des mesures plus précises, il était apparu (3) que le potentiel d'un mélange de glucose avec un colorant incomplètement réduit était plus négatif que celui du glucose seul. Ces colorants ont un effet catalytique sur la vitesse d'établissement du potentiel, et nous pouvons montrer

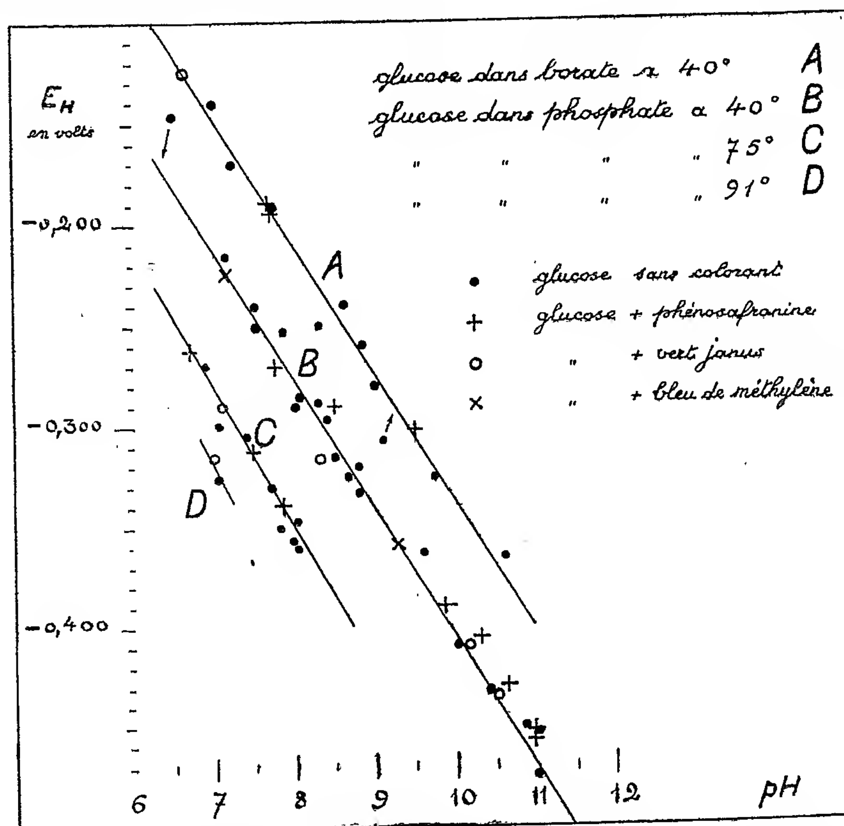
(1) Séance du 11 juin 1928.

(2) E. Aubel, L. Genevois et R. Wurmser, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 407.

(3) R. Wurmser, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1038.

maintenant que, si l'on prolonge suffisamment la durée des mesures, le potentiel final atteint la même limite dans une solution de glucose, avec ou sans colorant.

Les résultats expérimentaux sont représentés sur le diagramme ci-dessous



Les mesures ont été contrôlées avec du glucose pur, provenant du Bureau of Standards de Washington. Le potentiel limite à pH = 7 est atteint au bout de 30 jours à 40°; 9 heures à 75°, et 2 heures à 90°. Il est le même, que l'électrode soit de platine ou d'or.

1° Le potentiel par rapport à l'électrode normale varie avec le pH suivant l'expression

$$E_H = -0,0002\,T\,pH + \text{const.}$$

Comparée avec l'expression de l'électrode d'hydrogène

$$E_H = -0,0002\,T\,pH + 0,0001\,T\,rH,$$

il résulte pour les solutions de glucose : rH = const.

Quand le milieu est insuffisamment tamponné, le potentiel passe au bout d'un certain temps par un minimum (Goard et Rideal); le pH décroît mais le rH reste constant.

2° En faisant varier le milieu et la température nous avons obtenu pour le rH les valeurs suivantes :

Glucose 0,016M + phosphate 0,1M	à 40° C.......	rH = 7	± 0,5
» »	75° C.......	rH = 6	± 0,5
» »	91° C.......	rH = 5	± 0,5
» + borate 0,1M	à 40° C.......	rH = 9,2	± 0,5

Le coefficient de température du rH d'une solution de glucose dans un tampon au phosphate est donc $rH = \frac{5000}{T} - 8,8 \pm 0,5$.

3° La courbe montre que les colorants (qui ont été étudiés jusqu'à une concentration maxima de 6.10^{-4} gr pour 100^{cm^3} de solution) n'ont pas d'influence sur le potentiel final.

4° Enfin nous avons pu établir que le leuco du vert Janus et celui de la phénosafranine dont les potentiels sont plus négatifs que celui du glucose sont réoxydés par ce dernier, comme si le glucose donnait naissance à une forme véritablement réversible.

CHIMIE ORGANIQUE — *Sur le passage de l'acide pyruvique à l'alanine.* Note de MM. **Aubel** et **Bourguel**, présentée par M. Charles Moureu.

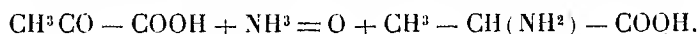
L'étude de ces rapports étroits qui existent dans l'organisme entre l'alanine et l'acide pyruvique a fourni une grosse contribution en faveur de nos théories actuelles sur l'interconversion des albumines en hydrates de carbone et des hydrates de carbone en albumine. Aussi a-t-on, à cause de leur importance, cherché à isoler et à reproduire, *in vitro*, les phénomènes constatés *in vivo*. C'est ainsi que Simon et Piaux [1] ont oxydé l'alanine en acide pyruvique en milieu alcalin, en présence de cuivre, et que Bass [2] a obtenu le même résultat à l'aide de la méthode de Baudisch. Mais jusqu'ici la synthèse de l'alanine aux dépens de l'acide pyruvique et de l'ammoniaque n'avait pu être obtenue.

C'est qu'en effet pour passer d'un mélange d'acide pyruvique et d'ammo-

(1) Simon et Piaux, *Bull. Soc. Ch. biol.*, 6, 1924, p. 412.

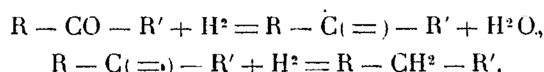
(2) Bass, *C. R. Soc. Biol.*, 93, 1925, p. 570.

niaque à l'alanine, il faut enlever l'atome d'oxygène de la fonction cétonique :



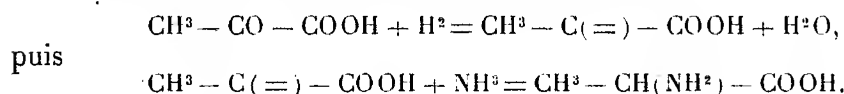
$$CH^3CO - COOH + NH^3 = O + CH^3 - CH(NH^2) - COOH.$$

Nous avons songé pour cela à employer l'hydrogène en présence de métaux précieux. Les travaux de Vavon (1) et de Faillebin (2) ont montré que l'hydrogénation catalytique des fonctions cétones, en présence de noir de platine, ne conduit pas seulement à la fonction alcool secondaire, mais qu'on peut avoir en même temps formation du carbure saturé correspondant. Faillebin a montré de plus que dans le passage du groupement $C = O$ au groupement CH^2 on ne passe pas par la fonction CHOH intermédiaire. Nous avons pensé qu'il y avait arrachement de l'atome d'oxygène puis addition de deux atomes d'hydrogène :



$$R - CO - R' + H^2 = R - C(=) - R' + H^2O,$$
$$R - C(=) - R' + H^2 = R - CH^2 - R'.$$

Dans cette hypothèse, on doit pouvoir, après arrachement de l'atome d'oxygène, fixer sur le reste d'autres radicaux que des atomes d'hydrogène, et en particulier de l'ammoniaque suivant le schéma



$$CH^3 - CO - COOH + H^2 = CH^3 - C(=) - COOH + H^2O,$$
puis
$$CH^3 - C(=) - COOH + NH^3 = CH^3 - CH(NH^2) - COOH.$$

Nos recherches étaient en cours quand nous avons eu connaissance d'un travail de Knopp (3) qui avait réussi une réaction de ce genre : le passage de l'acide phénylpyruvique à la phénylalanine, dans une hydrogénation catalysée par du noir de palladium. Mais Knopp ne paraît pas avoir réussi dans le cas le plus simple théoriquement : celui de l'acide pyruvique.

Les noirs ne semblent, en effet, pas aptes à la formation d'alanine. En agitant en atmosphère d'hydrogène une solution aqueuse de pyruvate d'ammonium en présence de noir de platine, préparé par la méthode de Vavon, nous n'avons eu que de l'acide lactique et de l'alcool, nous réalisions l'image de certaines fermentations. Peut-être n'avons-nous pas su trouver de traces d'alanine.

Par contre, le palladium colloïdal stabilisé par l'empois d'amidon (4)

---

(1) Vavon, *Annales de Chimie*, 9e série, 1, 1914, p. 144.

(2) Faillebin, *Annales de Chimie*, 10e série, 4, 1925, p. 156 et 410.

(3) Knopp et Oesterlin, *Zeit. für. phys. Chim.*, 170, 1927, p. 186.

(4) Bourguel, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 1443.

nous a donné de bons résultats, mais l'opération est extrêmement lente et il faut employer des quantités considérables de catalyseur.

Nous mettons en œuvre $0^g,25$ de palladium colloïdal dans 400^{cm^3} d'eau; nous ajoutons 4^g d'acide pyruvique, une quantité d'ammoniaque correspondant à 2 molécules par molécule d'acide et nous agitons dans une atmosphère d'hydrogène. L'hydrogène se fixe très lentement. Au début le mélange absorbe 200^{cm^3} en 24 heures. Il importe d'agiter nuit et jour pendant 5 à 6 jours. A la fin il ne se fixe plus guère que 30 à 50^{cm^3} par 24 heures.

Le résultat de deux opérations (9^g d'acide) est évaporé dans le vide; dans le résidu, on précipite à l'ébullition le catalyseur et l'amidon par des additions ménagées d'alcool. On filtre, on réduit à 25^{cm^3}. Ces 25^{cm^3} sont repris par de l'alcool absolu chaud auquel on ajoute ensuite de l'éther anhydre. L'alanine précipite cristallisée, suffisamment lentement pour que l'on puisse fractionner la précipitation. Les têtes sont souillées d'amidon et de sels ammoniacaux. Les meilleures fractions sont encore purifiées en ajoutant leur solution aqueuse concentrée à de l'alcool absolu bouillant, d'où l'alanine précipite cristallisée et pure. Rendement en alanine pure: $2^g,9$.

Elle fut identifiée par sa teneur en azote, par le point de fusion de son dérivé benzoylé, par sa saveur sucrée identique à celle de l'alanine synthétique, par sa sublimation, enfin par l'amorçage d'un de nos jus aqueux concentré par un cristal d'alanine.

Ainsi cette étude, en même temps qu'elle nous permettait de réaliser la synthèse de l'alanine, aux dépens de l'acide pyruvique et de l'ammoniaque, nous montrait qu'il était possible, en changeant de catalyseur, de réaliser une dégradation de l'acide pyruvique, analogue à celles que l'on rencontre dans certaines fermentations.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'emploi des alcalis caustiques solides pour la saponification des éthers-sels.* Note de MM. **E. Tassilly**, **A. Belot** et **M. Descombes**, présentée par M. Ch. Moureu.

Dans une Communication antérieure (¹), nous avons montré la possibilité de saponifier le phényléthylmalonate d'éthyle par les alcalis caustiques pulvérisés. La méthode présente l'avantage de fournir avec un bon rende-

(¹) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 149.

ment le diacide et aussi, dans certaines conditions, l'acide-éther. Nous avons pensé que les autres éthers-sels étaient susceptibles de se comporter de la même façon et nous avons pu vérifier, sur un certain nombre d'entre eux, la généralité de la méthode.

Après des essais préliminaires, nous nous sommes arrêtés au mode opératoire suivant.

Dans un récipient (constitué dans nos expériences par un creuset d'argent d'une capacité de 100^{cm^3}, pourvu d'un couvercle s'adaptant exactement) on place de la potasse caustique pulvérisée et passée au tamis n° 30, dans la proportion minimum de 2 molécules de KOH réelle par fonction éther à saponifier. On ajoute, en remuant, l'éther-sel. La réaction se manifeste par une prise en masse progressive. En général, il se produit un échauffement qu'il faut parfois modérer en plongeant le creuset dans l'eau; dans d'autres cas, il est nécessaire de chauffer pour provoquer la saponification. On abandonne ensuite à la température ordinaire. La réaction est généralement totale au bout d'une heure.

L'expérience a montré que l'emploi de la potasse est préférable à celui de la soude qui agit plus lentement. Il est important que l'alcali soit finement divisé. Par contre, son degré de pureté présente peu d'influence, la potasse en cylindres, contenant parfois moins de 83 pour 100 de KOH, se comportant comme la potasse récemment fondue titrant (après pulvérisation) 96 pour 100 d'alcali. D'autre part, les éthers solides à la température ordinaire ne réagissent le plus souvent qu'en opérant au-dessus de leur point de fusion.

Nos expériences ont porté sur des poids d'éther variant entre 2 et 10^g. Les réactions ont été totales et les pertes négligeables. Dans tous les cas, l'acide a été isolé et pesé. Voici quelques-uns des résultats obtenus.

Avec l'acétate d'éthyle, il se produit un échauffement tel qu'un refroidissement énergique s'impose; il convient d'ajouter l'éther peu à peu; la réaction est complète en une heure.

Les éthers benzoïque, phénylacétique, hydrocinnamique, cinnamique, salicylique, se comportent de même, la réaction étant moins vive.

Le cinnamate de méthyle ne réagit pas à la température ordinaire, même au bout de 5 jours, mais cette inertie cesse à la température du bain-marie, la réaction devient alors normale.

Il en est de même pour les éthers nitrobenzoïques (O, M et P) qui doivent aussi être traités à chaud.

Parmi les éthers des diacides, l'oxalate de méthyle, bien que solide,

réagit énergiquement. Le malonate d'éthyle et le succinate d'éthyle fournissent les acides correspondants. Pour isoler ces acides qui se laissent difficilement extraire à l'éther de leurs solutions aqueuses, on traite la masse par un léger excès d'HCl dilué à 30 pour 100 et l'on dessèche dans le vide sulfurique en présence de soude pour absorber HCl. On sépare ensuite par l'éther l'acide organique du chlorure de potassium.

Les éthers maloniques disubstitués (diméthylique, diéthylique, diallylique) donnent avec la plus grande facilité les acides correspondants.

Enfin, l'allocamphorate de méthyle traité par de la potasse solide, au bain d'huile à 200°, fournit quantitativement (99 pour 100) l'acide camphorique. Cette réaction est particulièrement intéressante, car on sait que les éthers de cet acide sont difficilement saponifiés par les méthodes ordinairement en usage.

En résumé, le mode opératoire que nous proposons se recommande par sa simplicité. Il paraît être d'un emploi général et il est plus particulièrement indiqué dans le cas des éthers à saponification difficile ou anormale comme le phényléthylmalonate d'éthyle et l'allocamphorate de méthyle.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Stabilité comparée des isomères suivant leurs spectres d'absorption. Transpositions dans la série des glycols et des aldéhydes.* Note de Mme **Ramart-Lucas** et M. F. **Salmon-Legagneur**, présentée par M. Charles Moureu.

L'un de nous a donné, pour la prévision des transpositions intramoléculaires, des règles qui utilisent la connaissance des spectres d'absorption dans l'ultraviolet (¹). Déjà ces règles ont permis de mettre en évidence diverses transpositions qui n'étaient pas connues (²).

Nous exposerons ici comment elles nous ont conduits à obtenir à volonté (sous l'action de la chaleur) par déshydratation de certains glycols, soit des aldéhydes soit des cétones, et à transformer (pour la première fois croyons-nous) une aldéhyde en cétone, également sous l'action de la chaleur.

D'après ces règles, il était à prévoir que si à une température donnée la déshydratation des glycols conduit à la formation d'aldéhydes, la même déshydratation, effectuée à une température plus élevée, conduirait à la

(¹) Mme Ramart-Lucas, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1301.

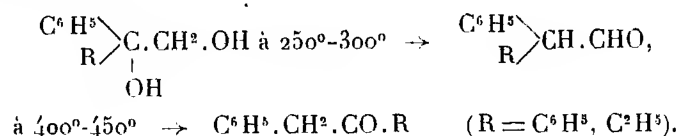
(²) Mme Ramart-Lucas et M. Anagnostopoulos, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1626.

formation de cétones lorsque les courbes d'absorption de ces dernières seront situées plus près du visible que celles des aldéhydes isomères. C'est ce que l'expérience a vérifié.

Nous avons choisi des glycols dont la déshydratation, déjà étudiée, n'avait conduit jusqu'ici qu'à la formation d'aldéhydes : le diphényléthane-diol-1.2, le phényl-2-butanediol-1.2, et l'hydrobenzoïne.

Nous avons fait passer les vapeurs des glycols, à une température donnée et sous pression réduite, dans un tube à combustion contenant des agglomérés de terre d'infusoires. En déshydratant ainsi ces glycols par la chaleur nous avons écarté toute possibilité de réactions secondaires dues à la présence de réactifs.

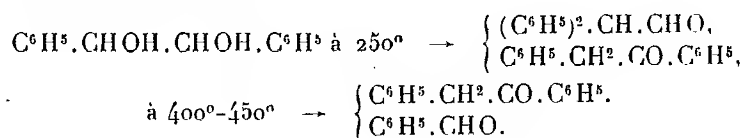
A la température de 250°-300° les glycols primaires-tertiaires n'ont donné que des aldéhydes; à la température de 400°-450°, ces mêmes glycols n'ont fourni que des cétones :



$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ R \end{matrix}\!\!>\!\underset{\underset{OH}{|}}{C}.CH^2.OH \text{ à } 250°\text{-}300° \rightarrow \begin{matrix} C^6H^5 \\ R \end{matrix}\!\!>\!CH.CHO,$$

$$\text{à } 400°\text{-}450° \rightarrow C^6H^5.CH^2.CO.R \qquad (R = C^6H^5,\ C^2H^5).$$

L'hydrobenzoïne, à 250°-300°, a donné de l'aldéhyde diphénylacétique à côté d'un peu de désoxybenzoïne et de glycol non attaqué; à 400°-450°, il ne s'est formé que de la cétone à côté de benzaldéhyde (produit de dissociation de l'hydrobenzoïne) :



$$C^6H^5.CHOH.CHOH.C^6H^5 \text{ à } 250° \rightarrow \begin{cases} (C^6H^5)^2.CH.CHO, \\ C^6H^5.CH^2.CO.C^6H^5, \end{cases}$$

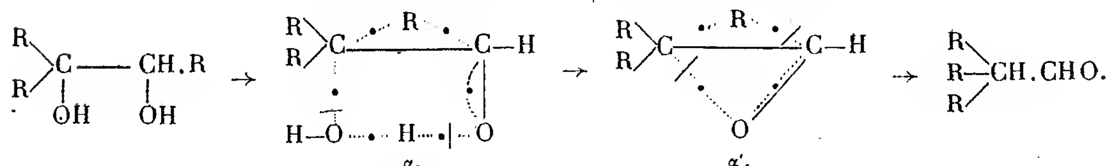
$$\text{à } 400°\text{-}450° \rightarrow \begin{cases} C^6H^5.CH^2.CO.C^6H^5. \\ C^6H^5.CHO. \end{cases}$$

Les aldéhydes et les cétones ont été caractérisées par leurs semicarbazones.

Ces résultats permettent de supposer que l'aldéhyde se forme tout d'abord lors de la déshydratation des glycols, qu'il s'établit un équilibre entre l'aldéhyde et la cétone, et qu'une élévation de température dépasse l'équilibre en faveur du composé possédant ses bandes d'absorption le plus près du visible, c'est-à-dire la cétone dans les cas étudiés ici. La transformation de l'une des aldéhydes, précédemment obtenues, en cétone dans les conditions mêmes qui avaient permis de transformer le glycol en cétone, devait permettre de vérifier cette hypothèse. C'est ce que nous avons observé : *la diphénylacétaldéhyde, traitée comme il a été dit pour les glycols, est entièrement trans-*

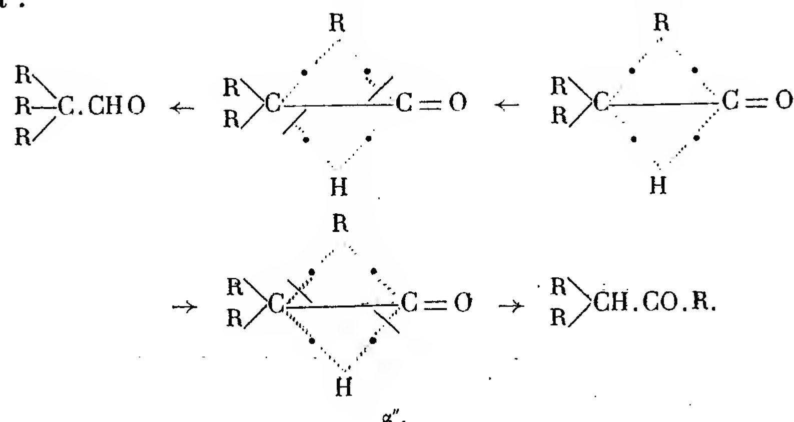
formée en désoxybenzoïne à 400°-450°. Ces résultats nous autorisent à représenter la déshydratation des glycols par la chaleur ainsi : (glycol → aldéhyde → cétone), la transformation glycol → aldéhyde se faisant très vraisemblablement par l'intermédiaire d'un oxyde d'éthylène.

Utilisant la notion de « semivalence » ([1]), nous pourrons expliquer ces différentes transformations de la manière suivante : sous l'influence de la chaleur, le glycol prend une forme peu stable α. Cette molécule perd H^2O, il se fait α′ ayant la forme peu stable d'un oxyde d'éthylène ([2]) et qui ensuite se transforme en aldéhyde (sauf dans le cas des pinacones) :



[Les conventions adoptées pour ces schémas ont été indiquées antérieurement ([2]).]

L'aldéhyde peut ensuite prendre la forme peu stable α″ capable, suivant les conditions de l'expérience, de donner soit la cétone, soit l'aldéhyde suivant :



([1]) Jean Perrin, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 557.
([2]) Mme Ramart-Lucas, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 561 et 718.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Phénol triiodé obtenu avec les acides iodo-5- et diiodo-3.5-salicyliques.* Note de MM. **P. Brenans** et **Ch. Girod**, présentée par M. A. Béhal.

En faisant réagir l'iode et un alcali sur l'acide iodo-5-salicylique puis sur l'acide diiodo-3.5-salicylique nous avons obtenu le phénol triiodé $C^6H^2(I^3)2.4.6(OH)1$.

Nous indiquerons les conditions dans lesquelles cette réaction a été effectuée.

Les acides iodo-5- et diiodo-3.5-salicyliques ont été préparés par la méthode d'iodation de Weselsky [1] qui consiste à faire réagir sur les acides oxybenzoïques en solution dans l'alcool l'iode et l'oxyde jaune de mercure.

En opérant avec $13^g,8$ d'acide salicylique (1^{mol}) et $25^g,4$ d'iode (1^{mol}) on a obtenu $4^g,50$ d'acide diiodosalicylique et $16^g,70$ d'acide monoiodé qu'on a séparés au moyen de leurs sels de baryum. L'acide iodosalicylique encore impur a été transformé en éther acétique; l'éther acétique a été purifié par cristallisations répétées, puis saponifié par la soude en solution alcoolique. L'acide iodo-5-salicylique ainsi obtenu fond à 198° et présente toutes les propriétés de cet isomère déjà décrit [2].

Triiodo-2.4.6-phénol. — A une dissolution de $2^g,64$ d'acide iodo-5-salicylique dans 40^{cm^3} de soude N étendue à $1^l,5$ avec de l'eau, on ajoute $0^l,5$ d'une solution d'iode iodurée renfermant $5^g,10$ d'iode. La liqueur se décolore en partie et après 1 heure de contact, on l'additionne d'un excès d'acide sulfurique dilué. On enlève l'iode qui n'a pas réagi par addition de gaz sulfureux. Le précipité blanc, à peine rosé, ainsi produit est recueilli, puis mélangé à un litre d'eau bouillante. Le mélange maintenu à l'ébullition est additionné d'un excès de carbonate de baryte qui transforme l'acide iodo-5-salicylique n'ayant pas réagi en sel de baryum soluble, sans attaquer le triiodophénol formé dans la réaction.

On recueille sur un filtre le phénol triiodé mélangé au carbonate de baryte en excès. On traite le mélange sur le filtre avec de l'acide chlorhydrique dilué qui enlève le sel de baryum. Le triiodophénol séché est dissous dans le benzène à chaud; par refroidissement de la solution, il cristallise

---

(1) Weselsky, *Ann. der Chem.*, **174**, 1874, p. 103.

(2) P. Brenans et C. Prost, *Comptes rendus*, **176**, 1923, p. 1626.

en aiguilles blanches, fusibles à 157°, ayant les propriétés de l'isomère 1.2.4.6 obtenu et étudié par l'un de nous ([1]).

Le rendement est de $2^g,70$.

La solution du sel de baryum laisse déposer, par addition d'acide chlorhydrique en excès, un produit blanc, fusible à 140° et au-dessus.

Si l'on fait cette expérience dans les mêmes conditions, sauf que la soude est remplacée par le carbonate de soude, on obtient encore le triiodo-2.4.6-phénol, mais avec un rendement moindre ($1^g,50$).

En ajoutant à une dissolution de $3^g,90$ (1^{mol}) d'acide diiodo-3.5-salicylique dans 20^{cm^3} de soude N, étendue à $1^l,5$ une solution d'iode iodurée renfermant $2^g,54$ (1^{mol}) d'iode, il se forme tout de suite un léger précipité et la liqueur se décolore progressivement. Au bout d'une heure, on achève la précipitation par addition d'acide sulfurique étendu, et enlève avec du gaz sulfureux un peu d'iode qui n'a pas réagi. Le précipité teinté de rose est un mélange de triiodophénol et d'acide diiodosalicylique qu'on sépare par la méthode au carbonate de baryte indiquée précédemment.

Le phénol triiodé 1.2.4.6 obtenu ($1^g,55$), cristallisé dans le benzène, fond à 157°.

En répétant l'expérience avec 1^{mol} d'acide diiodosalicylique, 2^{mol} d'iode et 4^{mol} de soude, on obtient dès le début de la réaction un précipité coloré qui augmente pendant la durée de la réaction (1 heure). On acidule le mélange avec de l'acide sulfurique dilué, on enlève l'excès d'iode avec du gaz sulfureux.

Le composé rouge obtenu, insoluble dans l'alcool, est le rouge de Lautemann $C^6H^4I^2O$, étudié par de nombreux chimistes ([2]); il provient de la transformation par l'action de l'iode en excès et en milieu alcalin du triiodophénol 1.2.4.6 formé d'abord dans la réaction.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Étude des chlorites au moyen des rayons X.* Note de M. Ch. Mauguin, présentée par M. Fréd. Wallerant.

J'ai montré au moyen des rayons X que les micas qui paraissent si différents les uns des autres par leur composition chimique sont tous construits

---

([1]) P. Brenans, *Comptes rendus*, 132, 1901, p. 831; 133, 1901, p. 160.

([2]) Bougault, *Journ. de Pharm. et de Chimie*, 6e série, 28, 1918, p. 146.

sur le même type avec un motif cristallin qui renferme toujours 12 atomes d'oxygène ou de fluor ([1]).

L'étude des chlorites, minéraux très voisins des micas par leurs caractères extérieurs, m'a conduit à des conclusions analogues.

Je me suis limité à l'examen de quelques types bien cristallisés permettant l'application de la méthode du cristal tournant qui fournit la maille cristalliue avec une sécurité beaucoup plus grande que la méthode des poudres cristallines ([2]).

Ces minéraux :

Pennine (Zermatt)	$8SiO^2, 2Al^2O^3, 13MgO, 10H^2O$
Leuchtenbergite (Midongy)	$7SiO^2, 3Al^2O^3, 12MgO, 10H^2O$
Grochauite (Carter mine)	$4SiO^2, 2Al^2O^3, 7MgO, 6H^2O$

ont reçu des formules compliquées qui ne représentent qu'imparfaitement leur composition chimique véritable.

Voici les résultats obtenus :

Les chlorites sont formés comme les micas par l'empilement de feuillets élémentaires, séparables par clivage, dont l'épaisseur peu variable d'un type à l'autre vaut à peu près une fois et demie l'épaisseur du feuillet élémentaire des micas (un peu plus de 14×10^{-8} cm au lieu de 10×10^{-8} cm). Chaque feuillet résulte de la répétition indéfinie d'un groupe d'atomes (motif cristallin) par les translations d'un réseau plan ayant pour maille un losange de 120° (réseau de triangles équilatéraux) de côté $a = 3{,}07.10^{-8}$ cm. Ces translations sont exactement celles au moyen desquelles on engendre le feuillet élémentaire (plus mince) du mica biotite. Il existe certainement une parenté structurale très étroite entre ces minéraux.

Les feuillets sont empilés de telle manière que l'édifice dans son ensemble admet les translations d'un réseau rhomboédrique (ou pseudo-rhomboédrique). La maille de ce réseau est un rhomboèdre très aigu dont l'axe binaire a la valeur $a = 3{,}07 \times 10^{-8}$ cm définie précédemment, et dont l'axe ternaire c vaut trois fois l'épaisseur d'un feuillet élémentaire (environ 42×10^{-8} cm). Les clichés de Laue montrent une symétrie ternaire très nette; mais je n'ai pas pu les obtenir avec assez de précision pour

(1) CH. MAUGUIN, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 879. — CH. MAUGUIN et GRABER, *Ibid.*, p. 1131.

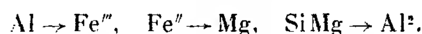
(2) La méthode des poudres cristallines a été appliquée aux chlorites par Winchell, mais d'une façon qui paraît surtout qualitative (*American Mineralogist*, 13, 1928, p. 161).

pouvoir dire si cette symétrie est parfaite ou seulement très approchée (la pennine est uniaxe, les autres sont nettement biaxes avec un angle d'axes variable d'une région à l'autre).

A partir des dimensions de la maille, j'ai calculé la masse absolue du motif cristallin et le nombre d'atomes de chaque sorte contenus dans ce motif, en empruntant les données complémentaires nécessaires au calcul, densité et composition centésimale du minéral, à la Thèse si bien documentée de J. Orcel (¹) :

	Pennine.	Leuchtenbergine.	Grochauite.
Épaisseur du feuillet élémentaire	14,33 Å	14,15 Å	14,15 Å
Densité	2,661	2,656	2,696
Si	1,08	0,93	0,88
Al	0,48	0,79	0,89
Fe‴	0,06	—	0,02
Fe″	0,03	—	0,11
Mg	1,69	1,59	1,43
H	2,68	2,73	2,66
O	6,03	6,01	6,00
Nombre d'atomes électropositifs	6,02	6,05	5,99

Ainsi le motif cristallin de nos trois chlorites renferme 6 atomes d'oxygène. Le nombre d'atomes électropositifs varie d'une maille à la voisine de sorte que la formule moyenne de la maille comporte des exposants fractionnaires. Mais la somme de tous les exposants fractionnaires des atomes électropositifs est toujours égale à 6. Le motif cristallin est donc toujours formé de 12 atomes au total, 6 atomes d'oxygène électronégatifs, et 6 atomes électropositifs. Les substitutions entre atomes électropositifs quand on passe d'une maille à une autre paraissent se réduire à celles-ci :


$$Al \rightarrow Fe''', \quad Fe'' \rightarrow Mg, \quad SiMg \rightarrow Al^2.$$

Les premières sont des substitutions banales; la dernière est à rapprocher de la substitution SiNa → AlCa des feldspaths plagioclases qui respecte comme elle la somme des valences et le nombre total des atomes.

Les tentatives faites pour donner aux chlorites des formules chimiques à coefficients entiers, analogues à celles qui sont rappelées plus haut, paraissent vaines. On n'aboutit qu'à des formules inutilement compliquées

(¹) J. Orcel, *Recherches sur la composition chimique des chlorites* (*Bull. Soc. franç. de Min.*, 50, 1927, p. 75).

(en O^{27} pour la grochauite, en O^{45} pour les deux autres) qui ne correspondent à aucune réalité.

Observation. — Le nombre d'atomes d'hydrogène du motif cristallin paraît constant, égal à $\frac{8}{3}$. Ce résultat conduit à penser que les rayons X ne fournissent pas la maille véritable des chlorites, mais une maille trois fois trop petite. La maille vraie serait en O^{18} et renfermerait 8 atomes H.

GÉOLOGIE. — *Sur la terminaison occidentale du Haut-Atlas marocain.* Note de MM. **E. Roch** et **C. Tingry**, présentée par M. Pierre Termier.

Ayant eu l'occasion de parcourir au printemps dernier l'extrémité occidentale du Haut-Atlas, nous croyons pouvoir apporter aujourd'hui une solution satisfaisante à la question déjà très controversée de la terminaison de la chaîne en bordure de la côte atlantique.

Les hypothèses émises jusqu'à présent peuvent se résumer de la manière suivante :

1° Pour Ch. de Foucauld et L. Gentil, l'Atlas se poursuit bien jusqu'à l'Océan, soit en un seul pli, le Cap Ghir (de Foucauld et L. Gentil, 1905), soit en deux voûtes, l'une au cap Ghir, l'autre directement au N d'Agadir ou anticlinal du Lgouz (L. Gentil, 1910).

2° Pour Thomson et A. Brives, l'Atlas s'arrête à environ 50^km^ de la côte, au point où une zone de plateau succède au régime plissé de la chaîne.

En fait cette allure tabulaire n'est qu'apparente. Depuis que l'a montré Gentil, personne ne met en doute que le plissement tertiaire ne se poursuive jusqu'à l'Océan.

Mais où passent les plis et quelle est leur direction; où se trouve l'axe de la chaîne? C'est à ces questions que nous nous proposons de répondre.

Un examen rapide des cartes topographiques rend séduisante la conception de Ch. de Foucauld, car le cap Ghir, d'une belle avancée dans l'Océan, paraît bien se trouver dans l'axe de la chaîne. Ce qui tendrait à corroborer cette hypothèse, c'est que la ligne de partage des eaux passe par le cap lui-même.

Mais on constate alors que le raccord de la ligne cap Ghir-Tazenakht avec celle qui marque la direction générale de la chaîne ne peut se faire qu'en admettant une torsion des plis au niveau du Tizi n'Maachou.

Or, de cet accident, l'étude tectonique ne relève pas trace : le pli du

cap Ghir se poursuit vers l'Est par le djebel Tazenakht, puis par l'anticlinal d'Aklout (Anekhlout), *mais expire avant d'atteindre la vallée de l'Aït Moussa.*

Au contraire, l'anticlinal du nord d'Agadir se suit avec une grande netteté par les djebels Oulma et Lgouz, traverse l'Aït Moussa à Tirkou et se retrouve au nord de Tamda et d'el Mnizla. Partout ce pli est déversé vers le Sud avec parfois même un étirement du flanc inverse.

Il semble bien que ce soit le même pli ou le même ensemble de plis que M. Neltner (¹) a retrouvé plus à l'Est encore à Laouah n' Gnouss; si la chose était prouvée, on pourrait alors le suivre sur un parcours de plus de 130^{km}.

En outre, la direction WSW-ENE de cet anticlinal correspond exactement à la direction générale de la chaîne.

Ainsi, l'anticlinal du cap Ghir, s'arrêtant à la vallée de l'Aït Moussa doit s'interpréter comme un pli accessoire dans la voûte simple que forme l'Atlas; en ce point, c'est un pli court dont la structure rappelle tout à fait celle des brachyanticlinaux du djebel Amsitten et des djebels Hadid et Ali Kourati de la région de Mogador. Ce serait, en d'autres termes, un *brachyanticlinal juxtaposé à l'Atlas.*

Seul le pli du Lgouz (pour employer l'expression de L. Gentil) représente la terminaison occidentale de l'Atlas, et il est important de souligner que ce pli est déversé vers le Sud.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Étude des fluctuations nocturnes de l'ozone atmosphérique.* Note de M. **Daniel Chalonge**, présentée par M. Ch. Fabry.

Dans la période comprise entre octobre 1927 et avril 1928, j'ai déterminé aussi souvent que possible l'épaisseur de la couche d'ozone de la haute atmosphère pendant des jours et des nuits consécutifs. Ces évaluations ont été faites spectroscopiquement en photographiant le spectre ultraviolet du Soleil ou de la Lune au moyen du dispositif qui a été décrit dans une précédente Note (²).

(¹) L. Neltner, *Sur la géologie du pays Goundafi (Haut-Atlas marocain)* (*Comptes rendus*, 186, 1928, p. 707).

(²) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 446. L'objectif de 50^{cm} de foyer de la lunette placée devant le spectrographe a été remplacé par un objectif de 1^{m} de foyer et de 56^{mm} de diamètre : les prismes sont ainsi beaucoup mieux couverts et la luminosité de l'appareil se trouve notablement augmentée. Les poses peuvent être réduites à 15 secondes quand la distance zénithale de la Lune est faible et dépasse rarement 10 minutes.

Les mesures ont été faites dans la région spectrale 3100-3250 Å où l'absorption par l'ozone commence à être appréciable sans être cependant très forte. Malheureusement les coefficients d'absorption de l'ozone sont connus dans cette région avec une précision beaucoup plus faible que dans le domaine voisin de 3000 Å où se placent Dobson et ses collaborateurs pour leurs mesures diurnes d'ozone, mais que la faible intensité du rayonnement lunaire m'empêche d'utiliser. Aussi, pour rendre mes résultats comparables aux leurs, ai-je commencé par corriger les coefficients d'absorption de l'ozone donnés par Fabry et Buisson de façon à obtenir à partir d'un bon cliché du spectre solaire direct pris le 3 novembre à Paris la même épaisseur d'ozone que Götz à Arosa le même jour. Cette façon de procéder est justifiée par les deux observations suivantes :

1° Les coefficients ainsi corrigés révèlent la présence des bandes de l'ozone connues entre 3100 et 3250 Å, alors que les coefficients de Fabry et Buisson supposent une absorption continuellement décroissante;

2° Ces coefficients m'ont donné par la suite, pour mes évaluations diurnes d'ozone, des résultats en accord satisfaisant avec ceux de Dobson à Oxford et de Götz à Arosa.

Cela justifie la comparaison de mes mesures nocturnes avec leurs mesures diurnes (1). L'ensemble de ces déterminations est contenu dans le tableau ci-après. Chaque nombre exprime en centièmes de millimètre (2) l'épaisseur normale de la couche d'ozone supposée ramenée aux conditions normales de température et de pression.

Il semble que l'on puisse déduire de cet ensemble de résultats les conclusions suivantes :

1° La haute atmosphère ne contient jamais moins d'ozone la nuit que le jour;

2° L'épaisseur nocturne s'écarte peu d'une valeur moyenne qui est ici de 335, c'est-à-dire ne présente pas de variation saisonnière, du moins dans la période étudiée.

Il résulterait de là que, pour expliquer la création et les fluctuations de l'ozone à grande altitude, il faut faire intervenir d'autres causes que le seul rayonnement ultraviolet solaire.

---

(1) Les évaluations de Dobson et de Götz n'ont pas encore été publiées et m'ont été communiquées par M. Dobson.

(2) Cette unité correspond à la précision des mesures diurnes. Je l'ai conservée pour les évaluations nocturnes, bien que la précision de ces dernières soit beaucoup moindre.

Epaisseurs d'ozone (¹).

Date.	Nuit (Paris).	Jour. (Paris).	(Arosa).	(Oxford).
10 Oct...	360	–	225	233
11 » ...		–	220	224
7 Nov..	370	–	–	225
8 » ..	–	–	–	–
9 » ..	–	–	231	–
10 » ..	–	–	256	–
11 » ..	340	–	–	–
12 » ..		260	–	–
5 Déc...	285	–	242	–
6 » ...		–	253	–
4 Janv..	–	–	251	–
5 » ..	380	–	–	–
6 » ..		–	–	–
2 Fév.....	320	–	–	–
3 »	340	–	307	–
4 »	–	305	–	–
5 »	295	–	270	–
6 »	330	290	–	317
7 »	–	–	280	–
8 »	275	–	261	–
9 »		–	275	–
3 Mars...	375	–	286	–
4 » ...	370	365	–	287
5 » ...	335	–	283	–
6 » ...		–	–	–
2 Avril...	310	–	–	282
3 » ...	–	215	–	–
4 » ...	360	–	217	319
5 » ...		–	–	302

MÉTÉOROLOGIE. — *Étude des poussières tombées dans le midi de la Pologne du 26 au 28 avril* 1928. Note de MM. **Henryk Arctowski** et **Edward Stenz.**

Dans une Note précédente nous avons rendu compte de l'extension de la chute de poussières survenue en Pologne du 26 au 28 avril et nous avons indiqué son origine probable. Il nous faut maintenant donner quelques renseignements sur la nature de ces poussières et sur les quantités approchées du dépôt.

La chute a été notée sur toute l'étendue des palatinats de Stanislawow, Tarnopol, Lwów et de Volhynie, soit une surface de 92000$^{km^2}$. En plus, sur une étendue d'environ 23000$^{km^2}$ des palatinats de Cracovie, de Kielce et de Lublin. Soit en tout 115000$^{km^2}$, c'est-à-dire 30 pour 100 de la surface de la Pologne.

D'après les renseignements numériques des quantités tombées aux

(¹) Une application plus précise de la méthode m'a conduit à corriger les premières estimations d'épaisseurs nocturnes qui avaient été publiées pour les mois d'octobre et de novembre (*loc. cit.*).

diverses localités nous pouvons admettre une chute moyenne de 30 tonnes par kilomètre carré dans le palatinat de Tarnopol, de 20 tonnes par kilomètre carré dans le palatinat de Stanislawow, de 10 tonnes dans ceux de Lwów et de Volhynie et notablement moins dans les autres. En tout on peut estimer la quantité de poussières tombée en Pologne à 1500000 tonnes.

Les chiffres relatifs à la grande chute de poussières sahariennes des 9 au 12 mars 1901, qui semble être la plus notable de celles étudiées jusqu'à présent, sont une surface de 800000$^{km^2}$ du continent européen plus 450000$^{km^2}$ de mer et 1800000 tonnes pour l'Europe. Si l'on prend en considération l'étendue de l'Ukraine et de la Roumanie sur laquelle la chute de poussière dernièrement observée a dû également se produire, il semble certain qu'elle a dû surpasser en quantité de matière transportée celle de 1901.

Le tamisage de la poussière tombée à Lwów a fourni 40 pour 100 de grains de diamètre inférieur à 0^{mm},05 et du 20 pour 100 retenu par le tamis d'une maille de 0^{mm},1; les grains plus gros ne dépassaient pas un diamètre de 0^{mm},2. Pourtant les gros grains examinés sous le microscope étaient invariablement des agglomérats de fin fin.

L'examen des poussières de diverses localités a montré que d'une façon générale la proportion des gros grains dépassant 0^{mm},05 allait en diminuant vers le Nord-Ouest. Ce fait suffit par lui-même pour nous forcer d'admettre que le lieu d'origine de la poussière ne pouvait pas être très éloigné de nous.

L'analyse chimique des poussières a donné les résultats suivants :

	Pour 100		Pour 100
SiO^2	57,94	Ph^2O^5	0,24
Al^2O^3	12,30	MnO	0,06
Fe^2O^3	5,49	SO^3	0,13
Cl	tr.	CO^2	0,65
MgO	1,77	C(org.)	2,94
CaO	2,03	H^2O(105°,3)	5,15
Na^2O	0,31	H^2O(hygrosc.)	7,01
K^2O	2,97	Total	99,69

Déduction faite de l'eau et des substances organiques la composition est :

	Pour 100.
Silicates et quartz	76,46
Substances colloïdales (argile)	20,36
Carbonates	2.38
Sulfates	0,24
Phosphates	0,56

Ces résultats d'analyse excluent l'hypothèse d'une origine volcanique ou saharienne des poussières et nous forcent d'admettre une analogie avec la composition des sols de la Russie Méridionale.

L'examen microscopique des poussières de diverses provenances fait par M. J. Tokarski lui a permis de noter l'absence de minéraux de formes cristallines déterminables, tandis que M. S. Kulczynski y a observé des débris de plantes.

Cet examen confirme donc la conclusion que nous avons déduite de l'examen des cartes synoptiques météorologiques du 25 avril, à savoir : qu'il faut rattacher les chutes de poussière aux ouragans observés ce jour au nord de la mer Noire.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les principes immédiats des graines de deux espèces de* Combretum. Note de MM. **V. Hasenfratz** et **R. Sutra**, présentée par M. L. Mangin.

Le genre *Combretum*, de la famille des Combrétacées, est représenté par un grand nombre d'espèces réparties dans les régions intertropicales, notamment en Afrique. Nous avons eu à notre disposition une petite quantité de fruits de deux espèces de *Combretum* provenant de Madagascar et très aimablement adressés par M. Perrier de la Bâthie, qui consacre comme on sait une grande activité à l'étude de la flore de cette région. Ce sont les *Combretum Bernierianum* Tulasne et *Combretum subumbellatum* Baker.

Les fruits de ces deux espèces se distinguent facilement l'un de l'autre : ceux du *C. Bernierianum* sont lisses alors que ceux du *C. subumbellatum* portent longitudinalement de 5 à 7 côtes carénées.

L'étude chimique que nous avons faite a porté plus particulièrement sur les graines du *C. Bernierianum* dans lesquelles nous avons pu isoler une matière grasse et une matière sucrée.

I. *Matière grasse.* — Les graines broyées ont été épuisées par le sulfure de carbone. Après évaporation du solvant, il reste une huile jaune clair représentant environ 10 pour 100 du poids des graines et qui, au bout de quelques jours, se fige partiellement.

Cette matière grasse saponifiée fournit un gâteau d'acides gras. La solution alcoolique chaude de ces acides abandonne par refroidissement des cristaux d'un acide gras solide, qui, purifié par de nouvelles cristallisations dans l'alcool, donne finalement un corps fondant à 62° et d'indice d'iode

nul. L'étude de ses propriétés, ainsi que la composition de son sel de baryum établissent son identité avec l'acide palmitique.

Les acides gras restés en solution dans l'alcool sont transformés en sels de plomb, qui, épuisés par l'éther, se dissolvent partiellement.

La portion insoluble dans l'éther est constituée par le sel de plomb de l'acide palmitique. Les acides gras, régénérés des sels de plomb solubles, renferment une notable proportion d'acides non saturés puisque leur indice d'iode a pour valeur 71. Traités par le permanganate de potassium, à froid, en liqueur alcaline, ils donnent un acide dioxystéarique $C^{18}H^{36}O^{4}$ qui, après plusieurs cristallisations dans l'alcool, fond à 136°, ce qui démontre qu'il est identique au dérivé d'oxydation de l'acide oléique.

Il résulte de ces faits que la matière grasse du *Combretum Bernierianum* est constituée principalement par un mélange de *palmitine* et d'*oléine;* toutefois son indice de saponification (220) semble indiquer la présence d'autres glycérides de poids moléculaires plus faibles : le peu de substance dont nous disposions n'a pas permis d'en préciser la nature.

II. *Matière sucrée.* — Les graines, après épuisement par le sulfure de carbone sont traitées par l'alcool bouillant. La liqueur alcoolique, concentrée par distillation dans le vide puis abandonnée au repos, laisse déposer lentement des cristaux faiblement colorés en jaune. On les purifie par dissolution dans l'eau suivie d'une décoloration par le noir animal. La solution incolore est ensuite concentrée jusqu'à consistance de sirop. Ce sirop, additionné d'alcool, cristallise lentement. La récolte en produit cristallisé est de 4 pour 100 du poids de graines traitées.

Cette substance fond à 183°, possède une saveur sucrée, est très soluble dans l'eau, ne réduit pas la liqueur de Fehling, donne avec l'α-naphtol en solution sulfurique une coloration violette et est dextrogyre : $[\alpha]_D = +65°,9$, en solution aqueuse. Après hydrolyse acide, elle réduit la liqueur de Fehling et devient lévogyre : $[\alpha]_D = +20°,9$.

La solution hydrolysée, traitée par la phénylhydrazine et l'acide acétique, fournit une osazone identique à la phénylglucosazone. L'ensemble de ces propriétés indique que le sucre isolé du *Combretum Bernierianium* est du *saccharose*, ce que l'analyse élémentaire a d'ailleurs confirmé.

L'étude chimique du *Combretum subumbellatum*, conduite parallèlement à la précédente, a abouti aux mêmes résultats.

En résumé, les graines du *Combretum Bernierianum* et du *Combretum subumbellatum* renferment environ 10 pour 100 d'une matière grasse formée principalement de palmitine et d'oléine et une proportion de saccharose

notable puisqu'elle correspond à un minimum de 4 pour 100 du poids de graines. Cette teneur relativement élevée présente quelque intérêt surtout si l'on envisage la facilité avec laquelle on peut isoler, à l'état de pureté, le saccharose contenu dans ces graines.

Au cours de nos recherches, nous n'avons pu relever aucun indice de la présence d'un glucoside à côté du saccharose.

ÉLECTRICITÉ PHYSIOLOGIQUE. — *La chronaxie par les tubes cathodiques à vide.* Note de M. **Philippe Fabre**, présentée par M. d'Arsonval.

La nécessité d'obtenir des courants constants malgré les forces contre-électromotrices de l'organisme nous a incité à utiliser les courants de saturation électroniques fournis par les tubes à vide.

Pour régler la durée du passage du courant, nous avions primitivement songé à utiliser la propriété de soupape présentée par les grilles des Triodes. La décharge d'un condensateur sur une résistance entre grille et filament eût réglé la durée du passage. Nous ne nous sommes pas arrêté à ce dispositif car le courant débité ne reste pas constant. En effet, lorsque la grille est portée à un potentiel un peu élevé, elle absorbe une très notable fraction du courant; de plus, quand son potentiel s'abaisse, le courant, d'abord constant, décroît ensuite suivant une caractéristique, dont l'étendue et la forme dépendent du type de lampe utilisé. Aussi ai-je proposé ([1]) et expérimenté avec la collaboration de H. Desgrez l'usage de simples kénotrons mis en série avec les rhéotomes mécaniques (égersimètre du professeur Strohl) bien connus des praticiens).

Pour étudier l'effet de passages extrêmement courts d'un courant constant, il peut paraître cependant préférable de substituer aux rhéotomes actuels des procédés purement électriques. Nous proposons la solution suivante :

Un tube de Braun, à faisceau électronique déviable par le champ d'un condensateur intérieur, est muni d'une anticathode tripartite. Les plages externes de celles-ci vont directement au générateur, la plage centrale est reliée au générateur à travers le sujet. Lorsque le faisceau est dévié d'une plage externe à l'autre, il balaie la plage centrale pendant un certain temps, au cours duquel le sujet reçoit le courant. L'intensité de celui-ci est lue sur un milliampèremètre et se règle par chauffage du filament du tube.

([1]) Ph. Fabre et H. Desgrez, *De l'utilisation des lampes à deux électrodes pour la recherche de la chronaxie* (*Journal de radio et électrologie*, **10**, 1926, p. 459).

Pour faire varier aisément les durées de passage, il suffit de mettre en parallèle sur le condensateur de déviation un autre condensateur fixe, de capacité plus forte, et de les charger par le courant constant d'un petit kénotron. Le faisceau possède alors une vitesse de déviation proportionnelle à l'intensité du courant du kénotron, réglable par rhéostat de chauffage. Ainsi le temps de passage est lu directement sur un milliampèremètre traversé pour ce courant auxiliaire.

Les générateurs pourront être constitués par des dispositifs à tension constante tels qu'on les construit par la radiotélégraphie, le pôle en relation directe avec le sujet étant mis à la terre.

La nécessité d'utiliser des voltages élevés ne va pas sans danger et de tels procédés paraissent devoir être réservés d'abord à la physiologie animale.

Cependant en munissant le tube d'une anode supplémentaire du type Lilienfeld, sur laquelle porterait la majeure partie du voltage accélérateur du faisceau, il serait possible de n'appliquer au circuit du sujet qu'un voltage relativement peu élevé.

ÉLECTRICITÉ PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la production d'électricité par les torpilles*. Note de MM. **E. Huguenard** et **A. Magnan**, présentée par M. d'Arsonval.

L'étude de la production des courants électriques par les torpilles constitue un problème des plus intéressants, parce qu'il est susceptible de nous renseigner sur les phénomènes électriques qui se produisent chez les animaux et qui jouent certainement un rôle considérable dans les actes vitaux.

Nous avons eu l'occasion de faire des expériences sur ces poissons dans les conditions suivantes :

On place une torpille vivante entre deux feuilles d'étain horizontales qui sont reliées aux deux pôles d'un voltmètre à indications assez rapides. On appuie alors brusquement, de haut en bas, sur la feuille d'étain supérieure, dans la région de l'organe électrique, de façon à comprimer le corps de l'animal. Si la compression est exercée sur l'organe même, on constate que le voltmètre dévie d'une certaine quantité, se rapproche de son zéro, puis brusquement dévie à nouveau. mais beaucoup plus loin que la première fois. Par exemple, la première montée indique environ 20 volts, puis il se produit une descente vers 8 ou 10 volts, suivie aussitôt d'une remontée au delà de

50 volts, l'intervalle séparant les deux maxima successifs correspondant à environ $\frac{1}{10}$ de seconde. Par contre, si la compression est faite à côté de l'organe électrique, on n'observe qu'une seule déviation du voltmètre allant jusque vers 50 volts.

Avec une torpille morte depuis peu, il est possible, en répétant l'expérience précédente, de provoquer une seule décharge donnant en général un voltage moindre que la première décharge obtenue en comprimant le poisson vivant. Le même phénomène a été constaté en appuyant avec le pied sur une torpille qui avait la tête coupée depuis plusieurs minutes.

Ces faits prouvent que l'organe électrique de la torpille développe une force électromotrice quand on le comprime; cette compression peut être réalisée par un choc extérieur et donne lieu immédiatement à un courant électrique mesuré au voltmètre avant que le poisson ait eu le temps d'enregistrer le choc subi et de réagir. La réaction de défense de l'animal produit la seconde décharge au bout d'un temps qui est de l'ordre du $\frac{1}{10}$ de seconde et que nous n'avons pas pu jusqu'ici mesurer exactement, l'appareil utilisé ayant une période propre trop longue.

Il y a donc analogie qualitative complète avec les réactions électriques d'un muscle, les tensions développées et visibles étant seulement plus importantes, bien que rien ne prouve qu'à l'intérieur d'un muscle il n'existe pas de tension élevée. Il n'y a pas lieu de s'en étonner étant donné que l'organe électrique est adapté à la production de courants dans un circuit extérieur alors que le muscle a une tout autre fonction.

Tout cela conduit à penser qu'il y a chez la torpille combinaison d'un appareil électrique produisant une force électromotrice quand on le comprime et d'un dispositif capable d'effectuer cette compression par la volonté de l'animal. Ceci serait confirmé par le fait que, lorsqu'on provoque la décharge volontaire de la torpille en lui pinçant la queue, son corps semble s'aplatir.

Chacune des cellules qui constitue l'organe électrique est remplie en partie par une masse granuleuse dans laquelle arrive le nerf et par une matière plus ou moins fluide. M. d'Arsonval [1] qui le premier a donné une explication du fonctionnement de cet organe basée sur des expériences précises pense que l'origine de la décharge se trouve dans les phénomènes électrocapillaires résultant de la modification de la surface de la masse granuleuse.

---

(1) D'Arsonval, *Recherches sur la décharge électrique de la torpille* (*Bulletin de la Société internationale des Électriciens*, 12, 1895, p. 374).

Nous croyons qu'on peut l'attribuer aussi aux phénomènes électriques qui accompagnent la filtration ou l'osmose de solutions à travers les membranes. La compression provoquerait ces filtrations, par exemple entre la masse granuleuse et le liquide environnant, ce qui produirait une force électromotrice; on expliquerait ainsi l'épuisement de l'appareil électrique sous l'influence de décharges consécutives ou de compressions successives, la quantité de liquide susceptible de filtrer étant limitée. Ce liquide retraverserait les membranes au repos, l'organe reprenant alors ses qualités primitives.

Inversement l'application à la membrane d'une tension électrique appropriée peut avoir pour résultat de faire filtrer le liquide en sens inverse, et par conséquent d'augmenter l'épaisseur de l'organe, et l'on pourrait admettre que les muscles se gonflent sous l'effet d'un phénomène de ce genre. Le fait que l'action du cerveau sur un muscle n'est pas instantanée, que l'influx nerveux se propage à une vitesse beaucoup plus faible que l'électricité ne nuit en rien à cette manière de voir, car on peut très bien imaginer des transmissions électriques comportant une succession d'organes à mise en équilibre lente utilisant soit l'aimantation, soit la filtration, qui se commanderaient l'un l'autre, la vitesse apparente du phénomène transmis pouvant être aussi réduite qu'on le voudra. C'est ainsi que, si l'on place l'un au bout de l'autre une série de circuits comprenant chacun un accumulateur, un interrupteur et un électro-aimant chargé de fermer l'interrupteur du circuit suivant, la fermeture du premier interrupteur amorce le premier électro qui ferme le second circuit au bout d'un temps t après la fermeture du premier. Le deuxième électro ferme le troisième circuit au bout d'un nouvel intervalle de temps t. La vitesse de propagation de la fermeture des interrupteurs et par conséquent de l'aimantation qui en résulte est $\frac{d}{t}$, d désignant la distance qui sépare deux circuits consécutifs. Elle peut être rendue aussi faible qu'on le veut en diminuant d et en augmentant t.

PHYSICO-BIOLOGIE. — *Emploi de la lumière de Wood dans le diagnostic précoce de la grasserie des vers à soie.* Note de M. **Tahir Ertogroul**, présentée par M. F. Mesnil.

L'aspect du ver à soie à la lumière de Wood (rayons ultraviolets approximativement monochromatiques, d'environ 3650 Å) a déjà fait l'objet de

plusieurs recherches. Policard et Paillot ([1]) l'ont utilisée dans l'étude de la sécrétion de la soie. Tonon ([2]) a recherché l'influence des rayons ultraviolets (avec ou sans filtration) sur les œufs; Lombardi ([3]) a envisagé l'aspect du cocon à la lumière de Wood et Sergio Beer ([4]) celle de la larve.

J'ai étudié, à l'aide du dispositif de lumière de Wood du Laboratoire d'Histologie de la Faculté de Médecine de Lyon, les modifications offertes par les vers à soie, atteints de grasserie, comparativement avec des vers sains du même âge.

Les animaux proviennent d'un petit élevage où la maladie est apparue d'une façon en apparence spontanée. Ils ont été observés en séries, à tous les âges.

Tous les vers atteints de grasserie présentent un aspect tout à fait spécial à la lumière de Wood. Ils montrent une fluorescence jaune très vive, tandis que les vers sains sont d'un gris violet sombre, sans fluorescence. Le fait s'est montré constant, il permet de reconnaître les vers malades avant tout autre signe à la lumière ordinaire. Certains vers d'apparence normale ont montré, dans ces conditions d'examen, des taches jaunes fluorescentes. Isolés, ces vers ont présenté ultérieurement tous les signes habituels de la grasserie.

Sur les vers présentant l'aspect jaune brillant à la lumière de Wood, j'ai pu faire les constatations suivantes :

Les vers jaunes (premier et deuxième âge) étaient recouverts à leur surface d'un liquide caractéristique de la maladie. C'est ce liquide qui, à la lumière de Wood, apparaît jaune brillant, spécialement sur les parties dorsales et latérales des anneaux céphaliques et abdominaux.

Des vers sains plus gros (troisième, quatrième et cinquième âge) ont été inoculés avec du sang de vers malades afin de pouvoir suivre à la lumière de Wood les phases de l'infection. Le premier jour après l'inoculation, aucune

---

([1]) Policard et Paillot, *Étude de la sécrétion de la soie à l'aide des rayons ultraviolets filtrés (lumière de Wood)* (*Comptes rendus*, **181**, 1925, p. 378).

([2]) A. Tonon, *Influenza delle radizioni della lampada a vapori di mercurio in tubo di quarzo sulle uova del Bombix mori* (*Boll. di sericultura*, **34**, 1927, p. 51).

([3]) L. Lombardi, *Ricerche preliminari sull'azione della luce ultravioletta sul baco da seta e sull'impiego della luce di Wood come mezzo di selezione* (*Boll. della R. Staz. sper. di Gelsicolt. e Bachicolt. Ascoli Miceno*, **7**, II, 1928, p. 35).

([4]) Beer, Sergio, *Sulla fluorescenza presentata dalla larva del Bombyx mori sotto l'azione della luce di Wood* (*Boll. Soc. Ital. Biol. Sperim.*, 2e fascicule, VI, 1928, p. 162).

modification n'a été constatée. Le deuxième jour, on pouvait noter quelques petites taches jaunes, légèrement fluorescentes, à l'endroit même de l'inoculation. Le troisième jour, cette fluorescence jaune s'est étendue dans les espaces interannulaires, sur les régions céphalique, abdominale et spécialement caudale. En même temps, cette fluorescence s'accentuait. Le quatrième jour, la fluorescence avait envahi tout le corps. Tous les anneaux étaient jaunes, sauf l'espace interannulaire qui présentait encore la fluorescence habituelle de la chitine. Le cinquième jour, tous les vers étaient morts. Ils avaient l'aspect noirâtre habituel des vers atteints de grasserie; à la lumière de Wood, quelques parties seulement étaient jaunes; le reste apparaissait noirâtre.

Ces expériences furent répétées en provoquant la maladie par ingestion de feuilles de mûrier infectées avec du sang de vers malades. Des résultats identiques furent obtenus.

L'examen à la lumière de Wood permet donc de reconnaître les vers malades bien avant l'apparition des signes ordinairement connus. On sait que l'extension actuelle de la grasserie a amené les producteurs à pratiquer, comme pour la pébrine, la sélection microscopique des Papillons. C'est une opération compliquée et difficile.

Par l'emploi de la lumière de Wood, il est ainsi possible de surveiller, d'une façon méthodique, les élevages des reproducteurs, de reconnaître la maladie d'une façon très précoce et d'éliminer immédiatement les sujets malades. On peut ainsi assurer les prochains élevages et prévenir la maladie, ceci avec une méthode extrêmement facile qui ne nécessite aucun examen microscopique.

BACTÉRIOLOGIE. — *L'ultra-virus tuberculeux peut exister dans le lait provenant d'une mamelle tuberculeuse*. Note (1) de M. **Paul Rossi**, présentée par M. E. Leclainche.

La forme filtrable du virus tuberculeux peut, dans certaines conditions, être mise en évidence dans le lait. Nos recherches ont porté sur un lait déjà modifié dans ses caractères macro et microscopiques, riche en globules de pus et en bacilles de Koch, sécrété par une mamelle parsemée d'une infinité de petits foyers caséeux, laissant entre eux du tissu glandulaire sain. La

(1) Séance du 18 juin 1928.

vache qui a fourni ce lait était en fin de lactation et avait, en plus des lésions mammaires, une tuberculose généralisée aux poumons, au foie et à la rate.

Notre technique fut la suivante : le lait purulent, additionné d'eau stérilisée, pour libérer, par la lyse des leucocytes, le virus qui aurait pu déjà être phagocyté, est, au bout de trois jours, décanté par une centrifugation d'une minute à petite vitesse. Puis, par aspiration sous un vide de 40^{cm^3} de mercure, il est filtré au moyen d'une bougie Chamberland L^3, soigneusement vérifiée. Le filtrat, stérile en bouillon ordinaire, ne contient aucun élément visible après une centrifugation rapide, prolongée.

L'inoculation de ce filtrat, aux doses respectives de $1^{cm^3},5$, 2^{cm^3} et $2^{cm^3},5$ par voie sous-cutanée, à 3 cobayes de 500^g, déterminera une tuberculose expérimentale, exclusivement ganglionnaire et sans chancre d'inoculation. Les ganglions trachéo-bronchiques hypertrophiés montrent, après une longue et patiente recherche, quelques rares bacilles acido-résistants, groupés en amas de 7 à 8 unités, et de très rares éléments, morphologiquement identiques mais dépourvus d'acido-résistance. Une allergie tuberculinique, relativement précoce, s'est manifestée dès le 33e jour pour un cobaye, et le 62e jour pour les deux autres. Très nette au début, cette allergie commença, 45 jours après son apparition, à s'atténuer chez le troisième cobaye qui, après deux franches réactions, avec une tuberculine diluée au $\frac{1}{50}$, ne réagit plus actuellement que légèrement à une tuberculine au $\frac{1}{25}$.

La tuberculose expérimentale obtenue avec ce filtrat de lait rappelle donc en tous points celle observée après l'inoculation du virus filtrant. Nous nous croyons, par conséquent, autorisé à conclure à l'existence de l'ultra-virus tuberculeux dans un lait déjà macroscopiquement altéré, sécrété par une mamelle profondément lésée. Ces conclusions ne peuvent évidemment, pour l'instant, et avant d'autres recherches en cours, être étendues à tous les laits tuberculeux, en particulier à ceux provenant de mamelles ne présentant encore que des lésions microscopiques.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Le rôle du traumatisme lors de l'infection charbonneuse du chevreau par la voie digestive.* Note de M. **Ch. Hruska**, présentée par M. Roux.

Les expériences de Pasteur, Chamberland et Roux ont montré que les cobayes et les lapins opposent une résistance presque insurmontable à

l'infection charbonneuse lorsqu'on leur fait ingérer des aliments contenant des spores. On sait d'autre part que, d'après Koch, le charbon est provoqué par la germination des spores au sein de la cavité intestinale. Les recherches effectuées par Sanarelli, Boquet, ainsi que par nous-mêmes, tendent à prouver que chez les animaux de laboratoire il n'existe pas à l'intérieur de l'intestin de germination des spores. Boquet a montré que lorsque les cobayes à jeun depuis 36 heures ingèrent des spores charbonneuses, celles-ci passent dans la circulation sanguine au cours de la digestion, et qu'elles peuvent envahir ainsi le torrent circulatoire, sans provoquer ni infection ni l'immunité. Cependant, lorsque la peau est lésée par un traumatisme, ainsi que l'a montré Besredka, les cobayes peuvent succomber au charbon pendant que le sang véhicule des bactéridies. Il nous a paru utile de refaire ces recherches sur des chevreaux. Nous avons employé des chevreaux séparés de leur mère et nourris artificiellement pendant 14 jours avec du lait de chèvre. Ces animaux pendant toute la durée de l'expérience n'ont pas reçu de fourrage afin d'éviter le traumatisme.

Chaque chevreau a reçu à la fois des spores et des bactéridies lavées par l'eau physiologique (une boîte de Pétri). Les expériences ont porté sur trois lots. Le premier lot d'animaux a reçu du virus par la voie buccale au moyen d'un biberon. Au deuxième lot, le virus fut administré directement dans l'estomac au moyen d'une sonde. Les animaux du troisième lot ont reçu du virus par la voie rectale également au moyen d'une sonde. Dans chaque lot une moitié des animaux fut gardée comme témoins, les autres ont été traumatisés au moyen d'un scalpel dans la région jugulaire, puis saignés 4 à 8 heures après l'infection. Le sang a été défibriné, une partie a été soumise à la coloration par la méthode de Giemsa; l'autre partie a été ensemencée.

Les animaux en expérience ont été nourris pendant les 12 jours suivants avec du lait de chèvre et après ce laps de temps avec du foin.

Première série : *Expérience par la voie buccale.* — Les trois chevreaux témoins résistent. Sur les trois chevreaux traumatisés, l'un a montré dans le sang, 4 heures après l'infection, quelques spores charbonnenses, l'hémoculture fut positive. Au niveau du traumatisme, il y eut un œdème hémorragique. Les deux autres chevreaux traumatisés ont résisté. La recherche de bactéridies dans le sang ainsi que l'hémoculture restèrent négatives.

Deuxième série : *Expérience par la voie stomacale.* — Les quatre chevreaux témoins résistent.

Les quatre chevreaux traumatisés résistent également. Les recherches par hémocul-

ture et par coloration au Giemsa négatives. Les deux chevreaux ont été, 14 jours après, éprouvés avec 1^{cm^3} de deuxième vaccin injecté sous la peau. Ils ont succombé.

TROISIÈME SÉRIE : *Expérience par la voie rectale.* — Les quatre chevreaux témoins résistent.

Parmi les quatre chevreaux traumatisés, chez l'un d'eux l'hémoculture et la coloration au Giemsa furent positives, et l'animal a succombé au charbon le huitième jour avec de l'œdème autour du point de ponction. Chez un deuxième, l'hémoculture fut négative, mais la coloration au Giemsa fut positive, et l'animal a succombé le quatrième jour avec de l'œdème autour de la ponction. Chez un troisième l'hémoculture fut négative, mais la coloration au Giemsa fut positive et l'animal a résisté. Chez le quatrième l'hémoculture et la coloration au Giemsa furent négatives et l'animal a résisté.

Il résulte donc de nos expériences que l'appareil digestif présente une réelle barrière contre la pénétration des spores et des bactéridies. Cependant quelques spores vont pénétrer dans la circulation sanguine au cours de la digestion. Spores et bactéridies peuvent circuler pendant plusieurs heures sans créer ni charbon interne, ni immunité contre cette infection. L'infection charbonneuse prend naissance seulement au lieu du traumatisme.

La séance est levée à 17^h.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de mai 1928.

National electrical safety code. Washington, Imprimerie du Gouvernement, 1927; 1 vol. 19cm.

Die Hauptaufgabe der Naturwissenschaft und ihre einfache Lösung, par J. H. Ziegler. Zurich, Weltformel-Verlag, 1928; 1 fasc. 22cm,5.

Sopra un cimelio della scaperta di G. B. Amici sulla fecondazione delle piante, par B. Longo. Pise, Arti Grafiche, 1928; 1 fasc. 25cm,5.

Les Gravures rupestres du Djebel Ouenat, par S. A. S. le Prince Kemal el Dine, description par H. Breuil. (Extrait de la Revue scientifique, 25 février 1928.)

Sonnenfinsternisse von 600 *bis* 1800 *N. Chr.*, par J. Fr. Schroeter. Kristiania, in Kommission bei Jacob Dylwad, 1923; 1 vol. 27cm,5.

Marbres, Pierres, Grès, Granits de France, par B. Sancholle-Henraux. Cambrai, Henry Mallez et Cie, 1928; 1 vol. 24cm,5 × 32cm.

Discours prononcé à la séance générale d'ouverture du Congrès du Cinquantenaire de l'Association française pour l'Avancement des sciences, par Alfred Lacroix. Paris, Secrétariat de l'Association. Juillet 1926; 1 fasc. 24cm.

Cours de Mécanique professé à l'École supérieure des Mines, par Paul Lévy. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 fasc. 25cm. (Présenté par M. Hadamard.)

The Record of the Celebration of the two hundredth Anniversary of the founding of the American Philosophical Society. Held at Philadelphia for Promoting Useful Knowledge, April 27 *to April* 30, 1927. Philadelphia, the American Philosophical Society, 1927; 1 vol. 26cm.

Commission internationale pour l'exploration scientifique de la mer Méditerranée. *Faune et flore de la Méditerranée*, publié sous la direction de Louis Joubin, fasc. 3, 23 planches, 27cm,5. Paris, Institut océanographique, 1928.

The vector theory of electricity, par George J. Burns. Los Angeles, chez l'auteur, 1928; 1 fasc. 23cm.

Traité d'embryologie comparée des Invertébrés, par C. Dawydoff. Paris, Masson et Cie, 1928; 1 vol. 25cm,5.

Thèses présentées à la Faculté des sciences de l'Université de Strasbourg pour obtenir le grade de Docteur ès sciences naturelles, par Jean Jung. Première thèse : *Contribution à la Géologie des Vosges hercyniennes d'Alsace.* Deuxième thèse : *Propositions données par la Faculté.* Strasbourg, Istra, 1928; 1 vol. 29cm. (Présenté par M. Termier.)

Leçons sur les spectres mathématiques, professées à la Sorbonne en 1928, par MICHEL PETROVITCH. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 25cm.

El Túnel submarino del Estrecho de Gibraltar, par PEDRO JEVENOIS. Madrid, Editorial Voluntad, s. d.; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Lallemand.)

Histoire physique, naturelle et politique de Madagascar, publiée par A. et G. Grandidier. Volume IV : *Ethnographie de Madagascar*, par GUILLAUME GRANDIDIER. Tome IV : *Agriculture, forêts, élevage, industrie et commerce, travaux publics et moyens de transport, éducation, médecine.* Paris, Hachette, 1928; 1 vol. 33cm.

Le opere di ALESSANDRO VOLTA. Edizione nazionale. Volume sesto. Milano, Ulrico Hoepli, 1928; 1 vol. 30cm.

Éléments de Nomographie, par TOYOTARO TANIMURA (en japonais). Tokyo; 1 vol. 22cm,5. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Essais sur l'histoire de la balistique, par P. CHARBONNIER. Paris, Imprimerie nationale, 1928; 1 vol. 25cm.

Christophe Colomb vu par un marin, par J.-B. CHARCOT. Paris, Flammarion, 1928; 1 vol. 26cm.

ERRATA.

(Séance du 11 juin 1928.)

Note de M. *Edmond Rouelle*, Sur l'emploi du démultiplicateur de fréquence ferromagnétique comme multiplicateur de phases :

Page 1605, ligne 18, *au lieu de* d'ordre $n2$, *lire* d'ordre $2n$.

(Séance du 18 juin 1928.)

Note de M. *S. Posternak*, Sur la limite de dégradation des lectotyrines par la trypsine :

Page 1764, ligne 13, *au lieu de* $+ 6H^2O$, *lire* $+ 3H^2O$.

FIN DU TOME CENT-QUATRE-VINGT-SIXIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADEMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUILLET 1928

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 186.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

Z

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

W

Y

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
84580-28 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.